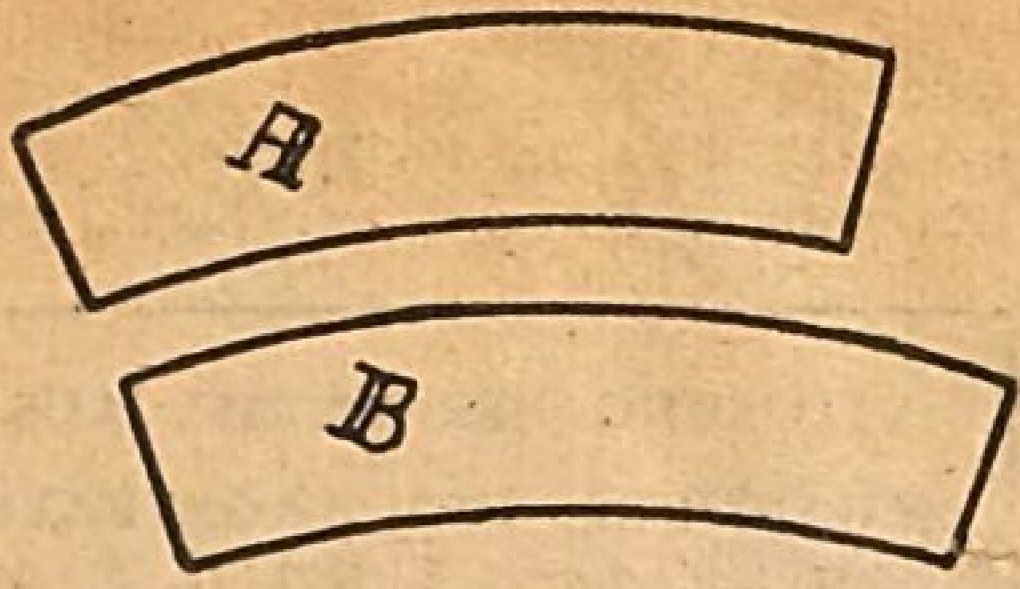
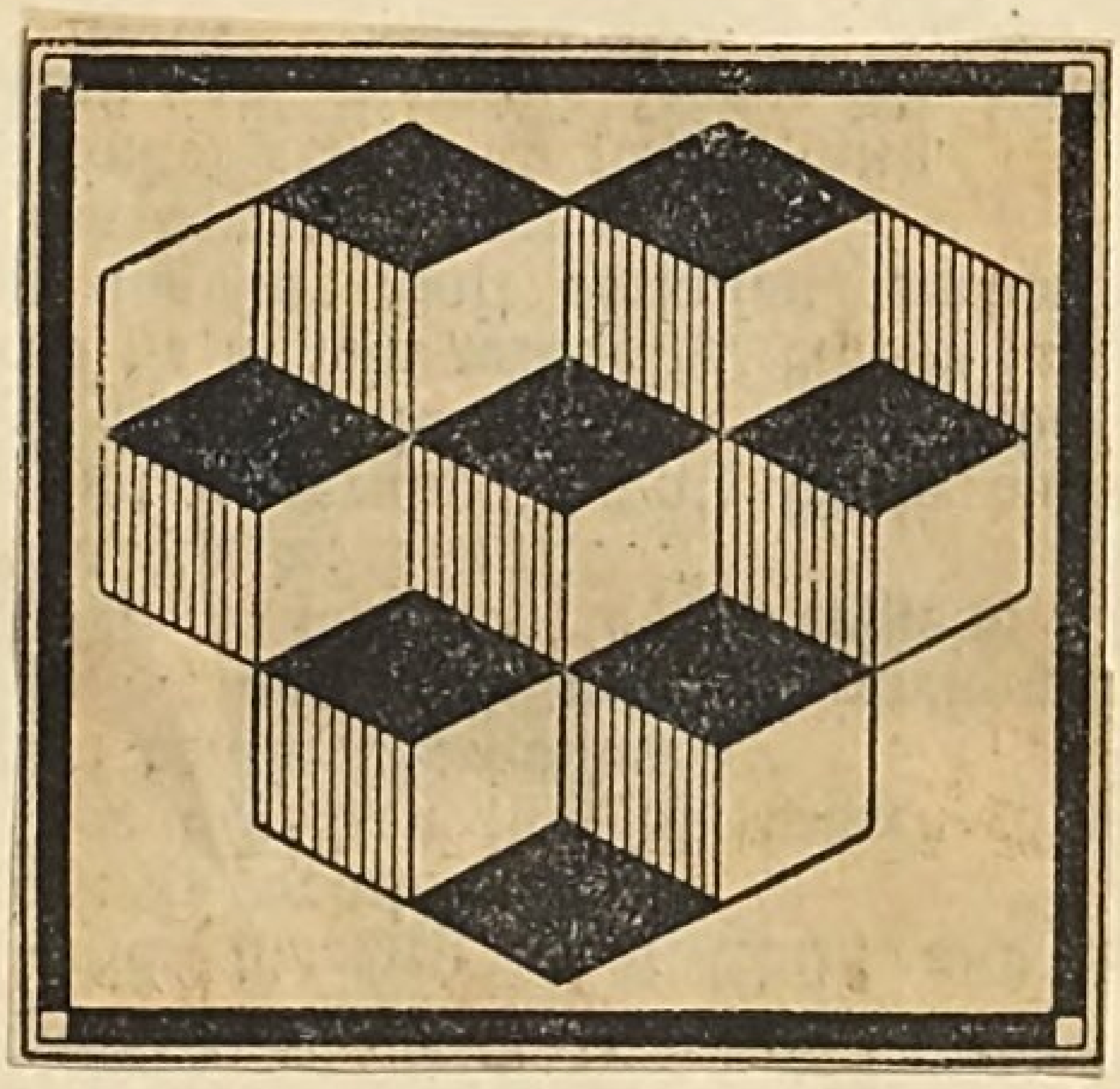
Phys. g. 628 k (2,1

Optische Täuschung



● *Die Fläche B scheint größer als Fläche A zu sein. Irrtum — in Wirklichkeit sind sie völlig gleich. Wer's nicht glaubt, braucht sie nur auszuschneiden und übereinanderzulegen!*



Optischer Scherz.



Wieviel Würfel sind hier zu sehen?

MÜLLER-POUILLET'S

LEHRBUCH DER PHYSIK

UND

METEOROLOGIE.

ZWEITER BAND.

ERSTE ABTHEILUNG.

Holzstiche
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

[Johann] [redacted]

MÜLLER-POUILLET'S

LEHRBUCH DER PHYSIK

UND

METEOROLOGIE.

NEUNTE

UMGEARBEITETE UND VERMEHRTE AUFLAGE

VON

LEOP. PFAUNDLER,

DR. DER PHILOSOPHIE, RITTER DES ORDENS DER EISERNEN KRONE III. CLASSE, BESITZER DES GOLDENEN VERDIENSTKREUZES MIT DER KRONE, PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT GRAZ, WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERL. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN WIEN UND MEHRERER ANDEREN GELEHRTEN GESELLSCHAFTEN.

UNTER MITWIRKUNG

DES

DR. OTTO LUMMER,

KAISERL. PROFESSORS BEI DER PHYSIKALISCH-TECHNISCHEN REICHSANSTALT ZU CHARLOTTENBURG.

IN DREI BÄNDEN.

MIT GEGEN 2000 HOLZSTICHEN UND TAFELN, ZUM THEIL IN FARBENDRUCK.

ZWEITER BAND.

ERSTE ABTHEILUNG.

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.

1897.

Td|69|367

Alle Rechte, namentlich dasjenige der Uebersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

INHALTSVERZEICHNISS

ZUR

ERSTEN ABTHEILUNG DES ZWEITEN BANDES.

Drittes Buch.

Die Lehre vom Licht (Optik).

Erstes Capitel.

Ueber das Wesen, die Fortpflanzung und die Stärke des Lichtes.

Seite

1. Wesen des Lichtes . 3
2. Lichtquellen . 4
3. Geradlinige Ausbreitung des Lichtes 5
4. Theorie des Schattens . 8
5. Geschwindigkeit des Lichtes 9
6. Abhängigkeit der Geschwindigkeit des Lichtes vom Mittel, von der Intensität und der Farbe oder der Schwingungsdauer des Lichtes 16
7. Ueber Lichtstrahlung (Grundgesetz der Photometrie) 19
8. Einfachere Form des photometrischen Grundgesetzes 22
9. Helligkeit (absolute und indicirte Helligkeit) 24
10. Ueber Lichtmessung (Photometrie) 25
11. Messprincip der Photometer 26
12. Photometrische Apparate . 27
13. Vergleichung der Leuchtkräfte verschieden gefärbten Lichtes 32
14. Photometerbank . 33
15. Lichteinheit . 33
16. Indicirte Helligkeit . 34

Zweites Capitel.

Reflexion und Brechung des Lichtes an ebenen Flächen.

17. Historisches . 36
18. Das Verhalten des Lichtes an der Grenze zweier Mittel im Allgemeinen 37
19. Reflexions- und Brechungsgesetz 37
20. Absoluter und relativer Brechungsquotient 43

Seite
21. Totale Reflexion . 46
22. Grösse der Ablenkung durch einmalige Brechung 49
23. Weg eines Strahles durch mehrere ebene brechende Flächen. Planparallele Platte und Prisma 49
24. Grösse der Ablenkung im Prisma 54
25. Minimum der Ablenkung . 55
26. Strahlengang im rechtwinkeligen Prisma. (Total reflectirendes Prisma) 59
27. Fortleitung des Lichtes in Wasserstrahlen und Glasstäben durch Totalreflexion . 60
28. Reflexion und Brechung von Strahlenbüscheln an ebenen Flächen; Begriff der Abbildung 61
29. Abbildung durch Reflexion . 62
30. Abbildung durch einmalige Brechung 64
31. Abbildung durch zweimalige Brechung, Bilder entworfen durch Prismen . 67
32. Beziehung zwischen der Reflexion und der Brechung 69
33. Subjective Beobachtung der an ebenen, spiegelnden oder brechenden Flächen auftretenden Bilder 69
34. Winkelspiegel . 70
35. Der Heliostat . 71
36. Der Spiegelsextant . 78
37. Anderweitige Anwendung ebener Spiegel 81
38. Herstellung von Spiegelflächen 83

Drittes Capitel.

Reflexion und Brechung des Lichtes an Kugelflächen.

A. Reflexion und Brechung des Lichtes an einer Kugelfläche.

39. Ausdehnung des Reflexions- und Brechungsgesetzes auf Kugelflächen 85
40. Construction des durch eine Kugelfläche gebrochenen Strahles . . . 86
41. Brechung eines Strahlenbüschels (Abbildung eines leuchtenden Axenpunktes) . 88
42. Abbildungsgesetze für conjugirte Axenpunkte 91
43. Abbildungsgesetze für Punkte nahe der Axe (Abbildung leuchtender Objecte und Beziehung zwischen conjugirten Querschnitten) . . 95
44. Beziehung zwischen der Grösse der Bilder (Lateralvergrösserung) und der Convergenz der Strahlen (Angularvergrösserung) . . . 97
45. Brennebenen, Brennpunkte und Brennweiten 99
46. Construction der an einer Kugelfläche erzeugten Bilder 102
47. Die einfachste Form der Abbildungsgleichungen 103
48. Herleitung der Abbildungsgesetze für eine ebene brechende Fläche aus den Gesetzen für eine brechende Kugelfläche 104
49. Spiegelung an einer Kugelfläche 105
50. Bilder, entworfen vom Concav- oder Sammelspiegel 109
51. Bilder, entworfen vom Convex- oder Zerstreuungsspiegel 111
52. Herleitung der Abbildungsgleichungen für einen ebenen Spiegel aus denen des Kugelspiegels 111
53. Geometrische Construction der Spiegelbilder an Kugelspiegeln (Grösse des Sonnenbildes) 112
54. Experimentelle Bestimmung der Krümmungsradien von Kugelspiegeln 113

B. Brechung an beliebig vielen Kugelflächen mit gemeinschaftlicher Axe (centrirtes System).

Seite

55. Existenz einer Abbildung durch ein centrirtes System brechender Kugelflächen 115
56. Gegenseitiges Entsprechen der durch ein optisches System getrennten Räume 117
57. Beziehung zwischen der Lateralvergrösserung und der Winkelvergrösserung eines optischen Systems (Lagrange-Helmholtz'sche Gleichung) 117
58. Abbildung eines beliebigen Punktes 118
59. Existenz von Brennpunkten (teleskopisches System als Ausnahmefall) 119
60. Einführung der Brennweiten 122
61. Einführung der Brennebenen oder Unstetigkeitsebenen 123
62. Definition der Brennweiten nach Gauss 125
63. Allgemeinste Form der Abbildungsgleichungen in einem optischen System 126
64. Die vier verschiedenen Arten der durch optische Systeme möglichen Abbildung 127
65. Angularvergrösserung oder Convergenzverhältniss 129
66. Axialvergrösserung (Beziehung zwischen der Axial-, Angular- und Lateralvergrösserung) 130
67. Hauptebenen und Hauptpunkte 132
68. Knotenebenen und Knotenpunkte 133
69. Geometrische Deutung der Brennweiten 134
70. Geometrische Construction conjugirter Bilder beliebiger optischer Systeme 137
71. Aequivalenz einer einzigen Kugelfläche zu einem gegebenen System 139
72. Andere Form der Abbildungsgleichungen 141
73. Zusammensetzung zweier optischen Systeme (Einzelsysteme) zu einem Gesammtsystem 142
74. Das teleskopische System als Specialsystem 146

C. Abbildung durch ein aus zwei Kugelflächen zusammengesetztes Gesammtsystem (Linsen als specieller Fall).

75. Bestimmung der Abbildungsconstanten des Gesammtsystems aus denen der einzelnen Kugelflächen 152
76. Definition und Eintheilung der Linsen 155
77. Gemeinsame Eigenschaften aller Linsenarten 156
78. Ueber die von Linsen entworfenen Bilder 157
79. Construction der durch Linsen entworfenen Bilder 159
80. Lage der Haupt- und Brennpunkte bei den verschiedenen Linsensorten 160
81. Unendlich dünne Linsen (ideelle Linsen) 167
82. Construction der durch ideelle Linsen entworfenen Bilder (Lage, Grösse und Richtung der Bilder) 169
83. Beziehung zwischen den Bildern, entworfen durch eine Linse von endlicher Dicke und durch eine ideelle Linse (äquivalente ideelle Linse) 174
84. Experimentelle Bestimmung der Brennweiten von Linsen (Demonstration der Linsengesetze) 174

Viertes Capitel.

Prismatische Farbenzerstreuung (Dispersion des Lichtes).

Seite

85. Historisches über die Zerstreuung des Lichtes 181
86. Brechungsquotient verschiedenfarbigen Lichtes 183
87. Zerlegung des weissen Lichtes in seine Bestandtheile (Sonnenspectrum) . 185
88. Newton's Versuche mit dem Sonnenspectrum (Erzeugung eines objectiven Spectrums) . 186
89. Mischung aller Spectralfarben zu Weiss. Versuche von Newton . 190
90. Mischung von Spectralfarben unter einander, Complementärfarben. Versuche von Helmholtz 193
91. Fraunhofer'sche Linien (Bedeutung derselben als Definition bestimmter Farben im Spectrum) 197
92. Reinheit des Spectrums . 199
93. Bestimmung der Grössen, von denen die Reinheit des Spectrums abhängt . 203
94. Helligkeit des Spectrums . 209
95. Rayleigh's Untersuchungen über die Auflösungskraft des Spectrums (Einfluss der Oeffnung der abbildenden Strahlenbüschel auf die Erkennbarkeit zweier benachbarter Fraunhofer'scher Linien) . 210
96. Messung der Brechungsquotienten für verschiedenfarbiges Licht bezw. für die Fraunhofer'schen Linien (Apparat von Fraunhofer) . 211
97. Die neueren Spectrometer, Strahlengang in denselben, Messung des Ablenkungs- und des Kantenwinkels 215
98. Spectrometer nach Victor v. Lang 221
99. Justirung der Spectrometer im Allgemeinen; Justirung des Apparates nach Victor v. Lang im Besonderen 224
100. Spectrometer nach E. Abbe 228
101. Genauigkeit spectrometrischer Messungen 229
102. Spectrometer für Präcisionsmessungen von Wanschaff 230
103. Ueber Repetitions-Spectrometer (Additions-Methode) 233
104. Bestimmung der Brechungsquotienten von Flüssigkeiten mittelst des Hohlprismas . 234
105. Methode der streifenden Incidenz (Beobachtung des total reflectirten Strahles) . 235
106. Anwendung der Totalreflexion zur Bestimmung der Brechungsquotienten von Flüssigkeiten und festen Körpern (Methode von Wollaston) . 237
107. Refractometer von Abbe . 240
108. Methoden von E. Wiedemann, Terquem und Trannin, Ketteler und Quincke . 243
109. Totalreflectometer von F. Kohlrausch 244
110. Totalreflectometer von Pulfrich und von Abbe 246
111. Bestimmung des Brechungsquotienten von planparallelen Glasplatten 247
112. Bestimmung der Brechungsquotienten von Gasen und deren Farbenzerstreuung . 248
113. Tabellen genau bestimmter Brechungsquotienten fester, flüssiger und gasförmiger Substanzen für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien . 252

Seite

114. Die relative Lage der Farben, bezw. der Fraunhofer'schen Linien in den Spectren verschiedener Substanzen (normale und anomale Dispersion) 254
115. Totale, relative und partielle Dispersion und ihre Zahlenwerthe für einige Substanzen, speciell für die Jenaer Gläser 260
116. Combination mehrerer Prismen (achromatische und geradsichtige Prismen) . 265
117. Berechnung achromatischer und geradsichtiger Prismencombinationen unter der Annahme unendlich kleiner Prismenwinkel 270
118. Numerische Beispiele für achromatische Prismenpaare 274
119. Abhängigkeit der Brechungsverhältnisse einer Substanz von ihrer Dichte . 276
120. Beziehung zwischen dem Brechungsquotienten einer Mischung bezw. Lösung und denjenigen der gemischten bezw. gelösten Bestandtheile (Mischungsformel nach Biot-Arago, Molecular- und Atomrefraction) . 285
121. Beziehung zwischen dem Brechungsquotienten und der Wellenlänge des Lichtes; Dispersionsformeln für normal brechende Medien 287
122. Dispersion absorbirender Medien. Theorien von Sellmeier und H. v. Helmholtz . 289

Fünftes Capitel.

Die Spectralanalyse.

123. Einfache Spectralapparate 293
124. Spectralapparate mit Scala. Reduction der Scalenangaben nach Wellenlängen . 296
125. Spectralapparate mit mehreren zerstreuenden Prismen 300
126. Geradsichtige Spectroskope 303
127. Mikrospectroskop, Spectralmikroskop 308
128. Gitterspectroskope . 309
129. Methoden zur Gewinnung des Lichtes für die Spectralanalyse; Flammen- und Funkenspectra 310
130. Emissions- und Absorptionsspectra 316
131. Darstellungsweisen der Spectralbeobachtungen 319
132. Die Emissionsspectra der Metalle 322
133. Emissionsspectra nichtmetallischer Elemente 326
134. Allgemeines über die Emissionsspectra der Elemente und ihrer Verbindungen; Einfluss begleitender Umstände 330
135. Die Absorptionsspectra der Gase und Dämpfe; Kirchhoff's Gesetz 332
136. Die Umkehrung der Spectra; objective Darstellung derselben . . . 333
137. Die unsichtbaren Theile des Spectrums; Uebersichtstafel der Wellenlängen und Schwingungszahlen 338
138. Genaue Untersuchung des Sonnenspectrums; Abbildungen desselben von Kirchhoff, Angström und Rowland 341
139. Chemie der Gestirne, Spectra der Fixsterne und der Meteore . . . 346
140. Einfluss der Bewegung der Lichtquelle auf die Lage der Spectrallinien . 349
141. Absorptionsspectra flüssiger und fester Körper; quantitative Spectralanalyse, Absorptionsgesetz, Extinctionscoëfficient 350

Sechstes Capitel.

Die Umwandlungsproducte oder Wirkungen des absorbirten Lichtes.

Seite
142. Uebersicht der Erscheinungen, Terminologie derselben 355
143. Fluorescenz . 357
144. Verhalten fluorescirender Körper gegen farbiges Licht 359
145. Untersuchung fluorescirender Körper im prismatischen Spectrum . 361
146. Prismatische Zerlegung der Fluorescenzfarben 363
147. Absorption Fluorescenz erregender Strahlen 367
148. Das Fluorescenzspectrum des elektrischen Lichtes 370
149. Phosphorescenz . 372
150. Dauer der Phosphorescenz 375
151. Farbe des erregenden und des ausgestrahlten Lichtes 380
152. Umwandlung des Lichtes in chemische Energie, Photochemie . . . 381
153. Photochemische Wirkungen der verschiedenen Spectralbezirke, Aktinometer, Sensitometer 386
154. Photographie . 389
155. Orthochromatische Photographie, Sensibilisatoren 393
156. Photographie in Farben (Photochromie). Stehende Lichtwellen . . 394

Siebentes Capitel.

Die Wellenlehre des Lichtes und die daraus hergeleiteten Grundgesetze der geometrischen Optik.

157. Einleitung und Geschichtliches 399
158. Huyghens' Princip der Elementarwellen und einhüllenden Flächen 400
159. Gesetze der Reflexion und Brechung, entwickelt aus Huyghens' Theorie der einhüllenden Wellen 404
160. Neue Form für die Reflexions- und Brechungsgesetze, mechanische Bedeutung derselben. Sätze von Lachambre und Fermat 407
161. Elemente der Wellenlehre 411
162. Die Wellenfläche . 417
163. Gleichung der Wellenfläche 418
164. Einiges über die Interferenz des Lichtes; Superposition kleinster Bewegungen . 421
165. Das Huyghens-Fresnel'sche Princip von der Interferenz der Elementarwellen . 425
166. Wirkung einer Welle von geradlinigem Querschnitt auf einen äusseren Punkt . 428
167. Wirkung einer ebenen Welle auf einen äusseren Punkt 430
168. Ueber die Gültigkeit der geometrischen Gesetze von der Ausbreitung des Lichtes. Beugungserscheinungen 432
169. Beugung des Lichtes bei kleiner Oeffnung 436
170. Diffussion des Lichtes . 436
171. Mängel der Lehre von der Interferenz der Elementarwellen 437
172. Reflexions- und Brechungsgesetz, entwickelt aus dem Huyghens-Fresnel'schen Princip. Ungültigkeit derselben in gewissen Fällen . 439

Achtes Capitel.

Abbildung im Sinne der Wellentheorie.

Seite

173. Bedingungen für die Gültigkeit der geometrischen Abbildungsgesetze . . . 443
174. Abbildung selbstleuchtender Objecte . . . 450

Neuntes Capitel.

Aberrationsfreie, spiegelnde und brechende Flächen, caustische Curven, Astigmatismus.

175. Definition und Gleichung der „aberrationsfreien“ Flächen . . . 452
176. Gestalt spiegelnder aberrationsfreier Flächen . . . 454
177. Gestalt brechender aberrationsfreier Flächen . . . 455
178. Ueber caustische Flächen und deren Bedeutung für die Lichtvertheilung im Sinne der Wellenlehre . . . 456
179. Brennfläche (Katacaustik) für spiegelnde Kugelflächen . . . 461
180. Brennfläche (Diacaustik) gebrochener Strahlenbüschel . . . 464
181. Optische Consequenzen . . . 467
182. Theorie des Regenbogens . . . 469
183. Brennlinien und Gestalt eines unendlich engen Büschels. Astigmatismus . . . 473
184. Beziehung zwischen den Abständen des Objectpunktes und seiner beiden Brennlinien von der brechenden Kugelfläche. Punktweise Abbildung in den beiden Hauptschnitten, vermittelt durch ebene schiefe Büschel . . . 477
185. Experimenteller Nachweis von vorhandenem Astigmatismus . . . 479

Zehntes Capitel.

Erweiterung des Abbildungsgebietes bei centrirten optischen Systemen.

A. Die bei einfarbigem Lichte auftretenden Abbildungsfehler.

186. Einleitung . . . 482
187. Ueber die sphärische Aberration . . . 485
188. Grösse der sphärischen Längs- und Seitenabweichung . . . 487
189. Die in Folge der sphärischen Aberration eintretende Verundeutlichung des Objectes . . . 493
190. Berechnung der sphärischen Aberration für specielle Fälle . . . 496
191. Abbildung eines Flächenelementes durch weit geöffnete Büschel. Aplanatische Punkte; Sinusbedingung . . . 500
192. Herleitung des Sinusgesetzes. Beweis von John Hockin . . . 503
193. Abbildung ausgedehnter Flächen mittelst unendlich enger Büschel: Astigmatismus, Bildwölbung, Verzerrung . . . 506
194. Astigmatismus . . . 507
195. Bildwölbung . . . 508

Seite
196. Verzerrung . 509
197. Abbe's Kriterium für vorhandenen Aplanatismus 511
198. Abbildung ausgedehnter Objecte mittelst weit geöffneter Büschel. Photographische Systeme 512
199. Die Bedingungen für die fünf möglichen Abbildungsfehler bei Berücksichtigung der Glieder dritter Ordnung nach L. Seidel . 513
200. Gestalt der Brennfläche für einen ausseraxialen Punkt. Gestaltänderung bezw. Entartung der Brennfläche bei Beseitigung gewisser Bildfehler nach S. Finsterwalder 516
201. Fraunhofer'sche Bedingung. Coma 520
202. Die aus dem Fermat'schen Princip hergeleitete Abbildungstheorie von M. Thiesen. Sätze von R. Clausius 522
203. Anastigmatische Bildebenung 525
204. Formeln für die trigonometrische Durchrechnung einzelner Strahlen durch ein Linsensystem 526
205. Numerisches Beispiel für die Durchrechnung eines axenparallelen Büschels durch eine einfache Linse. Sinusbedingung in einfachster Form . 530
206. Ueber die Durchrechnung eines windschiefen Strahles 535

B. Abbildungsfehler in Folge der Farbenzerstreuung (Dispersion) des Lichtes.

207. Die in Folge der Farbenzerstreuung auftretenden möglichen Abbildungsfehler . 536
208. Verschiedenheit des Bildortes in Folge der Abhängigkeit der Schnittweite von der Farbe (Chromasie der Vereinigungsweite) . . . 538
209. Berechnung des chromatischen Zerstreuungskreises in Folge ungleich grosser verschiedenfarbiger Schnittweiten 540
210. Vergleich zwischen der sphärischen und chromatischen Aberration 544
211. Chromatische Differenz der Vergrösserung eines Systems in Folge der Abhängigkeit der Brennweite von der Farbe (Chromasie der Brennweite) . 546
212. Bedingungen dafür, dass zwei sich berührende unendlich dünne Linsen achromatisch sind (achromatisches Objectiv) 549
213. Secundäres Spectrum bei achromatischen Linsenpaaren 551
214. Beispiele achromatischer Linsenpaare aus älteren (Fraunhofer'schen) und neueren (Jenaer) Gläsern. Grösse des secundären Spectrums . 553
215. Wahl der zu vereinigenden Farben 557
216. Achromasie zweier unendlich dünnen Linsen in grossem Abstande von einander (Huyghens'sches Ocular). Sätze von L. Seidel über die Achromasie getrennter Systeme 560
217. Achromasie einer einfachen Linse bei genügender Dicke 564
218. Chromatische Differenz der sphärischen Aberration. Gauss'sche Bedingung . 567
219. Variation des Sinusverhältnisses mit der Wellenlänge 569

C. Ueber zweilinsige Objective.

220. Ueber die Anzahl der mit vier brechenden Flächen zu erfüllenden Bedingungen. Angabe des Weges, wie man den gestellten Anforderungen genügt . 570
221. Berechnung der chromatischen und sphärischen Aberration bei einem zweilinsigen Objectiv nach Gauss 573

Elftes Capitel.

Das Auge und die Gesichtsempfindungen.

Seite

222. Eintheilung 580
223. Das Gesichtsorgan 580
224. Zusammengesetzte Augen 581
225. Einfache Augen mit Sammellinsen. Das menschliche Auge 582
226. Bildentstehung im Auge. Ophthalmometer von Helmholtz. Die dioptrischen Constanten des Auges. Listing's schematisches Auge 586
227. Accommodation. Nähepunkt und Fernpunkt. Theorie der Accommodation 588
228. Refractionsanomalien des Auges. Brillengläser. Optometer 593
229. Gesichtslinie. Augenaxe. Gesichtsfeld oder Sehfeld des Auges . . 598
230. Dioptrische Mängel des optischen Systems im Auge 601
231. Helligkeit gesehener Flächen und Punkte. Gesetz, nach welchem sich dieselbe mit der Entfernung der Objecte ändert 603
232. Das Augenleuchten und der Augenspiegel 606
233. Beziehungen zwischen den Empfindungen des Auges und der Aussenwelt 607
234. Das perspectivische Bild gesehen mit einem Auge 611
235. Sehen mit beiden Augen 616
236. Theorie des Stereoskops 619
237. Die Stereoskope von Wheatstone, Brewster, H. v. Helmholtz u. A. 623
238. Telestereoskop von H. v. Helmholtz, Relieffernrohr von Zeiss . 634
239. Irradiation 636
240. Dauer des Lichteindruckes 639
241. Subjective Farben 643
242. Contrastfarben 645
243. Die Farbentöne und Grenzen des Spectrums 647
244. Die Helligkeit der Spectralfarben 649
245. Mischungen von Spectralfarben 650
246. Farbenblindheit 651
247. Farbentheorie von Young-Helmholtz 653
248. Die Farbentheorie von E. Hering 656

Zwölftes Capitel.

Ueber die Strahlenbegrenzung und die von ihr abhängige Lichtwirkung optischer Systeme.

A. Strahlenbegrenzung, Apertur, Vergrösserungskraft.

249. Zwek der Blenden 659
250. Eintritts- und Austrittspupille 659
251. Hauptstrahlen 662
252. Telecentrischer Strahlengang 663

Seite

253. Reciprocität zwischen Object und Eintrittspupille bezw. Bild und Austrittspupille . 664
254. Oeffnungs- und Projectionswinkel, Object- oder Gesichtsfeld- und Bildwinkel . 665
255. Numerische Apertur und deren Beziehung zum Oeffnungswinkel . 668
256. Beziehung zwischen der numerischen Apertur und den Pupillen eines Systems . 670
257. Augenpunkt und Augenkreis (Ocularkreis) 672
258. Vergrösserungskraft . 673

B. Intensität objectiver und Helligkeit subjectiver Bilder, entworfen durch optische Systeme centrirter Kugelflächen.

259. Einleitung. Unmittelbare Lichtstrahlung. Aequivalente Leuchtfläche für eine Lichtquelle in demselben Medium 677
260. Die mittelbare Lichtstrahlung diffus reflectirender, regelrecht spiegelnder und brechender Flächen 679
261. Lichtwirkung durch optische Systeme centrirter Kugelflächen . . . 684
262. Maximale Helligkeit subjectiv beobachteter, maximale Intensität objectiv entworfener Bilder. (Ziel und Zweck optischer Systeme) 688
263. Beziehung zwischen der Helligkeit optischer Bilder, Vergrösserungskraft und der Apertur der optischen Systeme. Normalvergrösserung . 690
264. Intensität und Helligkeit punktförmiger Gebilde 693

C. Abbildungsgesetze für nicht selbstleuchtende Objecte.

265. Abbildungsvorgang bei der Bildentstehung nicht selbstleuchtender Objecte im Vergleich zur Abbildung leuchtender Flammen . . 695
266. Elemente der Beugungstheorie 699
267. Bestimmung des reellen Beugungsspectrums als Bild der Lichtquelle. Primäre Abbildung . 702
268. Berechnung des Interferenzbildes aus dem Beugungsspectrum heraus. Secundäre Abbildung 705
269. Experimentelle Prüfung der Abbe'schen Lehre von der mikroskopischen Bilderzeugung . 712
270. Grenze der Leistungsfähigkeit optischer Systeme in Bezug auf deren Auflösungsvermögen . 715

Dreizehntes Capitel.

Ueber die optischen Instrumente.

271. Einleitung. Zweck und Eintheilung der optischen Apparate . . . 721

A. Die photographischen Systeme.

I. Allgemeine Eigenschaften photographischer Objective.

272. Die verschiedenen Projectionssysteme und die an sie gestellten Anforderungen . 724
273. Ueber die Tiefe eines photographischen Objectivs 726
274. Katadioptrische Nebenbilder. Spiegelflecke 730

Seite

275. Abhängigkeit der Lichtstärke photographischer Bilder von der Brennweite und der Oeffnung der benutzten Objective 731
276. Einfluss der Blendenstellung auf die Lichtvertheilung im Bilde . . 734
277. Focusdifferenz (chemischer Focus) in Folge der Dispersion des Lichtes . 736

II. Die durch eine Oeffnung erzeugten Bilder. Lochcamera.

278. Entstehung des Lochbildes im Sinne der Strahlentheorie 737
279. Beziehung zwischen Grösse der Oeffnung einer Lochcamera, dem Schirmabstande und der Bildschärfe 741
280. Leistung der Lochcamera im Vergleich zum Petzval'schen Porträtobjectiv . 745

III. Die einfache unachromatische Sammellinse als photographisches Objectiv.

281. Zusammenhang zwischen dem Lochbilde und dem Linsenbilde . . 745
282. Leistung des durch die einfache Linse entworfenen Bildes 747
283. Einfluss des Blendenabstandes auf Bildebenung und Verzerrung. Ursache der Verzerrung 750

IV. Die achromatische und sphärisch corrigirte Linse als photographisches Objectiv. Altachromat.

284. Leistung des Achromaten gegenüber der einfachen Sammellinse und der Lochcamera . 755
285. Einfluss der Construction und Form des Achromaten auf seine Correction für schiefe Büschel 757
286. Beseitigung der Bildwölbung beim Achromaten durch geeignete Wahl der Glassorten. Neuachromat 760
287. Die Linsendistanz als Mittel zur künstlichen Streckung des Bildes 763

V. Unsymmetrische zweigliedrige Objective.

288. Das Petzval'sche Porträtobjectiv von v. Voigtländer 764
289. Antiplanet von A. Steinheil 766
290. Zeiss-Anastigmat von P. Rudolph 767
291. Aus drei und vier Linsen verkittete Einzelobjective mit anastigmatischer Bildebenung . 769

VI. Doppelobjective mit zwei identischen, zur Blendenmitte symmetrischen Gliedern. Aplanate etc.

292. Allgemeine Eigenschaften symmetrischer Doppelobjective 771
293. Die verschiedenen, nur mit sehr enger Oeffnung arbeitenden Weitwinkel-Doppelobjective 776
294. Aplanat von A. Steinheil 779
295. Der Anastigmat nach Miethe und H. Schröder's Concentric lens 781
296. Anastigmataplanate (Doppelanastigmat von C. P. Goerz, Collinear von Voigtländer u. Sohn, Orthostigmat Typus II von C. A. Steinheil Söhne) 782
297. Satzanastigmate von Carl Zeiss, Ser. VIa und VIIa 784
298. Das Teleobjectiv . 785

B. Die Projectionsapparate.

Seite

299. Einleitung 787
300. Camera obscura 788
301. Die photographische Camera 789
302. Laterna magica 790
303. Das Projectionsmikroskop. Mikrophotographie 798
304. Der Condensor von E. Abbe 799
305. Projection undurchsichtiger Objecte, Megaskop 800

C. Das einfache Mikroskop oder die Lupe.

306. Zweck und Wirkungsweise der Lupe 801
307. Vergrösserung der Lupe 802
308. Gesichtsfeld der Lupe und Helligkeit des Lupenbildes 804
309. Gebräuchliche Construction der Lupe 806
310. Lupenstativ 808

D. Apparate mit Ocular.

311. Zurückführung der zusammengesetzten Apparate auf die Wirkung zweier getrennter einfacher Linsen 810

I. Das zusammengesetzte Mikroskop.

312. Zweck und Wirkungsweise des Mikroskops 810
313. Grund der Trennung in Objectiv und Ocular. Ocularfunction und Vergrösserungswirkung 812
314. Die durch die Trennung in Objectiv und Ocular bewirkte Arbeitstheilung in dioptrischer Beziehung 815
315. Strahlengang. Lage der maassgebenden Pupillen. Gesichtsfeld. Helligkeit des Mikroskopbildes 817
316. Verlauf der Hauptstrahlen beim zusammengesetzten Mikroskop mit negativem Ocular (Chevalier-Brücke'sche Lupe) 821
317. Ueber den Einfluss der Aberrationsreste des Objectivs auf das durch das Ocular gesehene vergrösserte Bild. Förderliche und leere Vergrösserung 823
318. Die historische Entwickelung des Mikroskopobjectivs. Trockensysteme und Immersionssysteme 829
319. Aeussere Einrichtung des Mikroskops 835
320. Binoculare Mikroskope 838
321. Zeichenapparat (Camera lucida) 839
322. Messung der Vergrösserung des Mikroskops 842
323. Grösse des Oeffnungswinkels und der Apertur 842
324. Prüfung der Leistungen eines Mikroskops 844

II. Das Fernrohr.

325. Historisches 845
326. Zweck und Wirkungsweise des Fernrohres 846
327. Strahlengang und Strahlenbegrenzung im astronomischen Fernrohre 848
328. Einfluss der Correction von Objectiv und Ocular auf das Fernrohrbild 849

Seite
329. Strahlengang und Strahlenbegrenzung im Galilei'schen Fernrohre 850
330. Fernrohre mit continuirlich variabler Vergrösserung 855
331. Prismendoppelfernrohre von C. Zeiss 855
332. Spiegelteleskope . 859
333. Die Oculare . 863
334. Aeussere Einrichtung des Fernrohres. Oculardeckel 866
335. Fadenkreuz und Fadenbeleuchtung 869
336. Ocularmikrometer . 870
337. Experimentelle Bestimmung der Vergrösserung und des Sehfeldes beim Fernrohre . 871
338. Prüfung der Leistung eines Fernrohres 873
339. Apparat zur Bestimmung der Brennweiten (Focometer) nach E. Abbe . 875
340. Untersuchung der Gläser auf Schlieren nach Töpler. Schlierenapparat von Abbe . 878
341. Untersuchung der Gläser und Linsen auf Spannung 881

Vierzehntes Capitel.

Interferenz des Lichtes.

342. Geschichtliches . 883
343. Fresnel's Spiegelversuch 885
344. Modification des Fresnel'schen Spiegelversuches 894
345. Interferenzerscheinungen an dünnen Blättchen, Newton's Farbenglas 896
346. Farben dünner Blättchen . 904
347. Interferenzerscheinungen an dicken Platten. Fizeau's Curven gleicher Dicke . 910
348. Grenze der Sichtbarkeit der Fizeau'schen Streifen 914
349. Interferenzringe an Planparallelplatten 916
350. Lummer's Methode der Prüfung planparalleler Platten mittelst der Curven gleicher Neigung. Interferenzapparat von E. Abbe 920
351. Das Fizeau-Abbe'sche Dilatometer 924
352. Brewster's Interferenz an mehreren Platten 927
353. Lummer's Interferenzcurven hohen Gangunterschiedes an zwei Platten . 930
354. Der Interferentialrefractor von Jamin 932
355. Achromatisirung der Interferenzstreifen durch ein Prisma 934
356. Verwerthung von Interferenzen bei hohem Gangunterschiede zur Bestimmung der Wellenlänge. A. A. Michelson's Auswerthung des Meters in Wellenlängen 935
357. Interferenz verschiedenfarbigen Lichtes 940

Fünfzehntes Capitel.

Beugung des Lichtes.

358. Geschichtliches . 941
359. Einfachste Beugungsphänomene 943
360. Erklärung der an einem rechteckigen Spalt auftretenden Beugungserscheinung . 946

Seite
361. Bestimmung der Wellenlänge mittelst der Beugungserscheinung an einer Oeffnung . 951
362. Breite und Intensitätsverhältnisse des Beugungsbildes 954
363. Beugungserscheinungen, welche man durch mehrere neben einander liegende Oeffnungen beobachtet. Gitterspectra 956
364. Eigenschaften der Gitterspectren 962
365. Herstellung der Gitter . 965
366. Messung der Wellenlänge mittelst des Beugungsgitters 966

Sechszehntes Capitel.

Geradlinige Polarisation des Lichtes.

367. Polarisation durch Reflexion 971
368. Polarisationsapparat von Nörrenberg 974
369. Apparat zur objectiven Darstellung der Polarisation durch Reflexion 978
370. Der Polarisationswinkel; Brewster's Gesetz 981
371. Polarisation durch gewöhnliche Brechung 983
372. Polarisation durch Turmalinplatten 987
373. Erklärung der Polarisation durch die Vibrationstheorie; Lage der Schwingungsebene des polarisirten Lichtes 989
374. Turmalinplatte zwischen Polarisator und Analysator 993

Siebenzehntes Capitel.

Von der doppelten Brechung.

375. Krystallform des Kalkspaths 995
376. Erscheinungen an einem Kalkspathrhomboëder 996
377. Brechungsquotienten des ordentlichen und des ausserordentlichen Strahles im Kalkspath 999
378. Das achromatisirte Kalkspathprisma 1001
379. Polarisation durch Doppelbrechung. Haidinger's Lupe 1003
380. Objective Darstellung der Erscheinungen am Kalkspath 1005
381. Berechnung der Helligkeiten der durch die Doppelbrechung erhaltenen Bilder . 1009
382. Erscheinungen beim Durchgang des Liches durch zwei hinter einander gesetzte Kalkspathkrystalle 1010
383. Die Prismen von Senarmont, Rochon und Wollaston 1013
384. Das Nicol'sche Prisma . 1016
385. Ein- und zweiaxige, positive und negative Krystalle 1018
386. Erklärung der doppelten Brechung durch die Vibrationstheorie; Elasticitätsoberflächen 1020
387. Construction der Wellenoberflächen einaxiger Krystalle 1022
388. Ableitung der Erscheinungen in einaxigen negativen Krystallen aus der Wellenoberfläche mittelst der Huyghens'schen Construction . 1024
389. Zweiaxige Krystalle . 1034
390. Gesetze der doppelten Brechung in zweiaxigen Krystallen 1035
391. Beziehungen zwischen der Krystallform und der Lage der optischen Axen . 1040

Seite
392. Conische Refraction . 1042
393. Doppelte Brechung des gepressten Glases 1045
394. Interferenz polarisirter Lichtstrahlen 1048

Achtzehntes Capitel.

Chromatische Polarisation oder die Farben doppeltbrechender Krystallplatten im polarisirten Lichte.

395. Uebersicht der Erscheinungen 1049
396. Erklärung der Erscheinungen an Gypsblättchen im Polarisationsapparate . 1053
397. Duboscq's Apparat zur Projection der Erscheinungen der chromatischen Polarisation; Mach's rotirender Polarisationsapparat . 1063
398. Prismatische Zerlegung der Polarisationsfarben 1068
399. Interferenzerscheinungen im Spectrum; Müller'sche und Talbot'sche Streifen . 1072
400. Anwendung der Talbot'schen Streifen 1075
401. Farbige Ringe in einaxigen Krystallen 1078
402. Erklärung der farbigen Ringe in einaxigen Krystallen 1085
403. Bearbeitung der Krystallplatten 1089
404. Abnorme Erscheinungen der Farbenringe einaxiger Krystalle . . 1091
405. Farbenringe in zweiaxigen Krystallen 1092
406. Messung der Axenwinkel . 1095
407. Ungleiche Lage der optischen Axen für verschiedenfarbige Strahlen 1099
408. Hyperbolische Curven in Krystallplatten, die parallel mit der Axe geschliffen sind . 1104
409. Absorption des Lichtes in farbigen doppeltbrechenden Krystallen . 1106
410. Erscheinungen in geglühten und in gepressten Gläsern 1110
411. Das Polarisationsmikroskop 1112
412. Haidinger's Büschel . 1114
413. Landolt'sche Streifen im Gesichtsfelde gekreuzter Nicol'scher Prismen; darauf gegründetes Polarimeter von Lippich . . . 1115

Neunzehntes Capitel.

Elliptisch und circular polarisirtes Licht.

414. Farbenerscheinungen in senkrecht zur Axe geschnittenen Quarzplatten . 1119
415. Erklärung der Farbenerscheinungen im Quarz durch ungleiche Drehung der Polarisationsebene der einzelnen Farben 1120
416. Gesetz der Dispersion durch Drehung der Polarisationsebene . . . 1127
417. Geradlinig, elliptisch und kreisförmig polarisirtes Licht; Entstehungsweise dieser Lichtarten 1131
418. Hülfsmittel zur Demonstration der Wellenbewegung des polarisirten Lichtes . 1139
419. Merkmale der verschiedenen Polarisationsarten des Lichtes, Methoden zur Untersuchung derselben 1143
420. Elliptische und circulare Polarisation durch totale Reflexion und durch Metallreflexion . 1147

Seite

421. Das natürliche oder unpolarisirte, das theilweise polarisirte und das künstlich depolarisirte Licht 1152
422. Erklärung der Drehung der Polarisationsebene im Quarz 1158
423. Doppelte Brechung des Quarzes in der Richtung seiner Axe, Versuche von A. Cotton . 1161
424. Nachahmung der Farbenerscheinungen in Quarzplatten 1163
425. Farbenringe senkrecht zur Axe geschnittener Quarzplatten 1165
426. Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten. Apparate zur Messung derselben . 1166
427. Saccharimeter, Halbschattenpolarimeter von Laurent, Cornu, Jellet und Lippich . 1173
428. Dreitheiliger Halbschattenpolarisator von F. Lippich 1182
429. Contrastpolarimeter von O. Lummer 1185
430. Neues Halbschattenprincip von O. Lummer 1186
431. Bestimmung des Zuckergehaltes einer Lösung 1187
432. Circularpolarisation der Weinsäure und der Traubensäure 1188
433. Das specifische Drehungsvermögen 1190

DIE LEHRE VOM LICHT.

(OPTIK.)

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Erstes Capitel.

Ueber das Wesen, die Fortpflanzung und die Stärke des Lichtes.

Wesen des Lichtes. Wohl wie bei keinem anderen der fünf 1
menschlichen Sinne musste sich beim Gesichtssinn schon früh dem Menschen die innige Wechselbeziehung bemerkbar machen, welche zwischen der Aussenwelt und seinen Wahrnehmungen besteht. Man schliesse das Auge und verschwunden ist für uns die Farbenpracht der Natur, der Formenreichthum, Licht und Schatten. Alles ist in ein ödes, undurchdringliches Dunkel gehüllt; wir selbst aber entbehren der sicheren Führung unseres überall hin schweifenden Blickes und sind hülflos unserem Tastgefühl überlassen. Nur wo unser Auge blickt, ist Licht wahrzunehmen.

Dass aber unser Auge nicht selbst das zum Sehen nöthige Licht liefert, sondern nur das Organ ist, auf welches das letztere einwirkt, beweist der Umstand, dass wir im Dunklen nichts sehen können.

Es ist also falsch, wenn die Alten [1]) glaubten, es strahle das Licht vom menschlichen Auge aus und mache, zurückkehrend von den Gegenständen, dieselben sichtbar. Vielmehr muss von den letzteren ein „Etwas" ausgehen, welches unser Auge zu erregen im Stande ist.

Das Wort „Licht" hat also eine doppelte Bedeutung. Im subjectiven (physiologischen) Sinne ist es der Inbegriff der durch das Auge ermittelten Wahrnehmungen, im objectiven (physikalischen) Sinne ist es jenes „Etwas", welches von der Aussenwelt kommend, unser Auge erregt.

Newton (1692) und nach ihm viele andere Physiker nahmen an, es entströme den leuchtenden Körpern ein äusserst feiner Stoff, welcher im Auge die Lichtempfindung bewirke. Man nennt diese Lehre die

[1]) Näheres über die Geschichte der Lehre vom Licht in: J. Priestley, „Geschichte und gegenwärtiger Zustand der Optik", übersetzt von S. Klügel. Leipzig 1775. E. Wilde, „Die Optik bei den Griechen", Programm des Grauen Klosters. Berlin 1832. F. Rosenberger, Geschichte der Physik, 1882. J. C. Poggendorff, Geschichte der Physik. Leipzig 1879.

Emanationstheorie oder Corpusculartheorie. Ihr stand seit Huyghens die Wellentheorie gegenüber, welche seit den Arbeiten von Thomas Young und vor Allem seit Fresnel als vorläufig allgemein gültig angesehen wird. Nach ihr ist das von den Körpern ausgehende „Etwas" nichts Körperliches oder materiell Greifbares, sondern eine wellenartige Bewegung des hypothetischen „Lichtäthers", mit welchem das ganze Weltall erfüllt gedacht werden muss. Der Lichtäther ist als ein unendlich feines, unwägbares, äusserst elastisches Medium anzusehen, welches alle Substanzen durchdringt. So gleicht der unendliche Weltenraum einem Aethermeere, in dem sich alle Vorgänge der Natur abspielen. Reibungslos gleiten die Planeten mit ungeheurer Geschwindigkeit durch den Lichtäther dahin.

Wie aber ein in das Wasser getauchter, schwingender Körper (Stimmgabel) die vorher ruhige Oberfläche in ein wellenförmiges Erzittern versetzt, so vermag ein leuchtender Körper das Aethermeer in seiner Umgebung zu erregen. Die von der Erregungsstelle ausgehenden Wellen gelangen in das Auge und reizen den Sehnerven der Netzhaut, wodurch im Gehirn die Lichtempfindung hervorgerufen wird. Mittelst dieser Annahme sind wir im Stande, die meisten Erscheinungen der Optik zwanglos zu erklären. Neuerdings gewinnt die „elektro-magnetische" Lichttheorie[1]) an Bedeutung. Ihr Begründer ist Clark Maxwell, welcher rein mathematisch die innige Wechselbeziehung zwischen Elektricität und Licht nachwies. In den letzten Jahren gab H. Hertz die experimentellen Beweise, dass die Elektricität ähnlich dem Lichte sich in Wellenform fortbewegt, reflectirt und gebrochen wird und dass ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit etwa gleich der des Lichtes ist. Wir kommen am Ende dieses Bandes auf die elektro-magnetische Lichttheorie zurück.

Der Vorgang beim Licht ist nach der Aethertheorie ähnlich demjenigen beim Schall; ebenso ist der physiologische Vorgang des Sehens dem des Hörens bis zu einem gewissen Grade analog.

Ist der Schall eine wellenförmige Bewegung der einzelnen Molecüle der Körper, so das Licht eine Vibration des Lichtäthers. Hängt die Höhe des Tones von der Anzahl der Schwingungen ab, so erzeugt beim Licht eine verschieden schnelle Oscillation eine verschiedene Farbenempfindung. Die Farbe wie die Tonhöhe sind also rein subjectiv; sie kommen erst im Gehirn zu Stande. Objectiv sind es die Schwingungen der genannten Medien (Aether und Luft), nur von verschiedener Schwingungsdauer.

2 **Lichtquellen.** Körper, welche selbst die Quelle des von ihnen kommenden Lichtes sind, nennt man „Selbstleuchter", alle übrigen

[1]) H. Poincaré, „Elektricität und Optik", übersetzt von Jäger und Gumlich, 1891, I. Bd. Die Theorien von Maxwell und die elektro-magnetische Lichttheorie. G. Tumlirz, „Elektro-magnetische Lichttheorie", Leipzig 1883.

„Nichtselbstleuchter“. Zu den selbstleuchtenden Körpern gehören vor Allem die Sonne und die Fixsterne; unter den irdischen Substanzen erstens diejenigen, welche in Folge hoher Temperatur glühend geworden sind (heisse oder geschmolzene Metalle, glühender Kohlenstoff im Leuchtgas, in der Petroleumflamme und in elektrischen Lampen), zweitens die leuchtenden Organismen (am faulenden Holze, Leuchtkäfer, die das Meerleuchten hervorrufenden Infusorien, gewisse Quallen etc.), deren Leuchtvermögen noch wenig aufgeklärt ist.

Die nichtselbstleuchtenden Körper werden erst leuchtend vermittelst Bestrahlung durch die Selbstleuchter (Papier, Gyps, Wolken leuchten stark, Russ fast gar nicht, wenn Licht auf dieselben auffällt).

In Bezug auf ihre Eigenschaft, Licht durchzulassen, theilt man die nichtselbstleuchtenden Substanzen ein in durchsichtige, undurchsichtige und durchscheinende.

Die durchsichtigen Körper (Glas, Wasser) lassen das Licht durch ihre Masse hindurchdringen, so dass man durch sie die Gestalt anderer Objecte erkennen kann. Absolute Durchsichtigkeit existirt nicht. In dicken Schichten erscheinen selbst die durchsichtigsten Substanzen etwas gefärbt, ein Zeichen, dass ein Theil des auffallenden weissen Lichtes verschluckt oder absorbirt worden ist.

Die undurchsichtigen Körper absorbiren das auffallende Licht schon in den dünnsten Schichten. Dahin gehören die Metalle und die meisten Mineralien. Freilich lässt auch Goldblatt von der Dicke eines $^1/_{20000}$ mm bläulichgrünes Licht in geringer Menge hindurch, und könnte man die Schichten nur dünn genug machen, so würde die Undurchsichtigkeit ganz beseitigt werden.

Die durchscheinenden Körper lassen Licht durch, ohne dass man aber durch dieselben die Gestalt der in einigem Abstande dahinter befindlichen Objecte erkennt (Lampenglocken aus Milchglas, Seidenpapier).

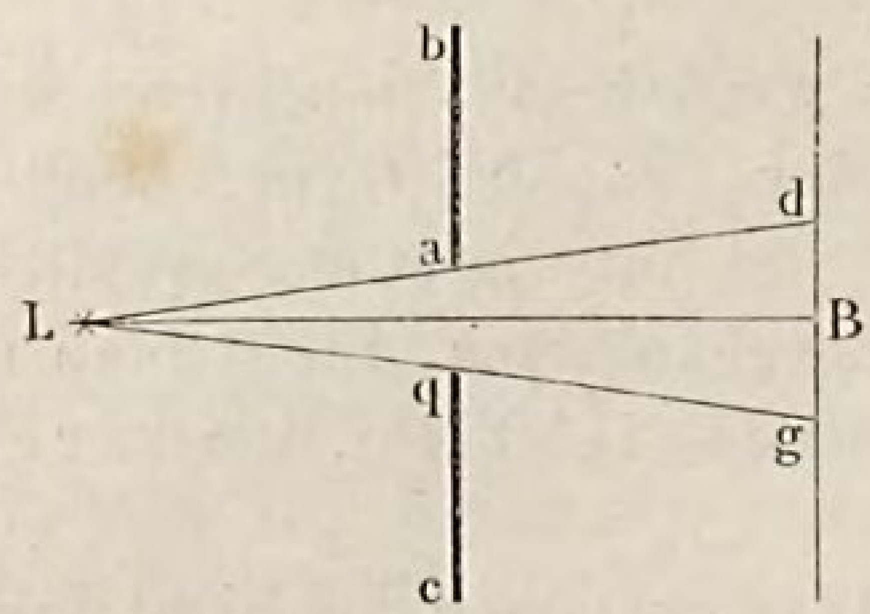
In der Optik heisst ein Raum, durch welchen Licht überhaupt passiren kann, ein „Medium“ oder „Mittel“. Dabei ist es gleichgültig, ob der Raum mit Materie erfüllt ist, oder nicht.

Unter einem Lichtpunkt werde eine **unendlich kleine** leuchtende **Fläche** verstanden. Wirkliche Lichtpunkte giebt es nicht. Als physikalischen Lichtpunkt kann man eine enge, kreisrunde Blende vor heller Gasflamme oder besser das an einer Thermometerkugel gespiegelte Sonnenbildchen betrachten.

Geradlinige Ausbreitung des Lichtes. Die einfachsten Erfahrungen lehren, dass das Licht eines leuchtenden Punktes sich in einem durchsichtigen homogenen Medium, wie es z. B. Wasser oder Luft sind, nach allen Richtungen ausbreitet und zwar in geraden Linien. Ist L (Fig. 1 a.f.S.) ein Lichtpunkt, z.B. eine unendlich kleine, leuchtende Flamme, so wird man denselben von jeder Stelle (B) des umliegenden Raumes 3

sehen, wenn auf der geraden Linie LB kein undurchsichtiger Körper liegt. Die gerade Verbindungslinie, die man von L nach irgend einem beleuchteten Punkte, z. B. B, gezogen denkt, nennt man einen „Lichtstrahl" und man sagt: „Das Licht pflanzt sich geradlinig fort." Der Lichtstrahl ist als eine rein geometrische Definition aufzufassen. Physikalisch existirt, wie wir sogleich sehen werden, ein Lichtstrahl überhaupt nicht. Nach der Aethertheorie kann man sich darunter die Reihe schwingender Aethertheilchen vorstellen, welche auf der geraden Verbindungslinie zwischen Lichtpunkt und beleuchtetem Punkt liegen, nach der Corpusculartheorie von Newton dagegen die geradlinige Bahn, welche das geschleuderte Lichtpartikelchen zurücklegt. Eine Anzahl der von L ausgehenden Lichtstrahlen nennt man ein Strahlenbüschel oder Strahlenbündel. Man erhält ein solches, indem man vor den Lichtpunkt eine Blende (bc) bringt, welche nur die auf ihre Oeffnung (aq) auffallenden Strahlen hindurchlässt. Es erscheine aq von L aus unter dem Winkel α. Da von ihm die Menge der durch die Blende gehenden Strahlen abhängt, so nennt man denselben den Oeffnungswinkel des Strahlenbündels; L heisst sein Focus oder Strahlencentrum. Ein bei B parallel zur Blende bc aufgestellter weisser Schirm zeigt dann einen hellen Fleck (dg), der ähnlich ist der Gestalt der Oeffnung aq (Folge der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes).

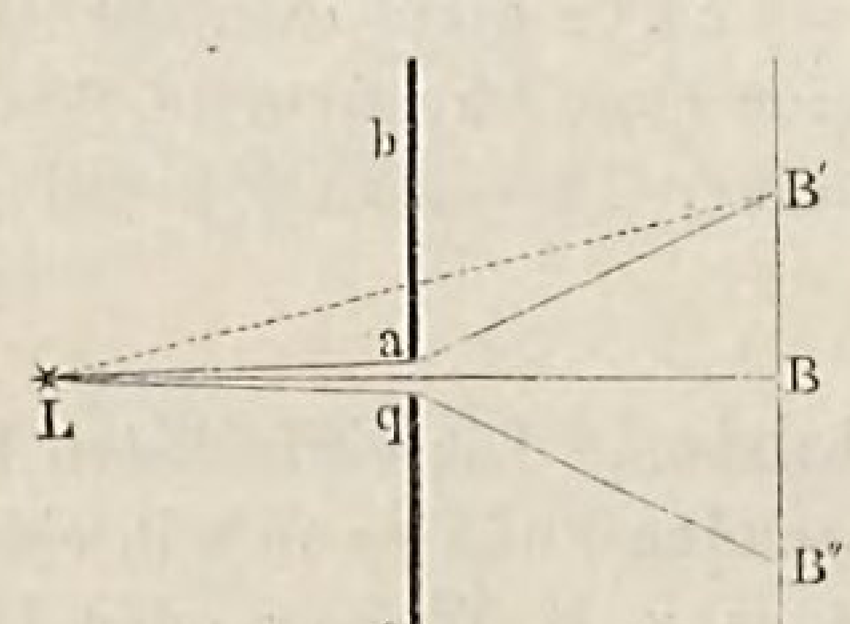
Fig. 1.



Bedeckt man die Hälfte der Oeffnung, so verschwindet die gleich liegende Hälfte des Lichtflecks bei B. Es folgt also aus der Thatsache, dass man einen Theil des Strahlenbündels unterdrücken kann, ohne dass an dem Verlaufe des anderen Theiles etwas geändert wird: „Die einzelnen Theile eines Strahlenbüschels sind von einander unabhängig."

Man sollte also glauben, auch einen einzelnen Lichtstrahl physisch verwirklichen zu können, indem man die Oeffnung der Blende nur klein genug macht. Dies ist nicht der Fall! Von einem gewissen Oeffnungswinkel (α') an wird bei Verkleinerung desselben der Lichtfleck auf dem Schirme bei B nicht kleiner, sondern grösser (z. B. $B'B''$ in Fig. 2); gleichzeitig werden dessen Ränder undeutlich. Schliesslich erscheint bei fortgesetzter Verminderung von α' die Oeffnung aq selbstleuchtend, d. h. es werden alle Punkte des Schirmes erleuchtet, welche von aq aus gesehen werden. Die Erscheinung, dass ein Punkt B' (Fig. 2) von einem im gleichen Medium

Fig. 2.



gelegenen leuchtenden Punkte Licht erhält, trotzdem die gerade Verbindungslinie LB' (punktirt gezeichnet) durch einen undurchsichtigen Körper unterbrochen ist, nennt man „Beugung des Lichtes“. In der That werden die nach B' gelangenden Strahlen an der Oeffnung aq gebeugt oder geknickt. Wir werden auf diese Erscheinung und deren Erklärung später eingehen. Die Beugung erklärt sich aus der Wellentheorie. Hier ist derselben nur deswegen Erwähnung gethan worden, um zu zeigen, dass einem Lichtstrahle keine reale Existenz zukommt und dass das Gesetz von der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes nicht unbedingt gilt. Es gilt nur da, wo wir es mit Strahlenbüscheln zu thun haben, deren Oeffnungswinkel endliche Grösse ($\alpha > \alpha'$) haben. Dann können wir von Lichtstrahlen, von geradliniger Fortpflanzung des Lichtes reden und die Strahlen als geometrische gerade Linien darstellen.

Alle aus dieser Annahme linearer mathematischer Lichtstrahlen hergeleiteten Folgerungen werden in der That überall da durch die Erfahrung bestätigt gefunden, wo die Strahlen Büscheln von endlicher Oeffnung angehören. Man kann so, ohne von der Natur des Lichtes etwas zu wissen, aus wenigen Grundgesetzen eine ganze Classe von Erscheinungen erklären, welche man unter dem Namen der „geometrischen Optik“ zusammenfasst. Die derselben zu Grunde liegenden Fundamentalgesetze sind:

1. Die Ausbreitung des Lichtes in geraden Strahlen;
2. die Unabhängigkeit der Lichtstrahlen von einander;
3. die Gesetze der Richtungsänderung der Lichtstrahlen an der Grenze zweier Mittel (Reflexion und Brechung des Lichtes).

Wir kommen auf das dritte Grundgesetz sogleich zu sprechen.

Im Gegensatz zu der geometrischen Optik fasst man alle anderen Lichterscheinungen, welche nicht aus der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes und den damit zusammenhängenden Gesetzen erklärt werden können, unter dem Namen der „physikalischen Optik“ zusammen[1]. Wenn man aber bisher geglaubt hatte, die Abbildung eines Objectes durch eine Linse oder die Theorie der optischen Apparate (Fernrohr, Mikroskop) genügend erklären zu können mittelst der geometrischen Optik, so war dies eine irrthümliche Annahme. Es lässt sich von diesen Erscheinungen nur dann vollständige Rechenschaft geben, wenn man die Lehren der physikalischen Optik kennt und verwendet.

Wenn wir nichtsdestoweniger die geometrische Optik als solche bestehen lassen, so geschieht es aus didaktischen Gründen. Ist es dem Lernenden doch viel leichter, in die optischen Lehren einzudringen, wenn er mit den Lichtstrahlen nach geometrischen Gesetzen operiren darf, als wenn er sich erst mit der physikalischen Lichttheorie vertraut machen

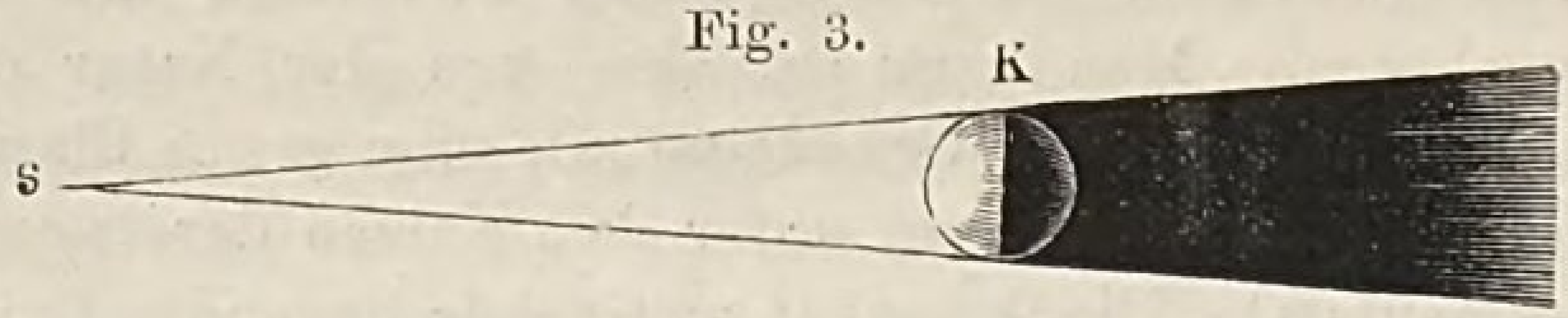
[1]) Früher unterschied man diese beiden Gebiete auch als niedere und höhere Optik.

soll. Stets aber wollen wir dessen eingedenk sein, dass die aus der Lichtstrahlentheorie oder der geometrischen Optik gefolgerten Gesetze nur dann auch auf die sich in der Natur abspielenden Vorgänge angewendet werden dürfen, wenn dieselben Gesetze durch die physikalische Lichttheorie bestätigt sind. Wie schon angedeutet, findet diese Bestätigung näherungsweise überall dann statt, wenn der Oeffnungswinkel der betheiligten Strahlenbüschel hinreichend gross ist.

In den folgenden Capiteln setzen wir also voraus, dass das Licht sich in geraden von einander unabhängigen Lichtstrahlen ausbreitet. Eine Folge der geradlinigen Fortpflanzung ist die Erscheinung des Schattens.

4 **Theorie des Schattens.** Wenn ein undurchsichtiger Körper nur von einem einzigen leuchtenden Punkte aus erleuchtet wird, so ist der Schatten leicht zu bestimmen. Die Gesammtheit aller Linien, welche von dem leuchtenden Punkte ausgehend, den dunklen Körper berühren,

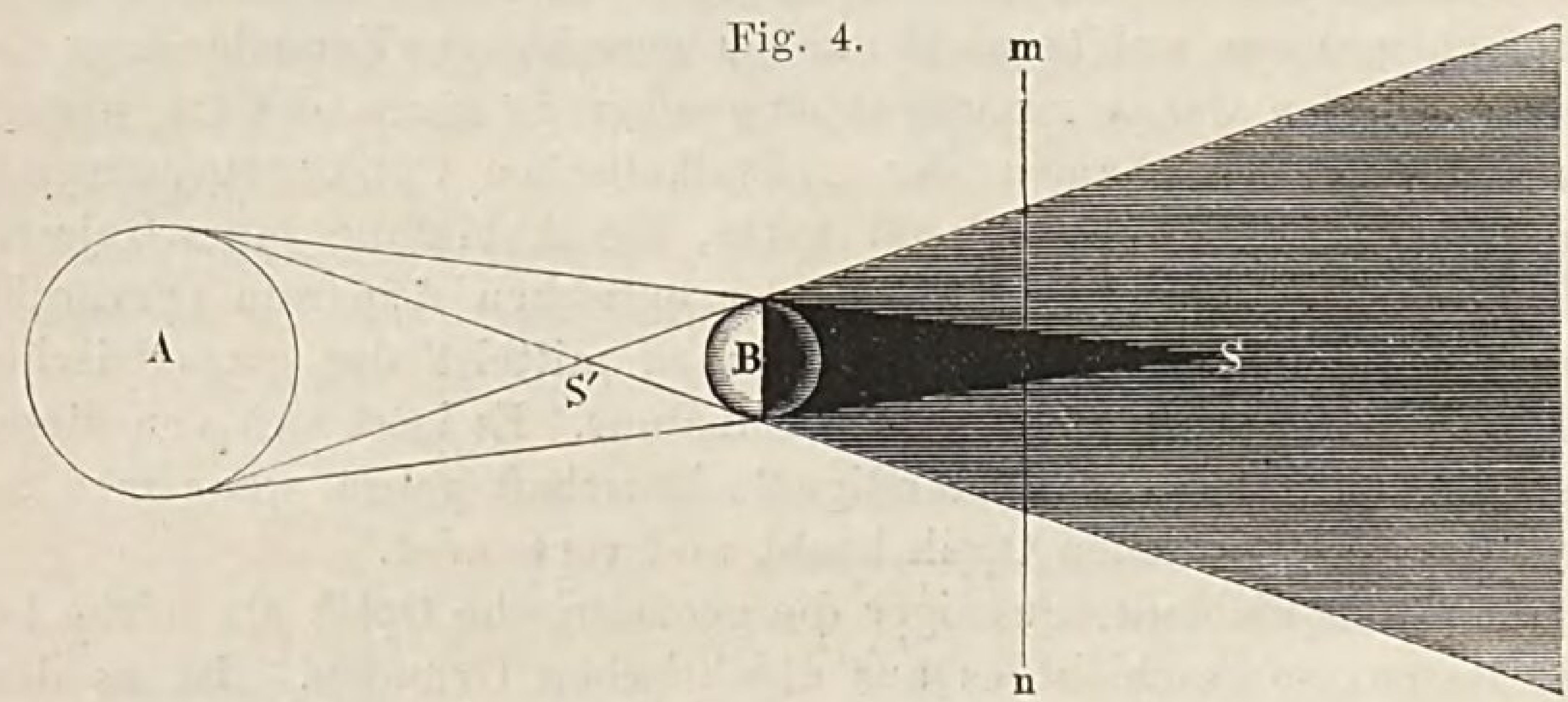
Fig. 3.



bildet eine conische Oberfläche, und derjenige Theil derselben, welcher jenseits des dunklen Körpers liegt, bildet die Grenze des Schattens, Fig. 3.

Wenn der leuchtende Körper eine namhafte Ausdehnung hat, so ist ausser dem Schatten auch noch der Halbschatten zu unterscheiden. Der Schatten, der in diesem Falle auch der Kernschatten genannt

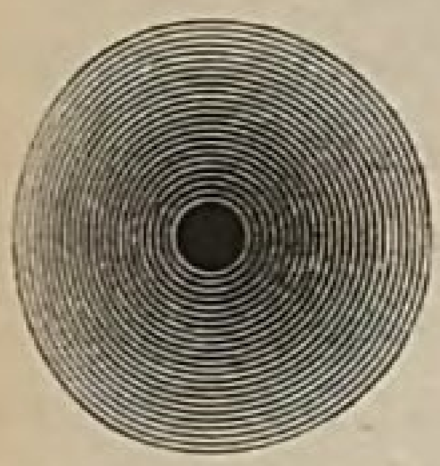
Fig. 4.



wird, ist der Raum, welcher gar kein Licht empfängt; der Halbschatten hingegen ist die Gesammtheit aller der Orte, welche von einigen Punkten des leuchtenden Körpers Licht empfangen, von anderen aber nicht. Es sei z. B. A, Fig. 4, eine grosse leuchtende Kugel, B eine kleinere, undurchsichtige. Wie weit sich der Kernschatten, wie weit sich der Halb-

schatten erstreckt, ist aus der Figur deutlich zu ersehen. Durch einen Schirm in *mn* aufgefangen, würde der Schatten das Ansehen der Fig. 5 haben. Der Durchmesser des Kernschattens nimmt mit der Entfernung vom leuchtenden Körper ab, der Durchmesser des Halbschattens aber nimmt zu. Ganz nahe beim schattengebenden Körper ist deshalb der Kernschatten nur von einem schmalen Halbschatten umgeben; nahe hinter dem Körper, welcher den Schatten wirft, ist er deshalb ziemlich scharf begrenzt; in grösserer Entfernung ist die Breite des Halbschattens bedeutender, der Uebergang vom Kernschatten zum vollen Lichte deshalb allmäliger, der Schatten erscheint nicht mehr scharf, sondern verwaschen. Jenseits des Punktes *S* hört der Kernschatten ganz auf, und der an Breite immer zunehmende Halbschatten wird deshalb auch immer unbestimmter und schwächer.

Fig. 5.



Auf diese Weise erklärt sich, dass der Schatten eines dem Sonnenlichte ausgesetzten Körpers, dicht hinter demselben aufgefangen, scharf begrenzt, in grösserer Entfernung hingegen ganz unbestimmt ist.

Der Kernschatten eines Körpers (z. B. einer Kugel) im Sonnenlichte ist etwa 107 mal so lang als der Körper breit ist. Dieses Resultat folgt aus der Gleichung:

$$\frac{\text{Sonnendistanz}}{\text{Schattenlänge}} = \frac{\text{Sonnendurchmesser}}{\text{Kugeldurchmesser}}.$$

Der Winkel an der Spitze des Kernschattens beträgt $32'\ 3{,}3''$; es ist dies der Sehwinkel, unter dem die Sonne dem Auge erscheint.

Geschwindigkeit des Lichtes. Lange Zeit glaubte man, dass 5
das Licht gar keine Zeit brauche, um sich fortzupflanzen. Mit um so grösserer Bewunderung müssen wir die scharfsinnigen Beobachtungen und Deductionen des dänischen Astronomen Olaf Römer betrachten, welcher zuerst feststellte, wie viel Meilen das Licht in einer Secunde zurücklegt. Zu einer Zeit, da der Mensch ohne experimentelle Hülfsmittel und nur auf die Beobachtung dessen, was die Natur bot, angewiesen war, lenkte sich seine Aufmerksamkeit zuerst auf die Bewegung der Sonne und der Sterne.

So ward die Astronomie die am frühesten entwickelte Disciplin der Naturwissenschaft. Im Zusammenhange damit steigerte sich das Interesse für die Lichterscheinungen, deren Ursache Sonne, Mond und Gestirne bildeten.

Noch im 17. Jahrhundert wurde der Optik durch die Astronomie ein neuer Impuls gegeben. Im Jahre 1675 beobachtete Olaf Römer[1]) zu Paris die Verfinsterungen der Jupitermonde und bestimmte die Umlaufszeit des dem Planeten am nächsten stehenden Mondes.

[1]) Acad. des Sciences, Paris 1675; Hist. de l'Acad. **1**, 213.

Dazu beobachtete er die Zeit, zu welcher der Mond in den Schatten des Jupiter eintauchte oder aus ihm wieder auftauchte. Diese Momente waren scharfe Signale, weil sich Eintritt und Austritt plötzlich abspielen. Er fand, dass der Zwischenraum zwischen zwei auf einander folgenden Signalen, d. h. die Umlaufszeit des Mondes 42 Stunden, 28 Minuten und 36 Secunden betrug. Diese Zeitmessung war so genau, dass der Moment des Austrittes aus dem Schatten nach hundert und mehr Verfinsterungen bestimmt werden konnte. Um diese Berechnungen zu bestätigen, beobachtete Römer fortgesetzt die Zeiten des Verschwindens oder Erscheinens und fand seine Berechnungen falsch. Das Resultat ergab vielmehr folgende unerwartete Thatsache. Römer hatte seine erste Beobachtung angestellt, als die Erde auf ihrer Bahn um die Sonne dem Jupiter am nächsten stand (Opposition). Ungefähr sechs Monate später, als die Erde auf der entgegengesetzten Seite (der Conjunction) ihrer Bahn war, und der Jupitermond zum hundertsten Male erscheinen sollte, blieb sein Hervortauchen aus dem Schatten des Jupiters um 986 Secunden hinter der berechneten Zeit zurück. Nach fortgesetzten Beobachtungen fand Olaf Römer, dass die Umlaufszeit grösser wurde, wenn die Erde sich vom Jupiter entfernte, und wieder abnahm, wenn die Erde sich dem Jupiter näherte. Würden zwei Beobachter gleichzeitig an den beiden Stellen der Erdbahn (Opposition und Conjunction) den Eintritt oder Austritt des Jupitermondes beobachten, so schloss Römer weiter, so müssten alle ihre notirten Zeiten um 986 Secunden differiren; die Umlaufszeit müsste die gleiche für beide Beobachter sein. Es konnte dies nur darin seinen Grund haben, dass das Licht 986 Secunden Zeit braucht, um von der Opposition zur Conjunction zu gelangen, d. h. um den Durchmesser der Erdbahn zu durcheilen. Nach Encke ist dieser Durchmesser gleich 41 393 520 Meilen. Die Geschwindigkeit des Lichtes ist also

$$V = \frac{41\,393\,520}{986} = 41\,965 \text{ Meilen in einer Secunde}$$

oder etwa 315 000 km.

Nach neueren astronomischen Bestimmungen[1]) des Durchmessers der Erdbahn und der Verspätung der Jupitersmonde (Delambre, Glasenapp) ergiebt sich als wahrscheinlicher Werth für die Lichtgeschwindigkeit nach Römer's Methode $V = 297\,100$ km.

Geraume Zeit verging, ehe Römer's Entdeckung und Bestimmung Glauben fand, erst ein halbes Jahrhundert später wurde sie durch den englischen Astronomen Bradley bestätigt.

Methode von Bradley:

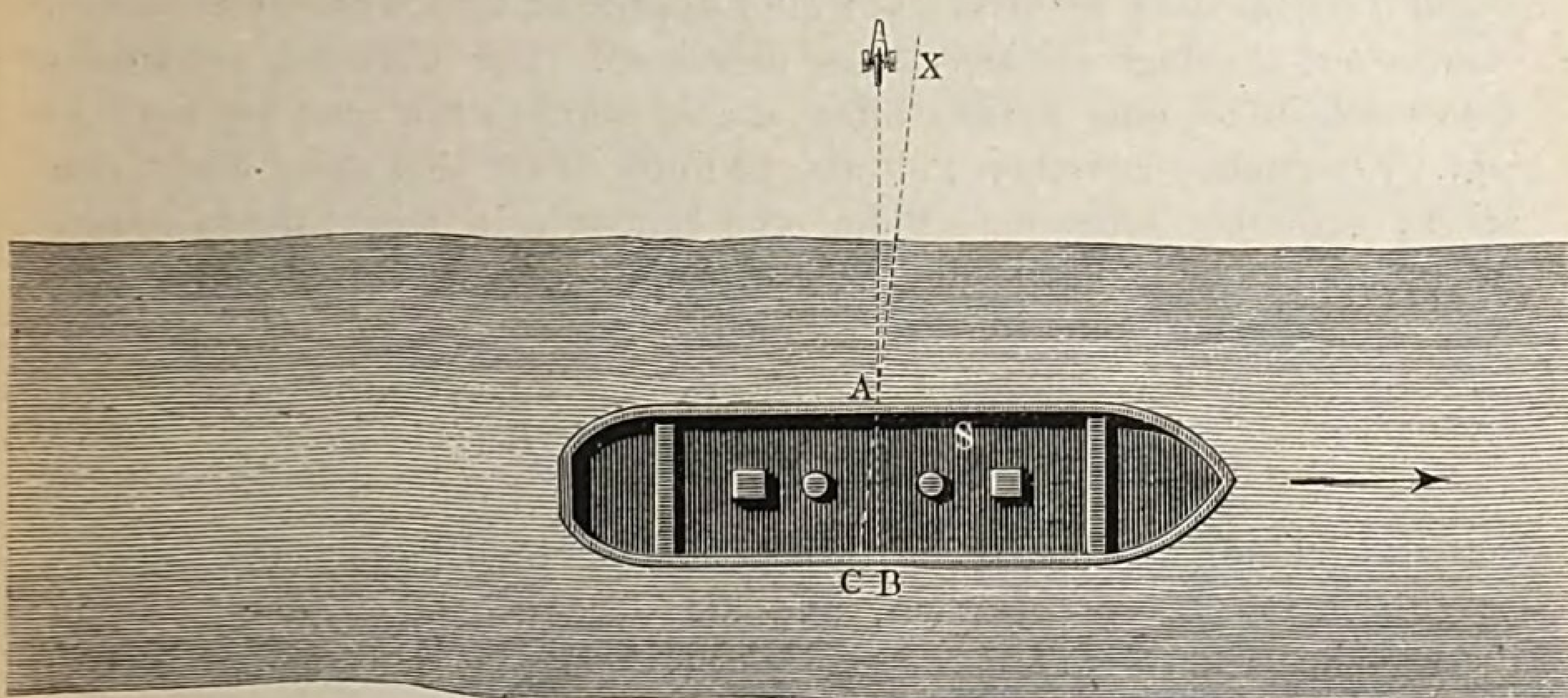
Während Bradley im Jahre 1727 den Winkel (Parallaxe) zu bestimmen suchte, unter welchem die Fixsterne von den verschiedenen Stellen der Erdbahn aus erscheinen, entdeckte er die Aberration des

[1]) F. Auerbach, Handbuch der Physik von Winkelmann, VIII. Lieferung, S. 4.

Lichtes, mittelst deren wiederum die Geschwindigkeit des Lichtes zu berechnen ist.

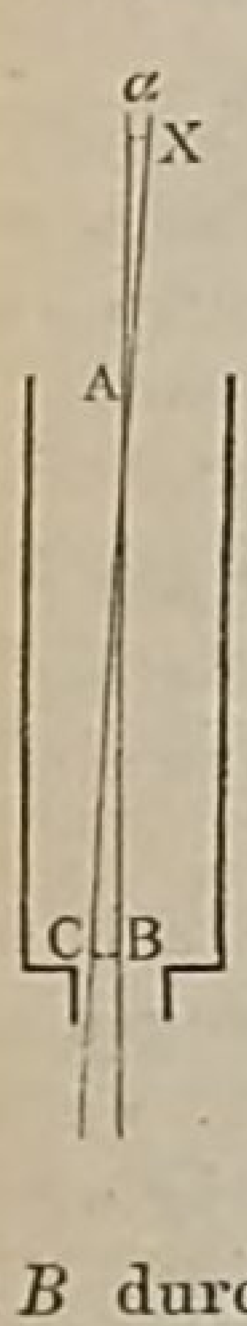
Wir wollen diese Erscheinung durch einen analogen Vorgang anschaulich zu machen versuchen. Das Schiff S (Fig. 6) bewege sich mit grosser Geschwindigkeit auf dem Flusse in der Richtung des Pfeiles. Am Ufer werde aus einer Kanone eine Kugel senkrecht gegen die Schiffsrichtung abgeschossen. Fassen wir den Moment ins Auge, in

Fig. 6.



welchem die Kugel die Schiffswand bei A trifft. Binnen eines kurzen Zeitintervalls dringt die Kugel bis zur anderen Schiffswand durch, und würde, wenn das Schiff ruhig stände, bei B austreten. Während desselben Zeitintervalles rückt aber das Schiff um die Strecke BC vorwärts. Es ist klar, dass die Kugel dann nicht bei B, sondern bei C austreten wird. Ihre Bahn wird durch AC bezeichnet sein. Wenn nun die Schiffsmannschaft durch den Schusscanal schaut, so wird sie, durch die schiefe Lage desselben getäuscht, die Schussrichtung in die Linie AX zurück verlängern und den Standpunkt der Kanone nach der Richtung verschoben annehmen, in welcher das Schiff gefahren ist.

Fig. 7.



Nun denken wir uns statt des Schiffes die Erde in ihrer Bahn und auf derselben irgendwo einen Tubus, Fig. 7, so aufgestellt, dass dessen Axe senkrecht auf der Ebene der Erdbahn steht. Der Tubus ist dann auf den Pol der Ekliptik gerichtet und empfängt das Licht eines dort befindlichen Fixsterns. Während aber dieses Licht die Länge des Tubus AB durcheilt, rückt der letztere parallel mit sich selbst um BC von der Stelle und ein Lichtstrahl, welcher parallel zur Axe eingetreten ist, scheint nun einen Winkel mit derselben zu bilden. Wir sehen den Stern in der Richtung AX, also aus dem Pol der Ekliptik, um einen Winkel α

nach der Richtung verschoben, in welcher sich die Erde bewegt. Da nun die Richtung der Erde in ihrer Bahn nach und nach allen Richtungen parallel wird, die wir am Himmelsgewölbe durch den Pol der Ekliptik ziehen können, und die Grösse der Verschiebung stets gleich bleibt, so sehen wir den Stern jährlich einen Kreis um diesen Pol beschreiben, dessen Radius eben der Verschiebung gleich ist.

Für einen Fixstern, den man in der Ebene der Erdbahn, d. i. in der Ekliptik, beobachtet, liegen die Verhältnisse anders. Zu einer scheinbaren Verschiebung senkrecht auf die Ekliptik ist kein Grund vorhanden, wohl aber zu einer solchen längs derselben. Der Fixstern beschreibt daher scheinbar eine gerade Linie, die er jährlich hin und her zurücklegt. Für Sterne zwischen Pol und Ekliptik lässt sich dann leicht einsehen, dass ihre scheinbare Bahn eine Ellipse sein muss, deren grosse Axe parallel der Ekliptik und von constanter Grösse ist, deren kleine Axe mit dem Abstande von der Ekliptik zunimmt, bis sie am Pol ebenfalls die Grösse der anderen Axe erreicht.

Aus der Fig. 7 folgt direct, dass $tang\,\alpha = \frac{BC}{AB}$ = dem Quotienten der Geschwindigkeit der Erde durch die Geschwindigkeit des Lichtes ist. Da $\alpha = 20{,}445$ Secunden, und die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn 4,12 Meilen per Secunde beträgt, so erhält man die Geschwindigkeit des Lichtes $= \frac{4{,}12}{tang\,20''.445} = 41\,200$ Meilen.

Als Mittelwerth neuerer Messungen ergiebt sich für die Aberrationsconstante α der Werth $20{,}496''$. Mit Benutzung dieses Werthes erhält man

$$V = 298\,200 \text{ km}.$$

In beiden astronomisch bestimmten Werthen von V steckt die Grösse der Sonnenparallaxe, aus welcher sowohl Durchmesser der Erdbahn wie ihre Geschwindigkeit errechnet werden muss. Die Sonnenparallaxe ist aber höchstens auf $^1/_2$ Proc. genau bekannt.

Methode von Fizeau:

Erst viel später (1849) gelang es, die Lichtgeschwindigkeit auf rein physikalischem Wege zu bestimmen. Auch hier sind zwei Methoden vorhanden (diejenige von Fizeau und Foucault). Die Fizeau'sche Methode beruht auf folgendem Princip.

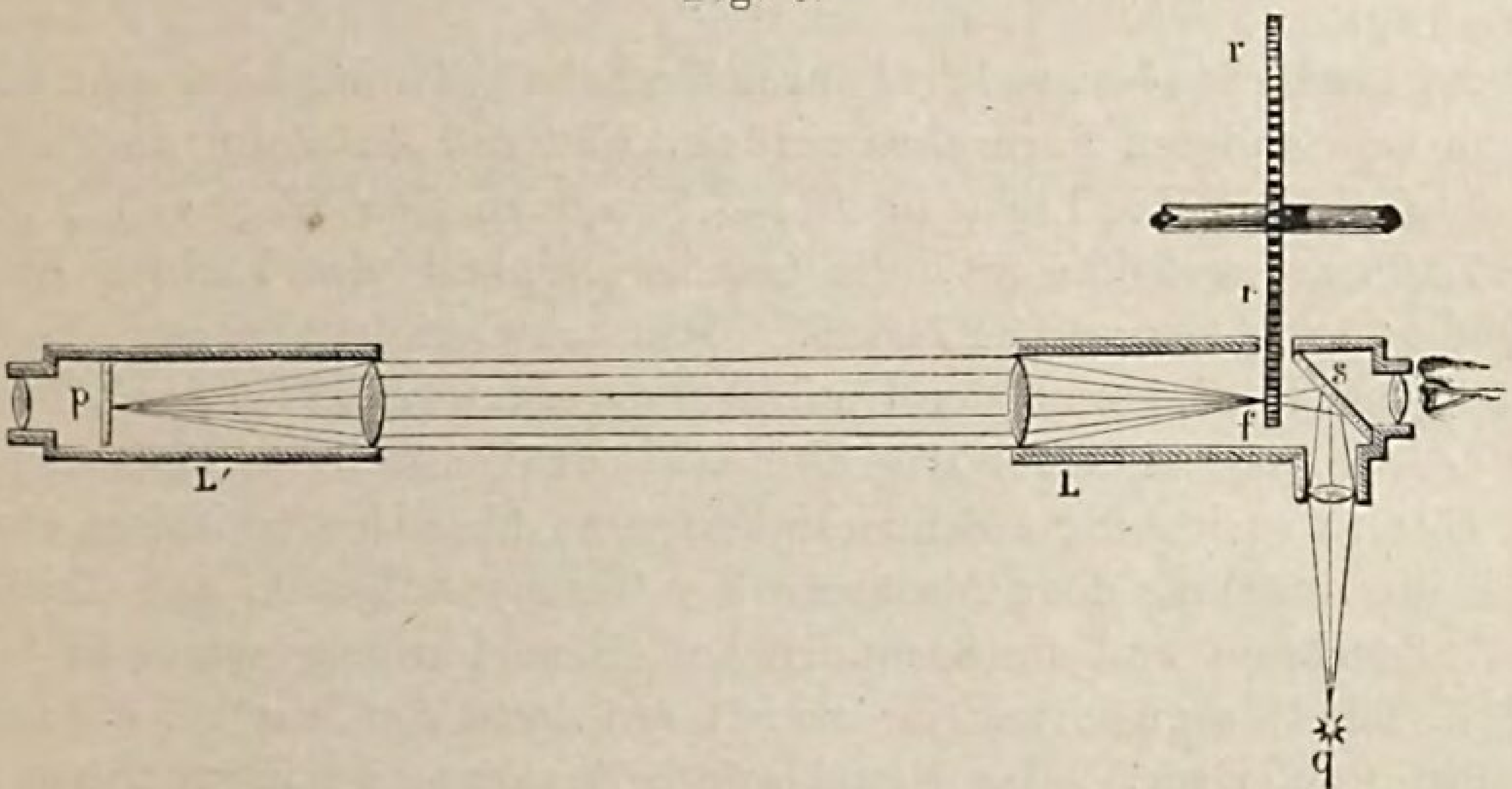
Wenn eine Scheibe, deren Umfang nach Art der gezahnten Räder in eine Anzahl gleicher abwechselnd voller und leerer Abtheilungen getheilt ist, rasch um ihre Axe umgedreht wird, so ist die Zeit, welche verstreicht, während ein solcher Zahn oder ein solcher Zwischenraum vor einem bestimmten Punkte vorübergeht, ausserordentlich gering. Man kann es leicht dahin bringen, dass die Zeit des Vorüberganges eines Zahnes oder einer Lücke nur etwa $^1/_{10000}$ Secunde beträgt, und in so kurzer Zeigt legt auch das Licht den nicht sehr grossen Weg von un-

gefähr vier Meilen zurück. Dringt nun durch einen Zwischenraum am Umfange des rotirenden Rades ein Lichtstrahl hindurch, der von einem entfernten Spiegel in derselben Richtung reflectirt wird, in welcher er kam, so wird er bei seiner Rückkehr zum Rade, an der Stelle, wo er die Lücke passirte, je nach der Rotationsgeschwindigkeit des Rades entweder einen Zahn oder eine andere Lücke finden, er wird also je nach den Umständen entweder durch einen Zahn aufgehalten werden, oder durch eine Lücke hindurchgehen.

Darauf gründet nun Fizeau sein Verfahren. Fig. 8 stellt seinen Apparat, von welchem man im vierten Bande von Arago's populärer Astronomie (deutsch bearbeitet von Hankel) eine perspectivische Ansicht findet, schematisch dar.

L und *L'* sind zwei Fernrohre, welche in einer Entfernung von 8633 m von einander so aufgestellt waren, dass man durch jedes das Objectiv des anderen deutlich sehen konnte. In dem Fernrohre

Fig. 8.



L ist unter einem Winkel von 45° gegen die Axe desselben ein durchsichtiger Spiegel *s* zwischen dem Ocular und dem Brennpunkte *f* des Objectivs angebracht, welcher das seitlich einfallende Licht einer sehr hell leuchtenden Lampe *q* gegen das Objectiv hin reflectirt. In dem seitlichen Rohre ist eine Linse oder ein Linsensystem angebracht, durch welches ein Bild der Lichtquelle *q* im Brennpunkte des Objectivs entworfen wird, so also, dass die von *q* ausgehenden und durch den Spiegel *s* reflectirten Strahlen aus dem Objectiv des Fernrohres *L* als ein Bündel paralleler Strahlen austreten, und folglich im Brennpunkte des Objectivs von *L'* wieder vereinigt werden. Hier aber befindet sich ein Planspiegel *p*, welcher normal auf der Axe des Fernrohres *L'* steht; die Strahlen gehen also auf demselben Wege wieder zum ersten Fernrohre zurück, um im Brennpunkte *f* seines Objectivs abermals vereinigt zu werden, wo das Bild der Lichtquelle *q* nun durch den Spiegel *s* hindurch mittelst des Oculars des Fernrohres *L* betrachtet werden kann.

Auf der anderen Seite des Fernrohres L ist nun eine zweite Oeffnung angebracht, durch welche der Rand des gezahnten Rades $r\,r$ in dasselbe hineinragt. Die Ebene des Rades $r\,r$ geht gerade durch den Brennpunkt des Objectivs.

Der Versuch gelang vollkommen. Je nachdem die Rotationsgeschwindigkeit grösser oder kleiner war, sah man bald einen hellglänzenden Lichtpunkt, oder das Gesichtsfeld blieb vollkommen dunkel. Die erste Verdunkelung trat bei 12,6 Umdrehungen in der Secunde ein. Bei der doppelten Umdrehungsgeschwindigkeit glänzte der Lichtpunkt von Neuem, bei der dreifachen wurde er wieder unsichtbar.

Die Scheibe hatte 720 Zähne und war mit einem durch Gewichte in Bewegung gesetzten Räderwerk in Verbindung gebracht. Ein Zählerwerk erlaubte die Umdrehungsgeschwindigkeit des Rades $r\,r$ genau zu messen.

Die Breite jedes Zahnes oder jeder Lücke betrug $^1/_{1440}$ vom Umfange des Rades, bei 12,6 Umdrehungen in der Secunde dauert es also $\frac{1}{1440 \cdot 12{,}6} = {}^1/_{18144}$ Secunde, während eine Zahnlücke den Brennpunkt f passirt; das Licht aber, welches durch die Zahnlücke hindurchgeht, kommt gerade vom anderen Fernrohre zurück, während ein Zahn im Punkte f ist, folglich hat das Licht in $^1/_{18144}$ Secunden den Weg von $2 \,.\, 8633 = 17\,266$ m zurückgelegt, die Geschwindigkeit des Lichtes ist also $17\,266 \times 18\,144 = 313\,274$ km. Die Schwierigkeit dieser Versuche liegt in der Bestimmung der Umdrehungsgeschwindigkeit des Zahnrades und der Herstellung einer gleichmässigen Umdrehung.

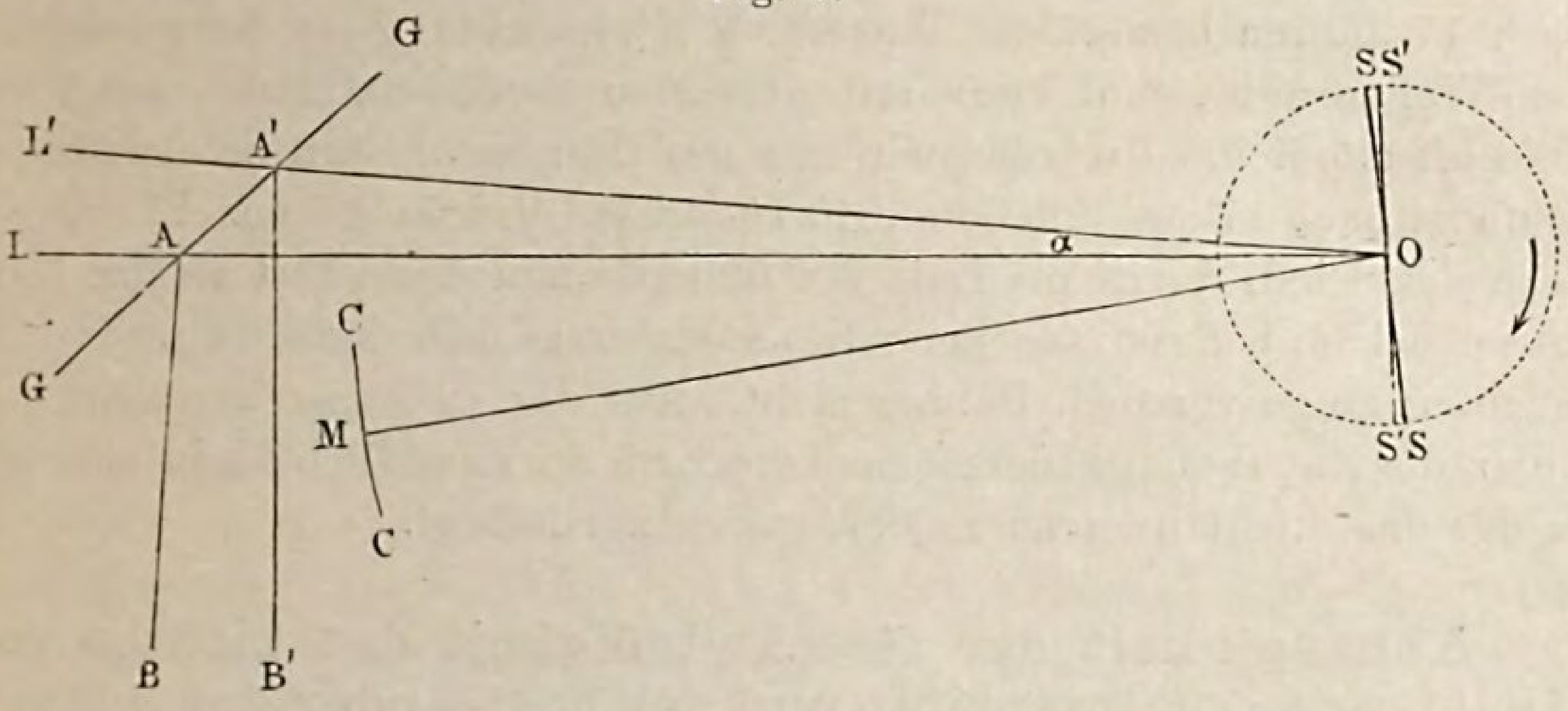
Cornu suchte diese Schwierigkeiten zu überwinden, indem er elektrisch die Zunahme oder Abnahme der Geschwindigkeit, den Zeitpunkt des Aufleuchtens und die Secunden auf einem Chronographen (s. §. 204, S. 719, Bd. I) registrirte. Er erhielt auf diese Art Werthe, die nur um $^1/_{10}$ Proc. differiren. Das Mittel seiner Resultate ist $V = 299\,950$ km. Nach der gleichen Methode mit etwas abgeänderter Versuchsanordnung erhielten Young und Forbes (1881) im Mittel 301 300 km.

Foucault's Methode wurde 1865 nach einem früher von Wheatstone zur Messung der Geschwindigkeit der Elektricität angewendeten Principe und nach einem 1838 von Arago erdachten Plane zur Ausführung gebracht. Diese Methode erfordert die geringste Distanz und ist in mehrfacher Hinsicht für die Optik von hoher Wichtigkeit.

Vom Lichtpunkte L, Fig. 9, geht ein Lichtstrahl durch die unter 45^0 geneigte Glasplatte $G\,G$ nach dem um die Axe O rotirenden Planspiegel $S\,S$, und wird von demselben bei bestimmter Lage nach dem Hohlspiegel $C\,C$ reflectirt. Von dort wird das Licht zurückgeworfen und würde, wenn der Spiegel noch an derselben Stelle stände, an den Ausgangspunkt L zurückkehren, theilweise auch nach B reflectirt werden. Legt jedoch der Spiegel inzwischen den kleinen Winkel $S\,O\,S'$ zurück, so wird der Lichtstrahl um das Doppelte dieses Winkels abgelenkt und nach L', sowie auch theilweise nach B' dirigirt.

Aus dem Abstande BB' und der Distanz $BA + AO$ lässt sich dann der Winkel α und aus der bekannten Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels die Zeit τ berechnen, welche vergeht, während der Spiegel aus

Fig. 9.



der Lage SS in die Lage $S'S'$ gelangt. Dies ist die Zeit, während welcher das Licht den Weg $\sigma = OM + MO$ zurücklegt. Der Quotient $\frac{\tau}{\sigma}$ giebt dann die gesuchte Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Dies ist das einfache Princip des Versuches, dessen Ausführung freilich viel schwieriger und umständlicher ist als die Theorie.

Foucault befestigte den Spiegel an der Axe einer eigenthümlich construirten Syrene, welche 800 Umdrehungen in der Secunde ausführte und deren constante Umdrehungsgeschwindigkeit er nach einer stroboskopischen Methode prüfte. Als schliessliches Resultat seiner Versuche ergab sich die Geschwindigkeit $V = 298\,000$ km.

Den Mangel dieser Methode, die kleine Grösse BB' zu messen, kann man nach Foucault nur dadurch beseitigen, dass man den Spiegel ausserordentlich schnell rotiren lässt.

Michelson (1878) suchte diesem Uebelstande abzuhelfen, indem er durch geeignete Anordnung die Strecke AO verlängerte. Dies war bei Foucault nicht möglich, sollte der drehbare Spiegel klein und die Lichtstärke des reflectirten Bildes genügend gross sein. Michelson erhielt Verschiebungen von 133 mm und bestimmte im Jahre 1885 die Lichtgeschwindigkeit zu $V = 299\,850$ km.

Newcomb veränderte ebenfalls Foucault's Methode und erhielt als Mittel $V = 299\,860$ km. Bei den letzten Versuchen von Michelson und Newcomb ist der Mittelwerth beinahe auf $^1/_{10\,000}$ genau, während derselbe um $^1/_{100}$ grösser als der auf astronomischem Wege gefundene Mittelwerth ist. Man muss daher annehmen, dass der bei beiden astronomischen Methoden verwendete Werth der Entfernung zwischen Sonne und Erde zu klein genommen ist.

Um die unermesslichen Entfernungen im Weltenraume noch zahlenmässig dem Verstande und der Vorstellung zur Anschauung zu bringen,

rechnet man nach „Lichtjahren“. So ist unsere Entfernung vom Sirius so gross, dass das Licht 17 Jahre braucht, um dieselbe zurückzulegen. Wir sehen erst heute, was auf dem Sirius schon vor 17 Jahren passirt ist. Eine heute dort stattfindende Erlöschung würden wir erst nach 17 Jahren bemerken. Wäre eine Fortpflanzung des Schalles durch den Weltenraum, und zwar mit derselben Geschwindigkeit, wie durch die Luft möglich, so würden wir eine auf dem Sirius stattfindende Explosion erst nach 17 mal 900 000, d. h. 15 300 000 Jahren hören. Pflanzt sich doch der Schall durch die Luft 900 000 mal langsamer fort als das Licht. Es ist bekannt, dass man beim Kanonenschuss oder beim Blitz das Aufleuchten lange vor dem Donner sieht. Aus der Differenz berechnet man sogar die Entfernung, indem man die Zeit als unendlich klein annimmt, in der das Licht irdische Entfernungen zurücklegt.

6 **Abhängigkeit der Geschwindigkeit des Lichtes vom Mittel, von der Intensität und der Farbe oder der Schwingungsdauer des Lichtes.** Ohne hier auf die Versuche selbst einzugehen, welche des Verständnisses wegen erst später beschrieben werden können, wollen wir doch die Resultate über die Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von den eben genannten Factoren mittheilen.

Geschwindigkeit des Lichtes in Luft und Wasser. Nach der Emissionslehre von Newton sollte sich das Licht in optisch dichteren Mitteln schneller fortpflanzen als in dünneren. Erklärte doch die Körpertheorie die Brechung durch eine Anziehung, welche die Atome der brechenden Substanz auf die Lichttheilchen ausüben.

Nach der Wellentheorie von Huyghens muss das Gegentheil stattfinden; ist der Brechungsexponent (siehe Cap. II und IV d. Bandes) des Wassers gegen Luft 1,33 oder $^4/_3$, so muss das Licht im Wasser den Weg 3 zurücklegen, wenn es in Luft den Weg 4 durchläuft.

Um diese Streitfrage zu entscheiden, hatte Arago (1838) die von Foucault (1865) zur Messung der Lichtgeschwindigkeit benutzte Methode vorgeschlagen. In folgender Anordnung eignet sie sich vorzüglich gerade zur Entscheidung obiger Streitfrage, und Foucault verwerthete sie daher zu diesem Zwecke [1]).

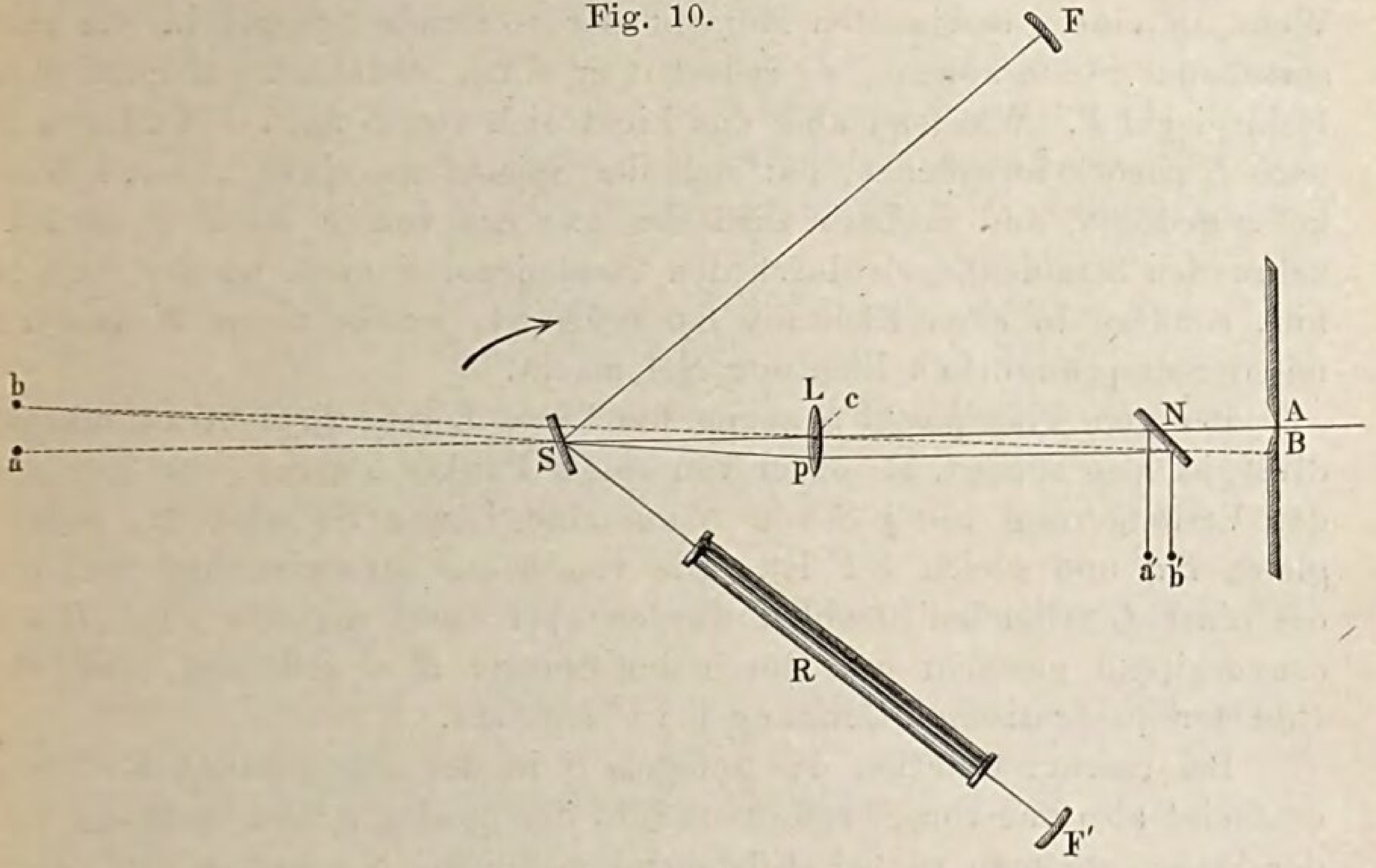
Ein Bündel Sonnenstrahlen, welches von dem Spiegel eines Heliostaten reflectirt worden ist, dringt durch eine kleine quadratische Oeffnung bei A, Fig. 10, in ein dunkles Zimmer ein und wird von einer Linse L aufgefangen, welche bei a ein Bild der quadratischen Oeffnung entwerfen würde, wenn die von der Linse austretenden Strahlen nicht unterwegs aufgefangen würden.

Nun aber befindet sich in einiger Entfernung von der Linse L ein verticaler Planspiegel S (die Ebene unserer Figur ist also eine Horizontalebene), welcher den nach a convergirenden Strahlenkegel so reflectirt,

[1]) Ann. de chim. et de phys. **41**, [3], 129.

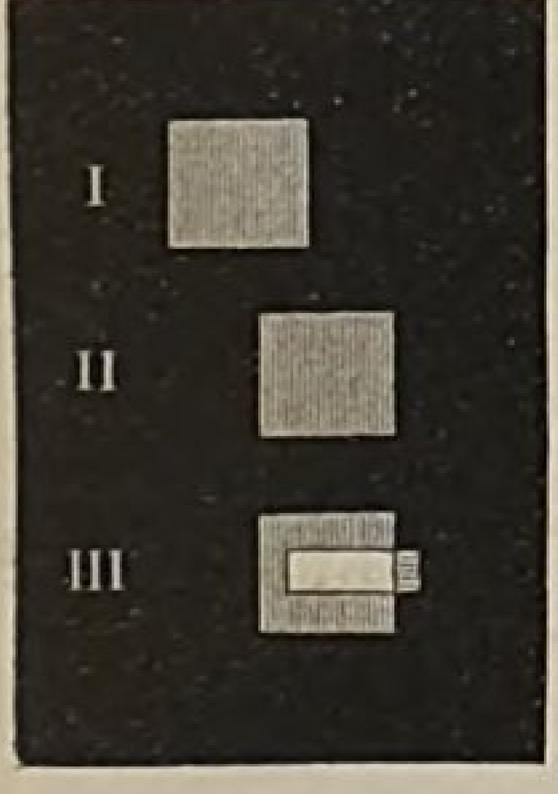
dass das Bild der quadratischen Oeffnung bei F entsteht ($SF = Sa$). Bei F aber ist ein kleiner Hohlspiegel angebracht, dessen Krümmungsmittelpunkt in der Mitte des Spiegels S liegt; demnach wird der von der Linse L kommende und nach der Reflexion auf S gegen F convergirende Strahlenkegel vom Hohlspiegel F so zurückgeworfen, dass der reflectirte Strahlenkegel mit dem einfallenden coincidirt. Nach einer zweiten Reflexion an dem Planspiegel S wird also der Strahlenkegel so

Fig. 10.



divergiren, als ob er von a käme. Die von F zurückkehrenden und von S zum zweiten Male reflectirten Strahlen werden also durch die Linse L in A zu einem Bilde der quadratischen Oeffnung vereinigt, welches mit dem Object selbst zusammenfällt.

Fig. 11.



Die von der Linse gegen A convergirenden Strahlen treffen aber bei N auf eine Platte von Spiegelglas, welche sie so reflectirt, dass das Bild der quadratischen Oeffnung bei a' entsteht. In Fig. 11 mag Nr. I in vergrössertem Maassstabe das Bild darstellen, wie es unter den erwähnten Umständen in a' beobachtet wird.

Nun aber ist der Spiegel S, welchen wir bisher als ruhend betrachtet haben, so gefasst, dass er um seine verticale (in unserer Figur also zum Punkte verkürzte) Mittellinie sehr rasch und zwar in der Richtung des Pfeiles umgedreht werden kann. Während jeder Umdrehung wird er also nur in einem Momente Strahlen nach dem Hohlspiegel F senden, das von N reflectirte Bild

kann also bei jeder Umdrehung des Spiegels S nur einmal aufblitzen. Der Eindruck eines solchen Blitzes bleibt aber im Auge bis zum nächsten, und so combiniren sich die rasch auf einander folgenden Blitze zu einem constant erscheinenden, wenn auch etwas schwächer erleuchteten Bilde der quadratischen Oeffnung, welches jedoch in Folge der Rotation des Spiegels etwas von der Stelle verrückt erscheint, an welcher man es bei stillstehendem Spiegel S beobachten würde.

Diese Verrückung des Bildes erklärt sich aus folgender Betrachtung: Wenn in einem bestimmten Moment der rotirende Spiegel in die entsprechende Stelle kommt, so reflectirt er einen Strahlenkegel nach dem Hohlspiegel F. Während aber das Licht sich von S nach F und von F nach S zurück fortpflanzt, hat sich der Spiegel um einen kleinen Winkel x gedreht, und deshalb wird die Axe des von F nach S zurückkehrenden Strahlenkegels durch den Planspiegel S nicht wieder nach A hin, sondern in einer Richtung Sp reflectirt, welche einen Winkel $2x$ mit der ursprünglichen Richtung SA macht.

Der vom Planspiegel S gegen die Linse L reflectirte Strahlenkegel divergirt also ebenso, als ob er von einem Punkte b käme, welcher auf der Verlängerung von pS von S um eine Länge Sb absteht, welche gleich Sa und gleich SF ist. Die von b aus divergirenden und auf die Linse L fallenden Strahlen werden aber durch dieselbe nach B hin convergirend gemacht und durch den Spiegel N so reflectirt, dass das Bild der quadratischen Oeffnung bei b' entsteht.

Bei rascher Rotation des Spiegels S in der angegebenen Richtung erscheint also das von N reflectirte Bild der quadratischen Oeffnung von der Stelle, wo man es bei stillstehendem Spiegel S sehen würde, nach der rechten Seite hin verschoben, wie dies Nr. II in Fig. 11 andeutet.

Es lässt sich aus den Dimensionen und der Umdrehungsgeschwindigkeit, sowie der Verschiebung des Bildes leicht die Lichtgeschwindigkeit berechnen (s. S. 14 ff.).

Die Verschiebung hängt bei sonst gleichen Umständen ab von der Zeit, welche das Licht braucht, um zwischen den Spiegeln S und F hin und her zu gehen. Bringt man also zwischen SF statt Luft ein anderes Medium, in dem die Lichtgeschwindigkeit eine andere ist, so wird auch die Zeit und die Verschiebung eine andere. Um gleichzeitig die Verschiebung beobachten zu können, welche bei Dazwischenschaltung verschiedener Medien eintritt, brachte Foucault symmetrisch zur Linie SA noch einen zweiten Hohlspiegel F' von gleicher Beschaffenheit wie F an und stellte zwischen S und F' eine 2 m lange, mit Wasser gefüllte und an beiden Enden mit planparallelen Glasplatten verschlossene Röhre. Dieser zweite Hohlspiegel F' liefert ein zweites Bild der Oeffnung A, welches bei Rotation von S mit dem ersten von F entwickelten Bilde vollständig zusammenfiele, falls die Lichtgeschwindigkeit in Luft und Wasser gleich wäre. Falls das Licht in Wasser aber mehr Zeit braucht als in Luft, so bleibt das Luftbild zurück, das Wasserbild eilt voran. Um

beide von einander unterscheiden zu können, blendete Foucault das Wasserbild ab, so dass es kleiner erschien als das Luftbild. In Fig. 11, Nr. III ist die beobachtete Erscheinung abgebildet. Das kleinere Bild ist weiter verschoben, d. h. es braucht das Licht mehr Zeit in Wasser als in Luft, um gleiche Strecken zurückzulegen und hieraus folgt:

Die Lichtgeschwindigkeit ist in Wasser kleiner als in Luft.

Die Emissionslehre war damit widerlegt.

Auch diese Versuche sind von Michelson wiederholt worden und hat derselbe gefunden, dass sich das Licht im Wasser 1,33 mal, in Schwefelkohlenstoff 1,77 mal langsamer fortpflanze als in Luft. Es stimmen diese Zahlen mit den Brechungsindices dieser Substanzen nahe überein.

Von der Stärke des Lichtes hängt nach neueren Versuchen [Lippich[1]), Ebert[2])] die Lichtgeschwindigkeit nicht ab. Ob man Sonnenlicht oder elektrisches Licht nimmt, stets erhält man denselben Werth von V. Wenn die Intensität von 1 bis 250 variirt, so ändert sich die Lichtgeschwindigkeit nach Ebert noch nicht um 0,000001 ihres Werthes.

Von der Farbe des Lichtes oder der Schwingungsdauer hängt dagegen V wesentlich ab.

Michelson fand experimentell die Geschwindigkeit für rothe Strahlen grösser als für blaue. (Im Wasser um 1,4 Proc.) In der Luft scheinen sich alle Farbengattungen des Lichtes gleich schnell fortzupflanzen.

Zweifelhaft hingegen und einander widersprechend sind die Untersuchungen darüber, ob sich der Aether mit den Körpern fortbewegt oder ob er ruht und die Körper das Aethermeer wie ein Schiff das Wasser durcheilen.

Ueber Lichtstrahlung (Grundgesetz der Photometrie). 7

Da wir es im gewöhnlichen Leben nur mit leuchtenden Flächen zu thun haben, so handelt es sich für die Beleuchtungstheorie darum, zu wissen, wie die Bestrahlung zweier Flächen vor sich geht. Dazu zerlegt man sich die ausgedehnten Flächen in einzelne Flächenelemente und sucht für diese die Gesetze. Unter Lichtpunkt sei wieder ein solches Flächenelement gemeint. Verwirklicht sind derartig leuchtende Flächen durch elektrisch glühend gemachte Platinbleche. Indem man eine enge Blende vor diese leuchtenden Flächen bringt, erhält man annähernd ein leuchtendes Flächenelement. Nach welchen Gesetzen geht nun die Erleuchtung eines beliebig gelegenen Flächenelementes durch ein leuchtendes Flächenelement vor sich? Der Ausdruck für die Grösse dieser

1) Lippich, Wien. Ber. 77, 352, 1875.
2) Ebert, Wied. Ann. 32, 337, 1887.

Erleuchtung, d. h. für die Lichtmenge, welche ein Flächenelement dem anderen zusendet, setzt sich aus zwei Factoren zusammen. Davon hängt einer von der Natur der Lichtquelle, der andere dagegen von den räumlichen Dimensionen bezw. der Lage der sich bestrahlenden Körper ab. Wir gehen zuerst auf letztere Abhängigkeit ein.

Abhängigkeit der Erleuchtung von der Entfernung (Entfernungsgesetz).

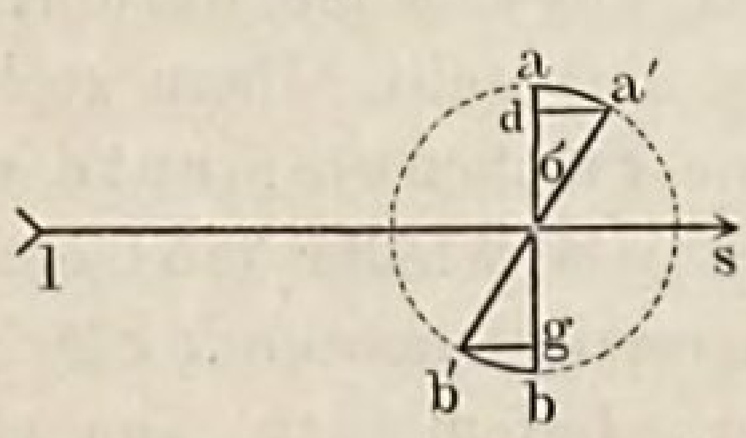
Die von einer Lichtquelle ausgehende Gesammtlichtmenge breitet sich in einem homogenen Medium geradlinig auf concentrischen Kugelflächen von immer grösserem Radius aus. Ist doch der Lichtpunkt das Erschütterungscentrum, von dem aus die Wellen kugelförmig sich im Medium fortbewegen, wie die Wasserwellen vom Bewegungscentrum sich kreisförmig auf der Wasseroberfläche ausbreiten. Dieselbe Lichtmenge geht in der gleichen Zeit durch die Kugeloberfläche von kleinem wie von grossem Radius. Die concentrischen Kugeloberflächen verhalten sich wie die Quadrate ihrer Radien; stehen letztere im Verhältniss von 1 : 2 : 3 : 4 etc., so verhalten sich die zugehörigen Oberflächen wie 1 : 4 : 9 : 16 etc. Es vertheilt sich also dieselbe Lichtmenge nach einander auf eine viermal, neunmal etc. grössere Fläche. Daraus folgt, dass ein Element der Kugeloberfläche in der Entfernung 1, 2, 3, 4 etc. die Lichtmenge 1, $^1/_4$, $^1/_9$, $^1/_{16}$ etc. erhält. Ist das Flächenelement klein im Vergleich zum Radius der Kugel, so kann es als Ebene senkrecht zu den Lichtstrahlen angesehen werden. Es gilt dann auch für diese das Entfernungsgesetz, welches lautet:

„Die Erleuchtung steht im umgekehrten Verhältniss zu dem Quadrat der Entfernung.“

Abhängigkeit der Erleuchtung von der Grösse und Lage der strahlenden Flächenelemente (Cosinussatz).

Da jeder Punkt des einen Flächenelementes Licht von jedem Punkte des anderen erhält, so ist klar, dass die einander zugesandten Lichtmengen proportional sind dem Product, gebildet aus den Grössen der beiden Flächen. Wir wollen ferner wissen, wie die Erleuchtung abhängt von der Neigung der Flächen gegen einander. Zunächst werde vorausgesetzt, dass das lichtaussendende Element seine Lage beibehalte, während das lichtempfangende Element ab (Fig. 12) um einen Winkel σ gegen die Richtung ls der Strahlen, welche senkrecht auf ab stehen, gedreht werde. Sämmtliche Strahlen mögen als parallel unter einander angesehen werden. Da die Strahlen von einander unabhängig sind, so ist die auf ein Element auftreffende Lichtmenge proportional dem Querschnitt des Strahlenbündels. Die Projection des gedrehten Elementes $a'b'$ auf das Element ab ist $dg = a'b' \,.\, cos\,\sigma$. Dies ist aber auch der Querschnitt des auf $a'b'$ fallenden Strahlenbündels, während er

Fig. 12.



vor der Drehung des Flächenelementes gleich ab war. Es verhalten sich demnach die Lichtmengen vor und nach der Drehung wie $1 : \cos\sigma$. Der Winkel σ zwischen ab und $a'b'$ ist zugleich der „Einfallswinkel" (d. h. der Winkel zwischen den Strahlen ls und der Normalen auf $a'b'$, siehe S. 38) der Lichtstrahlen. Unser Satz lautet also:

„Die Erleuchtung eines Flächenelementes ist proportional dem Cosinus des Einfallswinkels der Lichtstrahlen."

Jetzt werde das lichtaussendende Element geneigt, während das lichtempfangende stets senkrecht zu den Lichtstrahlen verbleibe. Es lehrt dann das Experiment, dass die ausgesandte Lichtmenge proportional ist dem Cosinus des Winkels, welchen das Loth des strahlenden Elementes mit der Richtung der Lichtstrahlen bildet. Dieser heisst „Ausstrahlungswinkel".

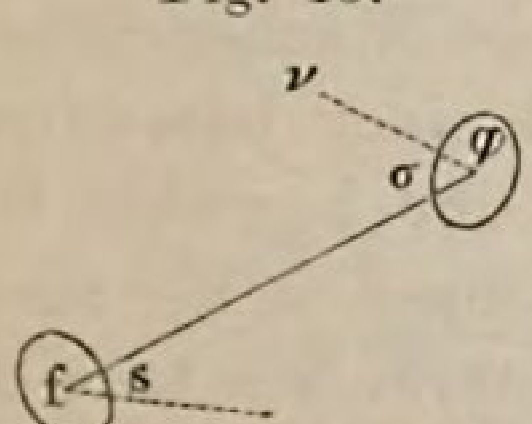
„Die Erleuchtung ist also proportional dem Cosinus des Ausstrahlungswinkels."

Beweise für diesen Satz hat u. A. Möller[1]) gegeben, indem er experimentell die Lichtmenge gemessen hat, welche ein glühendes Platinblech in verschiedenen Lagen durch ein und dasselbe Diaphragma sendet.

Für dieses Gesetz spricht ferner das scheibenförmige und überall gleich helle Aussehen des Mondes und die Thatsache, dass ein glühender Platincylinder wie eine ebene, gleichmässig leuchtende Fläche erscheint.

Lambert's Grundgesetz[2]) der Photometrie. Nach dem Bisherigen ist die gegenseitige Bestrahlung zweier Flächenelemente bestimmt, so weit sie von den räumlichen Verhältnissen abhängt. Jetzt soll der mathematische Ausdruck für die gesammte Lichtmenge aufgestellt werden, welche ein Flächenelement einem zweiten zusendet. Ist r in Fig. 13 die Verbindungslinie zwischen den Elementen f und φ, mit deren Lothen sie die Winkel s bezw. σ bildet, so ist nach dem Bisherigen zunächst die von f auf φ oder umgekehrt gestrahlte Lichtmenge proportional dem Quotienten $\frac{f \cdot \varphi \cdot \cos s \cdot \cos\sigma}{r^2}$. Dies ist aber noch nicht der vollständige Ausdruck für die ganze auf das bestrahlte Flächenelement gesandte Lichtmenge. Denn es ist die Erleuchtung von φ z. B. ganz verschieden, je nachdem f der Sonne oder dem Monde oder einer anderen Lichtquelle angehört. Man multiplicirt darum obigen

Fig. 13.



[1]) Möller, Photom. Unters. Inauguraldissertation, 1884, Berlin.

[2]) Lambert ist der eigentliche Begründer der Photometrie (s. Lambert: Photometria sive de mensura et gradibus luminis etc. 1760, übersetzt von E. Anding, Leipzig 1892). Vor ihm sind nur Bouguer (1729) und Smith zu nennen.

Quotienten noch mit einem Factor (i) und erhält für die z. B. auf φ auffallende Lichtmenge

$$m = i \cdot \frac{f \cdot \varphi \cdot \cos s \cdot \cos \sigma}{r^2} \qquad \text{1)}$$

Man nennt i die „**Intensität**" des leuchtenden Flächenelementes f. Analog erhält man für die von φ auf f gestrahlte Gesammtlichtmenge:

$$m' = i' \cdot \frac{f \cdot \varphi \cdot \cos s \cdot \cos \sigma}{r^2} \qquad \text{2)}$$

worin i' die Intensität von φ ist.

Die Intensität einer Lichtquelle hängt demnach nur von der Natur derselben ab, nicht von den Dimensionen. Und zwar ist sie bei glühenden, festen oder flüssigen Körpern eine Function der Temperatur und des Ausstrahlungsvermögens einer Lichtquelle. Das Ausstrahlungsvermögen hinwiederum ändert sich mit der Oberflächenbeschaffenheit der glühenden Partikelchen. Ein schwarz gebeiztes Platinblech sendet bei gleicher Temperatur viel mehr Licht aus, als ein blankes! Mit der Temperatur steigt aber nicht nur die Intensität, sondern es ändert sich auch die Farbe der Lichtquelle. Wir kommen hierauf zurück.

Die Intensität ist laut der Gleichung 1) bezw. 2) definirt durch eine „Lichtmenge". Setzt man $s = \sigma = 0$, und $f = \varphi = r = 1$, so wird $m = i$ und $m' = i'$.

„Die Intensität ist also diejenige Lichtmenge, welche die Flächeneinheit normal auf die in der Einheit der Entfernung befindliche, zur Strahlenrichtung senkrechte Flächeneinheit ausstrahlt."

Wir wollen jetzt für die Lichtmenge, welche ein Flächenelement auf die Flächeneinheit des zweiten Elementes strahlt, einen besonderen Namen einführen und dieselbe mit Abbe[1]) die auf ihr bewirkte Beleuchtungsstärke bezw. Erleuchtungsstärke nennen. Es werde dieselbe mit e bezeichnet; dann ist die Erleuchtungsstärke am Orte des Elementes φ, hervorgerufen durch das Element f:

$$e = i \cdot \frac{f \cdot \cos s \cdot \cos \sigma}{r^2} \qquad \text{3)}$$

und analog die Erleuchtungsstärke s' bei f, hervorgerufen durch φ:

$$e' = i' \cdot \frac{\varphi \cdot \cos s \cdot \cos \sigma}{r^2} \qquad \text{4)}$$

Dem photometrischen Grundgesetz von Lambert lässt sich eine viel einfachere Form geben. Davon handle der folgende Paragraph.

8 Einfachere Form des photometrischen Grundgesetzes.

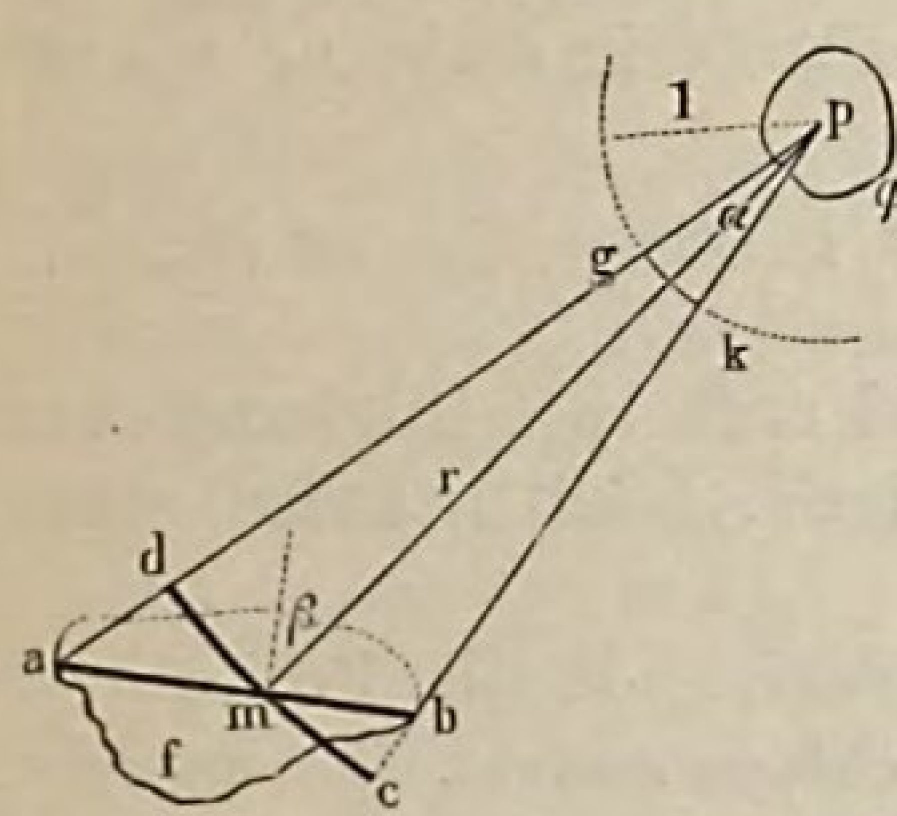
Es bedeute r in Fig. 14 die Verbindungslinie der sich bestrahlenden

[1]) E. Abbe, Ueber die Bestimmung der Lichtstärke optischer Instrumente (Max Schulze's Archiv für mikrosk. Anatomie **10**, 267).

Elemente f und φ; die durch r gelegte Zeichnungsebene schneide das Element f längs der Linie ab. Vom Orte p des Elementes φ erscheine die Strecke ab unter dem Flächenwinkel α, während das Element selbst unter dem körperlichen Winkel ω sich darstelle. Es bezeichne also ω den Winkelraum, den die von p aus nach dem Umfange von f gezogenen Linien einschliessen.

In der Ebene gilt laut Fig. 14 $dc = ab.\cos\beta$, wo β der Winkel zwischen ab und seiner Projection (dc) auf eine zu r senkrechte Gerade ist. Schlägt man um p mit dem Radius 1 einen Kreis, so ist gk die Central-Projection von dc auf denselben. Es gilt nun: $\frac{dc}{r} = \frac{gk}{1}$, also $gk = \frac{dc}{r} = \frac{ab.\cos\beta}{r}$, und diese Projection gk erscheint von p aus unter dem Winkel α.

Fig. 14.



Im Raume ist die Projection des Flächenelementes f auf die um p geschlagene Einheitskugel entsprechend $\frac{f.\cos s}{r^2}$, wenn s wie in Fig. 13 den Winkel zwischen r und dem Lothe von f bezeichnet. Dieselbe erscheint bei p unter dem körperlichen Winkel ω. Die am Orte p stattfindende Erleuchtungsstärke $e = i \cdot \frac{f \cos s.\cos\sigma}{r^2}$ (vergl. Gleichung 3 des vorigen Paragraphen) kann somit geschrieben werden:

$$e = i.\omega.\cos\sigma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

Es hängt hiernach die von f auf φ in der Richtung r gestrahlte Erleuchtungsstärke lediglich ab vom körperlichen Winkel ω. Denkt man sich also im Punkte p die Spitze einer Pyramide mit dem körperlichen Winkel ω und deren Basis mit der Intensität i leuchtend, so ist die bei p hervorgerufene Erleuchtungsstärke stets dieselbe, gleichviel, wo man die Basis hinlegt und welche Gestalt man ihr giebt. Es sind die verschiedenen Grundflächen einander äquivalente Leuchtflächen (vergl. Lambert a. a. O. Deutsche Uebers., Heft I, S. 38).

In der Wirklichkeit hat man es aber nicht mit Flächenelementen, sondern mit Flächen zu thun. Es werde jetzt dem entsprechend statt des Elementes f in Fig. 14 eine ausgedehnte Fläche leuchtend gedacht, deren Intensität von Element zu Element variire. Dies ist z. B. bei einer Kerze der Fall. Hier setzt sich die gesammte Erleuchtungsstärke E am Orte p zusammen aus einer Summe von Ausdrücken e (Gleichung 3 beziehungsweise 5), von denen jeder sich auf ein Element von F bezieht. Bezeichnet man ein beliebiges derartiges Element mit q und versieht die darauf bezüglichen Grössen mit dem Index q, so wird:

$$E = \Sigma\, i_q \cdot \frac{f_q \cdot \cos s_q \cdot \cos \sigma_q}{r_q^2}.$$

Es werde die leuchtende Fläche gegenüber der Entfernung r so klein angenommen, dass für die verschiedenen Elemente q sowohl r wie σ als constant anzusehen sind. Dann wird:

$$E = \frac{\cos \sigma}{r^2}\, \Sigma\, i_q \cdot f_q \cdot \cos s_q,$$

wo r die Verbindungslinie von p mit der Mitte der Fläche, und σ den Winkel zwischen r und dem Lothe von φ bedeute. Die unter Σ zu verstehende Grösse wollen wir mit einem eigenen Buchstaben L bezeichnen und die „**Leuchtkraft**“ der Fläche in Richtung r nennen. Es wird dann:

$$E = L \cdot \frac{\cos \sigma}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

wo $L = \Sigma\, i_q \cdot f_q \cdot \cos s_q$, d. h. die **Leuchtkraft in Richtung von r** bedeutet. Statt Leuchtkraft ist der Ausdruck **Lichtstärke** sehr gebräuchlich.

Die $\Sigma\, f_q \cdot \cos s_q$ ist aber nichts Anderes, als die Projection der Leuchtfläche auf die Ebene, welche senkrecht zu r steht. Es möge diese äquivalente Leuchtebene mit F bezeichnet werden. Dieselbe fällt direct mit der Leuchtfläche zusammen, wenn letztere eine senkrecht zu r stehende Ebene ist. Ist daher auch die Intensität i constant, so gilt:

$$L = i \cdot F,$$

d. h. es wird die Leuchtkraft gleich der Intensität mal der äquivalenten Leuchtfläche.

9 **Helligkeit (absolute und indicirte Helligkeit).** Bisher haben wir die gegenseitige Bestrahlung zweier Flächen betrachtet und dabei kennen gelernt, wie man die gegenseitige Erleuchtungsstärke aus der Grösse und Lage der beiden Flächen ermitteln kann, wenn deren Leuchtkräfte beziehungsweise Intensitäten gegeben sind. Vom Auge ist bisher nicht die Rede gewesen. Die Leuchtkraft und die Erleuchtungsstärke sind also objective Begriffe und definirt als Strahlungsmengen.

Bei der Wechselbeziehung zwischen einer Lichtquelle und dem Auge redet man von der Helligkeit der Lichtquelle und will hierdurch die Stärke der Lichtempfindung ausdrücken. Unter Helligkeit versteht man also die Stärke der Erregung der Netzhautstelle, welche von der Lichtquelle durch Vermittelung der Augenlinse getroffen wird. Von einer absoluten Messung der Helligkeit kann also keine Rede sein. Insofern aber dem Auge verschiedene Lichtquellen unter verschiedener Helligkeit erscheinen, so muss ein Maass für die Helligkeit aufgestellt werden. Es werde angenommen, dass die Erregung proportional sei der Licht-

menge, welche einem percipirenden Element der Netzhaut zugeführt wird. Auch hier wollen wir leuchtende *Flächenelemente* betrachten[1]). Hier darf die einem Netzhautelement zugeführte Lichtmenge proportional gesetzt werden der gesammten ins Auge tretenden Lichtmenge, dividirt durch die Fläche des Netzhautbildes, welches die Augenlinse von der Lichtquelle entwirft. Als Maass der Helligkeit an einer Netzhautstelle darf also die der Flächen*einheit* daselbst zugeführte Lichtmenge, d. h. die *Beleuchtungsstärke* daselbst, angesehen werden[2]). Im Capitel vom Auge wird gezeigt werden, dass hier die Beleuchtungsstärke nicht von den räumlichen Dimensionen der Lichtquelle abhängt. Jedes Element einer leuchtenden Fläche (z. B. Milchglasglocke einer Lampe oder die Flamme selbst) behält seine Helligkeit bei, sei es, dass die Lage der Lampe geändert, sei es, dass die Lampe in andere Entfernung gerückt wird. Dabei kann je nach der Intensität der Elemente deren Helligkeit eine verschiedene sein. Demnach zeigt sich, dass die Helligkeit eines Flächenelementes proportional ist dessen Intensität. Es werde die so definirte Helligkeit als die „*absolute*“ Helligkeit bezeichnet, und zwar lediglich im Gegensatz zur „*indicirten*“ Helligkeit. Unter letzterer versteht man nämlich die von einer Lichtquelle an irgend einem Orte hervorgerufene Erleuchtungsstärke. Sind die von verschiedenen Lichtquellen an einem und demselben Orte erzeugten Erleuchtungsstärken die gleichen, so erscheint dieser Ort[3]) dem Auge in derselben *absoluten* Helligkeit. Man sagt dann, es ist die von der einen Lichtquelle hervorgerufene *indicirte* Helligkeit die gleiche, wie die an demselben Orte von der zweiten Lichtquelle erzeugte. Indem man so die Wirkung zweier Lichtquellen mit einander vergleicht, umgeht man die Berechnung der *absoluten* Helligkeit, welche von der *Natur* des beleuchteten Ortes abhängt. Ueber die Messung beziehungsweise Berechnung der indicirten Helligkeit siehe §. 15 dieses Capitels.

Ueber Lichtmessung (Photometrie). *Ohne unser Auge* 10
giebt es keine Lichtempfindung. Unter Licht ist eben nur die Reizung des Sehnerven zu verstehen, welche die Lichtquelle durch Vermittelung des Lichtäthers auf der Netzhaut des Auges erregt. Eine Lichtquelle, wie z. B. die Sonne, reizt aber nicht nur den Sehnerven; auf unsere Hand treffend, ruft derselbe Sonnenstrahl Wärmegefühl hervor, der vom Auge als Licht empfunden wird und welcher auf der photo-

[1]) Bei *punktförmigen* Lichtquellen, wie *Sternen*, gelten besondere Gesetze.

[2]) Vergl. E. *Abbe*, „Ueber die Bestimmung der Lichtstärke optischer Instrumente“, S. 268 und 269.

[3]) Vorausgesetzt ist hierbei nur, dass die beleuchtete Stelle vollkommen rauh ist, d. h. *diffus* reflectirt. Hierüber siehe das Capitel über die Helligkeit optischer Bilder.

graphischen Platte die Silbersalze zersetzt. Man spricht darum von Wärmestrahlen, Lichtstrahlen und chemisch wirksamen Strahlen, obgleich alle diese Strahlengattungen nur Schwingungen desselben Aethers sind und sich einzig und allein durch die Schwingungsdauer unterscheiden. Eine Lichtquelle, welche gleich viel Wärmewirkung hervorbringt, wie eine zweite, braucht darum noch nicht gleich hell zu sein. Es ist somit zu verwerfen, wenn man Radiometer, Selenzelle oder Bolometer benutzen will, um die leuchtenden Wirkungen der Lichtquellen festzustellen. Nur das Auge darf über die Helligkeit der Lichtquellen urtheilen. Dasselbe ist aber nicht im Stande, auch nur annähernd genau anzugeben, um wie viel mal die eine Leuchtfläche heller ist als die andere, oder wenn, wie bei einer Gasflamme, die Intensität von Stelle zu Stelle variirt, in welchem Verhältniss die Helligkeiten der verschiedenen Stellen stehen. Man muss daher dem Auge seinen lichtmessenden Beruf erleichtern, indem man Hülfsapparate (Photometer) construirt, welche dem Auge ein sicheres Urtheil ermöglichen über das Verhältniss der Intensitäten zweier leuchtenden Flächenelemente, beziehungsweise über das Verhältniss der Erleuchtungsstärken zweier Lichtquellen. Wie wir zeigen werden, lassen sich dann hieraus die Leuchtkräfte der Lichtquellen bestimmen und aus diesen wiederum die indicirten Helligkeiten, welche die Lichtquellen an irgend einem Orte erzeugen. Auf diese kommt es aber lediglich in der Beleuchtungstechnik an. Man will nicht so sehr wissen, welches die absolute Helligkeit z. B. einer Kerze im Vergleich zu derjenigen einer Gasflamme ist, sondern ob man bei gleichem Preise der Beleuchtung auf der Strasse, beziehungsweise in einem Saale eine grössere indicirte Helligkeit erzeugen kann durch Kerzen- oder Gaslicht.

11 **Messprincip der Photometer.** Welches Kriterium die Photometer dem Auge auch darbieten, stets hat dasselbe zum Zweck, festzustellen, wann die durch zwei Lichtquellen an demselben Orte (Photometerschirm) erzeugten Erleuchtungsstärken einander gleich sind.

Laut Formel 6 ist die durch eine Lichtquelle Q bezw. Q' in der Entfernung r bezw. r' auf einem Flächenelement hervorgerufene Erleuchtungsstärke $E = L \cdot \frac{\cos \sigma}{r^2}$ bezw. $E' = L' \cdot \frac{\cos \sigma'}{r'^2}$, wenn σ bezw. σ' der Winkel zwischen der beleuchteten Fläche und r bezw. r' ist und L bezw. L' die Leuchtkraft in der Richtung r bezw. r' bedeutet. Es habe das Photometer erwiesen, dass $E = E'$ ist; dann gilt:

$$L \cdot \frac{\cos \sigma}{r^2} = L' \cdot \frac{\cos \sigma'}{r'^2},$$

und falls die Winkel σ und σ' gleich sind, d. h. falls die beleuchtete Fläche gegen r und r' die gleiche Neigung hat:

$$\boldsymbol{L/L' = r^2/r'^2} \quad \text{. 7)}$$

Man braucht somit nur r und r' zu messen, um das Verhältniss der Leuchtkräfte der beiden Lichtquellen in den Richtungen r bezw. r' zu erhalten.

Sind Q und Q' leuchtende Flächen irgend welcher Gestalt, aber von constanter Intensität, so geht Gleichung 7) über in:

$$\frac{L}{L'} = \frac{iF}{i'F'} = \frac{r^2}{r'^2} \quad \dots\dots\dots \quad 8)$$

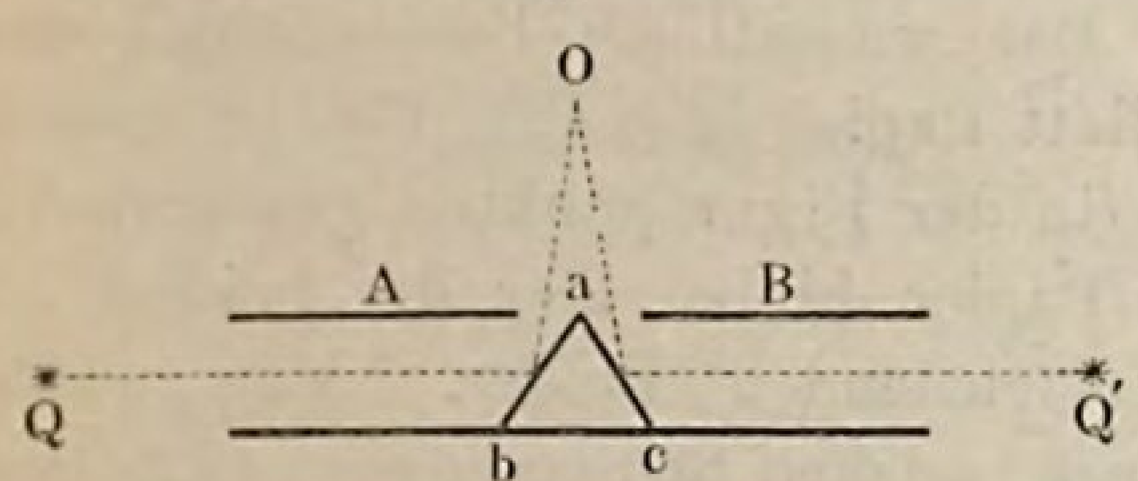
wo i bezw. i' die Intensität und F bezw. F' die Grösse der zu Q und Q' äquivalenten Leuchtfläche ist. Macht man hier noch $F = F'$, indem man gleich grosse Blenden vor die Leuchtflächen Q bezw. Q' setzt, so wird $\frac{i}{i'} = \frac{r^2}{r'^2}$; in diesem besonderen Falle und nur in diesem erhält man auch das Verhältniss der Intensitäten.

Mittelst der Leuchtkräfte findet man leicht durch Rechnung (siehe §. 15, S. 34) die irgendwo erzeugte Erleuchtungsstärke.

Photometrische Apparate. Photometer, welche auf der Ein- 12
stellung gleicher Helligkeit zweier Flächen beruhen, heissen „Gleichheitsphotometer". Von der grossen Anzahl construirter Gleichheitsphotometer seien nur einige besprochen.

Photometer von Bouguer. In einem rechtwinkeligen Kasten AB (Fig. 15) ist oben eine Oeffnung, durch die man auf die Papierflächen ab und ac sieht. Das Licht der Flamme Q fällt auf ab, dasjenige von Q' auf ac. Die Papiere sind aus einem Stücke geschnitten und haben gleiche Neigung gegen die Lichtstrahlen. Man bewegt den Kasten zwischen Q und Q', bis beide Papiere dem bei o befindlichen Auge gleich hell erscheinen, misst die Entfernungen der Lichtquellen von den Flächen ab und ac, und berechnet das Verhältniss der Quadrate dieser Entfernungen. Ebenso verhalten sich die Leuchtkräfte von Q und Q'.

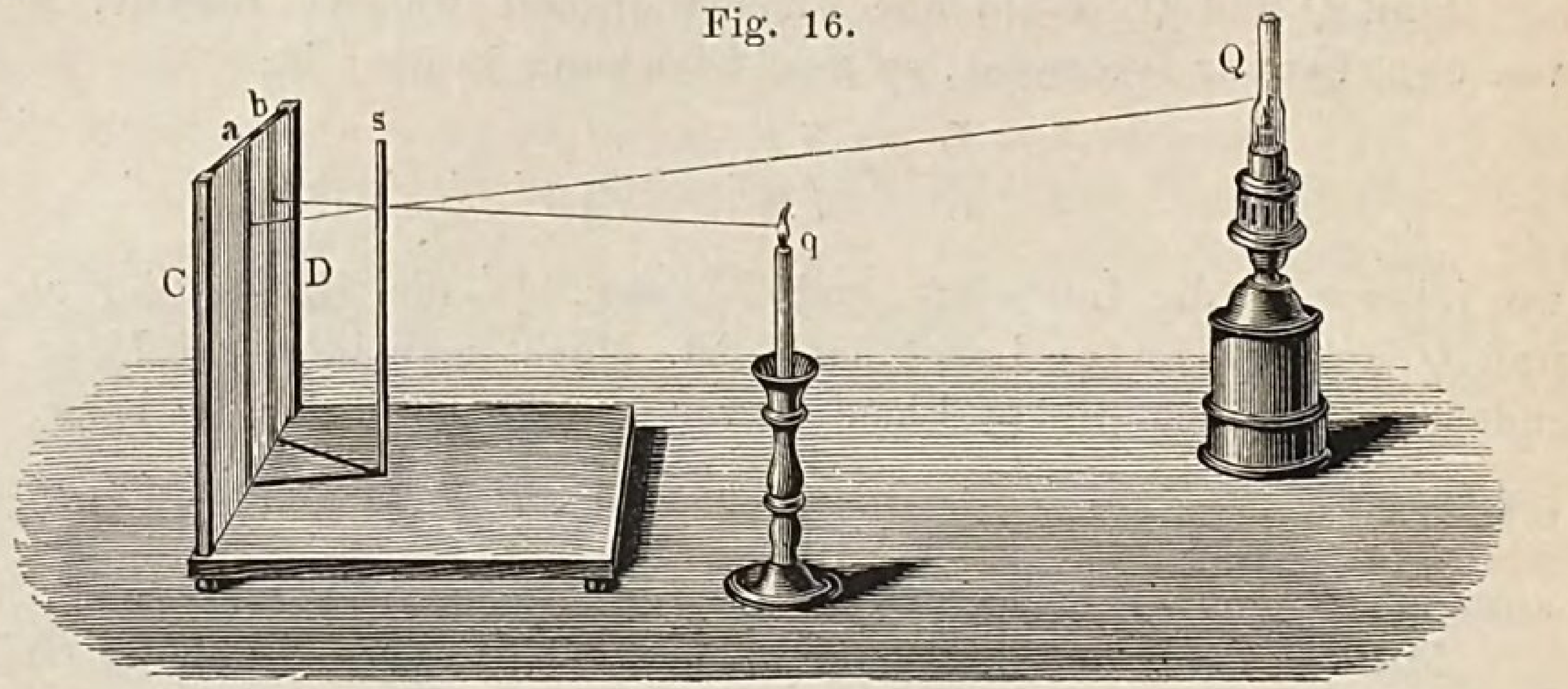
Fig. 15.



Photometer von Rumford. Das Wesentliche dieses einfachen Apparates kann man aus Fig. 16 (a. f. S.) ersehen. CD stellt eine weisse Wand dar; nahe vor derselben ist ein undurchsichtiges Stäbchen s, etwas dicker als ein Bleistift, aufgestellt; wenn sich nun eine Flamme in q, eine andere Flamme in Q befindet, so werden auf der Wand zwei Schatten des Stäbchens entstehen, der eine in a, der andere in b. Derjenige Theil der Wand, auf welchem sich kein Schatten befindet, ist von beiden Flammen beschienen, an der Stelle des Schattens b aber ist sie nur durch die Flamme Q, an der Stelle a nur durch q beleuchtet. Wenn nun die Leuchtkräfte beider Lichtquellen vollkommen gleich wären, so würden

die beiden Schatten gleich dunkel erscheinen, falls sich die beiden Flammen in gleicher Entfernung befänden. Wenn aber die Lichtquelle Q stärker leuchtet, so wird bei gleicher Entfernung der Schatten a dunkler

Fig. 16.

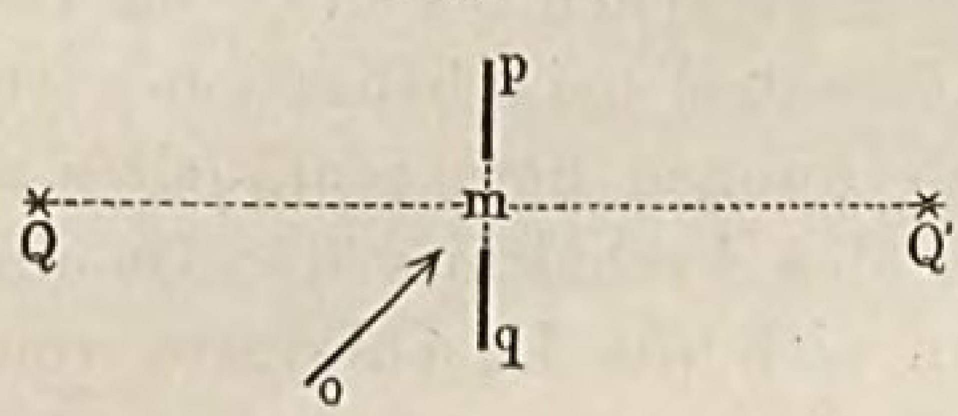


erscheinen als b, und um die beiden Schatten wieder gleich zu machen, müsste man Q weiter vom Schirme entfernen.

Will man die Leuchtkräfte L und l der beiden Lichtquellen Q und q mit einander vergleichen, so hat man nur solche Stellungen derselben aufzusuchen, bei welchen die beiden Schatten a und b vollkommen gleich dunkel erscheinen. Bezeichnet man nun für diesen Fall die Entfernungen der Flammen q bezw. Q mit r bezw. R, so wird einfach $L = l \cdot \frac{R^2}{r^2}$.

Photometer von Bunsen. Der wesentliche Bestandtheil des Bunsen'schen Photometers ist ein Blatt Papier (pq, Fig. 17), in dessen Mitte ein Fettfleck m sich befindet (in der Figur punktirt gezeichnet). Das gefettete und das nicht gefettete Papier bilden hier die beiden zu vergleichenden Felder. Man halte einen solchen Schirm pmq zwischen Auge und Lichtquelle, so erscheint der Fettfleck m heller als seine Umgebung p und q. Befindet sich Auge und Lichtquelle auf gleicher Seite von pmq, so ist es umgekehrt, es ist m dunkler als p und q. Stellt man pmq also zwischen zwei Lichtquellen, wie in Fig. 17, und blickt von o nach demselben hin, so wird im Allgemeinen m zu sehen sein, hell, wenn Q' heller als Q, und dunkel, wenn Q' dunkler als Q ist. Nur wenn die von m und p oder q ins Auge kommenden Lichtantheile gleich sind, erscheint pmq wie eine gleichmässig helle Fläche und von dem Fettfleck ist nichts zu sehen. In diesem Falle ist bei geeigneter Beschaffenheit[1]) des Schirmes pmq die Leucht-

Fig. 17.



[1]) O. Lummer, „Ueber die photometrischen Arbeiten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt", ein in der Gas- und Wasserfachmänner-Versammlung zu Stettin gehaltener Vortrag. (Bunte's Journ. f. Gasbeleuchtung 1889.)

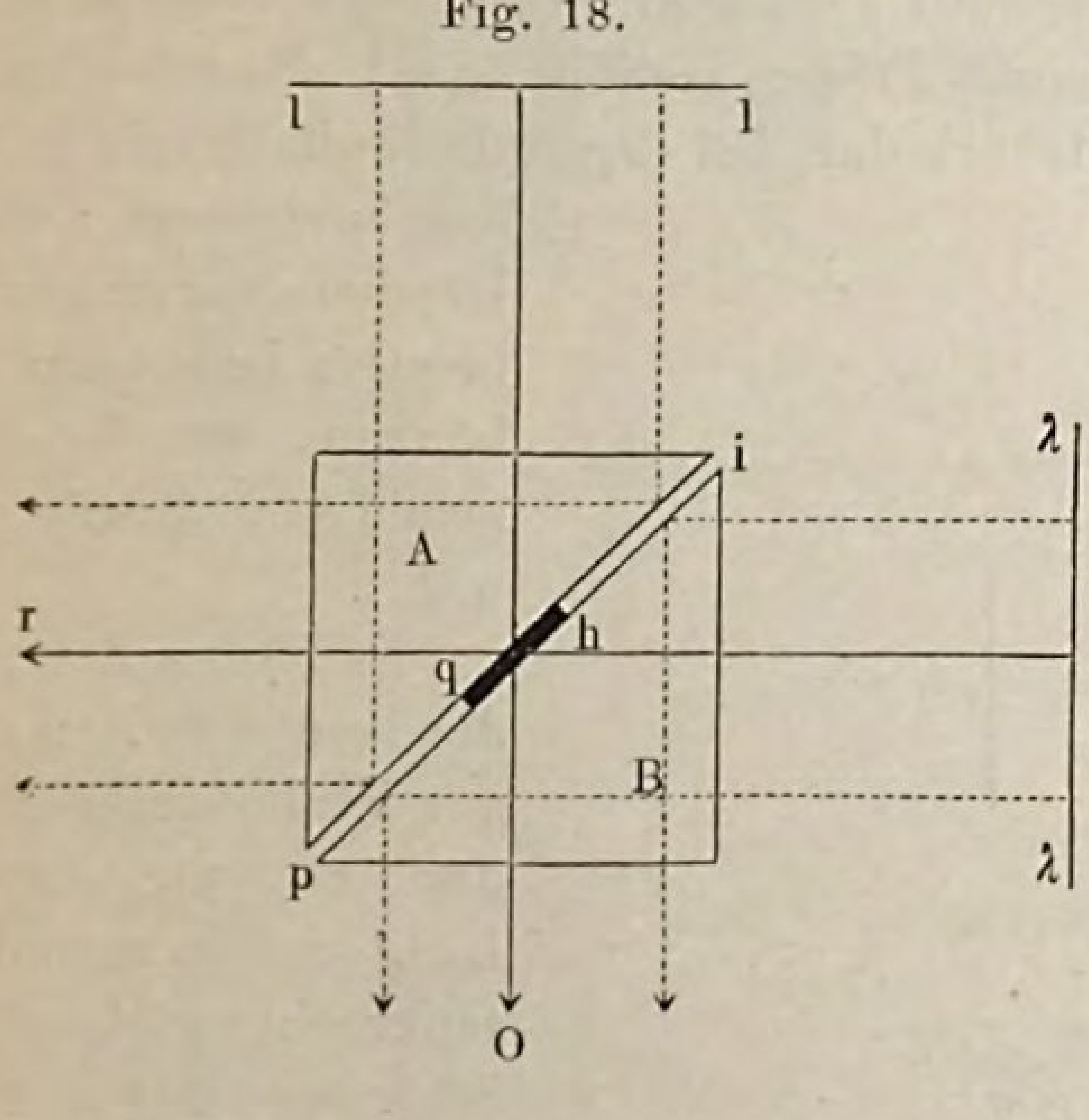
kraft von Q gleich derjenigen von Q', multiplicirt mit dem Verhältniss der Entfernungsquadrate $\left(\frac{Q\,m^2}{Q'\,m^2}\right)$.

Um Ungleichseitigkeiten zu eliminiren, vertauscht man hier wie beim Photometer von Bouguer die Lichtquellen und wiederholt die Messung. Aus beiden Resultaten nimmt man das Mittel. Näheres über das Bunsen'sche Photometer und andere photometrische Apparate findet man bei H. Krüss [1]). Schliesslich sei noch verwiesen auf das Photometer von Leonh. Weber, welches zur Photometrie des Tageslichtes und anderer diffusen Lichtquellen besonders geeignet ist. In demselben findet neuerdings die im folgenden Photometer zu beschreibende Prismencombination ($A\,B$, Fig. 18) Verwendung.

Die Genauigkeit der genannten Photometer ist aber noch nicht die bei einem Gleichheitsphotometer erreichbare. Bei demjenigen von Bouguer und Weber sind die zu vergleichenden Felder durch einen dunklen Strich getrennt, während beim Bunsen'schen Apparat jedes Feld Licht von beiden Lichtquellen erhält. Beide Umstände schaden der Empfindlichkeit der Einstellung. Dazu kommt, dass die Ränder des Fettfleckes nicht scharf sind. Alle schädlichen Nachtheile sind vermieden bei dem folgenden Photometer.

Gleichheitsphotometer von Lummer-Brodhun [2]). Zur Erläuterung des Princips dieses Photometers diene die Fig. 18. Darin sind $l\,l$ und $\lambda\,\lambda$ diffus leuchtende Flächen, A und B eine derartige Combination zweier rechtwinkeliger Glasprismen, dass an gewissen Stellen ($h\,i$ und $q\,p$) der Hypotenusenfläche des Prismas B das von λ kommende Licht nach o reflectirt wird, während es an den Stellen ($q\,h$) durch das Prisma hindurch nach r geht. Umgekehrt geht Licht von l durch die Prismencombination bei $q\,h$ nach o durch und wird von $h\,i$ und $p\,q$ nach r reflectirt. Einem Auge in o erscheint also $q\,h$ erleuchtet durch Licht von

Fig. 18.



[1]) H. Krüss: „Elektrotechnische Photometrie" 1886. Hartleben, Wien und Leipzig.

[2]) O. Lummer und E. Brodhun, „Der Ersatz des Photometerfettfleckes durch eine rein optische Vorrichtung" und „Photometrische Untersuchungen" I. Zeitschr. f. Instrumentenkunde, Bd. 9, 1889, Januar- und Februarheft.

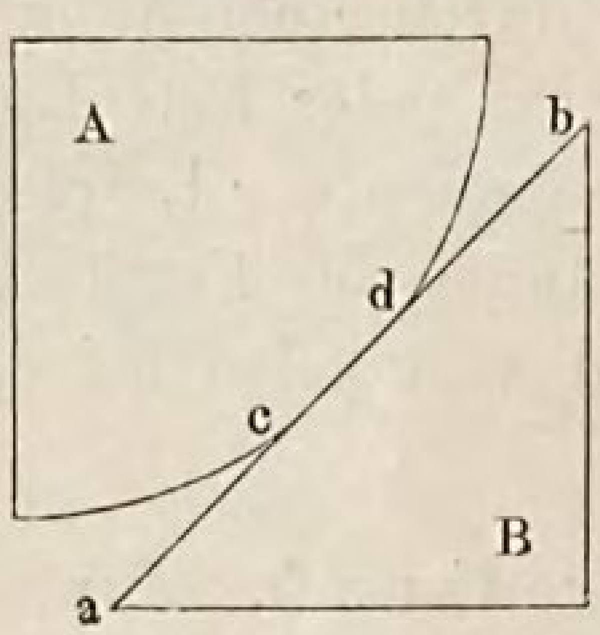
l, die Theile *hi* und *qp* erscheinen dagegen erleuchtet durch Licht von *λ*.

Man stellt darauf ein, dass *ihqp* als eine vollständig gleichmässig helle Fläche erscheint. Es giebt verschiedene Arten, um geeignete Prismencombinationen herzustellen. Wir führen von den in der citirten Abhandlung beschriebenen fünf Methoden [1]) nur zwei an.

1) Die beiden Prismen *A* und *B* sind bei *qh* mittelst Canadabalsams zusammengekittet, während bei *pq* und *hi* die Hypotenusenflächen durch Luft getrennt sind. Die Grenze zwischen den Feldern wird scharf, wenn man *A* und *B* möglichst fest zusammenpresst. Man kann von *o* und *r* aus beobachten.

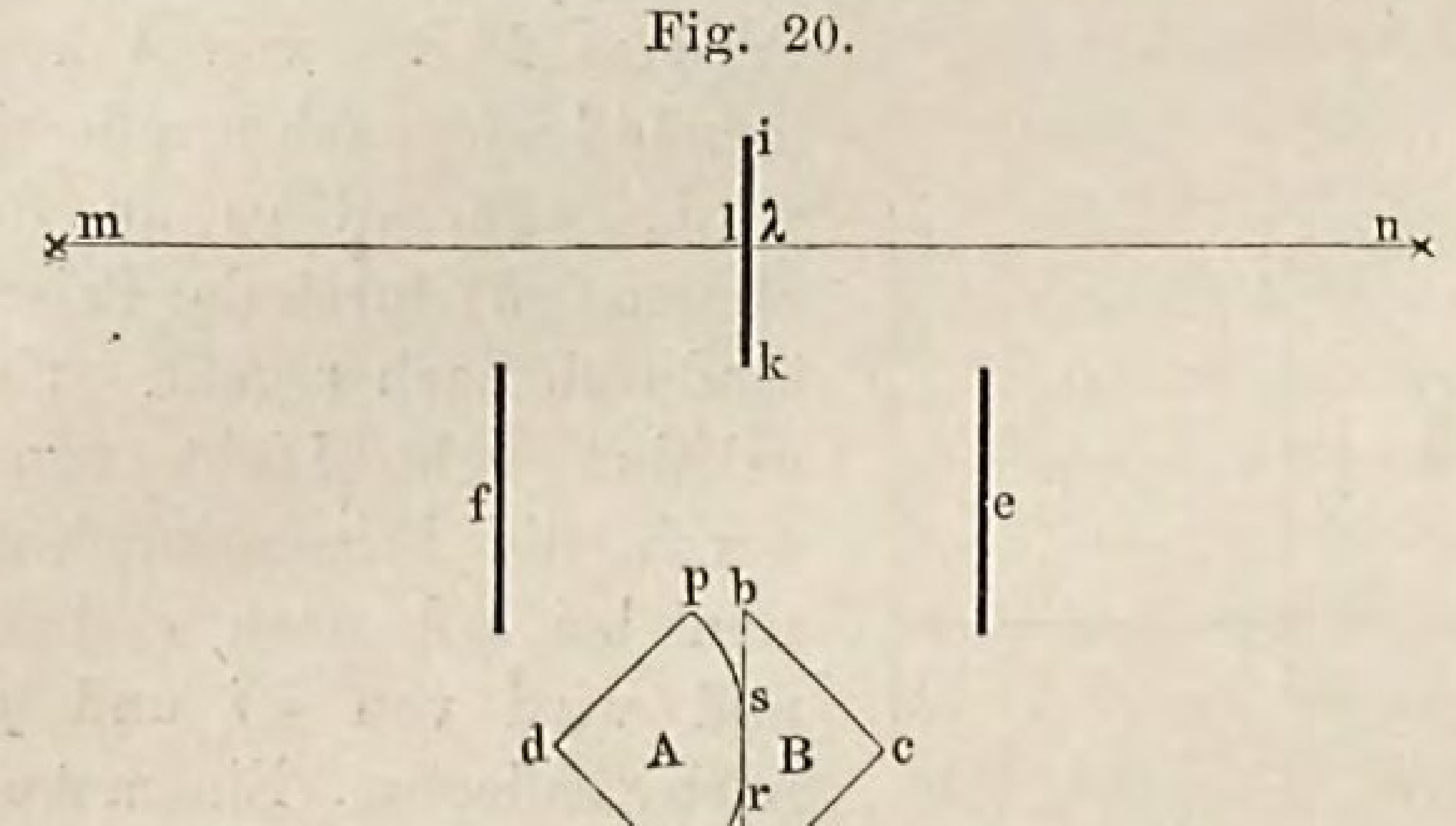
2) Die kugelförmige Oberfläche des Prismas *A* wird bei *cd* (Fig. 19) eben angeschliffen und gegen die gleichfalls ebene Hypotenusenfläche von *B* innig gepresst. Ist die Berührung bei *cd* innig genug, so gehen alle auf diese Berührungsfläche auffallenden Strahlen vollständig hindurch, als ob bei *cd* die beiden Prismen nur eine einzige Glasmasse bildeten. Blendet man also die Lichtquelle *λ λ* ab, so sieht man von *o* aus in der dunklen Fläche *ab* einen hellen eliptischen Fleck; blendet man aber *ll* ab, so erscheint in der leuchtenden Fläche *ab* dieser elliptische Fleck absolut schwarz. Derselbe hat äusserst scharfe Ränder und verschwindet bei gleicher Helligkeit der Felder vollständig. Diese Combination genügt allen Anforderungen, welche man a priori an zwei zu vergleichende Felder stellen muss; dieselbe stellt gleichsam einen „idealen" Fettfleck dar, bei dem alles auffallende Licht durchgelassen wird.

Fig. 19.



Um diese Vorrichtung bequem benutzen zu können, wurde folgende Anordnung gewählt.

Fig. 20.



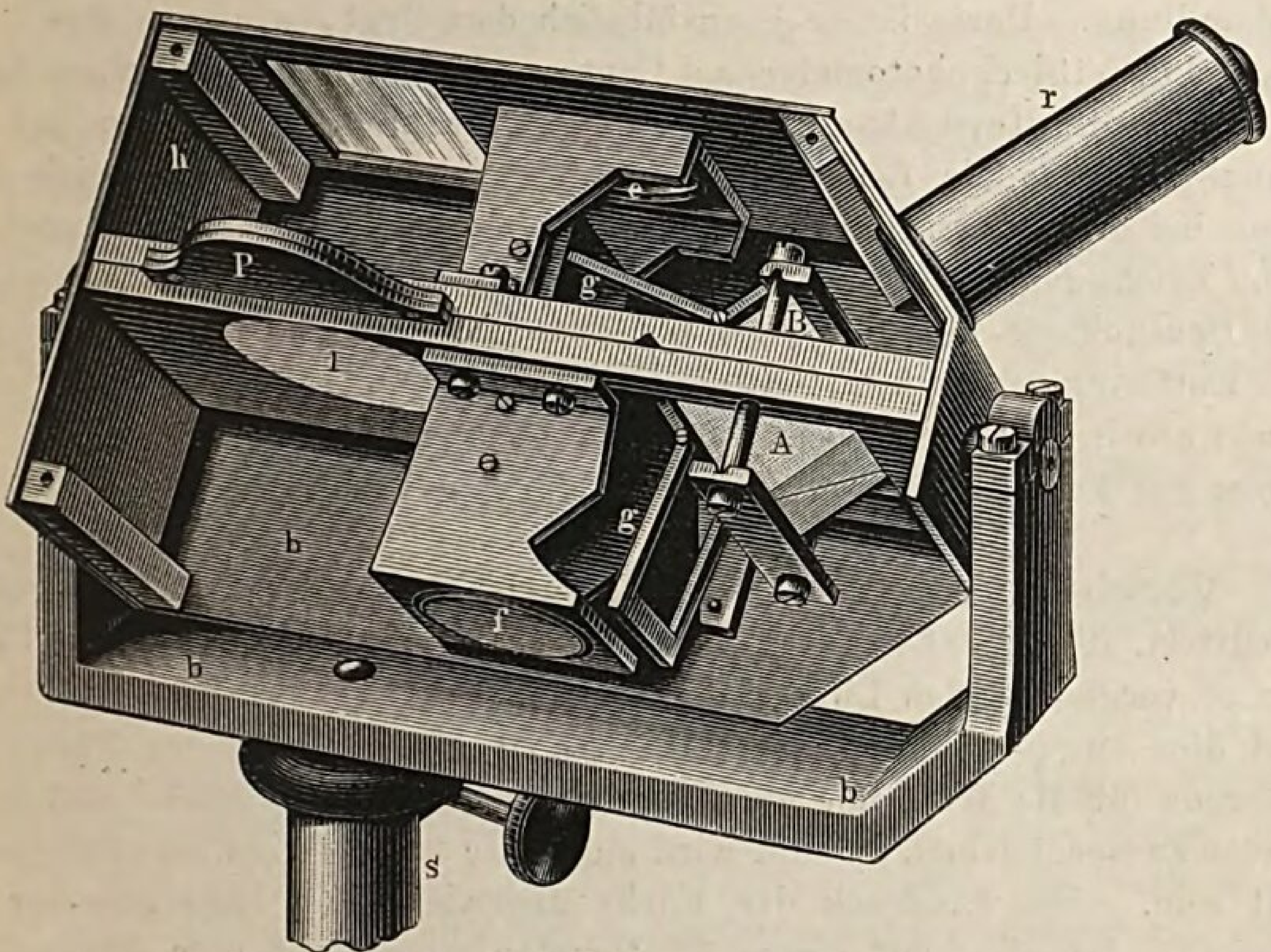
Es bilden *λ* und *l* die beiden Seiten des zur Verbindungslinie der zu messenden Lichtquellen *m* und *n* senkrecht stehenden Schirmes *ik* (Fig. 20). Das von *λ* bezw. *l* ausgehende diffuse Licht fällt auf die Spiegel *e* bezw. *f*, welche es senkrecht auf die Kathetenflächen *cb* und *dp* der Prismen *A* und *B* werfen.

[1]) Abgedruckt in H. v. Helmholtz, „Handbuch der physiologischen Optik", II. Aufl. 1892, S. 419 bis 422.

Der Beobachter blickt durch die Lupe *w* und stellt scharf auf die Ränder des Fleckes *sr* ein und beobachtet das Verschwinden derselben.

Die Fig. 21 giebt eine perspectivische Ansicht des nach dieser Anordnung von F. Schmidt & Haensch in Berlin gebauten Photometers. Diese Bauart zeichnet sich dadurch aus, dass alle Theile schon bei der mechanischen Herstellung corrigirt werden und somit das Photometer richtig justirt die Werkstatt verlässt[1]). Die verticale messingene Säule *s* trägt den Metallbügel *b*, in dessen verticalen Theilen Pfannen eingedreht sind. Letztere bilden das Lager für die horizontale Axe des

Fig. 21.

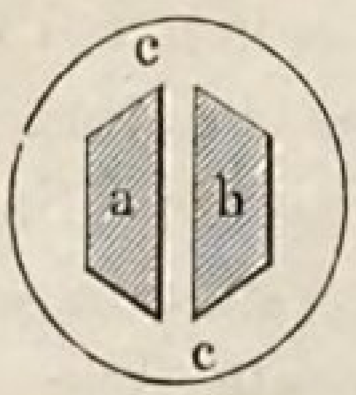


Photometergehäuses *h* (von demselben sind in der Zeichnung zwei Wände fortgelassen, um hineinsehen zu können). Im Inneren desselben sind die Prismencombination *AB* (die Theile *g* werden beim Würfel *AB* angebracht, wenn der Apparat als Contrastphotometer dient, siehe weiter unten), die beiden Spiegel *f* und *e* und der Schirm *P* mit den Flächen *l* und *λ* (nur erstere sichtbar). Am Gehäuse sitzt das Rohr *r*, welches die Lupe *w* trägt. Wie das Photometer auf der dazu gehörigen Bank befestigt ist, ersieht man aus der Fig. 23 (auf S. 34). Mittelst dieses Photometers bleibt der mittlere Fehler einer Einstellung bei zehn Beobachtungen unter $^1/_2$ Proc. Ein Schwanken der Lichtquelle um 1 Proc. kann direct beobachtet werden.

[1]) Auf die Justirung können wir hier nicht eingehen und verweisen auf die genannte Abhandlung. Eine Beschreibung der Schmidt & Haensch'schen Einrichtung ist enthalten in: Photom. Unters. IV, von Lummer-Brodhun, in Zeitschr. f. Instrumentenk., 1892.

Contrastphotometer [1]). Beim Contrastphotometer stellt man nicht auf die gleiche Helligkeit zweier Felder ein. Vielmehr beurtheilt man, wann etwa zwei Felder wie *a* und *b* in Fig. 22 sich gleich deutlich von ihrer Umgebung *c* abheben, d. h. **gleich stark contrastiren.** Daher der Name „Contrastphotometer". Die vorher beschriebene Prismencombination lässt sich leicht so umwandeln, dass man das Contrastprincip verwerthen kann. Die Genauigkeit steigt dann bei geeigneter Grösse des Contrastes (etwa 4 Proc.) auf $^1/_4$ Proc. Näheres siehe in obiger Abhandlung. Darin ist auch ausführlich dargelegt, wie man das Bunsen'sche Fettfleckphotometer als Contrastphotometer gebrauchen kann.

Fig. 22.



Sehschärfephotometer. Diese Messapparate beruhen auf der Annahme, dass die Leuchtkräfte zweier Lichtquellen dann gleich sind, wenn bei gleicher Entfernung eine von ihnen nach einander erleuchtete feine Zeichnung (Sehprobe) nicht mehr zu erkennen ist. Verschwindet die Deutlichkeit der Sehprobe bei verschiedener Entfernung, so tritt das Entfernungsgesetz in Geltung. Dieses Princip ist verwerthet worden von Leonh. Weber in seinem schon oben genannten Photometer vor Allem zur Vergleichung verschieden gefärbten Lichtes.

13 **Vergleichung der Leuchtkräfte verschieden gefärbten Lichtes.** Bisher haben wir stillschweigend vorausgesetzt, es sei die Farbe der zu vergleichenden Lichter die gleiche. Sind die Farben verschieden, und dies ist gewöhnlich der Fall, so ist die Grösse der Färbungsdifferenz für die Wahl der Messmethode entscheidend. Rothe und blaue Felder zu vergleichen, ist und wird stets eine unüberwindliche Schwierigkeit sein. Der Eindruck der Farbe überwiegt den Eindruck der Intensität. Ist aber mit einem Photometer überhaupt eine Einstellung möglich, so ist sie für mehrere Personen verschieden. Als eigenthümlich ist ferner zu bemerken, dass nach Purkinje die Helligkeitsdifferenz zweier verschieden gefärbter Flächen mit der Grösse der Erleuchtungsstärke variirt. Ebenso ist die Grösse der Flächen von Einfluss. Je kleiner man zwei gleich helle (z. B. rothe und blaue) Flächen macht, um so heller erscheint das rothe Feld.

Nach Leonh. Weber beleuchte man zwei neben einander hängende Flächen von rothem und blauem Papier durch eine zu beiden symmetrisch stehende Lampe. Bei gewisser Flammenhöhe sei Blau und Roth gleich hell. Es wird dann Blau heller als Roth bei kleinerer Flammenhöhe und schliesslich verschwindet die Färbungsdifferenz vollständig, während die Helligkeitsdifferenz bestehen bleibt.

[1]) O. Lummer und E. Brodhun, Photom. Unters. II, „Ueber ein Contrastphotometer". Zeitschr. f. Instrumkde. Decemberheft 1889. Der Name findet sich hier zum ersten Male. Abgedruckt in Helmholtz, „Physiol. Optik" 1892, S. 423 und 424.

Ist die Färbungsdifferenz zweier Lichtquellen nicht viel grösser als die zwischen einer Kerze und einer weiss brennenden Glühlampe, so kann man sich zur Vergleichung ihrer Leuchtkräfte mit Vortheil des Lummer-Brodhun'schen Gleichheitsphotometers bedienen. Man muss dann aber nicht auf Verschwinden des elliptischen Fleckes, sondern auf das **Undeutlichwerden der Ränder** desselben achten. Ist im Moment der Einstellung auch die Färbung des Fleckes eine andere als diejenige seiner Umgebung, so kann man dagegen nicht mehr die Grenzlinie erkennen. Die Genauigkeit ist auch hier die früher angegebene.

Nach dem Ausspruch von W. Siemens, „dass ein richtiges Photometer verschiedenfarbiges Licht dann als gleichwerthig anzugeben habe, wenn es uns in gleicher Weise entfernte Objecte erkennbar macht“, benutzte Herr Leonh. Weber das Sehschärfeprincip auch zur Vergleichung gefärbter Lichtquellen.

Photometerbank. In Fig. 23 (a. f. S.) ist eine Photometerbank abgebildet, wie sie von F. Schmidt & Haensch in Berlin gebaut wird. Dieselbe dient zur genauen Messung der Entfernungen der zu vergleichenden Lichtquellen vom Photometerschirm. 14

Die Bank besteht aus zwei über 2 m langen Stahlrohren *r*, welche durch das Untergestell *f* fest mit einander verbunden sind. Auf ihnen rollen sicher und leicht drei Schlitten *s*, welche auf der ganzen Länge der Bank bewegt und an jeder Stelle derselben festgeklemmt werden können. Jeder Schlitten trägt einen Nonius oder eine Platte mit einer Marke *m*, welche die Stellung desselben auf der in das Stahlrohr eingeätzten Millimeterscala abzulesen gestattet. Die Schlitten selbst bestehen aus viereckigen Metallplatten, welche in der Mitte vertical durchbohrt und mit einer starken Hülse versehen sind. In letzterer lässt sich durch Zahn und Trieb ein Stahlrohr auf- und abschieben, welches zur Aufnahme des Photometergehäuses *G* oder der Tischchen *p* oder einer Glühlampe *l* etc. dient. Nach der photometrischen Einstellung, welche durch Verschieben des mittleren Schlittens geschieht, liest man die Entfernung des Photometerschirmes von den beiden Lichtquellen an der Scala mittelst der an den Schlitten angebrachten Marken ab.

Lichteinheit. Eine Lichteinheit ist eine Lichtquelle, auf deren Leuchtkraft wir diejenige aller anderen Lichtquellen beziehen. Es ist bis jetzt noch keine absolute Lichteinheit vorhanden, welche sich grosser Genauigkeit und Beliebtheit erfreut. Ja nicht einmal ein Prototyp ist in der Photometrie vorhanden, wie das Meter in der Längenmesskunde. Die Gründe hierfür sind in der Veränderlichkeit der Leuchtkraft der Lichtquellen zu suchen. Bei festen glühenden Körpern ist einerseits die Bestimmung der Temperatur, andererseits das Festhalten des constanten Ausstrahlungsvermögens sehr schwer. Bei Flammen hängt hingegen die Leuchtkraft sehr vom Material (Petroleum, Gas etc.), von den meteorologischen Einflüssen und von der Flammenhöhe ab. 15

In Deutschland war bisher als Lichteinheit die 50 mm hohe Flamme der deutschen Vereins-Paraffinkerze im Gebrauch. Diese bis auf kaum 10 Proc. genaue Einheit ist jetzt durch das Hefnerlicht verdrängt worden. Man sieht die durch v. Hefner-Alteneck eingeführte Lampe (Hefnerlampe) auf dem linken Schlitten der Photometerbank (Fig. 23) abgebildet. Speist man diese Lampe mit Amylacetat (von C. F. A. Kahlbaum in Berlin) und macht die Flamme gleich 40 mm, so erhält man ein „Hefnerlicht" (Journ. f. Gas- und Wasserfach 1889).

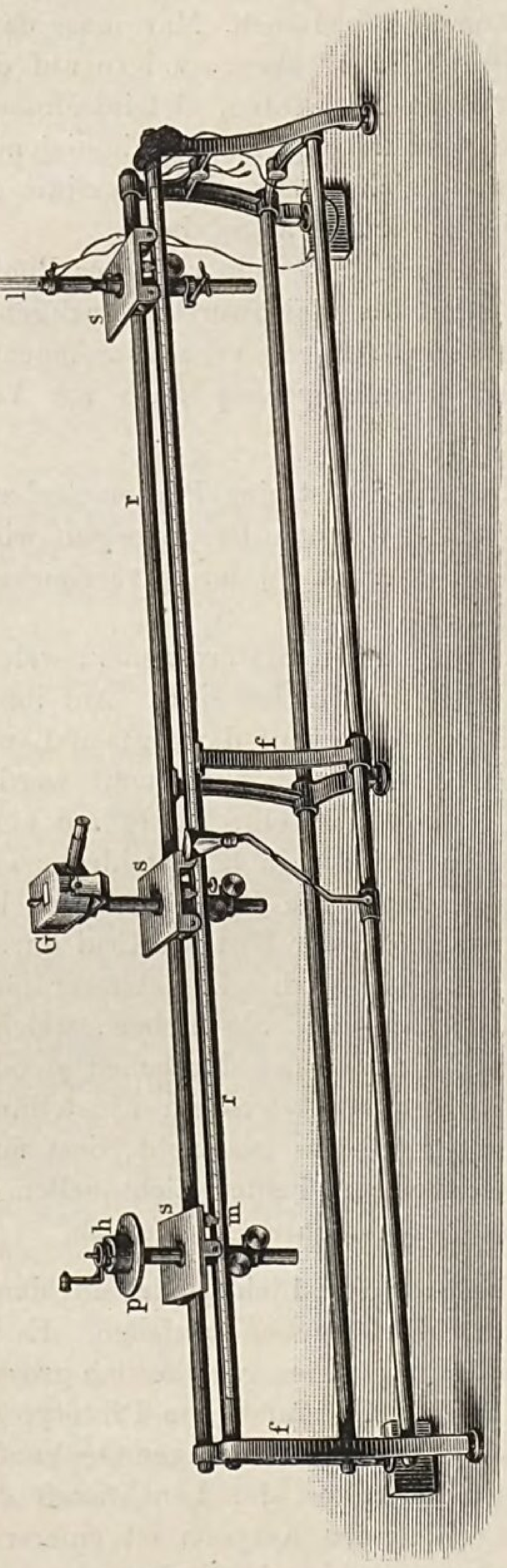


Fig. 23.

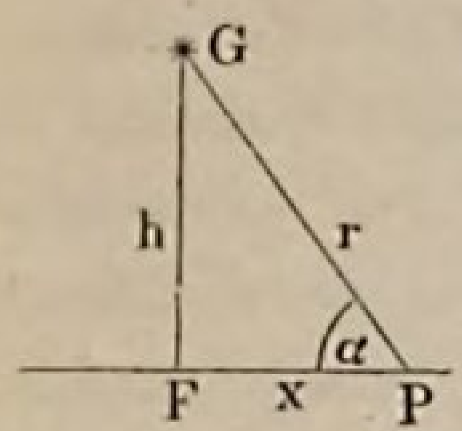
Die von Violle und Siemens vorgeschlagenen Platinlichteinheiten sind ausführlich in der Krüss'schen „elektrotechnischen Photometrie" beschrieben. Dieselben haben noch keine praktische Bedeutung, obgleich die Violle'sche Einheit auf dem Elektrikercongress 1884 als internationale Einheit festgesetzt worden ist.

Um zwei Lichtquellen mit einander zu vergleichen, bedient man sich am besten einer Zwischen- oder Vergleichslichtquelle, mit der man beide Lichtquellen einzeln vergleicht. Als Vergleichslichtquellen sind die Glühlampen besonders geeignet.

16 **Indicirte Helligkeit.** Hat man die absolute Leuchtkraft einer Lichtquelle gefunden, so kann man leicht die indicirte Helligkeit berechnen, welche die Lichtquelle in einem beleuchteten Punkte erzeugt. In der Beleuchtungstechnik will man z. B. nicht wissen, wie gross die Leuchtkräfte der in einem Concertsaal brennenden Glüh- und Bogenlampen sind, sondern welches die Erleuchtungsstärke (oder indicirte Helligkeit) in irgend einem Punkte des Saales ist. Dieselbe soll

möglichst überall die gleiche sein. Natürlich muss man ein Maass einführen, mit dem man die indicirte Helligkeit vergleicht. Nach Leonh. Weber ist diese Maasseinheit die „Meterkerze". Hat die h Meter über der Strasse befindliche Gasflamme G (Fig. 24) eine Leuchtkraft von L Kerzen, und übt sie auf den von ihr um r Meter entfernten Strassenpunkt P eine Erleuchtungsstärke von E Meterkerzen, so heisst das, es ist in P die gleiche Helligkeit, als ob statt der Lampe G die Anzahl von E Kerzen in der Entfernung von einem Meter senkrecht auf den Punkt P strahlten. Man findet nach dem Lambert'schen Gesetz E sehr leicht. Ist F der Fusspunkt von G, ferner $FP = x$ und $\measuredangle GPF = \alpha$, so gilt:

Fig. 24.



$$E = \frac{L \,.\, cos\,(90 - \alpha)}{r^2},$$

wo L die Leuchtkraft in Richtung GP oder r ist.

Nach Uppenborn schreibt man diese Gleichung:

$$E = L \cdot \frac{cos^2\,\alpha \,.\, sin\,\alpha}{x^2}.$$

Nach Cohn in Breslau soll beim Lesen die indicirte Helligkeit etwa 50 Meterkerzen betragen.

Zweites Capitel.

Reflexion und Brechung des Lichtes an ebenen Flächen.

17 **Historisches.** Wie die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes, so kannten die Platonischen Weltweisen längst auch das Gesetz, nach dem die Lichtstrahlen gespiegelt werden. Schon in der dem Euklides (300 v. Chr.) zugeschriebenen Optik sind die Bilder ebener Spiegel behandelt; dass Hohlspiegel vergrössern, erwähnen Seneca und Plinius. Die Römer sollen ihr heiliges Feuer durch reflectirende Hohlspiegel anzuzünden verstanden haben. Wenn ferner von Archimedes, dem berühmten Geometer von Syrakus, erzählt wird, er habe die Brennspiegel benutzt, um die feindliche Flotte in Brand zu stecken, so ist das zwar gewiss nicht richtig, es zeigt aber, dass die kräftige Wirkung der Hohlspiegel wohl bekannt war. Wie uns Heliodorus von Larissa mittheilt, soll Heron von Alexandrien bekannt gewesen sein, dass das Licht bei der Spiegelung den kürzesten Weg einschlägt; um von einem Punkte l, Fig. 25, S. 38, unter Benutzung des Spiegels rs zum Punkte l' zu gelangen, wählt das Licht nämlich den Weg, auf dem es am schnellsten zum Ziele gelangt.

Viel später erst (1626) gelang es, das Brechungsgesetz aufzufinden, welches die Richtungsänderung angiebt, die ein Lichtstrahl an der Grenze zweier Mittel durch Brechung erfährt. Freilich war die Thatsache der Brechung längst auch bekannt. Stellte doch schon Ptolemäus (geb. 70 n. Chr.) systematische Versuche darüber an, zu den verschiedenen Richtungen des einfallenden Strahles diejenigen des gebrochenen zu finden. Aber das Gesetz aufzufinden, gelang selbst einem Keppler nicht, welcher sonst seine Fähigkeit, Gesetze zu errechnen, gewiss glänzend dargethan hat.

Als der Entdecker des Brechungsgesetzes ist Snellius (1626) anzusehen, wenngleich der grosse Descartes zuerst (1637) eine einfache Formel veröffentlicht hat, welche das Gesetz der Brechung enthält. Die neueren Forschungen haben ergeben, dass Descartes die Kenntniss des Brechungsgesetzes aus den Papieren von Snellius geschöpft hat.

Seit der Entdeckung dieses Grundgesetzes blühte die optische Wissenschaft schnell auf, und so kommt es, dass sie eine der bestgefügten und bestgekannten Disciplinen der Physik geworden ist.

Das Verhalten des Lichtes an der Grenze zweier Mittel im Allgemeinen. Je nach der Art der Trennungsfläche zweier Medien ist der weitere Verlauf eines dieselbe treffenden Lichtstrahles verschieden. Ist die Grenzfläche glatt und sind die beiden Medien durchsichtig, wie z. B. Luft und Wasser, so wird der auffallende Lichtstrahl regelmässig gespiegelt und gebrochen, d. h. es hängt die Richtung des reflectirten und des gebrochenen Strahles nur von der Richtung des einfallenden Strahles ab. Ist die Grenzfläche rauh (diffus), wie z. B. eine matt geätzte Glasplatte, so werden die in einer Richtung auffallenden Lichtstrahlen nach allen Richtungen gespiegelt oder gebrochen, es besteht keine gesetzmässige Beziehung zwischen denselben. Man bezeichnet diese Erscheinung mit diffuser Reflexion und diffuser Brechung. 18

In den meisten Fällen gehen Reflexion uud Brechung Hand in Hand, insofern nicht alles auffallende Licht gespiegelt wird, sondern ein Theil desselben in das zweite Medium eindringt. Man sagt, es findet bei der Reflexion ein Lichtverlust statt. Auf die Grösse dieses Verlustes gehen wir später ein (s. Totalreflexion). Dieselbe hängt von der Art der Medien und der Richtung der Strahlen ab.

Aber auch vom gebrochenen Theile des aufgefallenen Lichtes geht nicht Alles durch das zweite Medium hindurch. Vielmehr wird ein Antheil davon in letzterem verbraucht, beziehungsweise in andere Formen von Energie umgewandelt (Wärme, chemische Energie etc.). Man sagt, das Licht wird verschluckt (absorbirt) und nennt die Erscheinung Absorption. Ein vollkommen durchsichtiger Körper absorbirt kein Licht; absolut durchsichtige Körper giebt es aber ebensowenig wie absolut undurchsichtige, die alles Licht spiegeln (Totalreflexion ausgenommen, s. S. 46). Selbst Gold und andere Metalle werden durchsichtig, wenn sie nur dünn genug sind. Eine ganze Classe von Körpern absorbirt nur gewisse Farben des Lichtes (farbige Gläser); eine andere Classe verändert die Farbe des auffallenden Lichtes (fluorescirende Körper).

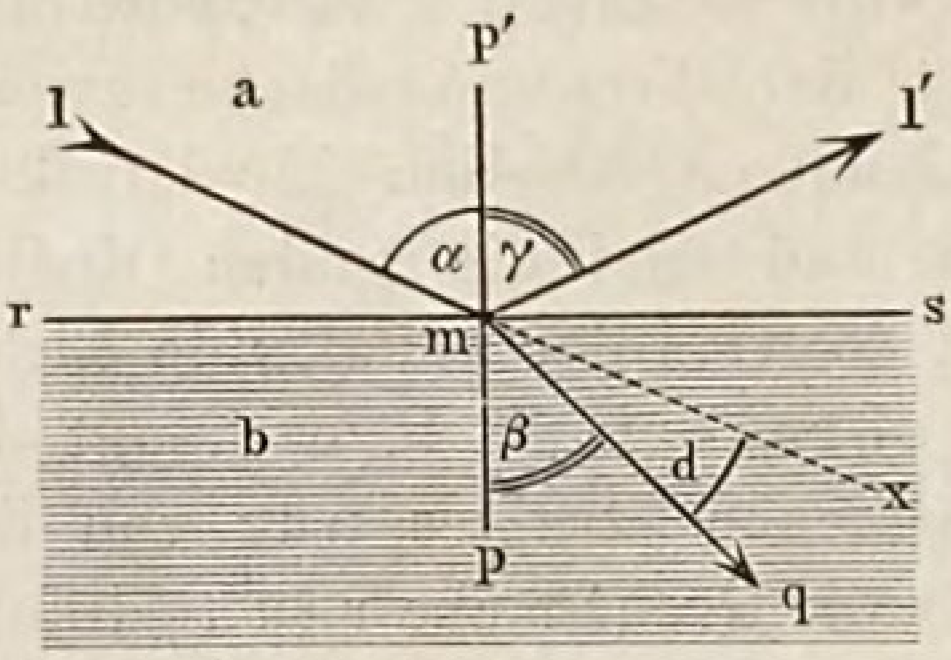
Durchscheinend werden die durchsichtigen Körper dadurch, dass in ihrem Inneren fremde Partikelchen eingelagert sind, an denen diffuse Reflexion stattfindet. Beispiele solcher „trüben Medien“ sind Milchglas, Blut, Milch u. s. w.

Reflexions- und Brechungsgesetz. Verlauf eines Strahles an der ebenen Grenzfläche zweier durchsichtigen Medien. 19

Unter Lichtstrahl ist nach dem im ersten Capitel Gesagten eine mathematische Linie zu verstehen. Wir wollen das Gesetz kennen lernen, nach dem ein einzelner Lichtstrahl gespiegelt und gebrochen wird.

Der bei m auf die Trennungsfläche der beiden Medien a und b (Fig. 25) auffallende Strahl lm werde nach l' reflectirt und nach q gebrochen; errichtet man bei m eine auf der Trennungsebene senkrecht stehende Gerade, das Einfallsloth, so heisst der spitze Winkel (α), welchen der auffallende Strahl (lm) mit dem Einfallsloth $p'mp$ bildet, der Einfallswinkel; der spitze Winkel (γ bezw. β) zwischen dem Einfallsloth $p'ml'$ und dem reflectirten Strahl (ml') bezw. dem gebrochenen Strahl (mq) heisst der Reflexions- bezw. der Brechungswinkel. Die Einfallsebene ist die durch den einfallenden Strahl und das Einfallsloth gelegte Ebene; die Reflexions- bezw. die Brechungsebene enthält das Einfallsloth und den reflectirten bezw. den gebrochenen Strahl.

Fig. 25.



Alsdann gelten für isotrope Medien die folgenden Gesetze:

1. Die Reflexions- und die Brechungsebene fallen stets mit der Einfallsebene zusammen; der reflectirte und der gebrochene Strahl liegen also beide in der Einfallsebene, aber auf der anderen Seite des Einfallslothes, wie der einfallende Strahl.

2. Der Einfallswinkel ist gleich dem Reflexionswinkel.

3. Der Sinus des Brechungswinkels steht zum Sinus des Einfallswinkels in constantem Verhältniss, welches nur von der Natur der beiden Medien abhängt.

Man giebt dem spitzen Winkel, welchen der einfallende, reflectirte oder gebrochene Strahl mit dem Lothe bildet, positives Vorzeichen, wenn man die Strahlen im Sinne des Uhrzeigers drehen muss, um vom Strahl zum Lothe gehend, den Winkel zurückzulegen, negatives Vorzeichen im entgegengesetzten Falle. Laut Figur 25 ist also α und β positiv, γ negativ.

Demnach lauten in mathematischer Einkleidung die beiden Gesetze:

$$\alpha = -\gamma \quad . \; . \; . \; . \quad \text{Reflexionsgesetz,}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = const. \quad . \; . \; . \; . \quad \text{Brechungsgesetz.}$$

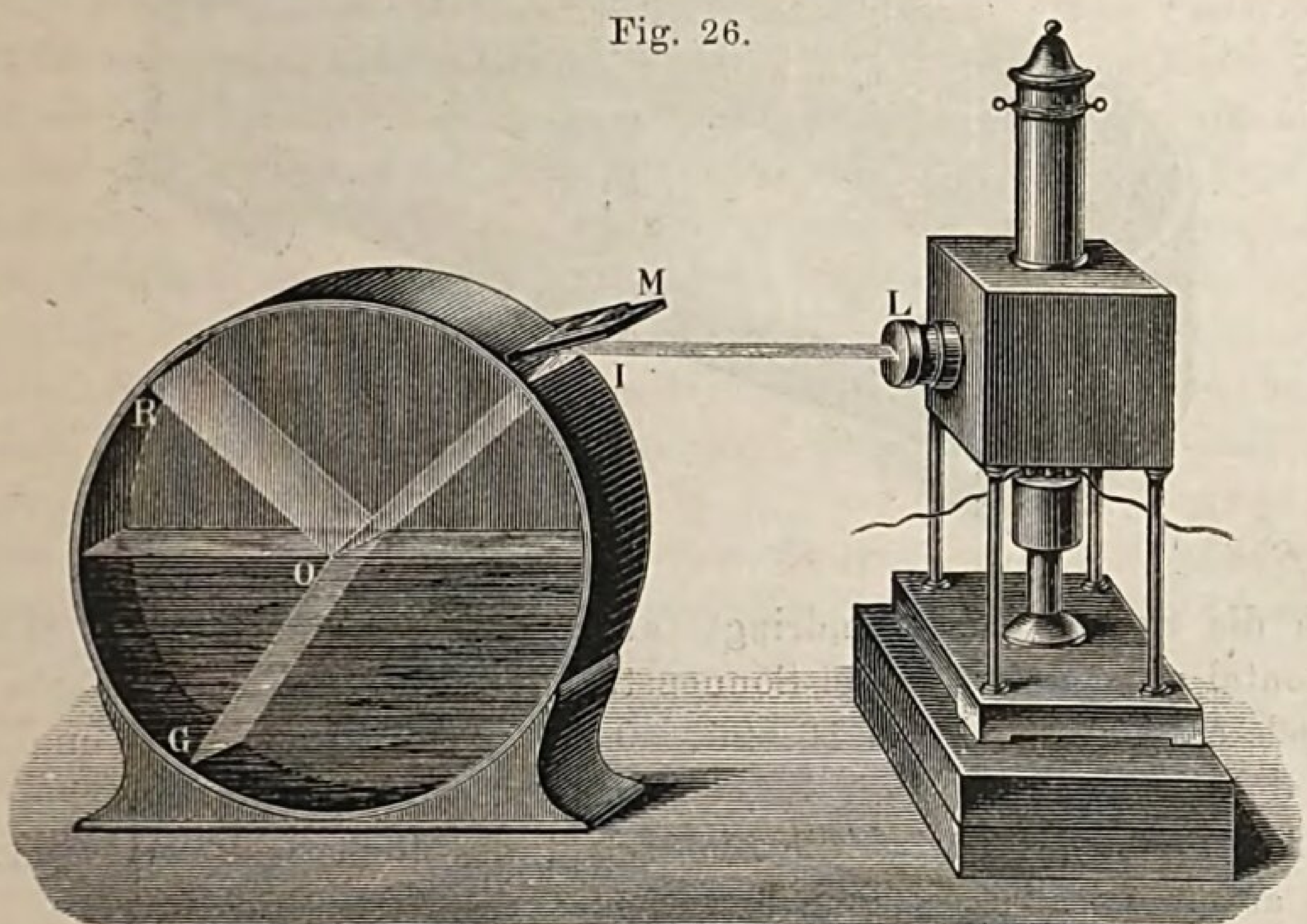
Experimentelle Beweise: Zunächst werde ein von J. Tyndall[1] angegebener Apparat (Fig. 26, a. f. S.) beschrieben, welcher sowohl die Theilung des Lichtes an der Grenzfläche zweier Medien als auch die Richtungsänderung der reflectirten und gebrochenen Strahlen einem grossen Auditorium vorzuzeigen gestattet. Ein hohles cylindrisches

[1] „Das Licht", deutsch von G. Wiedemann, Braunschweig, Vieweg & Sohn, 1876, S. 17.

Gefäss *RIG*, dessen vordere Seite durch eine Glaswand gebildet wird, ist halb mit Wasser angefüllt, welches durch Zumischung von etwas Milch oder durch Niederschlag von Mastix getrübt worden ist. [Nach E. Mach, der schon vor Tyndall einen ähnlichen Apparat construirt hat [1]), durch Zusatz einer fluorescirenden Flüssigkeit, z. B. Fluoresceïn.]

Die Glasseite stehe vertical; vermittelst des Spiegels *M* wird durch einen im Rande des Gefässes angebrachten Spalt (*I*) ein Bündel Sonnenstrahlen oder die parallel gemachten Strahlen einer elektrischen Lampe *L* in beliebiger Richtung hineingeworfen. Dasselbe trifft das Wasser bei

Fig. 26.



O, tritt in dasselbe ein und zieht sich durch die Flüssigkeit wie ein scharfes helles Band (*O G*). Sowie man jetzt die Luft über dem Wasser mit etwas Tabaksrauch füllt, erscheint auch die Spur des einfallenden und reflectirten Strahles sichtbar. Misst man alle Winkel für verschiedene Einfallsrichtungen, so wird man die Gesetze 2 und 3 bestätigt finden. Diese Winkel kann man direct ablesen bei zwei von Joh. Müller construirten Apparaten, von denen der eine (Fig. 27, a. f. S.) die Reflexion, der andere (Fig. 29, s. S. 41) die Brechung vorzuzeigen gestattet. Der erstere Apparat ist wie folgt eingerichtet.

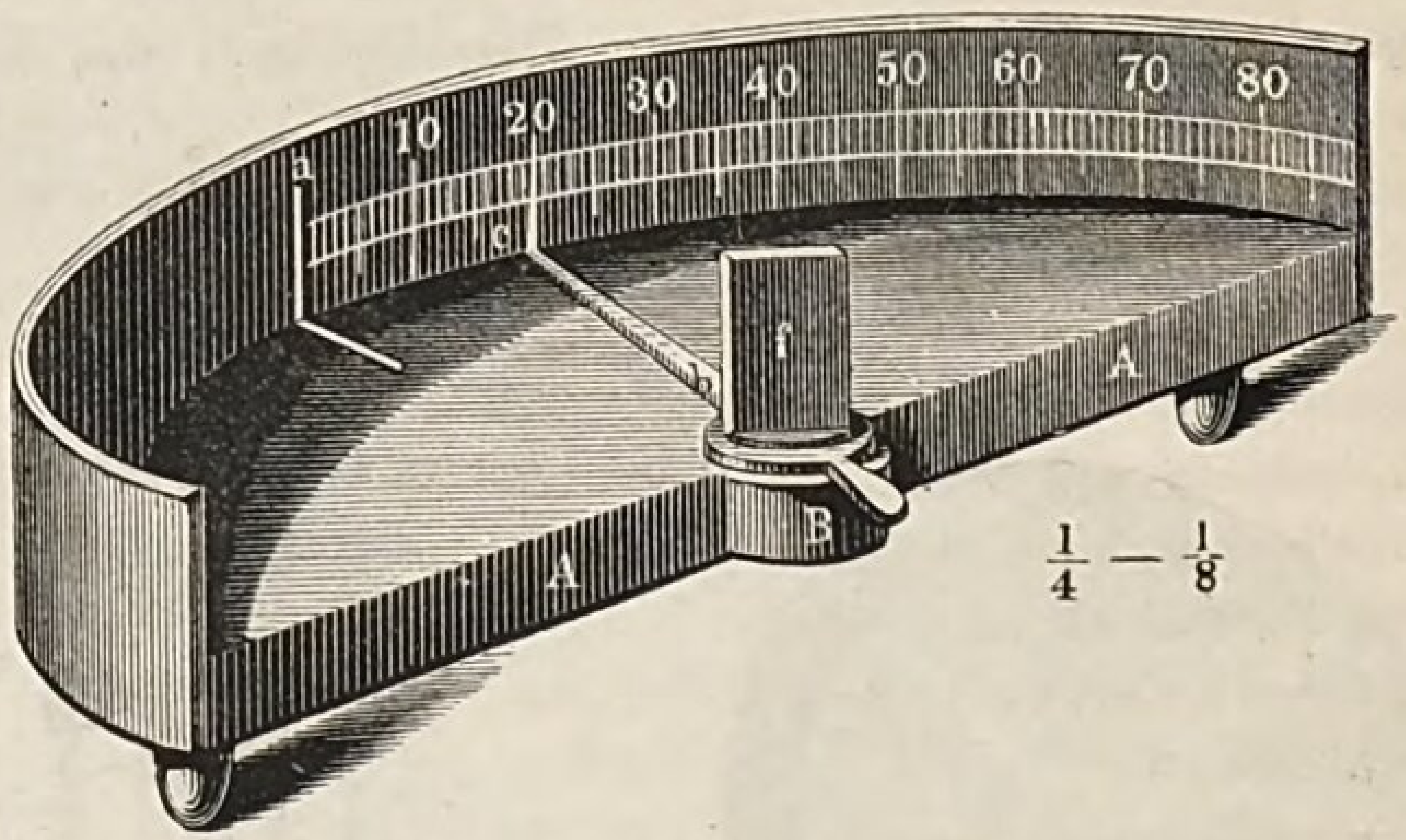
Der Spiegel *f*, welchen unsere Figur von der Rückseite zeigt, ist um eine verticale Axe drehbar, welche durch den Mittelpunkt des horizontalen halbkreisförmigen Brettes *A* geht. Die Richtung des Einfallslothes bezw. die Normale zum Spiegel *f* ist durch den Messingstreifen *b c* bezeichnet, welcher sich mit dem Spiegel dreht und bei *c* einen verticalen Zeiger trägt.

[1]) Carl's Repertorium 7, 1871.

Um den halbrunden Theil des Brettes *A* ist ein dasselbe überragender Halbkreis von Messingblech gelegt, welcher bei *a* einen verticalen Schlitz hat. Der Viertelskreis von *a* nach der rechten Seite ist in 90 Grade getheilt.

Ist der Spiegel so gestellt, dass der Zeiger *c* auf dem Theilstrich 10⁰, oder auf 20⁰, 30⁰ u. s. w. steht, so wird ein Strahlenbündel, welches

Fig. 27.

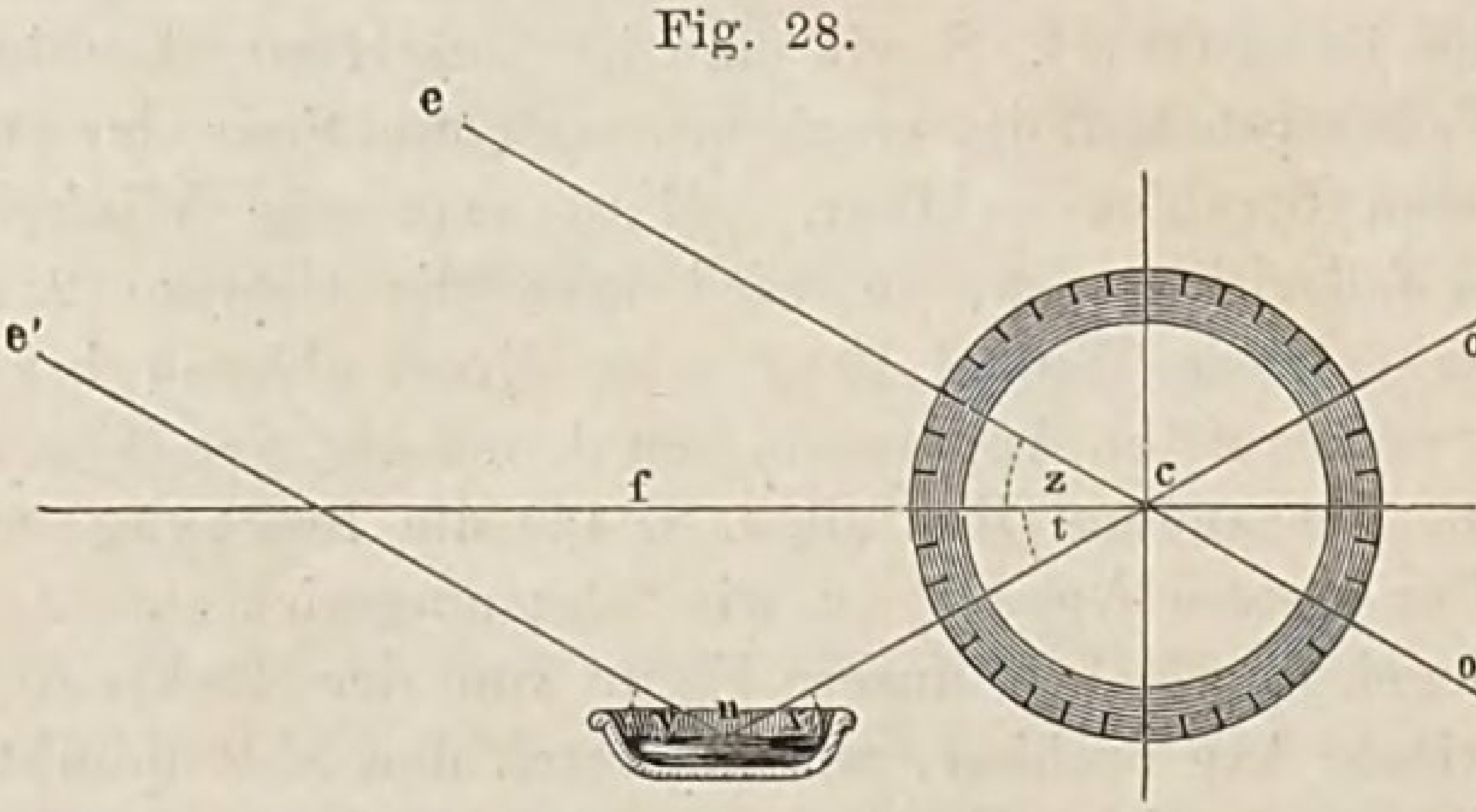


durch die Spalte bei *a* eindringt (am besten ein durch einen Spiegel horizontal gemachtes Bündel Sonnenstrahlen), mit dem Einfallslothe des Spiegels einen Winkel von 10, 20, 30 u. s. w. Graden machen und also nach den Theilstrichen 20⁰, 40⁰, 60⁰ u. s. w. reflectirt werden.

Am genauesten wird die Richtigkeit des Reflexionsgesetzes durch einen astronomischen Versuch bewiesen.

Um die Axe *c* eines Höhenkreises, Fig. 28, bewegt sich ein Fernrohr, mit welchem man die Gestirne beobachtet (man kann jeden Theo-

Fig. 28.



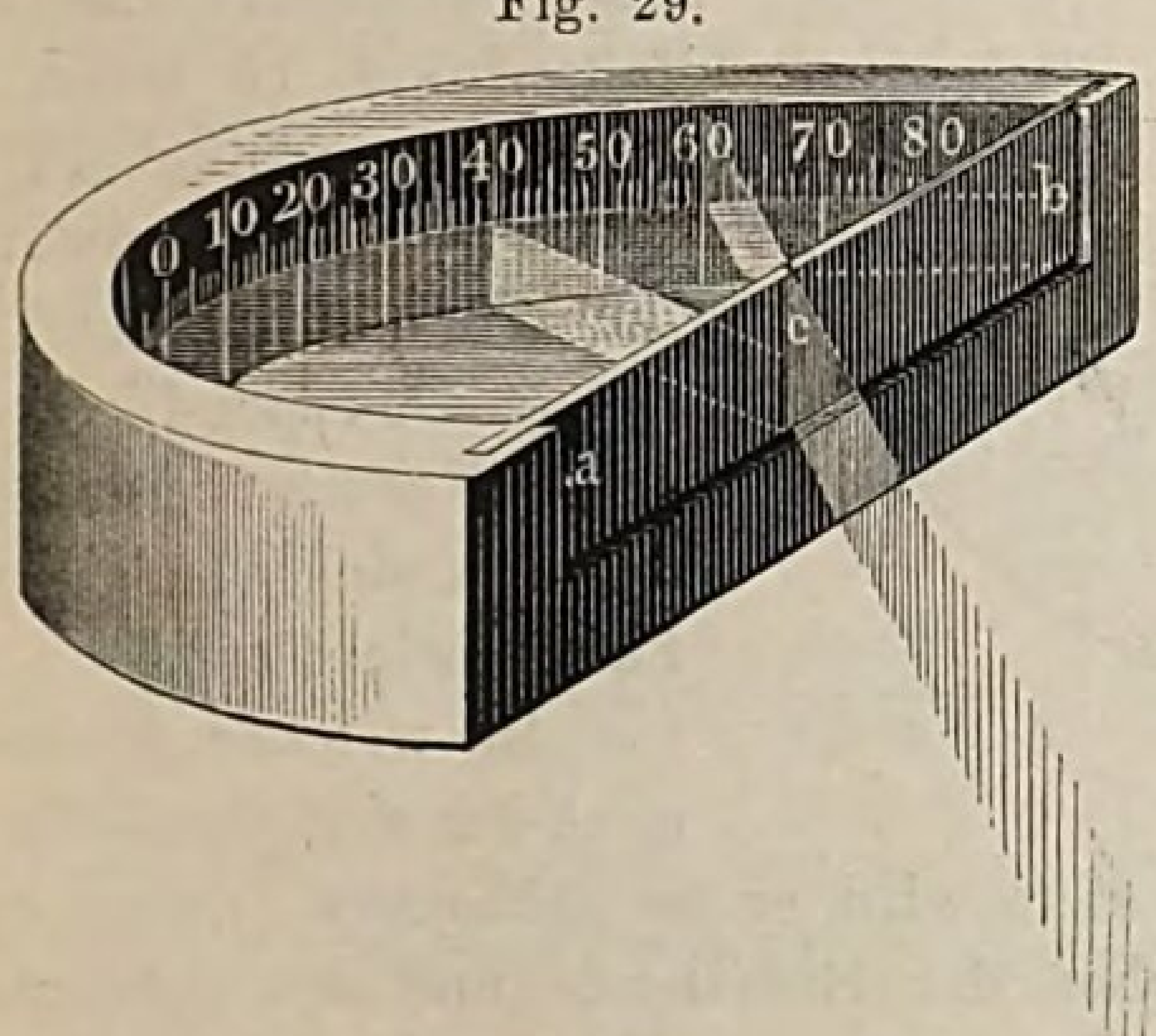
dolith, welcher mit einem Höhenkreise versehen ist, zu diesem Versuche anwenden). Erst visirt man nach irgend einem Stern und dann nach dem Bilde desselben Sternes, welches von einem sogenannten künstlichen Horizont reflectirt wird. Ein künstlicher Horizont besteht aus einer flachen Schale, gefüllt mit Quecksilber, dessen Oberfläche einen

vollkommen horizontalen Spiegel bildet; da aber die Oberfläche des Quecksilbers seiner grossen Beweglichkeit wegen bei der geringsten Erschütterung erzittert, so ist es schwer, mit einem solchen Quecksilberhorizont zu beobachten, wenn man ihn nicht an einem sehr ruhigen und festen Orte aufstellen kann; man bedient sich deshalb auch oft statt des Quecksilbers einer flüssigen Legirung desselben oder einer Mischung von Leinöl und Kienruss, welche noch flüssig genug ist, um leicht eine horizontale Ebene zu bilden, aber doch zu zähe, um durch jede kleine Erschütterung in Vibrationen versetzt zu werden. Misst man nun den Winkel z, welchen die nach dem Stern gerichtete Visirlinie oe mit der Horizontalen cf bildet, so findet man, dass er dem Winkel t gleich ist, welchen die nach dem Bilde des Sternes gerichtete Visirlinie $o'n$ mit derselben macht. Nun aber ist der einfallende Strahl $e'n$ mit eo parallel, weil beide von dem so zu sagen unendlich weit entfernten Sterne herkommen, folglich ist der Winkel y gleich Winkel z und $x = t$. Da nun aber der Versuch lehrt, dass $z = t$, so muss also auch $y = x$ sein. Sind aber die Winkel gleich, welche der einfallende und der reflectirte Strahl mit der Spiegelebene bilden, so machen sie auch gleiche Winkel mit dem Einfallslothe.

Dieser Versuch muss jedoch zur Zeit der Culmination des Sternes vorgenommen werden, weil sich nur zu dieser Zeit die Höhe des Sternes während der Dauer des Versuches nicht merklich ändert.

Der zweite Müller'sche Apparat, welcher das Gesetz der Brechung experimentell bestätigt, besteht aus einem halbkreisförmigen Gefäss, Fig. 29, welches mit einer Theilung versehen, bei $a\,b$ geschlossen ist durch eine ebene Glaswand, die bis auf einen in ihrer Mitte befindlichen verticalen Streifen von 1 mm Breite schwarz angestrichen ist. Diesem Streifen oder Spalt gerade gegenüber liegt der Nullpunkt der Scala. Das Gefäss wird halb mit Wasser gefüllt, so dass auch nur die Hälfte von Spalt und Scala bedeckt ist. Es falle ein paralleles Strahlenbündel (Sonnenstrahlen) auf den Spalt in beliebiger Richtung auf. Dann gehen die auf die obere Spalthälfte auftreffenden Strahlen in Luft in unveränderter Richtung weiter, während die untere Hälfte des Lichtbündels beim Eintritt in das Wasser eine andere Richtung erhält. Beide Lichtantheile treffen also die Scala an verschiedenen Punkten. Trifft, wie in der Figur, der ungebrochene Strahl den Theilstrich 60, so der gebrochene

Fig. 29.

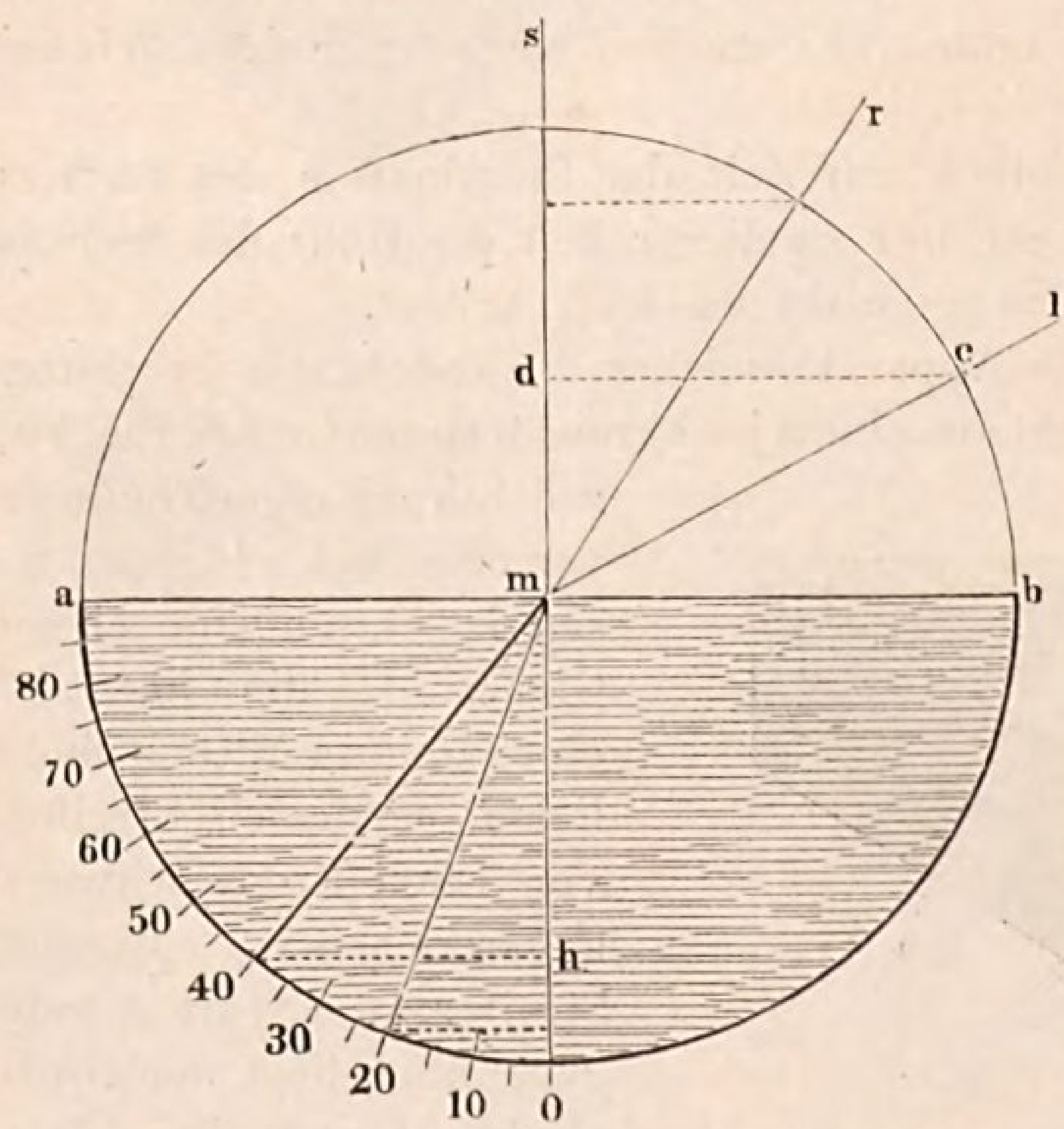


den Theilstrich 40. Geht ersterer nach 30° bezw. 15°, so letzterer nach 22° bezw. $11^1/_5$°. Das Gesetzmässige dieses Vorganges erkennt man leicht durch folgende Ueberlegung. Es stelle in Fig. 30 der Halbkreis *aob* den Umriss des Gefässes, *ab* die Vorderseite vor; bei *m* treten die Lichtstrahlen ein in der Richtung *lm*, so dass sie verlängert auf 60° treffen. Dann ist laut obigem Versuch die von *m* nach Theilstrich 40 gezogene Gerade der zu *lm* gehörige gebrochene Strahl. Steht *smo* senkrecht auf *ab*, so bildet diese Linie das Einfallsloth; es ist der Einfallswinkel *lms* hier 60°, der entsprechende Brechungswinkel gleich 40°.

Fällt man von *c* das Perpendikel *dc* auf das Einfallsloth, ein zweites Perpendikel aber vom Theilstrich 40 nach *h*, so verhalten sich diese beiden Perpendikel bei Wasser nahe wie 4 zu 3.

Wenn der einfallende Strahl *rm* einen Winkel von 30° mit dem Einfallslothe macht, so ist der entsprechende Brechungswinkel 22°. Fällt man nun von dem Punkte, wo der einfallende Strahl *rm* den Kreis schneidet, und vom Theilstrich 22 Perpendikel auf das Einfallsloth, so verhalten sich diese wieder wie 4 zu 3.

Fig. 30.



Hätte man das Resultat des letzten Versuches, nach welchem zum Einfallswinkel 15 Grad der Brechungswinkel $11^1/_5$° gehört, ebenso construirt, so hätte man in Beziehung auf jene Perpendikel dasselbe Resultat gefunden, dass sie sich nämlich verhalten wie 4 zu 3.

In welcher Richtung auch der einfallende Strahl die Wasserfläche treffen mag, stets wird er so gebrochen, dass, wenn man von den Punkten, in welchen der einfallende und der gebrochene Strahl einen um den Einfallspunkt gezogenen Kreis schneiden, Perpendikel auf das Einfallsloth fällt, diese Perpendikel sich verhalten wie 4 zu 3.

Wenn der Halbmesser des Kreises Fig. 30 zur Einheit genommen wird, so ist die in dieser Einheit ausgedrückte Länge des Perpendikels *dc* der Sinus des Winkels *dmc*, also der Sinus von 60°. Das von dem Theilpunkte 40 auf das Einfallsloth gefällte Perpendikel ist aber der Sinus von 40°.

Es gilt also auch:

$$\frac{sin\,60^0}{sin\,40^0} = \frac{sin\,30^0}{sin\,22^0} = \frac{sin\,15^0}{sin\,11{,}2^0} = const.,$$

wo die Constante nahe $^4/_3$ bedeutet. Bei einer anderen Substanz wäre die Constante eine andere, z. B. beim Uebergang des Lichtes von Luft in Glas gleich $^3/_2$. Stets aber würde gelten:

Der Sinus des Einfallswinkels dividirt durch den Sinus des Brechungswinkels ist constant.

Absoluter und relativer Brechungsquotient. Die Zahl, 20
welche angiebt, wie viel Mal beim Uebergang aus dem Mittel *a* in ein Mittel *b* der Sinus des Einfallswinkels grösser ist als der Sinus des Brechungswinkels, heisst der relative Brechungsquotient der beiden Substanzen *a* und *b*. Statt Brechungsquotient sagt man auch Brechungsexponent, Brechungsindex oder Brechungsverhältniss. Ausser von der Art der Substanzen hängt der Brechungsquotient nur noch ab von der Farbe des Lichtes, d. h. der Wellenlänge der benutzten Strahlengattung. Davon sehen wir vorläufig ab.

Allgemein bezeichnet man den relativen Brechungsquotienten zweier Substanzen *a* und *b* mit n_{ab}, wenn das Licht von der Substanz *a* zur Substanz *b* gebrochen wird, mit n_{ba} dagegen im umgekehrten Falle. Zwischen diesen Werthen besteht eine einfache Beziehung. Die Erfahrung lehrt, dass sowohl bei der Reflexion als bei der Brechung das Licht ganz denselben Weg zurücklegt zwischen zwei Punkten (l und l' bezw. l und q, Fig. 25), ob das Licht von l nach l' reflectirt, bezw. von l nach q gebrochen wird oder umgekehrt. Man bezeichnet diese Thatsache als Princip der Umkehrbarkeit, dem alle optischen Erscheinungen sich unterordnen. Wäre der Einfallswinkel im Wasser 40^0 bezw. 22^0, bezw. $11{,}2^0$, so würde der Strahl in der Luft austreten unter einem Winkel von 60^0 bezw. 30^0, bezw. 15^0. Für den Brechungsexponenten von Wasser und Luft erhält man also

$$\frac{sin\,40^0}{sin\,60^0} = \frac{sin\,22^0}{sin\,30^0} = \frac{sin\,11{,}2^0}{sin\,15^0} = {}^3/_4.$$

Bedeutet α den Einfallswinkel im Medium *a*, und β den entsprechenden Brechungswinkel im Medium *b*, so gilt also allgemein:

$$n_{ab} = \frac{sin\,\alpha}{sin\,\beta} \quad \text{und} \quad n_{ba} = \frac{sin\,\beta}{sin\,\alpha},$$

so dass wir erhalten:

$$n_{ab} \,.\, n_{ba} = 1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Ferner lehrt die Erfahrung (siehe später §. 22), dass der relative Brechungsquotient n_{ab} zweier Medien *a* und *b* gegeben ist, wenn man den relativen Brechungsindex des Mediums *a* sowohl als des Mediums

b im Vergleich zu einem dritten Medium c kennt. Sind letztere n_{ac} und n_{bc}, so gilt:

$$n_{ab} = \frac{n_{ac}}{n_b};$$

oder, da $n_{ac} = \frac{1}{n_{ca}}$ und $n_{bc} = \frac{1}{n_{cb}}$ ist:

$$n_{ab} = \frac{n_{cb}}{n_{ca}} \quad \dots\dots\dots\dots \quad 2)$$

Es sei das Mittel a Wasser, b Glas und c Luft; wir wissen, dass $n_{ca} = {}^4/_3$ und $n_{cb} = {}^3/_2$ ist. Demnach wird $n_{ab} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} = {}^9/_8 = 1{}^1/_8$ als numerischer Werth für den Brechungsindex von Wasser und Glas. Durch diese Beziehung ist die Zahl der möglichen Brechungsquotienten bedeutend verringert und auf eine einzige Reihe zurückgeführt, nämlich auf die Reihe der Indices aller Medien gegen ein einziges Medium. Als letzteres wählt man den absolut luftleeren Raum, das Vacuum; der Brechungsindex für den Uebergang aus dem Vacuum in eine Substanz (a) heisst der „absolute" Brechungsindex der Substanz (a) und wird mit n_a bezeichnet. Der absolute Brechungsquotient der Substanz b ist also n_b; denken wir uns jetzt in der vorigen Gleichung $n_{ab} = \frac{n_{cb}}{n_{ca}}$ als drittes Medium (c) das Vacuum gesetzt, so wird aus n_{cb} einfach n_b und aus n_{ca} jetzt n_a, so dass wir erhalten:

$$n_{ab} = \frac{n_b}{n_a} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

oder:

$$\mathbf{n_a . \sin\alpha = n_b . \sin\beta} \quad \dots\dots\dots \quad 3)$$

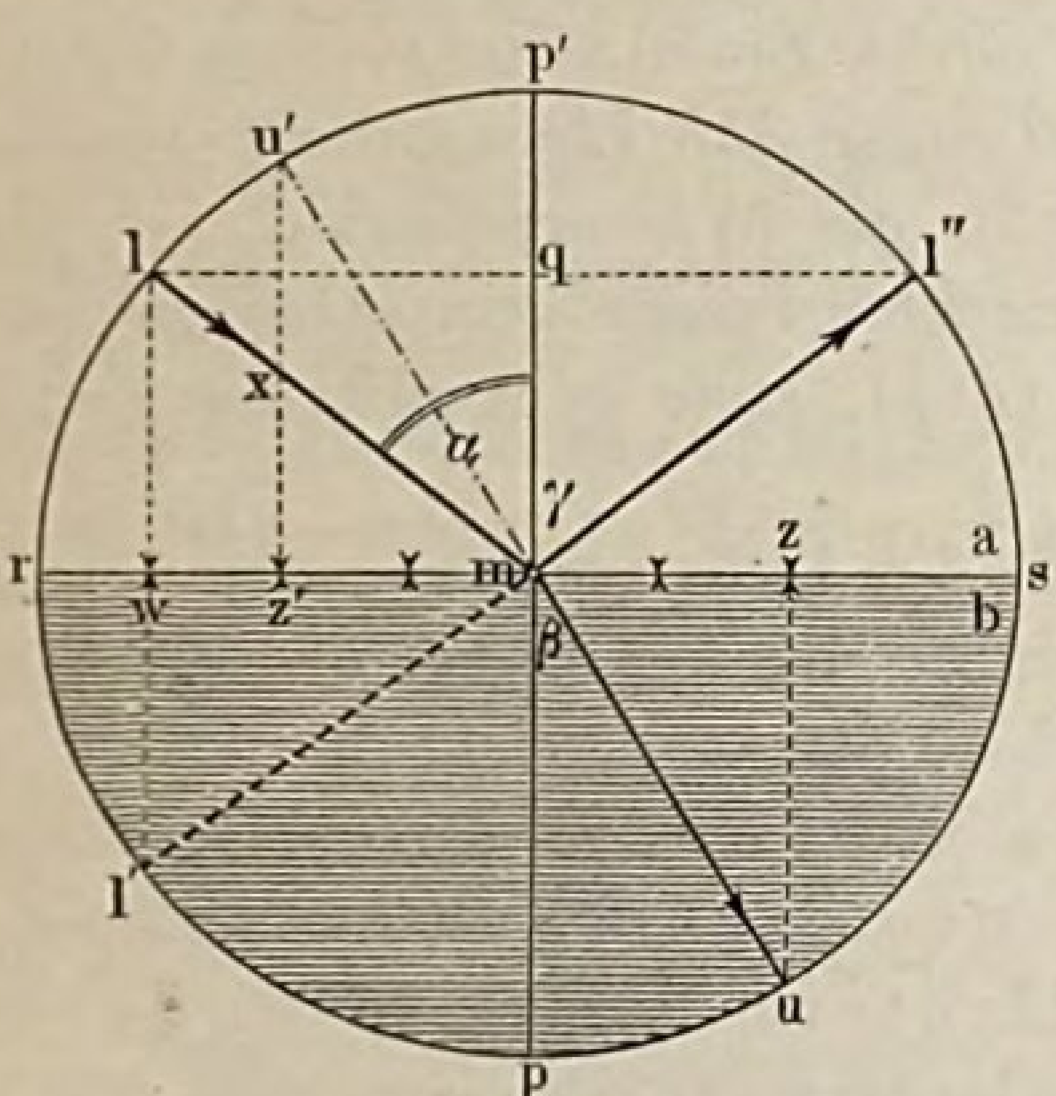
d. h. in Worten: Das Product aus dem absoluten Brechungsindex einer Substanz und dem Sinus des Einfallswinkels bleibt bei der Brechung von Medium zu Medium constant.

Ist $n_a > n_b$, so ist also $\beta > \alpha$ und wenn $n_a < n_b$, so muss $\alpha > \beta$ sein. Geht der Lichtstrahl aus einem schwächer brechenden Medium in ein stärker brechendes über, so wird derselbe dem Einfallslothe genähert, im umgekehrten Falle vom Einfallslothe entfernt. Man sagt, ein Mittel hat grössere optische Dichtigkeit oder ist optisch dichter als das andere, wenn es den grösseren absoluten Brechungsexponenten hat. Damit ist aber keineswegs gesagt, dass ein optisch dichteres Medium auch dichter im mechanischen Sinne sei, d. h. das grössere specifische Gewicht habe. So z. B. ist Benzol stärker brechend, also „optisch dichter" als Wasser, jedoch von geringerem specifischen Gewichte als Wasser.

Construction des reflectirten und gebrochenen Strahles. Es soll der reflectirte und gebrochene Strahl gefunden werden, welcher zu dem bei m (Fig. 31) auf die Trennungsfläche rs der beiden Medien

a und b auffallenden Strahle lm gehört. Man errichte in m auf der Grenzfläche rs das Einfallsloth $p'mp$, schlage mit der beliebigen Länge ml einen Kreis um m als Centrum und fälle von l ein Loth (lq) auf $p'p$, dessen Verlängerung den Kreis in l'' schneidet. Die Verbindungslinie ml'' ist der reflectirte Strahl. In der That liegen $l''m$, qm und lm in einer Ebene und ist $\measuredangle\, l''mq = \measuredangle\, lmq$. Verlängert man $l''m$ rückwärts, bis der Kreis in l' getroffen wird, verbindet l mit l', so ist $ll' \perp ms$ und $lw = wl'$. Hieraus ergiebt sich die weitere Construction: Man fällt vom beliebigen Punkte l des einfallenden Strahles ein Loth (ll') auf die Grenzfläche rs, macht $wl' = wl$ und verlängert $l'm$ rückwärts über m, so ist diese Verlängerung ml'' der zu ml gehörige reflectirte Strahl (siehe Construction des Spiegelbildes §. 28). Um den gebrochenen Strahl zu finden, machen wir $mz = mw \cdot \frac{n_a}{n_b} = mw \,.\, n_{ba}$, errichten in z ein Loth auf rs und verbinden den Schnittpunkt (u) dieses Lothes und des Kreises mit m; es ist mu der zu lm gehörige gebrochene Strahl. Da $\measuredangle\, pmu = \beta = \measuredangle\, zum$ und $\measuredangle\, qml = \alpha = \measuredangle\, mlw$, ferner $mu = ml$ ist, so gilt wirklich:

Fig. 31.



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{mw/ml}{mz/mu} = \frac{mw}{mz} = \frac{n_b}{n_a} = n_{ab}\,.$$

Bedeutet a Luft und b Glas (wie in Fig. 31 angenommen), so ist $\frac{mw}{mz} = {}^3/_2$, weil $n_{ab} = {}^3/_2$ ist; wenn a Wasser und b Glas, so ist $\frac{mw}{mz} = {}^9/_8$ u. s. w.

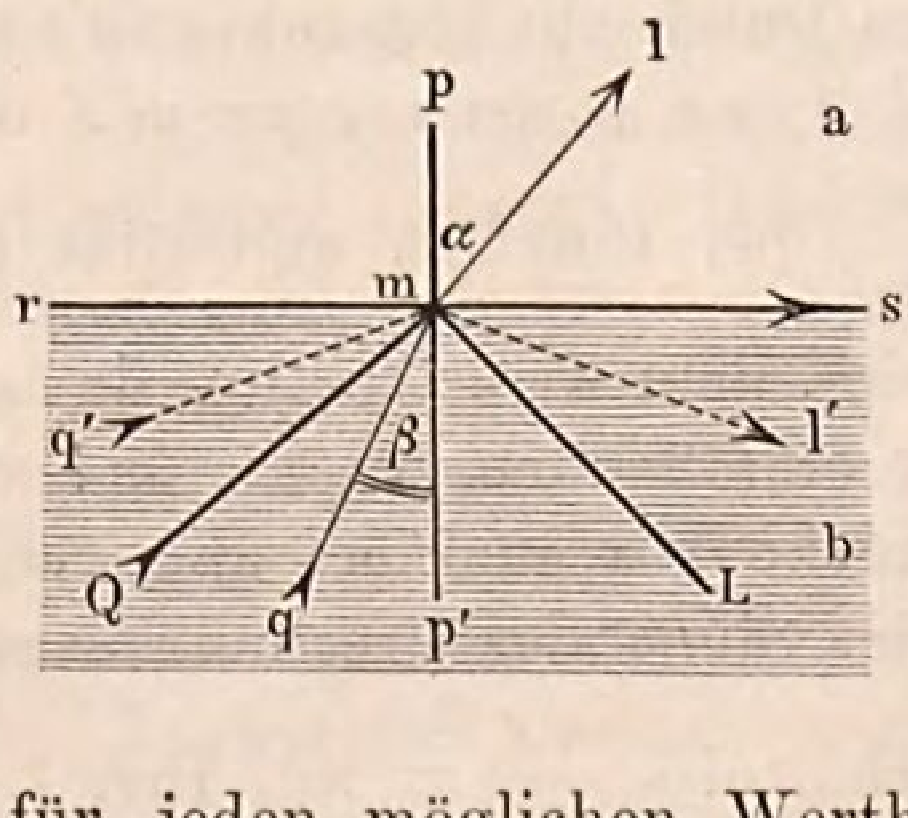
Verlängert man um rückwärts bis zum Durchschnittspunkte (u') mit dem Kreise und fällt von u' das Loth $u'z' \perp rs$, so ist $mz = mz'$ und es gilt: $mz'/mw = mx/ml = n_{ba} = \frac{n_a}{n_b}$, bei Luft ($a$) und Glas ($b$), also gleich ${}^2/_3$; es ergiebt sich hieraus eine neue Construction des gebrochenen Strahles: Man trägt auf dem einfallenden Strahle ml von m aus in beliebigem Maassstabe zwei Stücke mx und ml ab, welche sich verhalten wie n_a zu n_b, oder wie der Sinus des Brechungs- zum Sinus des Einfallswinkels, d. h. deren Verhältniss $\frac{mx}{ml} = n_{ba}$ (bei Luft und Glas $= {}^2/_3$) ist. Durch x wird zum Einfallslothe $p'mp$ eine Parallele

gezogen und um m mit dem Radius ml ein Kreisbogen geschlagen, welcher die Parallele in u' schneidet. Die rückwärts verlängerte Gerade $u'm$ giebt den gebrochenen Strahl mu.

21 **Totale Reflexion.** In allen Fällen, wo das Licht durch ein schwächer brechendes auf ein stärker brechendes Medium fällt, ist die Reflexion partiell, d. h. es wird nur ein Theil des Lichtes reflectirt, der andere wird gebrochen. Fallen Lichtstrahlen in Luft senkrecht auf eine Wasseroberfläche, so werden nur 18 von 1000 Thln. reflectirt; Glas giebt 25 pro Mille, Quecksilber 666 pro Mille der auffallenden Lichtmenge zurück. Bei schräger Richtung der Lichtstrahlen wird die Reflexion vermehrt. So reflectirt Wasser bei einem Einfallswinkel von 40° schon 22, bei 60° dagegen 65 und bei 80° sogar 333 Lichtantheile von 1000. Ja bei streifender Incidenz übertrifft die Wasserreflexion an Stärke diejenige des Quecksilbers bei senkrechter Spiegelung. Jedoch ist die Reflexion bei keinem Einfallswinkel total, stets geht mit der Reflexion ein Lichtverlust Hand in Hand.

Anders in denjenigen Fällen, wo der Lichtstrahl von einem stärker brechenden in ein schwächer brechendes Medium überzugehen versucht; sobald der Einfallswinkel eine gewisse Grösse erreicht hat, tritt kein Licht mehr in das optisch dünnere Mittel ein, sondern dasselbe geht entlang der Trennungsfläche. Die noch schräger auffallenden Strahlen aber werden in das dichtere Mittel total zurückgeworfen, als ob die Grenzfläche ein vollkommener Spiegel wäre. Bei dieser Spiegelung findet gar kein Lichtverlust statt; sie heisst daher „Totalreflexion". Diese Erscheinung tritt stets ein, wenn die Neigung des vom dichteren ins dünnere Medium strebenden Strahles nur gross genug ist. Der Einfallswinkel, welchem die längs der Trennungsfläche gehenden Strahlen entsprechen, heisst der „Grenzwinkel der Totalreflexion" oder der „kritische Winkel". Sein Werth für je zwei Medien bestimmt sich aus der Gleichung für die Brechung. Sind die absoluten Brechungsindices zweier Medien a und b bezw. n_a und n_b, und bildet der beide Medien passirende Strahl lmq (Fig. 32) in a den Winkel α, in b den Winkel β mit dem Einfallslothe, so gilt:

Fig. 32.



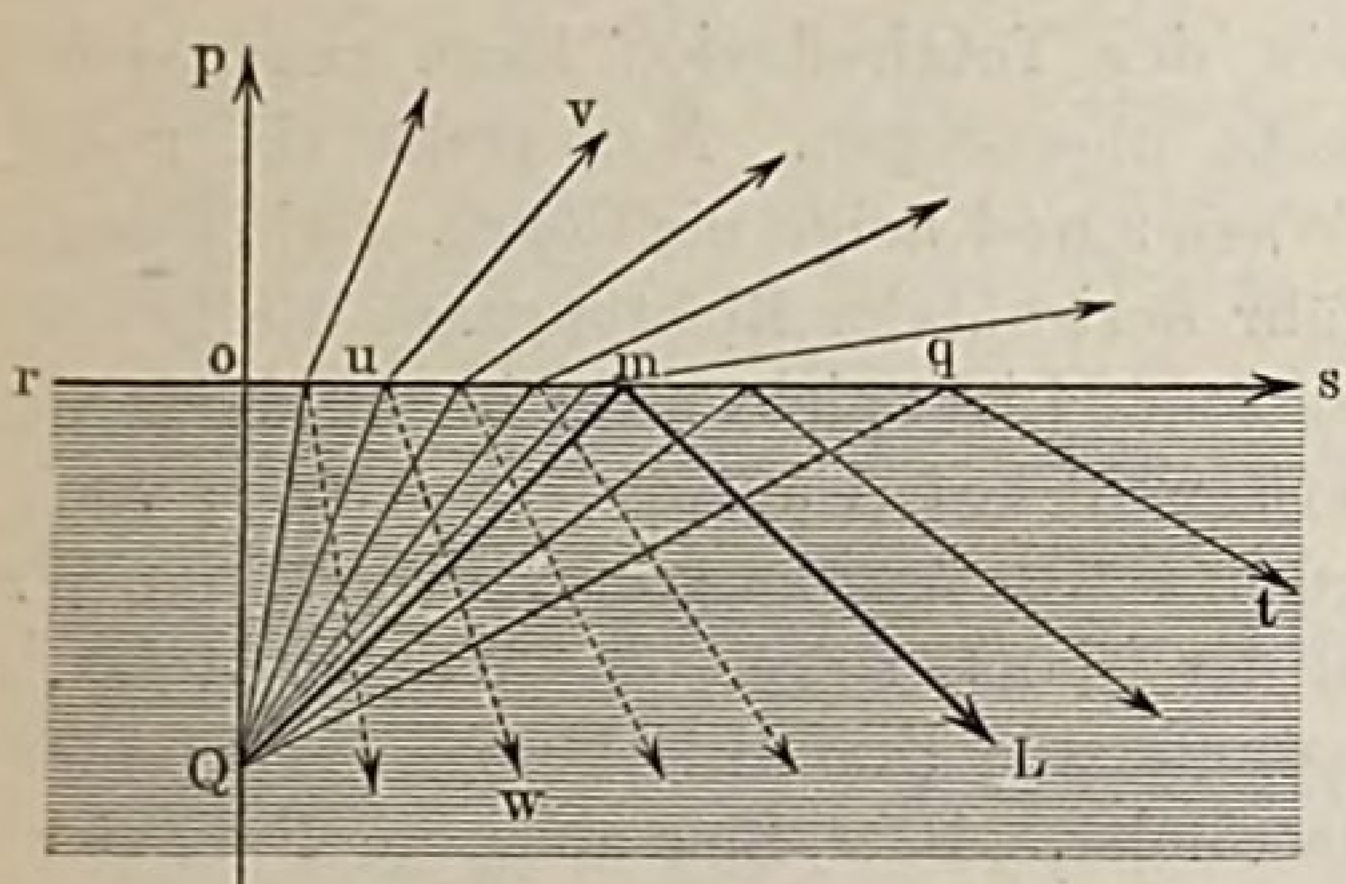
$$n_a \cdot sin\,\alpha = n_b \cdot sin\,\beta,$$

gleichviel, ob der Strahl von l nach q oder von q nach l geht. Wir wollen wie in Fig. 32 annehmen, dass $n_a < n_b$, d. h. b optisch dichter als a sei. Dann lehrt obige Gleichung, dass es für jeden möglichen Werth von α (von 0° bis 90°) einen reellen Werth von β giebt, während keineswegs das Umgekehrte gilt. Für

$\alpha = 0$ ist auch $\beta = 0$; wächst α, so auch β; stets aber ist, da $\frac{n_a}{n_b} < 1$, auch $\sin\beta < \sin\alpha$ und stets somit: $\beta < \alpha$; der grösste Werth von α ist 90^0, der dazu gehörige Werth β also $< 90^0$; derselbe folgt aus der Gleichung: $\sin\beta = n_a/n_b$.

Dieser Winkel ist aber nichts Anderes als der „Grenzwinkel der Totalreflexion"; er werde mit β' bezeichnet. In der That entspricht laut der Reciprocität der Strahlenwege (s. §. 19) einem unter dem Winkel $Qmp' = \beta'$ im Medium b einfallenden Strahle Qm (in Fig. 32 stark gezeichnet) der längs der Grenzfläche ms gebrochene Strahl. Wandert der Strahl von pm über lm nach sm, so der zugehörige Strahl von $p'm$ über qm nach Qm und umgekehrt. Bildet ein auf rs auffallender Strahl $q'm$ einen Winkel $\beta > \beta'$, so wird der aus der Gleichung $\sin\alpha = \frac{n_b}{n_a} \cdot \sin\beta$ folgende Werth imaginär, insofern $\sin\beta > \sin\beta' > \frac{n_a}{n_b}$ ist, also auch $\sin\alpha > 1$ wird. Die Erfahrung lehrt, dass Strahl $q'm$ nach ml' total reflectirt wird gemäss dem gewöhnlichen Reflexionsgesetz. Es ist also $\measuredangle\, rmq' = \measuredangle\, sml'$. Dies findet für alle Strahlen statt, welche mit dem Lothe mp' einen Winkel $\beta > \beta'$ bilden.

Fig. 33.



In Fig. 33 ist dieser Vorgang anschaulicher dargestellt. Q ist ein im Wasser leuchtender Punkt, der Strahlen nach allen Richtungen hin aussendet. Von diesen treten nur diejenigen aus, welche innerhalb des Kegels verlaufen, dessen Spitze Q, dessen Axe das Loth Qop ist, und dessen Seitenlinie Qm mit der Axe den Grenzwinkel der Totalreflexion bildet (bei Luft und Wasser ist oQm gleich $48^0\ 47'$, s. f. S.). Umgekehrt erscheint einem bei Q befindlichen Auge die ganze Halbkugel über der Wasseroberfläche zusammengedrängt in diesen Kegelraum. Zu jedem Strahl Qu innerhalb dieses Kegels gehört also ein austretender gebrochener Strahl uv, aber auch ein an rs bei u partiell gespiegelter Strahl. Je weiter nun ein Strahl von Qo abliegt und Qm sich nähert, um so mehr nimmt die Intensität des gebrochenen Strahles ab, diejenige des reflectirten zu. Die auf dem Kegelmantel verlaufenden Strahlen Qm werden total reflectirt nach mL; ebenso die ausserhalb des Kegels verlaufenden Strahlen Qq. Ihnen kommt kein austretender Strahl zu. Das Auge bei Q wird also, nach

Qm blickend den Punkt *L* sehen, nach *Qq* blickend den Punkt *t*, ganz als ob *ms* ein vollkommener Spiegel wäre.

Der Werth des Grenzwinkels lässt sich leicht aus Gleichung $\sin\beta' = n_a/n_b$, wo $\frac{n_a}{n_b} = n_{ba}$ ist, bestimmen. Ist *a* Luft und *b* Wasser, so ist $n_a/n_b = n_{ba} = {}^3/_4 = 0{,}75$; da aber $0{,}75 = \sin(48^0\,35')$, so $\beta = 48^0\,35'$. Der genauere Werth ist $48^0\,47'$; derselbe wird durch die genauere Kenntniss des Brechungsquotienten n_{ba} gegeben. In Worten lässt sich der Werth des Grenzwinkels leicht definiren wie folgt:

Der Sinus des Grenzwinkels ist gleich dem relativen Brechungsquotienten beim Uebergang vom optisch dichteren zum dünneren Medium. Ist letzteres das Vacuum selbst, so ist einfach der Sinus des Grenzwinkels einer Substanz gleich dem Reciproken ihres absoluten Brechungsindex.

Es ist der Grenzwinkel der Totalreflexion beim Uebergang des Lichtes in Luft für die folgenden Substanzen:

Alkohol	Benzol	Crownglas	Flintglas	Schwefelkohlenstoff	Diamant
$46^0\,52'$	$41^0\,48'$	$40^0\,49'$	$37^0\,36'$	$36^0\,31'$	$23^0\,53'$

Von dem Vorhandensein der Totalreflexion kann man sich sehr leicht durch folgende Versuche überzeugen. Man stelle ein unten geschlossenes Reagensglas in Wasser und neige die Röhre. Bei genügender Neigung kann das in ungefähr horizontaler Richtung auf die Röhre auffallende und das Glas durchsetzende Licht nicht mehr in die darin befindliche Luft austreten, sondern wird total aufwärts reflectirt; von oben gesehen, glänzt das Röhrchen in hellstem Silberglanz. Giesst man Wasser in dasselbe, so verschwindet der Glanz, soweit das Wasser steigt, weil die Totalreflexion bei der festgesetzten Einfallsrichtung des Lichtes nur zwischen Glas und Luft stattfindet. Dass hier aber die Reflexion viel vollständiger ist als selbst bei Quecksilberreflexion, erkennt man durch Eingiessen von etwas Quecksilber statt Wasser in das Reagensglas. Der untere, mit Quecksilber gefüllte Theil des Rohres erscheint grau im Vergleich zum oberen leeren, total reflectirenden Theil. Ein weiterer Versuch ist folgender.

Fig. 34.

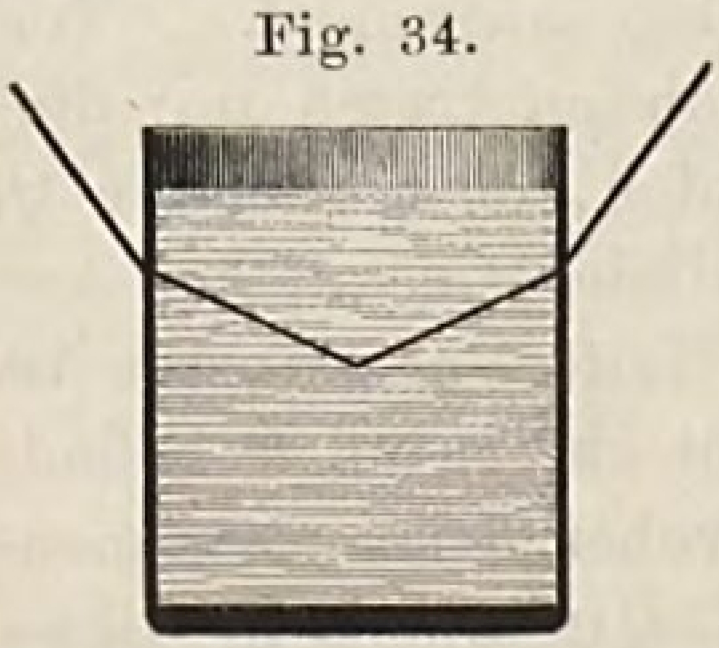
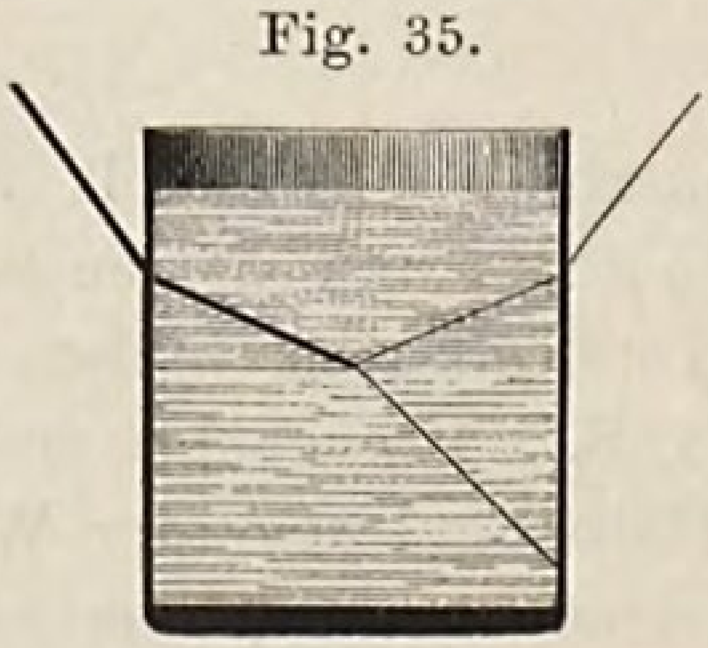


Fig. 35.



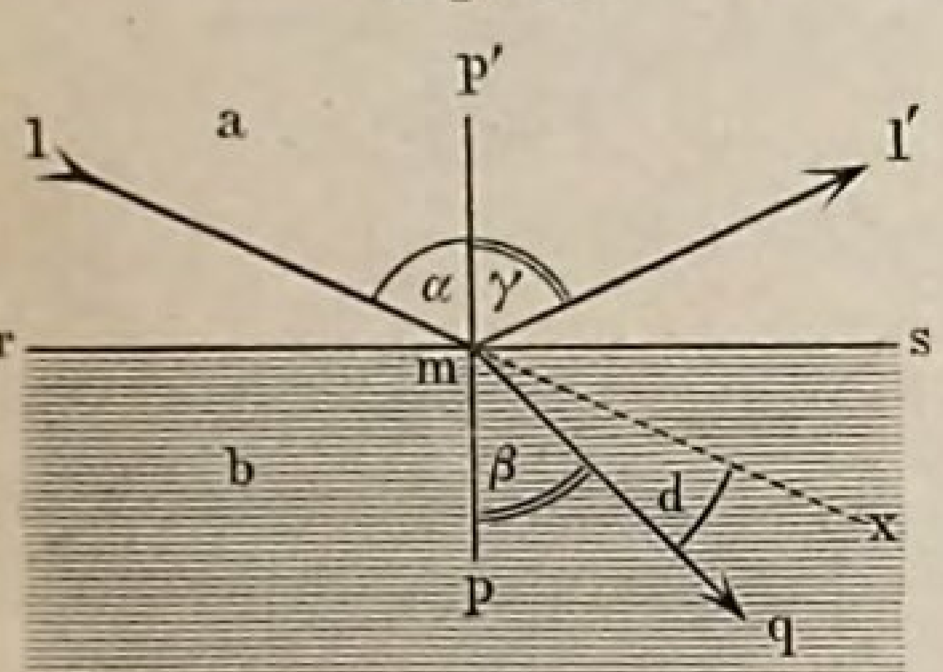
Man giesse in ein Glasgefäss von ungefähr 5 cm Durchmesser Wasser und darauf Benzol, in ein zweites Schwefelkohlenstoff und darauf Wasser. In dem ersten Falle wird die Grenzfläche, schräg von oben gesehen, wie Fig. 34 andeutet, mit lebhaftem Silberglanz er-

scheinen, weil die Strahlen aus dem Benzol nicht in das Wasser austreten können, also eine totale Reflexion erleiden, während die Grenzfläche zwischen Schwefelkohlenstoff und Wasser, Fig. 35, unter den gleichen Umständen nur einen sehr matten Glanz zeigt, indem die Strahlen an derselben nur theilweise gespiegelt werden, und grösstentheils aus dem schwächer brechenden Wasser in den stärker brechenden Schwefelkohlenstoff übergehen.

Grösse der Ablenkung durch einmalige Brechung. 22
Ausser bei senkrechter Incidenz eines Lichtstrahles auf die Trennungsebene zweier Medien erleidet der gebrochene Strahl stets eine Richtungsänderung. Dieselbe wird durch den Winkel gemessen, welchen man erhält, indem man vom Einfallswinkel des Strahles im optisch dünneren Mittel den entsprechenden Brechungswinkel im dichteren Mittel abzieht. Diese Winkeldifferenz (d) nennt man die Ablenkung des gebrochenen Strahles.

Beziehen wir uns auf Fig. 36, so ist für den Einfallswinkel α die Ablenkung: $d = \measuredangle xmq = \alpha - \beta$; dieselbe variirt mit der Grösse von α bezw. β, und zwar wächst d in einem viel schnelleren Verhältniss als der Brechungswinkel β. Folgende Tabelle enthält für $n_{ab} = {}^3/_2$ die Werthe von α und d, welche den von 5 zu 5 Grad fortschreitenden Werthen von β entsprechen. Die letzte Verticalreihe enthält den Zuwachs (δd) der Ablenkung.

Fig. 36.



β	α	d	δd
5°	7° 30′	2° 30′	2° 30′
10°	15° 5′	5° 5′	2° 35′
15°	22° 50′	7° 50′	2° 45′
20°	30° 32′	10° 52′	3° 2′
25°	39° 21′	14° 21′	3° 29′
30°	48° 35′	18° 35′	4° 14′
35°	59° 12′	24° 12′	5° 37′
40°	74° 34′	34° 24′	10° 22′

Die letzte Spalte ergiebt, dass namentlich für grössere Brechungswinkel (β) die Ablenkung weit schneller wächst, als die Werthe von β zunehmen.

Weg eines Strahles durch mehrere ebene brechende Flächen. Planparallele Platte und Prisma. 23 1. Parallelität der Grenzflächen. Wir wollen zunächst annehmen, es sei das Medium b

(Fig. 37) vom umgebenden Medium a durch zwei ebene und einander parallele Ebenen rs und $r's'$ getrennt; es sei also b z. B. eine planparallele Glasplatte. Der beliebig auffallende Lichtstrahl lm werde nach d gebrochen; da dm mit rs und $r's'$ gleiche Winkel bildet und da letztere einander parallel sind, so muss auch $dq \parallel lm$ sein. In der That gilt bei den in Fig. 37 eingeführten Zeichen:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{ab}$$

und

$$\frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = n_{ab},$$

wenn n_{ab} der relative Brechungsindex beim Uebergang von a nach b (hier von Luft in Glas $= {}^3/_2$) ist.

Es muss also $\gamma = \alpha$ sein, d. h. $dq \parallel lm$, oder in Worten:

Eine durchsichtige, planparallele Platte irgend einer brechenden Substanz in den Strahlengang gebracht, ändert die Richtung der Strahlen nicht.

Wenn somit die planparallelen Platten keine Ablenkung hervorbringen, so doch eine seitliche Verschiebung der Strahlen. Dieselbe

Fig. 37.

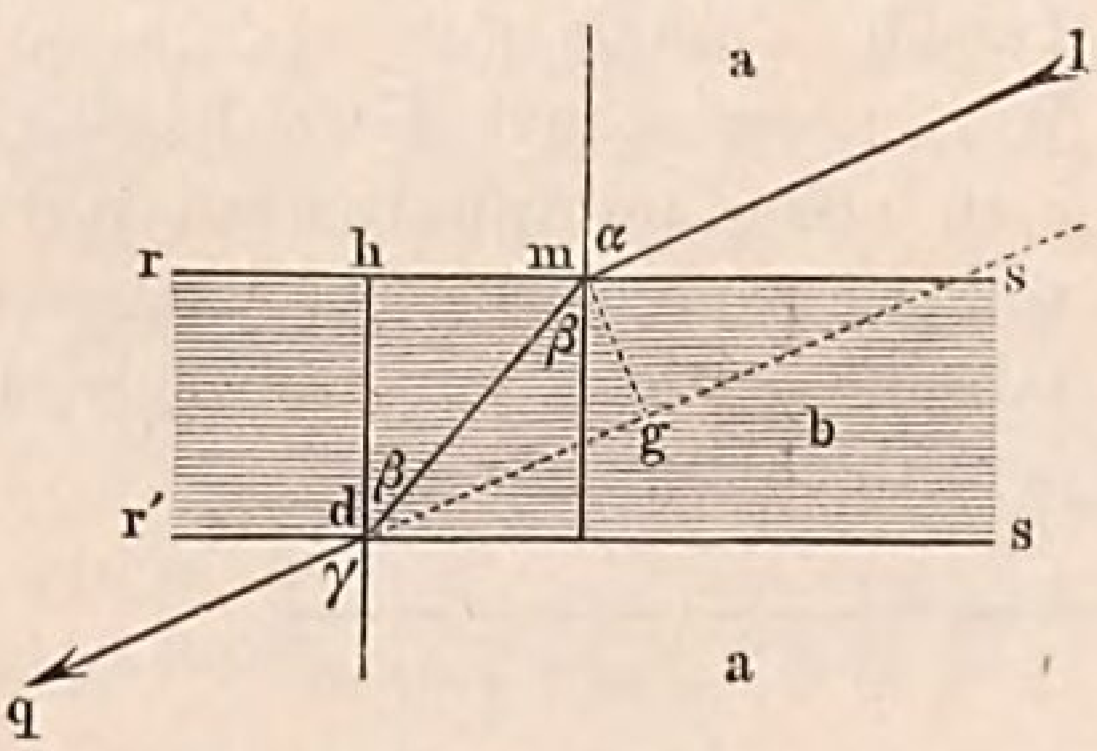
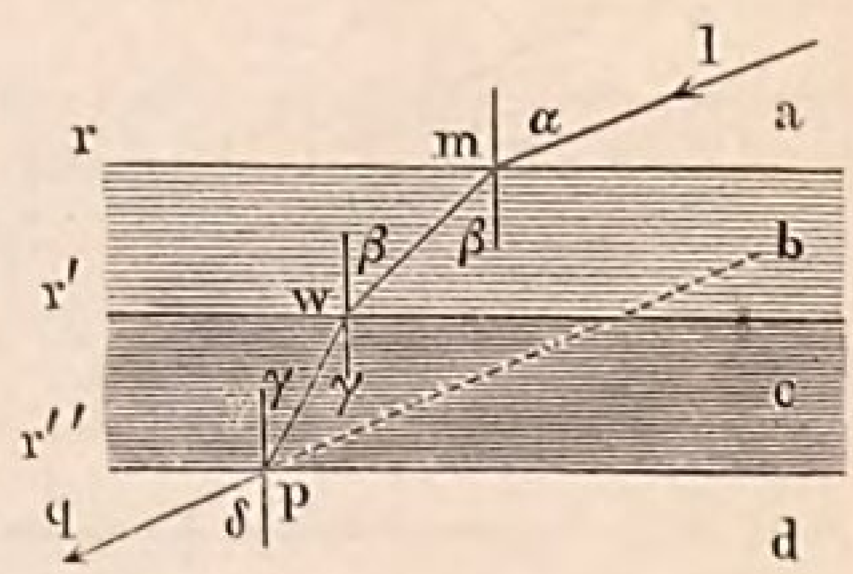


Fig. 38.



wird gemessen durch den senkrechten Abstand mg zwischen dem einfallenden Strahl lm und dem rückwärts verlängerten Strahl dq. Durch einfache trigonometrische Betrachtungen erhält man: $mg = md \, . \sin mdg = md \, . \sin(\alpha - \beta)$. Ist D die Dicke hd der Platte, so wird $md = D/\cos\beta$, also

$$mg = \frac{D \, . \sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Es wächst also die Verschiebung mg proportional mit der Dicke. Ausserdem hängt sie vom Einfallswinkel ab und wächst mit letzterem.

Auch wenn der Lichtstrahl durch beliebig viele Medien geht, von denen das erste und letzte den gleichen absoluten Brechungsindex besitzen, und welche durch parallele Grenzflächen getrennt sind, hat laut Erfahrung der Lichtstrahl im ersten und letzten Medium die gleiche Richtung. Hieraus ergiebt sich eine sehr interessante und wichtige

Beziehung. Es seien in Fig. 38 a, b, c und d vier verschieden durchsichtige brechende Mittel mit den parallelen Grenzflächen rs, $r's'$ und $r''s''$. Zum Einfallswinkel α im Medium a gehöre der Brechungswinkel β im Medium b; dieser ist für den Strahl mw wieder Einfallswinkel an der Grenzfläche $(r's')$ zwischen Mittel b und c; zu ihm gehöre der Brechungswinkel γ im Medium c, während δ der Austrittswinkel im Medium d sei. Dann gilt

$$n_{ab} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}, \quad n_{bc} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}, \quad n_{cd} = \frac{\sin\gamma}{\sin\delta};$$

laut Versuch ist aber $\alpha = \delta$, wenn $n_a = n_d$, weil dann $lm \parallel pq$ ist.

Demnach ist: $n_{ca} = \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$, also auch:

$$n_{ab} \cdot n_{bc} \cdot n_{ca} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cdot \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} \cdot \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = 1,$$

oder:

$$n_{bc} = \frac{1}{n_{ab} \cdot n_{ca}} = \frac{n_{ba}}{n_{ca}},$$

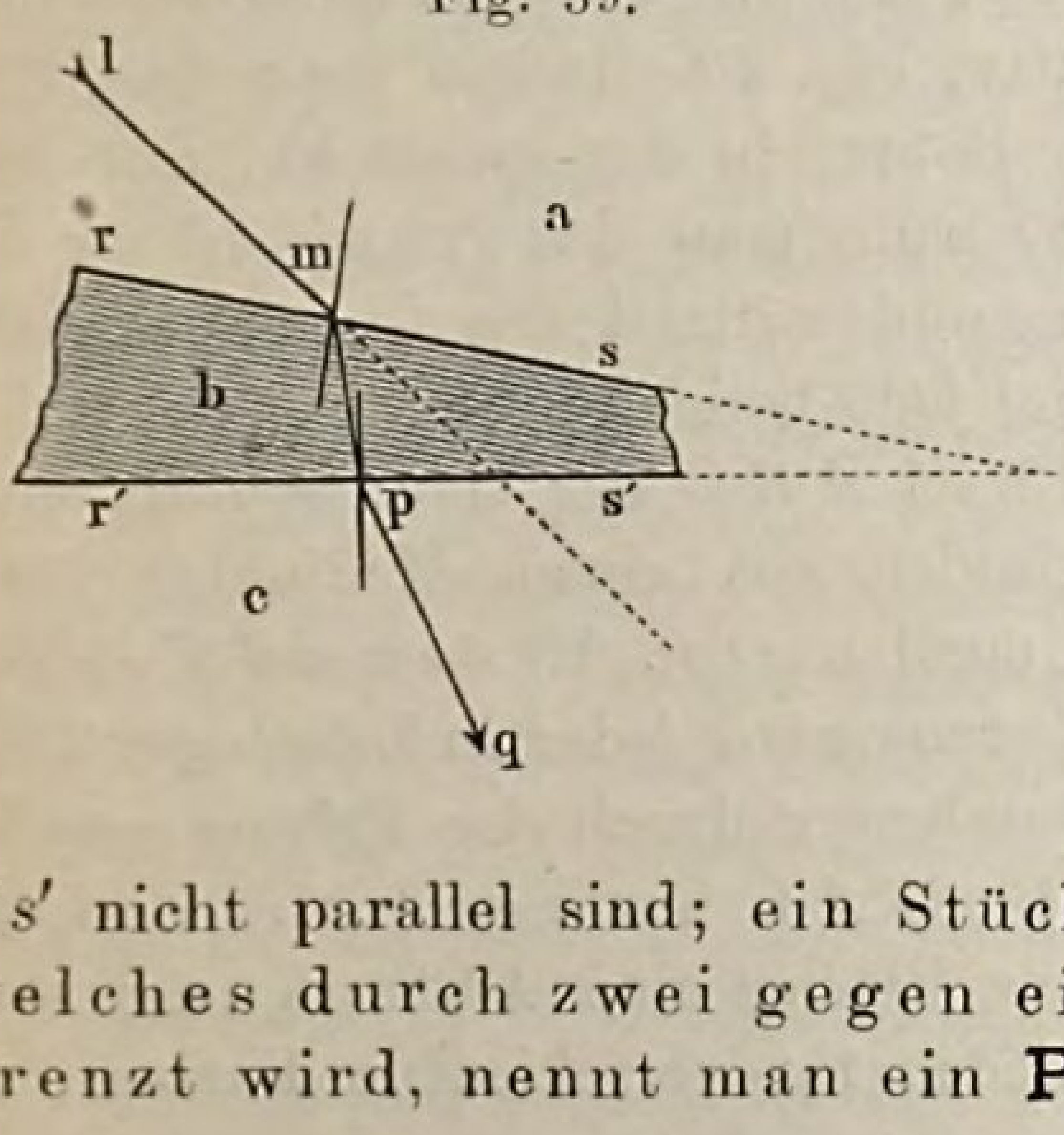
da ja $\frac{1}{n_{ab}} = n_{ba}$ ist; ebenso ist

$$n_{ab} = \frac{1}{n_{bc} \cdot n_{ca}} = \frac{n_{ac}}{n_{bc}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

kurz, es ist der relative Brechungsquotient zweier Medien gegeben aus dem Verhältniss der relativen Brechungsindices dieser Medien im Verhältniss zu einem dritten Medium. Diese Gleichung haben wir vorweg in §. 20, S. 44 benutzt.

2) Die Trennungsflächen sind geneigt (Prisma). Wir betrachten hier nur den Fall dreier Medien a, b und c (Fig. 39), welche durch die einander nicht parallelen Flächen rs und $r's'$ getrennt sind. Indem man den gebrochenen Strahl von Fläche zu Fläche verfolgt, sei es durch Rechnung oder Construction, findet man zu jedem einfallenden Strahle lm den austretenden pq. Eingehend wollen wir nun den Fall betrachten, wo das erste und dritte Medium gleich sind. Es sei also Medium b z. B. ein Stück Glas in Luft, dessen Flächen rs und $r's'$ nicht parallel sind; ein Stück eines durchsichtigen Stoffes, welches durch zwei gegen einander geneigte Ebenen begrenzt wird, nennt man ein **Prisma**.

Fig. 39.



In Bezug auf ein solches Prisma sind folgende Definitionen gebräuchlich.

Die Kante des Prismas ist die Linie, in welcher sich die beiden Grenzflächen schneiden oder doch schneiden würden, wenn man sie hinreichend verlängerte.

Die Basis eines Prismas ist eine der brechenden Kante gegenüberliegende Fläche, mag sie nun in der Wirklichkeit vorhanden, oder mag sie nur gedacht sein.

Der brechende Winkel ist der Winkel, welchen die beiden brechenden Flächen des Prismas mit einander bilden.

Hauptschnitt nennt man den Durchschnitt des Prismas mit einer auf der brechenden Kante senkrechten Ebene.

Gewöhnlich wendet man Prismen an, welche durch drei Rechtecke $a\,b\,b'\,a'$, $b\,c\,c'\,b'$ und $c\,a\,a'\,c'$, Fig. 41, begrenzt sind. Wenn das Licht

Fig. 40.

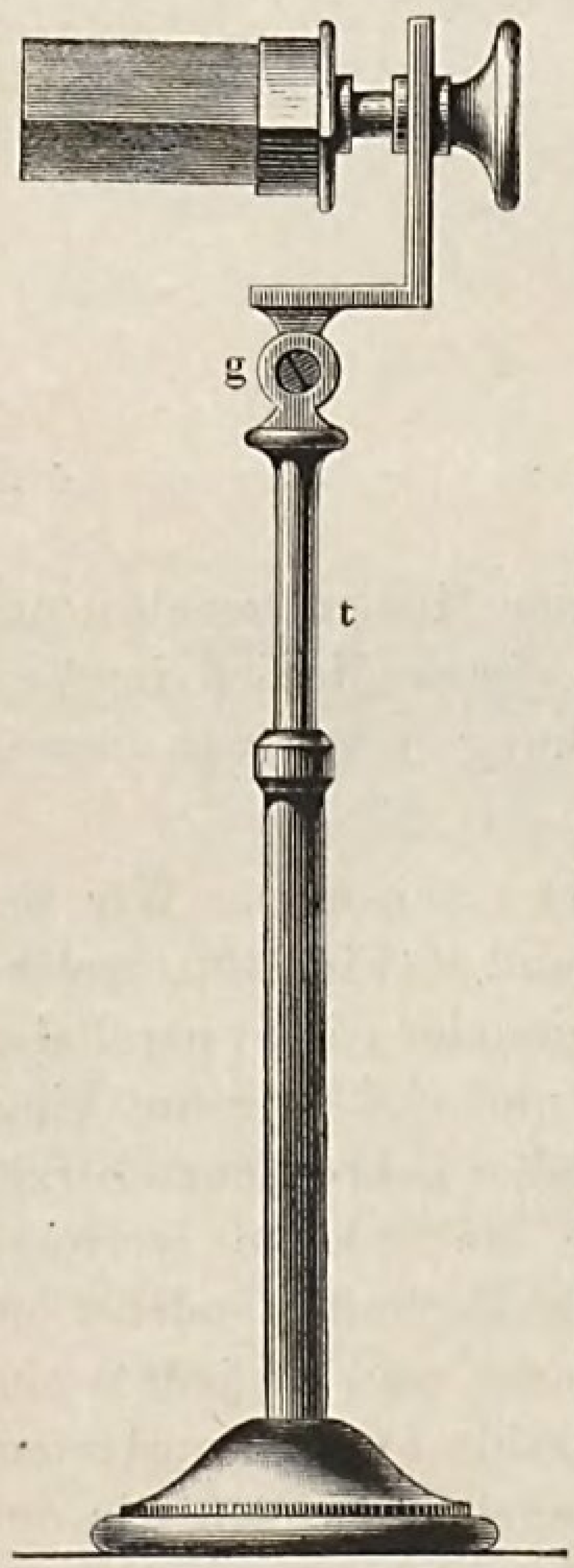
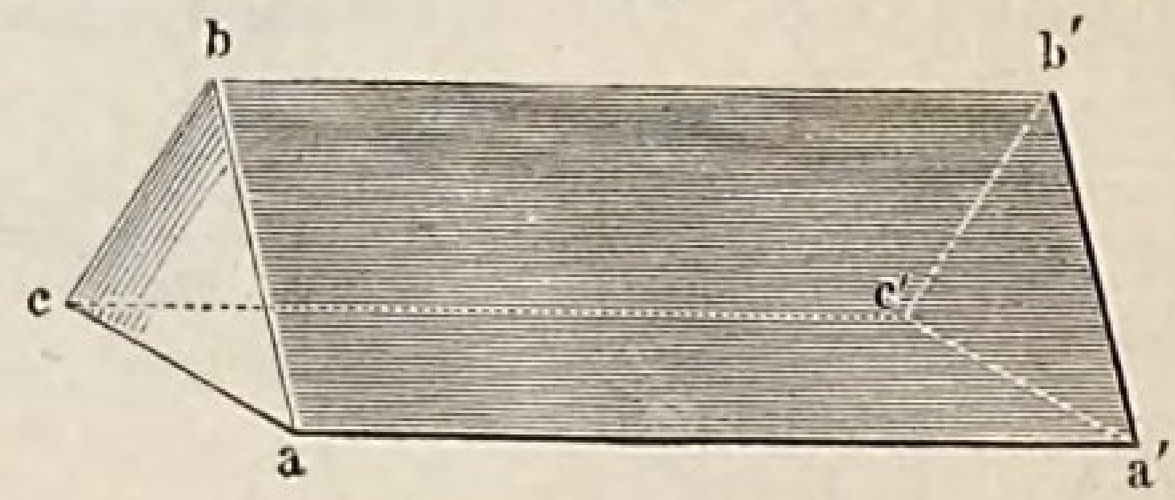


Fig. 41.



durch die Flächen $a\,b'$ und $a\,c'$ hindurchgeht, so ist $a\,a'$ die brechende Kante und $b\,c'$ die Basis; $b\,b'$ ist die brechende Kante, wenn der Lichtstrahl durch die Flächen $b\,a'$ und $b\,c'$ geht u. s. w.

Der Hauptschnitt eines solchen Prismas ist ein Dreieck, und je nachdem dieses Dreieck rechtwinkelig, gleichschenkelig oder gleichseitig ist, nennt man auch das Prisma selbst rechtwinkelig, gleichschenkelig oder gleichseitig.

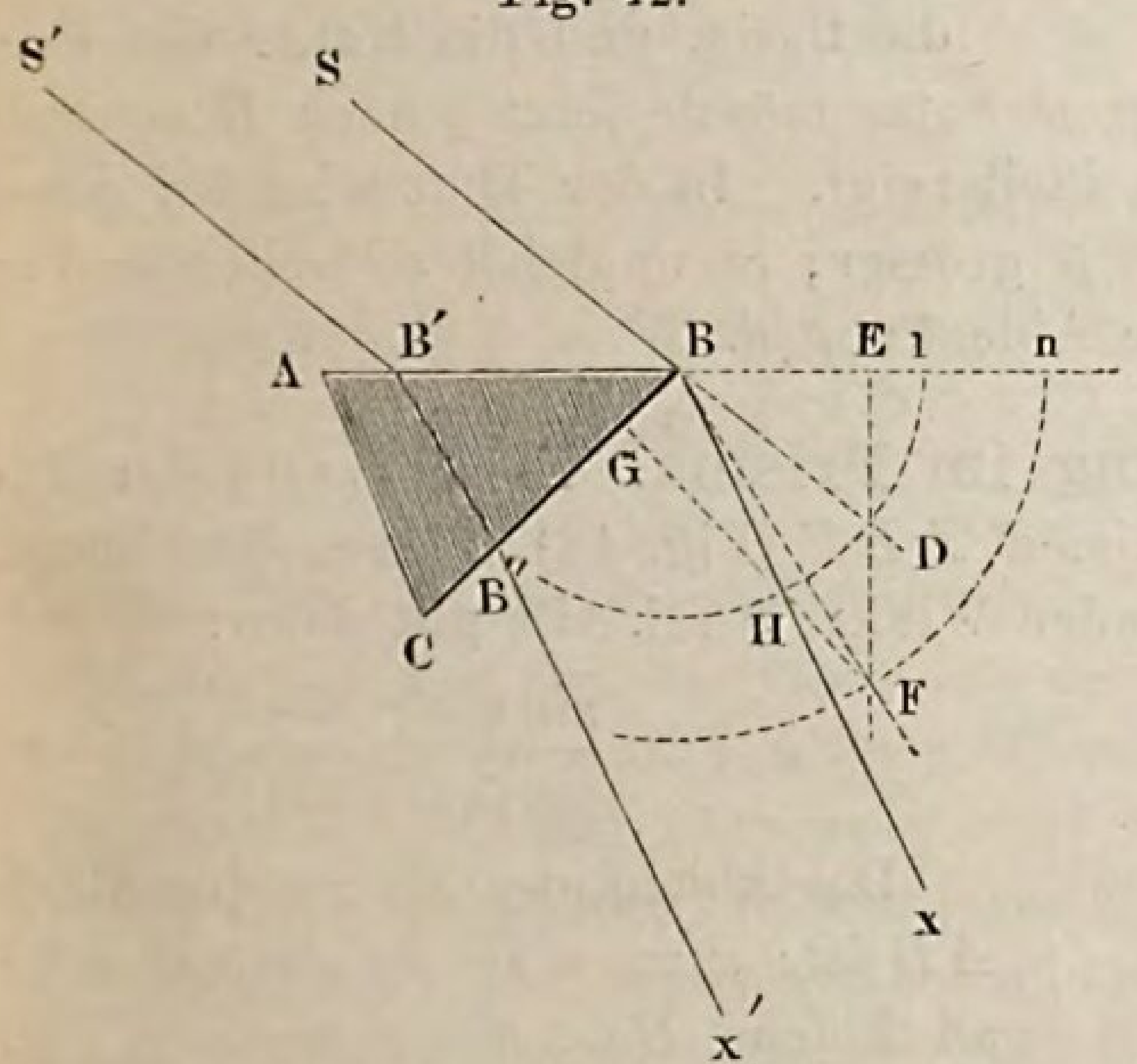
Oft befestigt man die Prismen auf einem messingenen Stativ, Fig. 40. Indem man das Stäbchen t in der Röhre, in der es steckt, auf- und niederschiebt, kann man das Prisma höher und tiefer stellen, und mittelst des Charniers bei g kann man ihm jede beliebige Stellung geben.

In Fig. 42 sei $A\,B\,C$ der Hauptschnitt eines Prismas, gebildet aus einem Medium (b) von höherer Brechungskraft, als seine Umgebung (a). Es lässt sich Zweierlei leicht beobachten und beweisen. Erstens wird jeder in beliebiger Richtung auffallende Lichtstrahl beim Durchgang durch das Prisma von der brechenden Kante B fort nach der Basis $A\,C$ hin abgelenkt. Es findet also wie bei der Brechung an einer Fläche eine Ablenkung statt. Zweitens ist die Ablenkung verschieden für verschiedene Farben; ein

weisser Lichtstrahl wird also beim Verlassen des Prismas in einen Farbenfächer ausgebreitet (siehe Cap. IV., „Farbenzerstreuung"). Es ist also mit der prismatischen Ablenkung eine Farbenzerstreuung verbunden. Von letzterer sehen wir vorläufig ab, indem wir den Versuchen einfarbiges Licht, z. B. das Licht einer Natriumflamme und den Rechnungen nur einen Brechungsquotienten zu Grunde legen. Ist es für die Art des Strahlenganges doch gleichgültig, welche Farbe das benutzte Licht hat.

Vereinfachte Construction des Strahlenganges. Anstatt den gebrochenen Strahl nach den S. 45 gegebenen Regeln von Fläche zu Fläche aufzusuchen, verfährt man einfacher folgendermaassen. Man denkt sich den einfallenden Strahl ($S'B'$ in Fig. 42) parallel zu sich verschoben, so dass er die Kante B des Prismas $A B C$ trifft. Auf der verlängerten Seite AB werde der Abstand $B1 = 1$ und $Bn = n_{ab}$ = dem relativen Brechungsquotienten beim Uebergange von a nach b (in Fig. $^3/_2$) abgetragen; um B als Mittelpunkt schlage man Kreise mit den Radien $B1$ und Bn und fälle von D, wo die verlängerte Richtung SB den ersten Kreisbogen trifft, ein Loth $DE \perp AB$. Dieses Loth schneidet den zweiten Kreisbogen in F. Linie BF ist also die Richtung des an der Fläche AB gebrochenen Strahles. Fällt man jetzt von F das Loth $FG \perp BC$ und zieht BH, so giebt die Linie BHx die Richtung des zweimal gebrochenen, aus dem Prisma austretenden Strahles. Der auffallende Strahl $S'B'$ bewegt sich also innerhalb b nach $B'B'' \parallel BF$ und nach dem Austritt aus b in der Richtung $B''x' \parallel Bx$.

Fig. 42.

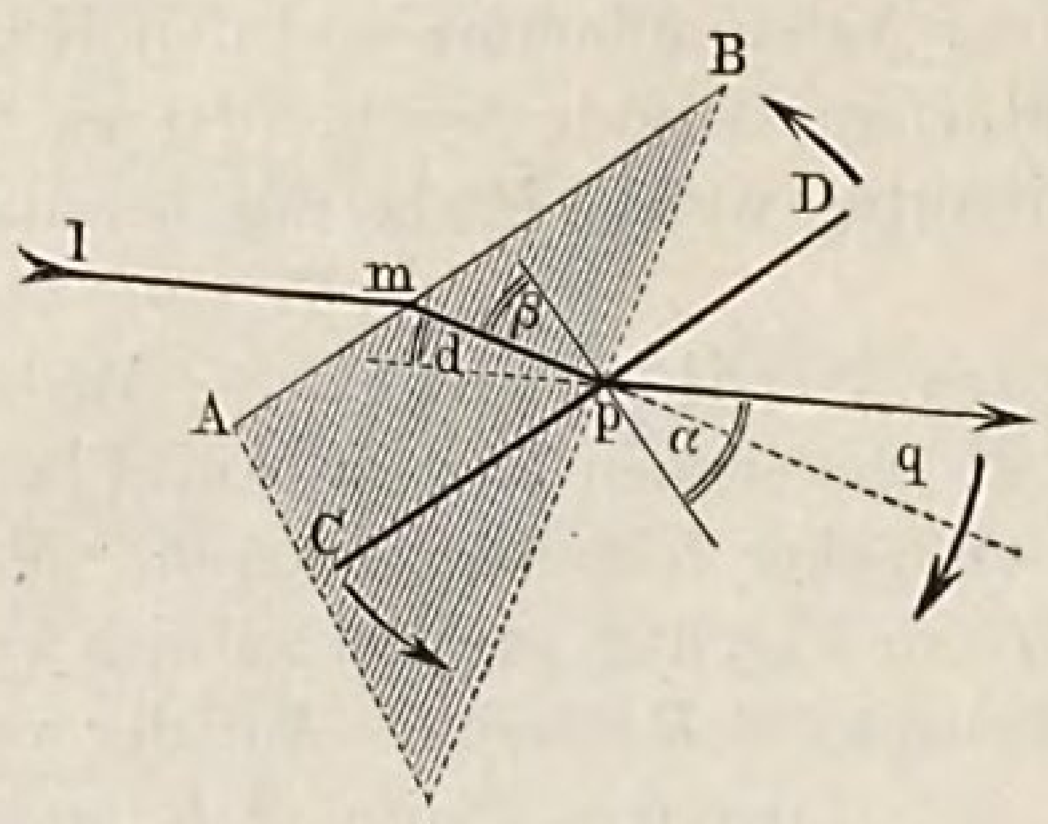


Construirt man auf diese Art zu allen möglichen Einfallsrichtungen die zugehörigen Richtungen des austretenden Strahles, so erkennt man, dass das Prisma einen beliebig auffallenden Strahl von der Kante fort nach der Basis hin ablenkt.

Schneller gelangt man zum Ziele, indem man von einer planparallelen Platte ($ABCD$, Fig. 43 a. f. S.) ausgeht und zusieht, wie der Verlauf des durch die Platte gehenden Strahles $lmpq$ sich ändert, wenn man eine der Flächen (z. B. CD) um den Punkt p nach der einen oder anderen Seite neigt. Bei dieser Manipulation bleibt lmp ungeändert; zieht man in p das Loth zu CD und verlängert qp rückwärts, so gilt nach den in Fig. 42 eingeführten Zeichen $d = \alpha - \beta$ als Ablenkung des Strahles qp

gegen mp bei der Brechung an CD. Aus der Aenderung von d bei der Aenderung von β (s. S. 49) erkennt man jetzt leicht Folgendes. Nähert man bei Neigung von CD die Punkte D und B in der Richtung des Pfeiles, so wird β kleiner, also auch d kleiner, und somit geht q (in der Pfeilrichtung) nach der Basis AC des entstehenden Prismas. Steht $CD \perp mp$, so ist $\beta = 0 = \alpha = d$, und pq wird Verlängerung von mp (in der Figur durch punktirte Linien gezeichnet).

Fig. 43.

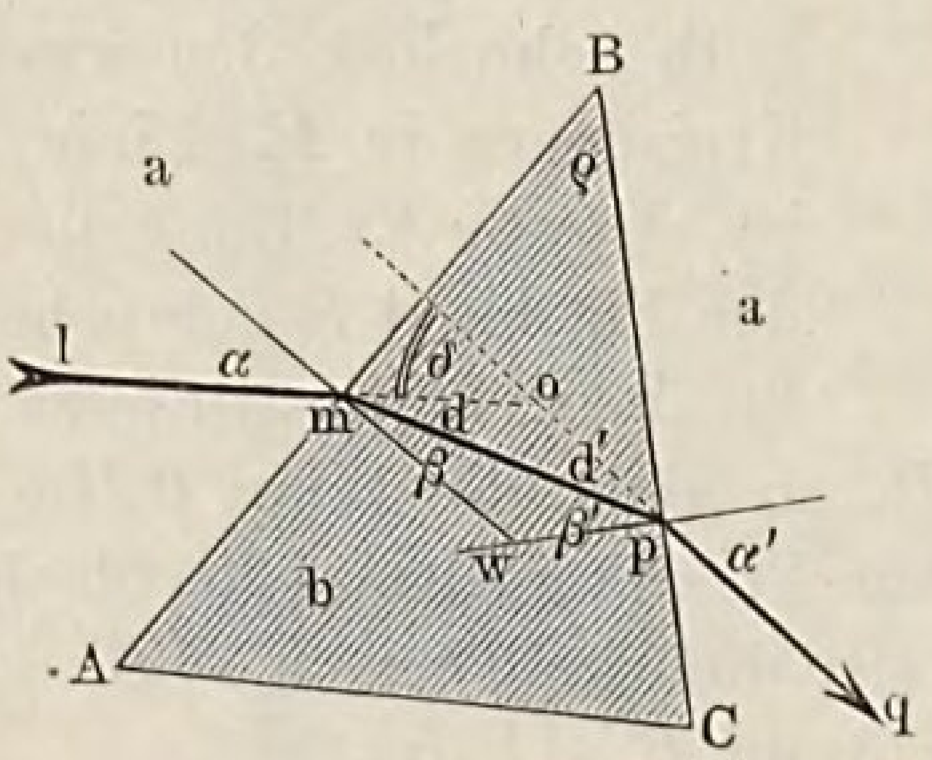


Neigt man aber CD entgegengesetzt den Pfeilen, so wird DB die Basis, und die Kante des Prismas liegt bei AC; nach unserem Satze müsste jetzt q nach B zu wandern, also umgekehrt wie sein Pfeil zeigt. In der That wird bei dieser Neigung von CD der Winkel β grösser; in ungleich schnellerem Verhältniss aber als β wächst die Ablenkung d.

24 **Grösse der Ablenkung im Prisma.** Es sei $lmpq$ der Verlauf eines Lichtstrahles im Prisma ABC (Fig. 44), dessen Brechungsindex n_{ab}, und dessen brechender Winkel ϱ sei. Es gilt dann:

$$n_{ab} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha'}{\sin\beta'}.$$

Fig. 44.



Die Ablenkung (d) an der Fläche AB ist: $d = \alpha - \beta$; diejenige (d') an Fläche BC: $d' = \alpha' - \beta'$; die Gesammtablenkung (δ) zwischen lm und pq ist dagegen: $\delta = d + d'$, insofern der von den verlängerten Strahlen lm und qp gebildete Winkel δ Aussenwinkel zum Dreieck mop ist. Wir erhalten also:

$$\delta = d + d' = \alpha - \beta + \alpha' - \beta' = \alpha + \alpha' - (\beta + \beta').$$

Da nun $mw \perp AB$ und $wp \perp BC$ steht, so ist $\measuredangle\, mwp = 180 - \measuredangle\, mBp = 180 - \varrho$, und im Dreieck mpw gilt:

$$\beta + \beta' + 180 - \varrho = 180,$$

d. h.

$$\beta + \beta' = \varrho.$$

Demnach ist:

$$\delta = \alpha + \alpha' - (\beta + \beta') = \alpha + \alpha' - \varrho \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Aus der Gleichung $\varrho = \beta + \beta'$ folgt, dass der brechende Winkel kleiner als der doppelte Betrag des Grenzwinkels der

Totalreflexion sein muss, damit der Strahl überhaupt noch aus dem Prisma austreten kann. Im anderen Falle ist $\beta' = \varrho - \beta$ grösser oder gleich dem Grenzwinkel, und der Strahl mp wird bei p nach dem Innern des Prismas total reflectirt. Für den Grenzfall ist $\sin \varrho/_2 = 1/n_{ab}$; für die Werthe $n = 1{,}33$ bezw. $1{,}50$ bezw. $2{,}00$ berechnet sich daher $\varrho = 97^0\ 30'$, bezw. $83^0\ 38'$ bezw. 60^0 —'. Dann könnten nur die längs AB einfallenden Strahlen noch längs BC wieder austreten.

Wir sind jetzt auch im Stande, laut Rechnung den Gang des Strahles zu finden. Es ist: $n_{ab} = \frac{\sin \alpha'}{\sin \beta'}$ und $\beta' = \varrho - \beta$, also auch:

$$n_{ab} = \frac{\sin \alpha'}{\sin(\varrho - \beta)} = \frac{\sin \alpha'}{(\sin \varrho \cos \beta - \cos \varrho \sin \beta)};$$

ferner gilt:

$$n_{ab} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \quad \text{also:} \quad \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n_{ab}} \quad \text{und}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{1}{n_{ab}} \sqrt{n_{ab}^2 - \sin^2 \alpha};$$

demnach erhält man durch Substitution:

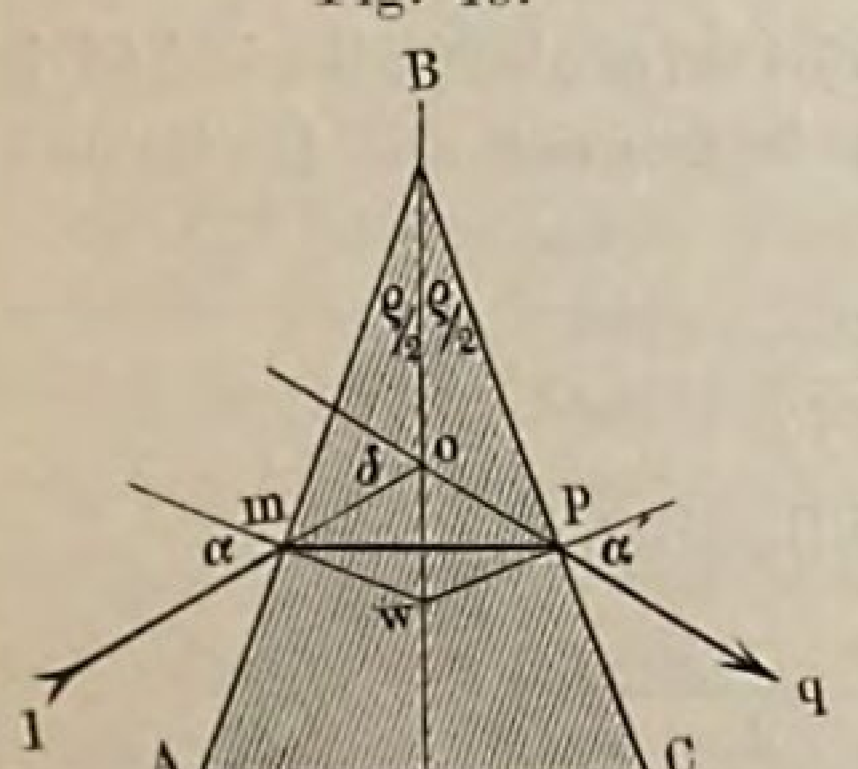
$$\sin \alpha' = \sin \varrho \sqrt{n_{ab}^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \varrho \,.\, \sin \alpha \quad . \; . \; . \; . \; 2)$$

Sind also von den vier Grössen: Einfallswinkel (α), Austrittswinkel (α'), brechender Winkel (ϱ) und Brechungsquotient (n_{ab}) drei bekannt, so lässt sich die vierte aus der letzten Formel berechnen.

Misst man die drei Winkel α, α' und ϱ, so ist der Brechungsquotient n gefunden. Winkel kann man aber sehr genau messen. Formel 2) liefert also eine genaue Methode, den Brechungsquotienten von Prismen zu bestimmen. Bei gewisser Anordnung des Versuches vereinfacht sich Formel 2) wesentlich, ebenso die experimentelle Messung. Die Winkel α und α' fallen dann ganz aus der Formel, wofür der sehr viel leichter zu messende Winkel δ der Gesammtablenkung eintritt. Es ist dies der Fall, wenn letztere ein Minimum beträgt.

Minimum der Ablenkung. Die Ablenkung (δ) ist ein 25
Minimum, wenn der Lichtstrahl symmetrisch durch das Prisma geht, d. h. gleiche Winkel mit den Prismenflächen bildet (Fig. 45).

Fig. 45.



Ist $\alpha = \alpha'$, so steht $mp \perp BD$, der den Winkel ϱ Halbirenden, zu welcher der ganze Strahlengang symmetrisch ist. Die Schnittpunkte w und 0 (vergl. Fig. 45 mit Fig. 44) liegen jetzt ebenfalls auf der Symmetrieebene BD, weil für $\alpha = \alpha'$ auch $\beta = \beta'$ und $d = d'$ wird.

Dass hierfür δ ein Minimum wird, erkennt man wieder unter Benutzung des Satzes auf S. 49, „dass die durch eine brechende Fläche hervorgerufene Ablenkung schneller zunimmt als der Brechungswinkel", wie folgt. Es wachse β vom Werth $\beta = \beta'$, so verkleinert sich β' um ebenso viel; mit β wächst jedoch d mehr, als d' mit β' abnimmt; die Gesammtablenkung $\delta = d + d'$ steigt demnach. Wird hingegen β kleiner, so vergrössert sich β' um gleich viel; mit β nimmt jedoch d weniger ab als d' mit β' zunimmt; die Gesammtablenkung δ steigt ebenfalls. Der rechnerische Nachweis für ein Minimum der Ablenkung führt zu einer sehr wichtigen Beziehung zwischen dem Brechungsindex, dem brechenden Winkel und dem minimalen Ablenkungswinkel.

Es gilt laut Fig. 45:

$$\sin\alpha = n_{ab} \cdot \sin\beta$$

$$\sin\alpha' = n_{ab} \cdot \sin\beta',$$

also:

$$\sin\alpha + \sin\alpha' = n_{ab}(\sin\beta + \sin\beta') \quad . \; . \; . \; (g)$$

$$\sin\alpha - \sin\alpha' = n_{ab}(\sin\beta - \sin\beta') \quad . \; . \; . \; (h),$$

oder:

$$\sin{}^1/_2(\alpha + \alpha')\cos{}^1/_2(\alpha - \alpha') = n_{ab} \cdot \sin{}^1/_2(\beta + \beta') \cdot \cos{}^1/_2(\beta - \beta') \ldots (g)$$

$$\cos{}^1/_2(\alpha + \alpha')\sin{}^1/_2(\alpha - \alpha') = n_{ab} \cdot \cos{}^1/_2(\beta + \beta') \cdot \sin{}^1/_2(\beta - \beta') \ldots (h)$$

Da nun $\beta + \beta' = \varrho$, und $\alpha + \alpha' - \varrho = \delta$, also $\alpha + \alpha' = \delta + \varrho$ ist, so gilt:

$$\sin{}^1/_2(\delta + \varrho) = n_{ab} \cdot \sin\varrho/_2 \cdot \frac{\cos{}^1/_2(\beta - \beta')}{\cos{}^1/_2(\alpha - \alpha')} \quad . \; . \; . \; . \; 3)$$

Aus Gleichung (g) und (h) folgt durch Division:

$$tg\,{}^1/_2(\alpha + \alpha') \cdot cotg \cdot {}^1/_2(\alpha - \alpha') = tg\,{}^1/_2(\beta + \beta')\,cotg\,{}^1/_2(\beta - \beta')$$

oder:

$$tg\,{}^1/_2(\alpha + \alpha') \cdot tg\,{}^1/_2(\beta - \beta') = tg\,{}^1/_2(\beta + \beta') \cdot tg\,{}^1/_2(\alpha - \alpha') \quad . \; . \; 4)$$

Wenn $n_{ab} > 1$, so ist:

$$\alpha + \alpha' > \beta + \beta',$$

also auch:

$$tg\,\frac{\alpha + \alpha'}{2} > tg\,\frac{\beta + \beta'}{2},$$

folglich, so lange $\alpha - \alpha'$ und $\beta - \beta'$ nicht gleich Null sind (d. h. so lange der Strahlengang unsymmetrisch ist), geht aus Gleichung 4) hervor, dass

$$tg\,\frac{\beta - \beta'}{2} < tg\,\frac{\alpha - \alpha'}{2}$$

ist, oder $\beta - \beta' < \alpha - \alpha'$, also auch schliesslich:

$$\cos\frac{\beta - \beta'}{2} > \cos\frac{\alpha - \alpha'}{2}.$$

Stets ist demnach:

$$\frac{\cos {}^1/_2 (\beta - \beta')}{\cos {}^1/_2 (\alpha - \alpha')} > 1.$$

Wenn jedoch $\alpha = \alpha'$ und demgemäss auch $\beta = \beta'$ wird (d. h. beim symmetrischen Strahlengang), dann erhält obiger Bruch seinen kleinsten Werth; denn es ist dann:

$$\frac{\cos {}^1/_2 (\beta - \beta')}{\cos {}^1/_2 (\alpha - \alpha')} = 1,$$

und somit:

$$\sin {}^1/_2 (\delta + \varrho) = n_{ab} \,.\, \sin \varrho/_2$$

also auch die Ablenkung δ selbst ein Minimum. Wir erhalten für den symmetrischen Strahlengang also die wichtige Gleichung:

$$n_{ab} = \frac{\sin {}^1/_2 (\delta + \varrho)}{\sin \varrho/_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Wir werden diese Gleichung bei der Messung der Brechungsquotienten mittelst der Spectrometer verwerthen.

Eine ganz ähnliche Gleichung erhält man für den Fall, dass entweder der Einfalls- oder der Austrittswinkel α oder $\alpha' = 0$ wird, d. h. dass der Strahl senkrecht ein- oder austritt. Für $\alpha' = 0$ wird auch $\beta' = 0$ (vergl. Fig. 44), und somit $\beta = \varrho$ und $\delta = \alpha - \varrho$ (siehe S. 54). Es ist $n_{ab} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$; also wird hier:

$$n_{ab} = \frac{\sin (\delta + \varrho)}{\sin \varrho} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Aus beiden Gleichungen 5) und 6) folgt, dass für kleine brechende Winkel ϱ auch die Ablenkung δ klein wird. Es sind eben die Einfallswinkel bei dem angenommenen Verlauf der Strahlen sehr klein. Setzt man daher statt der Sinus die Winkel selbst, so erhält man:

$$\delta = (n_{ab} - 1)\, \varrho \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

Von dem Vorhandensein eines Minimums der Ablenkung überzeugt man sich leicht experimentell; man lässt die horizontal vom Heliostaten kommenden Sonnenstrahlen auf das im dunklen Zimmer vertical stehende Prisma auffallen und fängt dieselben nach dem Austritt auf einem weissen Schirme auf. Der hier entstehende Lichtfleck liegt nicht in der Verlängerung der auffallenden Sonnenstrahlen, sondern ist nach der Basis des Prismas zu verschoben. Dreht man das Prisma um eine verticale Axe, so dass der Einfallswinkel von Null an allmählich wächst, so wandert der Lichtfleck von einer gewissen Lage an entgegengesetzt der Drehungsrichtung nach der Kante des Prismas zu, bleibt einen Moment scheinbar still stehen, kehrt um und wandert wieder rückwärts, von wo er gekommen, im Sinne der Prismendrehung.

Während also der Einfallswinkel stetig zunimmt, wird die Ablenkung erst kleiner, erreicht ein Minimum und wächst dann wieder.

Zur Erläuterung dieses Sachverhaltes kann man sich einer von L. Pfaundler construirten mechanischen Vorrichtung bedienen, welche aus den Figuren 46 und 47 ersichtlich ist.

ABC stellt den Hauptschnitt des Prismas vom brechenden Winkel $g = 60^0$ vor. Der Brechungsquotient beim Uebergang des Lichtes vom umgebenden Medium zur Prismensubstanz sei $n = {}^3/_2$. Die um den Punkt B drehbaren Zeiger stellen die Strahlenrichtungen und zwar SB des einfallenden, BF des einmal gebrochenen durch das Prisma gehenden, BX des austretenden Strahles vor. KFG ist ein starres Winkelstück, dessen Winkel gleich dem Kantenwinkel g ist. Der Scheitel dieses Winkels ist um den Endpunkt F des Zeigers BF drehbar und längs der Peripherie Fn frei beweglich. Das Ende K des Schenkels FK ist mittelst frei beweglichen Scharniers an die Stange KL gekoppelt, die

Fig. 46.

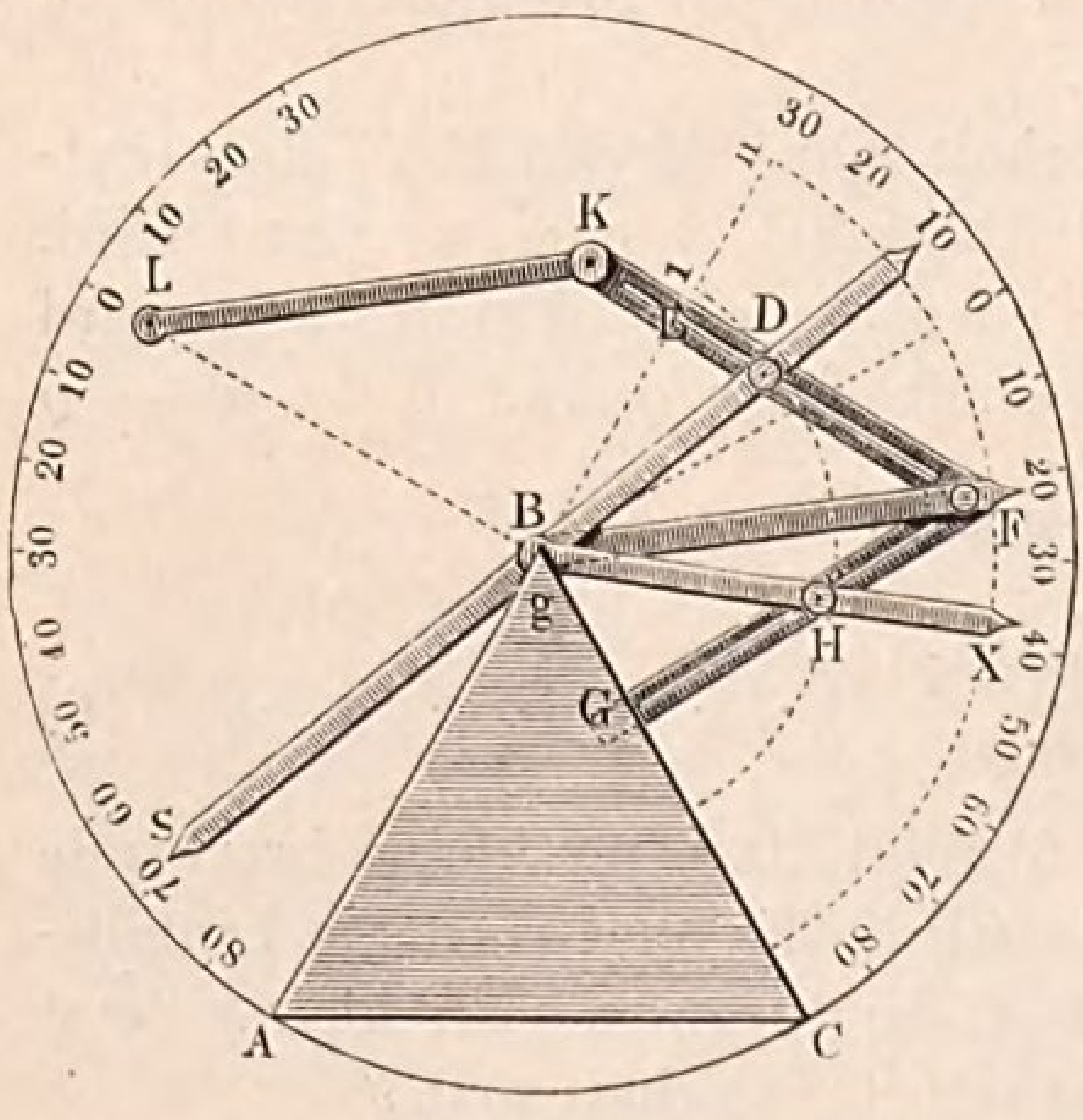
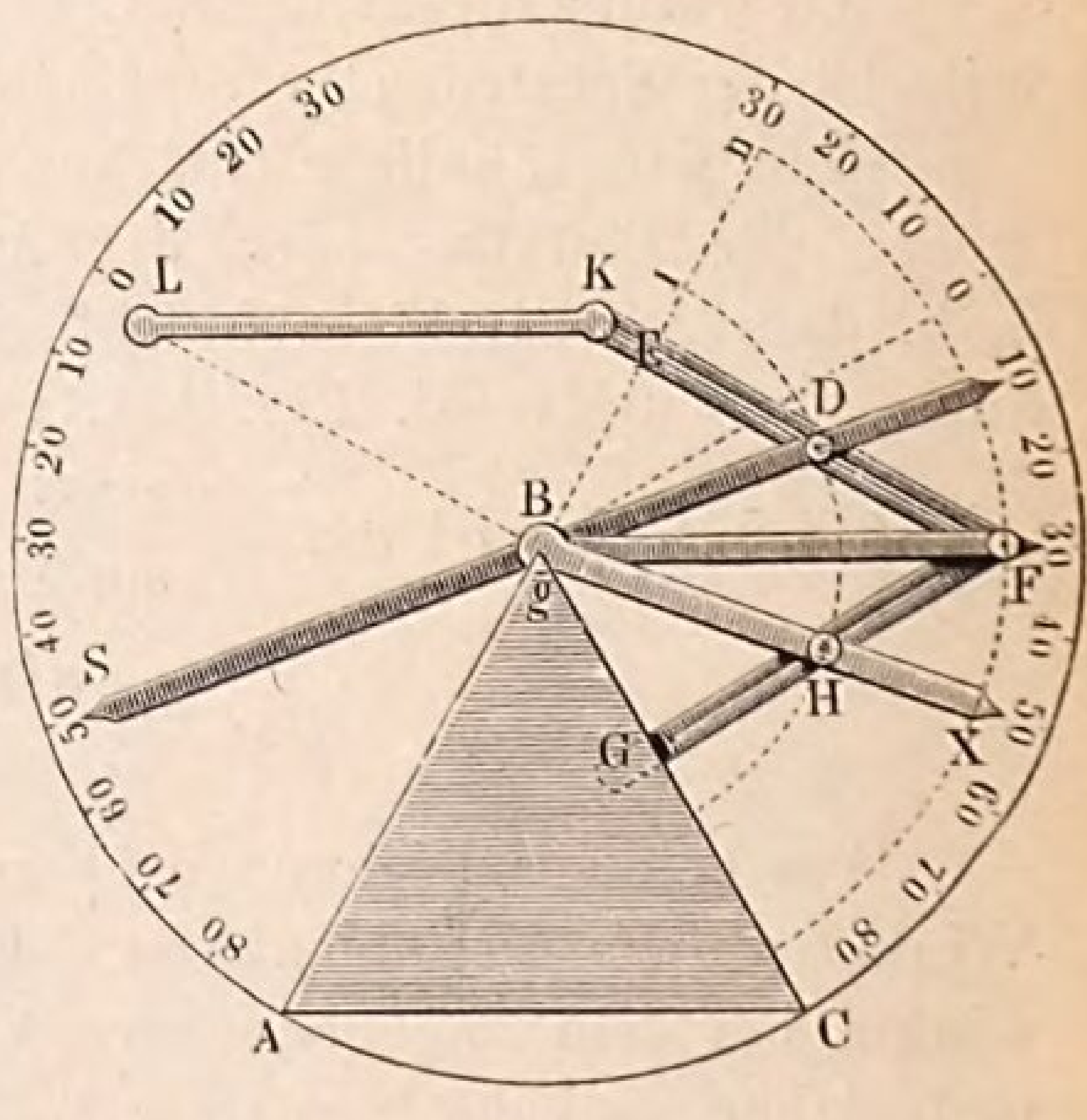


Fig. 47.



sich um den festen Punkt L drehen lässt. Die Längen BF, KF, KL und BL sind einander gleich, L liegt im Einfallslothe oB. Hierdurch ist für das Winkelstück KFG eine Führung gegeben, die dasselbe zwingt, stets zu sich selbst parallel zu bleiben; es bleiben deshalb auch stets die Schenkel FK und FG senkrecht auf die Prismenflächen AB und BC gestellt, mag man F auf der Peripherie irgend wohin versetzen. Der verlängerte Zeiger SB und der Zeiger BX tragen in den Punkten D und H im Abstande $BD = BH$, der sich zu BF verhält wie $1 : n$, nach hinten vorstehende cylindrische Zapfen, welche in Längsschlitzen der Schenkel KF und FG gleiten. Diese Vorrichtung erfüllt nun genau die Bedingungen der in Fig. 42 ausgeführten Construction, deren Buchstabenbezeichnung mit jener der Fig. 46 und 47 übereinstimmt. Giebt man daher dem Einfallsstrahl SB irgend welche Richtung, so stellen

sich die Zeiger BF und BX in die Richtung des einmal gebrochenen und des austretenden Strahles.

Bedeuten wieder α und β bezw. α' und β' den Einfalls- und Brechungswinkel an der Fläche AB bezw. BC, so gilt nämlich:

$$BE = BD . \sin BDE = BF . \sin BFE,$$

also:

$$BD . \sin \alpha = BF . \sin \beta$$

und

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{BF}{BD} = n;$$

ferner ist:

$$BG = BH . \sin BHG = BF . \sin BFG$$

$$BH . \sin \alpha' = BF . \sin \beta'$$

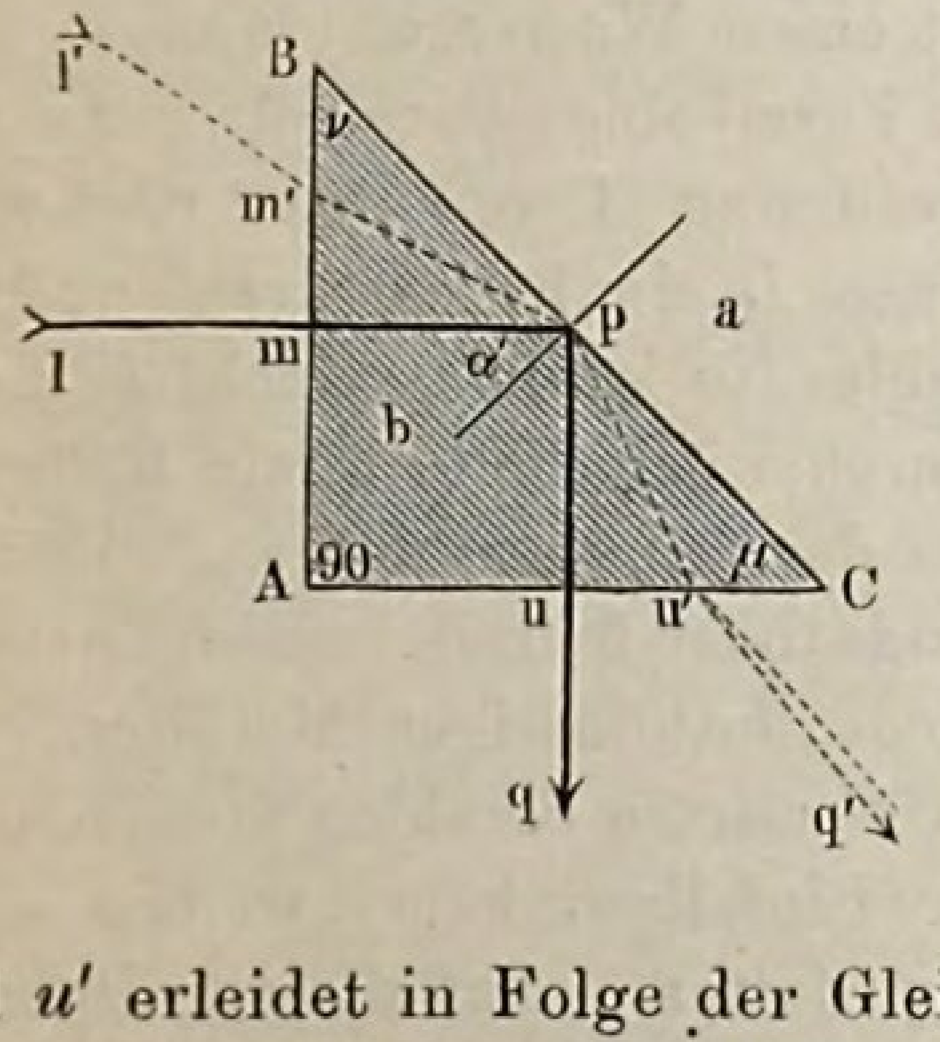
$$\frac{\sin \alpha'}{\sin \beta'} = \frac{BH}{BF} = n.$$

Winkel DBH misst die Ablenkung; wie die am Rande aufgetragene Kreistheilung zu erkennen erlaubt, ist $\measuredangle\ DBH$ am kleinsten, wenn $\measuredangle\ SBA = \measuredangle\ XBC$ ist (s. Fig. 47).

Die eben beschriebene mechanische Vorrichtung kann vom Mechaniker Tütscher in Innsbruck bezogen werden.

Strahlengang im rechtwinkeligen Prisma. (Total reflectirendes Prisma.) Es sei ABC (Fig. 48) der Hauptschnitt eines rechtwinkeligen, gleichschenkeligen Glasprismas in Luft vom Brechungsindex $n_{ab} = {}^3/_2$. Der Grenzwinkel der Totalreflexion beträgt dann $42^0\ 37'$. Ein Lichtstrahl, der durch AB nach BC so gebrochen wird, dass sein Einfallswinkel (α') daselbst grösser als $42^0\ 37'$ ist, kann also aus BC nicht austreten; vielmehr wird derselbe ins Innere des Prismas total reflectirt. Dies ist der Fall z. B. mit dem in der Fig. 48 stark gezeichneten Strahl ($lmpuq$). Derselbe trifft senkrecht auf AB, geht also ungebrochen nach p, wird dort total reflectirt (da $\alpha' = \nu = \mu = 45^0$) und trifft senkrecht auf die Fläche AC, welche er wieder ungebrochen in der Richtung puq verlässt. 26

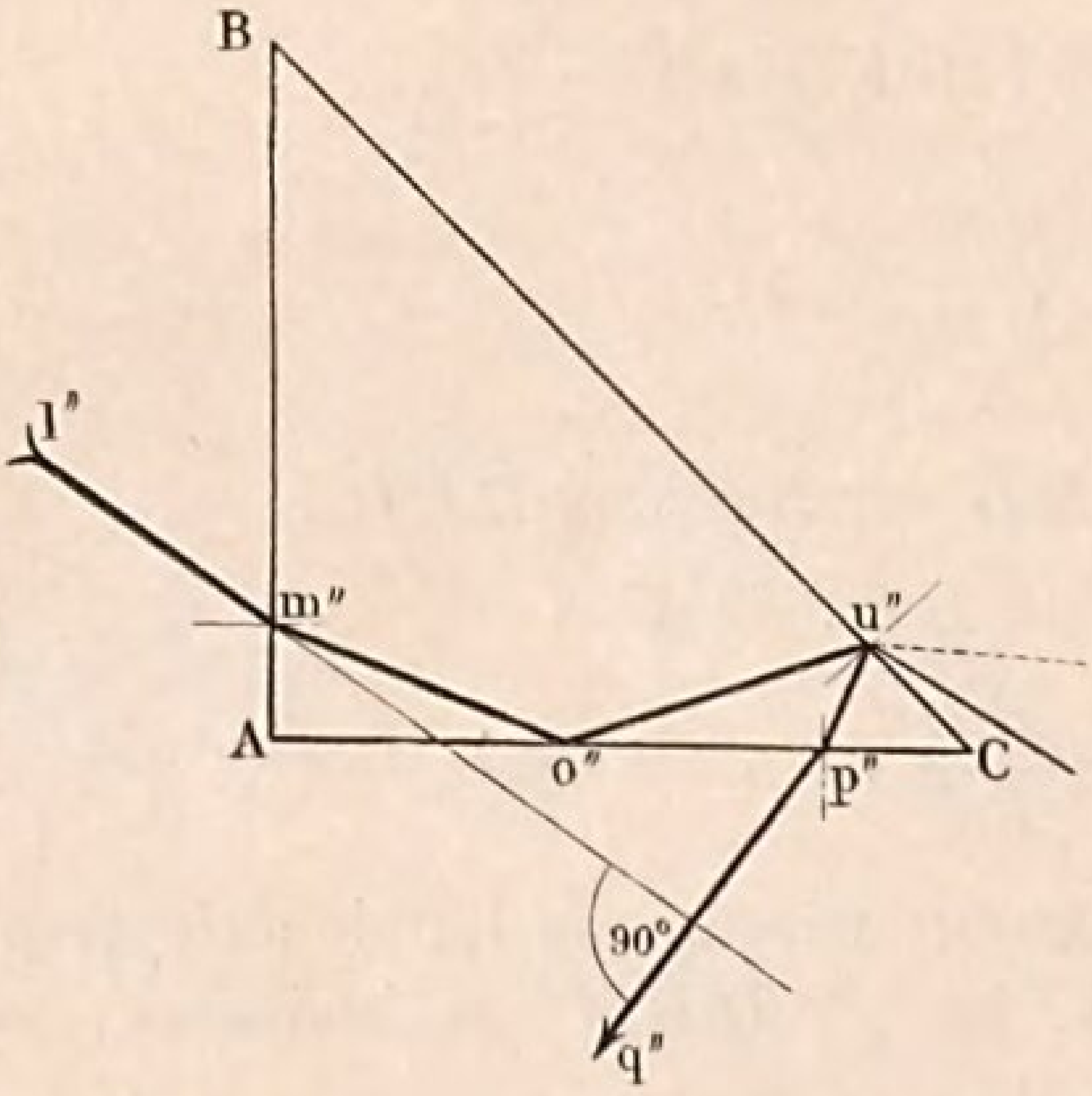
Fig. 48.



Jeder andere mit BA einen spitzen Winkel bildende Strahl (z. B. $l'm'$) wird ebenfalls an der Hypotenusenfläche total reflectirt; sein Verlauf ist $l'm'pu'q'$; bei m' und u' erleidet in Folge der Gleichheit der Winkel $l'm'B = q'u'C$ der Strahl eine gleich starke Brechung im entgegengesetzten Sinne. Die mit

der Brechung bei m' Hand in Hand gehende Farbenzerstreuung wird also bei u' wieder aufgehoben; ein weisser Lichtstrahl verlässt auch hier als weisser Lichtstrahl das Prisma. Man benutzt daher das total reflectirende Prisma statt eines Spiegels stets da, wo es sich darum handelt einem Lichtstrahl (bezw. einem parallelen Bündel von Lichtstrahlen) mit geringstem Lichtverlust eine andere Richtung zu ertheilen. Ein interessanter Strahlengang findet im letzteren Falle statt, wenn $l'' m''$ (Fig. 49) die Seite AB so nahe bei A trifft, dass der bei m'' gebrochene Strahl nach o'' geht, von hier nach u'' total reflectirt, an u'' theilweise gespiegelt nach p'' gelangt, wo er in Richtung $p'' q''$ aus AC austritt. Es steht dann $p'' q'' \perp l'' m''$, welches auch $\measuredangle\, l'' m'' B$ sei, vorausgesetzt, dass derselbe Strahlengang erhalten bleibt. Der Beweis ist nach dem Bisherigen vom Leser leicht selbst zu führen. Man benutzt diesen Satz, um die Richtigkeit der Winkel des Prismas ABC zu prüfen. Ist der Winkel bei A genau 90°, und der bei B gleich dem bei C gleich 45°, so bleibt $p'' q'' \perp l'' m''$, auch wenn man den Einfallswinkel ändert. Dreht man also das Prisma um seine verticale Axe, so erscheint einem längs $q'' p''$ auf das Prisma horizontal visirenden Auge das gesehene Object l'' unbeweglich festzustehen. Bewegt sich das letztere beim Drehen des Prismas hingegen, so ist das Prisma in seinen Winkeln **ungenau.**

Fig. 49.



27 **Fortleitung des Lichtes in Wasserstrahlen und Glasstäben durch Totalreflexion.** Colladon hat ein schönes, auf der Totalreflexion beruhendes Experiment mit einem Wasserstrahle angegeben, welcher aus einem Gefässe (Fig. 50) in Form eines Parabelbogens ausfliesst. Sendet man durch eine Fensteröffnung A von einer rückwärts gelegenen Lichtquelle mit Hülfe der Linse L ein helles Strahlenbündel in die Axe des ausfliessenden Wasserstrahles, so kann das Licht aus dem Wasser nicht mehr austreten, da es durch wiederholte totale Reflexion gezwungen wird, innerhalb des Strahles demselben zu folgen. Enthält das Wasser trübende, das Licht reflectirende (oder fluorescirende) Bestandtheile, so erscheint dasselbe wie ein Strom gluthflüssigen Metalles. Die von den trübenden Partikelchen diffus reflectirten Strahlen treffen nämlich die Wassergrenze zum Theil unter Einfallswinkeln, welche einen Austritt aus dem Wasser in die Luft gestatten. Auf diesem Principe beruhen auch die neuerdings beliebt gewordenen leuchtenden

Fontainen, deren Effect noch durch Anwendung gefärbten Lichtes erhöht wird.

Den Wasserstrahl kann aber auch ein gebogener Glasstab ersetzen. Darauf beruht eine nützliche Anwendung dieses Principes, welche Wolz in Bonn gemacht hat. Um Licht von der Lichtquelle l (Fig. 51) nach einem anderen Punkte b desselben Raumes zu bringen, ohne letzteren zu erleuchten, setzt er zwischen l und b einen Glasstab a von gebogener cylindrischer Form mit senkrecht zur Axe geschliffenen Endflächen und

Fig. 50.

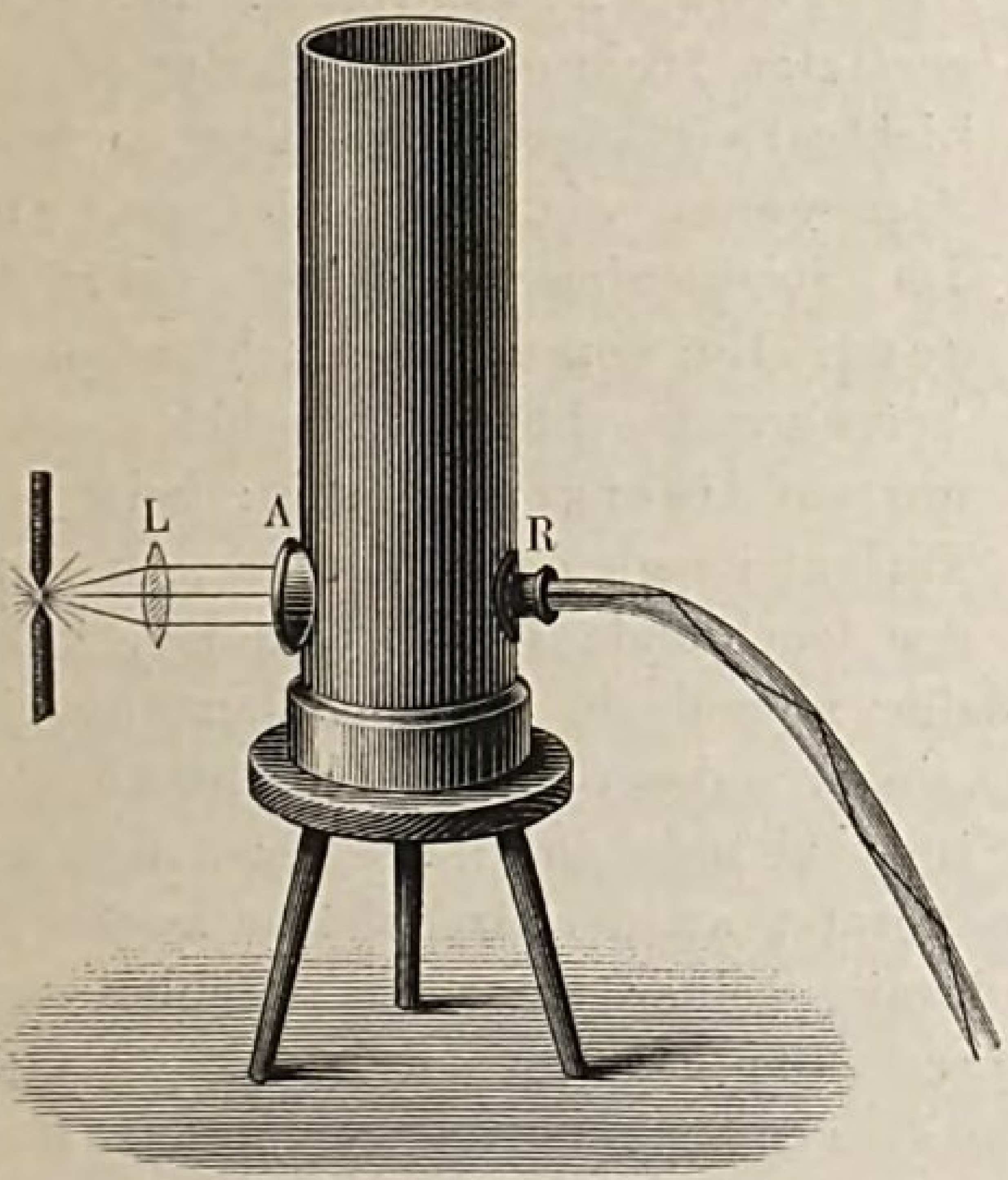
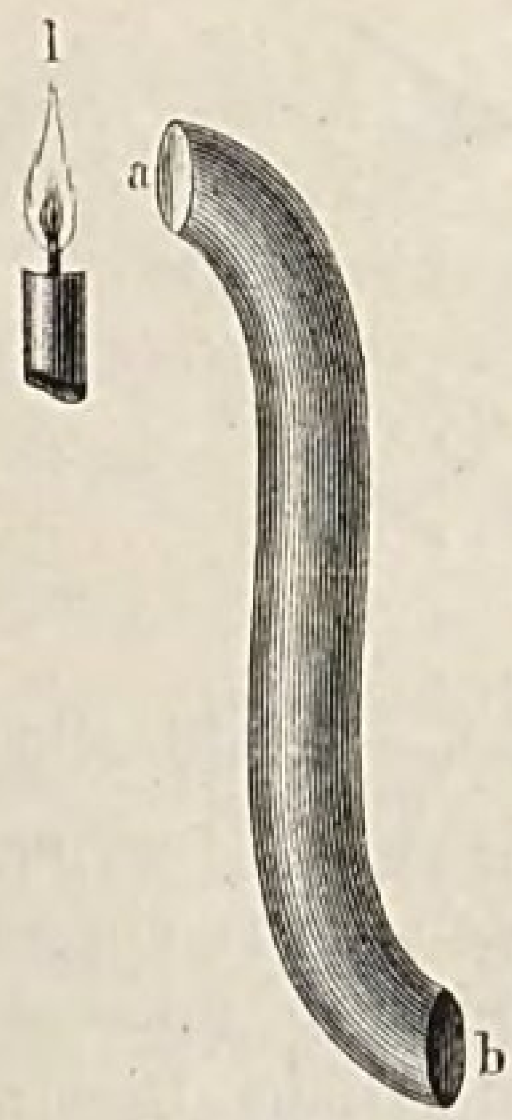


Fig. 51.

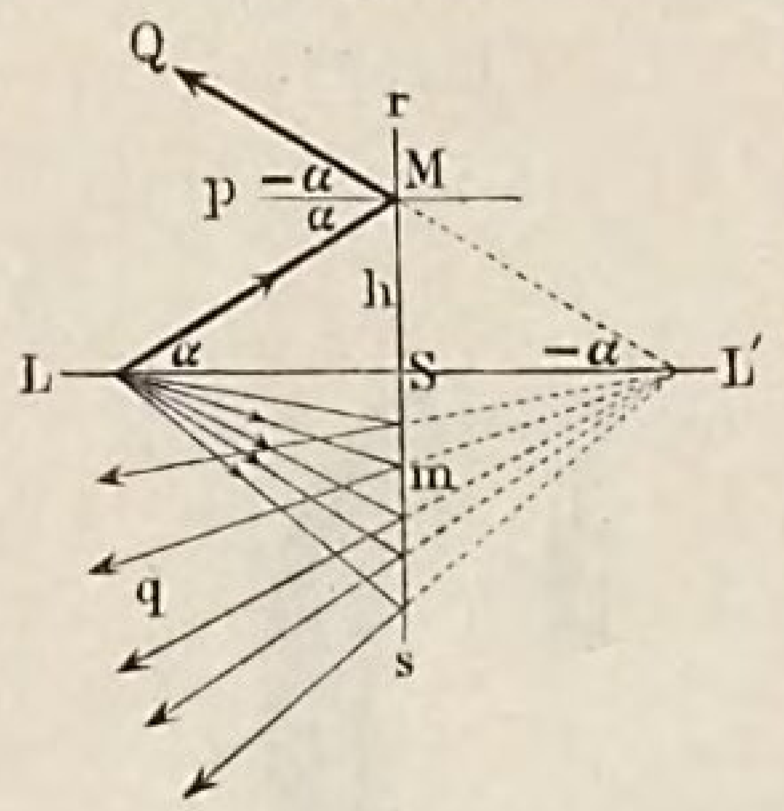


glatter Oberfläche. So lange der Stab nicht zu stark gekrümmt ist, treffen die durch eine Endfläche eintretenden Strahlen bei jeder Reflexion an den Wandungen des Stabes unter einem Einfallswinkel grösser als der Grenzwinkel auf, und werden daher stets total reflectirt, bis sie an der anderen Endfläche austreten. Der Glasstab wirkt also auf die Lichtstrahlen ähnlich ein, wie eine Schallröhre auf die Schallstrahlen, welche sich mit geringem Verluste von einem Ende der Röhre zum anderen fortpflanzen.

Reflexion und Brechung von Strahlenbüscheln an 28
ebenen Flächen; Begriff der Abbildung. Definitionen. Bisher haben wir den Verlauf nur eines Strahles und dessen Richtungsänderung an einer spiegelnden oder brechenden Fläche verfolgt. Wir wollen jetzt den Fall betrachten, dass ein leuchtender Punkt L (Fig. 52, a. f. S.) Strahlen unter allen Richtungen auf die brechende oder spiegelnde ebene Fläche rs sendet und den Verlauf dieses gesammten Strahlenbündels verfolgen. Im Allgemeinen versteht man unter Strahlenbündel oder Strahlenbüschel einen Theil aller von einem leuch-

tenden Punkt ausgegangenen Strahlen (s. S. 6) und zwar den in einem Kegelraume verlaufenden Theil. Jedes factisch oder in der Verlängerung der Strahlen nach einer der beiden Seiten sich in einem Punkte schneidende Strahlenbüschel heisst homocentrisch; der Schnittpunkt selbst heisst Brennpunkt. Schneiden sich die Strahlen wirklich oder in der Richtung der Fortpflanzung des Lichtes, so nennt man den Brennpunkt reell, das ihn bildende Strahlenbüschel aber convergent. Wenn sich die Strahlen eines Büschels dagegen erst rückwärts (d. h. in entgegengesetzter Richtung der Fortpflanzung des Lichtes) verlängert schneiden, so heisst der Brennpunkt virtuell oder potentiell, das Strahlenbüschel selbst aber divergent. Ein von einem leuchtenden Punkte herrührendes Strahlenbüschel kann daher nur ein divergentes sein; beim weiteren Verlauf im gleichen Medium, in dem sich der leuchtende Punkt befindet, kann sich ein solches Strahlenbüschel daher niemals in der Fortpflanzungsrichtung und rückwärts verlängert in keinem anderen als dem leuchtenden Punkte schneiden. Um ein solches Strahlenbündel in einem neuen Brennpunkte zu vereinigen, muss dasselbe vorerst an der Grenzfläche zweier Medien eine plötzliche Richtungsänderung seiner einzelnen Strahlen erfahren. Es giebt spiegelnde und brechende Flächen, welche das auffallende Strahlenbüschel so modificiren, dass es nach der Spiegelung oder Brechung homocentrisch verbleibt, d. h. sich vorwärts oder rückwärts verlängert in einem Punkte schneidet. Man nennt den reellen oder virtuellen Brennpunkt dieses neuen Strahlenbündels den reellen oder virtuellen Bildpunkt des leuchtenden Punktes. Den ganzen Vorgang der Brechung oder Spiegelung eines homocentrischen Strahlenbündels in wieder ein homocentrisches Büschel bezeichnet man als Abbildung.

Fig. 52.



29 **Abbildung durch Reflexion.** A. Abbildung von Punkten. Der beliebige, vom leuchtenden Punkte L (Fig. 52) ausgehende Lichtstrahl werde von M nach MQ reflectirt und treffe rückwärts verlängert das von L gefällte Loth $LS \perp rs$ im Punkte L'. Zunächst wissen wir, dass LM, QML' und LSL' in einer Ebene liegen; ferner ist laut der Constructionsmethode (s. S. 45) $LS = L'S$. In der That gilt nach dem Reflexionsgesetz:

$$\measuredangle QMr = LMS \quad \text{oder:} \quad \measuredangle QMp = \measuredangle pML,$$

andererseits ist:

$\measuredangle QMr = \measuredangle L'MS$; $\measuredangle pML = \measuredangle SLM$ und $\measuredangle QMp = \measuredangle ML'S$,

also auch: $\measuredangle LMS = \measuredangle L'MS$ und $\measuredangle MLS = \measuredangle ML'S$; und da

$$SM = SM, \quad \text{so auch:} \quad \triangle LMS \cong \triangle L'MS,$$

d. h. aber

$$LS = L'S.$$

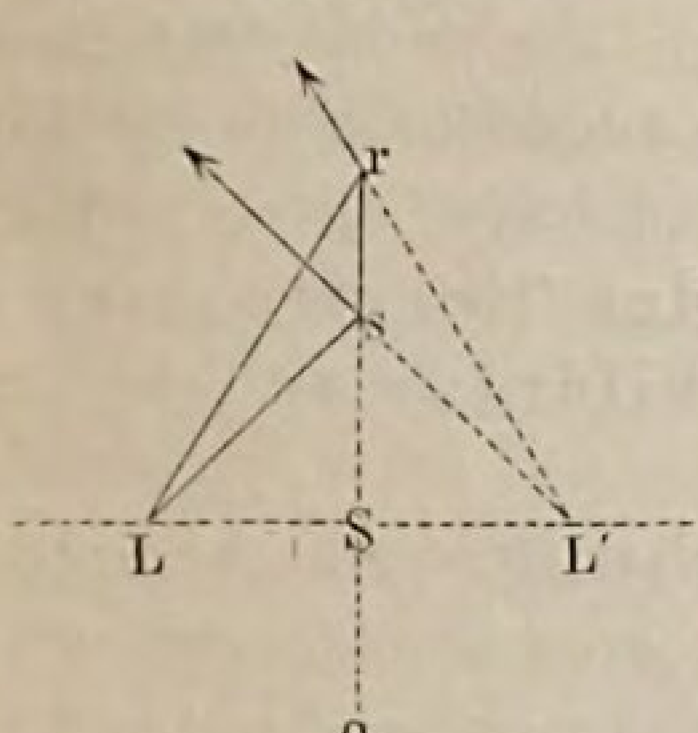
Dies gilt für jeden unter beliebigem Winkel ($MLS = \alpha$) ausgehenden Strahl. Welches auch seine Einfallshöhe ($MS = h$) sei, stets wird der Strahl so gespiegelt, dass er von L' zu kommen scheint. Was von der Ebene der Zeichnung gilt, hat für jede durch LSL' gelegte Ebene Gültigkeit. Es findet also eine Abbildung statt und L' ist der Bildpunkt zum Objectpunkte L; man nennt L' auch das Spiegelbild von L oder sagt: L und L' sind zu einander conjugirte Punkte. Wir haben also für die Spiegelung gefunden:

1. Ein vor der Reflexion homocentrisches Strahlenbündel bleibt auch nach derselben homocentrisch.

2. Das Spiegelbild eines leuchtenden Punktes liegt um ebensoviel hinter dem Spiegel, wie der leuchtende Punkt vor demselben; die Verbindungslinie beider ist senkrecht zur Spiegelfläche.

Bildet das von L auf rs treffende Strahlenbüschel einen Kegel, dessen geometrische Axe das Loth LS ist, so nennt man das Büschel ein gerades oder directes und bezeichnet LS als seine Axe. Enthält das Büschel nicht LS als Axe oder Schwerpunktslinie, so heisst es ein schiefes Büschel. Im ersteren Falle ist sein Querschnitt mit der spiegelnden Fläche ein Kreis, im zweiten eine Ellipse. Die Art des Büschels hängt von der Lage des Objectpunktes zum Spiegel ab. In Fig. 53 liegt L seitlich vom Spiegel rs; das Büschel rLs ist also ein schiefes. Aber auch jetzt gelten die obigen beiden Gesetze. Um dies einzusehen, verlängere man rs und fälle von L das Loth $LS \perp rsq$ (der Verlängerung von rs). Da das schiefe Büschel als Theil des ganzen auf rq fallenden geraden Büschels aufgefasst werden kann, so scheinen auch die an rs gespiegelten Strahlen von L' zu kommen, wo $L'S = LS$ ist. Bezeichnet man also mit x den senkrechten Abstand eines leuchtenden Punktes von der Spiegelebene oder deren Verlängerung, mit x' denjenigen des Spiegelbildes, so gilt für jedes x und für alle den Spiegel treffenden Strahlen:

Fig. 53.



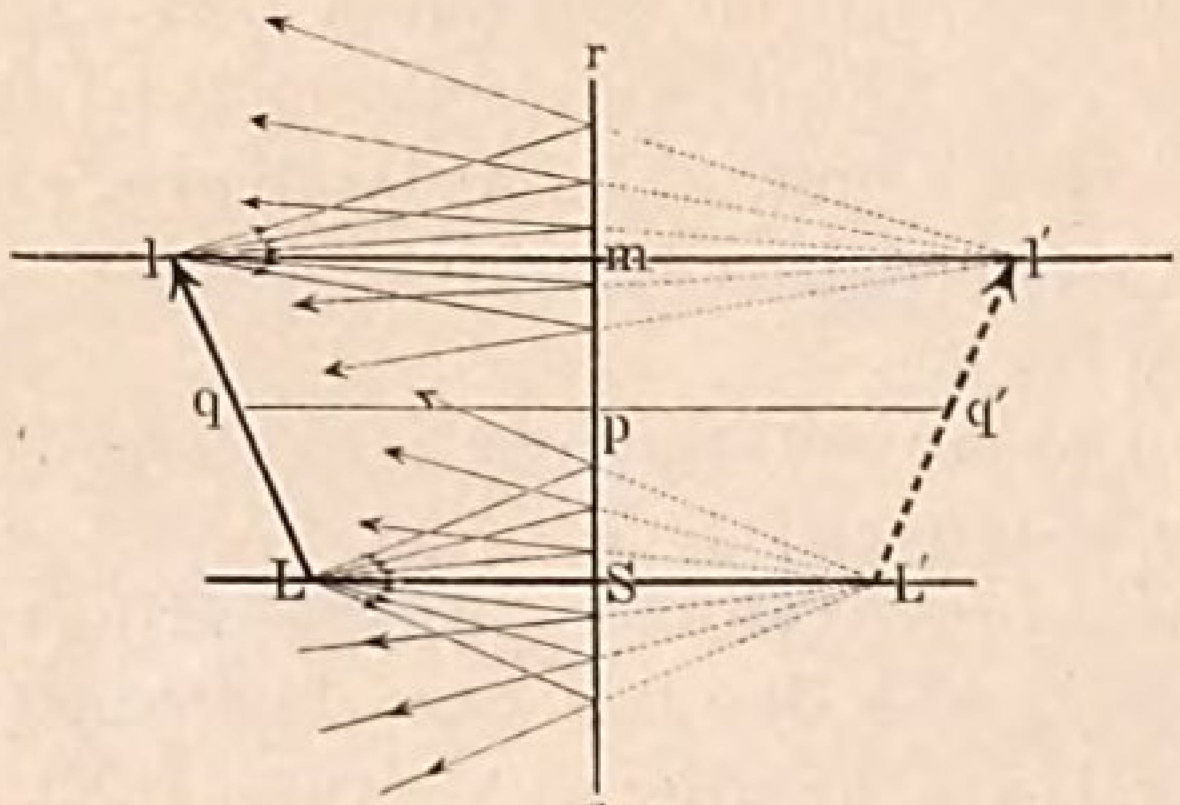
$$x' = -x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wenn mit dem Minuszeichen die entgegengesetzte Lage von Bild und Object zur Spiegelebene ausgedrückt wird.

B. Spiegelung ausgedehnter Objecte. Was für den Punkt L in Bezug auf seine Spiegelaxe $LS \perp rs$ (Fig. 54, a. f. S.) gilt, muss für

jeden anderen leuchtenden Punkt l oder q in Bezug auf deren Axen gelten. Fällt man also von l und q die Lothe lm und qp auf die Spiegelebene rs (gleichviel welches Stück dieser Ebene spiegelnd sei) und trägt auf deren Verlängerungen die Stücke $l'm = lm$ und $q'p = qp$ ab, so ist l' das Spiegelbild von l und q' dasjenige von q. Wie man sieht, entspricht also jedem Punkte des Raumes vor der Spiegelebene (Objectraum) nur ein Punkt des Raumes hinter derselben (Bildraum). Es ist dies die einzige Abbildung in der Optik, wo ohne Einschränkung der Oeffnung der abbildenden Strahlenbüschel sich die beiden unendlich grossen Räume punktweise entsprechen. Bildet die Verbindungslinie lqL eine Gerade, so ebenfalls die Linie $l'q'L'$. Alle auf lqL liegenden leuchtenden Punkte haben demnach ihre Bildpunkte auf $l'q'L'$, d. h. es ist Linie $l'q'L'$ das Spiegelbild von lqL. Man erkennt also, dass Object und Spiegelbild symmetrisch zur Ebene des Spiegels liegen und gleich gross sind.

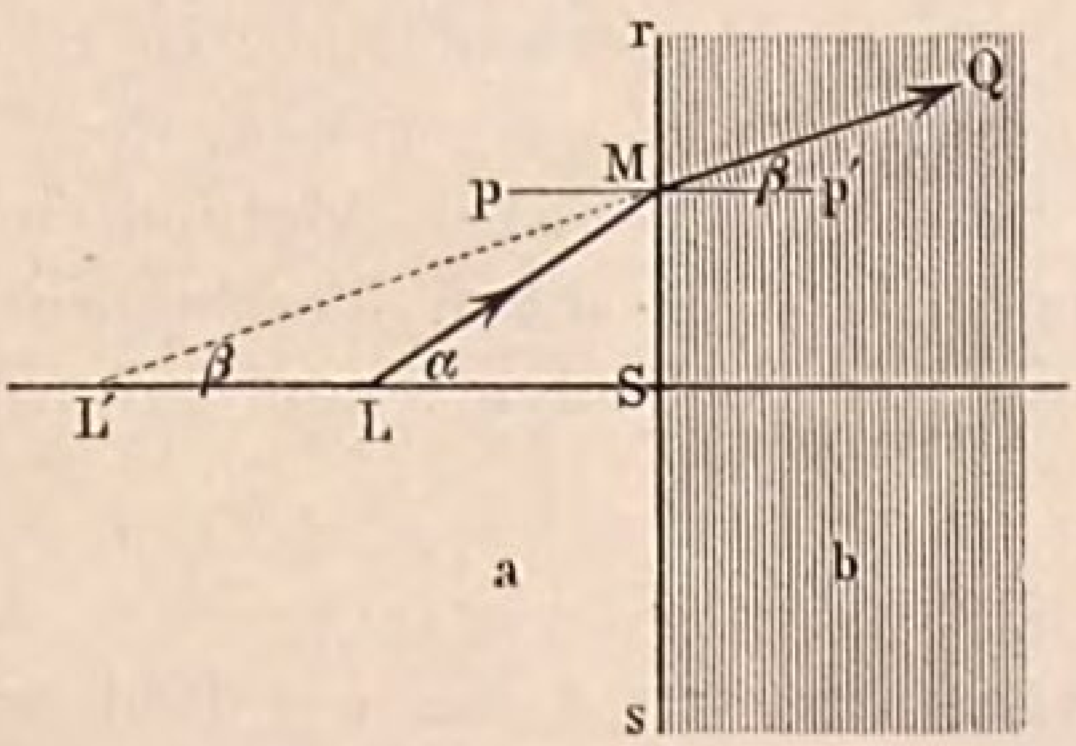
Fig. 54.



Verschiebt sich das Object parallel zu sich gegen den Spiegel, so auch das Bild, aber in umgekehrter Richtung. Steht das Object senkrecht zur Spiegelaxe und aufrecht (durch Pfeil angedeutet in der Figur), so auch das Bild. Dies gilt für beliebig ausgedehnte Objecte. Es entspricht also einander parallelen Ebenen des Objectraumes eine Schaar einander paralleler Ebenen des Bildraumes.

30 **Abbildung durch einmalige Brechung.** A. Abbildung von leuchtenden Punkten. Der beliebige, vom leuchtenden Punkte L (Fig. 55) zur brechenden Fläche rs (Grenzfläche zwischen den Medien a und b) gehende Strahl LM werde längs MQ gebrochen. Die laut Constructionsmethode auf S. 45 gefundene Richtung QM schneide rückwärts verlängert das Loth $LS \perp rs$ im Punkte L'. Es heisse auch hier dieses Loth die Axe der brechenden Fläche für den Punkt L; nachher werden wir diesen Begriff specialisiren. Die Einfallshöhe MS werde mit h, der Einfalls- bezw. Brechungswinkel mit α bezw. β und die absoluten Brechungs-

Fig. 55.



indices der Medien a und b mit n_a und n_b bezeichnet. Ferner sei wieder $SL = x$ und $SL' = x'$. Es wird dann:

$$\sphericalangle\, pML = \sphericalangle\, SLM = \alpha$$

$$\sphericalangle\, QMp' = \sphericalangle\, ML'S = \beta,$$

also:

$$MS = h = x \,.\, tg\,\alpha = x' \,.\, tg\,\beta,$$

oder:

$$\frac{x'}{x} = \frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta} = \frac{sin\,\alpha}{cos\,\alpha} \cdot \frac{cos\,\beta}{sin\,\beta}.$$

Da nun nach dem Brechungsgesetz gilt:

$$\frac{sin\,\alpha}{sin\,\beta} = \frac{n_b}{n_a},$$

so wird:

$$\frac{x'}{x} = \frac{n_b}{n_a} \cdot \frac{cos\,\beta}{cos\,\alpha} = \frac{n_b}{n_a} \frac{\sqrt{1 - sin^2\beta}}{\sqrt{1 - sin^2\alpha}};$$

hieraus folgt, dass je nach dem Winkel (α), welchen der betrachtete Strahl LM mit der Axe LS bildet, die Strecke x' verschieden gross ist. Denn da $\frac{sin\,\alpha}{sin\,\beta} =$ constant ist, kann es nicht der Bruch $\frac{cos\,\alpha}{cos\,\beta} = \frac{\sqrt{1 - sin^2\alpha}}{\sqrt{1 - sin^2\beta}}$ sein.

Beliebige von L ausgehende Strahlen schneiden sich nach der Brechung nicht wieder in einem Punkte; dies thun nur diejenigen Strahlen, welche mit der Axe (d. h. dem Lothe LS) gleiche Winkel bilden. Wie aus der Rotation der Fig. 55 um LS hervorgeht, liegen solche Strahlen auf einem Kegelmantel, dessen Spitze der leuchtende Punkt und dessen Axe das Loth LS ist. Jedem von einem leuchtenden Punkte ausgegangenen Strahlenmantel entspricht also nach der Brechung wieder ein Strahlenmantel; während aber erstere dieselbe Spitze (den leuchtenden Punkt) haben, sind die Spitzen der letzteren verschieden.

Anders verhält es sich für die in der Nähe der Axe verlaufenden Strahlen, welche einen unendlich kleinen Winkel mit derselben bilden. Wird nämlich α (und damit auch β) so klein, dass in den Reihen

$$cos\,\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{24} - \cdots$$

und

$$sin\,\alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{6} + \frac{\alpha^5}{120} - \cdots$$

die zweiten und höheren Potenzen vernachlässigt werden können, so folgt:

$$cos\,\alpha = 1; \quad sin\,\alpha = \alpha,$$

also auch

$$cos\,\beta = 1; \quad sin\,\beta = \beta,$$

und somit

$$x'/x = n_b/n_a$$

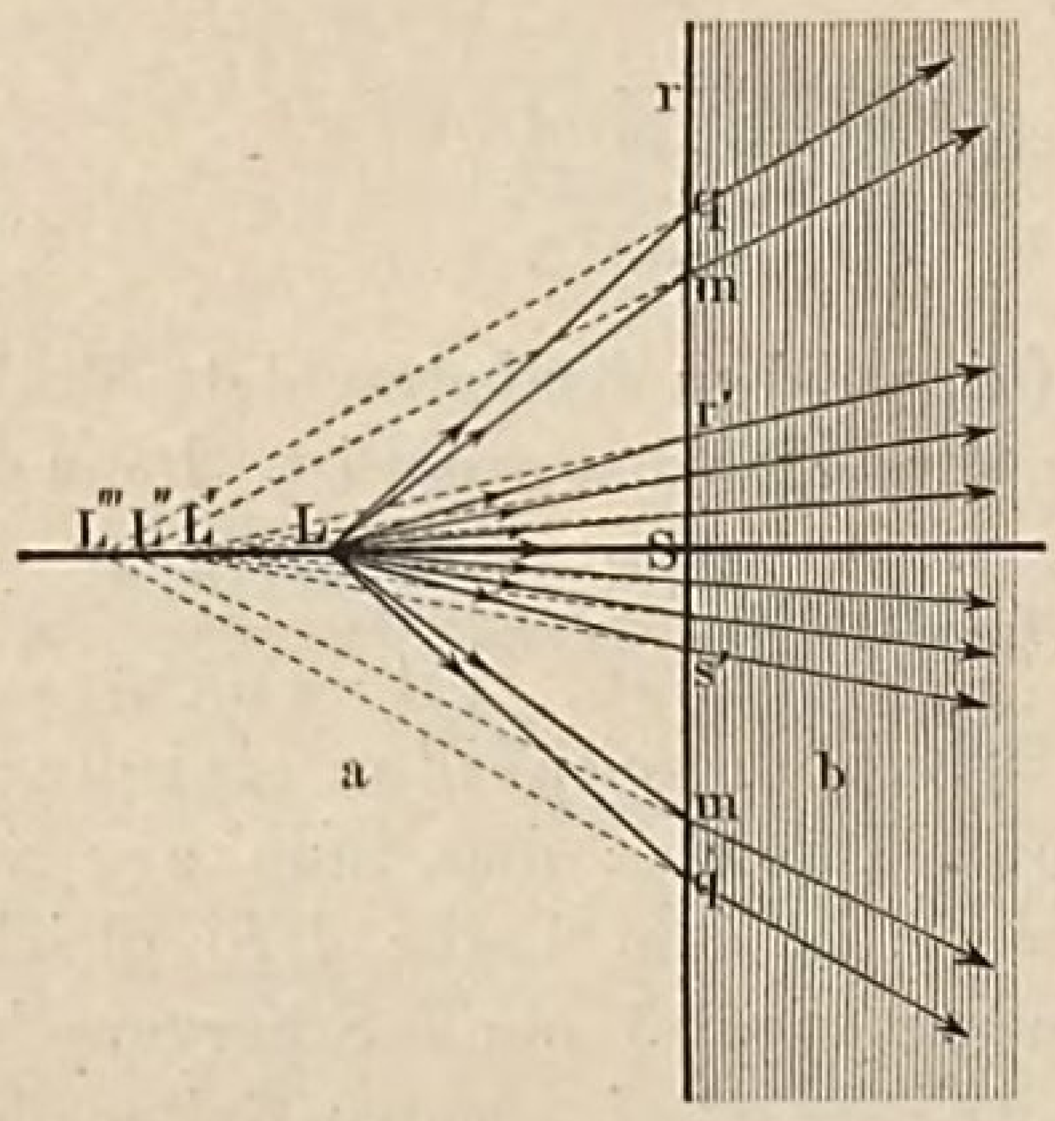
$$x' = x \cdot \frac{n_b}{n_a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Diese Gleichung besagt, dass jetzt x' unabhängig von α und nur abhängig von x ist. Bezeichnet man die unter so kleinen Winkeln auf die brechende Fläche auffallende Strahlen als Nullstrahlen oder Axenstrahlen, so gilt also:

Alle von einem Punkte ausgehenden **Axenstrahlen** schneiden sich nach der Brechung an ebenen Flächen rückwärts verlängert wieder in **einem** Punkte.

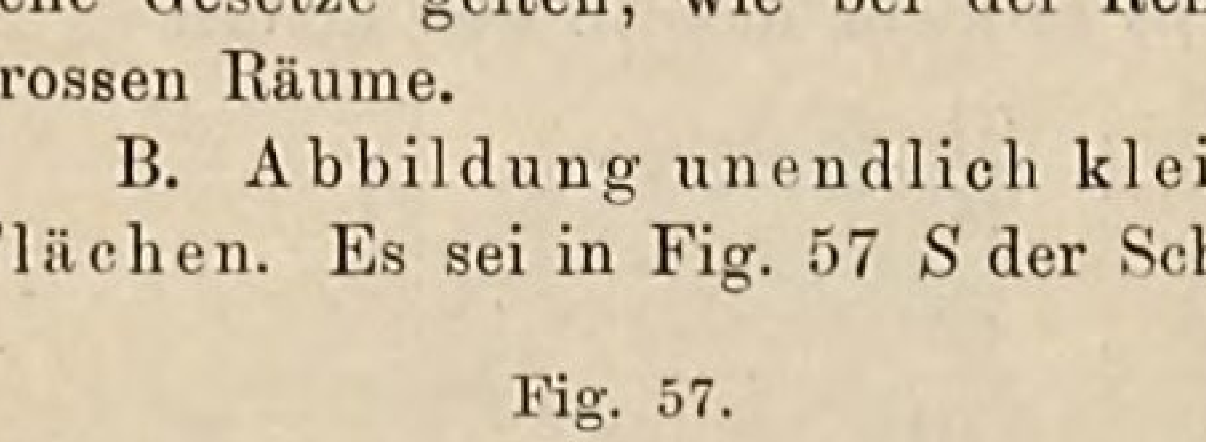
Dieser Verlauf der verschiedenen auffallenden Strahlen ist in Fig. 56 skizzirt für den Fall, dass a Luft und b Glas ist. Alle Nullstrahlen scheinen nach der Brechung von L' zu kommen, einem Punkte, der von S um die Strecke $L'S = \frac{n_b}{n_a} LS = {}^3/_2\, LS$ abliegt. Je grösser die Einfallshöhe der Strahlen ist, um so grösser ist die Entfernung, in der sie die Axe LS schneiden. Im Gegensatz zu den Null- oder Axenstrahlen heissen die unter endlichem Winkel von L ausfahrenden Strahlen: „Randstrahlen". So entspricht den Randstrahlen Lm der Punkt L'' und den noch weiter liegenden Randstrahlen Lq der Punkt L'''. Eine eindeutige Abbildung von L findet also nur dann statt, wenn entweder die brechende Fläche rs weit genug abgeblendet wird, so dass nur Nullstrahlen zur Wirkung kommen, oder wenn L ins Unendliche rückt. Für den ersteren Fall werde die im Mittelpunkte oder Scheitel der brechenden Fläche errichtete Senkrechte als Axe derselben bezeichnet. Wir wollen diesen Fall etwas näher betrachten und zeigen, dass in dem der Axe benachbarten, unendlich dünnen cylindrischen Raume eine punktweise Abbildung stattfindet und ähnliche Gesetze gelten, wie bei der Reflexion in Bezug auf die unendlich grossen Räume.

Fig. 56.



B. Abbildung unendlich kleiner Objecte durch brechende Flächen. Es sei in Fig. 57 S der Scheitel und xS die Axe der unendlich kleinen brechenden Fläche rs zwischen Luft (a) und Glas (b). Der auf der Axe liegende Punkt L wird in L' abgebildet, wobei $L'S = {}^3/_2\, LS$ ist. Wo liegt der Bildpunkt eines der Axe unendlich nahen Punktes l oder q? Es ist klar, dass bei den angenommenen Dimensionen für den Punkt l (bezw. q) in Bezug auf sein Loth $lm \perp rs$ (bezw. $qw \perp rs$)

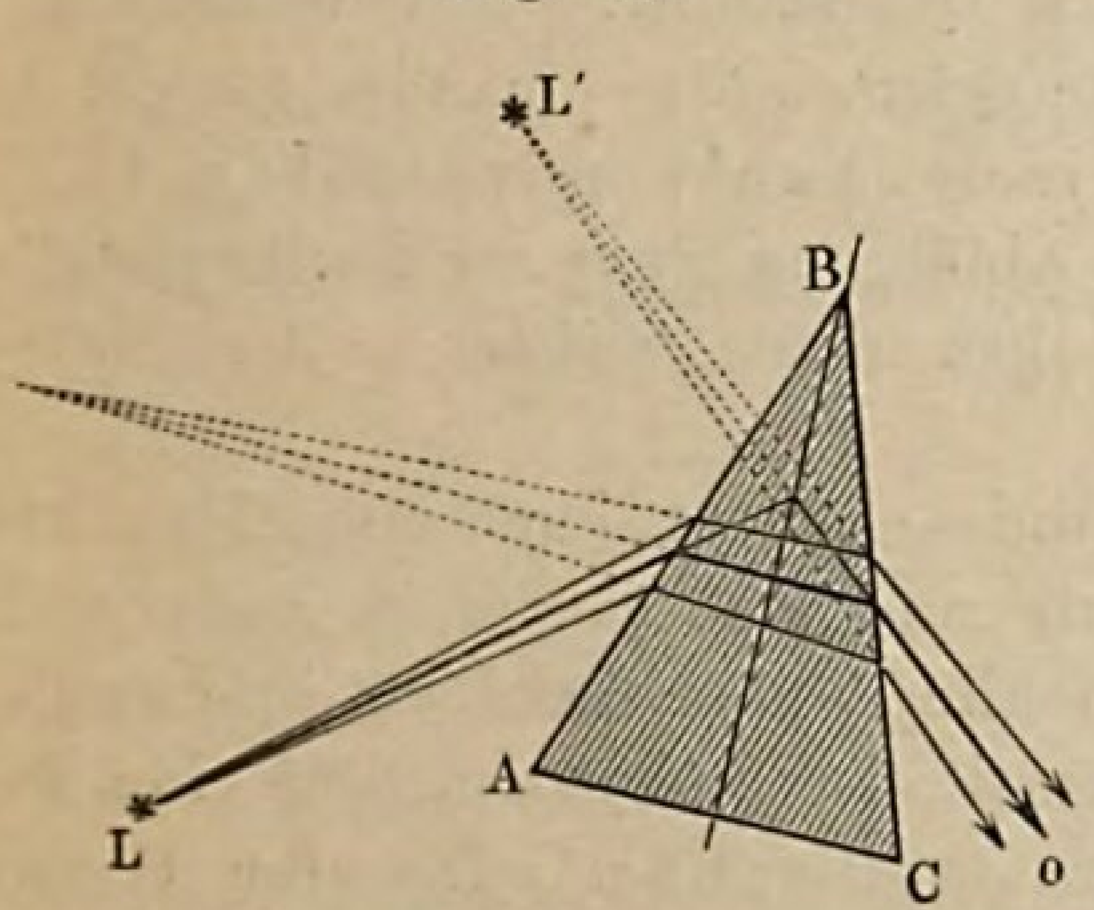
Fig. 57.



dasselbe gilt, was für den Punkt L in Bezug auf die Axe bewiesen ist. Ist also $l'm = \frac{3}{2}\, lm$ und $q'w = \frac{3}{2}\, qw$, so auch l' das Bild von l und q' das Bild von q. Liegen l und q auf einer durch L gehenden Geraden, so die Punkte l' und q' auf einer durch l gehenden Geraden. Das unendlich kleine Object lLq wird also in $l'Lq'$ abgebildet. Das Bild ist virtuell und gleich gerichtet mit dem Objecte. Wandert lq || zu sich längs der Axe, so das Bild $l'q'$ in derselben Richtung ebenfalls parallel zu sich. Die Neigung des Bildes gegen die Axe ist aber im Allgemeinen eine andere als die des Objectes. Ist letztere senkrecht zur Axe, so auch das Bild. Was von Linien bewiesen ist, kann auch für Ebenen leicht bewiesen werden. Kurz, was bei der Reflexion für unendlich grosse, zur Axe senkrechte Objecte und für beliebig weit geöffnete Strahlenbüschel galt, gilt hier nur für axiale Büschel und der Axe nahe unendlich kleine Gegenstände.

Abbildung durch zweimalige Brechung, Bilder entworfen durch Prismen. A. Abbildung von leuchtenden Punkten. Nach Behandlung der Brechung eines Strahlenbündels an einer brechenden Fläche ist klar, dass im Allgemeinen die von einem leuchtenden Punkte auf das Prisma auffallenden Strahlen nach ihrem Austritt nicht mehr homocentrisch sein werden. Wie dort, so giebt es jedoch auch hier specielle Fälle, wo eine Abbildung stattfindet. Da die elementare Behandlung [1]) der prismatischen Abbildung zu umständlich und unvollständig, so beschränken wir uns hier nur auf die Wiedergabe der wichtigsten Resultate. Die Abbildung durch ein Prisma ist zuerst von Helmholtz [2]) mittelst höherer Analysis behandelt worden. Wir sehen wieder ab von der Farbenzerstreuung und betrachten nur Strahlenbüschel von sehr kleiner Oeffnung. 31

Fig. 58.



Im Allgemeinen entstehen von einem Objectpunkte L (Fig. 58) zwei zu einander senkrecht stehende, unendlich kleine Brennlinien. Der Abstand zwischen diesen Linien heisst die homocentrische oder astigmatische Differenz (Δ). Je kleiner Δ ist, d. h. je mehr sich die Brennlinien einander nähern, um so kleiner werden dieselben, um so

[1]) Reusch, Pogg. Ann. 177, 241; Dittscheiner, Sitzungsb. d. Wien. Akad. 51, 368. A. Gleichen: Die Haupterscheinungen der Brechung und Reflexion des Lichtes, dargestellt nach neuen Methoden. Leipzig 1889.

[2]) H. v. Helmholtz, Wissensch. Abhandlungen 1883, 2, 164 bis 182.

mehr ist das Bild eines Objectpunktes wieder ein Punkt. Im Allgemeinen ist Δ abhängig von der Entfernung des Objectpunktes, von der durchlaufenen Glasstrecke, vom brechenden Winkel und vom Einfallswinkel des Axenstrahles des unendlich dünnen Büschels.

Geht der Axenstrahl symmetrisch durch das Prisma, dann ist Δ unabhängig von der Entfernung des Objectpunktes. In diesem besonderen Falle wird Δ fast gleich Null, entweder wenn das Strahlenbündel nahe der Prismenkante auffällt (dann ist die Glasstrecke gleich Null) oder wenn der brechende Winkel sehr klein ist; hier findet nahezu eine punktweise Abbildung statt. Dabei ist die Entfernung des Bildpunktes von AB gleich derjenigen des Objectpunktes von BC. Streifen die abbildenden Strahlenkegel nahe die Prismenkante, dann liegt der Objectpunkt L und sein Bildpunkt L' wie Object und Spiegelbild in Bezug auf eine durch die Prismenkante zur Winkelhalbirenden BD senkrecht gelegte Spiegelebene.

Beim nichtsymmetrischen Strahlengange ist die Grösse von Δ mit dem Einfallswinkel veränderlich. Jedenfalls aber wird auch hier Δ kleiner und kleiner, je grösser die Entfernung des Objectpunktes wird. Liegt der Objectpunkt im Unendlichen, so ist Δ gleich Null und als Bild entsteht wieder ein Punkt in unendlicher Entfernung. Da die vom Objectpunkte kommenden Strahlen einander parallel verlaufen, so erfahren sie alle dieselbe Ablenkung im Prisma und verlassen also dasselbe wieder einander parallel. Parallele Strahlen schneiden sich aber in einem unendlich entfernten Punkte. Dies gilt für jeden Einfallswinkel; zu einem in beliebiger Richtung einfallenden Strahlencylinder gehört wieder ein austretender Strahlencylinder von freilich im Allgemeinen verändertem Querschnitt. Nur wenn die Ablenkung ein Minimum ist, sind beide Querschnitte einander gleich.

B. Abbildung von zur Prismenkante parallelen Lichtlinien. Günstiger gestaltet sich die Abbildung einer zur Kante parallelen Lichtlinie. Hier schaden Abweichungen nichts, welche in der Richtung des Bildes jener Linie liegen.

Von jedem Punkte der Lichtlinie entsteht eine unendlich kleine Brennlinie parallel zur Prismenkante und eine solche in anderer Entfernung senkrecht dazu. Leuchten alle Punkte der Lichtlinie zugleich, so decken sich erstere Brennlinien theilweise und es entsteht eine Bildlinie wieder parallel zur Prismenkante. Dieselbe erscheint gekrümmt und zwar convex gegen die Basis des Prismas, insofern die von den Enden der Lichtlinie kommenden Büschel gegen die Hauptebene geneigt sind und daher eine grössere Ablenkung erfahren als die von der Mitte der Lichtlinie ausgegangenen Büschel. Der Ort der Bildlinie ist da, wo die im Hauptschnitt verlaufenden Strahlen sich rückwärts verlängert schneiden. Die Entfernung der Bildlinie ist also gleich derjenigen der Objectlinie, wenn die Axe des unendlich dünnen Strahlenbündels das Minimum der Ablenkung erfährt. Sie wächst jedoch, wenn der

Einfallswinkel grösser wird, als beim Minimum der Ablenkung, und nimmt ab mit dem Abnehmen des Einfallswinkels. Dreht man daher beim Visiren auf ein Object das Prisma um eine zur Kante parallele Axe, so muss man auf immer andere Entfernungen einstellen. Nur wenn das Object im Unendlichen liegt, ist auch sein Bild unendlich weit entfernt, und zwar für jede Stellung des Prismas. Bei der Messung des Brechungsquotienten kommt letzterer Fall in Anwendung (s. d. IV. Cap.).

Die gleiche Anordnung des Versuches wählt man, um ein reines Spectrum darzustellen. Wir kommen hierauf im vierten Capitel zu sprechen.

Beziehung zwischen der Reflexion und der Brechung. 32
Für die Axenabstände x und x' des Objectes und des Bildes vom Scheitel der brechenden oder spiegelnden Fläche haben wir die Beziehungen gefunden:

$$x' = -x \text{ im Falle der Reflexion}$$

und

$$x' = x \cdot \frac{n_b}{n_a} \quad \text{„ „ „ Brechung von } a \text{ nach } b;$$

beide Gleichungen gehen in einander über, wenn man setzt: $\frac{n_b}{n_a} = -1$. In der That muss dies der Fall sein, da das Gesetz für die Reflexion durch dieselbe Gleichung dargestellt wird, wie die Brechung an zwei Medien vom absoluten Brechungsindex $+1$ und -1. Es gilt für die Brechung bekanntlich das Gesetz:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_b}{n_a};$$

wird $n_b/n_a = -1$, so geht das Brechungsgesetz für diese Medien über in:

$$\sin\alpha = -\sin\beta,$$

d. h.:

$$\alpha = -\beta,$$

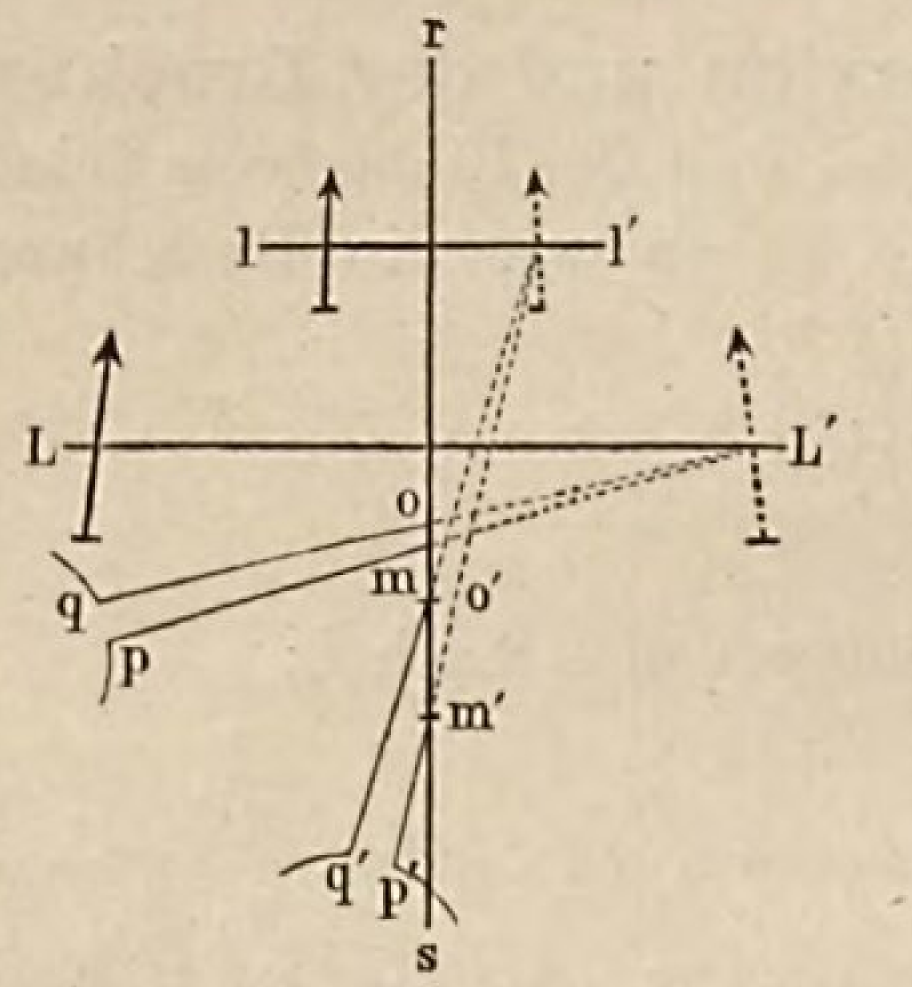
also in das Reflexionsgesetz. Man braucht daher die Probleme nur für die Brechung direct zu behandeln, um aus den gewonnenen Resultaten durch Einsetzen von $\frac{n_b}{n_a} = -1$ diejenigen für die Reflexion giltigen Gleichungen zu erhalten.

Subjective Beobachtung der an ebenen, spiegelnden oder brechenden Flächen auftretenden Bilder. 33
Die geforderten Bedingungen für eine Abbildung durch ebene, brechende Flächen sind erfüllt, wenn man mit dem Auge senkrecht auf eine Wasserfläche blickt und darunter befindliche kleine Objecte betrachtet. In diesem

Falle erscheinen die Objecte zwar in gleicher Grösse, aber da $x' = \frac{3}{4} x$ ist, um $\frac{1}{4}$ ihrer Entfernung von der Oberfläche gehoben. Das Gesetz gilt nicht mehr, wenn man schief auf die Wasseroberfläche blickt. Vielmehr erleiden dann, wie wir später sehen werden, die Objecte ausser einer Hebung noch eine seitliche Verschiebung und eine Verzerrung. Findet doch nach dem Bisherigen für schiefe Büschel gar keine Abbildung statt.

Beim Spiegel kann man in beliebiger Richtung blicken, stets wird man dasselbe Bild unverändert an seinem Orte liegen sehen, vorausgesetzt, dass überhaupt gespiegelte Strahlen ins Auge gelangen können. Je näher Auge und Object am Spiegel liegen, eine um so grössere Fläche des Spiegels trägt zur Bilderzeugung bei. Ist $p\,q$ (Fig. 59) die Pupille des Auges, so kommen von einem Punkte L', des Spiegelbildes von L, die innerhalb $q\,L'p$ verlaufenden Strahlen ins Auge; rückt L etwa nach l, so L' nach l'; gleichzeitig rücke $q\,p$ nach $q'\,p'$. Der jetzt ins Auge gelangende Strahlenkegel $q'\,l'\,p'$ beansprucht die Spiegelfläche $o'\,m'$, der erstere $q\,L'p$ aber nur die kleine Fläche $o\,m$. Liegen nun nicht alle Flächenelemente des Spiegels in einer Ebene, so liefert jedes derselben sein besonderes Spiegelbild vom Object an besonderer Stelle. Das Bild wird also um so undeutlicher sein müssen, je mehr Elemente zur Wirkung kommen. Um die Ebenheit eines Spiegels zu prüfen, betrachtet man daher die Spiegelbilder bei streifender Incidenz. Sind die letzteren dann deutlich und nicht verzerrt, so erst recht bei senkrechter Spiegelung. Statt des Auges bedient man sich zu genauerer Prüfung besser des Fernrohres. Man kann durch diese Methode die Krümmung constatiren, welche eine Quecksilberoberfläche in Folge der Krümmung der Erde zeigt, also die Ebenheit ausserordentlich genau feststellen.

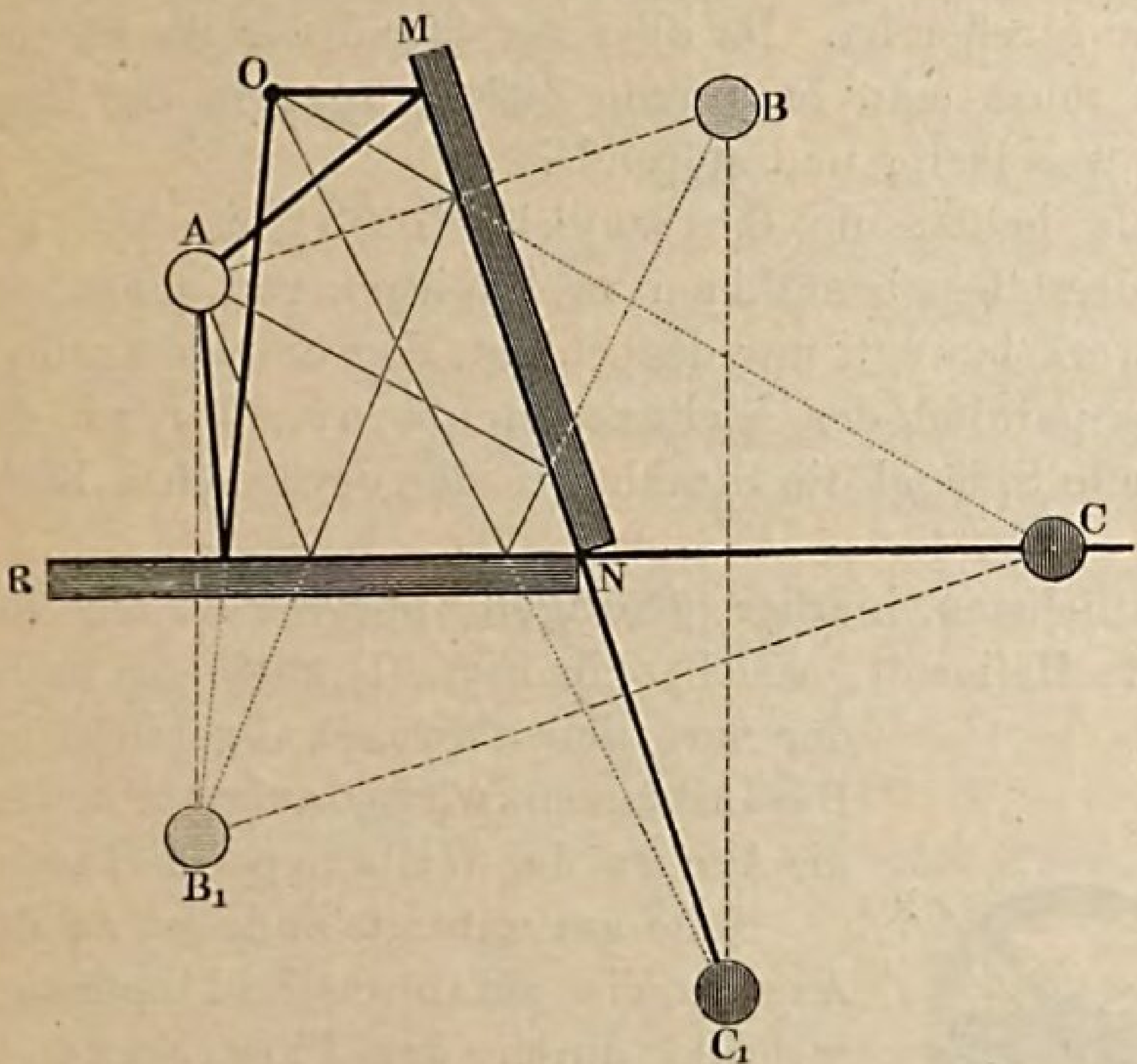
Fig. 59.



34 **Winkelspiegel.** Wenn zwei ebene Spiegel unter irgend einem Winkel zusammengestellt werden, so sieht man von einem zwischen ihnen befindlichen Gegenstande mehrere Bilder, deren Zahl von der Neigung der Spiegel abhängt. In Figur 60 seien $M\,N$ und $R\,N$ zwei unter einem Winkel von 72^0 ($\frac{1}{5}$ des Kreisumfanges) zusammenstossende ebene Spiegel, A ein leuchtender Punkt, der sich in der Mitte des von ihnen gebildeten Winkels befindet. Zunächst wird in jedem Spiegel ein Bild von A entstehen, und zwar liegt das Bild für den einen Spiegel in B, für den anderen in B_1; ein in O befindliches Auge sieht also ausser dem Gegenstande A selbst, in Folge einer einmaligen Spiegelung auch noch

die Bilder B und B_1 desselben. Nun aber können solche Strahlen, die von dem einen Spiegel reflectirt worden sind, den zweiten treffen und an demselben eine abermalige Reflexion erleiden. Da alle vom ersten Spiegel MN reflectirten Strahlen so divergiren, als ob sie von B kämen, so spielt B selbst die Rolle eines Gegenstandes, welcher Strahlen auf den Spiegel RN sendet, und man kann demnach leicht das Bild des Bildes B im Spiegel RN finden; man fälle nur von B ein Perpendikel auf die Verlängerung von RN, und verlängere es um sich selbst, so erhält man das Bild C_1, von welchem alle Strahlen auszugehen scheinen, die von dem Spiegel MN auf den Spiegel RN reflectirt werden und an diesem eine abermalige Spiegelung erleiden; und so sieht das Auge in O nach zweimaliger Spiegelung noch ein Bild in C_1.

Fig. 60.



Das Bild B_1 verhält sich aber auch wie ein Gegenstand für den Spiegel MN, und wenn man den Ort des Bildes von B_1 bestimmt, so findet man, dass es in C liegt.

Von dem Bilde C kann nun kein weiteres Bild entstehen, weil es hinter der Reflexionsebene des Spiegels MN und in der Reflexionsebene des Spiegels RN liegt. Dasselbe gilt vom Bilde C_1. Von dem Gegenstande A sieht man also hier noch vier Bilder, welche mit A selbst ein Fünfeck bilden und auf demselben Kreise mit dem Centrum N liegen.

Bilden die Spiegel einen Winkel von 60^0, 45^0, 36^0 etc., so dass derselbe $^1/_6$, $^1/_8$, $^1/_{10}$ des ganzen Kreisumfanges ausmacht, so sieht man, den Gegenstand selbst mitgezählt, 6, 8, 10 etc. Bilder. Bei anderer Lage des leuchtenden Punktes treten nur geringe Aenderungen ein, die durch einfache Construction leicht zu finden sind. Man verwendet diese vielfachen Spiegelbilder bei dem Brewster'schen Kaleidoskop.

Die Anzahl der Bilder ist unendlich gross, wenn der Winkel zwischen den Spiegeln Null wird, d. h. wenn letztere einander parallel stehen.

Der Heliostat. Unter Heliostat versteht man eine Spiegelvor- 35
richtung, welche dazu dient, den Sonnenstrahlen zum Zwecke optischer

Versuche eine gewünschte, meist horizontale Richtung zu ertheilen und diese Richtung trotz der scheinbaren Bewegung der Sonne zu erhalten.

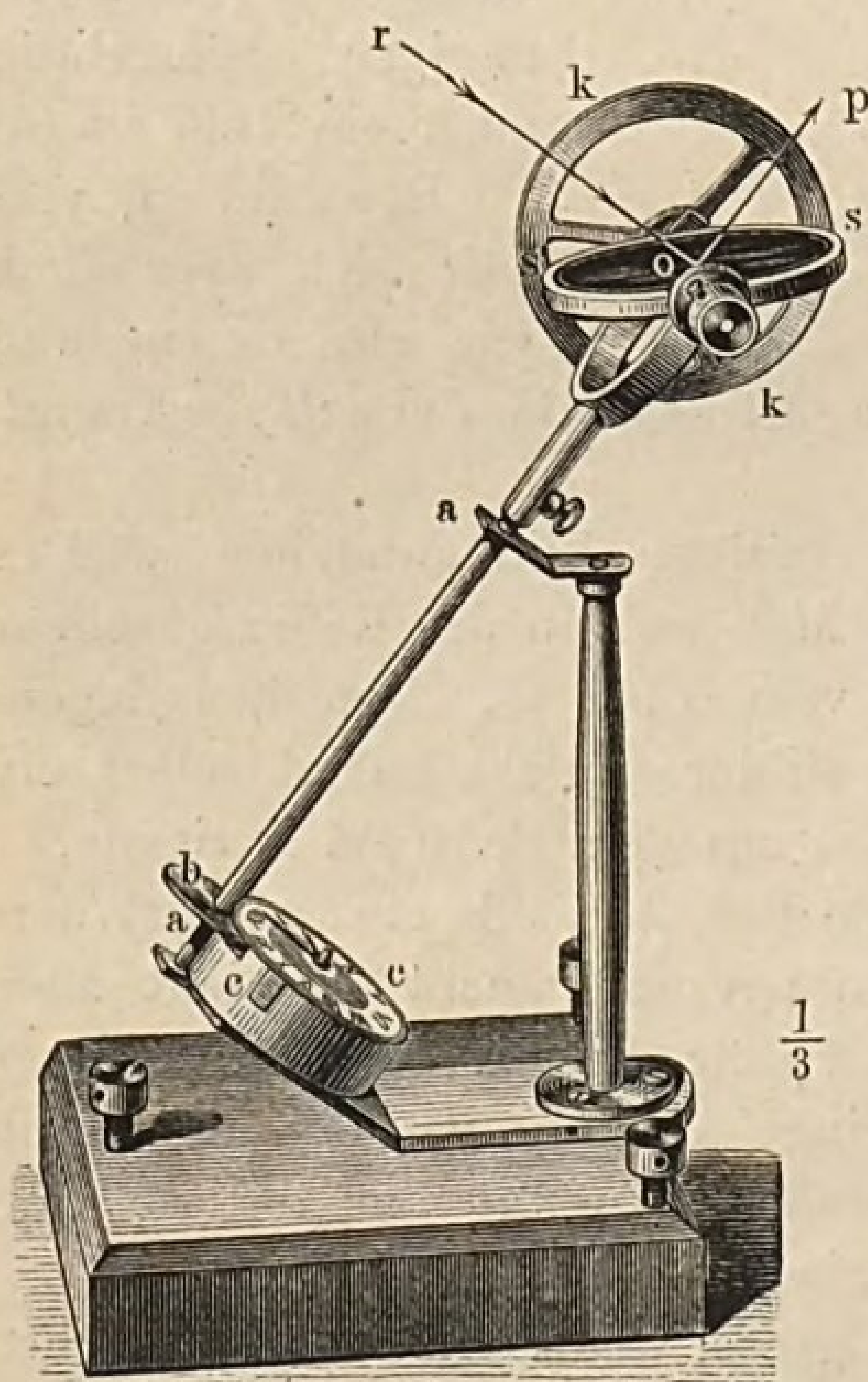
Man unterscheidet Handheliostaten und automatische oder Uhrwerkheliostaten.

Die Handheliostaten bestehen aus einem Spiegel, welcher ausserhalb der Oeffnung des geschlossenen Fensterladens in der Weise aufgestellt ist, dass er um zwei zu einander senkrechte Axen gedreht, daher in jede beliebige Lage gebracht werden kann. Man stellt ihn von innen in eine solche Lage, dass er die Sonnenstrahlen durch die Oeffnung in der gewünschten Richtung reflectirt. Da aber der Stand der Sonne sich fortwährend ändert, so muss man in kurzen Zwischenpausen die Lage des Spiegels corrigiren, was lästig und störend ist.

Diesem Uebelstande helfen die Uhrwerkheliostaten ab. Die älteren Constructionen derselben benöthigen zwei Spiegel, von denen der erstere, durch das Uhrwerk bewegt, nur dazu dient, den Sonnenstrahlen eine constante Richtung parallel der Weltaxe zu geben, während der zweite, fest aufzustellende Spiegel die Strahlen in die gewünschte Richtung reflectirt.

Einer der übersichtlichsten, hierher gehörigen Apparate ist der von Meyerstein construirte Heliostat, welcher in Fig. 61 ungefähr in $1/3$ der natürlichen Grösse abgebildet ist. Das Instrument wird so aufgestellt, dass die Axe *a a* der Weltaxe parallel steht.

Fig. 61.



Nahe am unteren Ende ist an der Axe *a a* ein gezahntes Rad befestigt, welches durch das Uhrwerk *c c* in 24 Stunden einmal um seine Axe herumgedreht wird, so dass also die Axe *a a* in jeder Stunde eine Drehung von 15^0 erleidet.

Eine auf das obere Ende der Axe *a a* aufgeschobene und mittelst einer Stellschraube festzuklemmende Messinghülse endet oben in einer halbkreisförmigen Gabel, zwischen deren Enden der ebene Spiegel *s′s* so angebracht ist, dass er um eine rechtwinkelig zu *a a* stehende Axe gedreht und in jeder beliebigen Neigung gegen *a a* festgestellt werden kann.

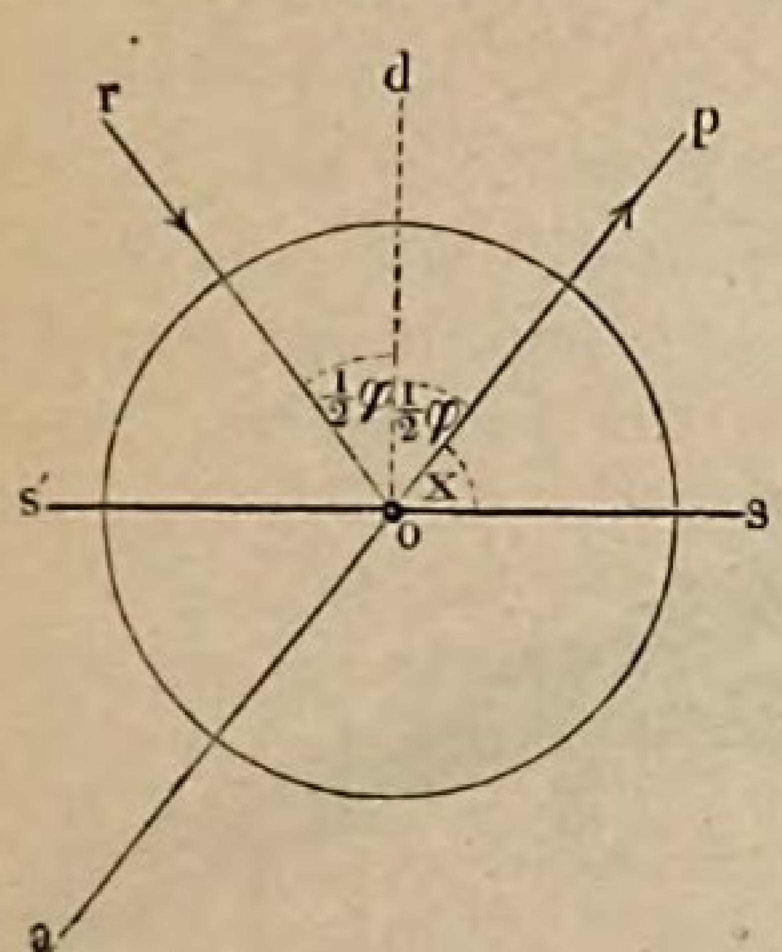
Der Spiegel *s′s* wird nun so gestellt, dass der einfallende Strahl *r o* nach *o p*, der Verlängerung der Axe *a a*, reflectirt wird, dass also der reflectirte Strahl, in die Richtung der Weltaxe fallend, gegen den Nordpol des Himmels gerichtet ist.

Wird nun bei unveränderter Neigung des Spiegels $s's$ gegen die Weltaxe die derselben parallele Axe aa durch das Uhrwerk mit derselben Winkelgeschwindigkeit gedreht, mit welcher die Sonne sich um die Weltaxe scheinbar bewegt, so ist leicht zu übersehen, dass der reflectirte Strahl stets mit op, der Richtung der Weltaxe, zusammenfallen muss.

Wie gross die Neigung der Spiegelebene gegen die Weltaxe sein muss, ergiebt sich aus folgender Betrachtung:

Es sei ap, Fig. 62, die Richtung der Weltaxe, o der Mittelpunkt des Spiegels, ro der einfallende Strahl. Die Poldistanz der Sonne, also den Winkel rop, wollen wir mit φ bezeichnen. Soll nun der Strahl ro nach op reflectirt werden, so muss das Einfallsloth od den Winkel rop halbiren, der Winkel dop muss $\frac{1}{2}\varphi$ sein. Da ferner die Spiegelebene $s's$ rechtwinkelig auf od stehen, der Winkel dos also 90^0 sein muss, so ergiebt sich für den Winkel x, welchen die Spiegelebene os mit der Weltaxe op macht, der Werth

Fig. 62.



$$x = 90^0 - \frac{1}{2}\varphi.$$

Wäre z. B. für einen bestimmten Tag die nördliche Declination der Sonne gleich 20^0, so wäre $\varphi = 90^0 - 20^0 = 70^0$, also $x = 55^0$. An einem Tage, an welchem die Sonne 20^0 südlich vom Aequator steht, ist $\varphi = 110^0$, an diesem Tage ist also der Spiegel so zu stellen, dass $x = 35^0$ beträgt.

Zur richtigen Einstellung des Spiegels dient der getheilte Kreis kk, Fig. 61, über welchem sich parallel mit der Spiegelebene ein Zeiger bewegt, der auf Null steht, wenn die Spiegelebene mit der Weltaxe zusammenfällt, wenn also der Winkel pos gleich Null ist.

Bei richtiger Einstellung liefert also dieses Instrument einen reflectirten Strahl, welcher, während die Sonne ihre tägliche Bewegung fortsetzt, doch unverändert die Richtung der Weltaxe beibehält. Diese Richtung des reflectirten Strahles ist aber für die meisten Versuche höchst unbequem, und man bedarf eines zweiten Spiegels, um den in der Richtung der Weltaxe aufwärts sich fortpflanzenden Strahl in horizontaler Richtung ins verfinsterte Zimmer zu reflectiren.

Der oben beschriebene Meyerstein'sche Heliostat ist eigentlich nur eine vereinfachte Form des Fahrenheit'schen, dessen sich auch Fraunhofer bediente. Beim Fahrenheit'schen Heliostaten sind beide Spiegel auf demselben Stativ angebracht, während bei der Meyerstein'schen Vorrichtung der zweite Spiegel ein von dem eigentlichen Heliostaten, Fig. 61, ganz getrenntes Stück bildet.

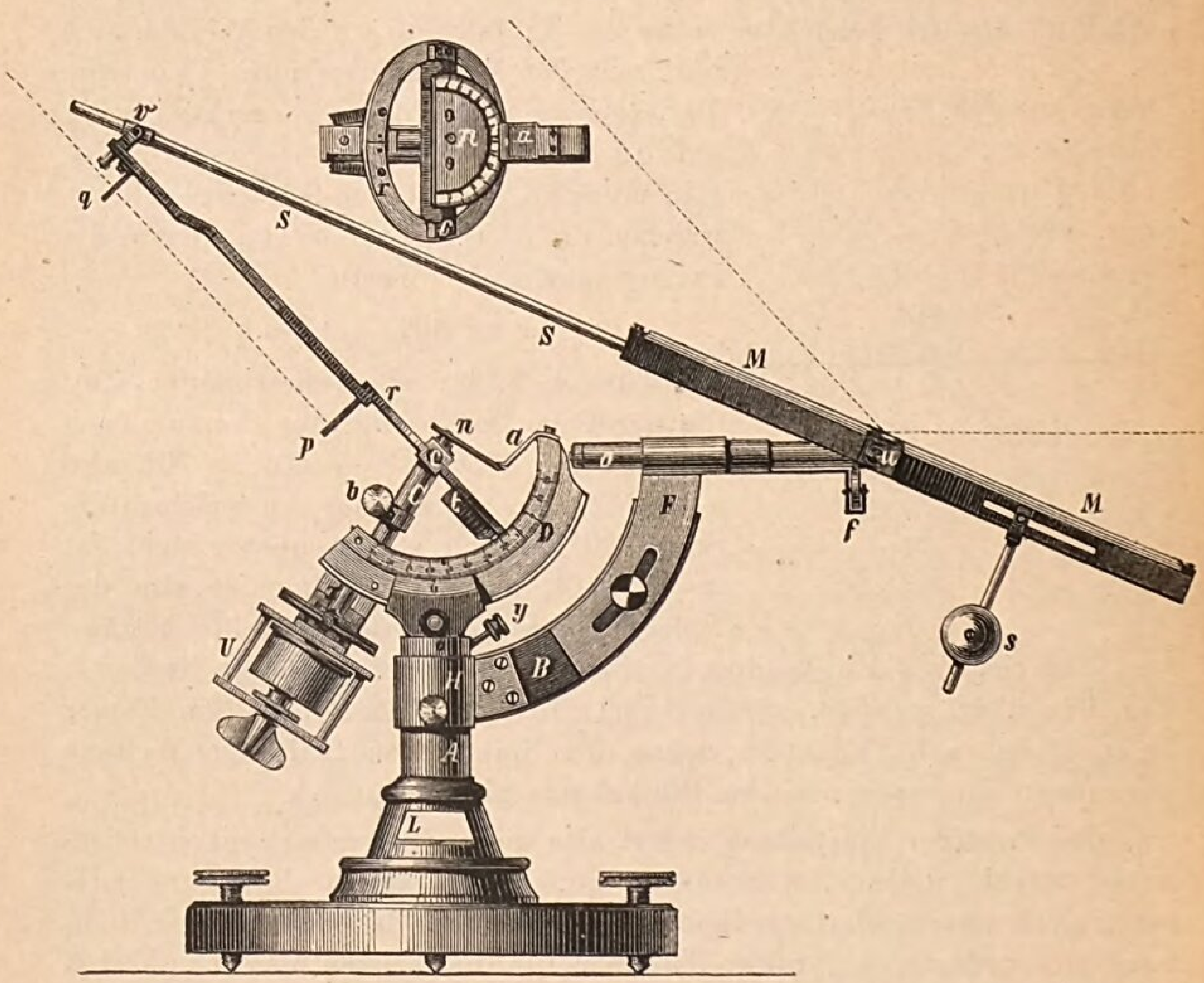
Da bei jeder Reflexion Licht verloren geht, so war man schon früh bemüht, Uhrheliostaten mit einem Spiegel zu construiren. Der erste der-

artige Apparat rührt von S'Gravesande her. Später haben Gambey, Silbermann u. A. einspiegelige Uhrwerkheliostate construirt.

Statt des in der vorigen Auflage beschriebenen Heliostaten von Silbermann wollen wir den mehrere wesentliche Vortheile gewährenden und dennoch billigeren Uhrwerkheliostaten von Fuess in Berlin beschreiben [1]).

Auf einer schweren, runden Grundplatte von Messing (Fig. 63) mit drei Stellschrauben erhebt sich eine schwach conische Säule A, die

Fig. 63.



von einer drehbaren Hülse umschlossen wird. Mit letzterer ist ein kreisförmiger Arm B verbunden, welcher die zu ihm radial gerichtete Axe o des Spiegels M trägt. Der hohle Fuss der Säule A ist mit zwei gegenüberliegenden Ausschnitten L versehen, um eine im Hohlraume befindliche Dosenlibelle sichtbar zu machen. Innen ist die Säule A conisch ausgebohrt zur Aufnahme der Azimuthaxe, welche mittelst einer Klammer das mit dem Arm B concentrische Kreissegment D trägt. Auf letzterem

[1]) Wir folgen dabei der Beschreibung von H. W. Vogel in dem von Löwenherz herausgegebenen „Bericht über die wissenschaftlichen Instrumente der Berliner Gewerbeausstellung im Jahre 1879". Berlin 1880, S. 398 ff.

befinden sich neben einander zwei concentrische Gradtheilungen für Polhöhe und Declination. Die Stundenaxe x des Instrumentes hat in demselben Segment D, und zwar coincidirend mit dem 90-Gradstrich der Theilungen, ihre Lagerung so, dass ihre Mittellinie zum Segment selbst radial liegt. Auf die Stundenaxe ist eine drehbare Hülse C aufgesteckt, welche bei b fest mit ersterer verbunden werden kann. Wie Fig. 63 zeigt, trägt die Hülse C am oberen Ende einen zu ihrer Drehungsaxe senkrechten Querstab c mit zapfenförmigen Enden, um die sich ein Ring r dreht. Die scharfe Kante der Peripherie von r bestreicht die Declinationstheilung von D und dient als Marke zur Einstellung der Declination. Ein kleiner, auf c befestigter Halbkreis n ist von vier zu vier Zeitminuten getheilt und dient der ebenfalls am Segment D befestigten Uhr als Zifferblatt. Zur Ablesung des Zifferblattes dient der Index a, der vom oberen Ende von D ausgeht.

In der Verlängerung der Ebene des Ringes r trägt ein mit diesem fest verbundener Arm ein Doppelgelenk v, welches die Führung des Spiegels M an dem von seiner Fassung ausgehenden Stabe S bewirkt. Der Angriffspunkt von v und die der Spiegelfläche parallele Axe u des Spiegels M sind vom Mittelpunkte des Ringes r gleich weit entfernt.

Parallel der Ebene des Ringes r läuft die durch die Diopter q und p bestimmte Visirrichtung. Unterhalb der einen Seite des Ringes r ist ein Gewicht t, welches der anderen Seite von r das Gleichgewicht in Bezug auf die Stundenaxe hält. Die Last des Spiegels M wird von der Frictionsrolle f getragen, welche gerade den Schwerpunkt des Spiegels unterstützt. Mit dem Laufgewicht s ist es schliesslich möglich, eine vollkommene Balancirung des Spiegels in allen Lagen herzustellen.

Ehe wir zur Beschreibung der Einstellung des Apparates übergehen, wollen wir an Hand der Skizze Fig. 64 (a. f. S.) das Princip seiner Wirkungsweise erörtern. Darin bedeutet a die Azimuthaxe, b die Stundenaxe, c die horizontale Spiegelaxe. Die Ebene des Papiers sei die Meridianebene und die Axen d, e und f darauf senkrecht gedacht. Es ist dies der Fall bei horizontal reflectirtem Strahl Mittags 12 Uhr. Der Strahl gd falle parallel dem Arme fe auf den Spiegel, so dass er horizontal nach i, der Verlängerung von hd, reflectirt werde. In der Zeichnung ist $\measuredangle\, feb = 90^0$ genommen, d. h. die Poldistanz ist 90^0 und somit die Declination Null, wie es an den Tag- und Nachtgleichen der Fall ist. Es soll laut Construction Schenkel $ed = ef$ sein, also ist $\triangle\, fed$ gleichschenkelig. Da $fe \parallel gd$ gestellt worden ist und auch während der Drehung stets bleibt, so ist $\measuredangle\, feh$[1]) $= \measuredangle\, gdh$. Da nun $\measuredangle\, feh = 2\, \measuredangle\, fdh$ ist, so auch $\measuredangle\, gdh = 2\, \measuredangle\, gdf$. Nach dem Reflexionsgesetz ist $\measuredangle\, gdf = \measuredangle\, idk$, demnach schliesslich $\measuredangle\, idk = \measuredangle\, fdh$,

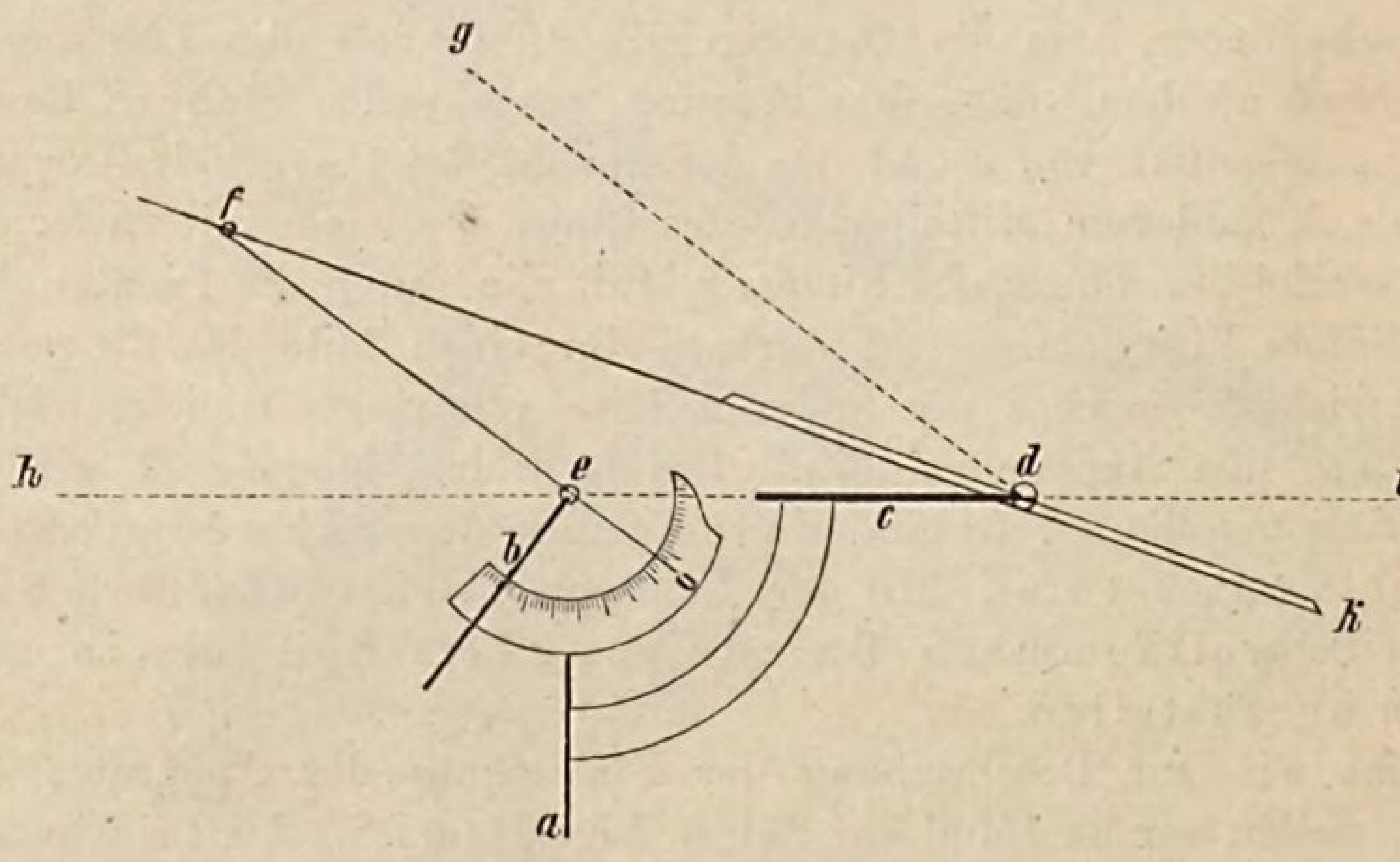
[1]) In der Originalbeschreibung fälschlich der Declinationswinkel genannt.

oder *di* ist stets die Verlängerung der Spiegelaxe *cd*. Diese Richtung kann aber, wie wir sehen werden, beliebig eingestellt werden.

Um den Heliostaten in Gang zu setzen, wird zuerst mittelst der Dosenlibelle die Grundplatte horizontirt; dann steht die Azimuthaxe *A* lothrecht. Mit Hülfe der Breitengradtheilung auf *D* stellt man hierauf die Breite des Ortes ein und klemmt den Bogen *D* fest. In Berlin muss also der Indexstrich der Klemme auf 52,5 der Theilung zeigen. Sodann wird die Einstellung der Declination bewirkt. Auf der inneren Cylinderfläche des starken Declinationsbogens *D* ist eine schwarze Linie eingeschnitten, die mit der Ebene der Gradtheilungen parallel läuft und sich über die ganze Länge des Bogens erstreckt.

Mit dieser Linie wird der auf dem Ringe *r* befindliche Indexstrich zur Coincidenz gebracht durch Drehen der Hülse *C* und dann Klemme *b*

Fig. 64.



festgezogen. Jetzt erst dreht man den Ring *r* um die Axe *c*, bis seine Kante auf die richtige Declination zeigt, die an der oberen Theilung von *D* abgelesen wird. An den Tag- und Nachtgleichen zeigt die Kante auf den Theilstrich Null. Zur Vermeidung der Parallaxe benutzt man bei der Einstellung die Fläche des Ringes *r* als Visirebene.

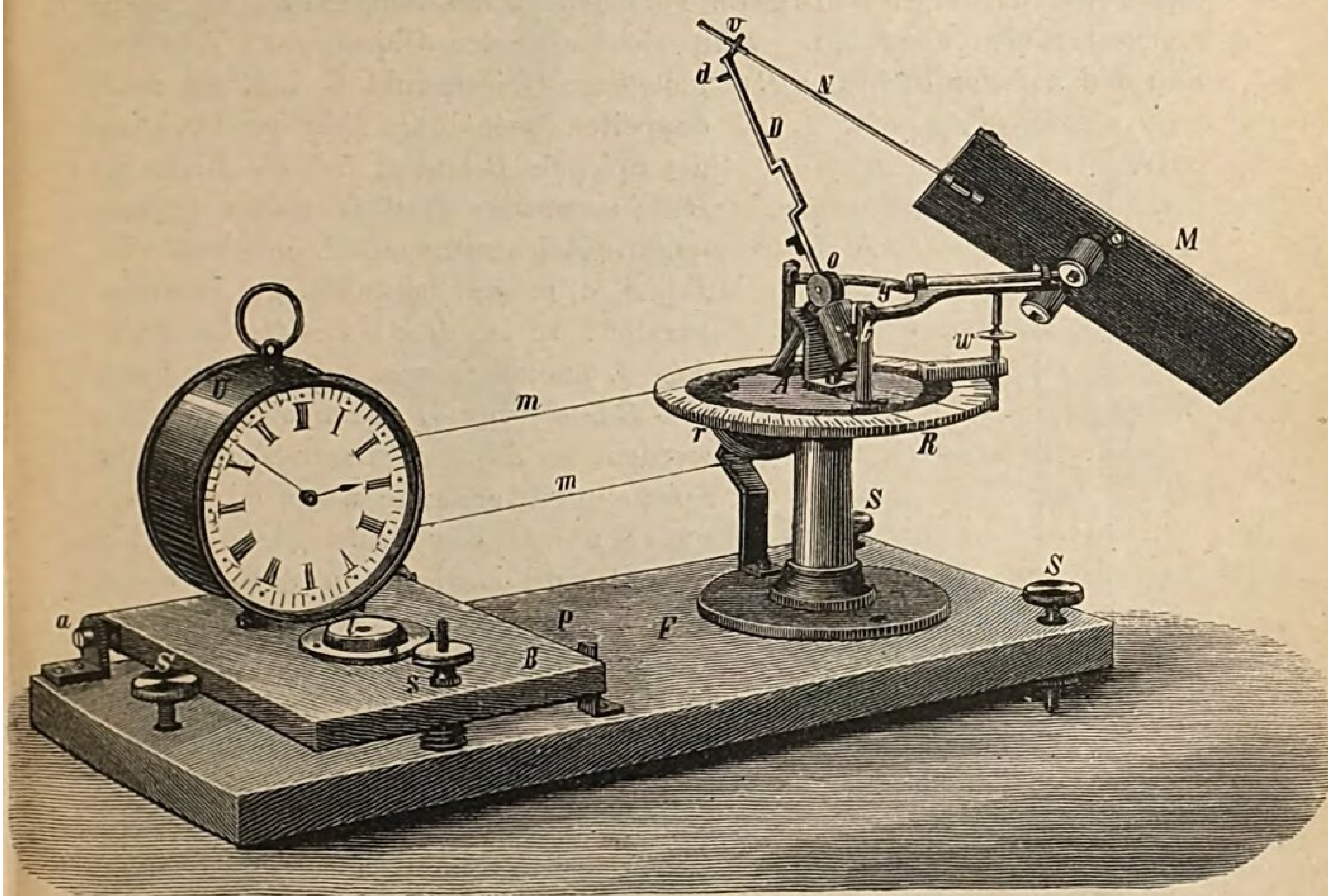
Die ganze von der Stundenaxe *x* getragene Vorrichtung zur Declinationseinstellung bedarf keiner weiteren Befestigung; es reicht die Reibung in den Zapfenlagern aus, um sie in ihrer Lage zu erhalten, wenn der Apparat in Thätigkeit ist.

Es erfolgt jetzt die Einstellung der Zeit mittelst des Zifferblattes *n*, wozu die Klemme *b* gelöst und die Hülse *C* gedreht werden muss, bis der Zeiger *a* die wahre Zeit auf *n* angiebt. Nachdem *b* festgeklemmt und das Uhrwerk in Gang gesetzt worden, bleibt noch übrig, die Stundenaxe *x* der Erdaxe parallel zu stellen; dazu löst man die Schraube *y* und dreht die Azimuthaxe so lange, bis der Sonnenstrahl durch den

Diopter q auf die Mitte von p fällt, und klemmt y fest. Jetzt wird der reflectirte Strahl stets parallel der Spiegelaxe o reflectirt, welcher man durch Drehen der Hülse H mit dem Bogenarm B des Spiegels und durch Hebung oder Senkung des letzteren mittelst des Bogenstückes F jede gewünschte Richtung ertheilen kann. — Der Fuess'sche wie der Silbermann'sche Heliostat ist anwendbar von ungefähr 65° nördlicher Breite bis zum gleichen Breitengrade südlich vom Aequator.

Ein dem Fuess'schen im Princip sehr nahe verwandter Heliostat ist der Johnston'sche[1]). Aus der Fig. 65 ist ersichtlich, dass die Stundenaxe A nicht an der Uhr selbst sitzt, sondern durch letztere mittelst

Fig. 65.



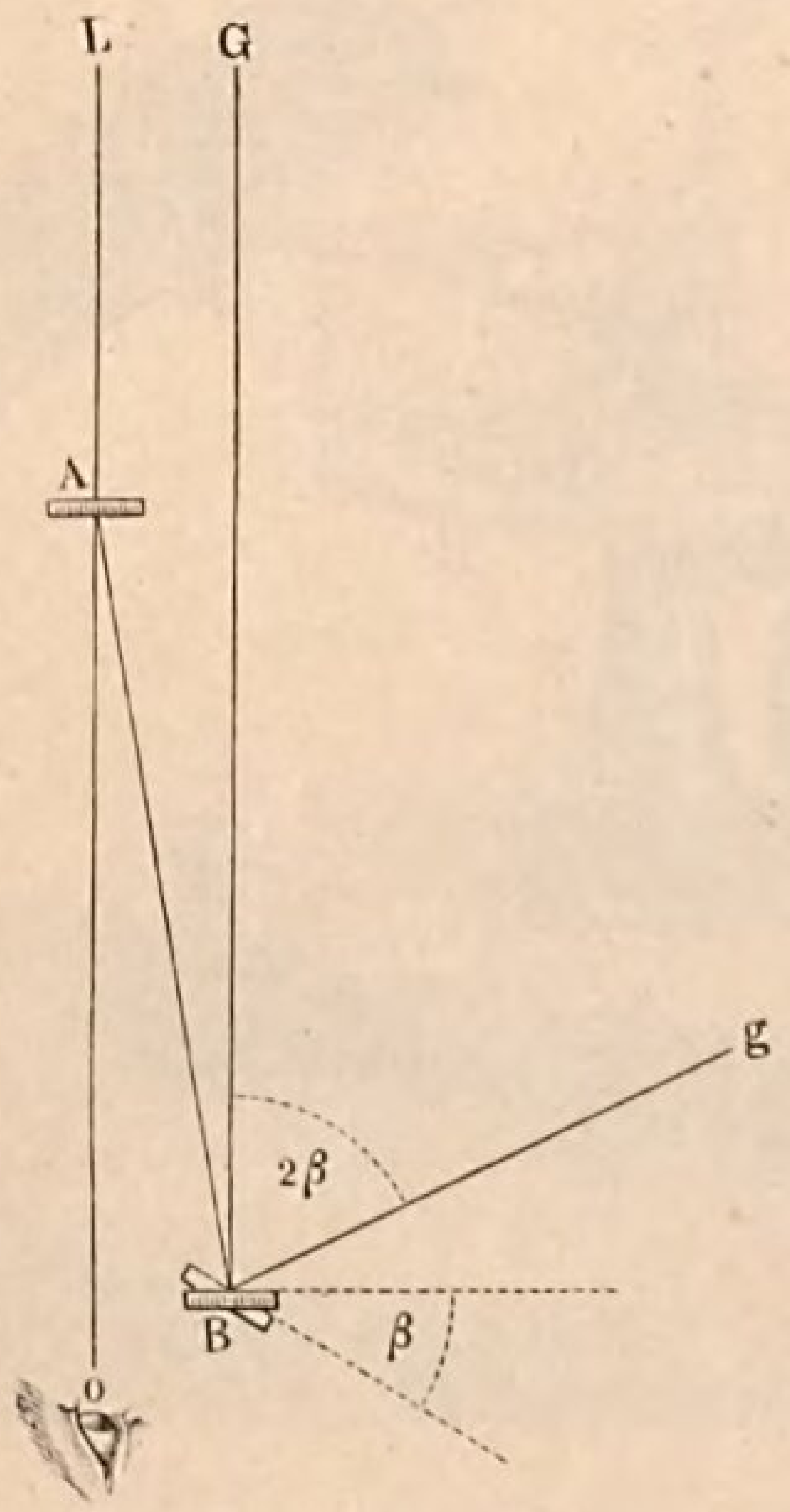
der Schnur m gedreht wird. Die Stundenaxe hat gegen die Hauptaxe oder Azimuthaxe eine feste Neigung von 40°, so dass der Apparat für die Breite von 50° bestimmt ist. Will man denselben in nahe gelegenen höheren oder niederen Breiten benutzen, so verstellt man die Basis B der Uhr mittelst der Schraube s und mit Hülfe des Gradbogens P um diejenige Winkelgrösse, um welche die Breite des Ortes von 50° abweicht, worauf man das grosse Fussbrett F wieder horizontirt, so dass

[1]) Ebenfalls beschrieben in dem Ausstellungsbericht d. wissensch. Instr. d. Berliner Gewerbeausstellung i. J. 1879, S. 402, redigirt von D. L. Löwenherz.

die Libelle l einsteht. Dabei muss die Stundenaxe A in der Meridianebene sich befinden.

36 **Der Spiegelsextant.** Dieses von Newton oder schon von Hooke erdachte und 1731 von Hadley ausgeführte Winkelmessinstrument beruht auf folgendem Princip. Es seien in Fig. 66 A und B kleine, zur Papierebene senkrechte Spiegel, von denen A fest und B um eine zur Papierebene senkrechte Axe drehbar ist. Ferner ist auf der oberen Hälfte des Spiegels A die Amalgambelegung fortgenommen, so dass ein in O befindliches Auge durch diesen oberen freien Theil von A den auf der Sehrichtung OA gelegenen Objectpunkt L erblickt, durch den unteren belegten Theil jedoch die längs $GBAO$ gegangenen Strahlen empfängt. Man sieht also den Objectpunkt L direct und den auf der Richtung BG gelegenen Objectpunkt G indirect nach doppelter Spiegelung. Mit der Drehung des Spiegels B ändert sich die Richtung BG; es werden statt G andere Objectpunkte gleichzeitig mit L gesehen. Ist $B \parallel A$, d. h. sind beide Spiegel einander parallel, so ist $GB \parallel LAO$; im Falle dass L unendlich weit entfernt ist, kann also BG als von L kommend angesehen werden, so dass bei dieser Stellung der Spiegelung derselbe unendlich weit entfernte Gegenstand gleichzeitig direct und indirect gesehen wird. Man bezeichnet diese Stellung als Nullstellung (in Fig. 66 gezeichnet, wo L und G im Unendlichen coincidiren).

Fig. 66.



Neigt man aus dieser Nullstellung den Spiegel B um den Winkel β, so wandert der Strahl BG um 2β (siehe §. 37); man erblickt neben G also einen um den Winkel $GBg = 2\beta$ entfernten, auf Bg liegenden Punkt g. Kann man β messen, so hat man die gesuchte Winkeldistanz zwischen g und G gefunden. Man wendet dieses Princip besonders zur Messung der Winkeldistanz zweier Gestirne an.

In Fig. 67 und Fig. 68 ist das Instrument in einfacherer und in vollständigerer Ausführung abgebildet. In Fig. 67 ist A der feste, oben durchsichtige, B der um das Centrum des Kreisbogens MN drehbare Spiegel. Ist $B \parallel A$, so zeigt die mit B fest verbundene radiale Schiene CD auf den Nullpunkt der Theilung. Die Drehung von B selbst kann mittelst des bei C auf der Schiene sitzenden Nonius ni auf der Theilung des Kreises abgelesen werden. Um gleich den richtigen Winkel der an-

visirten Objecte abzulesen, sind die Grade der Theilung doppelt gezählt, d. h. die vom Nullpunkte um 10, 20, 30 etc. Grade abstehenden Punkte sind mit 20, 40, 60 etc. bezeichnet. Da man gewöhnlich den getheilten Kreisbogen nur etwas grösser als $^1/_6$ des Kreisumfanges macht, nennt man das Instrument Sextant. Als Winkelinstrument ist es in allen den Fällen von hohem Werth, wo eine feste Aufstellung unmöglich ist. Geringe Schwankungen des Sextanten schaden der Genauigkeit der Winkelmessung keineswegs. Man kann daher auf schwankendem Schiffe oder aus freier Hand beobachten. Beim genaueren Modell (Fig. 68) ist statt des Diopters *o* der einfacheren Form ein nach dem festen Spiegel *C* gerichtetes Fernrohr *ED* gebraucht; ausser dem drehbaren Spiegel bei *B*, dessen Alhidade *F* ist, bemerkt man noch die zum Ablesen des Nonius angebrachte Lupe (*G*) und bei *L* und *K* dunkelfarbige Gläser (Blendgläser), welche man bei Messung von Sonnenhöhen zur Schwächung des Lichtes in den Strahlengang einschaltet. Um gute Beobachtungen mit dem Sextanten ausführen zu können, muss der feststehende Spiegel eben sein und parallele Flächen haben; ferner muss der Apparat von Excentricität frei sein, d. h. es muss die Drehungsaxe der Alhidade genau durch das Centrum der Kreistheilung gehen [1]). Bei den Sextanten von Haecke in Berlin beträgt die Excentricität nur einige Secunden.

Fig. 67.

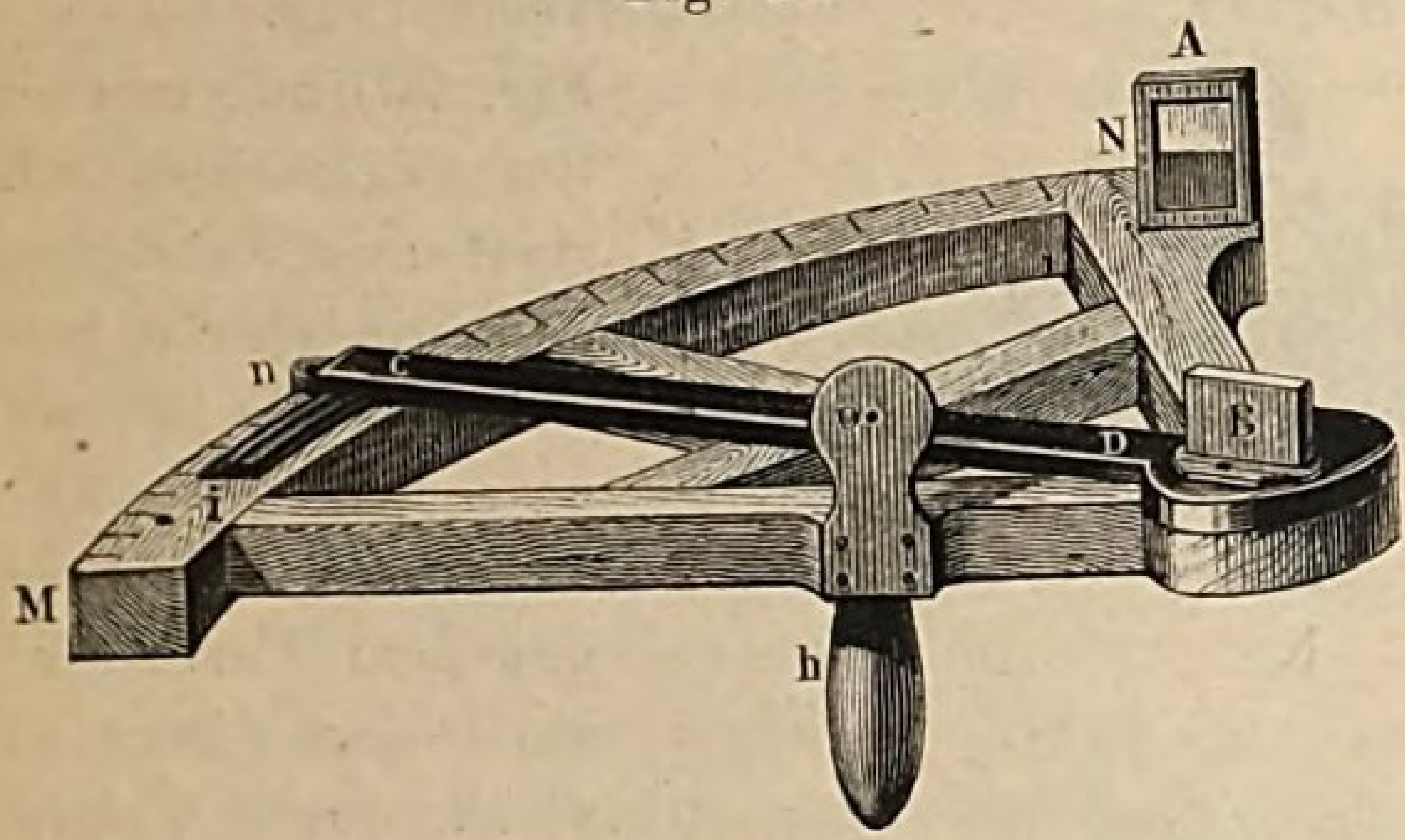
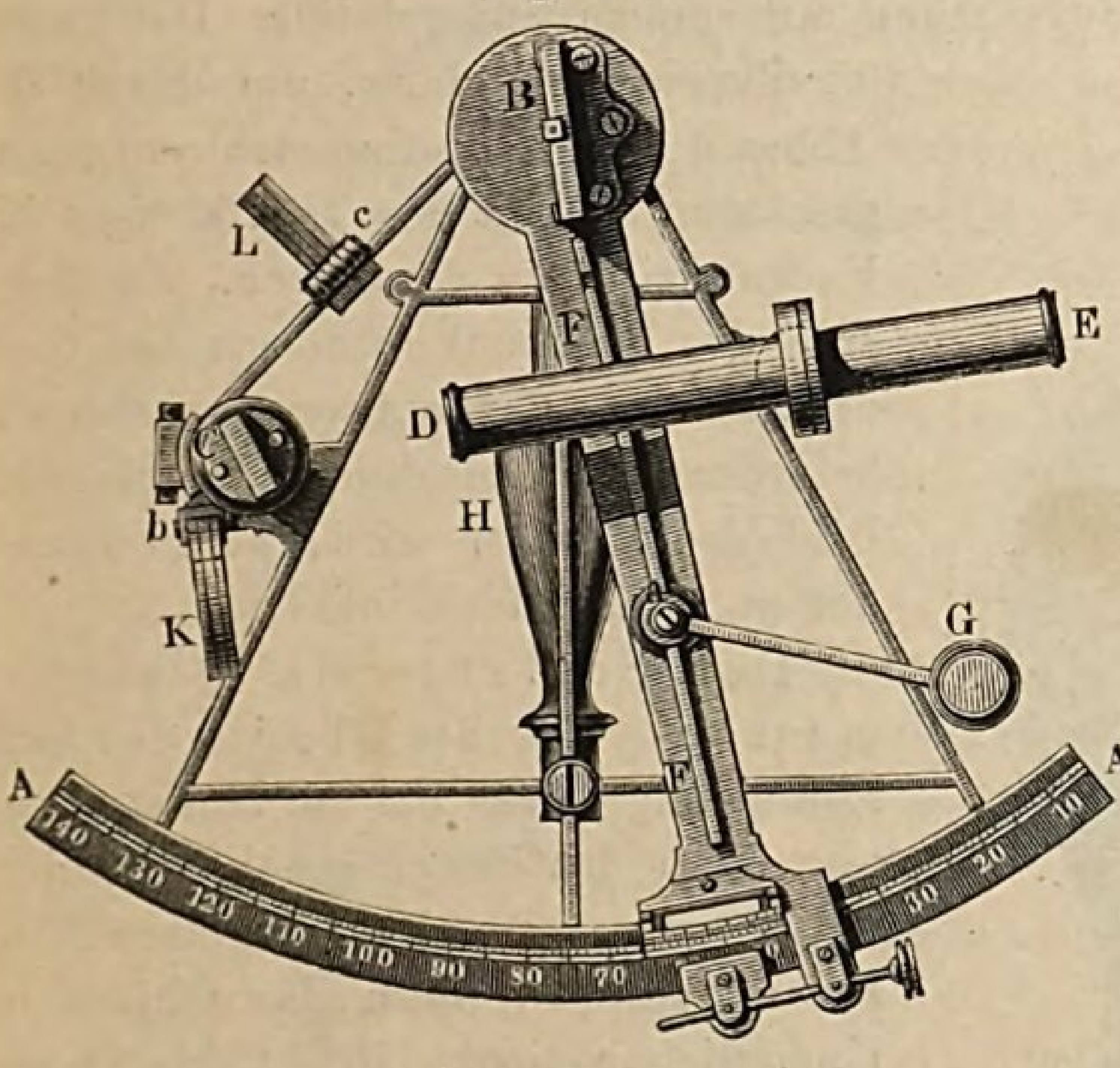


Fig. 68.



[1]) Näheres siehe im „Handbuch für Navigation" und im „Handbuch für nautische Instrumente".

Reflexionskreis von Pistor und Martins. Als man noch nicht zu so vollkommener Herstellung der Sextanten gelangt war, suchte C. A. Steinheil denselben durch den von Pistor und Martins ausgeführten Prismenkreis (Fig. 69 und Fig. 70) zu ersetzen. Bei demselben ist statt des feststehenden Spiegels das total reflectirende Prisma *e* verwendet, über welches man hinweg mit dem Fernrohr *f* ein Object direct anvisirt, durch welches man hindurch ein anderes Object am Spiegel *cd* gespiegelt erblickt. Ist *cd* parallel der Hypotenusenfläche des Prismas *e*, so deckt sich der direct gesehene Gegenstand mit seinem Spiegelbilde. Der ganze Theilkreis dient dazu, um durch die Ablesung an zwei diametral entgegen gesetzten Stellen des Theilkreises die Excentricität zu eliminiren. Zu Gunsten des Prismenkreises spricht noch der Umstand, dass entgegengesetzt wie beim Sextanten das doppelt gespiegelte Bild desto heller wird, je grösser der zu messende Winkel ist.

Fig. 69.

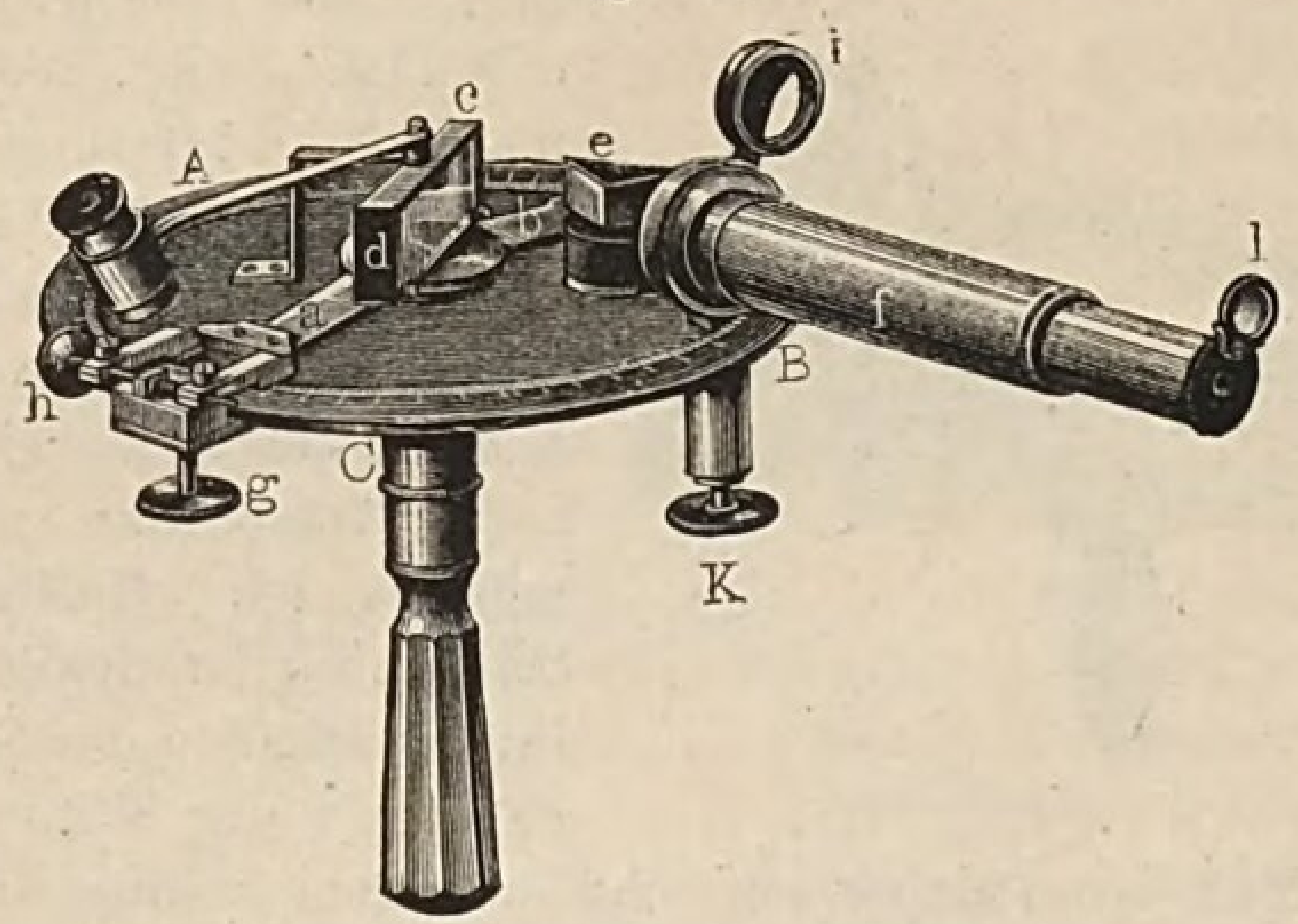
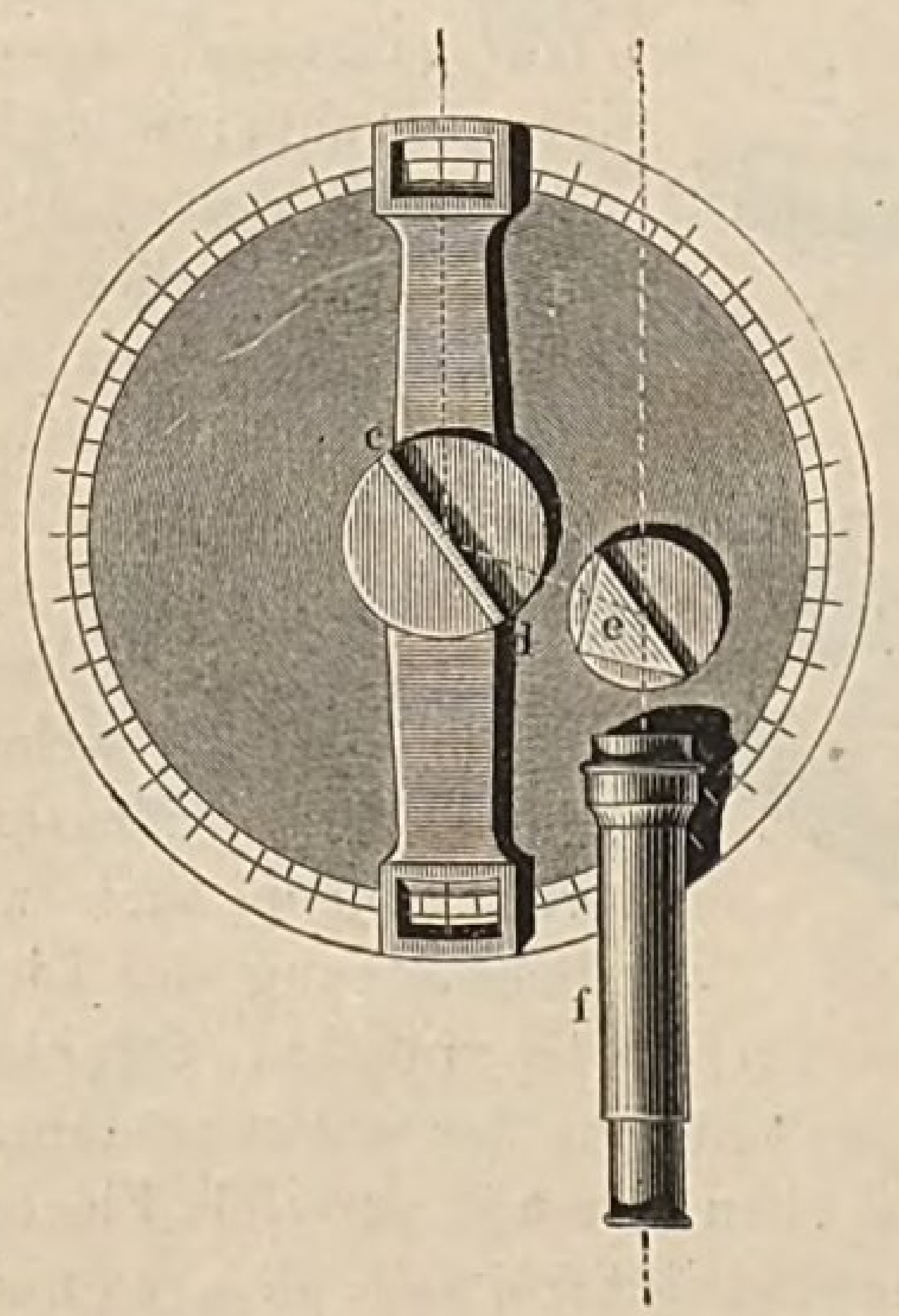


Fig. 70.



Der Sextant als Distanzmesser. Aus der Theorie des Sextanten folgt, dass bei der Nullstellung nur dann das direct gesehene Object mit seinem zweimal gespiegelten Bilde zusammenfällt, wenn das Object im Unendlichen liegt. Rückt das Object näher und näher, um so mehr muss der Spiegel mit seiner Alhidade aus der Nullstellung gedreht werden, um besagte Coincidenz zu erzielen.

Dieser für weit entfernte Objecte sehr kleine Correctionswinkel erhält für nahe Objecte einen messbaren Werth. Aus ihm und dem von *B* (Fig. 66) auf die Richtung *OA* gefällten Lothe (Basis) findet man die Entfernung des Objectpunktes. Diese allerdings sehr wenig genaue Methode giebt den Weg an, auf dem die Entfernungen zu messen sind.

Immer muss man den Winkel messen, welchen die von einem Objectpunkte nach den Enden einer Basis gezogenen Strahlen mit einander bilden. Macht man die Basis nur gross genug, so wird auch der Winkel und damit die Entfernung genau messbar.

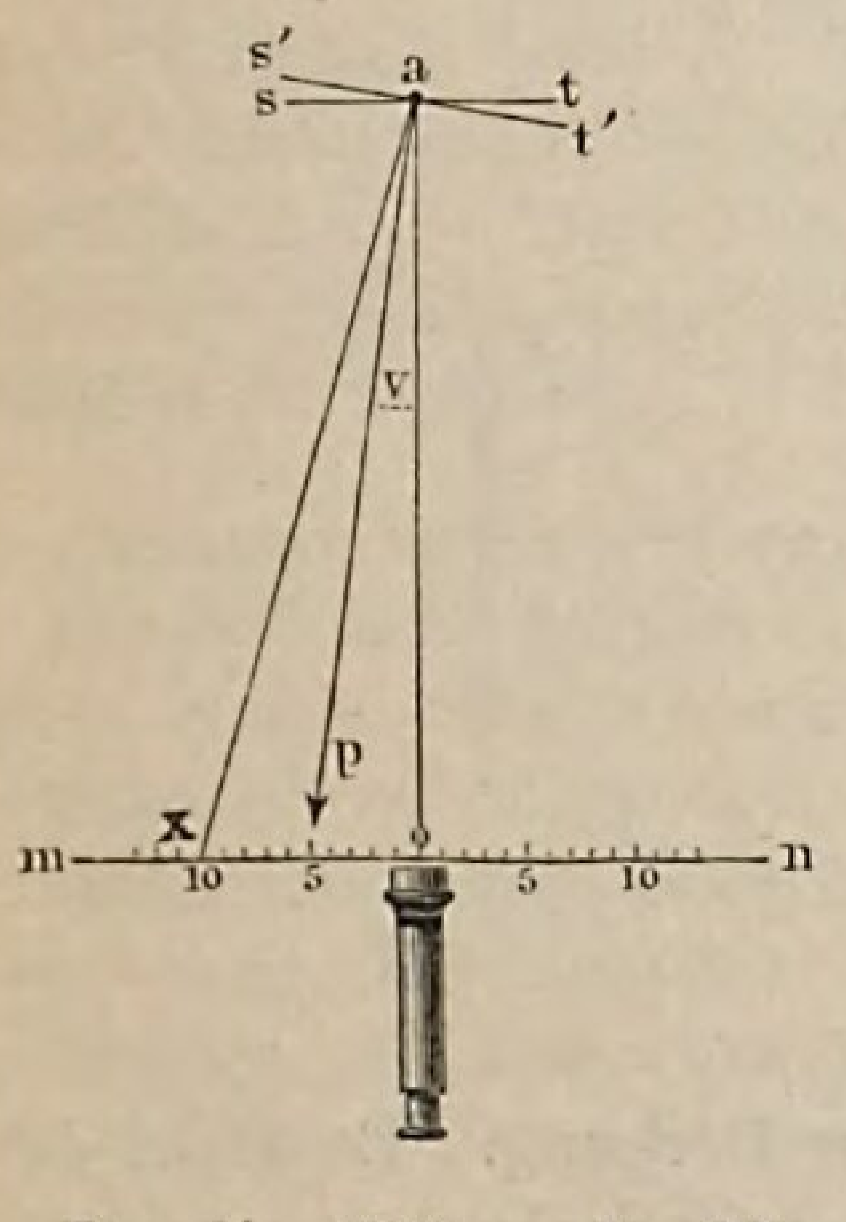
Auf diesem Principe beruhen die Distanzmesser von C. A. Steinheil, Bauernfeind u. A. [1], auf welche wir hier nicht näher eingehen können.

Anderweitige Anwendung ebener Spiegel. Ausser den 37
in den Paragraphen 34 bis 36 bereits besprochenen Anwendungen des ebenen Spiegels giebt es noch zahlreiche andere, auf alle Theile der Experimentalphysik sich erstreckende, von denen wir nur die wichtigsten an dieser Stelle hervorheben wollen.

Poggendorff's Spiegelablesung. Ueberall da, wo sehr kleine Drehungswinkel zu messen (z. B. bei der Ablenkung eines Galvanometermagneten durch einen schwachen Strom) bezw. festzustellen sind, bedient man sich mit Vortheil der übrigens schon von Gauss angewendeten, von Poggendorff weiter ausgebildeten Spiegelablesung.

Es sei in Fig. 71 *a* die Projection der Drehungsaxe eines Körpers, z. B. eines aufgehängten Magneten *st* mit daran befestigtem verticalen Planspiegel. Der Mittellage von *st* gegenüber ist ein Fernrohr mit Fadenkreuz nahezu horizontal aufgestellt und so adjustirt, dass das Spiegelbild einer ober- oder unterhalb des Fernrohrs befestigten horizontalen Scala *mn* durch dasselbe beobachtet werden kann. Dreht sich nun der Spiegel um den kleinen Winkel v, so sieht man im Fernrohr nicht mehr das Bild von o mit dem Verticalfaden zusammenfallen, sondern das Bild eines Theilstriches x, so zwar, dass der Strahl xa mit oa einen Winkel $= 2v$ einschliesst. Ist der Abstand $ao = l$, so ergiebt sich demnach

Fig. 71.



$$tang\,2\,v = \frac{x}{l}.$$

Da die Ziffern des Maassstabes durch den Spiegel von links nach rechts verkehrt werden, so werden sie meist im selben Sinne verkehrt angeschrieben. Ist das Fernrohr ein astronomisches, welches von oben nach unten und von rechts nach links verkehrt zeigt, so ist ausserdem eine Befestigung des Maassstabes in verkehrter Lage zu empfehlen. Bei sehr kleinen Winkeln, welche ihren Tangenten proportional gesetzt wer-

[1] Bauernfeind, Elemente der Vermessungskunde 1879, 1, 393.

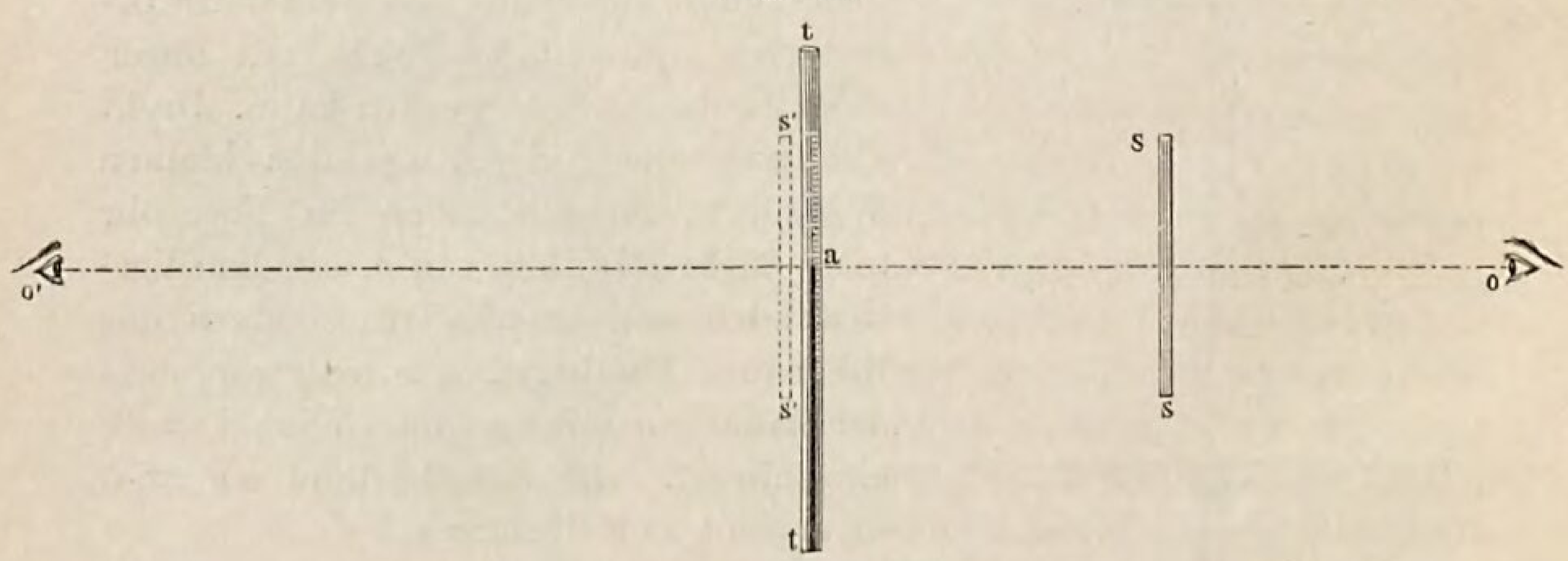
den können, kann man die Ablesung am Maassstabe direct als Winkelmaass benutzen.

Statt der Beobachtung durch das Fernrohr kann man den Versuch auch so einrichten, dass man ein intensives Bündel Lichtstrahlen vom kleinen Spiegelchen reflectiren und auf einen Schirm auffallen lässt. Ist letzterer ein getheilter Kreisbogen mit dem Mittelpunkte a, so erhält man directe Winkelablesung. Man hat dann gewissermaassen den reflectirten Lichtstrahl als Alhidade benutzt, mit dem Unterschiede, dass hier ebenfalls die Winkelbewegung des Spiegelchens die Hälfte des abgelesenen Winkels ist. Der Vortheil ist dabei insbesondere darin gelegen, dass eine solche Alhidade sehr lang gemacht werden kann und doch das drehbare Object weder beschwert, noch in den Bewegungen behindert.

Die letztere Anordnung eignet sich besonders für Versuche im Hörsaale, während erstere für die feinsten Messungen den Vorzug verdient [1]).

Anwendung des Spiegels zur Vermeidung des Parallaxenfehlers. Bei thermometrischen, barometrischen und anderen Ablesungen erhält man je nach der Stellung des Auges eine andere Ablesung. Letztere ist nur dann vom Parallaxenfehler frei, wenn die Verbindungslinie vom Auge zum einzustellenden Objectpunkte (Visirrichtung) senkrecht auf der abzulesenden Scala steht. Man theilt daher die Scala auf eine Spiegelfläche, in der sich der Objectpunkt spiegelt, und bringt bei der Ablesung

Fig. 72.



den Objectpunkt mit seinem Spiegelbilde zur Deckung. Es steht dann die Visirrichtung senkrecht zur Spiegelfläche und Scala.

Genau dasselbe trifft zu, wenn man den beobachteten Objectpunkt mit dem Spiegelbilde des Auges zur Deckung bringt. Wilhelm Weber wandte diese Methode bei Ablesung des Barometers an. Man

[1]) Eine ausführliche Darstellung der bei diesen Methoden zu vermeidenden Fehlerquellen nebst Tabellen zur raschen Ableitung der Winkel und deren trigonometrischen Functionen aus den Scalenablesungen findet sich in dem vortrefflichen dreisprachigen Werke von Paul Czermak: „Reductionstabellen zur Gauss-Poggendorff'schen Spiegelablesung, Berlin 1890."

bedient sich derselben beim Calibriren von Röhren, bei Ablesung von über Spiegelscalen schwingenden Magnetnadeln u. s. w.

Soll dabei, um eine wechselnde Accommodation des Auges auf verschiedene Distanzen zu vermeiden, das Spiegelbild des Auges in der Entfernung des Objectes erscheinen, so hat man den Spiegel in den halben Abstand des Objectes vom Auge zu bringen.

Es sei in Fig. 72 *tt* das Thermometer sammt Scala, *o* das Auge, welches auf die deutliche Sehweite *oa* accommodirt ist, $s' s'$ ein Spiegel, so liegt das Bild des Auges in o', also weit ausserhalb der deutlichen Sehweite. Ist aber der Spiegel in *ss* mitten zwischen *o* und *a*, so fallen Scala, Quecksilberkuppe und Bild des Auges nahe in *a* zusammen, wodurch die Ablesung wesentlich erleichtert wird, da das Auge seine Accommodation nicht zu wechseln braucht.

Die Anwendung des ebenen Spiegels zur Prüfung der richtigen Lage der Aufhängeschneiden an der Wage nach Gauss wurde bereits im I. Bande, S. 231 besprochen. Auf ähnliche Weise lässt sich auch die richtige Lage der Schneiden am Reversionspendel prüfen.

Herstellung von Spiegelflächen. Spiegel mit einer spiegelnden Fläche. Hierher gehören die ebenen Oberflächen von Flüssigkeiten (Quecksilber, mit Kienruss vermischtes Leinöl etc.) und die polirten Metallspiegel, welche aus dem sogenannten Spiegelmetall hergestellt werden. Nach Versuchen der Physik. Techn. Reichsanstalt nimmt man als Spiegelmetall am besten eine Legirung aus 66,2 Thln. Kupfer, 33,1 Thln. Zinn und 0,7 Thln. Arsen [1]). Sehr lichtstarke und zugleich einfache Bilder liefern die in §. 26 erwähnten, totalreflectirenden Prismen. 38

Spiegel mit zwei reflectirenden Flächen. Hierher gehören die gewöhnlichen käuflichen Amalgamspiegel. Es sind dies Glasplatten, welche auf der hinteren Seite mit Amalgam (Legirung von Zinn und Quecksilber) belegt sind, deren vordere Seiten aber ebenfalls spiegeln. Bei senkrechter Spiegelung liefern beide Flächen dasselbe Bild, falls dieselben eben und einander parallel sind. Bei schräger Incidenz der Lichtstrahlen dagegen entstehen zwei und bei genauer Parallelität der beiden Flächen unendlich viele sich nicht deckende Spiegelbilder, welche bei den meisten optischen Versuchen stören.

Statt der Amalgamspiegel bedient man sich lieber der Silberspiegel, welche man sich am besten selbst herstellt. Auf chemischem Wege schlägt man auf der gut geputzten Glasfläche Silber nieder. Zu dem Zwecke bereite man sich folgende vier Lösungen:

[1]) Diese Metallspiegel zeichnen sich vor allen anderen Spiegeln dadurch aus, dass sie die Farbe des Lichtes durch die Reflexion nicht ändern, d. h. alle Lichtstrahlen um gleichviel schwächen.

1) 8 g salpetersaures Silber in 200 g Wasser;
2) 11,7 g salpetersaures Ammonium in 200 g Wasser;
3) 19,1 g Aetzkali in 200 g Wasser;
4) 100 g Wasser, 9,6 g Rohrzucker und 1,1 g Weinsäure koche man 10 Minuten sehr stark und giesse 20 ccm 90proc. Alkohol dazu.

Nachdem man die zu versilbernde Glasfläche erst mit concentrirter Salpetersäure, sodann mit verdünnter Aetzkalilösung gut abgerieben hat, spült man dieselbe ordentlich in destillirtem Wasser.

Jetzt mische man gleiche Volumina von 1) und 2) (Lösung A) und gleiche Volumina von 3) und 4) (Lösung B) und rühre die zusammengegossenen Lösungen A und B gut durch einander.

In letztere Flüssigkeit hänge man die Glasplatte mit der Versilberungsfläche nach unten. In einer Minute muss die Flüssigkeit schwarz werden; jedenfalls schaukele man dieselbe 10 Minuten lang. Geht das Versilbern zu langsam, so nehme man von Lösung 2) mehr dazu und umgekehrt. Den fertigen Spiegel spüle man mit Wasser und Alkohol ab und lackire die versilberte Fläche.

Im Dunkeln aufbewahrt, bleiben die Versilberungsflüssigkeiten mehrere Monate brauchbar.

Neuerdings brennt man Platin direct auf Spiegelglas ein und erhält sogenannte Platinspiegel, welche man galvanoplastisch mit Eisen, Kobalt oder Nickel überziehen kann. Auch benutzt man nach Wright[1]) und Kundt[2]) die Zerstäubung der Kathode in einem Geissler'schen Rohr und lässt die zerstäubten Kathodentheilchen direct auf die Glasplatte schleudern, welche spiegelnd werden soll. Man wählt die Kathode aus demjenigen Metall (z. B. Gold, Silber, Eisen, am besten Platin), mit welchem die spiegelnde Fläche überzogen werden soll. Die andere Elektrode besteht aus Aluminium. Die elektrische Entladung geschieht durch einen grossen Inductionsapparat, welcher von drei bis sechs Bunsen'schen Elementen gespeist wird.

[1]) Wright, Sill. Journ., Jan. u. Sept. 1877.
[2]) Kundt, Wiedem. Ann. 27, 59 ff.

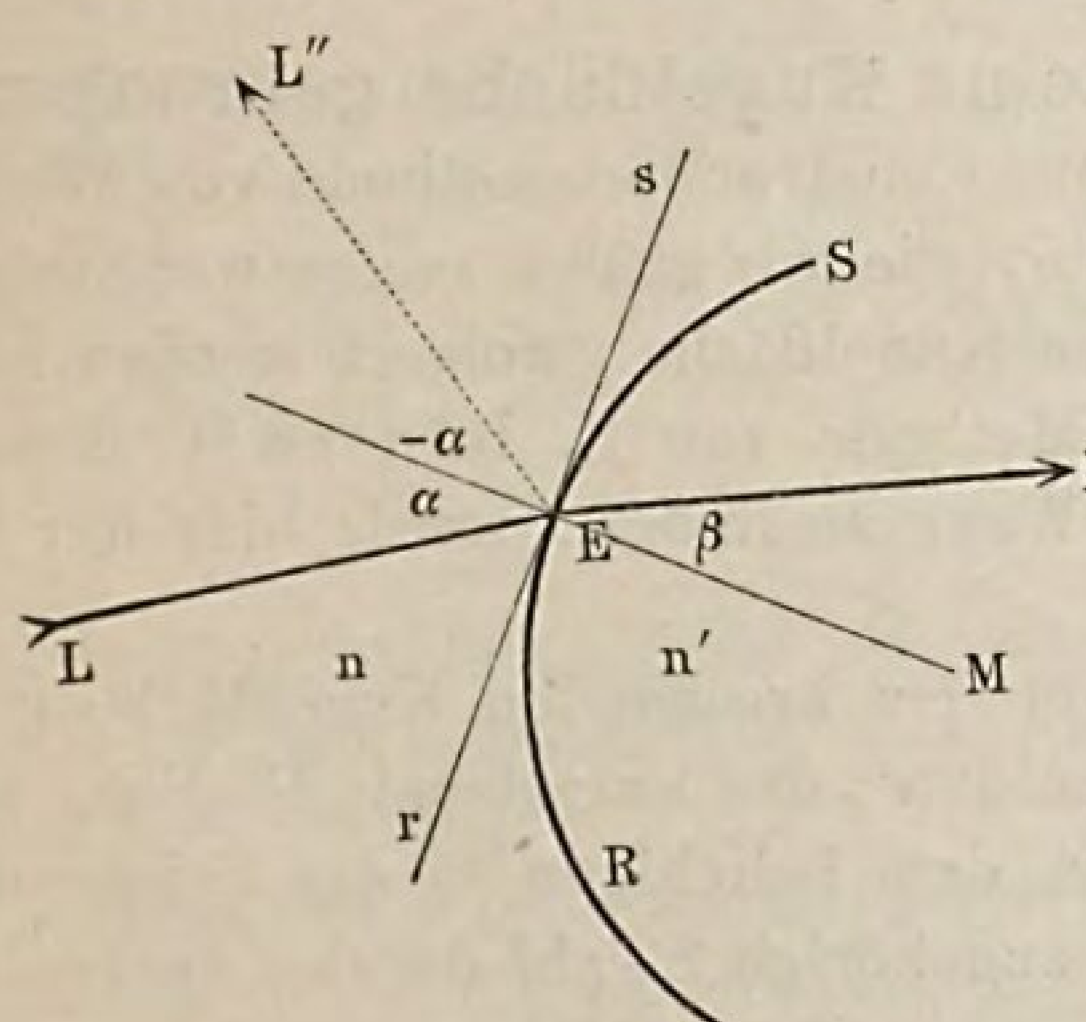
Drittes Capitel.

Reflexion und Brechung des Lichtes an Kugelflächen.

A. Reflexion und Brechung des Lichtes an einer Kugelfläche.

Ausdehnung des Reflexions- und Brechungsgesetzes auf Kugelflächen. 39
Wir haben in dem vorhergehenden Capitel die Gesetze besprochen, nach denen ein Strahl an einer ebenen Trennungsfläche zweier Mittel gebrochen oder reflectirt wird. Jetzt sei die Trennungsfläche keine Ebene, sondern ein Stück einer Kugelfläche. Da jedes Element derselben als Ebene aufgefasst werden kann, deren Lage identisch ist mit der daselbst an die Kugelfläche gelegten Tangentialebene, so muss ein auf das Flächenelement auftreffender Strahl genau ebenso gebrochen oder reflectirt werden, als ob statt der Kugelfläche die betreffende Tangentialebene Trennungsfläche wäre. Es können daher dieselben Gesetze, wie wir sie für eine ebene Trennungsfläche abgeleitet haben, auch bei der Kugelfläche Verwendung finden, wenn das Einfallsloth für jeden einfallenden Strahl gegeben ist. Wie bekannt, steht die an einen Punkt E (Fig. 73) der Kugelfläche RS gelegte Tangentialebene rs senkrecht auf der Verbindungslinie EM jenes Punktes mit dem Centrum M der Kugelfläche. Einfallsloth ist also für einen beliebigen Strahl der im Einfallspunkte E gezogene Kugelradius. Demnach verbleibt jeder Strahl nach der Reflexion oder Brechung

Fig. 73.



an der Kugelfläche in der durch ihn und den Kugelmittelpunkt gelegten Ebene, der Einfallsebene, während das Snellius'sche Brechungsgesetz die Richtung des gebrochenen und reflectirten Strahles zu berechnen erlaubt. Trennt die Kugelfläche RS die Medien mit den absoluten Brechungsquotienten n und n', und ist α der Einfallswinkel des Strahles LE, so bildet der in der Zeichnungsebene LEM verlaufende gebrochene Strahl $L'E$ einen Winkel β mit dem Kugelradius ME, welcher nach dem Snellius'schen Brechungsgesetz aus der Gleichung:

$$n \,.\, \sin\alpha = n' \sin\beta$$

gefunden wird. Dabei liegen einfallender und gebrochener Strahl auf verschiedenen Seiten des Kugelradius.

Für die Reflexion gilt laut §. 32 die Beziehung $n = -n'$, also wird hierfür $\beta = -\alpha$; d. h. der zu LE gehörige gespiegelte Strahl $L'E$ bildet mit dem verlängerten Kugelradius denselben Winkel wie LE, liegt auf der anderen Seite desselben und kehrt in dasselbe Medium zurück, aus welchem der einfallende Strahl gekommen ist.

Während bei ebenen Trennungsflächen für alle Strahlen die Einfallslothe einander parallel sind, variirt die Richtung des Einfallslothes an einer Kugelfläche von Einfallspunkt zu Einfallspunkt. Für Strahlen, deren Einfallswinkel $\alpha = 0$ ist, wird auch $\beta = 0$, d. h. die nach dem Kugelcentrum zielenden, oder, was dasselbe, die normal auffallenden Strahlen gehen ungebrochen durch die Kugelfläche hindurch bezw. werden in sich selbst zurückgeworfen.

40 **Construction des durch eine Kugelfläche gebrochenen Strahles.** Es werde hier die schöne Constructionsmethode von Weierstrass[1]) wiedergegeben, weil aus ihr, wie wir später zeigen werden, eine wichtige Eigenschaft der brechenden Kugelfläche gefolgert werden kann.

Auf die ältere und elegante Methode von E. Reusch[2]), den gebrochenen Strahl auf graphischem Wege zu finden, werde hier nur hingewiesen.

In Fig. 74 sei M das Centrum der brechenden Kugelfläche r mit dem Brechungsindex n' und dem Radius r; das umgebende Medium habe den Brechungsindex n. Es soll zu dem beliebigen in der Zeichnungsebene einfallenden Strahl LE der zugehörige Strahl durch Construction gefunden werden.

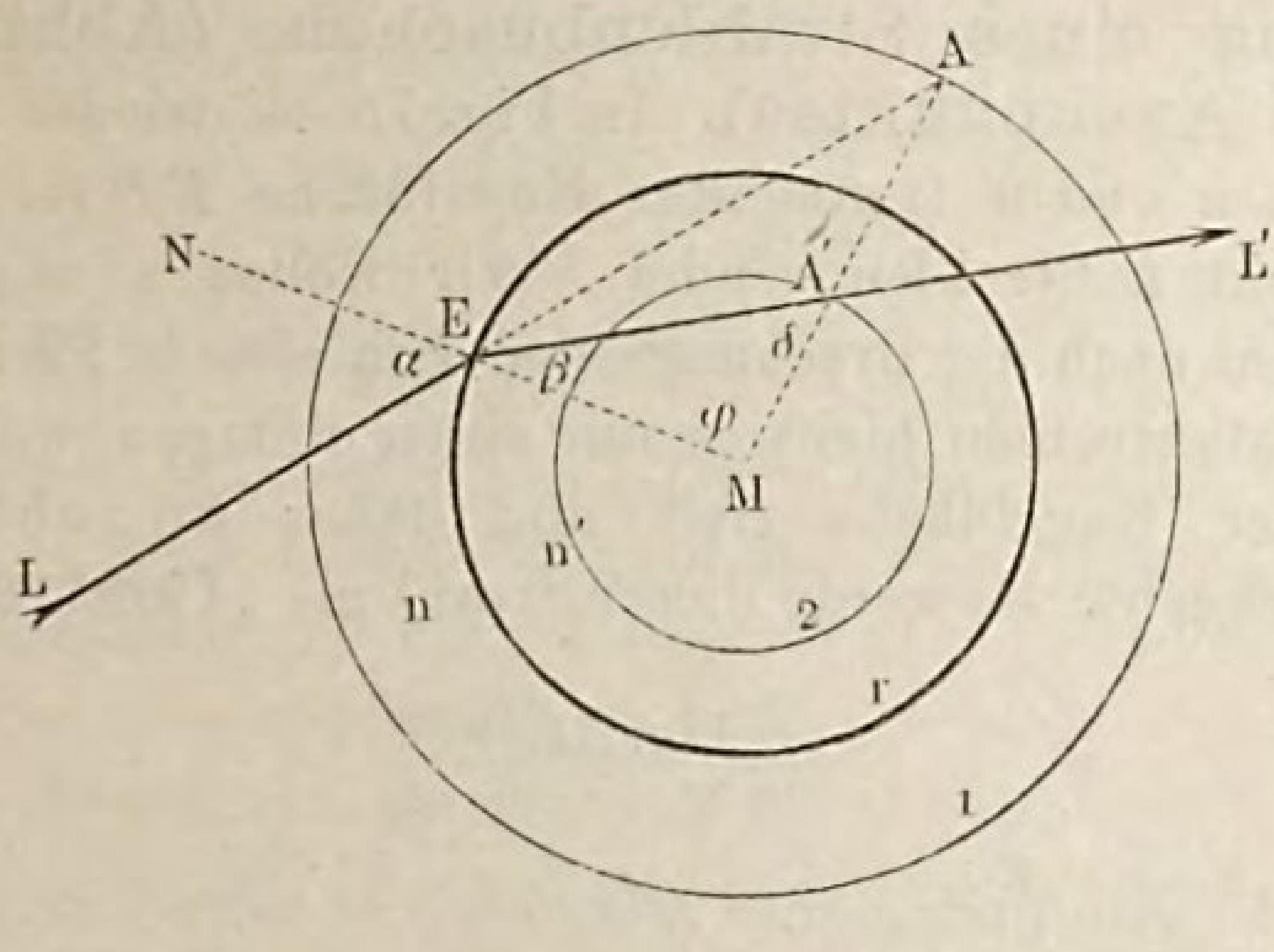
Dazu schlage man um M als Centrum die beiden Hülfskreise 1 und 2 mit den bez. Radien $r_1 = \frac{n'}{n}\, r$ und $r_2 = \frac{n}{n'}\, r$, verlängere Strahl LE, bis er den Hülfskreis 1 im Punkte A schneidet, und ziehe die Verbindungs-

[1]) Wiedergegeben in Dr. A. Gleichen: „Die Haupterscheinungen der Brechung und Reflexion des Lichtes etc.", S. 31 ff., 1891.

[2]) E. Reusch, „Constructionen zur Lehre von den Haupt- und Brennpunkten eines Linsensystems". Leipzig 1870.

linie AM, welche den Hülfskreis 2 in A' treffen möge. Die Gerade EA' ist dann die Richtung des gebrochenen Strahles.

Fig. 74.



Beweis: Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke EMA und EMA', welche den Winkel φ gemeinsam haben und deren einschliessende Seiten in gleichem Verhältniss $\frac{EM}{MA'} = \frac{AM}{EM} = \frac{n'}{n}$ stehen, folgt vorerst, dass Winkel $EA'M =$ Winkel AEM, d. h. da Winkel $AEM = LEN$ ist, dass $\delta = \alpha$ ist. In Dreieck EMA' folgt nach dem Sinussatz aber:

$$\frac{\sin\delta}{\sin\beta} = \frac{EM}{A'M} = \frac{n'}{n},$$

also wird:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n'}{n}$$

oder

$$n \sin\alpha = n' \sin\beta.$$

Diese Gleichung drückt aus, dass β der Brechungswinkel zum Einfallswinkel α, d. h. dass Strahl EA' der zum Einfallsstrahl LE zugehörige gebrochene Strahl ist.

Construirt man so zu allen von einem leuchtenden Punkte kommenden Strahlen oder „Einfallsgeraden" die zugehörigen gebrochenen Strahlen oder „Austrittsgeraden", so erkennt man, dass sich dieselben im Allgemeinen nicht wieder in einem Punkte schneiden [1]).

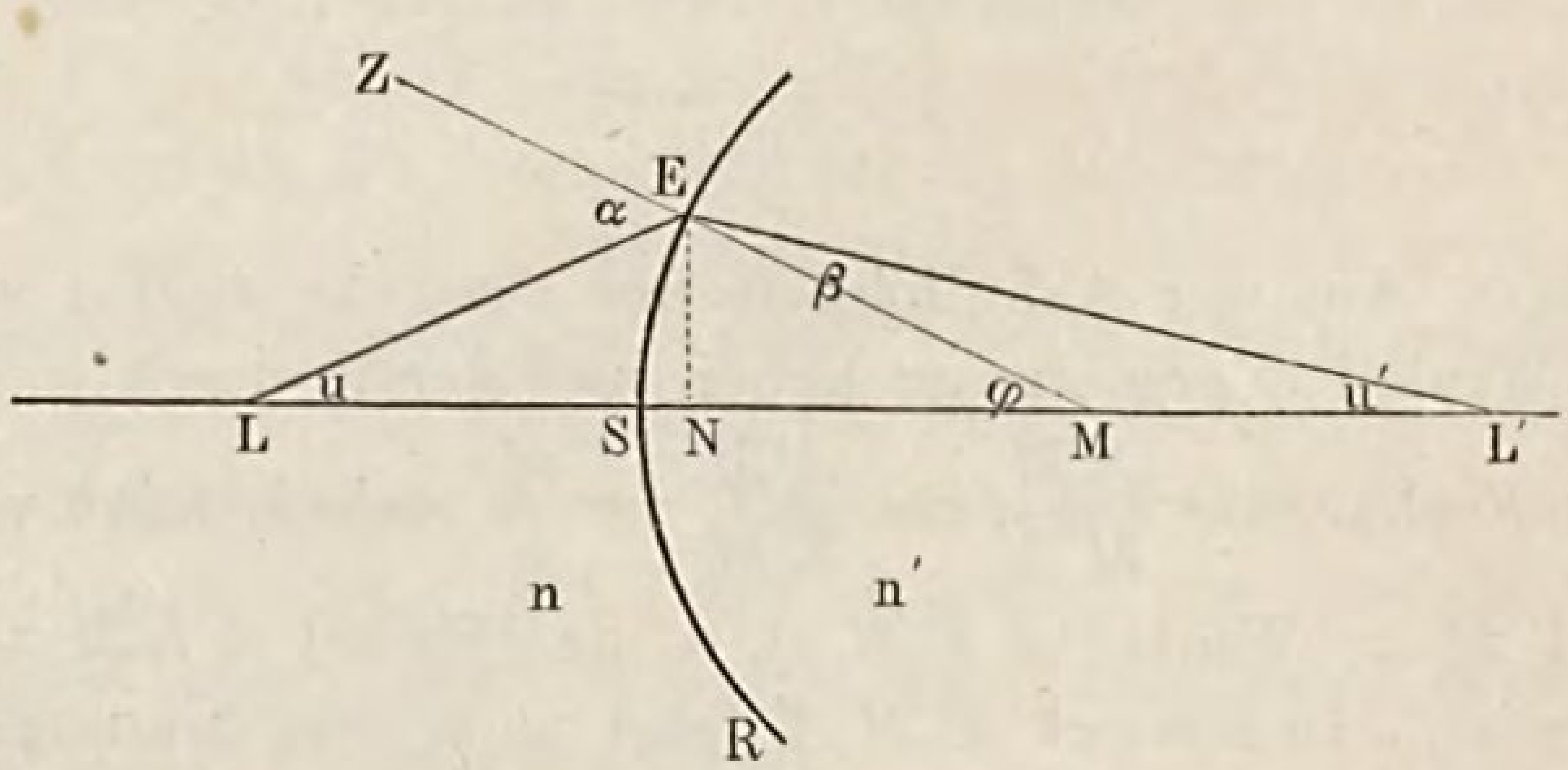
Gleiches gilt in dem Falle, dass die Kugelfläche als Spiegel wirkt wo die Construction des reflectirten Strahles sich von selbst ergiebt; ist sie doch dieselbe wie die für den ebenen Spiegel (§. 19), nur dass für jeden Strahl das Einfallsloth ein anderes ist.

[1]) Derartige Constructionen sind in sehr übersichtlicher Weise ausgeführt in den von Engel und Schellbach herausgegebenen „optischen Tafeln".

Um Näheres über den Verlauf eines Strahlenbüschels nach der Brechung zu erfahren, verfolgen wir den Verlauf der Strahlen auf analytischem Wege.

41 **Brechung eines Strahlenbüschels (Abbildung eines leuchtenden Axenpunktes).** In Fig. 75 sei wieder M das Centrum der die Medien n und n' trennenden Kugelfläche RSE, auf welche der leuchtende Punkt L Strahlen sendet. Wir wollen zunächst wissen, ob sich alle Strahlen nach der Brechung wieder in einem Punkte schneiden? Von allen Einfallsstrahlen giebt es nur einen einzigen, welcher nach dem Centrum M der Kugelfläche zielt und daher ungebrochen durch letztere hindurchgeht. Es werde dieser Strahl als „**Centrale**" bezeichnet

Fig. 75.



und zur „**Axe**" der brechenden Kugelfläche genommen; der Schnittpunkt S beider heisst der „**Scheitel**" der Kugelfläche. Es ist klar, dass alle in einer die Axe LM enthaltenden Ebene (Axenebene) verlaufenden Strahlen auch nach der Brechung darin verbleiben. Ferner folgt, dass der Strahlengang in jeder der möglichen Axenebenen ganz derselbe ist; kennt man also den Verlauf der Austrittsgeraden in einer Axenebene, so erhält man durch Rotation der Figur um die Centrale als Axe den Verlauf aller Strahlen im Raume. Wir beschränken uns also auf die Betrachtung eines ebenen, von L kommenden Strahlenbüschels. Es sei LE ein beliebiger Strahl dieses Büschels, der den Winkel u mit der Centralen oder Axe LM bilde und das Einfallsloth MEZ unter dem Winkel α schneide. In dieser Ebene LEM muss der zu LE gehörige gebrochene Strahl liegen; derselbe muss also die Axe LM, wenn sie nach beiden Seiten in das Unendliche verlängert gedacht wird, in irgend einem Punkte L' schneiden, dessen Entfernung vom Scheitel S wir zunächst bestimmen wollen. Läuft der gebrochene Strahl parallel zur Axe, so muss der Schnittpunkt L' als unendlich entfernt betrachtet werden.

Die Richtung des gebrochenen Strahles wird durch die folgende Bedingung gegeben:

$$n \,.\, \sin\alpha = n' \sin\beta \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

wenn der Brechungswinkel $MEL' = \beta$ gesetzt wird. Der gebrochene Strahl EL' treffe die Axe unter dem Winkel u'. Da sich in geradlinigen Dreiecken die Sinus der Winkel wie die gegenüberliegenden Seiten verhalten, so gilt im Dreieck LEM:

$$\frac{\sin LEM}{\sin MLE} = \frac{LM}{ME},$$

oder, da $\sin LEM = \sin ZEL = \sin\alpha$ ist:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin u} = \frac{LM}{ME},$$

und im Dreieck MEL':

$$\frac{\sin\beta}{\sin u'} = \frac{L'M}{ME}.$$

Durch Division beider Gleichungen erhält man unter Beachtung der Gleichung 1):

$$\frac{LM}{L'M} = \frac{n'}{n} \cdot \frac{\sin u'}{\sin u} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Berücksichtigt man, dass nach dem Sinussatz im Dreieck LEL' gilt:

$$\frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{LE}{L'E},$$

so wird schliesslich:

$$\frac{LM}{L'M} \cdot \frac{L'E}{LE} = \frac{n'}{n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Die Gleichungen 2) und 3) geben eine Relation zwischen den Abständen LM und $L'M$ der beiden Punkte L und L' vom Kugelcentrum M. Wäre dieses Verhältniss unabhängig vom Axenwinkel u (Divergenzwinkel der Eintrittsgeraden), dann hiesse das, alle Austrittsgeraden treffen die Axe in demselben Punkte L', welches auch der Divergenzwinkel u, oder welches auch die Schnitthöhe ES der Eintrittsgeraden LE sei. Die Bedingung für diese Unabhängigkeit ist die Constanz von $\frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{LE}{L'E}$ für jeden beliebigen Werth von u.

Sehen wir zu, unter welchen Bedingungen diese Forderung erfüllt wird.

Man fälle vom Einfallspunkte E des beliebigen Strahles LE ein Loth EN auf die Axe LM; dann gilt:

$$LE = \frac{LN}{\cos u} = \frac{LS + SN}{\cos u},$$

und da $SN = SM - NM = EM - EM \,.\, \cos\varphi$ ist, falls $\measuredangle\, EMS = \varphi$, so wird:

$$LE = \frac{LS + EM(1 - \cos\varphi)}{\cos u} \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

Analog erhält man:

$$L'E = \frac{L'S - EM(1 - \cos\varphi)}{\cos u'} \quad \ldots\ldots \quad 4\,\mathrm{a})$$

Während also im Allgemeinen der Quotient $\frac{LE}{L'E} = \frac{\sin u'}{\sin u}$ nach den Gleichungen 4) und 4 a) mit u variirt, lassen dieselben andererseits erkennen, dass in einem speciellen Falle der Quotient $\frac{LE}{L'E}$ constant wird.

Entwickelt man nämlich die goniometrischen Functionen eines Winkels u in Reihen, welche nach Potenzen des Winkels fortschreiten, so gilt:

$$\sin u = u - \frac{u^3}{6} + \cdots$$

$$\cos u = 1 - \frac{u^2}{2} + \cdots;$$

im Falle, dass der Winkel sehr klein ist, kann also gesetzt werden:

$$\sin u = u$$

$$\cos u = 1.$$

Setzen wir also fest, dass die in Fig. 75 vorkommenden Winkel u, φ und u' so klein seien, dass die zweiten und höheren Potenzen gegenüber der Winkelgrösse selbst vernachlässigt werden dürfen, so wird:

$$\cos u = 1; \quad \cos u' = 1; \quad \cos\varphi = 1$$

und Strecke SN gleich Null; somit gilt laut Gleichung 4) und 4 a) jetzt:

$$\left.\begin{aligned} LE &= LS \\ L'E &= L'S \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

so dass wir in der That erhalten:

$$\frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{LE}{L'E} = \frac{LS}{L'S} = const.,$$

denn es hängt der Quotient $\frac{LS}{LS'}$ nicht mehr vom Divergenzwinkel u ab, sondern nur von dem Scheitelabstande LS des leuchtenden Punktes. Aus Gleichung 3) wird jetzt:

$$\frac{LM}{L'M} \cdot \frac{L'S}{LS} = \frac{n'}{n} \quad \ldots\ldots \quad 6)$$

Wir wollen Strahlen, welche so kleine Winkel mit der Axe bilden, dass statt des Sinus der Bogen und statt des Cosinus „Eins“ gesetzt werden kann, in Zukunft „**Nullstrahlen**“ nennen. Da dieselben nahezu senkrecht auf die Kugelfläche auffallen und somit wie die „Centrale“ beinahe auf das Centrum zielen, werden sie auch „**Centralstrahlen**“ genannt. Im Gegensatze dazu heissen die unter grossem Divergenzwinkel u ausfahrenden Strahlen „Randstrahlen“, weil sie mehr am Rande

der Kugelfläche auffallen, wenn wir den Scheitel S als Mitte der Fläche auffassen.

Die Gesammtheit aller Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte auf eine Kugelfläche auffallen, werden nur dann wieder nach einem Punkte gebrochen, wenn die Strahlen mit der Centralen oder Axe unendlich kleine Winkel bilden. Mit anderen Worten:

Homocentrische Nullstrahlen bleiben auch nach der Brechung homocentrisch.

In der Wirklichkeit stellt man diese Verhältnisse annähernd her, indem man die brechende Kugelfläche bis auf einen sehr kleinen Theil rings um den Scheitel S abblendet, in welchem die Kugelfläche von der Verbindungslinie des leuchtenden Punktes mit dem Centrum getroffen wird.

Man blendet hierdurch die Randstrahlen ab für alle Punkte, welche auf der Axe sich befinden. In diesem speciellen Falle werden alle von einem Axenpunkte ausgehenden Strahlen durch die Kugelfläche wieder in einem Punkte der Axe vereinigt. Es existirt also eine Abbildung in dem von uns eingeführten Sinne, dass homocentrische Strahlen auch nach der Brechung homocentrisch sind. Man nennt die hier stattfindende Strahlenvereinigung eine solche „zweiter Ordnung“, weil sie nur durch die Vernachlässigung der Glieder zweiter und höherer Ordnung erzielt wird.

Ebenso wie die von L ausgehenden Strahlen nach L' gebrochen werden, würden die Strahlen von L' nach L vereinigt werden. Ist es doch nach dem Gesetz der Reciprocität (s. §. 20, S. 43) für den Weg der Lichtstrahlen einerlei, welche Richtung das Licht hat. Man nennt daher zwei so verbundene Punkte L und L' conjugirte Vereinigungspunkte, wobei man es zweifelhaft lässt, von welchem der beiden das Licht wirklich ausgeht.

Im Folgenden wollen wir zunächst nur die Abbildung betrachten, soweit sie durch Nullstrahlen vermittelt wird, und die Gesetze ableiten, nach welchen ein leuchtender Punkt auf der Axe abgebildet wird, welche Lage die brechende Kugelfläche auch habe und welches der Werth der Brechungsindices in beiden Medien sei. Sodann betrachten wir die Abbildung eines unendlich nahe der Axe gelegenen Punktes, eines paraxialen Punktes, und stellen die Gesetze auf, nach denen Objecte abgebildet werden.

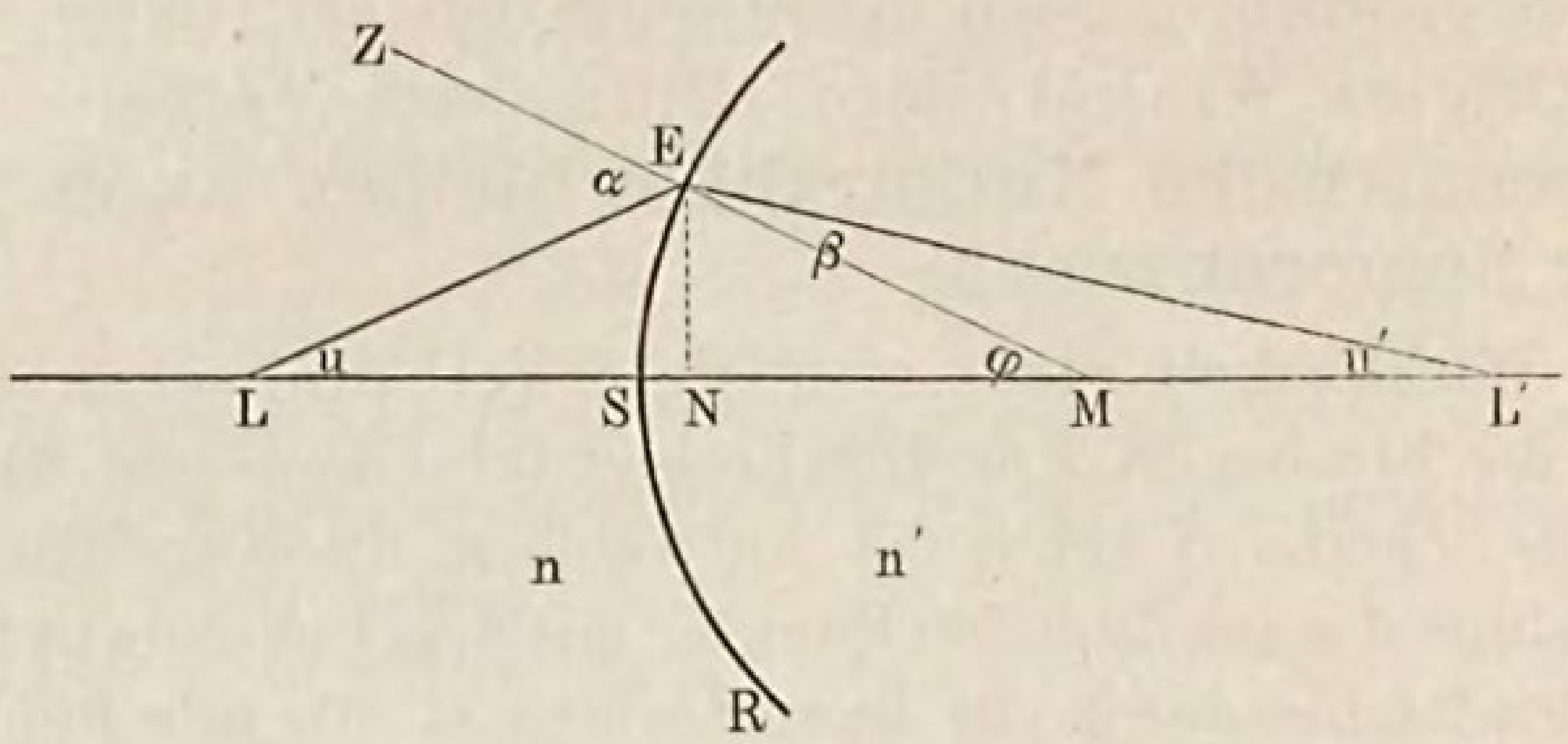
Abbildungsgesetze für conjugirte Axenpunkte. Wir haben im vorigen Paragraphen gefunden, dass bei dem in Fig. 76 (a. f. S.) stattfindenden Strahlengang zwischen den absoluten Grössen LM, $L'M$, LS und $L'S$ die Beziehung besteht: 42

$$\frac{LM}{L'M} \cdot \frac{L'S}{LS} = \frac{n'}{n},$$

wo n der Brechungsquotient des vorderen, n' derjenige des hinteren Mittels ist.

Statt der absoluten Werthe wollen wir jetzt die vorkommenden Strecken mit Buchstaben bezeichnen und ihnen Vorzeichen beilegen.

Fig. 76.



Es sollen die Strecken links von S negativ, die rechts von S positiv gerechnet werden, also erhalten wir:

$$L\,S = -\,s$$
$$L'\,S = +\,s'$$
$$M\,S = +\,r.$$

Dann wird laut Fig. 76:

$$L\,M = L\,S + S\,M = -\,s + r$$
$$L'\,M = L'\,S - S\,M = s' - r,$$

und obige Gleichung:

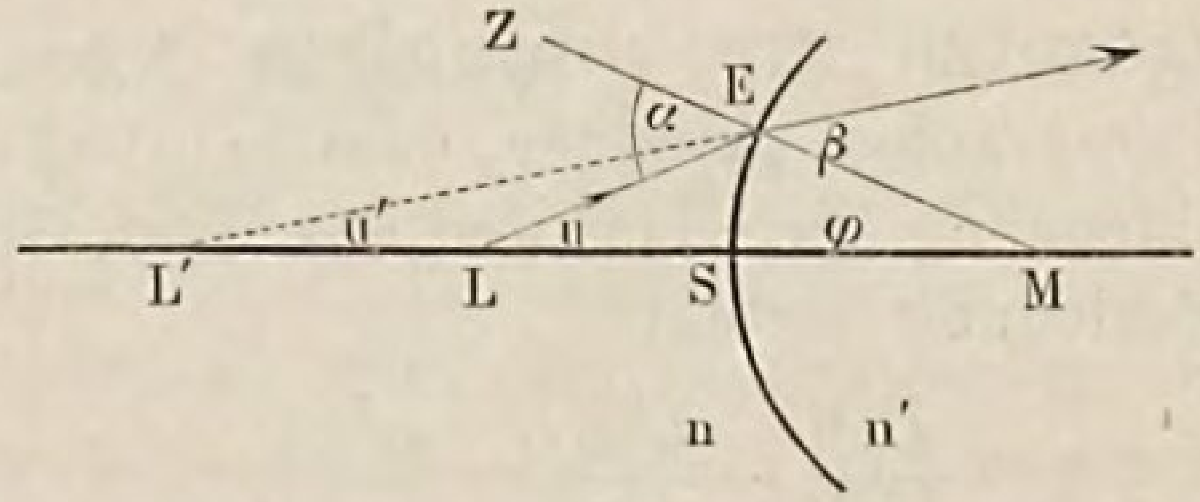
$$\frac{r - s}{s' - r} \cdot \frac{+\,s'}{-\,s} = \frac{n'}{n},$$

oder nach genügender Umformung:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

Bei gewissen Werthen von n, n', r und s liefert diese Gleichung negative Werthe von s'; es muss untersucht werden, welche physikalische Bedeutung diesen negativen Werthen zukommt.

Fig. 77.



Dazu gehen wir aus von dem in Fig. 77 dargestellten Fall, in welchem der zu LE gehörige gebrochene Strahl die Axe LM rückwärts

verlängert schneide; es liegt dann der zu L conjugirte Vereinigungspunkt L' links von S.

Bei der aus Fig. 77 ersichtlichen Bezeichnung folgt wieder:

$$n \,.\, \sin\alpha = n' \sin\beta$$

$$\frac{\sin(180 - \alpha)}{\sin u} = \frac{LM}{ME} = \frac{\sin\alpha}{\sin u}$$

$$\frac{\sin(180 - \beta)}{\sin u'} = \frac{L'M}{ME} = \frac{\sin\beta}{\sin u'}$$

$$\frac{\sin u'}{\sin(180 - u)} = \frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{LE}{L'E},$$

und somit:

$$\frac{LM}{L'M} \cdot \frac{L'E}{LE} = \frac{n'}{n},$$

oder in Folge der Kleinheit der Winkel

$$\frac{LM}{L'M} \cdot \frac{L'S}{LS} = \frac{n'}{n},$$

d. h. genau dieselbe Beziehung zwischen den Strecken LM, $L'M$, LS und $L'S$, wie im Falle Fig. 76, wo L' auf der anderen Seite der Kugelfläche lag, also rechts von S. Setzen wir wieder wie dort, weil ebenso gelegen,

$$LS = -s$$

$$MS = +r,$$

dagegen $L'S = -s'$, weil jetzt L' links von S liegt, so wird wieder:

$$LM = LS + SM = -s + r,$$

dagegen:

$$L'M = L'S + SM = -s' + r;$$

also unsere Gleichung zwischen LM, $L'M$ etc. wird:

$$\frac{r - s}{r - s'} \cdot \frac{-s'}{-s} = \frac{n'}{n},$$

oder umgeformt:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7\text{a})$$

Diese Gleichung stimmt genau mit Gleichung 7) überein. Man erhält also dieselbe Formel in den beiden Fällen (Fig. 76 und Fig. 77), wenn man festsetzt, dass s' **positiv** gerechnet wird, wenn der Bildpunkt L' rechts von S liegt, dagegen **negativ**, wenn L' links von S liegt. Umgekehrt heisst das: **Erhält man aus Gleichung 7) für gewisse Werthe von n, n', r und s negative Werthe von s', so liegt der Bildpunkt L' links vom Kugelscheitel S.**

In gleicher Weise lässt sich nun auch zeigen, dass man in dem Falle, wo das Centrum M der Kugelfläche nicht rechts von S (Fig. 76), sondern links davon (Fig. 78) liegt, ebenfalls dieselbe Gleichung 7) erhält, wenn man den Radius r negativ nimmt.

In der That gilt, wie man leicht selbst nachweisen kann, auch für die Fig. 78:

$$\frac{LM}{L'M} \cdot \frac{L'S}{LS} = \frac{n'}{n}.$$

Darin ist $L'S = + s'$ und $LS = - s$ zu setzen; würde man r positiv nehmen, wie in Fig. 76, so erhielte man:

$$LM = LS - SM = - s - r$$
$$L'M = L'S + SM = s' + r,$$

und somit:

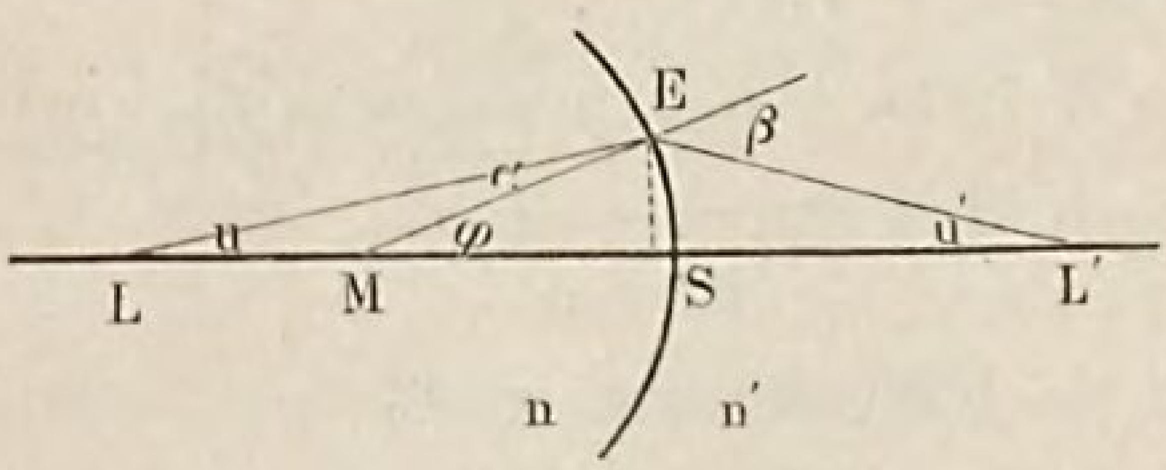
$$\frac{-(s + r)}{s' + r} \cdot \frac{+ s'}{- s} = \frac{n'}{n}$$

oder:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = - \frac{n' - n}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7\text{b)}$$

Diese Gleichung geht aber in die Gleichung 7) über, wenn man darin r negativ setzt. Um in beiden Fällen (Fig. 76 und Fig. 78) dieselbe Gleichung benutzen zu können, setzt man fest, dass der Radius **positiv** oder **negativ** zu nehmen ist, je nachdem das Licht auf die **convexe** oder **concave** Seite der Kugelfläche auffällt.

Fig. 78.



Setzt man ferner fest, dass das Licht stets von links komme, so wird bei jeder Lage des Bildpunktes und Objectpunktes das Vorzeichen ihrer Entfernungen vom Scheitel durch die Bestimmung gefunden:

Die Strecken parallel zur Axe werden positiv gerechnet, wenn sie sich vom Scheitelpunkte der Kugel aus im Sinne der Lichtbewegung erstrecken, also wenn man von links nach rechts gehen muss, um vom Anfangspunkte zum Endpunkte zu gelangen. Im umgekehrten Falle rechnet man diese Strecken negativ.

In dieser Festsetzung liegt schon einbegriffen, dass auch s positiv zu nehmen ist, wenn der Objectpunkt L rechts vom Scheitel S liegt. In solchem Falle kann L kein reell leuchtender Punkt sein, sondern nur

der eventuelle Vereinigungspunkt schon gebrochener Strahlen, welche nach L zielen und sich daselbst schneiden würden, wenn die Kugelfläche nicht da wäre.

Betrachtet man die Fig. 76 von der Rückseite des Papieres her, so erhält man diesen Fall, sofern man L' als den Objectpunkt und L als den Bildpunkt auffasst. Durch Ableitung der betreffenden Formel überzeugt man sich von der Richtigkeit der gemachten Behauptung.

Unser Resultat lautet also, dass die Formel

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$$

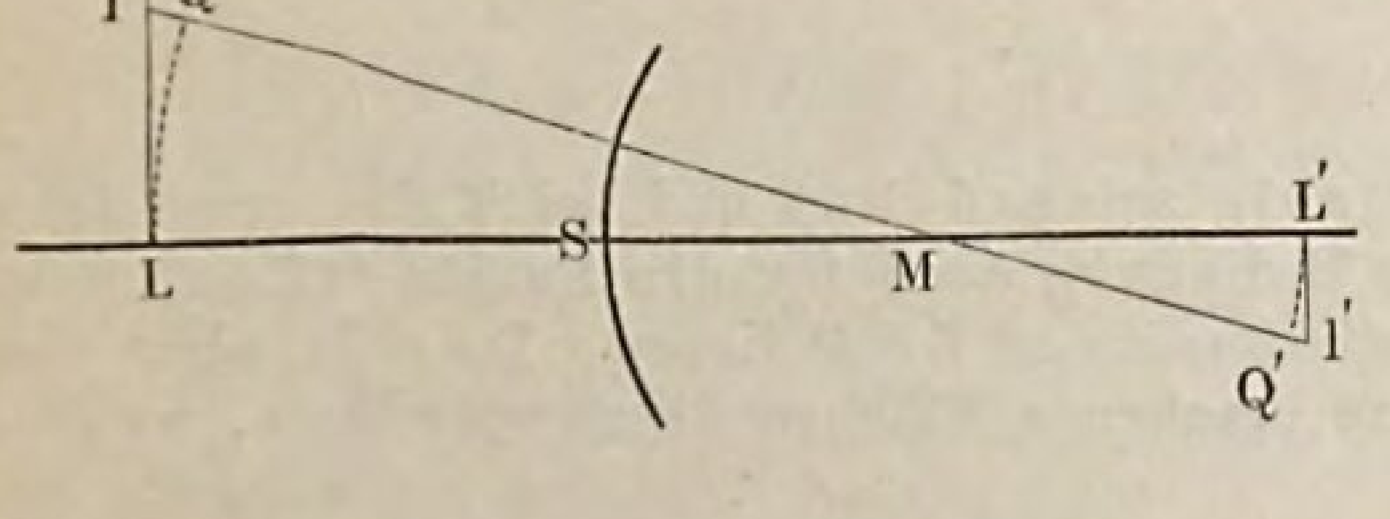
ganz allgemein gilt, wenn man festsetzt, dass n bezw. n' der Brechungsquotient des vorderen bezw. hinteren Mediums ist, dass das Licht von links komme und dass die Strecken s, s' und r positiv gerechnet werden, wenn sie vom Kugelscheitel im Sinne der Lichtbewegung, d. h. nach rechts liegen.

Für jeden Werth von s giebt es nur einen Werth von s'; es findet also eine eindeutige Beziehung zwischen den Punkten der Axe statt. Ferner folgt aus der Gleichung 7), dass L und L' stets im gleichen Sinne wandern. Geht also L von links nach rechts, so auch L', gleichgültig auf welcher Seite vom Scheitel er liegt.

Leichter noch erkennt man diesen Verlauf der Abbildung an den Figuren 76 bis 78. Verkleinert man z. B. in Fig. 78 den Einfallswinkel α, so muss auch der entsprechende Brechungswinkel β sich verringern; hierdurch rückt aber sowohl L wie L' mehr nach rechts. Bei Vergrösserung der Winkel wandern beide gleichzeitig nach links. In den Figuren 76 und 77 ist es gerade umgekehrt. Man nennt eine derartige Abbildung eine „rechtläufige". Sie kommt nur durch Brechung von Strahlenbündeln zu Stande. Bei der Spiegelung werden wir eine „rückläufige" Abbildung kennen lernen (s. §. 49).

Abbildungsgesetze für Punkte nahe der Axe. (Abbildung leuchtender Objecte und Beziehung zwischen conjugirten Querschnitten.) Es sei neben dem leuchtenden Axenpunkte L (Fig. 79) noch ein zweiter Punkt Q vorhanden; wir wollen 43

Fig. 79.



wissen, ob von Q ein Bildpunkt entsteht und wo derselbe liegt. Zunächst ist klar, dass der nach dem Kugelcentrum M zielende Strahl QM ungebrochen durch die brechende Fläche hindurchgeht. Die von Q

kommenden Strahlen müssen also wieder in einem auf der Centralen QM liegenden Punkte vereinigt werden, wenn nur solche Strahlen zur Geltung kommen, die nahezu senkrecht auf die Kugelfläche auftreffen. Dies ist der Fall, wenn Q unendlich nahe der Axe LSM der brechenden Fläche gelegen ist [1]).

Es ist ohne Weiteres ersichtlich, dass für die conjugirten Vereinigungspunkte Q und Q' in Bezug auf die Centrale QMQ' dieselben Gesetze gelten müssen, wie wir sie für L und L' in Bezug auf die Axe LSM abgeleitet haben. Ist daher die Entfernung $QM = LM$, so muss auch gelten $Q'M = L'M$, d. h.:

> Es liegen die Objectpunkte auf einer, die conjugirten Bildpunkte auf einer anderen mit der brechenden Fläche concentrischen Kugelfläche.

Das Bild jedes Objectpunktes der ersten Fläche (LQ) findet man dadurch, dass man von ihm eine Gerade durch das Centrum zieht und diese verlängert, bis sie die kugelige Bildfläche ($L'Q'$) trifft. Demnach ist das Bild $L'Q'$ ein geometrisch ähnliches Abbild vom Object LQ. Aus Fig. 79 folgt die Beziehung:

$$\frac{L'Q'}{LQ} = \frac{L'M}{LM} \quad \text{. 8)}$$

Bedenkt man, dass alle von Q kommenden Strahlen nahezu senkrecht auf die Kugelfläche auftreffen müssen, d. h. dass Winkel LMQ unendlich klein sein muss, so ist klar, dass man in Fig. 79 $Ml = ML$ und $Ml' = ML'$ setzen darf, wo Ll bezw. $L'l'$ das in L bezw. L' auf der Axe LML' errichtete Loth ist. Betrachtet man also nur die Abbildung in einem cylindrischen, rings um die Axe gelegenen fadenförmigen Raume, so gilt der Satz:

> Senkrecht zur Axe gelegene Ebenen werden in wieder senkrecht zur Axe liegenden Ebenen abgebildet. Conjugirte Punkte zweier conjugirten Ebenen liegen auf einer durch den Kugelmittelpunkt gehenden Geraden.

Wir wollen den senkrechten Abstand lL eines Objectpunktes l von der Axe mit y, und denjenigen $l'L'$ des conjugirten Bildpunktes l' mit y' bezeichnen. Betreffs der Vorzeichen werde festgesetzt, dass die Abstände y und y' positiv bezw. negativ zu rechnen sind, wenn sie oberhalb bezw. unterhalb der Axe liegen. Demgemäss geht die Gleichung 8) über in:

[1]) Ist die Kugelfläche beliebig ausgedehnt und bei M eine enge Blende angebracht, so ist die gestellte Bedingung auch für die Punkte erfüllt, welche in beliebiger endlicher Entfernung von LSM liegen. Da sich aber dieser specielle Fall nicht auf mehrere brechende Flächen übertragen lässt, so gehen wir nicht näher auf ihn ein.

$$\frac{-y'}{y} = \frac{s' - r}{r - s}$$

oder

$$\frac{y'}{y} = \frac{s' - r}{s - r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 8\,a)$$

da ja in Fig. 79 $L'M = s' - r$ und $LM = r - s$, $Ll = +y$ und $L'l' = -y'$ ist. Diese Gleichung gilt für jede Lage des Bildes $L'l'$ und ebenso bei convexer wie concaver Kugelfläche. Giebt uns die Gleichung 7) aus der Entfernung LS eines senkrechten Querschnittes diejenige $L'S'$ des conjugirten Querschnittes, so bestimmt Gleichung 8 a) die Entfernungen conjugirter Punkte jener Querschnitte von der Axe. Da conjugirte Punkte stets in einer durch die Axe gehenden Ebene liegen, so ist die Abbildung in dem betrachteten cylindrischen fadenförmigen Raume längs der Axe vollkommen bestimmt, wenn man aus den Coordinaten $Ll = y$ und $LS = s$ eines Objectpunktes l die Coordinaten $L'l' = y'$ und $L'S = s'$ des conjugirten Vereinigungspunktes l' der Grösse und dem Vorzeichen nach berechnen kann. Dies wird durch die Gleichungen 7) und 8 a) ermöglicht; beide bestimmen also die Abbildung an einer brechenden Kugelfläche vollkommen, wenn von dieser der Radius und von den beiden Medien der Brechungsindex gegeben ist. Letztere drei Grössen nennt man die Constanten der brechenden Kugelfläche.

In Verbindung mit der Gleichung $\frac{s' - r}{s - r} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{s'}{s}$, welche mit 7) S. 92 identisch ist, wird unsere Gleichung:

$$\frac{y'}{y} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{s'}{s} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 9)$$

Aus ihr folgt, dass das Verhältniss y'/y nur von s und s' abhängt, dagegen von der Grösse y selbst unabhängig ist. Bezeichnet man den Quotienten (y'/y) als die „Lateralvergrösserung“, so sagt also obige Gleichung aus:

Die Lateralvergrösserung ist in conjugirten Ebenenpaaren constant, variirt dagegen von Paar zu Paar.

Man nennt das Verhältniss y'/y auch Linearvergrösserung oder schlechtweg Vergrösserung; es möge hinfort stets mit dem Buchstaben V bezeichnet werden.

Beziehung zwischen der Grösse der Bilder (Lateralvergrösserung) und der Convergenz der Strahlen (Angularvergrösserung). 44 In Fig. 80 (a. f. S.) seien wieder Ll und $L'l'$ conjugirte Bilder, LE und $L'E$ ein beliebiges Paar conjugirter Strahlen der Axenpunkte L und L'. Bei der früher gemachten Annahme betreffs der Kleinheit der Winkel gilt dann:

Bayerische Staatsbibliothek München

$$tg\,E\,L\,S = \frac{E\,S}{L\,S}$$

und

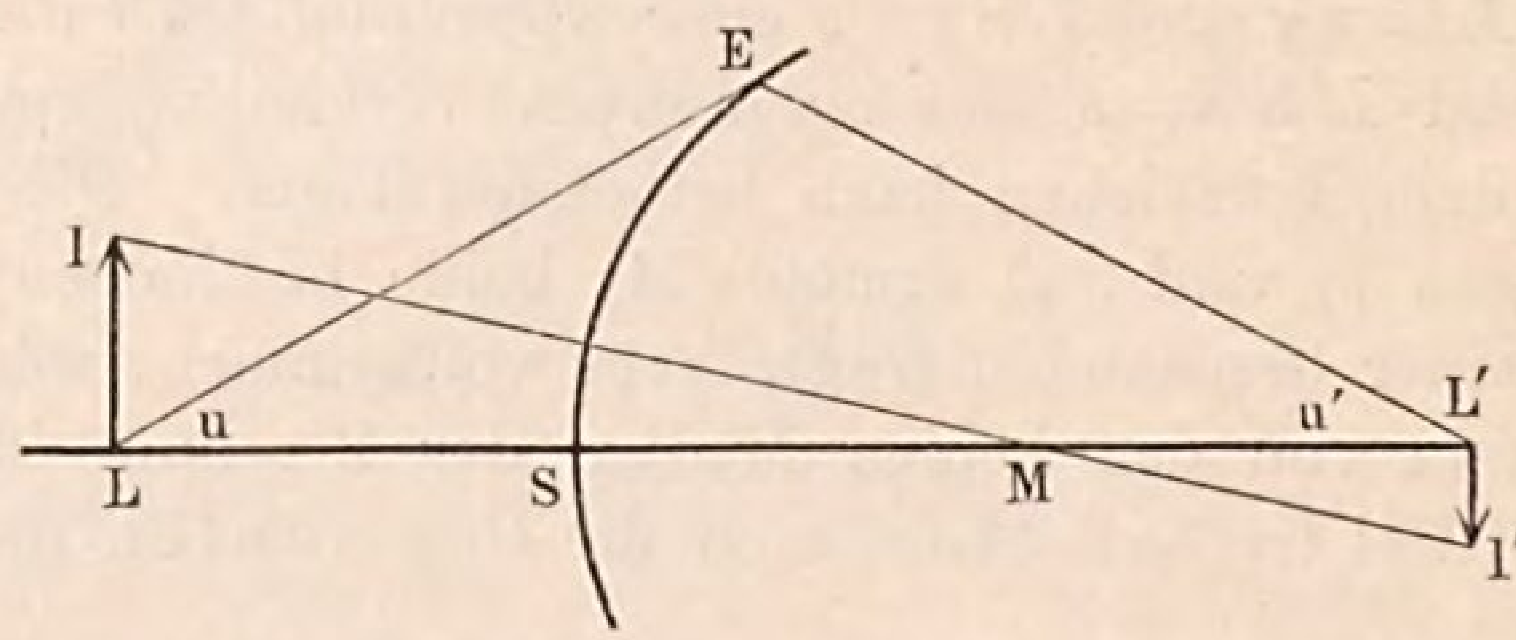
$$tg\,E\,L'\,S = \frac{E\,S}{L'\,S},$$

so dass wir durch Division erhalten:

$$\frac{tg\,E\,L\,S}{tg\,E\,L'\,S} = \frac{L'\,S}{L\,S}.$$

Es möge der Axenwinkel $E\,L\,S$ einer Einfallsgeraden mit u, der Axenwinkel $E\,L'\,S$ der conjugirten Austrittsgeraden mit u' bezeichnet und festgesetzt werden, dass u und u' positiv seien, wenn man den Strahl

Fig. 80.



oder seine Verlängerung im Sinne des Uhrzeigers um den Scheitelpunkt drehen muss, damit man, den Winkelraum durchlaufend, zur Axe gelangt. Negativ sind u und u' im entgegengesetzten Falle. Demnach ist in Fig. 80 $\measuredangle\; E\,L\,S = +\,u$ und $\measuredangle\; E\,L'\,S = -\,u'$; also bei Anwendung der früheren Bezeichnungen wird unsere Gleichung jetzt:

$$\frac{tg\,u}{tg\,(-\,u')} = \frac{+\,s'}{-\,s}$$

oder

$$\frac{tg\,u'}{tg\,u} = \frac{s}{s'} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 10)$$

Diese Gleichung gilt bei der gemachten Festsetzung der Vorzeichen für jede Lage des Objectpunktes L und des Mittelpunktes M; stets hat das Verhältniss der Tangenten conjugirter Axenwinkel dasselbe Vorzeichen, wie das Verhältniss der Scheitelabstände der betreffenden Axenpunkte. Man nennt den Quotienten $\frac{tg\,u'}{tg\,u}$ das Tangentenverhältniss, Tangentialvergrösserung bezw. Winkelvergrösserung conjugirter Punkte; es werde hinfort mit dem Buchstaben G bezeichnet. In Folge der Gleichung 9) des vorigen Paragraphen kann $\frac{s'}{s} = \frac{y'}{y} \cdot \frac{n'}{n}$ gesetzt werden, so dass obige Gleichung wird:

$$\frac{tg\,u'}{tg\,u} = \frac{y}{y'} \cdot \frac{n}{n'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 10\,a)$$

oder $$y' \,.\, n' tg\,u' = y \,.\, n \,.\, tg\,u$$
bezw. $$y' \,.\, n' \,.\, u' = y \,.\, n \,.\, u \quad \ldots\ldots \quad 11)$$

In dieser Gleichung kommt der Scheitelabstand s bezw. s' gar nicht vor. In Worten heisst Gleichung 11:

Bei der Brechung an einer Kugelfläche bleibt das Product aus der Bildgrösse, dem Brechungsindex und dem Axenwinkel constant.

Oder laut Gleichung 10 a) gilt:

Das Product aus der Lateralvergrösserung und der Winkelvergrösserung ist constant, und zwar gleich dem Verhältniss der Brechungsindices des vorderen und hinteren Mediums.

Dieses Gesetz ist zuerst von Lagrange aufgefunden worden.

Brennebenen, Brennpunkte und Brennweiten. Die Abbildung an einer brechenden Kugelfläche ist dadurch charakterisirt, dass 45
unendlich kleinen zur Axe senkrechten Ebenen wieder zur Axe senkrechte Ebenen entsprechen. Im Allgemeinen ist die Abbildung stetig, d. h. bewegt sich eine Objectebene stetig fort, so auch die conjugirte Bildebene. Da aber die Abbildung den ganzen Raum von Minus Unendlich bis Plus Unendlich umfassen soll, so wird es im Objectraume eine Ebene geben, welcher die unendlich ferne Ebene des Bildraumes entspricht, und ebenfalls muss im Bildraume eine Ebene existiren, zu welcher die unendlich ferne Ebene des Objectraumes conjugirt ist. Man bezeichnet diese Ebenen als Unstetigkeits- oder Brennebenen, und ihre Durchschnittspunkte mit der Axe als Brennpunkte der Kugelfläche. Der dem Objectraume zukommende oder vordere Brennpunkt entspricht also dem unendlich fernen Axenpunkte des Bildraumes, d. h. die von ihm ausgehenden oder nach ihm hinzielenden Eintrittsgeraden werden so gebrochen, dass sie die Kugelfläche parallel zur Axe verlassen. Umgekehrt entsprechen parallel zur Axe verlaufenden Eintrittsgeraden im Bildraume Austrittsgeraden, welche sich im hinteren Brennpunkte wirklich oder rückwärts verlängert schneiden.

Es möge hinfort der vordere bezw. hintere Brennpunkt mit B bezw. B' und deren Abstand vom Scheitel als Anfangspunkt mit σ bezw. σ' bezeichnet werden. Man erhält die Werthe von σ und σ' aus Gleichung 7), indem man einmal $s' = \infty$, das andere Mal $s = \infty$ einsetzt. Es folgt demnach:

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= -\frac{n r}{n' - n} \\ \sigma' &= \frac{n' r}{n' - n} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 12)$$

Diese Gleichungen ergeben also die Lage der Brennpunkte, wenn die Constanten der brechenden Fläche bekannt sind. Je nach den Werthen der Constanten können σ und σ' alle Werthe von $+\infty$ bis $-\infty$ annehmen. Stets aber gilt laut Gleichung 12) die Proportion:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = -\frac{n'}{n} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 13)$$

aus welcher hervorgeht, dass die Brennpunkte stets auf entgegengesetzten Seiten der Kugelfläche liegen und ihre Abstände sich verhalten wie die Brechungsindices der zugehörigen Medien.

Je nachdem das Vorzeichen von σ' positiv oder negativ ist, schneiden sich die Austrittsgeraden wirklich oder nur rückwärts verlängert; entsprechend verlaufen die Austrittsgeraden convergent oder divergent, und man nennt demgemäss die brechende Fläche collectiv oder dispansiv. Die Gleichungen 12) lassen erkennen, dass σ' nur dann grösser als Null wird, wenn r und $n' - n$ gleiches Vorzeichen haben.

Eine brechende Fläche wirkt also collectiv oder sammelt parallele Eintrittsgeraden in einem Punkte, wenn ihr Mittelpunkt im stärker brechenden Medium liegt, gleichviel ob das Licht auf die convexe oder concave Kugelfläche auffällt.

Für den speciellen Fall, dass die Kugelfläche links von Luft und rechts von Glas begrenzt wird, gilt $\frac{n'}{n} = \frac{3}{2}$; hierfür wird also laut Gleichung 12) und 13):

$$\sigma' = +3r; \quad \sigma = -2r$$

und $\frac{\sigma'}{\sigma} = -\frac{3}{2}$; liegt, wie in Fig. 81 a, das Centrum M rechts vom Kugelscheitel S, so ist r positiv und somit für $r = 1$:

$$\sigma' = +3; \quad \sigma = -2,$$

Fig. 81 a.

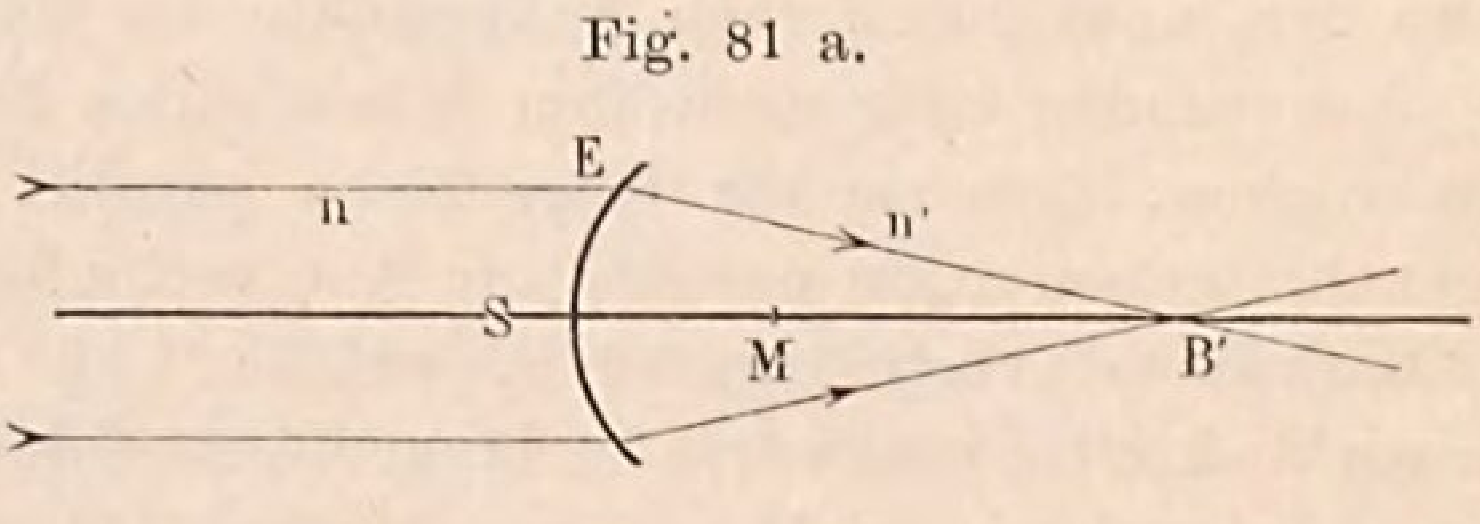
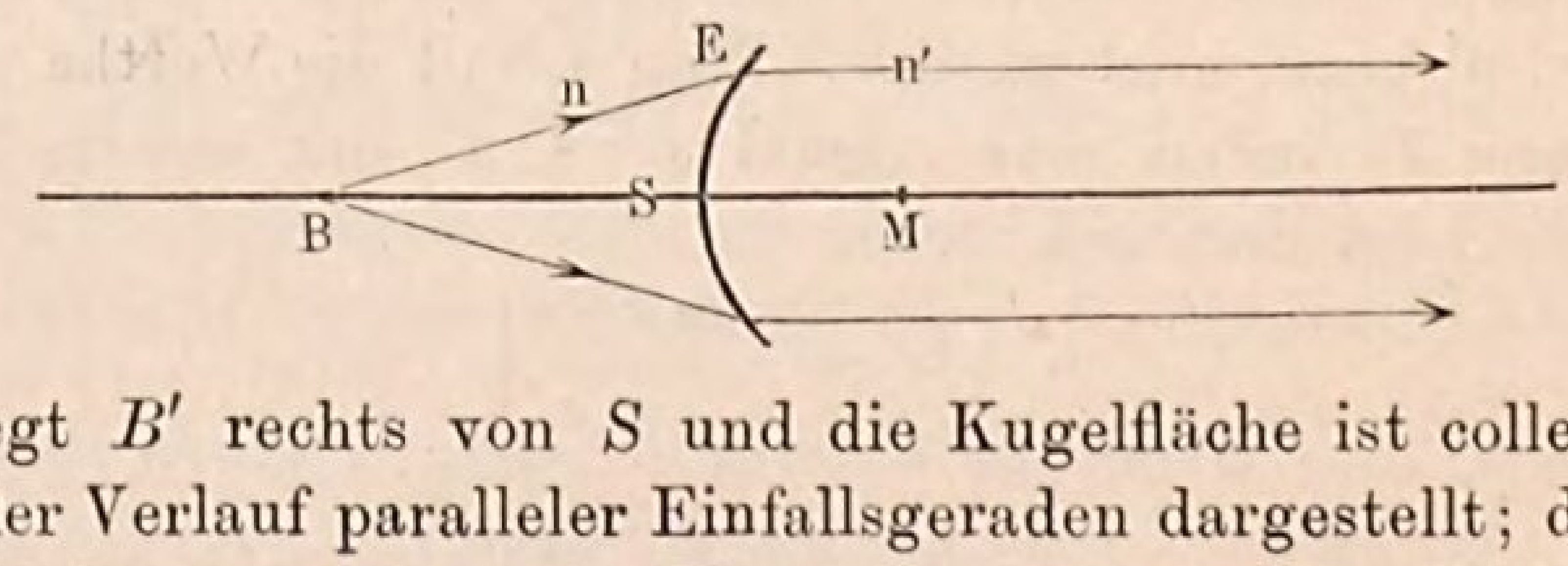


Fig. 81 b.



d. h. es liegt B' rechts von S und die Kugelfläche ist collectiv; in der Figur ist der Verlauf paralleler Einfallsgeraden dargestellt; die Richtung ist durch Pfeile angegeben. In Fig. 81 b ist analog der Verlauf der vom

vorderen Brennpunkte B ($\sigma = -2$) ausgegangenen Strahlen angedeutet.

Liegt das Centrum M dagegen links von S, so ist r negativ und somit für $r = 1$:

$$\sigma' = -3 \quad \text{und} \quad \sigma = +2,$$

d. h. es liegt jetzt B' links von S und B rechts davon; der Strahlengang ist in Fig. 82 a und b für den Fall gezeichnet, dass die Eintrittsgeraden bezw. die Austrittsgeraden der Axe parallel verlaufen.

Gewöhnlich nennt man die Abstände σ und σ' der Brennpunkte B und B' vom Kugelscheitel die „Brennweiten" der Kugelfläche. Auch

Fig. 82 a.

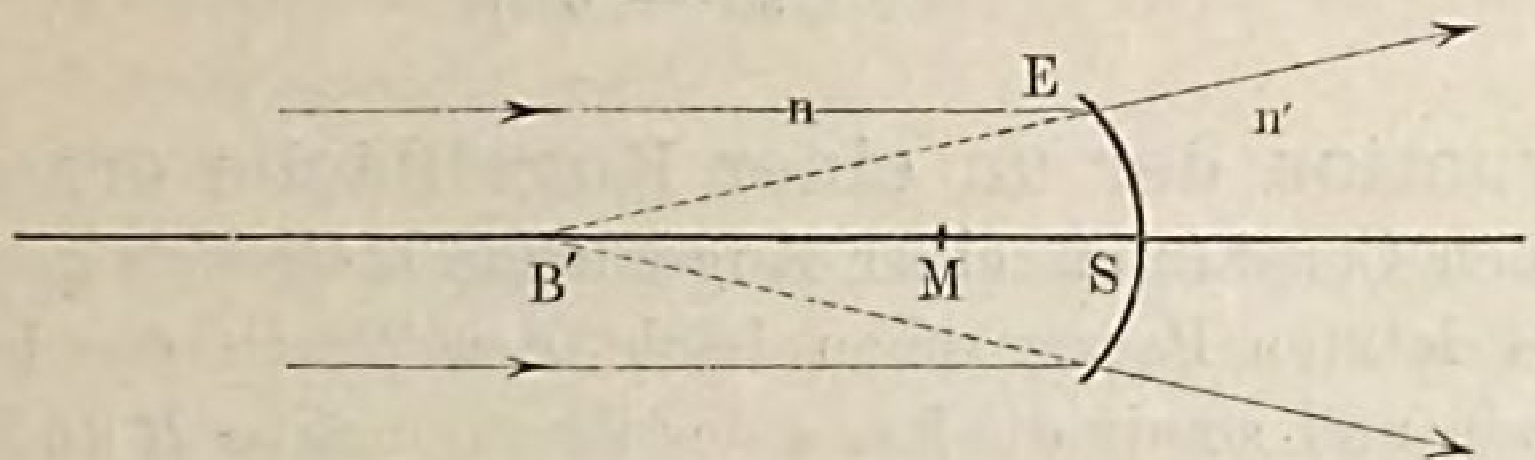
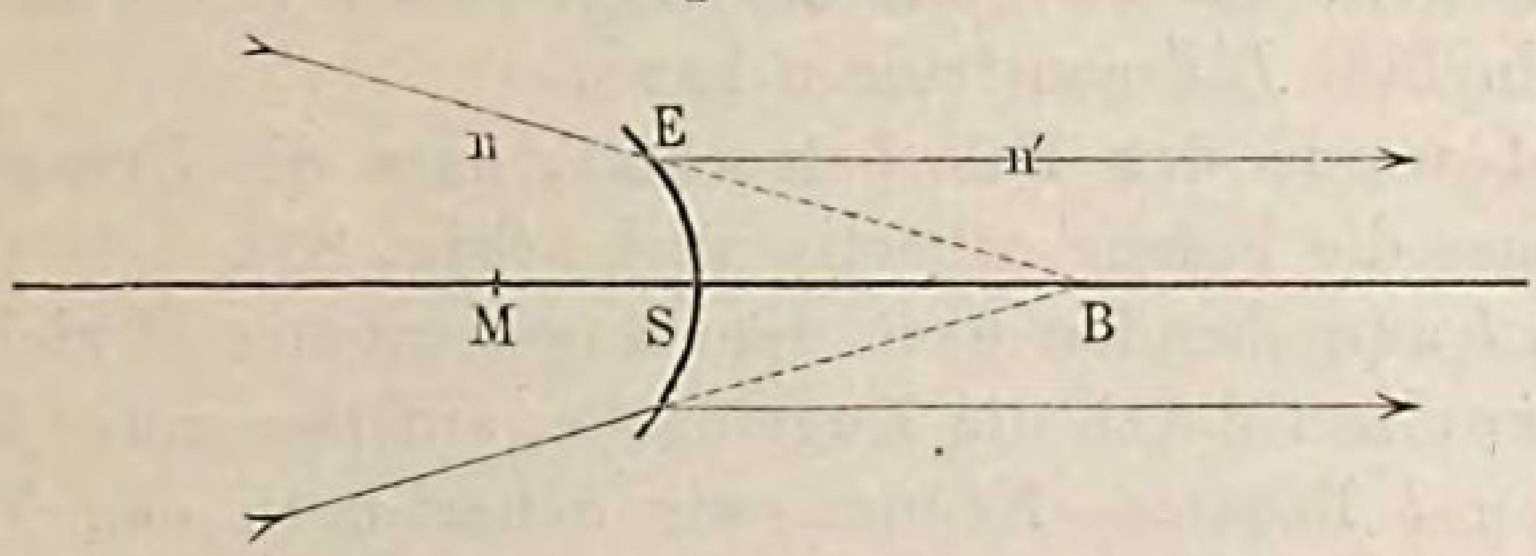


Fig. 82 b.



wir wollen uns dieser Ausdrücke bedienen; rechnet man die Brennweiten nicht vom Kugelscheitel aus, sondern umgekehrt als Entfernungen des Kugelscheitels von den Brennpunkten, so erhalten dieselben das entgegengesetzte Vorzeichen wie σ und σ'.

Wir werden im nächsten Abschnitt B. dieses Capitels, welcher den Durchgang des Lichtes durch beliebig viele Kugelflächen behandelt, eine allgemeine Definition für die „Brennweite" eines brechenden Systems erhalten. Nach dieser Definition ist die Brennweite der Quotient zweier Grössen, welcher speciell bei einer Kugelfläche gleich wird dem negativ genommenen Abstande des Brennpunktes vom Scheitel. Wo man in späteren Capiteln auf die hier erhaltenen Werthe der Brennweiten σ und σ' zurückgreift, müssen dieselben also mit entgegengesetztem Vorzeichen benutzt werden.

Mittelst der Brennweiten lässt sich nun die Gleichung 7) sehr vereinfachen. Es lautet dieselbe:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r},$$

oder, indem man mit $\frac{r}{n' - n}$ multiplicirt:

$$\frac{n' r}{n' - n} \cdot \frac{1}{s'} - \frac{n r}{n' - n} \cdot \frac{1}{s} = 1,$$

so dass laut Gleichung 12) wird:

$$\frac{\sigma'}{s'} + \frac{\sigma}{s} = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

Hieraus folgt direct:

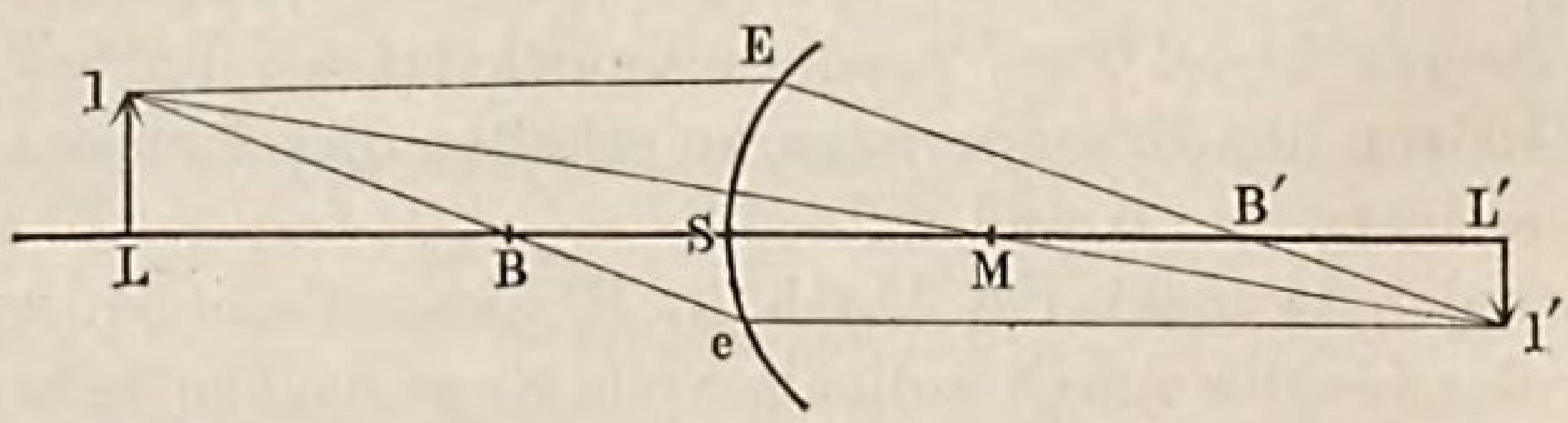
$$\left.\begin{array}{l} s = \dfrac{\sigma s'}{s' - \sigma'} \\ s' = \dfrac{\sigma' . s}{s - \sigma} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

46 **Construction der an einer Kugelfläche erzeugten Bilder.** Aus den Constanten einer Kugelfläche lässt sich gemäss der Ableitungen des letzten Paragraphen leicht der Werth der beiden Brennpunktsabstände und somit die Lage der Brennpunkte B und B' (Fig. 83) zum Scheitel S und dem Mittelpunkte M der brechenden Fläche finden. Wir wollen zeigen, wie man aus der Lage dieser vier Punkte zu jedem Object Ll sein Bild $L'l'$ construiren kann.

Zunächst werde der Fall betrachtet, dass die Brennpunkte reell seien, d. h. dass die Fläche collectiv wirke (Fig. 83).

Ein von l ausgehender, nach dem Kugelcentrum M zielender Strahl geht ungebrochen durch die Kugelfläche; auf ihm muss jedenfalls der Bildpunkt von l liegen. Kennen wir daher noch den Verlauf eines

Fig. 83.

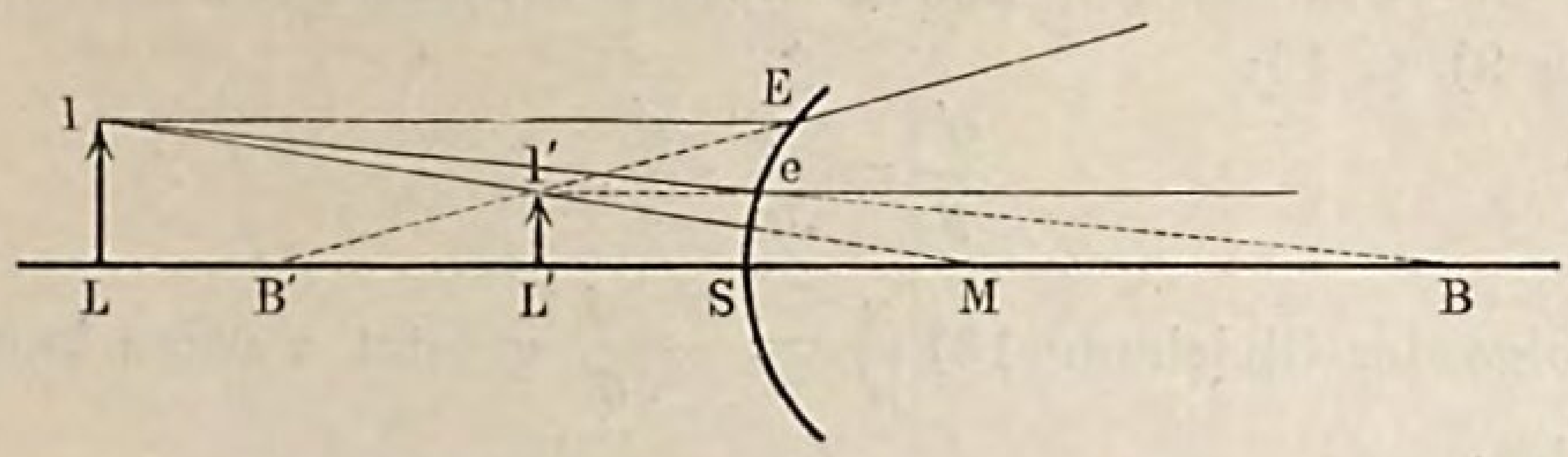


zweiten von l kommenden Strahles, so giebt der Schnittpunkt dieses mit dem Strahle lM den gesuchten Bildpunkt. Es giebt noch zwei solcher Strahlen. Erstens wissen wir, dass der axenparallele Einfallsstrahl lE nach der Brechung durch den hinteren Brennpunkt B' gehen muss, und zweitens verlässt der durch den vorderen Brennpunkt B laufende Einfallsstrahl le die Kugelfläche bei e parallel zur Axe. Sowohl letzterer Strahl wie der Strahl EB' schneiden die Centrale lM im gesuchten Bildpunkte l'.

Ist die brechende Fläche dispansiv (Fig. 84), so liegt der vordere Brennpunkt im hinteren Medium und umgekehrt. Wieder geht der Strahl lM ungebrochen durch die Kugelfläche. Der axenparallele Einfallsstrahl lE jedoch geht nicht factisch durch den hinteren Brennpunkt B',

sondern er wird so gebrochen, als ob er von B' ausgegangen wäre. Der Schnittpunkt l' ist virtuell. Auch der nach dem vorderen Brennpunkte

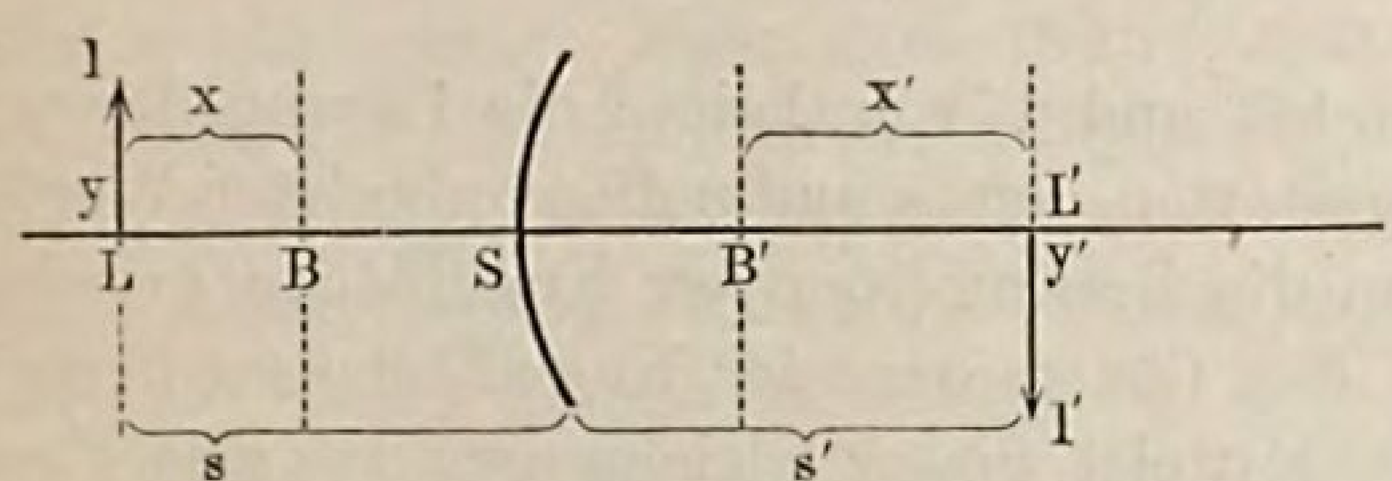
Fig. 84.



B zielende Strahl le verlässt die Kugelfläche bei e parallel zur Axe so, als ob er von l' ausgegangen wäre.

Die einfachste Form der Abbildungsgleichungen. Bisher haben wir die Strecken s und s', Fig. 85, vom Kugelscheitel S aus gerechnet. Jetzt wollen wir statt des Scheitels die Brennpunkte B und 47

Fig. 85.



B' zu Anfangspunkten machen; dabei werde B zum Coordinatenanfang für Objectpunkte und B' zum Coordinatenanfang für Bildpunkte genommen. In Bezug auf die Vorzeichen gilt die frühere Definition; das Licht komme ebenfalls von links. Es sei l der Objectpunkt, l' der conjugirte Bildpunkt. Wie in der analytischen Geometrie, ist die Lage von l bezw. l' bestimmt, wenn die Coordinaten $lL = y$ und $LB = x$ bezw. $l'L' = y'$ und $L'B' = x'$ ihrer Grösse und dem Vorzeichen nach gegeben sind. Wir wollen jetzt aus den Coordinaten (x, y) von l diejenigen (x', y') von l' finden. Laut Fig. 85 gilt:

$$L\,S = L\,B + B\,S$$
$$L'\,S = L'\,B' + B'\,S,$$

wo gemäss den früher gemachten Festsetzungen $L\,S = -s$, $L'\,S = +s'$ und $B\,S = -\sigma$, $B'\,S' = +\sigma'$ ist, gemäss der neuen Festsetzungen aber $L\,B = -x$ und $L'\,B' = +x'$ sind. Demnach wird die obige Beziehung:

$$s = x + \sigma$$
$$s' = x' + \sigma'.$$

Formen wir die erste der Gleichungen 15) um, indem wir auf beiden Seiten derselben σ abziehen und ausmultipliciren, so wird dieselbe:

$$(s - \sigma)\,(s' - \sigma') = \sigma\,\sigma',$$

also mit Benutzung der Werthe x und x':

$$x x' = \sigma \sigma' \qquad 16)$$

Für die Ordinaten y und y' zweier conjugirter Punkte galt die Gleichung 9), §. 43:

$$\frac{y'}{y} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{s'}{s},$$

wo in Folge der Gleichung 13) $\frac{n}{n'} = -\frac{\sigma}{\sigma'}$ gesetzt werden kann; hierdurch wird:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{\sigma}{\sigma'} \cdot \frac{s'}{s}.$$

Die Gleichungen 15) ergeben mit Benutzung der Beziehungen $x = s - \sigma$ und $x' = s' - \sigma'$ direct:

$$s x' = \sigma s' \quad \text{und} \quad s' x = \sigma' s,$$

so dass unsere Gleichung für y'/y wird:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{x'}{\sigma'} = -\frac{\sigma}{x} \qquad 17)$$

Die beiden Gleichungen 16) und 17) enthalten die Lösung der von uns gestellten Aufgabe; sie gestatten, aus x und y die conjugirten Werthe x' und y' zu berechnen, wenn die Brennweiten der Kugelfläche gegeben sind, welche wiederum aus den Constanten der Kugelfläche zu berechnen sind (s. Gleichung 12). Mittelst dieser Gleichungen ist also ebenfalls die ganze Abbildung an einer Kugelfläche vollständig bestimmt, und zwar sind sie zugleich die einfachsten Beziehungen zwischen den Coordinaten conjugirter Punkte.

Unsere nächste Aufgabe wäre nun, die Abbildungsgleichungen 16) und 17) zu discutiren, d. h. Lage und Richtung des Bildes zu bestimmen für eine beliebige Lage und Entfernung des Objectes. Wir übergehen diese Discussion, da sie praktisch ohne Werth ist; kommt doch die Brechung an einer Kugelfläche in der praktischen Optik so gut wie gar nicht vor. Wichtig dagegen ist die Spiegelung an einer Kugelfläche. Da diese eigentlich nur ein specieller Fall der Brechung ist, für welchen $n' = -n$ gilt, so folgt schon hieraus, dass alle für die Brechung abgeleiteten Formeln Gültigkeit für die Spiegelung erhalten müssen, wenn in ihnen eben $n' = -n$ gesetzt wird. Wir werden dies nachher beweisen. Zuvor werde noch kurz der Fall besprochen, wo der Radius der brechenden Kugelfläche unendlich gross ist. Es geht dann die Kugelfläche in eine Ebene über, für welche wir im zweiten Capitel schon direct die Abbildungsgesetze gefunden haben.

48 **Herleitung der Abbildungsgesetze für eine ebene brechende Fläche aus den Gesetzen für eine brechende Kugelfläche.** Setzt man in den Gleichungen für die Brechung an

einer Kugelfläche $r = \infty$, so erhält man die Abbildungsgesetze für eine ebene brechende Fläche, vermittelt durch enge, normal auf dieselbe auffallende Strahlenbüschel. Es werden die Formeln 7), 9), 10) und 12) für $r = \infty$:

$$\left.\begin{aligned} \frac{s'}{s} &= \frac{n'}{n} \\ \frac{y'}{y} &= 1 \\ \frac{tg\,u'}{tg\,u} &= \frac{n}{n'} \\ \text{und}\quad \sigma = \sigma' &= \infty \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 18)$$

Aus der letzten Gleichung folgt zunächst, dass eine ebene brechende Fläche unendlich grosse Brennweiten hat, d. h. dass einem parallel einfallenden Strahlenbündel ein gleichfalls parallel austretendes Bündel entspricht. Ein solches System nennt man **„teleskopisch“**.

Wie wir später sehen werden, hat auch das Teleskop oder Fernrohr dieselbe Eigenschaft, dass seine Brennpunkte im Unendlichen liegen.

Trotz der unendlich grossen Brennweiten besteht aber eine punktweise Abbildung der durch die ebene Fläche getrennten Räume in einander, deren Gesetze durch die ersten der Gleichungen 18) bestimmt sind. In Worten lauten dieselben:

1) Bild und Object liegen auf derselben Seite der brechenden Ebene; ihre Abstände verhalten sich umgekehrt wie die Brechungsindices der zugehörigen Medien. Da s und s' von gleichem Vorzeichen sind und gleichzeitig wachsen oder abnehmen müssen, so ist die Abbildung rechtläufig.

2) Bild und Object sind gleich gross und gleich gerichtet.

3) Die Winkelvergrösserung ist constant.

Die früher (§. 30) direct abgeleiteten Gesetze stimmen mit den auf diesem Wege gefundenen vollkommen überein.

Spiegelung an einer Kugelfläche. Obgleich wir die hier gültigen Gesetze der Abbildung aus denjenigen erhalten, welche wir für eine brechende Kugelfläche abgeleitet haben, indem wir in diesen 49
$n' = -n$ setzen, möge der Klarheit wegen vorerst die directe Herleitung gegeben werden. Es sei in Fig. 86 (a. f. S.) jetzt M der Mittelpunkt der spiegelnden Kugelfläche RSE, auf deren Axe MS der leuchtende Punkt L liegt. Für die beliebige Einfallsgerade LE ist wieder der Radius ME Einfallsloth, so dass laut Spiegelungsgesetz der zu LE gehörige gespiegelte Strahl in der Ebene LEM verläuft und mit EM denselben Winkel bildet wie LE, aber auf der entgegengesetzten Seite des Lothes liegt.

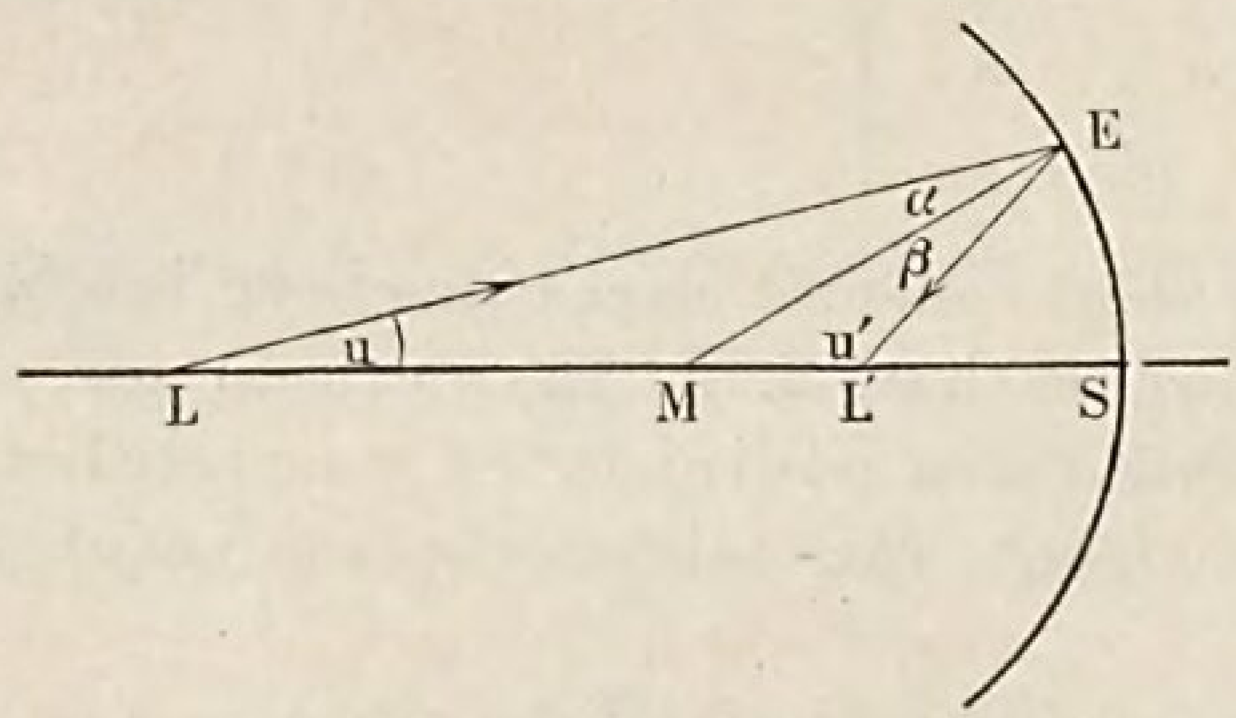
Der gespiegelte Strahl schneide die Axe im Punkte L'. Bei der aus Fig. 86 ersichtlichen Bezeichnungsweise gilt dann analog wie bei der Brechung:

$$\frac{LM}{ME} = \frac{\sin\alpha}{\sin u} \quad \text{und} \quad \frac{L'M}{ME} = \frac{\sin\beta}{\sin u'},$$

also auch:

$$\frac{LM}{L'M} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cdot \frac{\sin u'}{\sin u},$$

Fig. 86.



oder, da $\alpha = \beta$, also auch $\sin\alpha = \sin\beta$ ist:

$$\frac{LM}{L'M} = \frac{\sin u'}{\sin u}.$$

Im Dreieck LEL' gilt aber:

$$\frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{LE}{L'E},$$

so dass wir schliesslich erhalten:

$$\frac{LM}{L'M} \cdot \frac{L'E}{LE} = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

Beschränkt man sich auf Nullstrahlen, welche die Kugelfläche in der Nähe des Scheitels S, d. h. also dieselbe nahezu senkrecht treffen, so geht die Gleichung 19) über in

$$\frac{LM}{L'M} \cdot \frac{L'S}{LS} = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19\,a)$$

Diese Gleichung sagt aus, dass alle von L ausgegangenen Nullstrahlen nach der Spiegelung sich im Punkte L' schneiden, d. h. dass eine Abbildung der Punkte auf der Axe besteht.

Führen wir wieder dieselbe Bezeichnungsweise und Festsetzung betreffs der Vorzeichen ein, so wird laut Fig. 86:

$$LM = LS - MS = -s + r$$
$$L'M = MS - L'S = -r + s',$$

also Gleichung 19 a):

$$\frac{r - s}{s' - r} \cdot \frac{-s'}{-s} = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19\,b)$$

oder umgeformt:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 20)$$

Für den Fall, dass die Spiegelfläche ihren Mittelpunkt M rechts vom Scheitel S zu liegen hat (Fig. 87), gilt ebenfalls die Beziehung:

$$\frac{LM}{L'M} \cdot \frac{L'S}{LS} = 1.$$

Da aber jetzt $MS = r$ positiv zu nehmen ist, ebenso $L'S = s'$, so wird:

$$LM = LS + MS = -s + r$$
$$L'M = MS - L'S = r - s',$$

und unsere Gleichung:

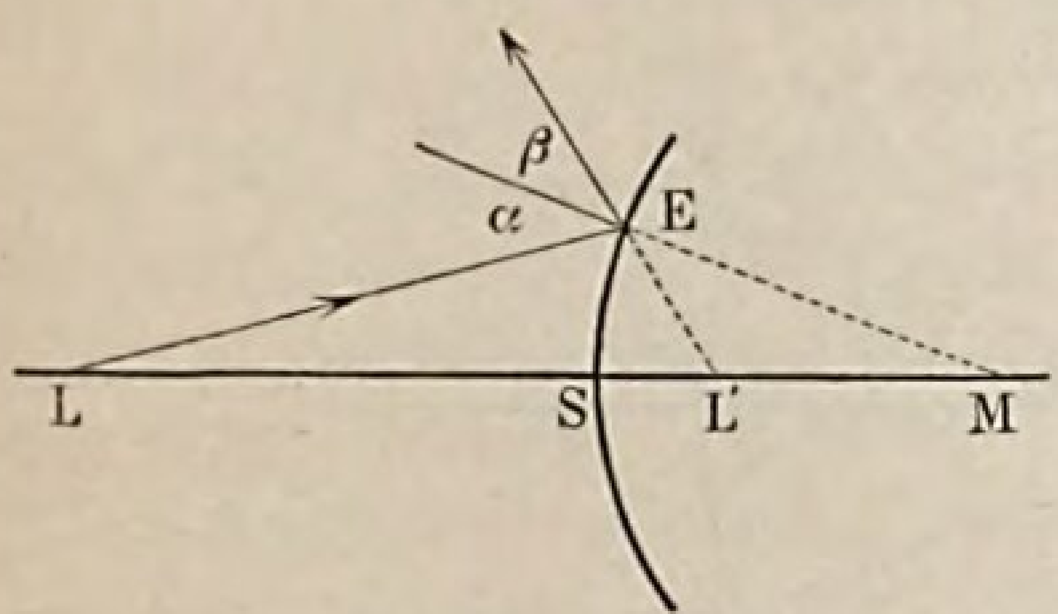
$$\frac{r - s}{r - s'} \cdot \frac{+ s'}{- s} = 1,$$

oder umgeformt:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r},$$

d. i. genau dieselbe Gleichung wie vorhin. Auch bei der Spiegelung an einer Kugelfläche gilt ein und dieselbe Gleichung (20) für die beiden möglichen Fälle, wenn r positiv oder negativ genommen wird, je nachdem das Kugelcentrum auf der rechten oder linken Seite vom Scheitel gelegen ist, d. h. je nachdem das Licht auf die convexe oder concave Kugelfläche auffällt. Im ersten Falle nennt man den Spiegel Convexspiegel, im zweiten Falle Concav- oder Hohlspiegel.

Fig. 87.



Setzt man in Gleichung 20) $s = \infty$, so folgt für die Brennweite des Bildraumes: $\sigma' = \frac{r}{2}$; setzt man $s' = \infty$, so folgt für die Brenweite des Objectraumes ebenfalls $\sigma = \frac{r}{2}$; demnach decken sich Bild- und Objectraum auf ihrer ganzen Ausdehnung, d. h. die einfallenden Strahlen und die gespiegelten verlaufen stets im Raume vor der spiegelnden Kugelfläche und stehen in solcher Beziehung, dass, was einmal die Einfallsgeraden sind, später die Austrittsgeraden werden und umgekehrt.

Ist z. B. in Fig. 86 L der Objectpunkt, so L' sein Spiegelbild; ist dagegen L' der Objectpunkt, so ist L sein Spiegelbild. Wie die Fig. 86 und 87 erkennen lassen, ist die Abbildung eine rückläufige, da in Folge der gleichzeitigen Ab- oder Zunahme der Winkel α und β die conjugirten Punkte L und L' einander sich nähern oder von einander sich entfernen, d. h. stets entgegengesetzt sich bewegen. Darum müssen auch L und L' sich einmal treffen.

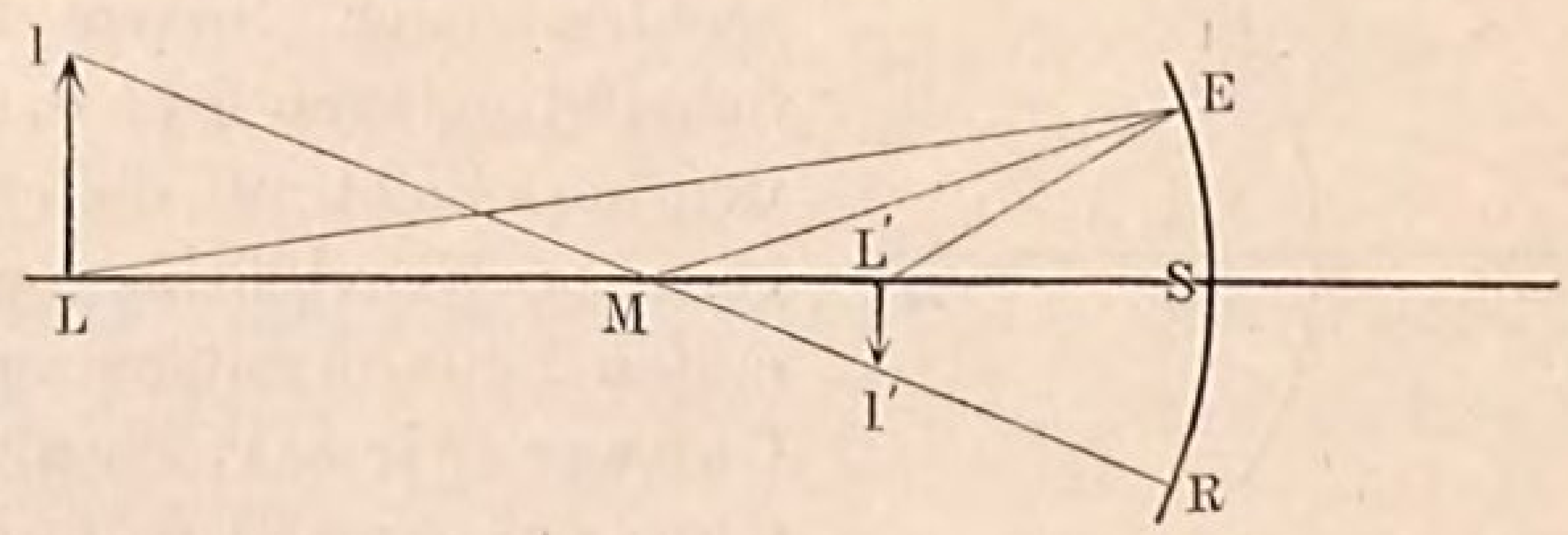
Je nachdem der Spiegel convex oder concav ist, wird $\sigma' = \frac{r}{2}$ positiv oder negativ, d. h. der Schnittpunkt parallel auffallender Strahlen

liegt rechts oder links vom Kugelscheitel. Da aber jetzt ebenfalls die Austrittsgeraden stets im Raume vor der Spiegelfläche verlaufen, so ist der Schnittpunkt rechts vom Kugelscheitel virtuell, derjenige links vom Kugelscheitel dagegen reell.

Eine concave Kugelfläche (Fig. 86) vereinigt also parallele Strahlen wirklich in einem Punkte, während eine convexe Kugelfläche (Fig. 87) die Strahlen so spiegelt, als ob sie von einem hinter dem Spiegel gelegenen Punkte kämen. Während also der Concavspiegel parallele Strahlen sammelt, werden letztere vom Convexspiegel zerstreut; ersterer heisst darum auch Sammelspiegel, letzterer dagegen Zerstreuungsspiegel.

Was von einem Axenpunkte L (Fig. 88) gilt in Bezug auf die Axe LMS, muss für einen ausseraxialen Punkt l in Bezug auf die Gerade lMR gelten, wenn nur $\measuredangle\, lML$ klein genug ist. Liegt l senkrecht über L, so ist $Ml = ML$ zu setzen; dann muss aber auch der zu l conjugirte Bildpunkt l' auf lMR in einer Entfernung $l'M = L'M$ liegen. Demnach ist die in L' errichtete Senkrechte $L'l'$ das Bild von Ll, und es gilt wie bei der Brechung, dass senkrecht zur Axe gelegene

Fig. 88.



Ebenen in wieder senkrecht zur Axe liegenden Ebenen abgebildet werden. Laut Fig. 88 ist:

$$\frac{L'l'}{Ll} = \frac{L'M}{LM} = \frac{MS - L'S}{LS - MS},$$

oder wenn wieder die Strecken oberhalb der Axe positiv, diejenigen unterhalb negativ genommen werden:

$$\frac{-y'}{+y} = \frac{s' - r}{r - s};$$

in Folge der Beziehung 19b) wird diese Gleichung:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 21)$$

Dieselben hier direct für die Spiegelung abgeleiteten Gleichungen 20) und 21) erhalten wir aus den Formeln 7) und 9) für die Brechung, wenn in diesen $n' = -n$ gesetzt wird. Ebenso ergiebt sich aus den Gleichungen 12) für die Spiegelung $\sigma = \frac{r}{2} = \sigma'$ oder: $\frac{\sigma}{\sigma'} = 1$.

Um daher die Abbildungsgleichungen für die Spiegelung zu erhalten, im Falle nicht der Scheitel, sondern der Brennpunkt als Anfangspunkt der Coordinaten dient, setzen wir in den betreffenden Gleichungen für die Brechung $n' = -n$ ein, oder die hieraus sich ergebende Beziehung: $\sigma = \sigma' = \frac{r}{2}$.

Es werden dann Gleichung 16) und 17):

$$x x' = \sigma^2 = \frac{r^2}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 22)$$

und

$$\left.\begin{aligned} \frac{y'}{y} &= -\frac{x'}{\sigma} = -\frac{\sigma}{x} \\ \text{oder} \quad \frac{y'}{y} &= -\frac{2x'}{r} = -\frac{r}{2x} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 23)$$

In ihnen ist $r > 0$ für den Convex- oder Zerstreuungsspiegel, dagegen $r < 0$ für den Concav- oder Sammelspiegel.

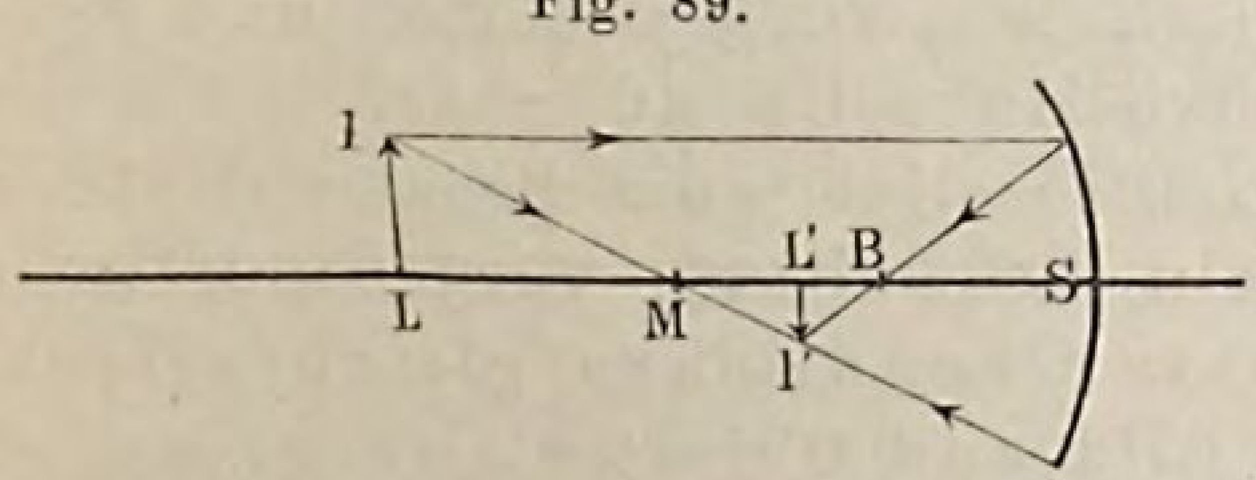
Die Gleichung 22) für conjugirte Ordinaten ist für beide Spiegelarten ganz gleich. Dieselbe sagt aus, dass x und x' stets gleiches Vorzeichen haben, d. h. dass beim Convex- wie Concavspiegel Object und Bild auf derselben Seite des zugehörigen Brennpunktes liegen. Ausserdem folgt aus der Constanz des Productes $x x'$, dass einem grossen Werthe von x ein kleines x' und umgekehrt entspricht, d. h. aber nichts Anderes, als dass Bild und Object einander entgegengesetzt wandern, wie wir schon vorher mittelst der Figuren 86 und 87 erkannt haben.

Bei der Spiegelung findet eine rückläufige Abbildung statt. Bei der näheren Discussion der Abbildungsgleichungen 22) und 23) halten wir die beiden möglichen Fälle $r \gtrless 0$ aus einander. Zur besseren Unterscheidung werde der absolute Werth des Radius mit R bezeichnet. Es gilt dann für den Convexspiegel $r = +R$ und für den Concavspiegel $r = -R$. Wegen seiner grösseren Wichtigkeit möge der Concavspiegel zuerst discutirt werden.

Bilder, entworfen vom Concav- oder Sammelspiegel. 50

Für den Concavspiegel ist $\sigma = -\frac{R}{2}$, d. h. der Brennpunkt B (Fig. 89) liegt links vom Scheitel S in der Mitte zwischen ihm und dem Centrum M des Spiegels. Im Brennpunkte B werden die parallel auffallenden Strahlen wirklich vereinigt; der Brennpunkt ist reell. Da die Abbildung rück-

Fig. 89.



läufig ist, so wandern Object- und Bildpunkt entgegengesetzt. Wir wollen wissen, welches die Lage, Richtung und Grösse des vom Hohlspiegel entworfenen Bildes ist, wenn ein Object vom Unendlichen links bis zum Spiegelscheitel vorschreitet. Dazu dienen uns die beiden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} x x' &= \frac{R^2}{4} \\ \text{und} \quad \frac{y'}{y} &= + \frac{R}{2x} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 24)$$

aus denen man die in der folgenden Tabelle stehenden Verhältnisse erhält:

x	x'	y'/y
negativ und $> \frac{R}{2}$	negativ und $< \frac{R}{2}$	negativ und < 1
negativ und $= \frac{R}{2}$	negativ und $= \frac{R}{2}$	negativ und $= 1$
negativ und $< \frac{R}{2}$	negativ und $> \frac{R}{2}$	negativ und > 1
positiv und $< \frac{R}{2}$	positiv und $> \frac{R}{2}$	positiv und > 1
positiv und $= \frac{R}{2}$	positiv und $= \frac{R}{2}$	positiv und $= 1$

Ein negativer oder positiver Werth von y'/y sagt aus, dass das Bild umgekehrt oder aufrecht ist, d. h. entgegengesetzt oder gleich gerichtet ist wie das Object. Wenn $y'/y > 1$, so ist das Bild grösser als das Object, ist $y'/y < 1$, so entsteht vom Object ein verkleinertes Bild. Ist x' positiv und grösser als $\frac{R}{2}$, so liegt das Bild rechts vom Spiegelscheitel, d. h. das Bild ist virtuell. Unsere Tabelle heisst daher in Worten:

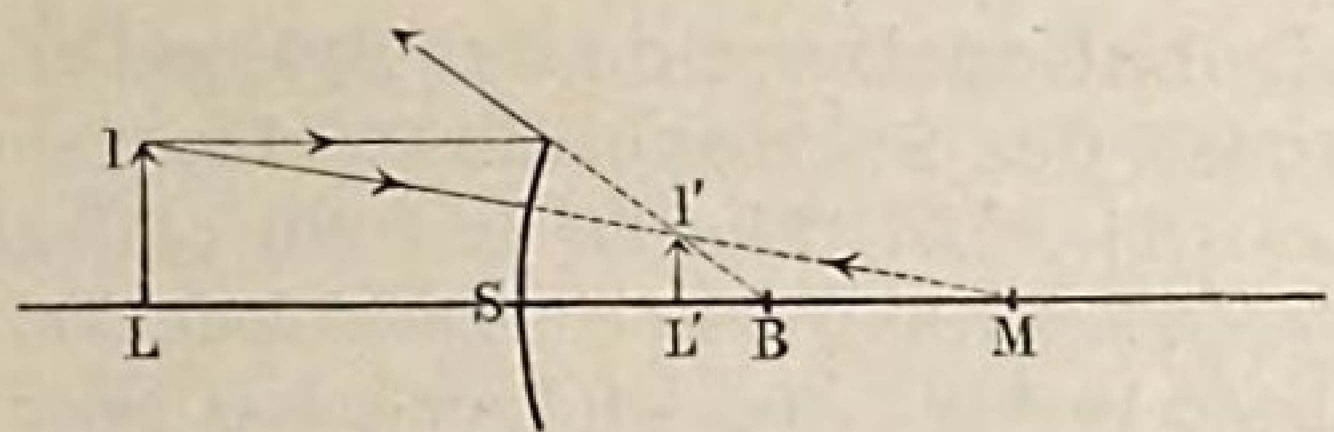
Wandert das Object vom links Unendlichen nach dem Spiegelcentrum, so geht sein **verkehrtes, verkleinertes** und **reelles** Bild vom Brennpunkte in entgegengesetzter Richtung ebenfalls nach dem Centrum; im Centrum sind Bild und Object gleich gross, aber **umgekehrt** gerichtet.

Wandert das Object vom Centrum weiter nach dem Brennpunkte, so geht sein **verkehrtes, vergrössertes** und **reelles** Bild vom Centrum nach dem links Unendlichen.

Wandert das Object schliesslich vom Brennpunkte zum Kugelscheitel, so geht sein **aufrechtes, vergrössertes** und **virtuelles** Bild vom rechts Unendlichen gleichfalls zum Scheitel. In diesem sind Bild und Object gleich gross, aber **gleich** gerichtet.

Bilder, entworfen vom Convex- oder Zerstreuungsspiegel. Für den Convexspiegel ist $r = + R$ zu setzen, also wird 51
$\sigma = + \frac{R}{2}$, d. h. der Brennpunkt B liegt rechts vom Kugelscheitel S (Fig. 90). Parallel auffallende Strahlen werden so zurückgeworfen, dass

Fig. 90.



sie vom Punkte B hinter der Kugelfläche zu kommen scheinen; der Brennpunkt ist virtuell. Die Abbildungsgleichungen lauten:

$$\left.\begin{aligned} x x' &= \frac{R^2}{4} \\ \frac{y'}{y} &= - \frac{R}{2x} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 25)$$

Wandert ein Objectpunkt vom links Unendlichen bis zum Kugelscheitel, so bleibt x stets negativ und grösser als $\frac{R}{2}$; es muss also auch x' stets negativ sein und kleiner als $\frac{R}{2}$, während y'/y stets positiv ist und kleiner als Eins. Im Kugelscheitel selbst wird

$$x = - R/2, \quad x' = - \frac{R}{2} \quad \text{und} \quad \frac{y'}{y} = + 1.$$

Unser Resultat lautet also:

Der Convexspiegel hat einen virtuellen Brennpunkt und erzeugt nur virtuelle Bilder. Wandert ein Object vom links Unendlichen nach dem Spiegelscheitel, so geht sein **aufrechtes, verkleinertes** und **virtuelles** Bild vom Brennpunkte in entgegengesetzter Richtung ebenfalls zum Kugelscheitel; in ihm sind Bild und Object gleich gross und gleich gerichtet.

Herleitung der Abbildungsgleichungen für einen ebenen Spiegel aus denen des Kugelspiegels. Der Kugelspiegel 52
geht in einen ebenen Spiegel über, wenn sein Radius $r = \infty$ wird. Also erhalten wir die Abbildungsgleichungen für einen ebenen Spiegel aus denjenigen des Kugelspiegels, wenn in letzteren $r = \infty$ gesetzt wird. Die Gleichungen 20) und 21) gehen dann über in:

$$s' = -s$$

und

$$y' = y;$$

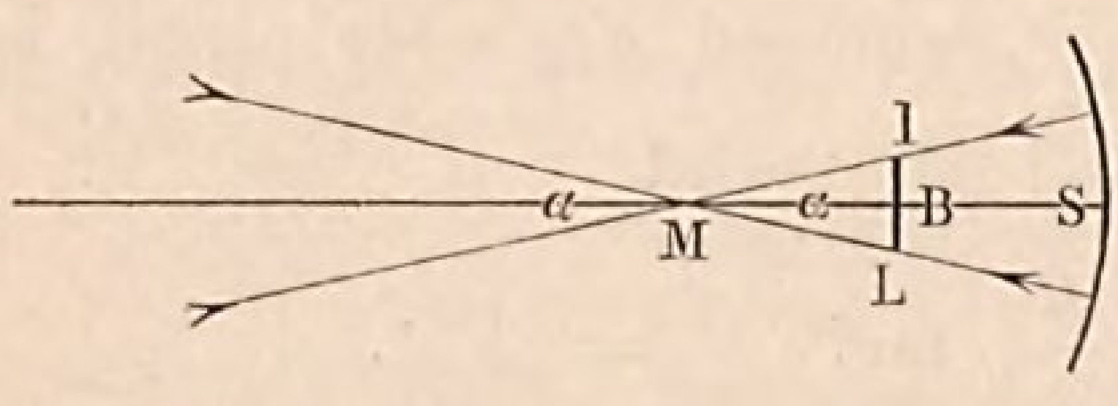
ausserdem wird $\sigma = \infty$.

Das System ist teleskopisch. Bild und Object sind aufrecht, gleich gross und auf verschiedenen Seiten der Spiegelfläche gelegen; also ist das Bild stets virtuell.

53 **Geometrische Construction der Spiegelbilder an Kugelspiegeln (Grösse des Sonnenbildes).** Die Construction des zu einem gegebenen Object Ll (Fig. 89 und 90) conjugirten Bildes $L'l'$ stützt sich auf die Thatsache, dass ein nach dem Centrum M zielender Strahl lM in sich zurückgeworfen wird, und dass jeder parallel zur Axe auffallende Strahl lE nach der Spiegelung durch den Brennpunkt geht oder nach demselben hinzielt. Ist also der Radius SM der spiegelnden Kugelfläche gegeben, so ist der Halbirungspunkt B der Brennpunkt. Der vom ausseraxialen Punkte l gezogene Strahl $lE \parallel LS$ wird in der Richtung BE gespiegelt, der Strahl lM erhält die umgekehrte Richtung; da, wo sich EB und lM nach beiden Seiten beliebig verlängert schneiden, liegt der Bildpunkt l' von l; ist $Ll \perp LS$, so auch sein Bild $L'l' \perp LS$. Man findet demnach das Bild zum Object Ll, indem man vom Punkte l' ein Loth auf die Axe des Spiegels fällt.

Grösse des Sonnenbildchens. Rückt das Object in die Brennebene des Spiegels, so liegt der Bildpunkt von l (Fig. 91) auf dem Strahle lM im Unendlichen. Umgekehrt folgt hieraus, dass ein im Unendlichen gelegenes Object, welches unter dem Winkel α von M aus erscheint, in der Brennebene ein Bildchen lL entwickelt, welches ebenfalls von M aus unter dem Winkel α gesehen wird.

Fig. 91.



Da nun

$$lL = 2\,MB \,.\, tg\,\frac{\alpha}{2} = \frac{r}{2}\,\alpha$$

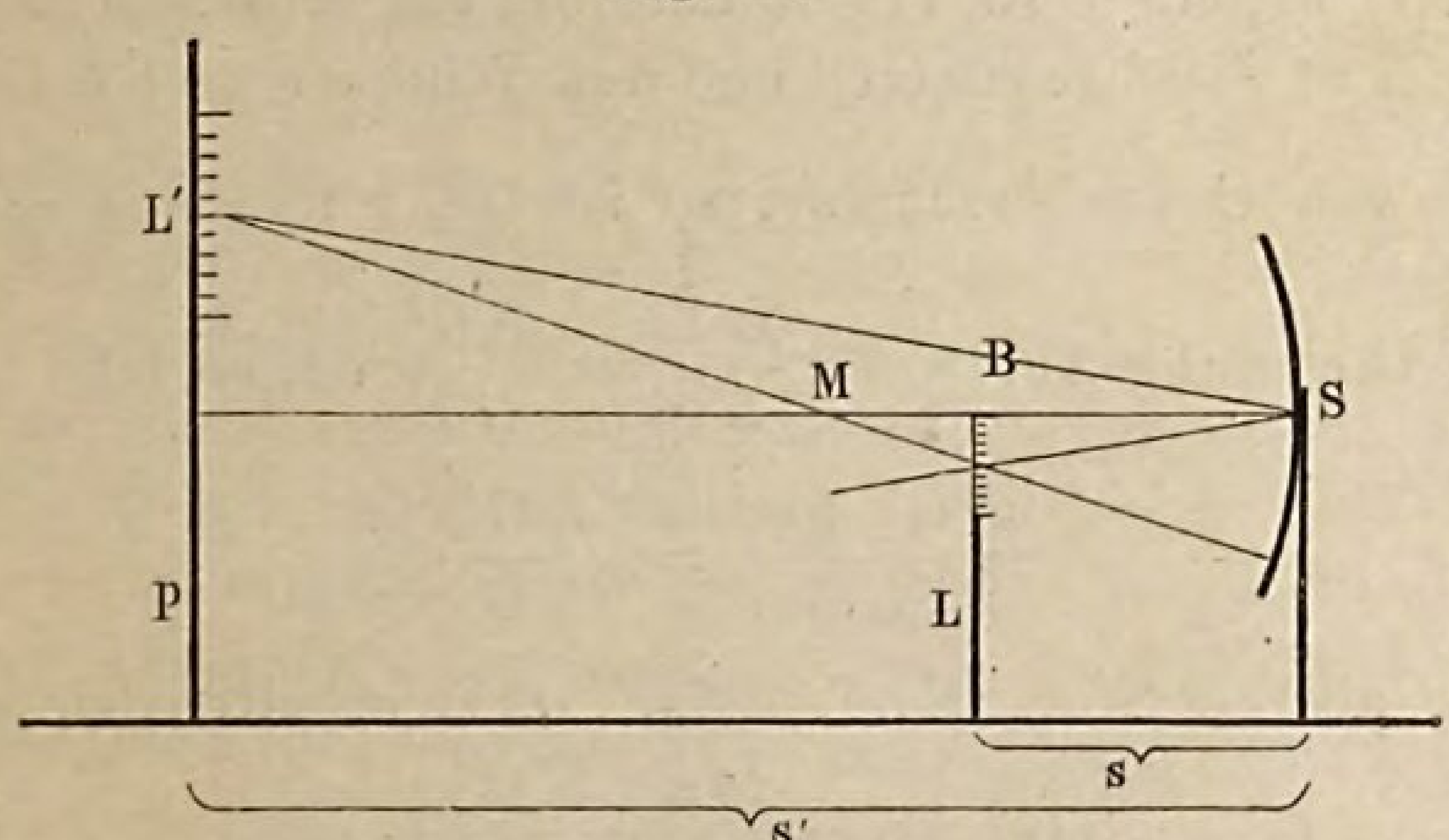
ist, so kann man die Grösse des Bildes lL eines im Unendlichen gelegenen Objectes leicht berechnen.

Unsere Formel 23), S. 109 giebt bekanntlich für $x = \infty$ den Werth $y' = y \cdot \frac{r}{2\infty}$, woraus bei kleinem Werthe von y folgt: $y' = 0$, bei unendlich grossem y hingegen: $y' = \infty \,.\, 0 =$ unbestimmt. Obige Formel giebt stets einen Werth für das Bildchen Ll. Ist, wie bei der Sonne, der Sehwinkel $\alpha = 32$ Winkelminuten, oder in Theilen des Radius ausgedrückt: $\frac{2\,\pi \,.\, 32}{360 \,.\, 60} = 0{,}0093$, so wird das Sonnenbildchen gleich $0{,}0093 \cdot \frac{r}{2}$;

Herschel hatte einen Riesenhohlspiegel von etwa 16 m Radius gebaut; mittelst dieses Spiegels wurde von der Sonne ein Bild von der Grösse 0,0093 . 8 = 0,0744 m, d. h. über 7 cm entworfen.

Experimentelle Bestimmung der Krümmungsradien von Kugelspiegeln. 54 In der optischen Praxis ist es oft wünschenswerth, den Radius einer spiegelnden oder brechenden Fläche zu kennen. Da jede brechende Kugelfläche auch spiegelt, so kann dieselbe ebenfalls als Kugelspiegel aufgefasst werden. Sobald der Spiegel als Hohlspiegel wirkt, ist die Bestimmung des Radius relativ einfach, da man Grösse und Entfernung der reellen Spiegelbilder direct messen kann. Man bedient dazu sich am besten der in §. 13 beschriebenen optischen Bank, welche daselbst als Photometerbank bezeichnet wurde. Der Hohlspiegel S (Fig. 92) entwerfe von der beleuchteten Millimeterscala L (man benutzt

Fig. 92.



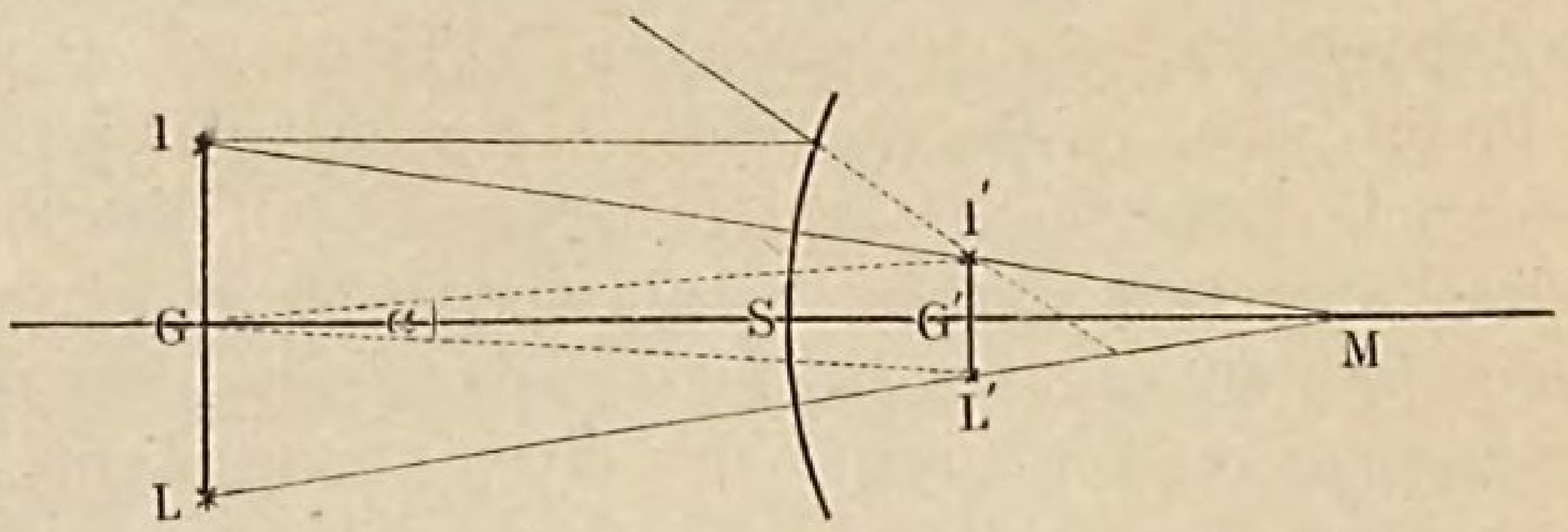
dazu am besten einen von hinten beleuchteten Glasmaassstab) ein deutliches vergrössertes Bild L' auf einem weissen Papier- oder besser Gypsschirm p. Misst man die Entfernungen $s = LS$ und $s' = L'S$ längs der optischen Bank, so ergiebt die Formel für die Scheitelabstände s und s' den Werth von r. Hat man ausserdem die Grösse des Objectes und Bildes gemessen, so folgt aus der Formel für die Bildgrössen entweder aus s der Werth von s' oder umgekehrt und somit wieder durch die Formel für die Scheitelabstände der Krümmungsradius r.

Ungenauer als diese Methode, welche sich für beliebige Entfernungen s wiederholen lässt, also Controlbeobachtungen gestattet, ist die folgende. Man sucht mittelst eines Papierschirmes diejenige Stelle vor dem Hohlspiegel, wo letzterer ein deutliches Bild der Sonne entwirft, und misst die Entfernung dieser Stelle vom Spiegel. Diese Strecke ist gleich der Hälfte des gesuchten Radius, da das Bild der Sonne in der Brennebene entsteht.

Da der Convexspiegel nur virtuelle Bilder entwirft und auch sein Brennpunkt virtuell ist, so bedient man sich zur experimentellen Bestim-

mung seines Radius der folgenden Methode. Man stellt zwei leuchtende Punkte L und l (Fig. 93), etwa von hinten beleuchtete enge Blenden, in einem Pappschirm so auf, dass ihre Verbindungslinie $L\,l$ senkrecht zur

Fig. 93.



Spiegelaxe $G\,S\,M$ steht. Von l bezw. L werde ein virtuelles Bild in l' bezw. L' entworfen; dann erblickt ein in G befindliches Auge bei G' das Bildchen $L'\,l'$ gerade so, als ob daselbst ein selbstleuchtendes Object wäre. Kennt man die Strecke $G\,G'$ und den Winkel $\alpha = l'\,G\,L'$, unter dem das Bildchen von G aus erscheint, so ist (sehr nahe) $tg\,\frac{\alpha}{2} = \frac{L'\,l'}{2\,G\,G'}$, und da laut Gleichung 21, §. 47 $\frac{L'\,l'}{L\,l} = \frac{S\,G'}{G\,S}$ ist, so folgt:

$$\frac{G\,G'\,.\,tg\,\alpha}{L\,l} = \frac{S\,G'}{S\,G}.$$

Nun ist aber $G\,G' = S\,G + S\,G'$, also erhalten wir schliesslich:

$$S\,G' = \frac{tg\,\alpha\,.\,S\,G^2}{L\,l - tg\,\alpha\,.\,S\,G}.$$

Die Strecken $L\,l$ und $S\,G$ kann man direct messen. Den Winkel α bestimmt man mittelst eines bei G um messbare Winkel drehbaren Fernrohres; man bedient sich dazu des Goniometers oder Spectrometers (siehe Cap. 4), bei welchem die Drehung eines Fernrohres an einem Theilkreise abgelesen werden kann.

Um die Krümmungsradien der Hornhaut und der Linsenflächen des menschlichen Auges zu messen, bediente sich Helmholtz zur Bestimmung des Winkels α seines Ophthalmometers (beschrieben in Helmholtz, Physiologische Optik, und von A. König in Zeitschr. f. Instrumentenkunde, 1884). Dasselbe erlaubt auch dann noch die Grösse des kleinen, virtuellen Bildchens zu bestimmen, wenn, wie es beim Auge der Fall ist, die spiegelnde Fläche unruhig hin und her schwankt.

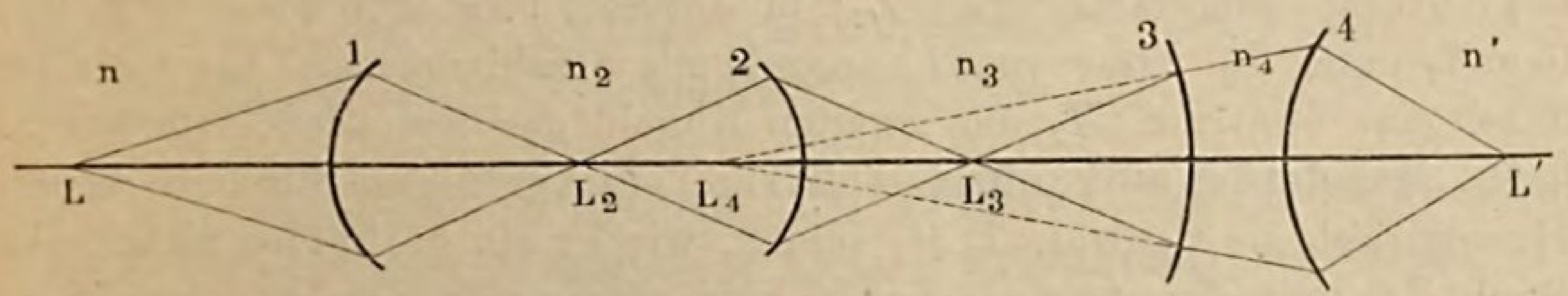
B. Brechung an beliebig vielen Kugelflächen mit gemeinschaftlicher Axe (centrirtes System).

Existenz einer Abbildung durch ein centrirtes System brechender Kugelflächen. 55 Unter einem centrirten optischen System versteht man eine Anzahl brechender Kugelflächen, deren Mittelpunkte alle in einer geraden Linie, der optischen Axe des Systems, liegen. Die brechende Fläche, auf welche das von links kommende Licht fällt, ist die erste; das Medium, welches links von der ersten brechenden Fläche, d. h. vor derselben liegt, heisst das erste oder vordere Medium; das zwischen der ersten und zweiten Kugelfläche gelegene heisst das zweite u. s. w., das rechts von der letzten Fläche, d. h. hinter derselben gelegene das letzte oder hintere Medium. Zu einer Anzahl m brechender Flächen gehören also stets $m + 1$ brechende Medien. Es werde mit n der Brechungsindex des vorderen, mit n' derjenige des hinteren Mediums bezeichnet, während n_2, n_3 etc. den Brechungsquotienten des zweiten, dritten etc. Mediums bedeute. Zu jedem Medium werde der reelle oder virtuelle Vereinigungspunkt desjenigen Strahlenbüschels gehörig angenommen, welches factisch in dem betreffenden Medium verläuft, gleichviel wo der Vereinigungspunkt liegen mag.

Wir wollen zunächst zeigen, dass homocentrische, von leuchtenden Punkten im vorderen Medium ausgehende Strahlen auch nach dem Durchgange durch ein centrirtes System brechender Kugelflächen homocentrisch sind. Vorausgesetzt werde nur, dass auch hier wie bei einer brechenden Kugelfläche alle Winkel so klein seien, dass statt der Sinus und Tangenten die Bögen selbst gesetzt werden dürfen, d. h. dass alle wirksamen Strahlen die brechenden Flächen immer nahezu senkrecht treffen. Wir betrachten also wieder nur die Brechung von Nullstrahlen.

In Fig. 94 werde zunächst ein auf der Axe liegender leuchtender Punkt L angenommen; wie wir wissen, werden die von ihm ausgehenden Lichtstrahlen nach der Brechung an einer brechenden Fläche wieder in einem Axenpunkte vereinigt. Die erste Fläche (Nr. 1) des

Fig. 94.

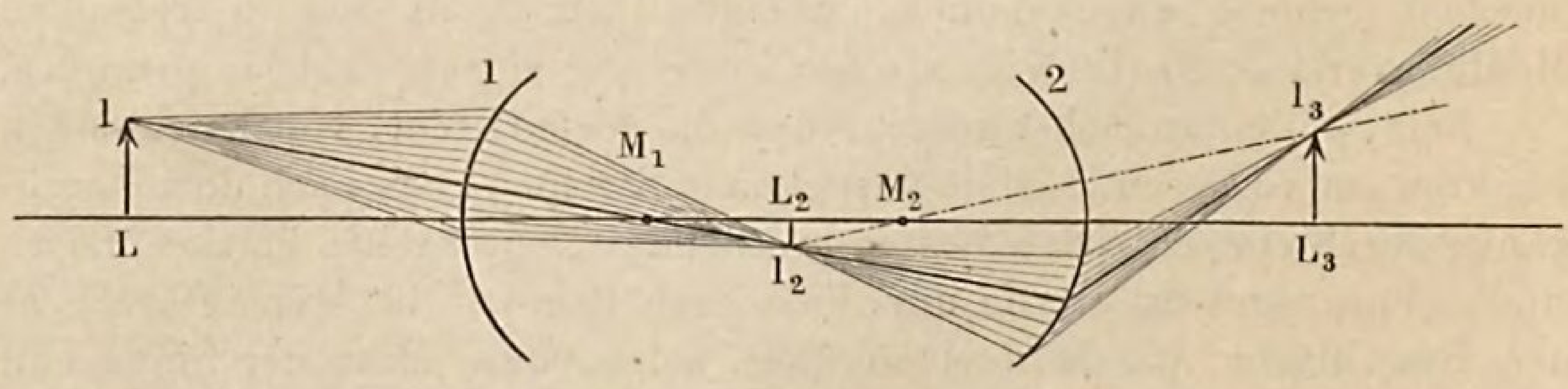


Systems wird also von L einen Bildpunkt L_2 erzeugen, welcher auf der Systemaxe gelegen ist; derselbe sei reell und liege im Medium zwischen der ersten und zweiten brechenden Fläche des Systems. Dieser Bildpunkt L_2 kann als Objectpunkt für die zweite brechende Fläche aufgefasst werden; von ihm entwirft letztere wieder einen Bildpunkt L_3 ebenfalls auf der Systemaxe; auch L_3 sei reell. So geht es von Fläche zu Fläche. Von L_3 entwerfe die Fläche 3 einen virtuellen Axenpunkt L_4; da die im Medium n_4 verlaufenden Strahlen von L_4 zu kommen scheinen, so ist letzterer Punkt gleichsam selbstleuchtender Punkt für die folgende Fläche (Nr. 4), welche von ihm wieder einen Axenpunkt erzeugt. Es bleiben also homocentrische, von einem Punkte der Axe kommende Büschel auch nach dem Durchgange durch beliebig viele brechende Flächen homocentrisch. Die im letzten Medium verlaufenden Strahlen schneiden sich wirklich oder rückwärts verlängert in einem Punkte der gemeinsamen Axe.

Dies gilt aber nicht nur für die in der Zeichnungsebene verlaufenden Strahlen, sondern wie schon aus der Rotation der Fig. 94 um die gemeinsame optische Axe ersichtlich ist, für alle im Raume von L ausfahrenden Strahlen.

Liegt der leuchtende Punkt nicht auf der gemeinsamen Axe des Systems, sondern ausserhalb derselben, z. B. in l (Fig. 95), so ist zunächst klar, dass alle von ihm ausgehenden Strahlen nach dem Durch-

Fig. 95.



gange an der ersten brechenden Fläche in einem Punkte l_2 der Centralen $l\,M_1$ zusammentreffen, welche den Punkt l mit dem Mittelpunkte M_1 der ersten Fläche verbindet.

Es werde betont, dass dies ebenfalls für das ganze räumliche Strahlenbündel gilt, welches l aussendet. Liegt l senkrecht über L, so l_2 senkrecht über oder unter L_2; in unserem speciellen Falle (Fig. 95) liegt l_2 unter L_2. Das von l_2 ausgehende Strahlenbüschel hat keinen durch das Centrum M_2 der zweiten Kugelfläche gehenden Hauptstrahl $l_2\,M_2$. Man darf es aber auffassen als Theil eines grösseren Büschels, dessen Hauptstrahl die Centrale $l_2\,M_2$ bildet, wie es ein selbstleuchtender Punkt l_2 aussenden würde. Von diesem wissen wir, dass es seinen Vereinigungspunkt auf der Centralen $l_2\,M_2$ in l_3 hat, wobei $l_3\,L_3$ senkrecht zu $M_1\,M_2$ steht, da $l_2\,L_2 \perp M_1\,M_2$ gerichtet ist. Demnach muss auch das Theilstrahlenbüschel, welches von dem durch Fläche 1 entworfenen

Bildpunkte l_2 kommt und in Fig. 95 schraffirt ist, seinen Vereinigungspunkt in l_3 haben; es bleibt also das von einem ausseraxialen Punkte l_2 herrührende körperliche Strahlenbüschel auch nach der zweiten Brechung homocentrisch. Dies gilt von jeder folgenden Brechung, so dass hiermit ganz allgemein bewiesen ist, dass homocentrische Strahlen nach dem Durchgange durch ein centrirtes optisches System im letzten Medium homocentrisch verlaufen, auch wenn der Objectpunkt seitlich von der Axe liegt. **Es besteht also eine punktweise Abbildung der beiden durch das System getrennten Räume.**

Es werde der Raum vor dem System wieder als vorderer oder Objectraum, der Raum hinter dem System als hinterer oder Bildraum bezeichnet.

Gegenseitiges Entsprechen der durch ein optisches System getrennten Räume. 56 Durch die Betrachtung im vorigen Paragraphen ist gleichzeitig erwiesen, dass ein senkrecht zur Systemaxe gelegenes Object nach jeder Brechung einem ebenfalls zur Axe senkrechten Bilde conjugirt ist. Es gilt also auch für das ganze System wie früher für eine brechende Fläche die Regel:

> Senkrecht zur Systemaxe gelegene Querschnitte des Objectraumes werden in wieder senkrechten Querschnitten abgebildet.

Es werde wieder der im Objectraume gelegene Querschnitt als die „Objectebene“, der zu ihm conjugirte Querschnitt als die „Bildebene“ bezeichnet. Die Strahlenbüschel, welche sich in den Punkten der Bildebene reell oder rückwärts verlängert schneiden, verlaufen stets im Bildraume, während die Bildebene selbst ihren Ort im Objectraume haben kann. Aber ebenso wie man den Vereinigungspunkt L_4 (Fig. 94) zum Medium n_4 gehörig betrachten muss, ebenso gehört die Bildebene stets dem Bildraume an, wo sie auch liegen mag, weil eben die den Bildpunkt bildenden Büschel im Bildraume verlaufen.

An einer brechenden Fläche hatten wir bewiesen, dass für jedes Paar von conjugirten Querschnitten sowohl die Lateral- wie die Angularvergrösserung einen constanten Werth hat, welches Punktepaar man auch betrachten mag. Da auch dieser Satz von Fläche zu Fläche angewandt werden kann, so erhalten wir ferner folgende wichtige Regel:

> In jedem Paar in Bezug auf ein optisches System conjugirter Querschnitte ist die Lateral- und die Angularvergrösserung constant.

Beziehung zwischen der Lateralvergrösserung und der Winkelvergrösserung eines optischen Systems (Lagrange-Helmholtz'sche Gleichung). 57 Bezeichnet man die Winkel, welche ein Strahl beim Durchgange durch ein System brechender Kugelflächen mit der Axe im ersten, zweiten, dritten u. s. w. letzten

Medium bildet, mit u, u_2, u_3 etc. u', die entsprechenden Bildgrössen in den Schnittpunkten dieses Strahles mit der Axe aber mit y, y_2, y_3 etc. y', so gilt gemäss der von Lagrange für eine Fläche bewiesenen Gleichung 11 (§. 43) successive für ein System von z. B. sechs einzelnen Kugelflächen:

$$\frac{y_2}{y} \cdot \frac{tg\,u_2}{tg\,u} = \frac{n}{n_2} \text{ (Fläche 1)}$$

$$\frac{y_3}{y_2} \cdot \frac{tg\,u_3}{tg\,u_2} = \frac{n_2}{n_3} \text{ (Fläche 2)}$$

$$\frac{y_4}{y_3} \cdot \frac{tg\,u_4}{tg\,u_3} = \frac{n_3}{n_4} \text{ (Fläche 3)}$$

.

$$\frac{y'}{y_6} \cdot \frac{tg\,u'}{tg\,u_6} = \frac{n_6}{n'} \text{ (Fläche 6).}$$

Durch Multiplication der linken und rechten Seiten aller Gleichungen erhält man die Gleichung:

$$\frac{y'}{y} \cdot \frac{tg\,u'}{tg\,u} = \frac{n}{n'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26)$$

wo jetzt $\frac{y'}{y}$ die Lateralvergrösserung und $\frac{tg\,u'}{tg\,u}$ die Angularvergrösserung in Bezug auf das ganze System bedeutet, und n und n' die Brechungsindices des vorderen und hinteren Mediums sind. Die oft auch in folgender Form geschriebene Gleichung:

$$\boldsymbol{y' \,.\, n' \,.\, tg\,u' = y \,.\, n \,.\, tg\,u} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26\,a)$$

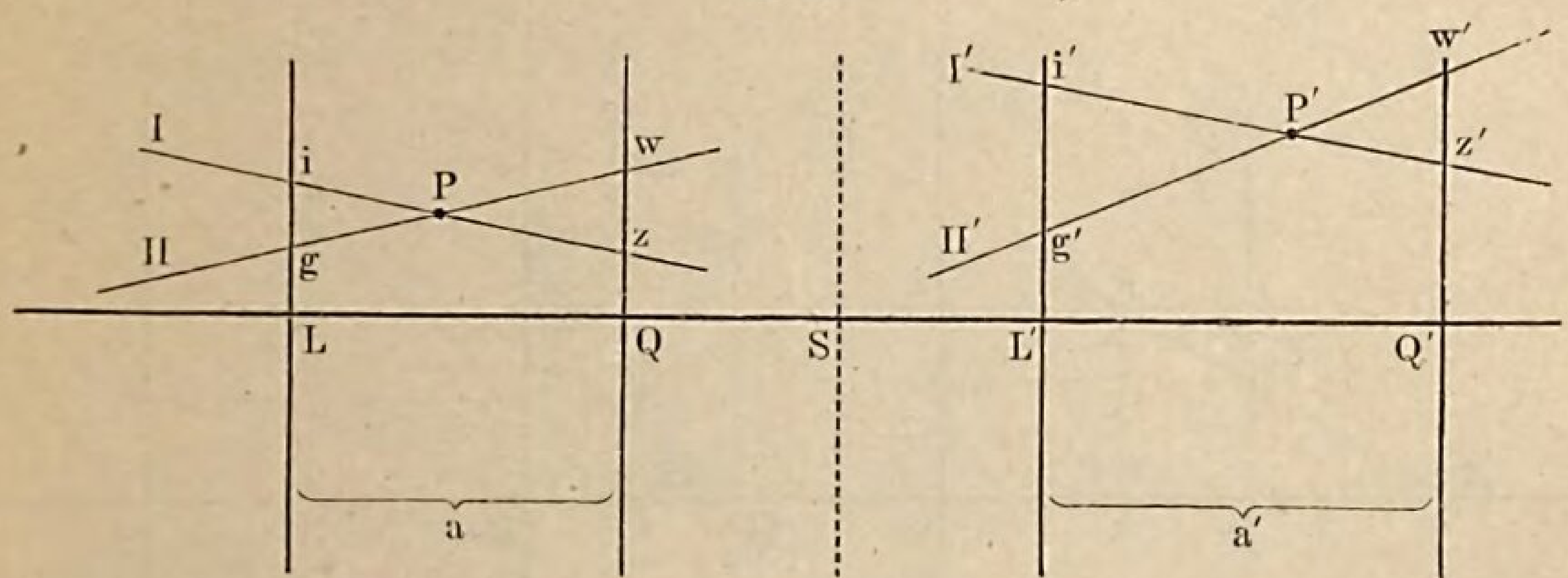
wurde zuerst von Helmholtz für ein System abgeleitet. Sie stimmt in der Form genau mit der von Lagrange für eine Fläche aufgestellten Gleichung 11 (§. 43) überein.

Mittelst der bisher für ein System aufgestellten Gesetze gelingt es nach dem Vorgange von Abbe leicht, alle Beziehungen abzuleiten, welche zwischen conjugirten Punkten beziehungsweise Querschnitten in den durch ein System getrennten Räumen stattfinden müssen, ohne speciell die Lage und die näheren Eigenschaften der einzelnen Kugelflächen oder das Gesetz der Brechung beziehungsweise Spiegelung zu kennen. Es werde hinfort nur vorausgesetzt, dass sich das Licht geradlinig fortpflanze, d. h. dass wir es mit Lichtstrahlen zu thun haben (vergl. §. 3).

58 **Abbildung eines beliebigen Punktes.** Im Objectraume sei gegeben die Lage und Entfernung a (Fig. 96) zweier Querschnitte L und Q; im Bildraume die Lage und Entfernung a' der zu L und Q conjugirten Querschnitte L' und Q'. Ausserdem sei gegeben die Lateralvergrösserung $v_1 = \frac{y_1'}{y_1}$ in dem Ebenenpaar L und L' und die Lateral-

vergrösserung $v_2 = \frac{y_2'}{y_2}$ in dem Ebenenpaar Q und Q'. Damit ist die gesammte Abbildung bestimmt. Es schneide z. B. der beliebige Strahl I die Objectebenen in den Punkten i und z. Mittelst der Werthe v_1 und v_2 findet man dann die zu i und z conjugirten Punkte i' und z' und somit den zu I conjugirten Strahl I' als Verbindungslinie von i' und z'. Schneidet ein zweiter Strahl II die Objectebenen in g und w, so erhält man wieder mittelst v_1 und v_2 die conjugirten Punkte g' und w'

Fig. 96.



und somit Strahl II'. Der Schnittpunkt P der beiden Eintrittsstrahlen I und II muss sowohl auf dem Strahle I' wie auf II' liegen, d. h. es ist der Schnittpunkt P' der beiden Austrittsstrahlen I' und II' der zu P conjugirte Punkt. Da aber jeder Punkt des Objectraumes als Schnittpunkt zweier die Querschnitte L und Q schneidenden Strahlen aufgefasst werden kann, so kann man zu jedem Objectpunkte seinen Bildpunkt finden. Es ist also die ganze Abbildung bestimmt, wenn sie in zwei Paaren conjugirter Querschnitte gegeben ist, deren Lage bekannt ist.

Existenz von Brennpunkten (teleskopisches System als Ausnahmefall). Statt der beliebig gerichteten, durch P gelegten Strahlen I und II wollen wir den Punkt P abbilden mittelst zweier Strahlen, deren Richtungen durch folgende Bestimmung festgelegt seien: 59

Es laufe Strahl I (Fig. 97, a. f. S.) parallel zur Axe, während der Strahl II so gerichtet sei, dass sein conjugirter Strahl II' im anderen Raume zur Axe parallel laufe; zu Strahl I gehöre der Strahl I', welcher die Axe im Punkte B' und unter dem Winkel u' schneide; da die Ebenen L' und Q' conjugirt sind zu L und Q, so auch die Punkte i', z' zu den Punkten i, z und g', w' zu g, w. Der Strahl II schneide die Axe des Objectraumes im Punkte B und unter dem Winkel u. Da für das Ebenenpaar L und L' bezw. Q und Q' die Lateralvergrösserung gleich v_1 bezw. v_2 ist, so gilt zunächst:

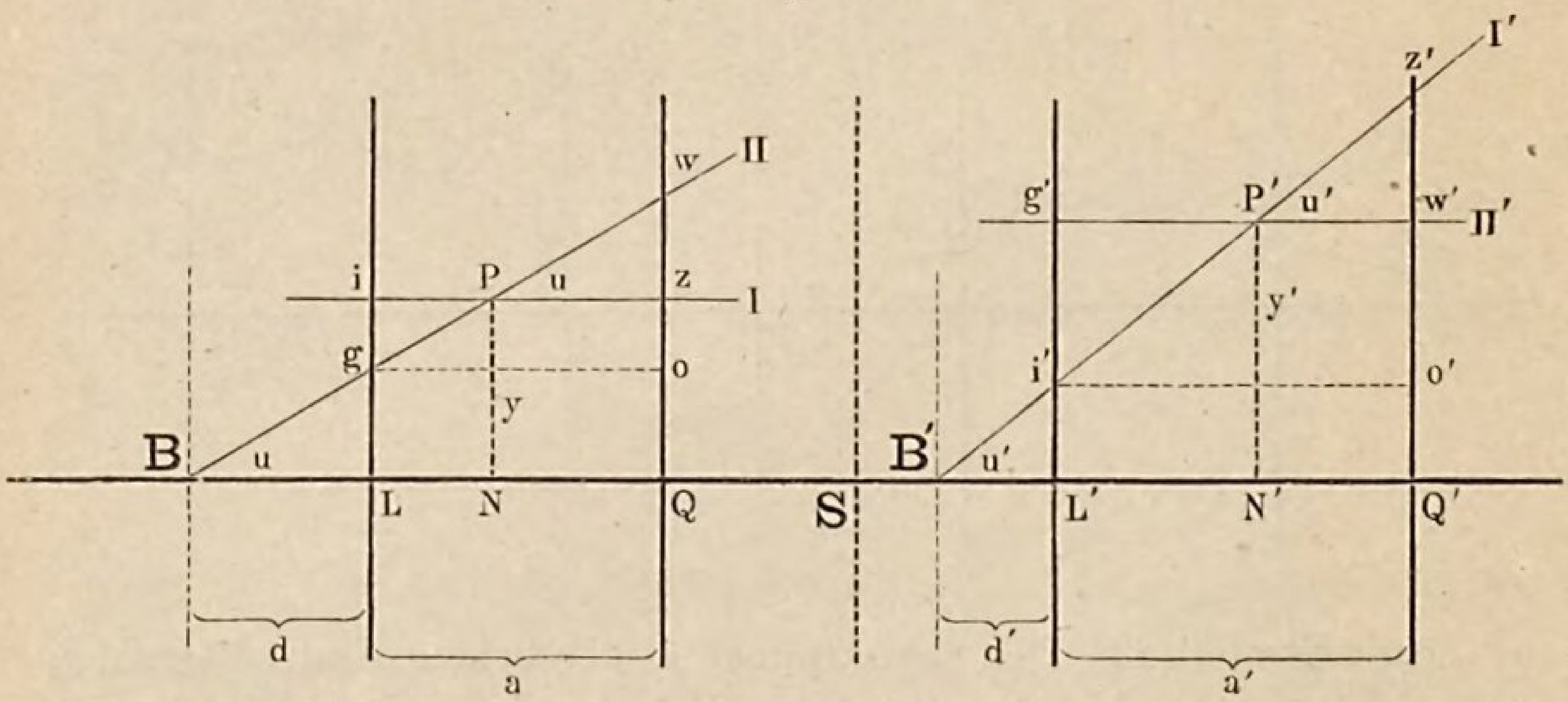
$$\frac{y_1'}{y_1} = v_1 \quad \text{und} \quad \frac{y_2'}{y_2} = v_2;$$

bei der besonderen Wahl der Strahlen ist für den Strahl I im Objectraume $iL = zQ$, also auch $y_1 = y_2$ zu setzen.

Da aber auch $iL = zQ = PN$ gilt, so wollen wir für den Strahl I hinfort $y_1 = y_2 = y$ setzen, so dass wir erhalten:

$$\frac{y_1'}{y} = v_1 \qquad \frac{y_2'}{y} = v_2 \qquad \text{oder} \qquad \frac{y_2'}{y_1'} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Fig. 97.



Es sei die Strecke $BL = d$ und $LQ = a$; entsprechend $B'L' = d'$ und $L'Q' = a'$. Aus den ähnlichen Dreiecken $B'L'i'$ und $i'o'z'$, wo Strecke $i'o' \parallel L'Q'$ ist, folgt:

$$\frac{B'L'}{i'L'} = \frac{i'o'}{o'z'} = \frac{L'Q'}{Q'z' - Q'o'} = \frac{L'Q'}{Q'z' - i'L'},$$

oder die Zeichen für die verschiedenen Strecken eingesetzt:

$$\frac{d'}{y_1'} = \frac{a'}{y_2' - y_1'}, \quad \text{oder} \quad d' = a' \frac{y_1'}{y_2' - y_1'} = a' \frac{1}{\frac{y_2'}{y_1'} - 1},$$

also:

$$d' = a' \cdot \frac{1}{\frac{v_2}{v_1} - 1} = a' \frac{v_1}{v_2 - v_1} \quad \ldots \ldots \quad 27)$$

Analog erhalten wir für den Strahl II, da dessen conjugirter Strahl II' parallel zur Axe im Bildraume verläuft:

$$g'L' = w'Q'$$

also

$$y_1' = y_2'$$

und da jetzt

$$g'L' = w'Q' = P'N'$$

ist, so gilt für das conjugirte Strahlenpaar II und II':

$$y_1' = y_2' = y',$$

also auch

$$y_1 = \frac{y'}{v_1} \quad \text{und} \quad y_2 = \frac{y'}{v_2}$$

oder

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{v_1}{v_2};$$

aus den ähnlichen Dreiecken BgL und gow, wo $go \parallel LQ$ ist, folgt:

$$\frac{BL}{gL} = \frac{gO}{ow} = \frac{LQ}{wQ - gL}$$

oder:

$$\frac{d}{y_1} = \frac{a}{y_2 - y_1},$$

also:

$$d = a \frac{y_1}{y_2 - y_1} = a \frac{1}{\frac{y_2}{y_1} - 1}$$

und schliesslich:

$$\boldsymbol{d = a \frac{v_2}{v_1 - v_2} = - a \frac{v_2}{v_2 - v_1}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 27\text{a})$$

Die Gleichungen 27 und 27a lehren, dass die Schnittweite d' des Strahles I' im Bildraume unabhängig von der Schnitthöhe y des conjugirten Strahles I im Objectraume und dass analog d unabhängig von y' ist.

In welchem Abstande von der Axe die ihr parallelen Strahlen I im Objectraume auch laufen, stets schneiden die zu ihnen conjugirten Strahlen I' die Axe im Bildraume in gleicher Entfernung d' vom Orte der festen Ebene L', d. h.:

> Alle parallel zur Axe im Objectraume verlaufenden Strahlen schneiden sich in einem Axenpunkte des Bildraumes (hinterer Brennpunkt) und alle von einem ganz bestimmten Axenpunkte des Objectraumes (vorderer Brennpunkt) ausgehenden Strahlen sind im Bildraume parallel zur Axe gerichtet.

Hiermit ist die Existenz von **Brennpunkten** nachgewiesen, denn es entspricht der Punkt B bezw. B' dem unendlich entfernten Punkte des Bild- bezw. Objectraumes; beide Punkte sind also begrifflich identisch mit den an einer brechenden Fläche eingeführten Brennpunkten. Unser Beweis ist für ein beliebiges brechendes, also auch spiegelndes optisches System gültig. Nur eine Voraussetzung ist stillschweigend gemacht worden, dass nämlich $v_2 \gtrless v_1$ ist, d. h. dass die Lateralvergrösserung von Ebenenpaar zu Ebenenpaar variirt. Nur in diesem Falle bleibt der Nenner $v_2 - v_1$ in den Gleichungen 27 für d und d'

von Null verschieden und somit d und d' selbst. Ist jedoch $v_2 = v_1$, so wird $d = \infty$ und $d' = \infty$, d. h. es liegen die Brennpunkte im Unendlichen, oder zur Axe parallele Strahlen im Objectraume verlaufen im Bildraume wieder parallel zur Axe, so dass die Lateralvergrösserung in allen conjugirten Ebenenpaaren constant ist. Ein solches optisches System nennt man daher ein „**teleskopisches**"; dasselbe tritt bei unserer Betrachtungsweise sogleich als ein ganz besonderer Fall aus den allgemeinen optischen Systemen heraus und bedarf einer besonderen Erörterung (siehe später §. 74).

Bei ungleicher Grösse von v_1 und v_2 giebt es also stets je einen Brennpunkt in jedem Abbildungsraume, aber auch nur je einen.

60 **Einführung der Brennweiten.** Andererseits gilt im Dreieck $i'o'z'$ (Fig. 97):

$$tg\, z'i'o' = \frac{o'z'}{o'i'},$$

oder, da der Winkel bei i' gleich u' ist und $o'z' = y_2' - y_1'$ und $o'i' = a'$:

$$tg\, u' = \frac{y_2' - y_1'}{a'}.$$

Man multiplicire die rechte Seite oben und unten mit y, so erhält man:

$$tg\, u' = \frac{y}{a'}\left(\frac{y_2'}{y} - \frac{y_1'}{y}\right),$$

worin laut §. 59 $y_2'/y = v_2$ und $y_1'/y = v_1$ ist, so dass wir erhalten:

$$\frac{y}{tg\, u'} = \frac{a'}{v_2 - v_1} = F' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 28)$$

wo F' eine Constante in Bezug auf das gegebene optische System ist, und aus den gegebenen Grössen berechnet werden kann. Diese Gleichung heisst in Worten:

> Zwischen dem senkrechten Abstande (y) eines axenparallelen Strahles im Objectraume und der Tangente desjenigen Winkels (u'), unter welchem sein conjugirter Strahl die Axe schneidet, besteht für jedes optische System ein constantes Verhältniss.

Man bezeichnet die Constante F' als die „**hintere Brennweite**" oder die **Brennweite des Bildraumes.**

Analoges gilt für den im Bildraume verlaufenden axenparallelen Strahl II'; es ist laut Fig. 97:

$$tg\, u = \frac{w\,o}{o\,g} = \frac{y_2 - y_1}{a}$$

oder Zähler und Nenner mit y' multiplicirt:

$$tg\,u = \frac{y'}{a}\left(\frac{y_2}{y'} - \frac{y_1}{y'}\right),$$

worin laut §. 59

$$\frac{y_2}{y'} = \frac{1}{v_2} \text{ und } \frac{y_1}{y'} = \frac{1}{v_1} \text{ ist,}$$

so dass wir erhalten:

$$\frac{y'}{tg\,u} = a\,\frac{v_1\,v_2}{v_1 - v_2} = F \quad \cdots\cdots\cdots \quad 28\,a)$$

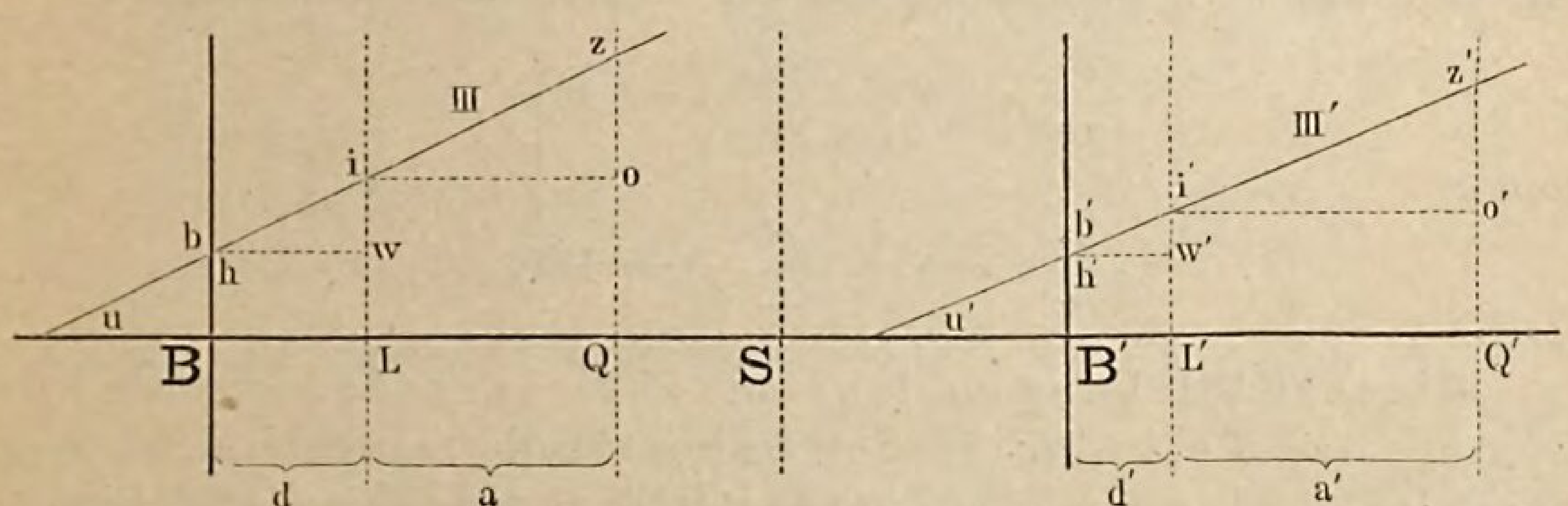
oder in Worten:

Zwischen dem senkrechten Abstande (y') eines axenparallelen Strahles im Bildraume und dem Neigungswinkel (u) des zugeordneten Eintrittsstrahles gegen die Axe besteht ein constantes Verhältniss.

Die Constante F, welche wiederum aus den gegebenen Grössen berechnet werden kann, bezeichnet man als die „**Brennweite des Objectraumes**“ oder als die „**vordere Brennweite**“.

Einführung der Brennebenen oder Unstetigkeitsebenen. 61 Es werde durch die beiden im §. 59 bestimmten Brennpunkte B und B' (Fig. 98) je eine zur Axe senkrechte Ebene gelegt und be-

Fig. 98.



züglich als die vordere Brennebene und hintere Brennebene bezeichnet. Es soll die Eigenschaft dieser Ebenen bestimmt werden. Dazu bilden wir einen beliebigen Strahl III ab, welcher die Axe unter dem Winkel u und die vordere Brennebene in der Höhe h schneidet. Sind i und z die Schnittpunkte des Strahles III mit den festen Querschnitten L und Q des Objectraumes, so findet man mittelst v_1 und v_2 wieder die conjugirten Schnittpunkte i' und z' in den Querschnitten L' und Q' und damit den zu III conjugirten Strahl III'. Letzterer treffe die Axe unter dem Winkel u' und schneide die Brennebene des Bildraumes in der Höhe h' im Punkte b'.

Zieht man $i\,o$ und $b\,w$ parallel zur Axe, ebenso $i'\,o'$ und $b'\,w'$, so verhält sich:

$$\frac{o'z'}{i'w'} = \frac{i'o'}{b'w'} \quad \text{und} \quad \frac{oz}{iw} = \frac{io}{bw};$$

wie leicht aus der Figur 98 ersichtlich ist, kann für diese Gleichungen geschrieben werden:

$$\frac{y_2' - y_1'}{y_1' - h'} = \frac{a'}{d'} \quad \text{und} \quad \frac{y_2 - y_1}{y_1 - h} = \frac{a}{d}.$$

Laut der Gleichungen des Paragraphen 59 gilt:

$$\frac{a}{d} = \frac{v_1 - v_2}{v_2} \quad \text{und} \quad \frac{a'}{d'} = \frac{v_2 - v_1}{v_1},$$

so dass wir erhalten:

$$\frac{y_2' - y_1'}{y_1' - h'} = \frac{v_2 - v_1}{v_1} \quad \text{und} \quad \frac{y_2 - y_1}{y_1 - h} = \frac{v_1 - v_2}{v_2}.$$

Laut Annahme ist:

$$y_2' = y_2 \cdot v_2$$
$$y_1' = y_1 \cdot v_1;$$

setzen wir diese Werthe in obige Gleichungen ein und beachten, dass gemäss der Figur

$$y_2' - y_1' = a' \,.\, tg\, u'$$
$$y_2 - y_1 = a \,.\, tg\, u$$

ist, so erhalten wir schliesslich aus den vorstehenden Gleichungen:

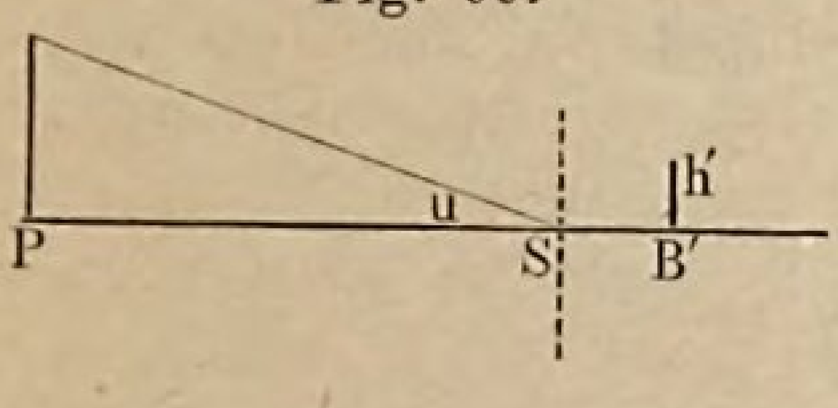
$$\left.\begin{aligned} \frac{h'}{tg\,u} &= a \cdot \frac{v_1 v_2}{v_1 - v_2} = F \\ \text{und} \qquad & \\ \frac{h}{tg\,u'} &= a \cdot \frac{a'}{v_2 - v_1} = F' \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 29)$$

Diese Gleichungen lehren, dass in jedem optischen System das Verhältniss der Schnitthöhe eines beliebigen Strahles in der Brennebene des Bildraumes (bezw. Objectraumes) zu der Tangente seines Neigungswinkels im Objectraume (bezw. Bildraume) gegen die Axe eine Constante ist. Letztere haben dieselben Werthe wie die Verhältnisse $\frac{y'}{tg\,u}$ und $\frac{y}{tg\,u'}$ des § 60. Wir haben hier also eine allgemeinere Bedeutung der Brennweiten F' und F gewonnen. In Folge der Constanz von $\frac{h'}{tg\,u}$ und $\frac{h}{tg\,u'}$ hängt die Schnitthöhe eines Strahles in der Brennebene des einen Raumes nur ab vom Axenwinkel des conjugirten Strahles im anderen Raume. Alle unter demselben Axenwinkel u einfallenden Strahlen schneiden die hintere Brennebene also in einem und demselben Punkte b' im Abstande h' von der Axe; alle von einem Punkte b der vorderen Brennebene im Abstande h von der Axe ausgegangenen Strahlen ver-

lassen das optische System einander parallel, und zwar unter dem Winkel u' gegen die Axe geneigt. Zwischen den Grössen h, h', u und u' bestehen die Gleichungen 29). Die Punkte der Brennebenen haben also die Eigenschaft, dass sich in ihnen die parallelen Strahlenbündel vereinigen, d. h. sie sind den unendlich fernen Punkten conjugirt. Die Brennebenen selbst haben also ihr Bild im Unendlichen; man nennt sie daher auch Unstetigkeitsebenen. Dieselben spielen bei der Abbildung eine wichtige Rolle. Ebenso die durch die Gleichung 29 definirten Brennweiten. Die Zahlenwerthe von F und F' sind für die verschiedenen Arten optischer Systeme von einander verschieden, stets aber bleibt die gegebene Definition und Bedeutung der Brennweiten die gleiche. Es kann der Quotient $\frac{h'}{tg\,u}$ und $\frac{h}{tg\,u'}$ aber noch anders ausgelegt werden. Davon handle der folgende Paragraph.

Definition der Brennweiten nach Gauss. Es sei in P 62 ein vom System S (Fig. 99) unendlich entferntes Object, z. B. die Sonne.

Fig. 99.



Die von jedem Sonnenpunkte ausgehenden Strahlen können als einander parallel angesehen werden. Es fallen also lauter Strahlencylinder auf das System S auf, welche in den verschiedenen Punkten der hinteren Brennebene B' vereinigt werden. So entsteht somit in B' ein kleines Sonnenbild. Die Grösse desselben sei h', während der Winkel, welchen die äussersten Strahlencylinder mit der Axe bilden, gleich u sei. Dann ist die vordere Brennweite $\left(\text{gleich } \frac{h'}{tg\,u}\right)$ gleich der Grösse des Sonnenbildchens, getheilt durch die Tangente des Winkels, unter welchem die Sonne vom System aus erscheint. Letzterer Winkel heisst der Sehwinkel oder die scheinbare Grösse. Man kann also die Brennweite auch definiren, wie folgt:

Die vordere Brennweite ist das Verhältniss der Bildgrösse eines unendlich entfernten Objectes zur Tangente des Sehwinkels, unter dem das Object vom optischen System aus gesehen wird.

Analog ergiebt sich:

Die hintere Brennweite ist das Verhältniss eines Objectes in der vorderen Brennebene zur Tangente der scheinbaren Grösse seines im Unendlichen befindlichen Bildes.

Man bezeichnet diese Quotienten mit dem Namen Brennweite, d. h. man vergleicht sie mit einer Strecke, weil sie bei einer brechen-

den Kugelfläche in der That identisch sind mit dem Abstande des Brennpunktes vom Scheitel der Kugelfläche (siehe später §. 69).

63 **Allgemeinste Form der Abbildungsgleichungen in einem optischen System.** Nachdem wir nachgewiesen haben, dass es in jedem optischen Systeme (mit Ausnahme des teleskopischen) Brennebenen giebt, deren Lagen aus den gegebenen Constanten gefunden werden, wollen wir die Maassbeziehungen aufstellen, welche zwischen den Punkten des Object- und Bildraumes bestehen. Wir gehen hierzu zum §. 59 zurück und benutzen die dort gebrauchte Fig. 97. Es soll eine Formel gefunden werden, welche aus der Lage des Punktes P diejenige des zu P conjugirten Punktes P' zu berechnen gestattet. Gegeben seien wieder die Lage der festen Ebenenpaare L, L' und Q, Q', sowie die Vergrösserungsverhältnisse v_1 und v_2. Nach dem Bisherigen sind uns dann aus den Gleichungen $d' = a' \dfrac{v_1}{v_2 - v_1}$ und $d = a \dfrac{v_2}{v_1 - v_2}$ auch die Oerter der beiden Brennpunkte B' und B gegeben. Wir wollen von diesen Punkten aus die Strecken auf der Axe rechnen und zwar wieder positiv im Sinne der Lichtfortpflanzung, negativ im umgekehrten Sinne; ebenfalls werde der senkrechte Abstand y oder y' eines Punktes P bezw. P' positiv oder negativ in Rechnung gebracht, je nachdem derselbe ober- oder unterhalb der Axe liegt. Es ist also der Punkt P gegeben durch die Coordinaten

$$P\,N = y \quad \text{und} \quad N\,B = x.$$

Aus ihnen muss mit Hülfe der gegebenen Grössen der Werth der Coordinaten

$$P'N' = y' \quad \text{und} \quad N'B' = x'$$

des zu P conjugirten Punktes P' berechnet werden können.

Laut Gleichung 28a) ist nun:

$$y' = F\,.\,tg\,u;$$

andererseits folgt aus $\triangle\, B\,P\,N$:

$$tg\,u = y/x,$$

also wird:

$$y' = y \cdot \frac{F}{x} \quad \cdots\cdots\cdots \quad 30\text{a})$$

Es ist also die Ordinate des conjugirten Punktes P' proportional derjenigen des Objectpunktes P; andererseits lässt sich das Verhältniss y'/y für jede Entfernung x des Objectpunktes berechnen, da ja F eine Constante des Systems ist, welche aus den gegebenen Grössen durch Rechnung gefunden wird.

Im Dreieck $B'\,P'\,N'$ ist nun:

$$tg\,u' = \frac{y'}{x'},$$

also:

$$x' = y'/tg\,u',$$

worin laut Gleichung 28, §. 60 $tg\,u' = y/F'$ ist; da y' berechnet und y gegeben, F' aber eine gefundene Constante des Systems ist, so ist auch der Axenabstand x' des zu P conjugirten Punktes P' bekannt. Aus den beiden letzten Gleichungen folgt:

$$x' = \frac{y'}{y} \cdot F',$$

also:

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{F'},$$

welche Gleichung im Verein mit der Gleichung $\frac{y'}{y} = \frac{F}{x}$ ergiebt:

und

$$\left.\begin{aligned} x\,x' &= F\,F' \\ \frac{y'}{y} &= \frac{F}{x} = \frac{x'}{F'} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 30)$$

Diese beiden Gleichungen stellen alle Abbildungsverhältnisse dar, welche in einem optischen centrirten Systeme möglich sind.

Durch sie ist man im Stande, aus den Coordinaten x, y des Objectpunktes in Bezug auf den vorderen Brennpunkt die Coordinaten x' y' des Bildpunktes zu bestimmen in Bezug auf den hinteren Brennpunkt als Coordinatenanfang, falls die Lage der Brennpunkte und die Grösse der Brennweiten auch ihrem Vorzeichen nach bekannt sind. Diese unseren Gleichungen 30 zu Grunde liegenden Constanten sind aber leicht experimentell zu bestimmen. Hierüber siehe §. 84. Gleichzeitig sind unsere Abbildungsgleichungen von der einfachsten Form. Uebrigens sind dieselben identisch mit den für eine einzige brechende Kugelfläche abgeleiteten Gleichungen (vergl. §. 46).

Die vier verschiedenen Arten der durch optische Systeme möglichen Abbildung. 64 Da die gesammte Abbildung mittelst eines centrirten optischen Systemes durch die Gleichungen $x\,x' = F\,F'$ und $\frac{y'}{y} = \frac{F}{x}$ des vorigen Paragraphen dargestellt wird, so können etwaige Unterschiede bei der Abbildung verschiedener Systeme nur durch das Vorzeichen der Constanten F und F' hervorgerufen werden. Es können F und F' alle möglichen Werthe, sowohl positive wie negative, annehmen. Setzt man der Klarheit wegen für unsere jetzige Betrachtung $F\,F' = k$, so werden unsere Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} x\,x' &= k \\ \frac{y'}{y} &= \frac{F}{x} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 31)$$

Je nach den Vorzeichen von k und F können also höchstens vier Arten von Abbildung entstehen. Es kann k positiv und negativ sein, während für jede dieser beiden Abbildungsarten F positiv oder negativ werden kann. Welches sind die Unterschiede dieser vier Abbildungsarten?

Es sei k positiv:

Dann entspricht stets einem negativen x ein negatives x' und einem positiven x ein positives x'; Object und Bild liegen stets auf gleichen Seiten der bezüglichen Brennpunkte. Da das Product $x \,.\, x'$ constant ist, so wächst x, wenn x' abnimmt und umgekehrt. Es wandern demnach Object und Bild in entgegengesetzter Richtung, d. h. geht das Object von links nach rechts, so das Bild von rechts nach links. Man nennt eine solche Abbildung rückläufig. Dieselbe tritt bei der Spiegelung von Lichtstrahlen auf (vergl. §. 49 bis 52).

Es sei k negativ:

Dann entspricht stets einem negativen x ein positives x' und umgekehrt einem positiven x ein negatives x'; Object und Bild liegen stets auf verschiedenen Seiten der zugehörigen Brennpunkte. Wegen der Constanz des Productes $x \,.\, x'$ wird dem absoluten Werthe nach x' grösser, wenn x kleiner wird und umgekehrt. Es wandern also Object und Bild gleichzeitig in derselben Richtung, d. h. wandert das Object von links nach rechts, so sein Bild ebenfalls von links nach rechts. Eine solche Abbildung heisst rechtläufig. Dieselbe tritt bei der Brechung von Lichtstrahlen ein (vergl. §. 42).

Beide Arten von Abbildung zerfallen in die gleichen Unterabtheilungen, je nachdem das Vorzeichen von F plus oder minus ist.

Es sei F positiv:

Dann entspricht positiven Werthen von x eine positive oder aufrechte Lateralvergrösserung $\left(\frac{y'}{y} > 0\right)$, dagegen einem negativen x eine verkehrte Lateralvergrösserung $\left(\frac{y'}{y} < 0\right)$. Es wird also einem Object rechts bezw. links vom vorderen Brennpunkte ein aufrechtes bezw. umgekehrtes Bild entsprechen, oder kurz:

Der Objectraum links vom Brennpunkte wird umgekehrt, der Objectraum rechts vom Brennpunkte wird aufrecht abgebildet (§. 49 Spiegelung am Hohlspiegel, §. 82 Brechung an ideellen Sammellinsen).

Man nennt so abbildende Systeme positiv oder collectiv. Dieselben vereinigen parallele Einfallsstrahlen factisch im hinteren Brennpunkte.

Es sei F negativ:

Dann entsprechen positiven Werthen von x negative Werthe der Lateralvergrösserung $\left(\frac{y'}{y} < 0\right)$, dagegen negativen Werthen von x

eine positive oder aufrechte Lateralvergrösserung. Hier entspricht also einem Object rechts bezw. links vom Brennpunkte ein umgekehrtes bezw. aufrechtes Bild, oder kurz:

Der Objectraum *links* von der vorderen Brennebene wird *aufrecht*, der Objectraum *rechts* davon wird umgekehrt abgebildet (§. 51 Spiegelung am Convexspiegel, §. 82 Brechung an ideellen *Zerstreuungslinsen*).

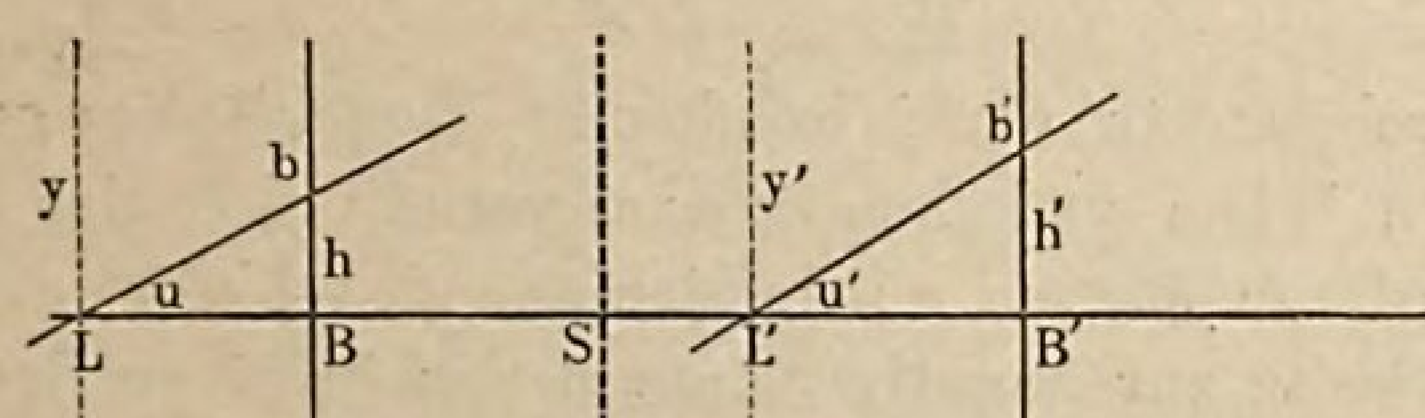
So abbildende Systeme nennt man *negativ* oder *dispansiv*. *Dieselben zerstreuen parallele Einfallsstrahlen, so dass letztere sich erst rückwärts verlängert schneiden.*

Die vier Arten von Abbildung unterscheiden sich also durch die Art des Wanderns von Object und Bild (*Spiegelung* bezw. *Brechung*) und durch die Richtung, welche das Bild gegenüber dem Object besitzt (*Collectiv-* und *Dispansivsysteme*). Bei der Spiegelung an einer Kugelfläche haben wir demgemäss zu unterscheiden zwischen den Concav- oder Hohlspiegeln (collectiv) und den Convex- oder Zerstreuungsspiegeln (dispansiv). Bei der Brechung ist eine Kugelfläche collectiv oder dispansiv, je nachdem das Centrum der Kugelfläche im dichteren oder dünneren Medium liegt.

Angularvergrösserung oder Convergenzverhältniss. 65

Es seien in Fig. 100 L und L' zwei conjugirte Punkte der Axe in Bezug auf das System S; ihr Abstand von den Brennpunkten B bezw. B' sei wieder x und x', während u bezw. u' den Neigungswinkel eines durch

Fig. 100.



L gehenden Strahles und seines conjugirten, durch L' gehenden Strahles gegen die Axe bedeute. Die Brennweiten des Systems seien F und F'. Es gilt dann ganz allgemein (§. 61):

$$F = \frac{h'}{tg\, u} \quad \text{und} \quad F' = \frac{h}{tg\, u'}.$$

Sind h und h' die Schnitthöhen $B\,b$ und $B'\,b'$ der beiden betrachteten Strahlen, so gilt:

$$h = -x \,.\, tg\, u \quad \text{und} \quad h' = x' \,.\, tg\,(-u') = -x'\, tg\, u',$$

also erhalten wir:

$$F = -x' \frac{tg\, u'}{tg\, u} \quad \text{und} \quad F' = -x \cdot \frac{tg\, u}{tg\, u'}$$

oder:

$$\frac{tg\,u'}{tg\,u} = -\frac{F}{x'} = -\frac{x}{F'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 32)$$

Hieraus folgt, dass die Angularvergrösserung $\left(\frac{tg\,u'}{tg\,u}\right)$ nur von dem Abstande x bezw. x' der conjugirten Punkte L und L' abhängt, d. h. dass die Angularvergrösserung constant ist für die verschiedenen Strahlenpaare zweier conjugirter Punkte.

Gemäss der Lagrange-Helmholtz'schen Gleichung (§. 57) gilt aber auch:

$$\frac{tg\,u'}{tg\,u} \cdot \frac{y'}{y} = \frac{n}{n'},$$

wo n und n' den Brechungsindex des Mediums vor und hinter dem System bedeuten. Verbindet man diese Gleichung mit unserer obigen Formel, so erhält man:

$$-\frac{F}{x'} \cdot \frac{y'}{y} = \frac{n}{n'} = -\frac{x}{F'} \cdot \frac{y'}{y}.$$

Laut der zweiten Abbildungsgleichung (30, §. 63) für conjugirte Ordinaten gilt ferner:

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{F'} = \frac{F}{x}.$$

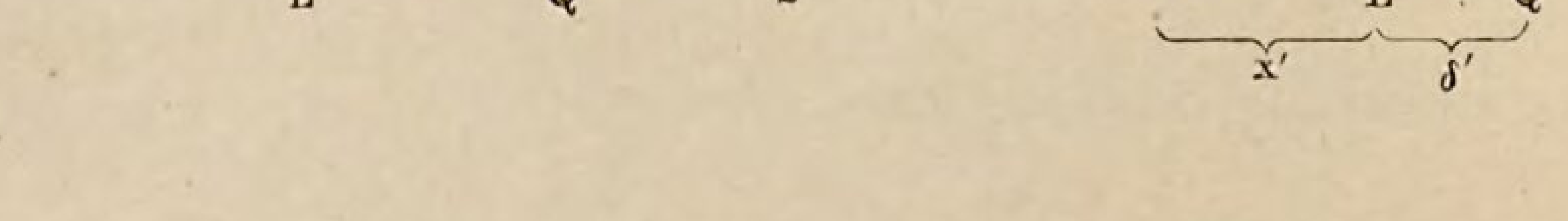
Die beiden Gleichungen zusammen ergeben also die wichtige allgemeine Beziehung:

$$\frac{n'}{n} = -\frac{F'}{F} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 33)$$

welche wir schon für *eine* brechende Kugelfläche gefunden hatten (13, §. 44). In jedem optischen System verhält sich also der Brechungsindex des vorderen Mittels zu demjenigen des hinteren Mittels wie die vordere Brennweite zur negativ genommenen hinteren Brennweite. Man kann also das Verhältniss der Brennweiten eines Systems ersetzen durch das Verhältniss der Brechungsindices. Da n und n' positive Zahlen bedeuten, so folgt aus Gleichung 33 ferner, dass *bei jedem optischen System die Brennweiten einander entgegengesetztes Vorzeichen besitzen*, ausser für die Spiegelung, wo $n' = -n$, und somit $F = F'$ ist.

66 **Axialvergrösserung (Beziehung zwischen der Axial-, Angular- und Lateralvergrösserung).** In Fig. 101 sei δ der Abstand zweier Objectebenen, δ' der Abstand der conjugirten Bild-

Fig. 101.



ebenen von einander. Wir wollen das Verhältniss $\frac{\delta'}{\delta}$ kennen lernen, wenn sich das Objectebenenpaar längs der Axe fortbewegt. Sind die Abscissen von L und L' gleich x und x', so diejenigen von Q und Q' gleich $x + \delta$ und $x' + \delta'$.

Es gilt somit:

$$x x' = F F'$$
$$(x + \delta)(x' + \delta') = F . F'.$$

Multiplicirt man die letztere Gleichung aus und subtrahirt davon die erstere, so erhält man:

$$\left.\begin{array}{l} x\delta' + x'\delta + \delta\delta' = 0 \\ \text{oder} \\ \dfrac{\delta'}{\delta} = -\dfrac{x'}{x+\delta} = -\dfrac{x'}{x\left(1+\dfrac{\delta}{x}\right)} \end{array}\right\} \quad \ldots \quad 34)$$

Man erkennt hieraus, dass im Allgemeinen das Verhältniss $\frac{\delta'}{\delta}$ noch von δ abhängig ist. Es ändert sich also $\frac{\delta'}{\delta}$ nicht nur mit x, sondern auch noch mit der Grösse des Abstandes δ der Objectebenen. Für sehr kleine Werthe von δ jedoch kann $\frac{\delta}{x}$ gegen Eins vernachlässigt werden, wodurch man erhält

$$\frac{\delta'}{\delta} = -\frac{x'}{x},$$

oder in Folge von $x x' = F . F'$:

$$\frac{\delta'}{\delta} = -\frac{F F'}{x^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 35)$$

In diesem Falle ist $\frac{\delta'}{\delta}$ nur noch von x abhängig; fasst man jetzt δ und δ' als die unendlich kleinen Zuwachse[1]) von x und x' auf, wenn man von einem conjugirten Ebenenpaar zum unendlich benachbarten übergeht, so nennt man das Verhältniss $\frac{\delta'}{\delta}$ auch die Axialvergrösserung des Systems.

Das Vorzeichen von δ' ist dasselbe wie von δ, wenn dasjenige von x und x' verschieden ist; daraus folgt, dass die Brechung eine rechtläufige, die Spiegelung eine rückläufige Abbildung ist.

[1]) Die einfache Differentiation der Gleichung $x' = \frac{F F'}{x}$ ergiebt ohne Weiteres: $\frac{d x'}{d x} = -\frac{F . F'}{x^2}$.

Beziehung zwischen der Axial-, Angular- und Lateralvergrösserung.

Multiplicirt man die rechte Seite der Gleichung 35 im Zähler und Nenner mit F, so erhält man:

$$\frac{\delta'}{\delta} = -\frac{F'}{F} \cdot \frac{F^2}{x^2}$$

Darin ist $\frac{F}{x} = \frac{y'}{y} = V$ zu setzen und $-\frac{F'}{F} = \frac{n'}{n}$; führt man für das Verhältniss $\frac{\delta'}{\delta}$ das Zeichen G ein, so wird also unsere Gleichung:

$$\left.\begin{aligned} G &= \frac{n'}{n} \cdot V^2 \\ \text{oder} \quad \frac{G}{V^2} &= \frac{n'}{n} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 36)$$

d. h. in Worten: **Die Axialvergrösserung ist an allen conjugirten Punktepaaren proportional dem Quadrat der Lateralvergrösserung.**

Dividirt man das Product aus Angular- und Axialvergrösserung durch die Lateralvergrösserung, so erhält man den Werth Eins. Bezeichnet man mit A die Angularvergrösserung $\left(\frac{tg\, u'}{tg\, u}\right)$, so wird also stets:

$$\frac{A \cdot G}{V} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 37)$$

67 **Hauptebenen und Hauptpunkte.** Nach Gauss bezeichnet man dasjenige Ebenenpaar als die positiven[1]) Hauptebenen des Systems, in welchem Object und Bild gleich gross und gleich gerichtet sind; die Schnittpunkte der positiven Hauptebenen mit der Axe werden positive Hauptpunkte genannt.

Die Lage der Hauptebenen ergiebt sich daraus, dass laut Definition für sie gelten muss: $V = \frac{y'}{y} = +1$. Da der Werth von V von Ebenenpaar zu Ebenenpaar variirt (abgesehen vom teleskopischen System, wo V constant ist), so folgt zunächst, dass es in jedem optischen System nur ein Paar positiver Hauptpunkte giebt.

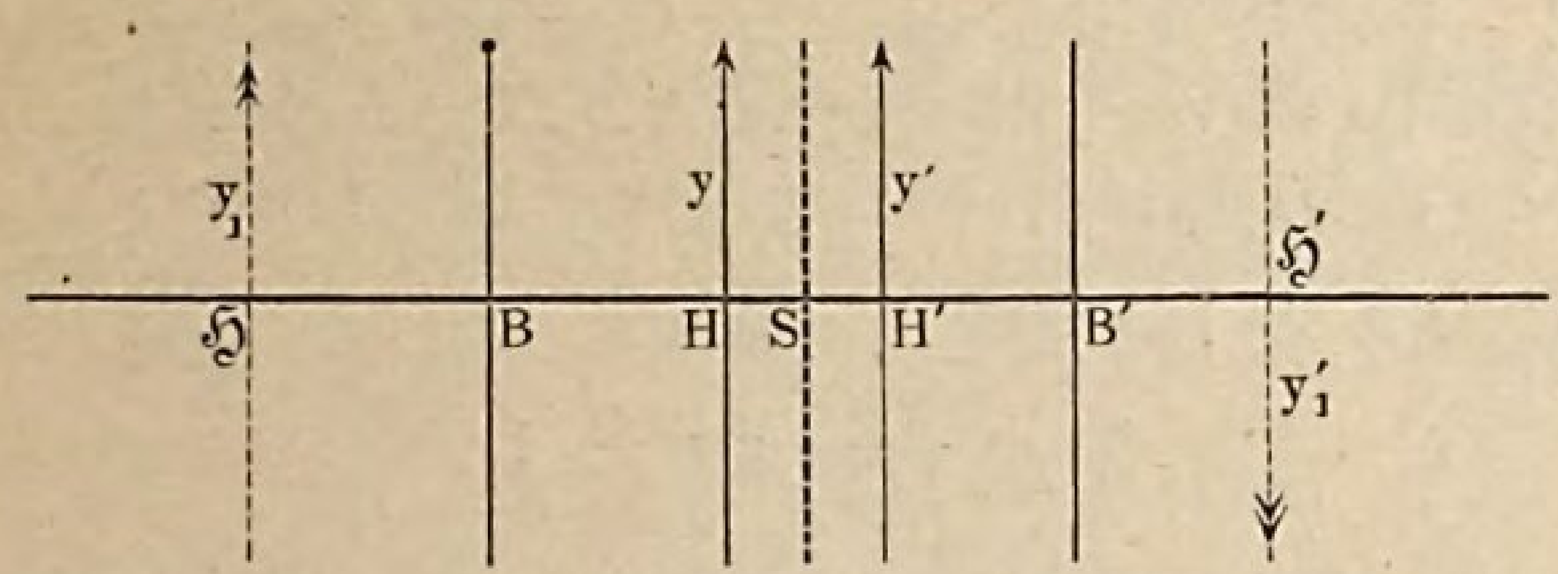
Aus der Gleichung $\frac{y'}{y} = \frac{F}{x} = \frac{x'}{F'}$ folgt, dass nur für $x = F$ und $x' = F'$ zugleich auch $y'/y = +1$ wird. Sind also die Brennpunkte B, B' (Fig. 102) des Systems S gegeben und die Brennweiten F bezw. F', so

[1]) Positiv zum Unterschied von den Töpler'schen Hauptebenen, welche man als negativ einführt.

auch die Hauptpunkte H bezw. H' durch die Relation $H'B' = F'$ und $HB = F$. Ist F' negativ und F positiv, so liegt, wie in Fig. 102, H' links von B' und H rechts von B.

Nach Töpler belegt man noch ein zweites Paar von Ebenen mit dem Namen Hauptebenen; man nennt die zwei Ebenen, in denen das Verhältniss $V = y'/y = -1$ ist, d. h. in denen Bild und Object gleich

Fig. 102.



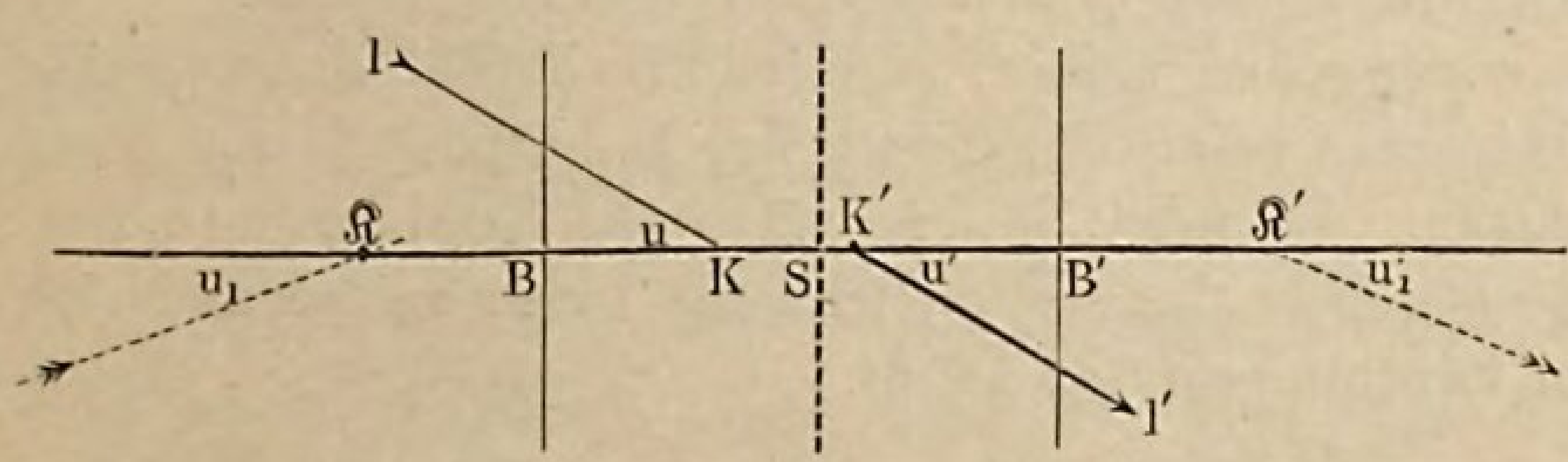
gross, aber entgegengesetzt gerichtet sind, die „negativen Hauptebenen". Die Schnittpunkte dieser negativen Hauptebenen mit der Axe heissen die negativen Hauptpunkte; ihre Lage bestimmt sich aus der Beziehung:

$$\frac{y_1'}{y_1} = \frac{F}{x_1} = \frac{x_1'}{F'} = -1,$$

welche nur für $x_1 = -F$ und $x_1' = -F'$ erfüllt wird. In Fig. 102 sind es die Punkte $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{H}'$.

Knotenebenen und Knotenpunkte. Nach Listing bezeichnet man diejenigen Punkte als die Knotenpunkte des Systems, in denen conjugirte Strahlen die Axe unter gleich grossem Winkel von gleichem Vorzeichen schneiden, d. h. es laufen conjugirte, nach den Knotenpunkten K und K' 68

Fig. 103.



(Fig. 103) zielende Strahlen lK und $K'l'$ einander parallel. In solchen Punkten muss also das Convergenzverhältniss

$$A = \frac{tg\,u'}{tg\,u} = +1,$$

also $u' = u$ sein. Da nun gilt:

$$A = -\frac{x}{F'} = -\frac{F}{x'},$$

so sind die Knotenpunkte gegeben durch die Abscissen:

$$x = -F' \quad \text{und} \quad x' = -F;$$

dem absoluten Werthe nach ist in unseren Beispielen also $BK = H'B'$ und $B'K' = HB$. Die durch die Knotenpunkte senkrecht zur Axe gelegten Ebenen heissen die Knotenebenen. Es giebt nur zwei Knotenpunkte bezw. -ebenen, weil auch die Angularvergrösserung bezw. das Convergenzverhältniss von Ebenenpaar zu Ebenenpaar variirt.

Auch hier hat Töpler als negative Knotenpunkte diejenigen eingeführt, für welche das Verhältniss

$$A_1 = \frac{tg\, u_1'}{tg\, u_1} = -1$$

besteht, d. h. welche in der Entfernung $x_1 = +F'$ und $x_1' = +F$ von dem Brennpunkte entfernt liegen. In Fig. 103 sind es die Punkte $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$.

Für die folgenden Betrachtungen sind diese Cardinalpunkte von grosser Wichtigkeit. Wenn im Folgenden schlechtweg von den Hauptebenen, Hauptpunkten, Knotenebenen und Knotenpunkten gesprochen wird, so seien darunter stets die positiven Hauptebenen etc. verstanden. Sehen wir also ab von den negativen Cardinalpunkten, so bleiben nur dreierlei oder sechs Cardinalpunkte übrig, welche ein System haben kann:

1. **Die Brennpunkte,** in denen sich die axenparallelen Strahlen vereinigen; die durch sie zur Axe senkrecht gelegten Ebenen, die Brennebenen, entsprechen also den unendlich fernen Ebenen.

2. **Die Hauptpunkte** bezw. die durch sie gelegten Hauptebenen sind dadurch definirt, dass Bild und Object in ihnen gleich gross und gleich gerichtet sind.

3. **Die Knotenpunkte** haben die Eigenschaft, dass die durch sie gehenden conjugirten Strahlen einander parallel laufen.

Wie wir gesehen haben, sind mit Hülfe der Brennpunkte und der Brennweiten auch sofort die Oerter der Hauptpunkte und Knotenpunkte zu bestimmen. Es folgt daraus, dass alle Bestimmungsstücke für die Abbildung gegeben sind, wenn man die Brennweiten und eins der drei Paare von Cardinalpunkten kennt.

69 **Geometrische Deutung der Brennweiten.** In dem optischen brechenden System S (Fig. 104) seien L und L' zwei conjugirte Punkte, in denen die Axe von den zugeordneten Strahlen II und II' unter den Winkeln u bezw. u' geschnitten wird. Strahl II schneide die Objectbrennebene im Punkte b und im Abstande h von der Axe; Strahl II' die Bildbrennebene in b' und um die Strecke h' von der Axe entfernt.

Es ist dann gemäss der Definition der Brennweiten §. 61:

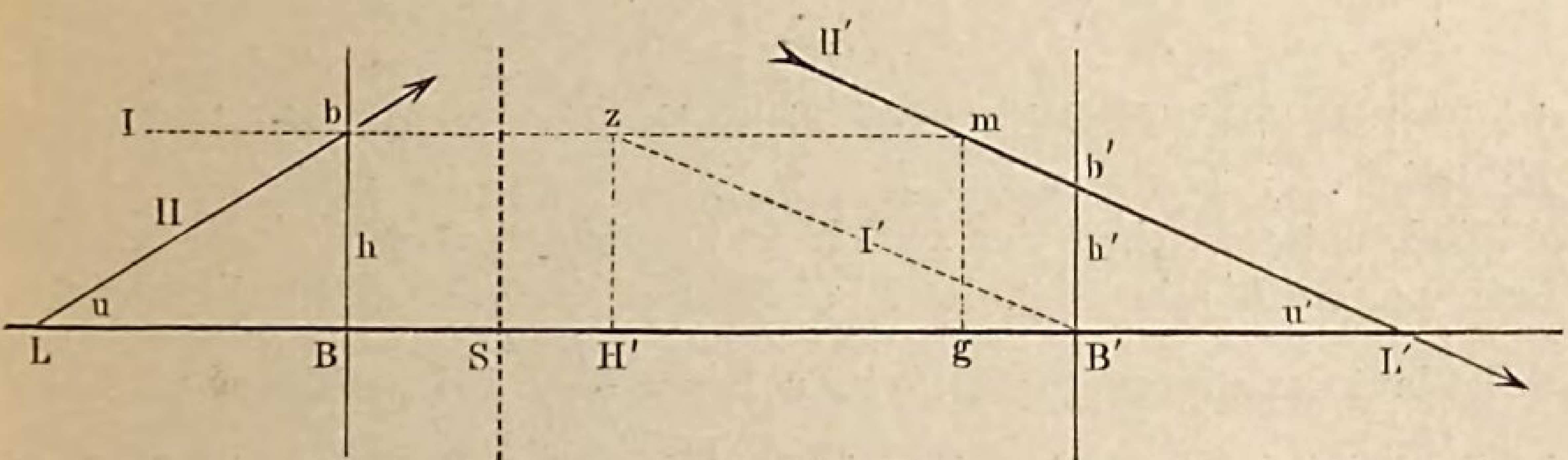
$$F' = \frac{h}{tg\,u'}$$

$$F = \frac{h'}{tg\,u}.$$

Beim Collectivsysteme ist laut §. 64 die vordere Brennweite F positiv, also die hintere Brennweite F' negativ, insofern beim brechenden System stets $\frac{F'}{F}$ eine negative Grösse ist. In der Fig. 104 ist nun h sowohl wie h' positiv, während u positiv und u' negativ ist. Demgemäss ist F positiv und F' negativ, das System S also ein Collectivsystem.

Man ziehe jetzt durch den Punkt b eine Parallele I zur Axe, bis sie den Strahl II' schneidet und fälle von diesem Schnittpunkte m das

Fig. 104.



Loth mg auf die Axe. Es ist dann $mg = h$ und somit im Dreieck $mL'g$:

$$gL' = \frac{h}{tg\,u'} = F'.$$

Es ist also die hintere Brennweite gleich der Strecke gL'. Zieht man durch den hinteren Brennpunkt B' eine Parallele I' zum Strahl II' und fällt vom Schnittpunkte z der Geraden I und I' die Senkrechte zH' auf die Axe, so ist im Dreieck $zB'H'$ der Winkel bei B' gleich u' und die Strecke $zH' = h$, also auch

$$H'B' = \frac{h}{tg\,u'} = F'.$$

Der Punkt H' aber, welcher vom hinteren Brennpunkte B' um eine Strecke $H'B'$ abliegt, welche der Grösse und dem Vorzeichen nach gleich ist der hinteren Brennweite, ist der positive zweite Hauptpunkt.

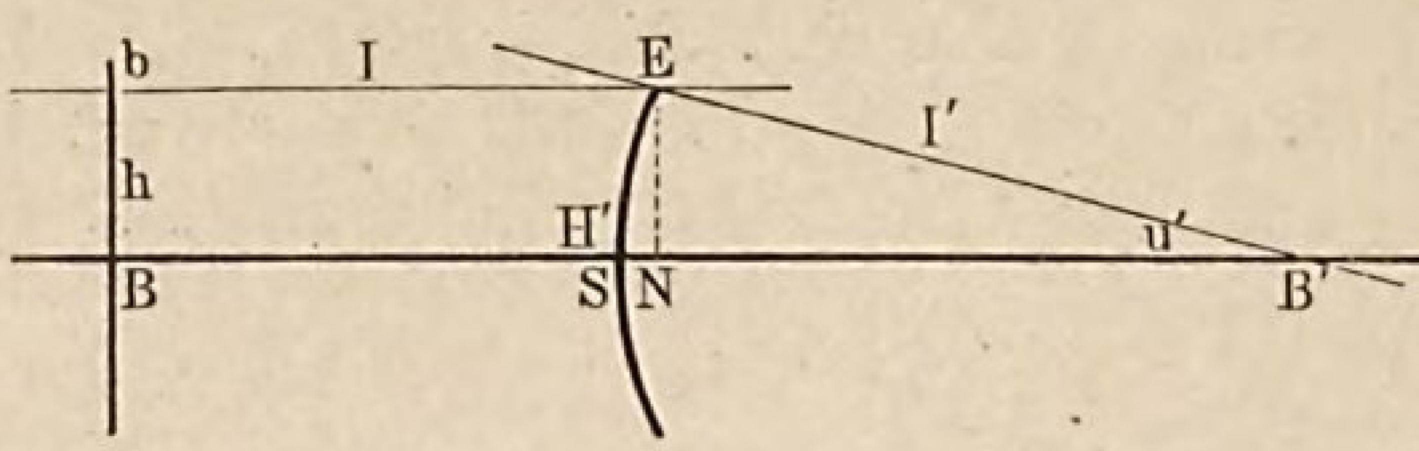
Da Strahl I die vordere Brennebene in der Höhe h schneidet und parallel zur Axe verläuft, so muss sein conjugirter Strahl erstens unter einem Winkel die Axe schneiden, dessen Tangente gleich $\frac{h}{F'}$ ist und muss zweitens durch den hinteren Brennpunkt gehen. Daraus folgt, dass Strahl I' zu I conjugirt ist und dass ihr Schnittpunkt z um h senkrecht

über H' liegt. Die hintere Hauptebene hat also die Eigenschaft, dass sie die Schnittpunkte (z) enthält von axenparallelen Einfallsstrahlen (I) und deren conjugirten, den hinteren Brennpunkt schneidenden Strahlen (I').

Hieraus erkennt man auch, dass bei einem Collectivsystem parallele Einfallsstrahlen wirklich durch den hinteren Brennpunkt gehen (Fig. 104).

Bei einer einzigen brechenden Kugelfläche (Fig. 105) fällt der Hauptpunkt H' mit dem Kugelscheitel zusammen und die Brennweite ist, wie wir jetzt zeigen wollen, nichts Anderes als der negativ genommene Abstand des Brennpunktes B' vom Scheitel. Es sei bE (Fig. 105) ein in der Höhe h zur Axe parallel verlaufender Einfallsstrahl.

Fig. 105.



Derselbe treffe die collective Kugelfläche im Punkte E; ferner sei EN das von E auf die Axe gefällte Loth und u' der Winkel, unter welchem der zu $bE = I$ conjugirte Strahl I' die Axe im Brennpunkte B' schneidet. Ist F' die Brennweite der Kugelfläche negativ, so ist laut der allgemeinen Definition $F' = \frac{h}{tg\,u'}$; bei positivem $h = Bb$ ist der Winkel u' negativ. Nun ist laut der Figur $EN = h$; im Dreieck ENB' gilt aber allgemein:

$$NB' = \frac{EN}{tg\,EB'N}.$$

Bei der Kleinheit des Winkels u' ist $NB' = SB'$ zu nehmen. War doch die Bedingung dafür, dass überhaupt eine Abbildung existirt, die, dass $NS = 0$ sei.

Setzt man daher wie früher bei der Brechung an einer Kugelfläche §. 43 den Abstand NB' des Brennpunktes B' vom Kugelscheitel gleich σ' und zwar positiv, da B' rechts vom Scheitel S liegt, so erhalten wir, da $EN = +h$ und $tg\,EB'N = -tg\,u'$ ist:

$$\sigma' = \frac{h}{-tg\,u'} = -F'.$$

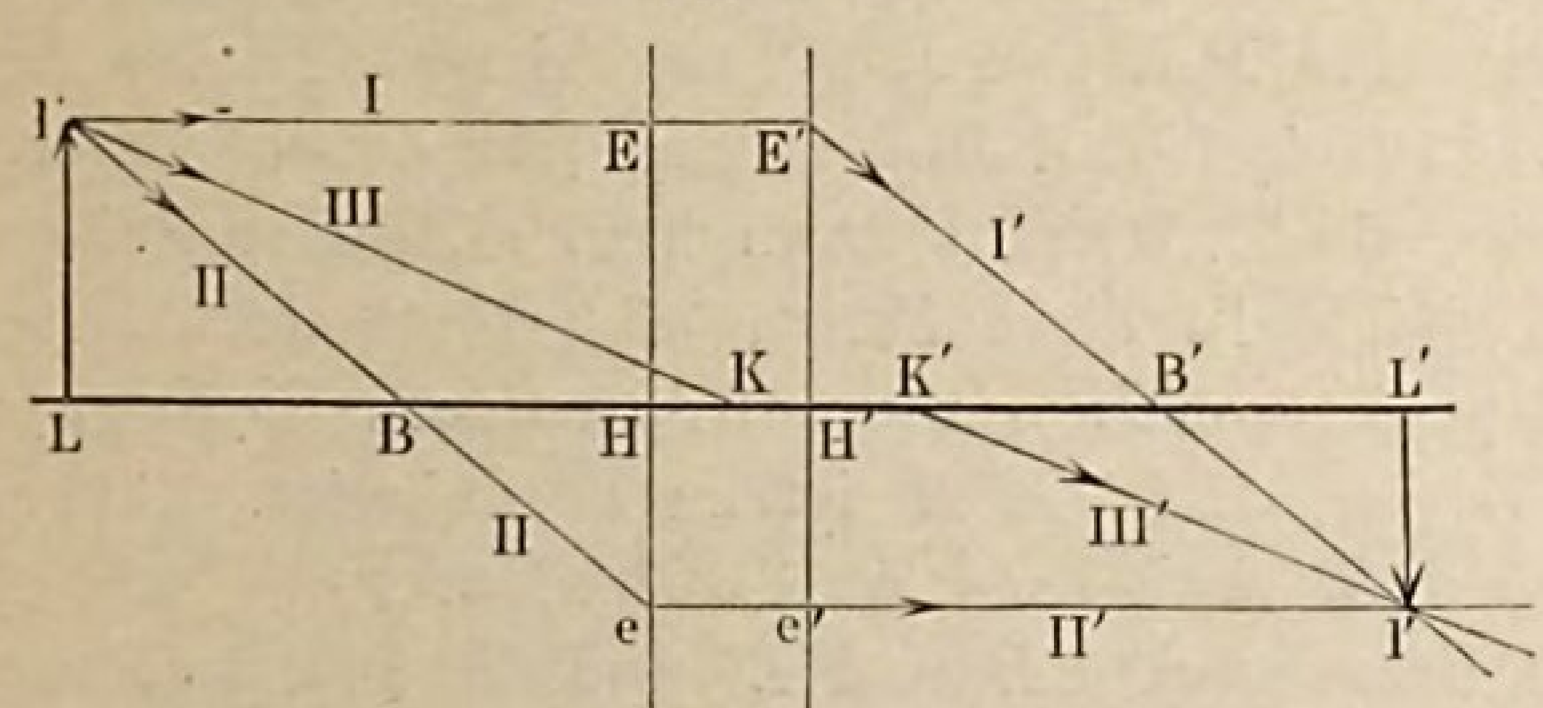
Es ist also die als Quotient $\frac{h}{tg\,u'}$ definirte hintere Brennweite bei einer einzigen Kugelfläche gleich dem negativ genommenen Abstande des hinteren Brennpunktes vom Kugelscheitel. Dieser Zusammenhang lässt es auch als gerechtfertigt erscheinen, jenen Quotienten als Strecke zu bezeichnen. Dass diese Strecke negativ zu nehmen ist, widerspricht dem gewöhnlichen Sprachgebrauch. Gemäss letzterem bezeichnet man die hintere Brennweite eines Collectivsystems als positiv; bei uns wird sie negativ. Sie ist also bei uns aufzufassen als der Ab-

stand des Hauptpunktes bezw. Kugelscheitels vom Brennpunkte, während sie nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauch der Abstand des Brennpunktes vom Hauptpunkte bezw. Kugelscheitel und somit positiv ist beim Collectivsystem.

Hätten wir diese Betrachtungen für die vordere Brennweite durchgeführt, so würden wir gefunden haben, dass die vordere Brennweite bei einer einzigen Kugelfläche gleich dem negativ genommenen Abstande des vorderen Brennpunktes vom Kugelscheitel ist. Wird der absolute Werth dieses Abstandes wie früher wieder mit σ bezeichnet, so ist $F = -\sigma$. Bei einer Collectivlinse stimmt also das Vorzeichen der vorderen Brennweite bei uns überein mit dem Vorzeichen der hinteren Brennweite nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauch. Es werde im Folgenden daher der Einfachheit wegen unter der Brennweite eines Systems schlechtweg die vordere verstanden.

Geometrische Construction conjugirter Bilder beliebiger optischer Systeme. 70 Es sei gegeben der Ort des Objectes Ll (Fig. 106), die Lage der beiden Brennpunkte B und B' und die

Fig. 106.



Brennweiten F und F' ihrem Werthe und Vorzeichen nach. Es soll geometrisch der Ort, die Grösse und Richtung des zu Ll conjugirten Bildes $L'l'$ gefunden werden.

Zunächst wird die Lage der Gauss'schen Hauptpunkte H und H' in Bezug auf die Brennpunkte B und B' durch die allgemeingültige Beziehung gefunden:

$$HB = x = F$$

und

$$H'B' = x' = F'.$$

Es sei F positiv und F' negativ. Dann liegt H rechts von B und H' links von B' wie in Fig. 106.

Durch die Hauptpunkte lege man senkrechte Ebenen zur Axe. Der zu l conjugirte Punkt ist bestimmt, wenn man zu zwei von l ausgegangenen Strahlen die conjugirten Austrittsstrahlen construiren kann. Wir wählen zwei in der Axenebene, welche zugleich Zeichnungsebene sei, verlaufende Strahlen I und II, von denen I parallel zur Axe läuft, während II durch den vorderen Brennpunkt geht. Nach dem im

vorigen Paragraphen Gesagten wissen wir, dass der zu I conjugirte Strahl I' nach der Brechung durch B' so gehen muss, dass der Schnittpunkt E' beider Strahlen in der zweiten Hauptebene liegt. Der Strahl II dagegen verlässt als axenparalleler Strahl II' das System; der Schnittpunkt e der beiden Strahlen II und II' muss in der ersten Hauptebene liegen. Der Schnittpunkt l' von I' und II' oder von $E'B'$ und ee' ist zu l conjugirt und das von l' gefällte Loth ist das conjugirte Bild vom Object lL. Es ist also zu jedem Object sein Bild zu construiren mittelst der Haupt- und Brennpunkte. Hieraus folgt die Constructionsregel:

Sind von einem optischen System die Brennpunkte und die Hauptpunkte gegeben, so errichte man die Hauptebenen, ziehe vom Objectpunkte eine axenparallele Gerade, bis sie die zweite Hauptebene schneidet, und verbinde diesen Schnittpunkt mit dem hinteren Brennpunkte. Hierauf lege man eine Gerade durch den Objectpunkt und den vorderen Brennpunkt, verlängere diese bis zur ersten Hauptebene und ziehe durch diesen Schnittpunkt eine axenparallele Austrittsgerade. Da, wo sich die beiden Austrittsstrahlen schneiden, liegt der gesuchte Bildpunkt. Die von dem Object- und Bildpunkte gefällten Lothe zur Axe sind einander conjugirt.

Uebrigens sind HE und $H'E'$ sowohl wie He und $H'e'$ conjugirt zu einander, da Object und Bild in den Hauptebenen gleich gross und gleich gerichtet sind. Hieraus kann man ohne Kenntniss des vorigen Paragraphen gleichfalls diese Constructionsmethode ableiten. Denn es muss der Bildpunkt von E sowohl auf dem durch B' gehenden Strahl als auch in E' liegen, d. h. $E'B'$ ist zu I conjugirt. Analog muss II' durch e gehen und parallel zur Axe verlaufen.

Sind die Brennpunkte B und B' und die Brennweiten F bezw. F' gegeben, so auch die Lage der Knotenpunkte K und K'. Legt man durch den zweiten Knotenpunkt K' eine Parallele III' zum Strahle III, welcher den Objectpunkt l mit dem ersten Knotenpunkte verbindet, so geht auch III' durch den Bildpunkt l'. Man kann also letzteren finden, indem man I' und III' oder II' und III' auf die angegebene Weise construirt, d. h. es ist auch mittelst der Brennpunkte und Knotenpunkte zu jedem Object sein Bild zu construiren.

Die Hauptpunkte und Knotenpunkte allein genügen aber nicht zur Construction, da sie nicht vier von einander unabhängige Punkte sind.

Es werde der Abstand der Knotenpunkte K bezw. K' von den Brennpunkten mit C bezw. C' bezeichnet, derjenige von den Hauptpunkten H bezw. H' dagegen mit φ bezw. φ'.

Laut Definition ist dann also:

$$C = -F' \quad \text{und} \quad C' = -F,$$

oder in Worten:

Der Abstand des vorderen Knoten- bezw. Hauptpunktes vom vorderen Brennpunkte ist gleich dem Abstande des hinteren Haupt-

bezw. Knotenpunktes vom hinteren Brennpunkte; beide Abstände haben entgegengesetztes Vorzeichen.

Laut Fig. 106 gilt jedoch:

$$BK - BH = HK$$
$$B'H' - B'K' = H'K'.$$

Setzt man hierin die entsprechenden Zeichen ein, so wird:

$$C - F = \varphi$$
$$- F' + C' = \varphi'$$

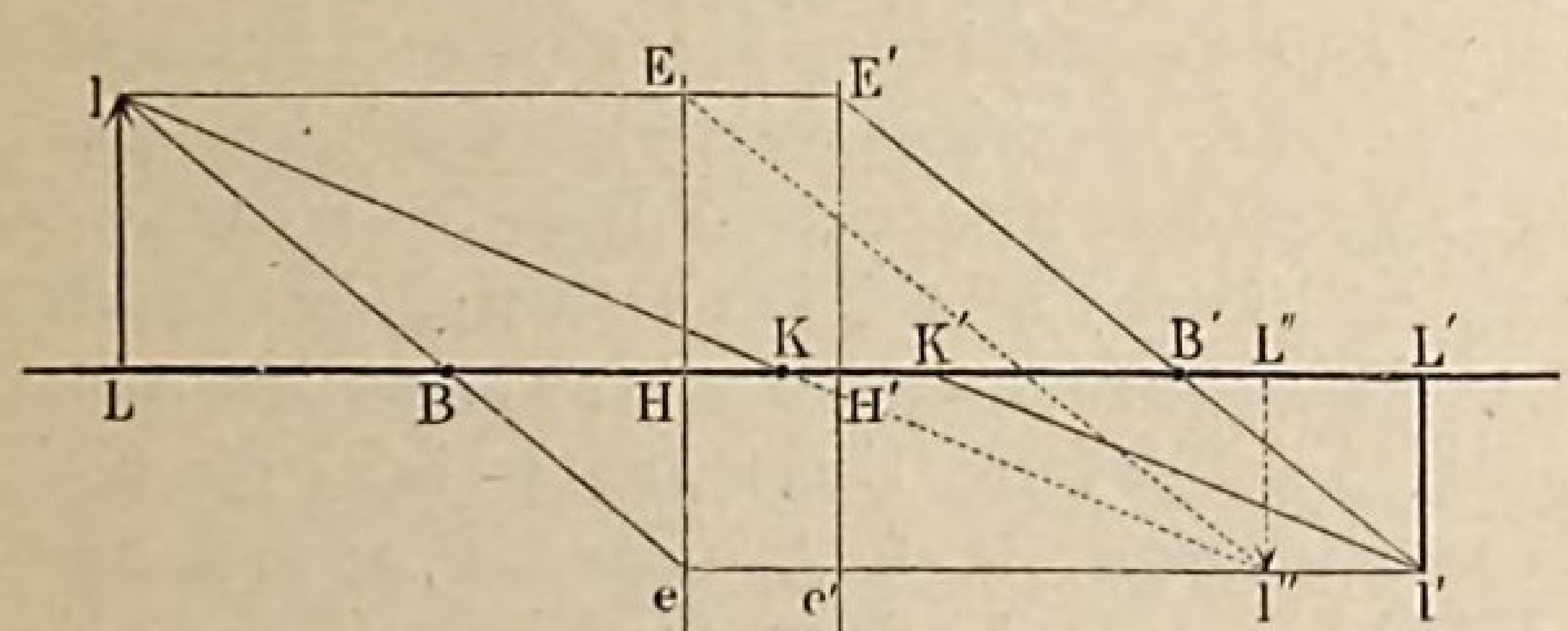
und da laut Definition $C - F = - F' + C'$ ist, so wird:

$$\varphi = \varphi';$$

d. h. die Knotenpunkte liegen auf derselben Seite und gleichweit von den Hauptpunkten entfernt. Rückt K nach H, so auch K' nach H'.

Aequivalenz einer einzigen Kugelfläche zu einem gegebenen System. 71 Im vorigen Paragraphen ist bewiesen worden, dass, wenn die beiden Hauptpunkte zusammenfallen, auch die Knoten-

Fig. 107.



punkte coincidiren. In Fig. 107 sei nach den angegebenen Regeln zu Ll sein Bild $L'l'$ durch Construction gefunden.

Es möge jetzt die ganze Figur in sich längs der Axe so zusammengeschoben werden, dass H' nach H und damit auch K' nach K fällt. Statt des $E'l'$ erhalten wir den punktirten Strahl El'' und der Strahl $K'l''$ wird die Verlängerung vom Strahl lK; das Bild $L'l'$ aber wird parallel zu sich um die Strecke $L'L'' = H'H$ nach $L''l''$ verschoben. Die hierdurch erhaltene Figur ist genau dieselbe, welche wir für eine einzige brechende Kugelfläche erhalten würden, wenn deren Scheitel nach H und deren Centrum nach K fällt und die brechenden Medien zu beiden Seiten dieselben wären, wie diejenigen des Systems, d. h. rechts n' und links n. Dies ist erwiesen, wenn wir zeigen, dass diese einfache Kugelfläche dieselben Brennweiten hat, wie das System sowohl der Grösse wie dem Vorzeichen nach.

Sind n und n' die Brechungsindices des vorderen und hinteren Mediums einer Kugelfläche vom Radius r, so sind deren Brennweiten [1]) allgemein:

$$f = \frac{n\,r}{n' - n} \quad \text{und} \quad f' = -\frac{n'\,r}{n' - n}$$

Bezeichnet man bei dem System die Strecke $K'H$ mit r statt wie im vorigen Paragraphen mit φ, so dass $C - F = r$ wird, und bedenkt, dass $C = -F'$ ist, so gilt:

$$-F' - F = r,$$

und da allgemein

$$\frac{F'}{F} = -\frac{n'}{n}$$

ist (§. 65), so erhält man für die Brennweiten des Systems die Ausdrücke

$$F = \frac{n\,r}{n' - n} \quad \text{und} \quad F' = -\frac{n'\,r}{n' - n},$$

welche gleich denen (f und f') der einfachen Kugelfläche sind, deren Scheitel im Hauptpunkte H, deren Mittelpunkt in K' liegt (wodurch $r = \varphi$ wird) und welche n von n' trennt.

Es ergiebt sich aus dieser Betrachtung folgende Regel:

> Ist irgend ein dioptrisches System mit dem vorderen Medium n und dem hinteren Medium n' gegeben und will man zu irgend einem einfallenden Strahl den austretenden oder zu einem Object sein Bild construiren, so führe man diese Operationen für eine einzige brechende Fläche aus, deren Scheitel im ersten Hauptpunkte, deren Centrum im ersten Knotenpunkte des Systems liegt und welche die Medien n und n' von einander trennt. Die so erhaltenen Strahlen und Bilder verschiebe man hierauf parallel zu sich längs der Axe um eine Strecke, die der Grösse und dem Vorzeichen nach übereinstimmt mit der Entfernung der Hauptpunkte des Systems.

Liegt also H' rechts von H, so muss man nach rechts verschieben, liegt H' links von H, so nach links.

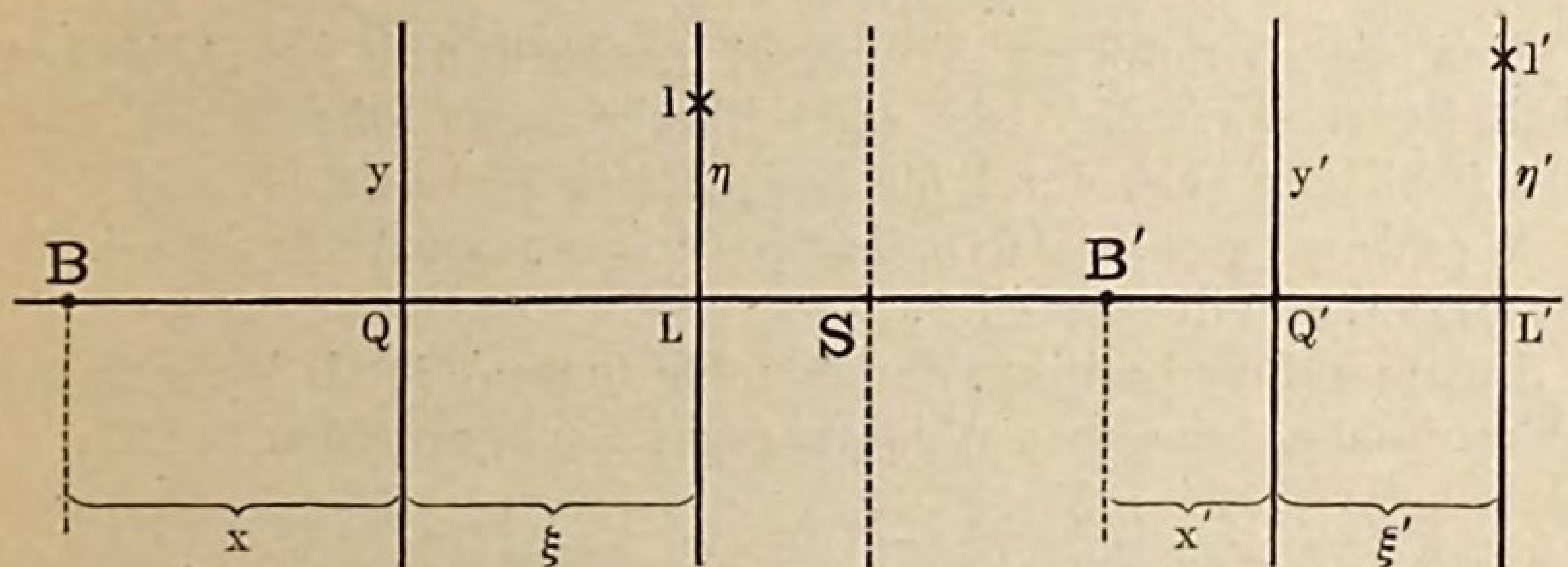
Eine einzige brechende Kugelfläche kann man daher als ein System auffassen, in welchem die beiden Hauptpunkte mit dem Scheitel und die beiden Knotenpunkte mit dem Centrum der Kugelfläche zusammenfallen. Sind die Brennweiten dieser Kugelfläche gleich denen eines Systems mit irgend wie gelegenen Hauptpunkten, so erzeugen beide dieselben Bilder, nur an anderen Orten der Axe. Man nennt diese Kugelfläche dem System äquivalent.

[1]) Vergl. die Herleitung im §. 45 und setze $f = -\sigma$ und $f' = -\sigma'$, weil die Brennweite, wie sie beim System definirt ist, gleich dem negativ genommenen Abstande σ bezw. σ' des Brennpunktes vom Scheitel ist (§. 69).

Nur wenn $n' = n$ wird, wie bei den später zu erörternden Linsen, giebt es keine zum System äquivalente Kugelfläche; es werden dann die Brennweiten der äquivalenten Fläche unendlich gross. Man substituirt in diesem Falle eine ideelle Linse (§. 81).

Andere Form der Abbildungsgleichungen. Bezieht man die Lage zweier Querschnitte nicht auf die Brennpunkte, sondern, wie es zuerst Helmholtz gethan hat, auf zwei andere conjugirte Querschnitte, so erhält man statt der bisherigen Abbildungsgleichungen (30, 72

Fig. 108.



§. 63) andere. Es seien Q und Q' die festen Ebenen, welche um x und x' von den Brennpunkten B und B' abstehen mögen; in den beiden um ξ bezw. ξ' von Q und Q' entfernten conjugirten Ebenen L und L' entspreche der Bildpunkt l' dem Objectpunkte l. Es sollen aus den Coordinaten η und ξ des Punktes l diejenigen η' und ξ' gefunden werden. Bezogen auf die Brennpunkte als Anfangspunkte gilt:

$$x x' = F F'$$

$$(x + \xi)(x' + \xi') = F F',$$

also auch:

$$x \xi' + x' \xi + \xi \xi' = 0 \text{ [1]},$$

oder anders geschrieben:

$$\frac{x'}{\xi'} + \frac{x}{\xi} + 1 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 38)$$

Aus ihr kann man zu jedem ξ das entsprechende ξ' berechnen. Es seien nun v und V die Lateralverhältnisse in dem festen und beweglichen Ebenenpaar Q, Q' und L, L'. Es gilt dann:

$$v = \frac{y'}{y} = \frac{F}{x} = \frac{x'}{F'}$$

und

$$V = \frac{\eta'}{\eta} = \frac{F}{x + \xi} = \frac{x' + \xi'}{F'}.$$

[1]) Es ist dieselbe Gleichung wie Gleichung 34, §. 66, aus welcher der Werth für die Axialvergrösserung abgeleitet wurde.

Aus ersterer Gleichung folgt:

$$x = \frac{F}{v} \quad \text{und} \quad x' = F' \,.\, v,$$

so dass wir Gleichung 38 schreiben können:

$$\frac{F' \,.\, v}{\xi'} + \frac{F}{v \,.\, \xi} + 1 = 0$$

und für V erhalten: 39)

$$\frac{\eta'}{\eta} = \frac{F \,.\, v}{F + v\,\xi} = \frac{F' \,.\, v + \xi'}{F'}$$

Sind die Brennweiten F und F' gegeben und das Abbildungsverhältniss v, sowie die Lage eines Ebenenpaares bekannt, so ist die ganze Abbildung auch durch die Gleichungen 39 bestimmt.

Werden speciell die Hauptebenen zu Anfangsebenen genommen, so gilt $v = \pm 1$.

Unsere auf die positiven Hauptpunkte ($v = + 1$) als Anfangspunkte der Coordinaten bezogenen Abbildungsgleichungen werden sodann:

$$\frac{F'}{\xi'} + \frac{F}{\xi} = -\, 1 \text{ [1]}$$

und 40)

$$V = \frac{F}{F + \xi} = \frac{F' + \xi'}{F'}$$

Rechnet man von den negativen Töpler'schen Hauptpunkten aus, so muss $v = -\, 1$ gesetzt werden, und wir erhalten [2]):

$$\frac{F'}{\xi'} + \frac{F}{\xi} = 1$$

. 40a)

$$V = \frac{F}{\xi - F} = \frac{\xi' - F'}{F'}$$

Gleichungen dieser Art sind zuerst von Helmholtz aufgestellt worden.

73 **Zusammensetzung zweier optischen Systeme (Einzelsysteme) zu einem Gesammtsystem.** Wie wir bei einem centrirten Systeme brechender Kugelflächen den Bildraum der ersten Kugelfläche als den Objectraum der zweiten etc. auffassten und so die für eine brechende Kugelfläche gewonnenen Resultate auf ein ganzes System übertrugen, ähnlich wollen wir jetzt mehrere Systeme centrirter Kugelflächen combiniren zu einem Gesammtsystem und für letzteres

[1]) Diese Gleichung geht über in die Gleichung 14, §. 45, welche für eine Kugelfläche abgeleitet worden ist, wenn man $F' = -\,\sigma'$ und $F = -\,\sigma$ setzt.

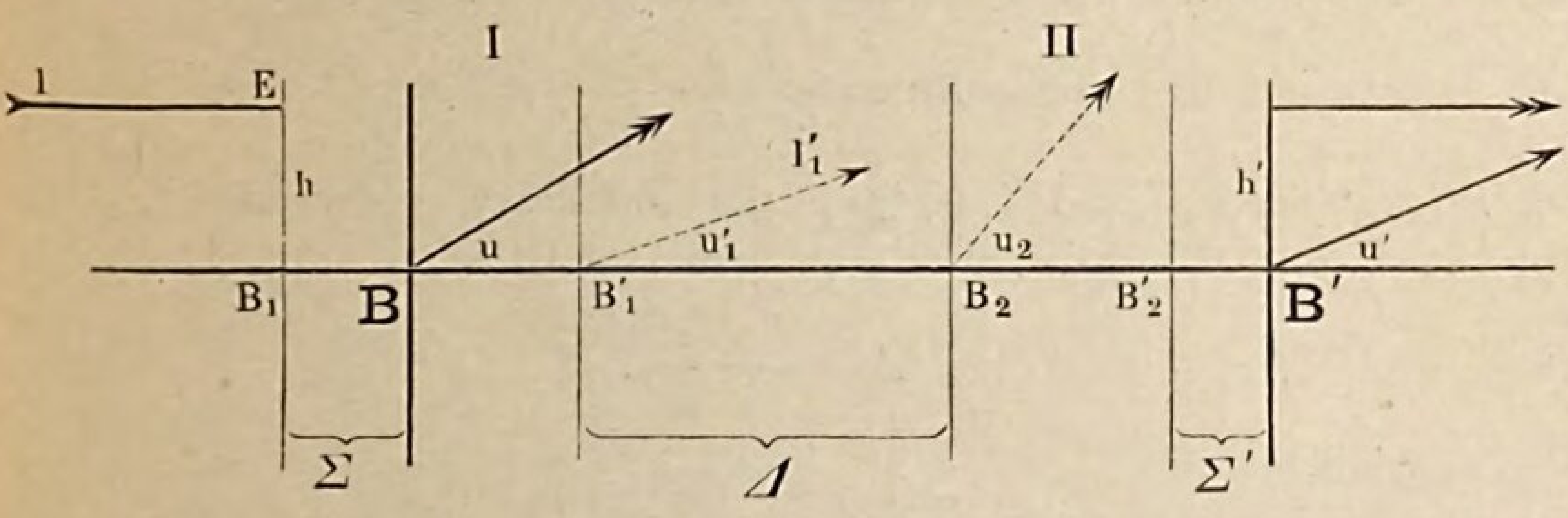
[2]) Wegen der Lage der negativen Hauptpunkte, d. i. wegen ihrer Eigenschaft, um die negativen Brennweiten von den Brennpunkten entfernt zu sein, stimmt Gleichung 40a) auch im Vorzeichen mit Gleichung 14, §. 45 überein.

die Abbildungsconstanten aus denjenigen der Einzelsysteme berechnen. Es ist klar, dass das Gesammtsystem zwei Brennpunkte und zwei Brennweiten haben muss und dass in Bezug auf diese dieselben Abbildungsgleichungen bestehen müssen, wie bei einem einzigen System oder einer brechenden Fläche. Sind die Brennweiten des Gesammtsystems F und F', die Orte der Brennpunkte B und B', so gilt für zwei conjugirte Ebenen L und L', deren Abstände $BL = x$ und $B'L' = x'$ sind, jedenfalls:

$$xx' = F \, . \, F'.$$

Unsere Aufgabe ist also darauf beschränkt, die Werthe von F und F' und die Lage der Brennpunkte B und B' des Gesammtsystems aus den Bestimmungsstücken der Einzelsysteme zu berechnen. Die zu combinirenden Einzelsysteme I und II (Fig. 109) sind vollständig bestimmt,

Fig. 109.



wenn von denselben einerseits die Brennpunkte B_1, B_1' und B_2, B_2', andererseits die zugehörigen Brennweiten F_1, F_1' und F_2, F_2' gegeben sind. Gesucht ist die Lage der Brennpunkte B und B', d. h. die Entfernung

$$\Sigma = B B_1 \quad \text{und} \quad \Sigma' = B' B_2'$$

und die Werthe von F und F'.

Die Entfernung $B_2 B_1'$, d. h. allgemein die Strecke zwischen dem hinteren Brennpunkte des Systems I und dem vorderen Brennpunkte des Systems II werde besonders bezeichnet mit dem Buchstaben Δ; diese Grösse sei negativ, wenn B_2 links von B_1' liegt, dagegen positiv, wenn B_2 rechts von B_1' gelegen ist, d. h. man nehme dieselbe von B_1' als Anfangspunkt in gleichem Sinne wie alle Axenstrecken. Ist Δ positiv bezw. negativ, so sagt man, es haben die Einzelsysteme ein positives oder negatives „**Intervall**".

Dieses Intervall spielt zumal bei den sog. „optischen Apparaten" eine wichtige Rolle, wo es sich in der That darum handelt, die Wirkungsweise eines aus zwei Einzelsystemen combinirten Gesammtsystems (Fernrohr, Mikroskop) zu bestimmen.

Zunächst ist klar, dass axenparallele, auf das Gesammtsystem (I und II) auffallende Strahlen lE durch den hinteren Brennpunkt B'

des Gesammtsystems (I und II) gehen müssen (Strahl $B'l'$). Wie verläuft ein solcher Strahl in den Einzelsystemen? Der Strahl lE schneide Ebene B_1 im Abstande $h = EB_1$; nach dem Durchgange durch das Einzelsystem I muss er also die Axe im hinteren Brennpunkte B_1' von I unter einem bestimmten Winkel u_1' schneiden, längs $B_1'l_1'$ austreten. Nachdem dieser Strahl das System II passirt hat, wissen wir, dass er zum Strahl lE in Bezug auf das Gesammtsystem (I und II) conjugirt sein muss, d. h. dass er längs $B'l'$ aus dem System II austritt. Hieraus folgt, dass die Punkte B_1' und B' einander conjugirt sind in Bezug auf das Einzelsystem II, ebenso die Strahlen $B_1'l_1'$ und $B'l'$. Es trete Strahl $B'l'$ unter dem Winkel u' gegen die Axe aus. Dann gilt allgemein:

$$F' = \frac{h}{tg\,u'}$$

oder, indem man Zähler und Nenner mit $tg\,u_1'$ multiplicirt:

$$F' = \frac{h}{tg\,u_1'} \cdot \frac{tg\,u_1'}{tg\,u'},$$

wo $h/tg\,u_1' = F_1'$ und $tg\,u'/tg\,u_1'$ die Winkelvergrösserung (A_2) des Systems II ist. Diese ist aber allgemein laut Gleichung 32, §. 65:

$$A = -\frac{x}{F'},$$

also speciell hier:

$$A_2 = -\frac{B_2 B_1'}{F_2'} = -\frac{-\varDelta}{F_2'} = \frac{\varDelta}{F_2'},$$

so dass wir erhalten:

$$F' = \frac{F_1' \,.\, F_2'}{\varDelta}.$$

Da B' und B_1' in Bezug auf System II conjugirt sind, gilt gleichzeitig entsprechend der Gleichung $xx' = FF'$:

$$\Sigma' \cdot -\varDelta = F_2 \,.\, F_2',$$

also:

$$\Sigma' = -\frac{F_2 F_2'}{\varDelta}.$$

Diese Gleichungen bestimmen also die Lage des hinteren Brennpunktes B' und die Grösse der hinteren Brennweite F' des Gesammtsystems (I und II) in der verlangten Weise. Um das Analoge in Bezug auf den Objectraum des Systems (I und II) zu erhalten, bedenken wir, dass ein vom vorderen Brennpunkte B des Gesammtsystemes kommender Strahl parallel aus demselben austritt. Dieser Strahl geht durch den vorderen Brennpunkt B_2 des Systems II, so dass die Punkte B und B_2 in Bezug auf das System I conjugirt sind.

Es gilt also vorerst:

$$\Sigma \,.\, \varDelta = F_1 \,.\, F_1',$$

woraus

$$\Sigma = \frac{F_1 F_1'}{\varDelta}$$

folgt. Ferner ist laut Fig. 109:

$$F = \frac{h'}{tg\,u} = \frac{h'}{tg\,u_2} \cdot \frac{tg\,u_2}{tg\,u},$$

oder, da

$$A_1 = \frac{tg\,u}{tg\,u_2} = -\frac{B_2 B_1'}{F_1} = -\frac{\varDelta}{F_1}$$

und

$$\frac{h'}{tg\,u_2} = F_2$$

ist, so wird:

$$F = -\frac{F_1 \,.\, F_2}{\varDelta}.$$

Die das Gesammtsystem charakterisirenden Gleichungen lauten somit:

$$\left.\begin{array}{ll} \boldsymbol{\Sigma} = \dfrac{\boldsymbol{F}_1 \boldsymbol{F}_1'}{\varDelta}; & \boldsymbol{\Sigma}' = -\dfrac{\boldsymbol{F}_2 \,.\, \boldsymbol{F}_2'}{\varDelta} \\ \boldsymbol{F} = -\dfrac{\boldsymbol{F}_1 \,.\, \boldsymbol{F}_2}{\varDelta}; & \boldsymbol{F}' = \dfrac{\boldsymbol{F}_1' \,.\, \boldsymbol{F}_2'}{\varDelta} \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 41)$$

Sind die Brechungsquotienten der Medien vor System I, zwischen den Systemen I und II und hinter System II bezüglich n, $n_\varDelta$ und n', so gilt laut Gleichung 33, §. 65:

$$\frac{F_1'}{F_1} = -\frac{n_\varDelta}{n} \quad \text{und} \quad \frac{F_2'}{F_2} = -\frac{n'}{n_\varDelta},$$

also wird:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{F'}{F} = -\dfrac{F_1'}{F_1} \cdot \dfrac{F_2'}{F_2} \\ \dfrac{F'}{F} = -\dfrac{n_\varDelta}{n} \cdot \dfrac{n'}{n_\varDelta} = -\dfrac{n'}{n} \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 41\,a)$$

jetzt einfach:

d. h. es verhält sich auch beim Gesammtsystem die vordere zur hinteren Brennweite wie der Brechungsindex des vorderen zu dem des hinteren Mediums. Ist $n' = n$, so stets $F' = -F$.

Die Brennpunktsabstände Σ und Σ' werden aber:

$$\Sigma = -\frac{n_\varDelta}{n} \cdot \frac{F_1^2}{\varDelta} \quad \text{und} \quad \Sigma' = \frac{n'}{n_\varDelta} \cdot \frac{F_2^2}{\varDelta}.$$

Hängen also die Abstände Σ und Σ' vom Zwischenmedium $n_\varDelta$ ab, so ist das Verhältniss der Brennweiten $\frac{F'}{F} = -\frac{n'}{n}$ davon abhängig.

Unsere Gleichungen für F und F' des Gesammtsystems (I und II) lehren, dass zwei Einzelsysteme I und II, deren vordere Brennweiten positiv sind, wieder ein Gesammtsystem mit positiver oder negativer vorderer Brennweite liefern, je nachdem das Intervall Δ negativ oder positiv ist, d. h. je nachdem B_2 links von B_1' oder rechts davon liegt. Im Allgemeinen entsteht also durch Combination zweier Systeme mit endlichen Brennweiten wieder ein System mit endlichen Brennweiten, d. h. eine endliche Abbildung; dies gilt aber nur so lange, als das Intervall Δ von Null verschieden ist.

74 **Das teleskopische System als Specialsystem.** Setzt man in den Gleichungen für ein Gesammtsystem das Intervall $\Delta = 0$, so verlieren dieselben ihre Bedeutung. Aus dem Umstande, dass F und F' unendlich gross werden, folgt aber, dass für $\Delta = 0$ das Gesammtsystem teleskopisch wird. Parallele, auf das Einzelsystem I auffallende Strahlen verlassen wiederum das Einzelsystem als parallele Strahlen. So tritt auch hier wieder das teleskopische System als Specialfall sofort hervor; es stellt sich dar als ein in ganz bestimmter Weise aus zwei Systemen zusammengesetztes Gesammtsystem, so zwar, dass der hintere Brennpunkt des ersten Einzelsystems mit dem vorderen Brennpunkte des zweiten Einzelsystems coincidirt. Schon bei der Brechung an einer ebenen Fläche, bezw. an einer Kugelfläche mit unendlich grossem Radius sind wir auf das teleskopische System gestossen. Wie dort trotz der unendlich grossen Brennweiten eine punktweise Abbildung der durch die ebene Fläche getrennten Räume stattfand, so auch beim teleskopischen System. Die hierfür gültigen Gesetze bedürfen einer besonderen Herleitung, da im Falle, dass die Lateralvergrösserung in den beiden festen Ebenenpaaren die gleiche ist, die Entwickelung im §. 59 hinfällig wird.

Um die für ein teleskopisches System gültigen Abbildungsgesetze zu finden, gehen wir aus von der Fig. 110. In ihr seien die Strahlen III und III' einander conjugirt, während wieder LL' und QQ' die zwei gegebenen festen Ebenenpaare seien. Da das System teleskopisch sein soll, so ist die Lateralvergrösserung V in allen Ebenenpaaren constant. Bei der in Fig. 110 ersichtlichen Bezeichnungsweise gilt nun:

$$\frac{PL}{LQ} = \frac{iL}{zQ - iL} \quad \text{und} \quad \frac{P'L'}{L'Q'} = \frac{i'L'}{z'Q' - i'L'}$$

oder

$$\frac{x}{a} = \frac{y_1}{y_2 - y_1} \quad \text{und} \quad \frac{x'}{a'} = \frac{y_1'}{y_2' - y_1'},$$

wo

$$V = \frac{y_1'}{y_1} = \frac{y_2'}{y_2};$$

mittelst der letzten Beziehung wird der Werth für x' aber:

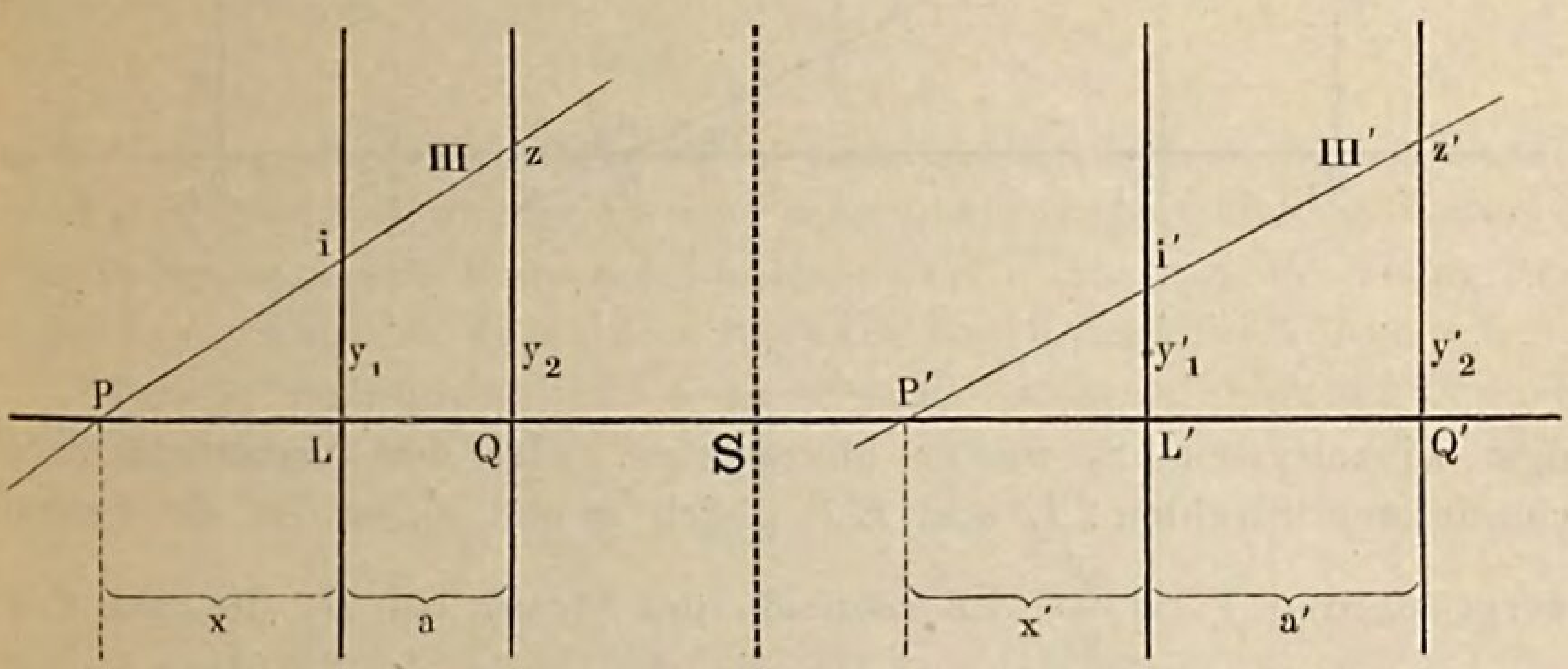
$$x' = a' \cdot \frac{y_1}{y_2 - y_1},$$

so dass man durch Verbindung dieser Gleichung mit $\frac{x}{a} = \frac{y_1}{y_2 - y_1}$ erhält:

$$x' = x \frac{a'}{a} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 42)$$

Darin ist $\frac{a'}{a}$ eine Constante des teleskopischen Systems, also kann zu jedem x das entsprechende x' berechnet werden. Diese Gleichung gilt für jeden beliebigen Punkt P. Sind also P_1 und P_2 zwei beliebige

Fig. 110.



Axenpunkte des Objectraumes mit den Abständen x_1 und x_2, so gilt für die entsprechenden Abstände x_1' und x_2' der conjugirten Bildpunkte P_1' und P_2':

$$x_1' = x_1 \cdot \frac{a'}{a}$$

$$x_2' = x_2 \cdot \frac{a'}{a},$$

also auch:

$$(x_2' - x_1') = (x_2 - x_1) \frac{a'}{a},$$

oder für $x_2 - x_1 = \delta$ und $x_2' - x_1' = \delta'$, ähnlich wie bei einem beliebigen System gesetzt (§. 66):

$$G = \frac{\delta'}{\delta} = \frac{a'}{a},$$

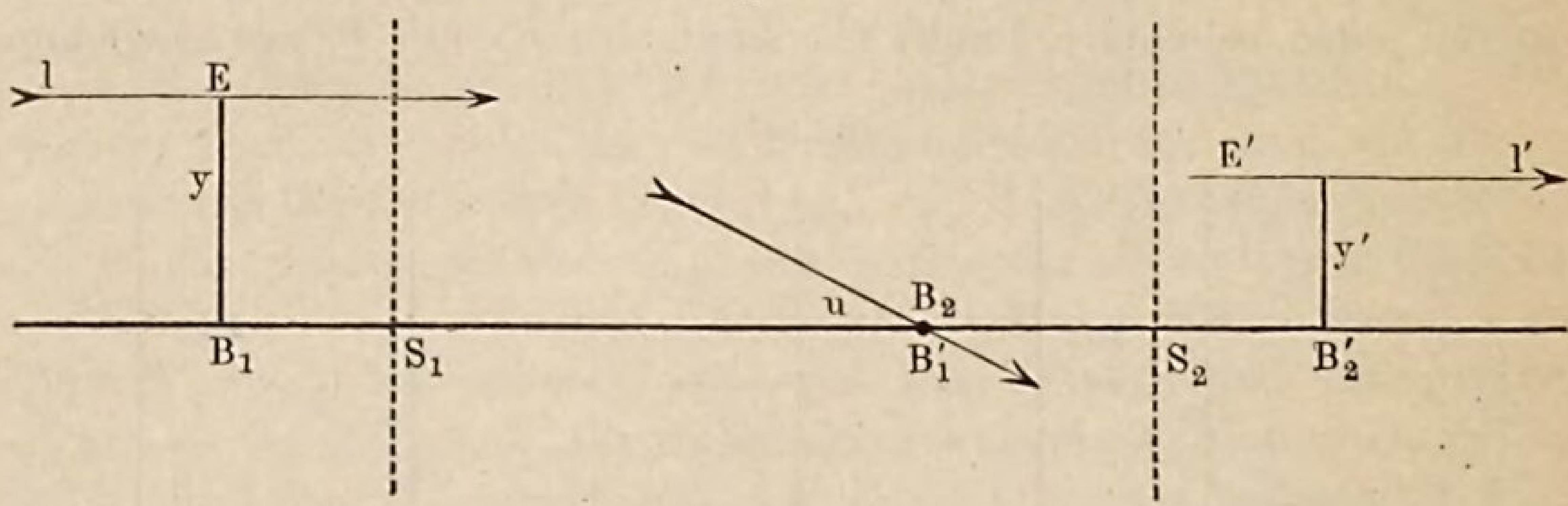
d. h. in Worten:

> Bei einem teleskopischen System ist die Axialvergrösserung constant für alle conjugirten Axenpunkte.

Vorher hatten wir gefunden, dass die Lateralvergrösserung V ebenfalls constant ist. Es möge jetzt der Werth für beide Constanten V und

G bestimmt werden, und zwar aus den Constanten bezw. Brennweiten der beiden Einzelsysteme, aus denen das teleskopische System zusammengesetzt gedacht werden muss, so zwar, dass das Intervall $\Delta = 0$ ist. Es seien in Fig. 111 S_1 und S_2 die beiden Einzelsysteme mit den Brennpunkten B_1, B_1' und B_2, B_2', sowie den Brennweiten F_1, F_1' und F_2, F_2'. Da $\Delta = 0$, so fallen B_2 und B_1' zusammen. Der axenparallele Einfallsstrahl lE passirt nach dem Durchgang des Systems S_1 den gemeinsamen Brennpunkt B_2 bezw. B_1', um als axenparalleler Strahl $E'l'$ aus

Fig. 111.



dem Einzelsystem S_2 wieder auszutreten. Ist der Axenabstand der conjugirten Strahlen lE und $E'l'$ gleich y und y', so ist die Lateralvergrösserung $V = \frac{y'}{y}$. Es schneide der Strahl bei B_2 die Axe unter dem Winkel u; da dieser Strahl conjugirt ist dem axenparallelen Strahl lE in Bezug auf System S_1, dagegen dem axenparallelen Strahl $E'l'$ in Bezug auf System S_2, so gilt laut Definition der Brennweite eines Systems:

$$F_1' = \frac{y}{tg\,u} \quad \text{und} \quad F_2 = \frac{y'}{tg\,u};$$

demnach erhalten wir:

$$V = \frac{y'}{y} = \frac{F_2}{F_1'} \quad \dots\dots\dots \quad 44)$$

Ist V positiv, so ist das durch das teleskopische System erzeugte Bild gleich gerichtet mit dem Object, d. h. aufrecht. Ist V negativ, so ist das Bild verkehrt. Aus Gleichung 44 ergiebt sich demnach, dass das Bild aufrecht ist, falls F_2 und F_1' gleiches Vorzeichen haben, d. h. aber falls das eine System collectiv und das andere dispansiv ist. Dies ist der Fall beim Galilei'schen Fernrohre (Opernglas). Es ist dagegen das Bild ein verkehrtes, falls F_2 und F_1' ungleiches Vorzeichen haben, d. h. falls beide Einzelsysteme collectiv sind. Dies ist der Fall beim astronomischen Fernrohre.

Die übrigen Maassverhältnisse bei der teleskopischen Abbildung erhält man aus den Beziehungen, welche für ein aus zwei Einzelsystemen bestehendes Gesammtsystem abgeleitet worden sind, wenn in ihnen $\Delta = 0$

gesetzt wird. Zwar erhält man für die Brennweiten unendlich grosse Werthe, jedoch bleibt das Verhältniss der Brennweiten endlich. Ist doch laut Gleichung 41 a:

$$\frac{F'}{F} = -\frac{n'}{n} = -\frac{F_1'}{F_1} \cdot \frac{F_2'}{F_2},$$

so dass alle für ein beliebiges optisches System abgeleiteten Gleichungen auch für das teleskopische System Gültigkeit behalten, in denen nur das Verhältniss der Brennweiten vorkommt. Demnach erhält man laut Gleichungen 36 und 37, §. 66 für das teleskopische System:

$$A \,.\, V = -\frac{F}{F'} = \frac{n}{n'},$$

oder:

$$A = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{V} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 45)$$

wo V die Lateralvergrösserung und A die Angularvergrösserung bedeutet. Es ist also die Angularvergrösserung umgekehrt proportional der Lateralvergrösserung und in Folge der Constanz von V ist auch die Angularvergrösserung die nämliche für alle conjugirten Ebenenpaare.

Gemäss Gleichung 36 gilt ferner für die Axialvergrösserung G auch beim teleskopischen System:

$$G = \frac{n'}{n} \cdot V^2 = -\frac{F'}{F} \cdot V^2,$$

so dass auch die Axialvergrösserung für alle Ebenenpaare constant ist; dasselbe Resultat haben wir schon am Anfang dieses Paragraphen direct abgeleitet.

Um die speciellen Werthe für A und G zu erhalten, brauchen wir nur in den obigen Gleichungen für V seinen Werth $\frac{F_2}{F_1'}$ einzusetzen. Es wird dann:

$$A = \frac{n}{n'} \cdot \frac{F_1'}{F_2}$$

und

$$G = \frac{n'}{n} \cdot \left(\frac{F_2}{F_1'}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 45\,\text{a})$$

oder, da

$$\frac{n'}{n} = \frac{F_1'}{F_1} \cdot \frac{F_2'}{F_2}$$

ist, so wird

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{n F_1'}{n' F_2} = \frac{F_1}{F_2'} \\ V &= \frac{F_2}{F_1'} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{F_2'}{F_1} \\ G &= \frac{n'}{n} \cdot \left(\frac{F_2}{F_1'}\right)^2 = \frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{F_2'}{F_1'} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 46)$$

Einen anderen Weg kann man einschlagen, um unabhängig vom Werth der Lateralvergrösserung V die Werthe von A und G zu finden und so mittelst dieser dann erst den Werth von V zu erhalten.

In Fig. 109 hatte sich ergeben, dass die Punkte B_1 und B_2' ein auf das Gesammtsystem conjugirtes Punktepaar seien. Dasselbe gilt auch für den Fall, dass $\Delta = 0$ wird. Die Winkelvergrösserung in den Punkten B_1 und B_2' ist also:

$$A = \frac{F_1}{F_2'}.$$

Da beim teleskopischen System die Winkelvergrösserung für alle Punktepaare die gleiche ist, so gilt die Beziehung

$$A = \frac{F_1}{F_2'}$$

allgemein. In Folge dessen ergiebt die Gleichung

$$V = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{A} \quad \text{jetzt} \quad V = \frac{n}{n'} \cdot \frac{F_2'}{F_1}$$

und die Gleichung

$$G = \frac{n'}{n} \cdot V^2 \quad \text{wird:} \quad G = \frac{n}{n'} \left(\frac{F_2'}{F_1}\right)^2.$$

Setzt man in diesen Werthen noch

$$\frac{n'}{n} = \frac{F_1'}{F_1} \cdot \frac{F_2'}{F_2},$$

so erhält man auch hier dieselben Werthe wie in Gleichung 46.

Ist, wie bei den Fernrohren der Brechungsquotient des ersten und letzten Mediums der gleiche, wie der des zwischen den Einzelsystemen gelegenen Mediums, so gilt:

$$F_1 = -F_1' \quad \text{und} \quad F_2 = -F_2'.$$

Demnach werden unsere Gleichungen 46:

$$\left.\begin{aligned} A &= -\frac{F_1}{F_2} \\ V &= -\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{A} \\ G &= \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2 = V^2 = \frac{1}{A^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 47)$$

Es ist demnach die Angularvergrösserung gleich der reciproken Lateralvergrösserung und letztere gleich dem negativ genommenen Verhältniss der Brennweite des Systems II zu derjenigen des Systems I.

Bilden wir mittelst der Gleichungen 46 oder 47 das Product $\frac{A\,.\,G}{V}$, so erkennt man, dass auch beim teleskopischen Systeme gilt:

$$\frac{G\,.\,A}{V} = 1.$$

Es möge hier noch folgender später brauchbare Satz ausgesprochen werden:

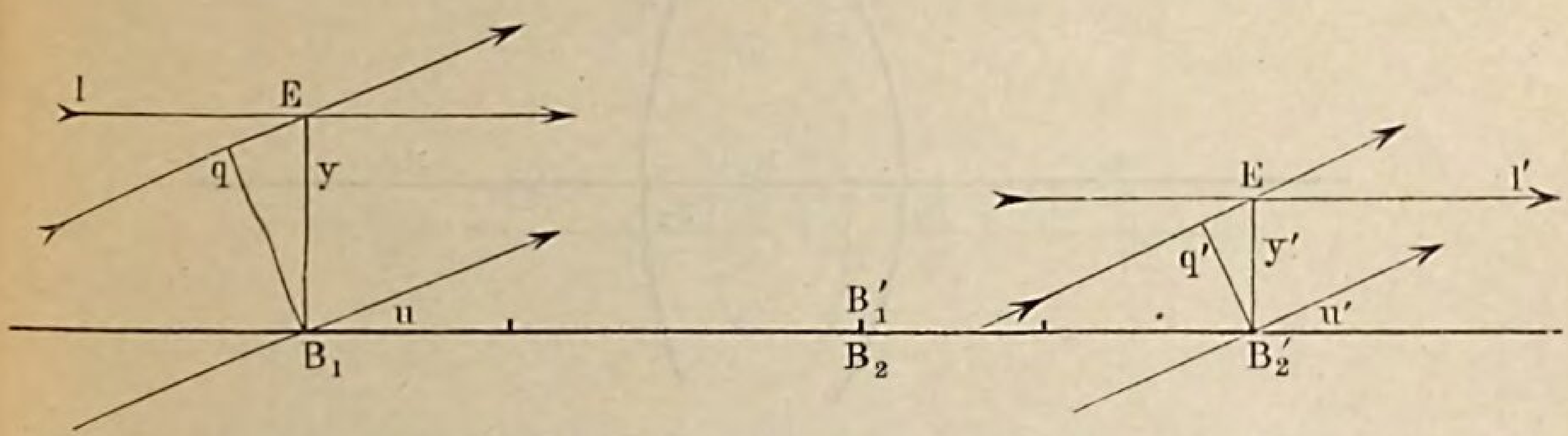
Das Verhältniss der Durchmesser je zweier in Bezug auf das teleskopische System conjugirter Strahlencylinder ist gleich der linearen Vergrösserung.

Laut Fig. 111 ist dieser Satz ohne Weiteres für Strahlencylinder erwiesen, welche der Axe parallel verlaufen. Es ist eben:

$$V = \frac{y'}{y} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{V} = \frac{y}{y'},$$

wo y bezw. y' der Durchmesser des einfallenden bezw. austretenden Strahlencylinders ist. Für schief zur Axe verlaufende Strahlencylinder (Fig. 112) ist das Verhältniss der Durchmesser

Fig. 112.



$$\frac{B_2' q'}{B_1 q} = \frac{B_2' E' . \cos u'}{B_1 E . \cos u} = \frac{y'}{y} \cdot \frac{\cos u'}{\cos u};$$

in Folge der Kleinheit der Winkel u und u' kann aber $\cos u' = 1$ und $\cos u = 1$ gesetzt werden, so dass wir ebenfalls erhalten:

$$\frac{B_2' q'}{B_1 q} = V.$$

Es lässt sich nun leicht nachweisen, dass durch Zusammensetzung zweier teleskopischen Systeme stets wieder ein teleskopisches Gesammtsystem entsteht, dass dagegen ein endliches System erhalten wird, wenn man ein teleskopisches mit einem endlichen System combinirt. Man kann demnach jedesmal ein endliches System zusammengesetzt denken aus einem teleskopischen und einem anderen endlichen Systeme.

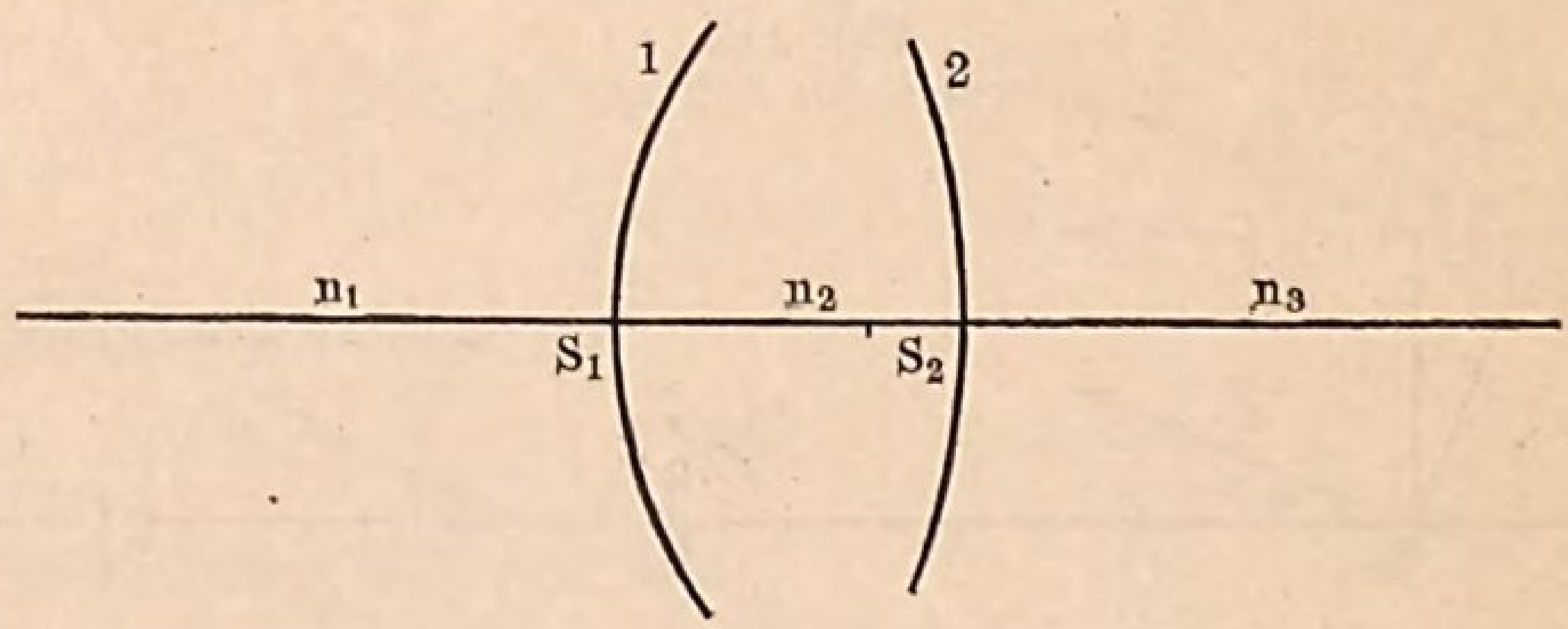
Sind mehr als zwei Systeme zu combiniren, z. B. System I, II, III, IV etc., so verbindet man successive I mit II zu I und II; dann I und II mit III zu I und II und III; sodann I und II und III mit IV u. s. w.

Wir gehen auf diese Beziehungen nicht näher ein, sondern verweisen auf die von Dr. S. Czapski in Winkelmann's Handbuch der Physik abgedruckte Darstellung (Liefer. VIII, S. 64 ff.). In Czapski's Optik findet man die einschlägige Literatur.

C. Abbildung durch ein aus zwei Kugelflächen zusammengesetztes Gesammtsystem (Linsen als specieller Fall).

75 **Bestimmung der Abbildungsconstanten des Gesammtsystems aus denen der einzelnen Kugelflächen.** Wir wollen jetzt den speciellen Fall betrachten, dass das System S (Fig. 113) aus zwei einzelnen Kugelflächen 1 und 2 bestehe, welche die Medien n_1, n_2 und n_3 von einander trennen. Unsere Aufgabe sei, die Lage und

Fig. 113.



Grösse der Bilder zu bestimmen, welche das betreffende System von einem beliebig gelegenen Object entwirft.

Dazu betrachten wir das System als ein aus zwei Einzelsystemen bestehendes Gesammtsystem, bei dem jedes Einzelsystem aus nur einer brechenden Kugelfläche besteht.

Die allgemeinen Gleichungen für ein beliebiges Gesammtsystem sind auch die Abbildungsgleichungen für unser Specialsystem S.

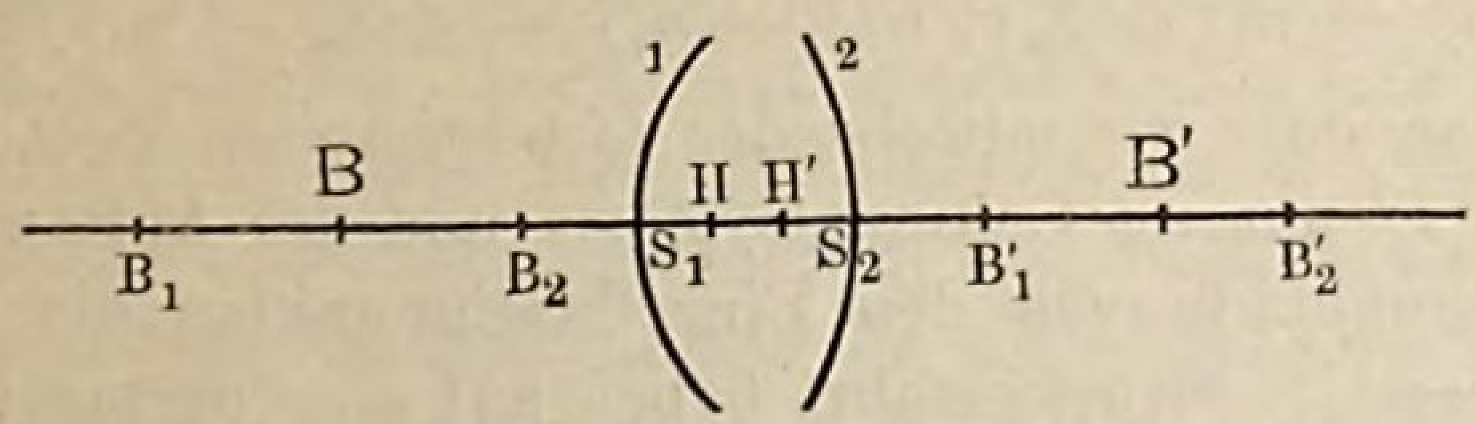
Kennen wir also für die beiden brechenden Flächen die Orte ihrer Brennpunkte und ihre Brennweiten, so auch die Orte der Brennpunkte und die Brennweiten des Specialsystemes S; letztere mögen als Hauptbrennpunkte und Hauptbrennweiten bezeichnet werden. Sind diese bekannt, so können wir die durch S bewirkte Abbildung discutiren. Es handelt sich also jetzt nur darum, die Einzelbrennweiten der beiden Kugelflächen und den Ort ihrer Brennpunkte festzustellen, und zwar mittelst der das System S charakterisirenden Constanten. Diese sind erstens der Ort der Kugelscheitel S_1 und S_2 (Fig. 113); zweitens Grösse und Vorzeichen der Kugelradien r_1 und r_2 und drittens die Grösse der Brechungsindices n_1, n_2 und n_3. Statt des Ortes von S_2 werde der Abstand $S_1 S_2 = d$ eingeführt. Zunächst werde über r_1 und r_2 nichts Näheres festgesetzt. Bedeutet F_1 und F_2 bezw. F_1' und F_2' wieder die vordere bezw. hintere Einzelbrennweite der ersten bezw. zweiten Kugelfläche (1 bezw. 2), so gilt nach dem in §. 5 und §. 72, S. 140 Gesagten:

$$F_1 = \frac{n_1 r_1}{n_2 - n_1}; \qquad F_1' = - \frac{n_2 r_1}{n_2 - n_1};$$

$$F_2 = \frac{n_2 r_2}{n_3 - n_2}; \qquad F_2' = - \frac{n_3 r_2}{n_3 - n_2},$$

wo r_1 bezw. r_2 positiv oder negativ gesetzt werden muss, je nachdem das Licht die convexe oder concave Seite der Kugelfläche 1 bezw. 2 trifft. Durch obige Gleichungen ist also die Lage der Einzelbrennpunkte beider Kugelflächen gegeben, da ja bei einer Kugelfläche die Brennweite gleich ist dem negativ genommenen Abstande des Brennpunktes vom Kugelscheitel. Die so gefundenen Brennpunkte seien für Fläche 1: B_1 und B_1', und für Fläche 2: B_2 und B_2'; ihre Lage sei die in Fig. 114 gezeichnete. Um aus obigen Werthen der Einzelbrennweiten die Gesammtbrennweiten F und F' und die Abstände Σ bezw. Σ' der Haupt-

Fig. 114.



brennpunkte B bezw. B' von den Einzelbrennpunkten B_1 bezw. B_2' zu bestimmen, muss auch noch das Intervall Δ in den Werthen der Einzelbrennweiten ausgedrückt werden. Laut Fig. 114 gilt zunächst:

$$B_2 B_1' = B_2 S_2 + S_2 B_1'$$

oder

$$B_2 B_1' = B_2 S_2 + S_1 B_1' - S_1 S_2.$$

Bei der festgesetzten Wahl der Vorzeichen ist aber:

$$B_2 B_1' = - \Delta; \quad B_2 S_2 = + F_2 \text{ und } B_1' S_1 = - F_1';$$

allgemein gilt also unter der Annahme, dass $S_1 S_2 = d$ stets positiv sei:

$$- \Delta = + F_2 - F_1' - d$$

oder

$$\Delta = F_1' - F_2 + d.$$

In unserem speciellen Falle wird dieser Werth in Folge der Bezeichnungen

$$F_1' = - \frac{n_2 r_1}{n_2 - n_1} \quad \text{und} \quad F_2 = \frac{n_2 r_2}{n_3 - n_2}$$

nach gehöriger Reduction:

$$\Delta = \frac{- n_2 r_1 (n_3 - n_2) - n_2 r_2 (n_2 - n_1) + d (n_2 - n_1)(n_3 - n_2)}{(n_2 - n_1)(n_3 - n_2)}.$$

Es werde der Einfachheit wegen gesetzt:

$$N = n_2 r_1 (n_3 - n_2) + n_2 r_2 (n_2 - n_1) - d (n_2 - n_1)(n_3 - n_2).$$

Somit gilt:

$$\varDelta = -\frac{N}{(n_2 - n_1)(n_3 - n_2)}.$$

Mittelst der Werthe von $F_1 F_1'$, $F_2 F_2'$ und $\varDelta$ erhalten wir dann statt der allgemeinen Gleichungen 41 für unser Specialsystem:

$$\left.\begin{aligned}
F &= -\frac{F_1 \,.\, F_2}{\varDelta} = \frac{n_1 n_2 r_1 r_2}{N} \\
F' &= +\frac{F_1' \,.\, F_2'}{\varDelta} = -\frac{n_2 n_3 r_1 r_2}{N} \\
\Sigma &= \frac{F_1 F_1'}{\varDelta} = \frac{n_1 n_2 r_1^2 (n_3 - n_2)}{N(n_2 - n_1)} \\
\Sigma' &= -\frac{F_2 F_2'}{\varDelta} = -\frac{n_2 n_3 r_2^2 (n_2 - n_1)}{N(n_3 - n_2)} \\
N &= n_2 r_1 (n_3 - n_2) + n_2 r_2 (n_2 - n_1) - d (n_2 - n_1)(n_3 - n_2)
\end{aligned}\right\} \quad 48)$$

Es ist klar, dass wir mittelst der so bestimmten Werthe der Brennweiten F und F' unseres Gesammtsystems und der Abstände Σ und Σ' der Hauptbrennpunkte von den Einzelbrennpunkten die ganze Abbildung des Systems S zurückgeführt haben auf die Constanten der beiden Kugelflächen, wie es gewünscht war.

Sind uns aber die Hauptbrennpunkte und Hauptbrennweiten bekannt, so findet man hierdurch auch den Ort der Hauptpunkte, wie der Knotenpunkte (vergl. §. 67 und 68). Somit sind dann alle das System S charakterisirenden Cardinalpunkte mittelst der Constanten der beiden Kugelflächen gegeben und ist damit auch constructiv für jedes Object das betreffende Bild zu finden. Anstatt aber aus der Lage der Brennpunkte mittelst der Brennweiten diejenigen der Hauptpunkte abzuleiten, wollen wir direct die Lage der Hauptpunkte bestimmen, indem wir ihre Entfernung von den Kugelscheiteln ableiten. Es sei die Lage der Hauptpunkte H und H' die in Fig. 114 skizzirte, dann gilt:

$$H S_1 = B H - B S_1 = B H - B_1 S_1 + B B_1$$
$$H' S_2 = B' H' - B' S_2 = B' H' - B_2' S_2 + B' B_2'.$$

Für die Strecken $H S_1$ und $H' S_2$, welche mit ψ und ψ' bezeichnet werden sollen, gelte betreffs ihrer Vorzeichen, dass sie vom Scheitel als Anfangspunkt zu rechnen sind, und, wie alle Axenstrecken, positiv im Sinne der Lichtbewegung. Es ist also ψ positiv oder negativ, wenn H rechts oder links von S_1 liegt, ebenso ψ' positiv oder negativ, wenn H' rechts oder links von S_2 gelegen ist. Es werden hierdurch unsere letzten Gleichungen:

$$\psi = F - F_1 + \sigma$$

und

$$\psi' = F' - F_2' + \sigma',$$

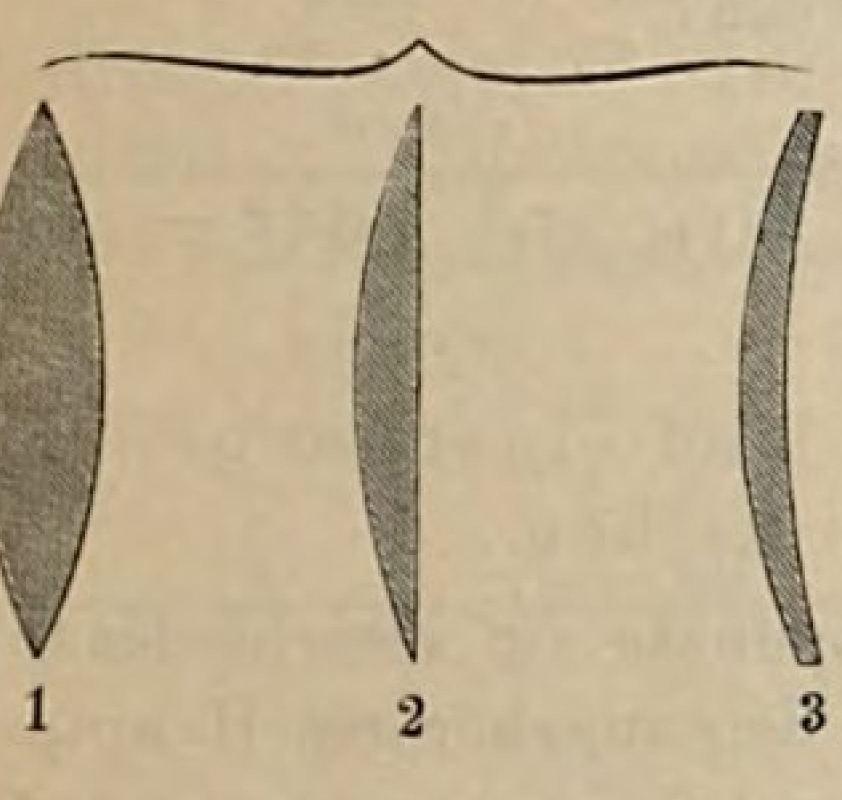
welche mit Benutzung der Werthe für die Grössen rechts übergehen in:

$$\left.\begin{aligned}\psi &= \frac{n_1\, r_1\, d\,(n_3 - n_2)}{N} \\ \psi' &= -\frac{n_3\, r_2\, d\,(n_2 - n_1)}{N}\end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 49)$$

wo N denselben Werth wie vorher (Gleichung 48) hat. Wir können somit rechnerisch wie constructiv zu jedem Object die Lage, Grösse und Richtung des conjugirten Bildes finden, wenn die Constanten r_1, r_2, d, n_1, n_2 und n_3 der beiden Kugelflächen gegeben sind. Ehe wir das thun, wollen wir unser System S noch etwas specialisiren.

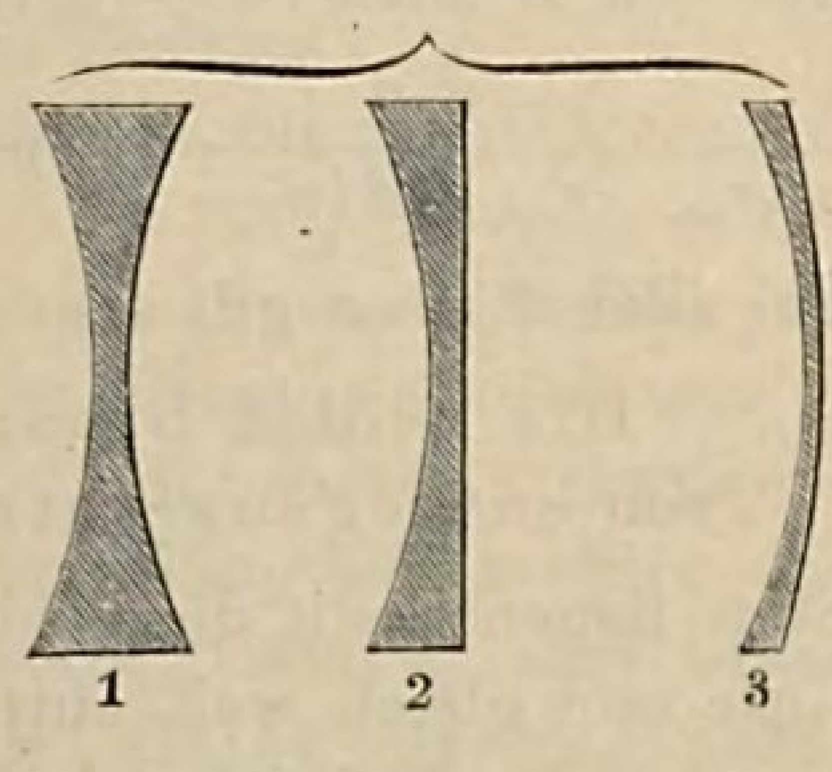
Definition und Eintheilung der Linsen. Es werde fest- 76
gesetzt, dass das erste und letzte Mittel denselben Brechungsindex besitze. In diesem Falle nennt man das Specialsystem S eine „Linse"[1]). Dieses in der Praxis viel gebrauchte System wird z. B. dargestellt durch ein von zwei Kugelflächen begrenztes Glasstück, welches in Luft sich befindet. Die Linsen unterscheiden sich von einander durch den Abstand der beiden Kugelscheitel oder deren „Dicke", durch die Grösse und das Vorzeichen der beiden Kugelradien und schliesslich noch durch die Grösse des Brechungsindex des Linsenmediums, d. h. des von den Kugelflächen eingeschlossenen Mediums. Je nach dem Vorzeichen der beiden Radien theilt man die Linsen ein in sechs Arten, welche in Fig. 115 a und 115 b gezeichnet sind. In Fig. 115 a ist Nr. 1 eine biconvexe, Nr. 2 eine planconvexe und Nr. 3 eine concavconvexe

Fig. 115 a.



1 2 3

Fig. 115 b.



1 2 3

Linse. Alle drei Sorten Linsen sind in der Mitte dicker als am Rande; wie wir zeigen werden, sind diese Linsen im Allgemeinen collective Systeme, d. h. sie haben reelle Brennpunkte und machen auffallende Strahlenbüschel convergenter. In Fig. 115 b ist Nr. 1 eine biconcave, Nr. 2 eine planconcave, und Nr. 3 eine convexconcave Linse. Alle drei Arten sind in der Mitte dünner als am Rande; wir

[1]) Bei der Linse des Auges ist dies allerdings nicht der Fall; zur Berechnung des Ganges der Lichtstrahlen im Auge sind daher die bisher abgeleiteten allgemeinen Formeln und nicht die folgenden specialisirten zu verwenden.

werden zeigen, dass diese Linsen einen virtuellen Brennpunkt haben und die Convergenz der Strahlenbündel vermindern.

Zunächst wollen wir die allen Linsenarten gemeinsamen Eigenschaften besprechen, ehe wir auf deren Unterschiede eingehen.

77 **Gemeinsame Eigenschaften aller Linsenarten.** Da bei jeder Linse der Brechungsquotient vor und hinter ihr derselbe ist, so gilt stets:

$$n_1 = n_3.$$

Führt man diese Beziehung in die Formeln 48 und 49 ein und setzt für das vorkommende Verhältniss $\frac{n_2}{n_1}$ überall n (den relativen Brechungsindex zwischen Linsenmedium und Umgebung), so erhält man speciell für die Linsen:

$$\left.\begin{aligned}
&F = \frac{n \cdot r_1 \cdot r_2}{N} = - F' \\
&\Sigma = - \frac{n r_1^2}{N};\quad \Sigma' = - \frac{n r_2^2}{N} \\
&\psi = \frac{(1 - n)\, d\, r_1}{N};\quad \psi' = \frac{(1 - n)\, d\, r_2}{N};\quad \frac{\psi'}{\psi} = \frac{r_2}{r_1} \\
&\text{worin} \\
&N = (n - 1)\,[(r_2 - r_1)\, n - d\,(1 - n)]
\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad 50)$$

bedeutet; die Ausdrücke für ψ und ψ' können unter Benutzung des Werthes von N auch so geschrieben werden:

$$\psi = \frac{- r_1 d}{n (r_2 - r_1) + d (n - 1)} \quad \text{und} \quad \psi' = \frac{- r_2 d}{n (r_2 - r_1) + d (n - 1)} \qquad 50\,\text{a})$$

Bei allen Linsen gilt also der Satz:

Die beiden Brennweiten sind einander gleich, aber von entgegengesetztem Vorzeichen.

Stets liegen somit die beiden Brennpunkte auf verschiedenen Seiten der Linse und gleich weit entfernt von den zugehörigen Hauptpunkten.

Gemäss der Definition der Haupt- und Knotenpunkte (s. §. 67) gilt für die Abstände x und x' bezüglich x_1 und x_1' der Hauptpunkte bez. der Knotenpunkte von den Brennpunkten allgemein:

$$x = F \quad \text{und} \quad x' = F',$$

bezüglich:

$$x_1 = - F' \quad \text{und} \quad x_1' = - F.$$

In Folge der Beziehung $F = - F'$ bei Linsen, wird $x = x_1$ und $x_1' = x'$, d. h. aber in Worten:

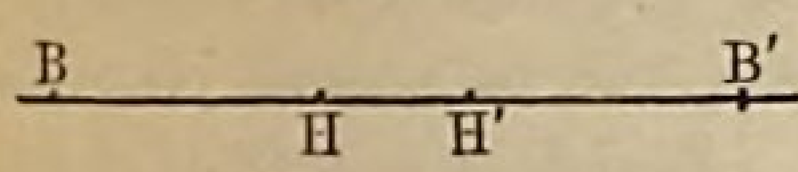
Bei den Linsen fallen die Hauptpunkte mit den Knotenpunkten zusammen.

Die Linsen haben demnach nur vier Cardinalpunkte, nämlich die Brennpunkte B, B' (Fig. 116) und die Haupt- bezw. Knotenpunkte H, H'; dabei gilt stets:

$$BH = - B'H'.$$

Die einzelnen Linsenarten können sich demnach nur durch die Aufeinanderfolge der vier Punkte B, B', H und H' unterscheiden. Es entstehen zwei Möglichkeiten. Entweder liegt H rechts von B und somit H' links von B' oder umgekehrt. In ersterem Falle ist die vordere Brennweite $F = BH$ positiv und somit die Linse collectiv, in letzterem Falle ist die vordere Brennweite negativ und die Linse entsprechend dispansiv.

Fig. 116.



Ueber die von Linsen entworfenen Bilder. Da bei den Linsen $F = - F'$ gilt, so werden die allgemeinen Abbildungsgleichungen 78

$$x x' = - F^2$$

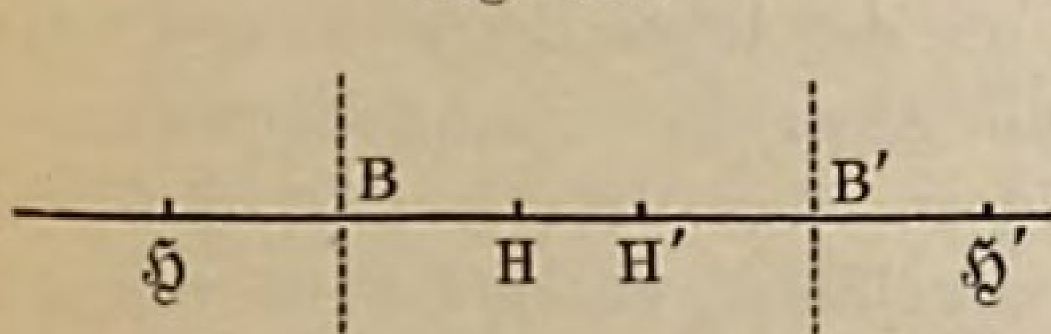
und

$$\frac{y'}{y} = \frac{F}{x}.$$

Wegen des negativen Zeichens von $x x'$ ist die Abbildung durch Linsen rechtläufig, d. h. es wandern Object und Bild in demselben Sinne. Setzt man in analoger Weise wie bei den Kugelspiegeln die verschiedensten Werthe von x in obige Gleichungen ein und berechnet das entsprechende x' und das Lateralverhältniss y'/y, so erhält man für eine Collectivlinse ($F > 0$, $F' < 0$) folgendes Resultat:

Wandert das Object vom links Unendlichen bis zur doppelten Brennweite (erster negativer Hauptpunkt, $\mathfrak{H}$ in Fig. 117), so sein verkehrtes und verkleinertes Bild vom hinteren Brennpunkte B' zur doppelten Bildbrennweite (zweiter negativer Hauptpunkt $\mathfrak{H}'$); in dem Punkte $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{H}'$ sind Object und Bild gleich gross, aber entgegengesetzt gerichtet.

Fig. 117.



Wandert das Object von der doppelten Brennweite ($\mathfrak{H}$) bis zur einfachen Brennweite (B), so sein vergrössertes und verkehrtes Bild von der doppelten Brennweite ($\mathfrak{H}'$) nach dem rechts Unendlichen.

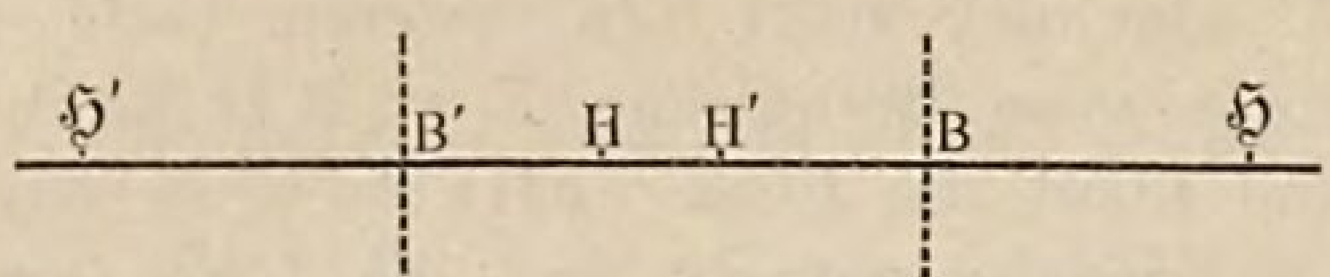
Wandert das Object schliesslich vom Brennpunkte B zum positiven ersten Hauptpunkte (H), so sein aufrechtes, vergrössertes Bild vom links Unendlichen gleichfalls zum positiven zweiten Hauptpunkte (H'); in H und H' sind Bild und Object gleich gross und gleich gerichtet.

Man erkennt also, dass, sobald das Object die Objectbrennebene durchläuft, das Bild sprungweise vom rechts Unendlichen nach dem links

Unendlichen eilt und seine Richtung sich in die entgegengesetzte verwandelt. Ist das Bild erst umgekehrt, so wird es aufrecht, sobald das Object auf seiner Wanderung von links nach rechts den ersten Brennpunkt passirt. Ob das Bild reell oder virtuell ist, hängt von der Lage der Cardinalpunkte zu den Scheiteln der Linsenflächen ab.

Bei den Zerstreuungslinsen ist F negativ und F' positiv; es liegen die Cardinalpunkte wie in Fig. 118, d. h. stets B rechts von H und links von $\mathfrak{H}$. Für diese Linsen erhält man folgendes Resultat:

Fig. 118.



Wandert das Object vom links Unendlichen bis zum ersten positiven Hauptpunkte H, so sein aufrechtes, verkleinertes Bild vom hinteren Brennpunkte B' bis zum zweiten positiven Hauptpunkte H'; in H und H' sind Object und Bild gleich gross und gleich gerichtet.

Wandert das Object von H nach B, so das aufrechte, vergrösserte Bild won H' nach dem rechts Unendlichen.

Geht das Object durch B nach $\mathfrak{H}$, so kommt das verkehrte, vergrösserte Bild aus dem minus bezw. links Unendlichen und eilt nach $\mathfrak{H}'$; in $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{H}'$ sind Object und Bild gleich gross, aber entgegengesetzt gerichtet.

Wandert das Object schliesslich weiter von $\mathfrak{H}$ nach dem rechts Unendlichen, so das verkehrte, verkleinerte Bild von $\mathfrak{H}$ nach B'.

Wiederholt sich bei dieser Discussion das schon in §. 64 gefundene Resultat, dass die Brennebenen die aufrechten von den umgekehrten Abbildungen trennen, so erkennen wir ferner, dass die Hauptebenen den Objectraum vor der Brennebene sowohl, wie den Objectraum hinter der Brennebene in je zwei Theile theilen, insofern sie die Trennungsebenen sind zwischen den vergrösserten und den verkleinerten Bildern. Bei den Sammellinsen wird der Objectraum vor der Brennebene umgekehrt (negativ) abgebildet; in ihm trennt die negative Hauptebene die verkleinerten von den vergrösserten Bildern; der Objectraum hinter der Brennebene wird aufrecht (positiv) abgebildet, entsprechend trennt in ihm die positive Hauptebene die vergrösserten von den verkleinerten Bildern.

Bei den Zerstreuungslinsen wird der Objectraum vor der Brennebene aufrecht (+) abgebildet; in ihm trennt die positive Hauptebene die verkleinerten Bilder von den vergrösserten. Der Objectraum rechts von der Brennebene wird umgekehrt (negativ) abgebildet, entsprechend trennt in ihm die negative Hauptebene die vergrösserten von den verkleinerten Bildern.

Man sieht also, dass zum positiv abgebildeten Objectraume die positive Hauptebene, und zum negativ abgebildeten Objectraume die negative Hauptebene gehört.

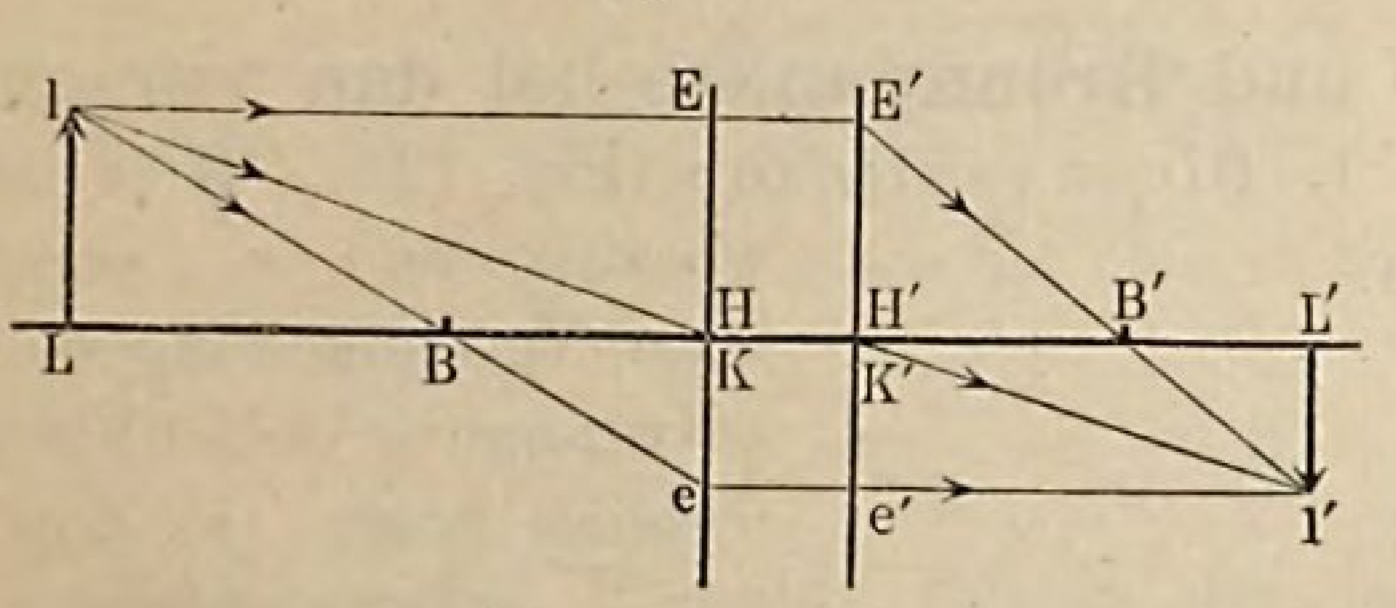
Anschaulich wird dieser Hergang bei der Construction der Bilder an unendlich dünnen Linsen (§. 82). Daselbst kann man auch verfolgen, wie die Hauptebenen und die Brennebenen den ganzen Objectraum wie den Bildraum in vier Einzelräume theilen, welche sich gegenseitig entsprechen.

Construction der durch Linsen entworfenen Bilder. 79

Die im §. 70 allgemein gegebene Constructionsmethode vereinfacht sich, falls das brechende System eine Linse ist, weil dann Haupt- und Knotenpunkte zusammenfallen. Es sei die gegenseitige Lage der Cardinalpunkte die in Fig. 119 gezeichnete, und Ll ein beliebiges Object, dessen Bild durch Construction zu finden ist.

Dazu zieht man von l den axenparallelen Strahl lE, bis er die durch den Hauptpunkt (H') des Bildraumes gelegte Hauptebene im Punkte E' schneidet und verbindet E' mit dem hinteren Brennpunkte B'; hierauf zieht man von l einen zweiten Strahl lB durch den vorderen Brennpunkt B, bis er die erste Hauptebene in e schneidet und legt durch diesen Schnittpunkt eine zur Axe parallele Gerade ee'. Da, wo sich letztere Linie mit der Geraden $E'B'$ schneidet, liegt der zu l conjugirte Bildpunkt l'. Da die Hauptpunkte zugleich Knotenpunkte K bezw. K' sind, so muss Strahl $H'l'$ parallel zu lH verlaufen. Man findet also den Bildpunkt l' ebenso, wenn man nur einen der beiden Strahlen lE bezw. le verfolgt und dann im Punkte H' eine zu lH parallele Gerade zieht. Liegt die Gerade Ll senkrecht zur Linsenaxe, so liegt auch ihr Bild senkrecht zur Axe; man fällt also von l' ein Loth $l'L'$ zur Linsenaxe und erhält hierdurch das Bild vom Object Ll.

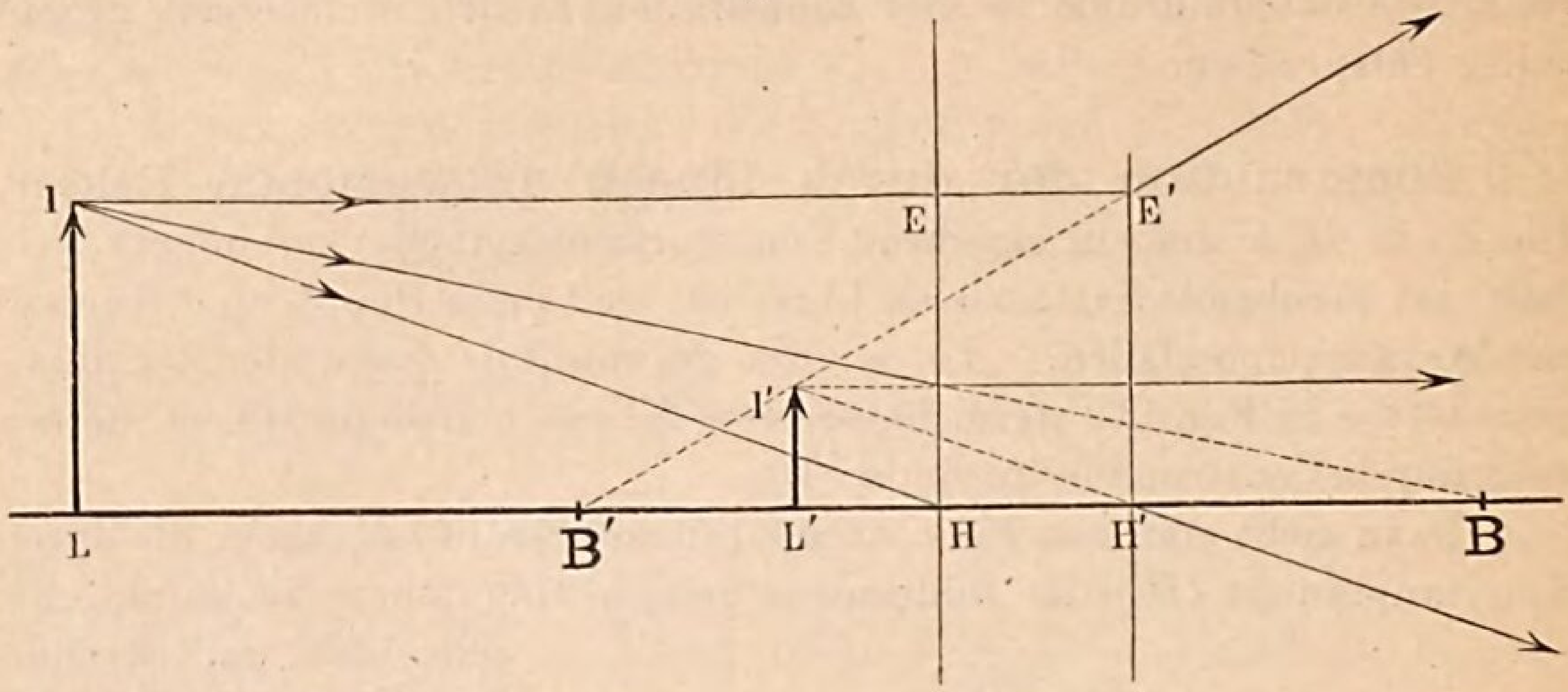
Fig. 119.



Liegt, wie in Fig. 119, H rechts von B, d. h. ist die vordere Brennweite positiv, so schneiden sich alle axenparallelen Strahlen lE factisch im hinteren Brennpunkte B', d. h. parallele Strahlen werden convergent. Dann schneiden sich auch bei der in Fig. 119 gezeichneten Lage des Objectes Ll die von l ausgehenden Strahlen factisch im Punkte l'; $L'l'$ ist reell und umgekehrt. Bei negativer vorderer Brennweite (Fig. 120, a. f. S.), wo H links von B liegt, schneiden sich parallele Einfallsgeraden $l\,E$ nach der Brechung erst rückwärts verlängert im hinteren Brennpunkte B', d. h. parallele Strahlen werden divergent. Die von l ausgegangenen Strahlen schneiden sich erst rückwärts verlängert; das Bild $L'l'$ von Ll ist virtuell und aufrecht. So könnte man für alle Lagen des Objectes sein Bild construiren, wenn man für die verschie-

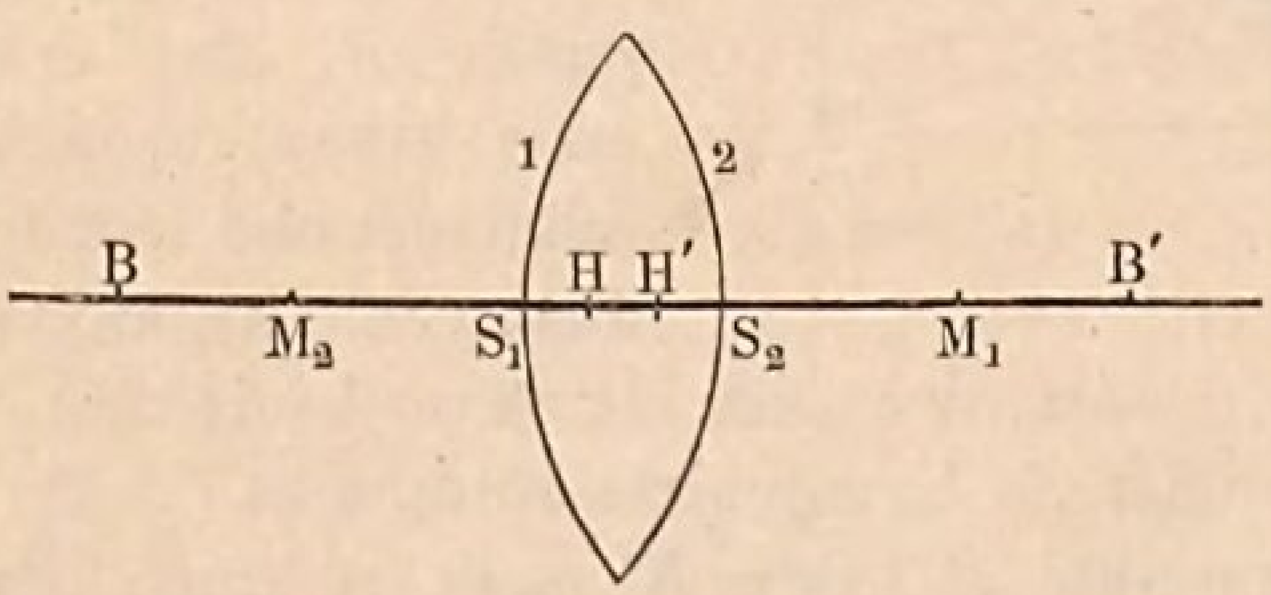
denen Linsen die Lage der Brennpunkte und der Hauptpunkte kennt. Diese wollen wir zunächst bestimmen.

Fig. 120.



80 **Lage der Haupt- und Brennpunkte bei den verschiedenen Linsensorten.** 1. Biconvexlinsen (Fig. 121). Hier ist r_1 positiv und r_2 negativ; zur Vereinfachung sei die Krümmung beider Flächen gleich gross, so dass $r_1 = - r_2 = r$ gesetzt werden kann, wo r den absoluten Werth des Kugelradius bedeutet. Hier wie bei den folgenden Berechnungen werde beispielsweise $n = {}^3/_2$ gesetzt, d. h. angenommen, die Linsen bestehen aus Glas vom relativen Brechungsindex ${}^3/_2$ gegen Luft. Laut den Gleichungen 50 wird hierfür

Fig. 121.



$$N = - \frac{3}{2} r + \frac{d}{4} = \frac{1}{4} (d - 6 r)$$

und

$$F = - \frac{3}{2} \frac{r^2}{N} = - F'.$$

Da r^2 und r positiv, so richtet sich das Vorzeichen von F nach demjenigen von N. Wir erhalten, wie leicht einzusehen, folgende Tabelle:

d	N	F
< 6 r	negativ	positiv
= 6 r	Null	unendlich
> 6 r	positiv	negativ

Je nachdem also d kleiner, gleich oder grösser als der sechsfache Radius ist, wirkt die Biconvexlinse wie ein collectives, teleskopisches oder dispansives System.

Praktisch ist meist $d < 6r$, d. h. also F positiv und F' negativ; es liegt also B links von H und B' rechts von H' (Fig. 121).

Den Werth für F und F', als auch die Abstände ψ und ψ' der Hauptpunkte von den Kugelscheiteln erhalten wir leicht, wenn d so klein angenommen wird, dass man die zweiten und höheren Potenzen von $\frac{d}{6r}$ gegen diese Grösse selbst vernachlässigen kann. Es gilt dann:

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{-\frac{3}{2}r + \frac{d}{4}} = \frac{1}{-\frac{3}{2}r\left(1 - \frac{d}{6r}\right)} = -\frac{2}{3r}\left(1 - \frac{d}{6r}\right)^{-1};$$

entwickelt man die Klammer rechts, so erhält man bei genügend kleinem d:

$$\frac{1}{N} = -\frac{2}{3r}\left(1 + \frac{d}{6r}\right)$$

und somit:

$$F = r + \frac{d}{6} = -F'$$

$$\psi = \frac{d}{3} = -\psi'.$$

Es liegt also H rechts von S_1 um den dritten Theil der Linsendicke, H' um ebenso viel links von S_2 (Fig. 121). Bedeuten M_1 und M_2 die Mittelpunkte der Kugelflächen, so liegt B um $\frac{5}{6}d$ links von M_2 und B' um ebenso viel rechts von M_1; die Lage der vier Cardinalpunkte ist wie in Fig. 121.

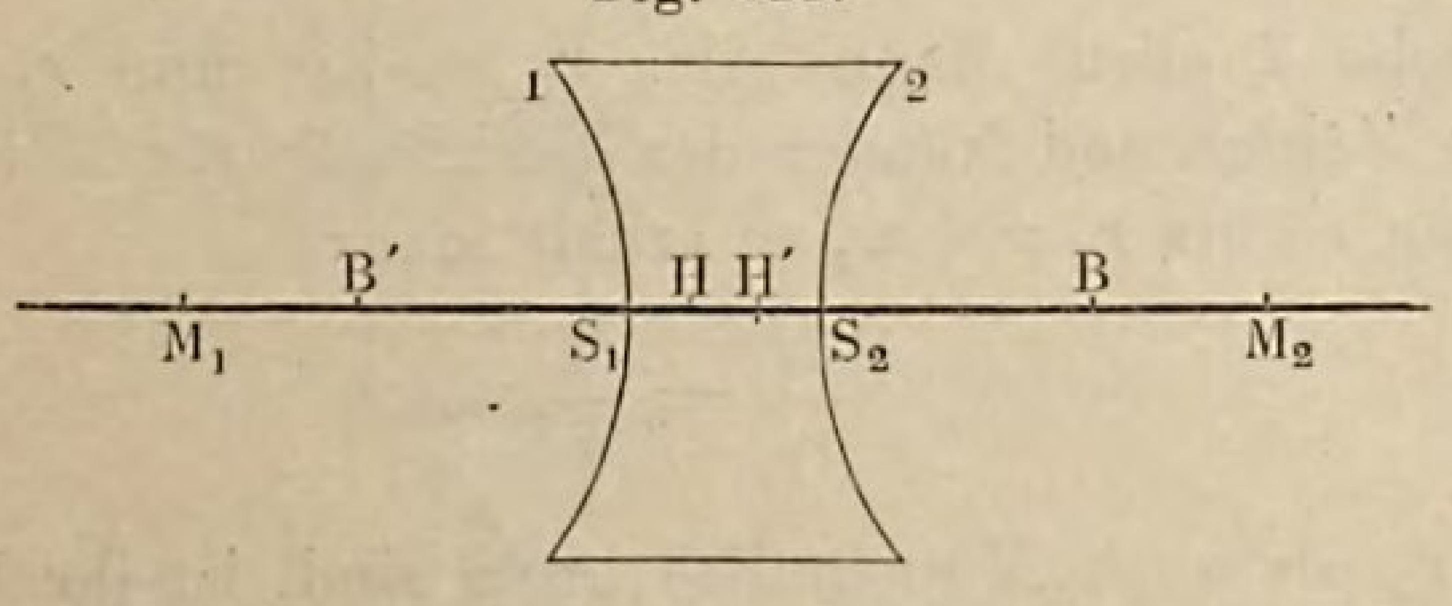
2. Biconcavlinsen (Fig. 122). Hier ist r_1 negativ, r_2 positiv; es sei wieder $-r_1 = r_2 = r$, d. h. die Linsen haben Flächen gleicher Krümmung vom Radius r. Es wird dann:

$$N = \frac{3}{2}r + \frac{d}{4}$$

und

$$F = -\frac{3}{2}\frac{r^2}{N} = -F'.$$

Fig. 122.



Da N stets positiv, ebenso r^2, so wird auch bei jeder Biconcavlinse F negativ sein, gerade umgekehrt wie bei den Biconvexlinsen. Hieraus folgt, dass B rechts von H und analog B' links von H' liegt, d. h. es werden parallele Strahlen zerstreut. Die Biconcavlinsen sind Zerstreuungslinsen. Für kleine Werthe von d wird hier:

$$F = -\left(r - \frac{d}{6}\right) = -F'$$

$$\psi = +\frac{d}{3} = -\psi';$$

es liegt, wie bei der Convexlinse, der Hauptpunkt H rechts von S_1 um $\frac{d}{3}$ und H' um ebenso viel links von S_2. Jetzt liegt aber B' um $\frac{5d}{6}$ links von M_2 und B um $\frac{5d}{6}$ rechts von M_1.

3. Planconvexlinsen (Fig. 123 und 124). Hier ist eine der beiden Kugelflächen eben, die andere convex. Es sei, wie in Fig. 123,

Fig. 123.

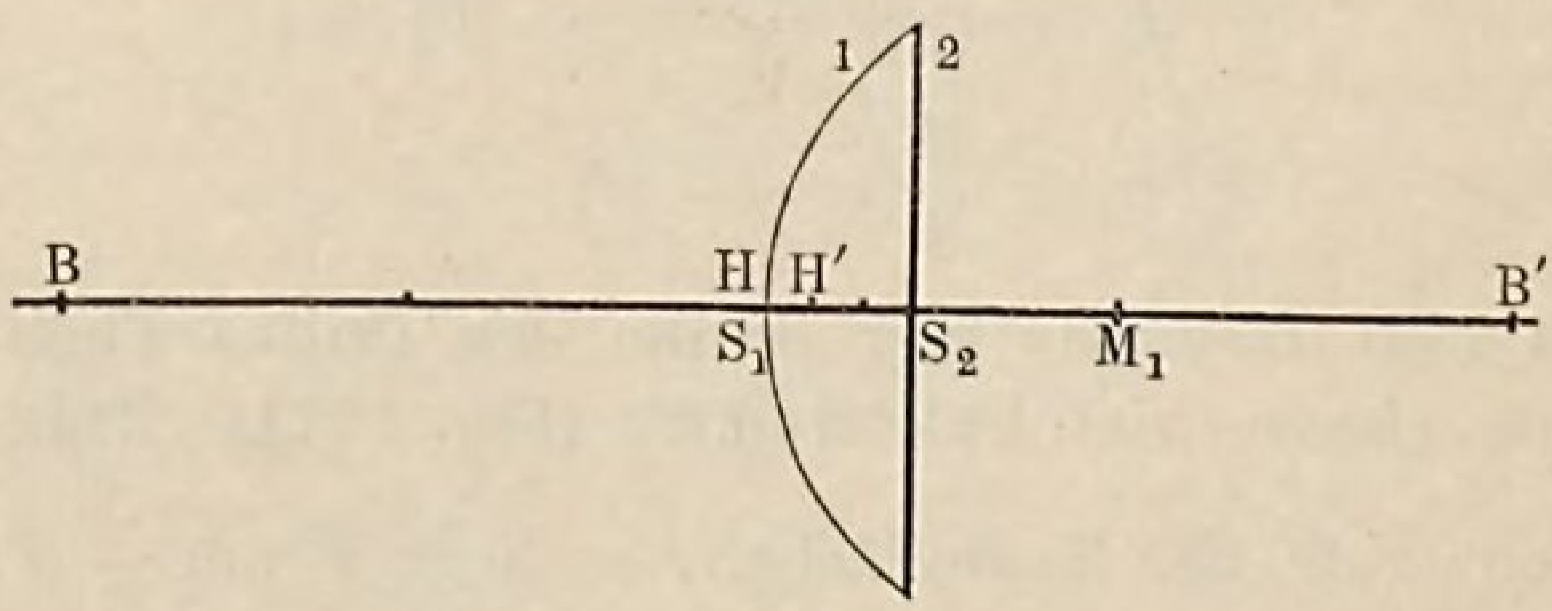
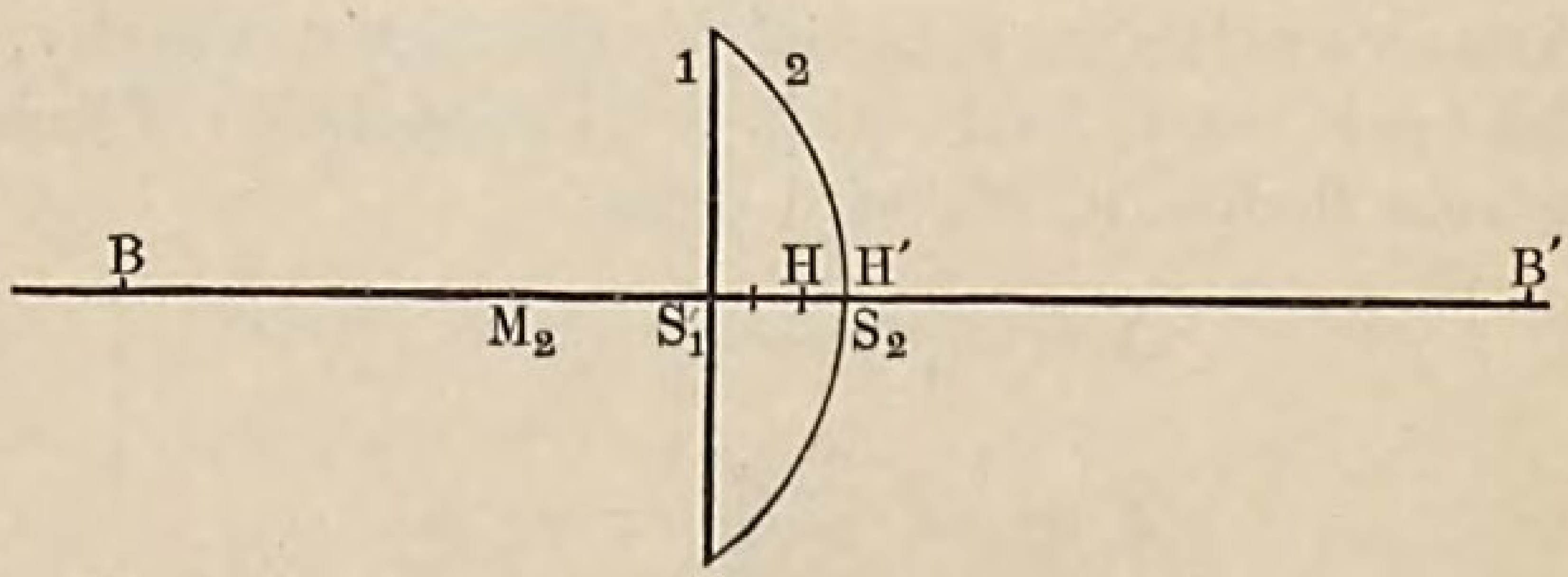


Fig. 124.



zunächst Fläche 2 eben; dann gilt: r_1 positiv und r_2 = unendlich. Dividirt man Zähler und Nenner der Gleichung für N in 50 durch r_2 und setzt dann rechts $r_2 = \infty$, so erhält man:

$$\frac{N}{r_2} = \frac{3}{4},$$

also obwohl r_2 als auch N unendlich gross sind, ist ihr Verhältniss ein endliches.

Demnach wird:

$$F = 2r_1 = -F'$$

$$\psi = 0 \quad \text{und} \quad \psi' = -\frac{2d}{3}.$$

Es ist also F positiv, d. h. es liegt wie bei der Biconvexlinse H rechts von B, also die Planconvexlinse ist Collectivsystem und vereinigt parallele Strahlen. Während der vordere Hauptpunkt H mit dem ersten Kugelscheitel coincidirt, liegt H' um $\frac{2d}{3}$ links von S_2 (Fig. 123).

Ist wie in Fig. 124 dagegen $r_1 = \infty$ und r_2 negativ, so coincidirt H' mit S_2 und H liegt rechts von S_1 um $\frac{2d}{3}$; andererseits ist $F = +2r_2 = -F'$. Davon überzeugt man sich leicht, wenn man bedenkt, dass die beiden Fälle nur durch die Lichtrichtung unterschieden sind. Betrachtet man also Fig. 123 von hinten her durch das Papier und vertauscht die Indices, so erhält man den in Fig. 124 gezeichneten Fall.

Während in Fig. 123 der Brennpunkt um $2r$ links von S_1 liegt, ist er in Fig. 124 nur um $2r - \frac{2d}{3}$ links von S_1 gelegen.

4. Planconcavlinsen (Fig. 125 und 126). Hier ist ebenfalls eine der beiden Flächen eben, die andere aber concav. Es ist also $r_2 = \infty$ und r_1 negativ oder $r_1 = \infty$ und r_2 positiv. Diese beiden Fälle unter-

Fig. 125.

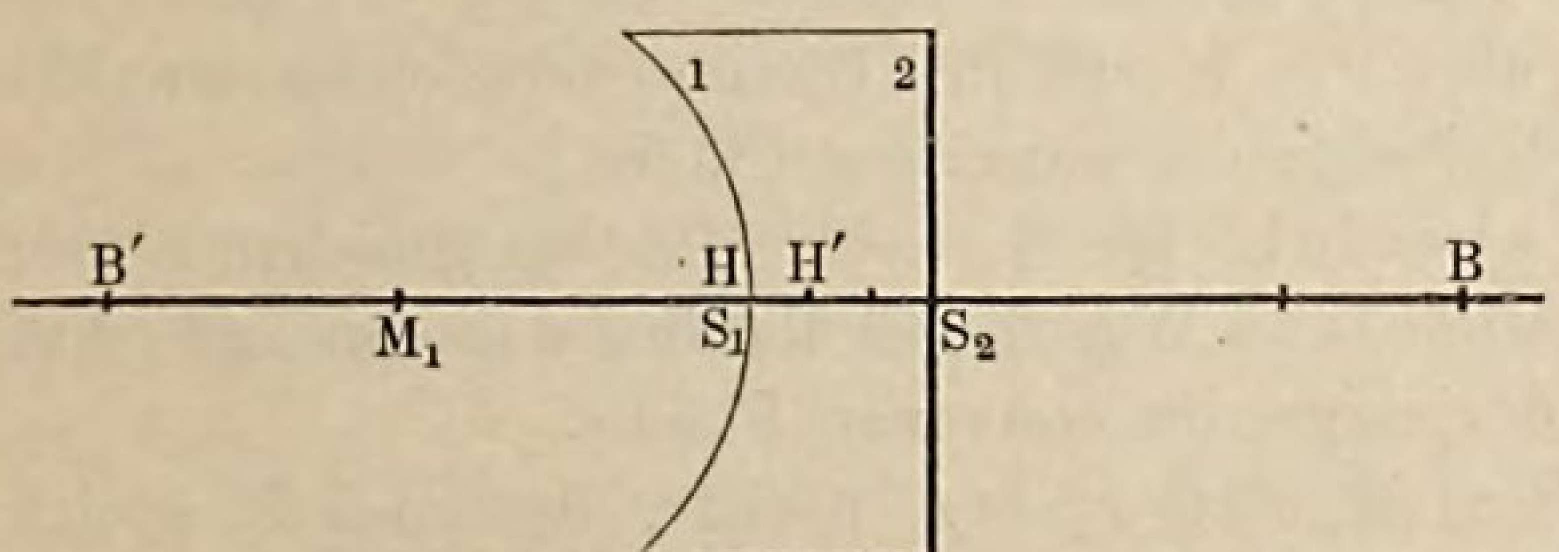
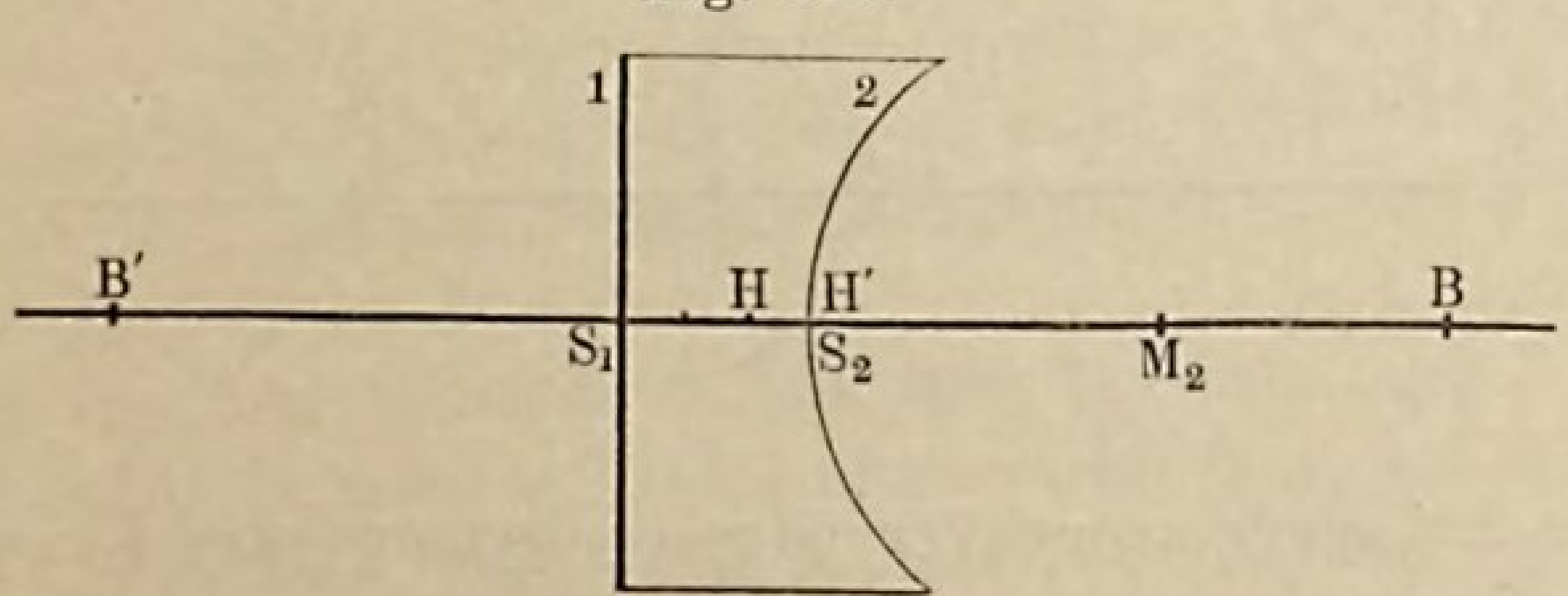


Fig. 126.



scheiden sich von den vorigen nur durch das Vorzeichen von r. Es folgt demnach für $r_2 = \infty$ und r_1 negativ:

$$F = -2r_1 = -F'$$

$$\psi = 0 \quad \text{und} \quad \psi' = -\frac{2d}{3};$$

für den Fall $r_1 = \infty$ und r_2 positiv:

$$F = -2r_2 = -F'$$

$$\psi = +\frac{2d}{3}; \quad \psi' = 0.$$

Die planconcaven Linsen sind also dispansive Systeme; parallele Strahlen werden divergenter. Auch bei ihnen fällt wie bei den planconvexen Linsen jedesmal ein Hauptpunkt mit der gekrümmten Fläche zusammen.

5. Concavconvexe oder convexconcave Linsen (Fig. 127 bis 132). Bei den jetzt in Betracht kommenden Linsen, Menisken genannt, haben beide Radien r_1 und r_2 das nämliche Vorzeichen. In den allgemeinen Werthen

$$F = \frac{3}{2}\frac{r_1 r_2}{N} = -F'$$

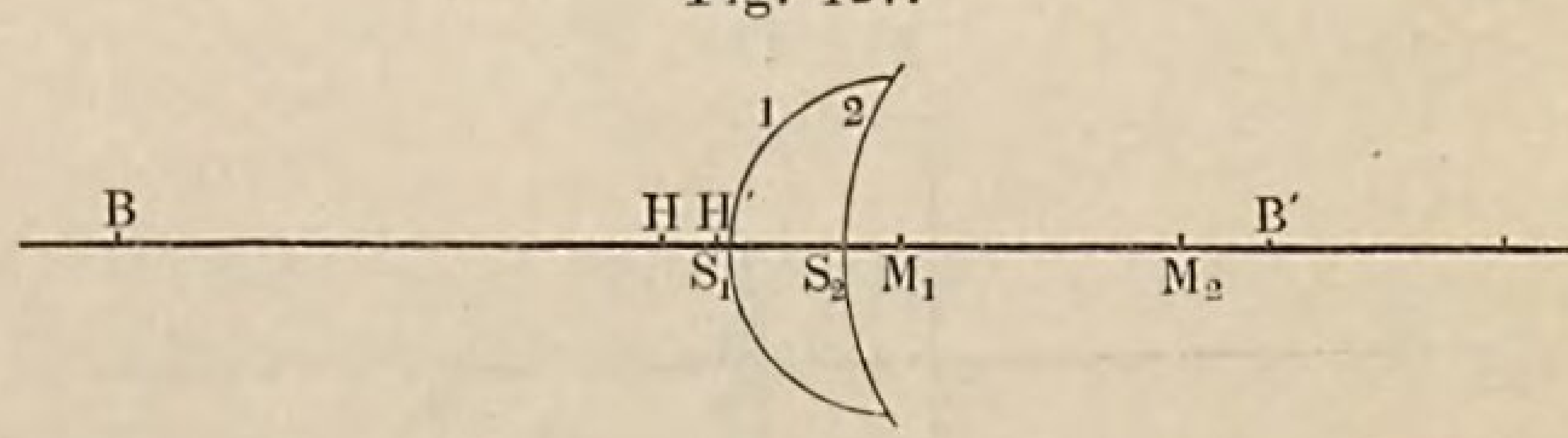
ist daher $r_1 r_2$ stets positiv, gleichviel ob die beiden Kugelflächen positive oder negative Radien haben, so dass F dasselbe Vorzeichen hat wie N. Wird N positiv, so ist der Meniscus Collectivsystem; wird N gleich Null, so ist der Meniscus teleskopisch, und wird N negativ, so wirkt der Meniscus wie ein Dispansivsystem.

Wir wollen die folgenden drei möglichen speciellen Fälle der concavconvexen Linsen einzeln erörtern. Es sei

a) der absolute Werth des Radius der concaven Fläche grösser als derjenige der convexen Fläche;
b) der absolute Werth beider Radien gleich;
c) der absolute Werth des Radius der concaven Fläche kleiner als derjenige der convexen Fläche.

Im Falle a) ist stets $r_2 - r_1$ positiv, also auch N, gleichviel ob beide Radien positiv (Fig. 127) oder negativ (Fig. 127 von rückwärts gesehen)

Fig. 127.



sind. Diese Art convexconcaver oder concavconvexer Linsen wirkt wie eine Sammellinse.

Im Falle b) wird $r_1 = r_2$, also $N = \frac{d}{4}$, d. h. positiv; auch diese Art von Meniscus (Fig. 128) wirkt wie eine Sammellinse.

Im Falle c) wird stets $r_2 - r_1$ negativ, gleichviel ob beide Radien positiv (Fig. 129) oder negativ (Fig. 129 von rückwärts gesehen) sind.

Fig. 128.

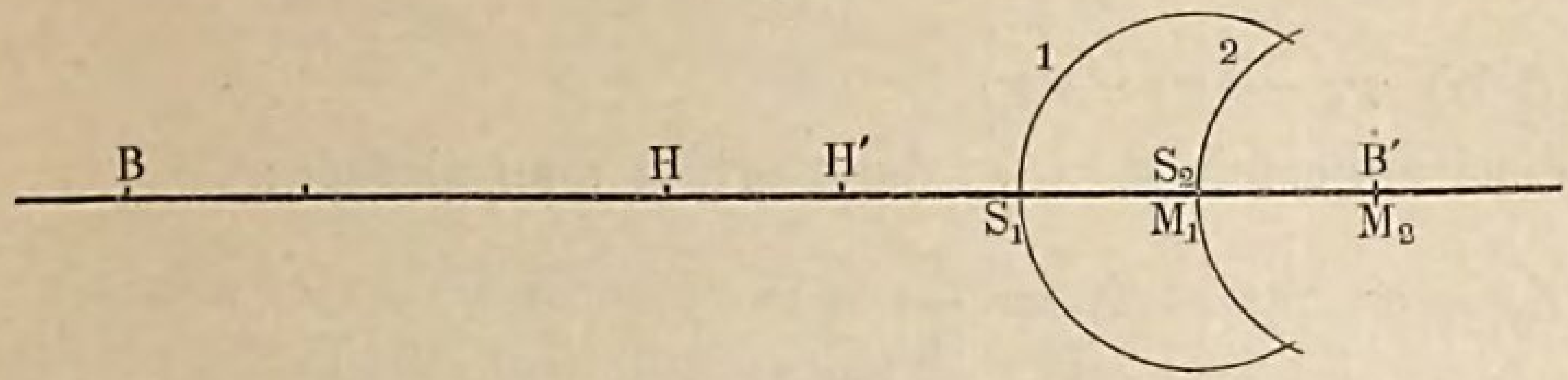
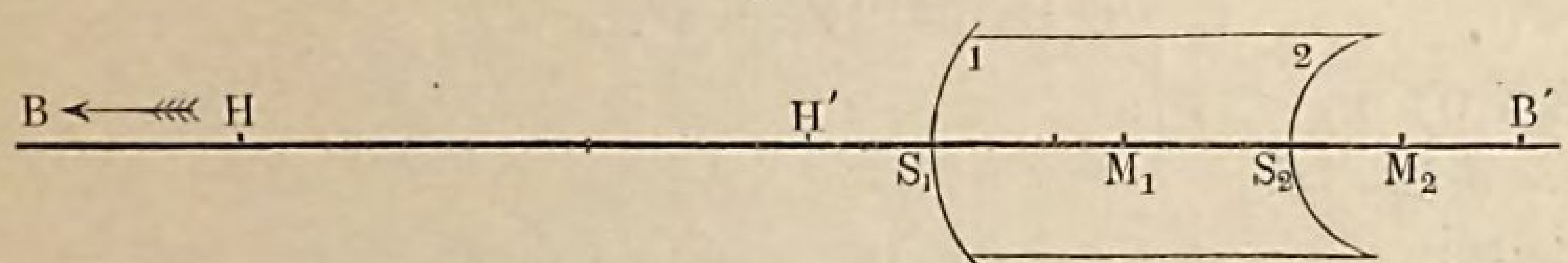


Fig. 129.



Es hängt also das Vorzeichen von N hier lediglich von der Grösse der Linsendicke d zur Differenz der absoluten Radien ab. Letztere werde mit δ bezeichnet. Es folgt dann:

Ist $d > 3\,\delta$, so ist N positiv,
„ $d = 3\,\delta$, „ „ N Null,
„ $d < 3\,\delta$, „ „ N negativ.

Demnach ist diese Art Menisken collectiv, teleskopisch oder dispansiv, je nachdem die Linsendicke grösser, gleich oder kleiner als die dreifache Differenz der absoluten Radien ist.

In der Regel ist $d < 3\,\delta$, so dass man gewöhnlich die in Rede stehenden Menisken als Dispansivsysteme ansehen kann. Dann gilt, wie man sich leicht überzeugt, bei den Menisken a) b) c) wie für alle Linsen das Gesetz:

Collectivlinsen werden nach dem Rande zu dünner, Dispansiv- oder Zerstreuungslinsen werden nach dem Rande zu dicker.

Uebrigens liegen bei diesen Menisken beide Hauptpunkte auf derselben Seite von den Kugelscheiteln und meist ausserhalb der Linse, ausser wenn $d = 0$ oder sehr klein ist. Es mögen einige Zahlenbeispiele folgen, und zwar werde jedesmal die Berechnung nur für den Fall durchgeführt, dass beide Radien positiv sind. Trägt man die erhaltenen Werthe in eine Figur ein und sieht diese von der Rückseite des Papiers her an, indem man die Indices mit einander vertauscht, so erhält man das Resultat für den Fall, dass beide Radien negativ sind.

Ad a) $r_2 > r_1$:

Es sei

$$r_1 = 3; \quad r_2 = 6; \quad d = 2;$$

dann wird:

$$N = {}^{11}/_4;$$
$$F = 9{,}8 = -F';$$
$$\psi = -1{,}1;\quad \psi' = -2{,}2.$$

Ad b) $r_2 = r_1 = r$:

Es sei allgemein $d = r$; dann erhält man einfach:

$$N = \frac{r}{4}$$

und

$$F = 6r = -F';$$
$$\psi = -2r = \psi'.$$

Ad c) $r_2 < r_1$:

1. $d > 3\delta$.

Es sei

$$r_1 = 3;\quad r_2 = 2;\quad d = 6;$$

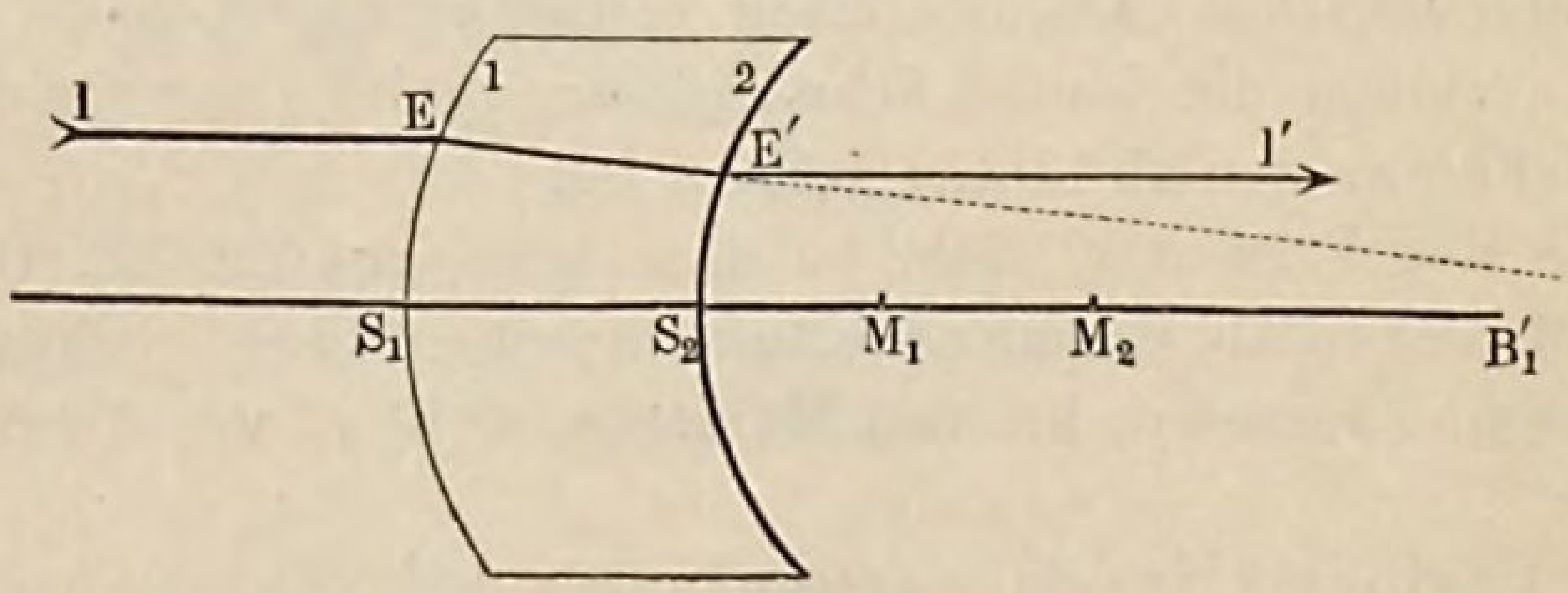
dann wird

$$F = 12 = -F';$$
$$\psi = -12;\quad \psi' = -8.$$

2. $d = 3\delta$.

In diesem Falle wird $N = 0$ und $F = -F' = \infty$; ebenso $\psi = \psi' = -\infty$. In Fig. 130 ist $r_1 = 5$; $r_2 = 4$, also $d = 3$. Der axen-

Fig. 130.



parallele Strahl lE zielt nach dem Brennpunkte B_1' der Fläche 1, um bei E' die Fläche 2 parallel zur Axe zu verlassen.

3. $d < 3\delta$.

Es sei $r_1 = 5$; $r_2 = 4$ und $d = 1$. Dann wird:

$$N = -\frac{1}{2}$$

und

$$F = -60 = -F'$$
$$\psi = +5;\quad \psi' = +4.$$

In dem speciellen Falle, dass die Flächen 1 und 2 (Fig. 131) concentrisch sind, gilt $d = (r_1 - r_2)$, also $d = \delta$, d. h. $d < 3\delta$. Diese Linsen gehören also hierher. Für sie werden die allgemeinen Formeln:

$$N = -\frac{r_1 - r_2}{2}$$

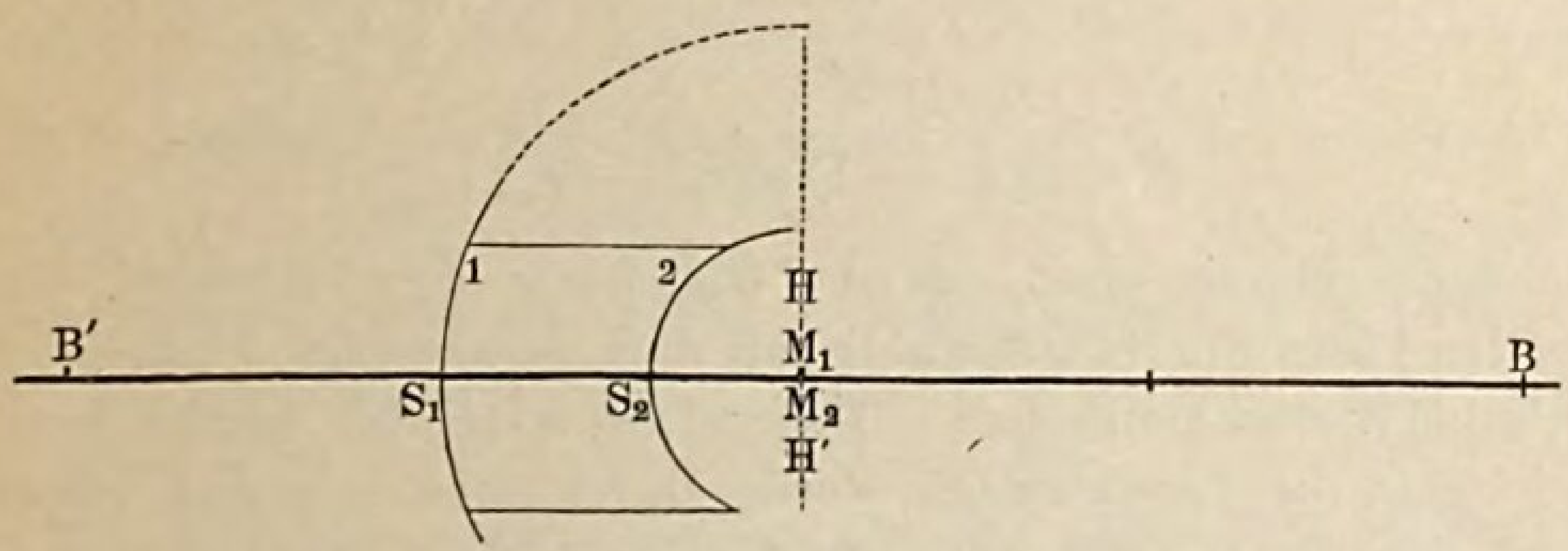
und

$$F = -\frac{3\, r_1 r_2}{r_1 - r_2} = -F'$$

$$\psi = r_1; \quad \psi' = r_2.$$

Es fallen also die Hauptpunkte mit dem gemeinsamen Mittelpunkte zusammen und die Brennweiten wachsen, je kleiner die Dicke ($d = r_1 - r_2$) der Linse ist. In Fig. 131 ist als Beispiel gewählt:

Fig. 131.



$$r_1 = 5; \quad r_2 = 2; \quad \text{also} \quad d = 3;$$

es wird hierfür:

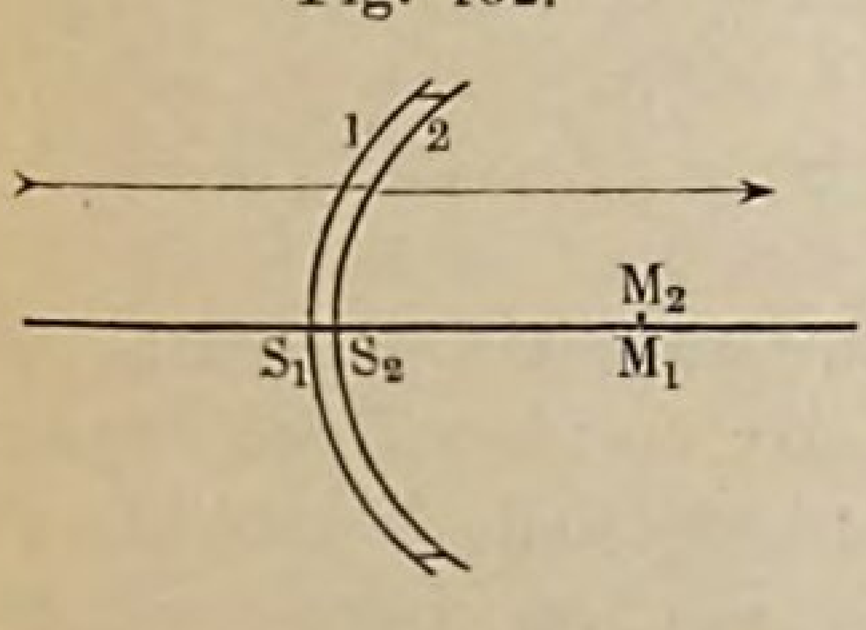
$$F = -10 = -F'$$

und

$$\psi = 5; \quad \psi' = 2.$$

Für den Fall, dass $r_1 - r_2 = d$ gleich Null wird, geht die Linse in eine concentrische Schicht (Fig. 132) über und ihre Wirkungsweise wird teleskopisch. Daraus folgt, dass die Richtung eines Strahles nicht geändert wird, wenn er durch eine sehr dünne concentrische Schicht geht. Letztere wirkt ähnlich einer planparallelen Platte (§. 23, S. 50); sie verschiebt einen Strahl parallel zu sich, lässt aber seine Richtung ungeändert. Bei geringer Dicke der Platte oder bei normaler Incidenz ist die Verschiebung gleich Null. Also wird auch ein Strahlenbüschel, dessen Convergenz oder Divergenz nicht sehr gross ist, beim Durchgang durch die parallele Schicht (Fig. 132) ungeändert nach demselben Vereinigungspunkte laufen, wie ohne die Schicht. In der praktischen Optik verwerthet man dieses Resultat, indem man Objective aus zwei Linsen, deren innere Radien gleich gross sind, mit einander verkittet durch Canadabalsam.

Fig. 132.



Unendlich dünne Linsen (ideelle Linsen). Unter unendlich dünnen Linsen werde das im vorigen Paragraphen besprochene 81

Specialsystem verstanden, wenn in ihm der Abstand der Scheitel gleich Null wird. Da solche Linsen von der Dicke Null praktisch nicht existiren können, so wollen wir dieselben als „ideelle" Linsen bezeichnen. Für sie sind die Abbildungsvorgänge besonders einfach, während, wie wir zeigen werden, die an ihnen erhaltenen Resultate auch für dicke Linsen Gültigkeit haben.

Setzen wir in den Gleichungen 50 d gleich Null, so werden dieselben:

$$F = \frac{n\, r_1\, r_2}{N} = -F'$$

$$\Sigma = -\frac{n r_1^2}{N}; \quad \Sigma' = -\frac{n r_2^2}{N}$$

$$\psi = 0 = \psi'$$

$$N = (n-1)\, n\, (r_2 - r_1).$$

Zunächst ersieht man aus der Gleichung $\psi = 0 = \psi'$, dass bei der ideellen Linse die Hauptpunkte mit dem gemeinsamen Scheitel beider Kugelflächen zusammenfallen. Dieser Linsenscheitel werde fortan mit S bezeichnet; die Linse selbst werde durch eine zur Axe senkrechte, durch S gehende Gerade dargestellt (Fig. 133). Da die Brennweiten von entgegengesetztem Zeichen sind, so liegen die Brennpunkte B und B' stets auf verschiedenen Seiten des Scheitels S. Ihr Abstand BS bezw. $B'S$ ist gleich der negativ genommenen Brennweite; dabei ist der ab-

Fig. 133.

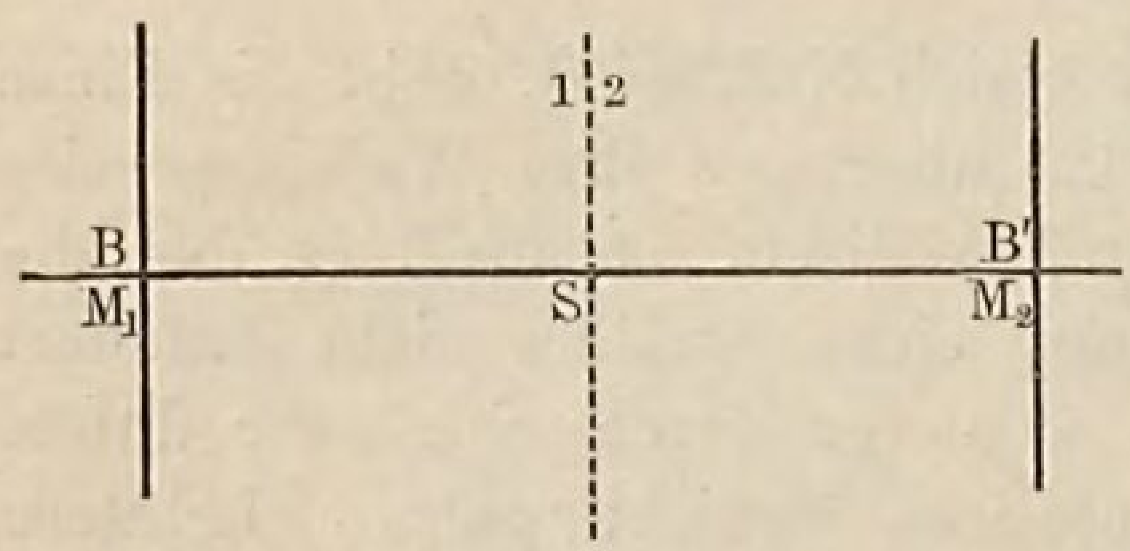
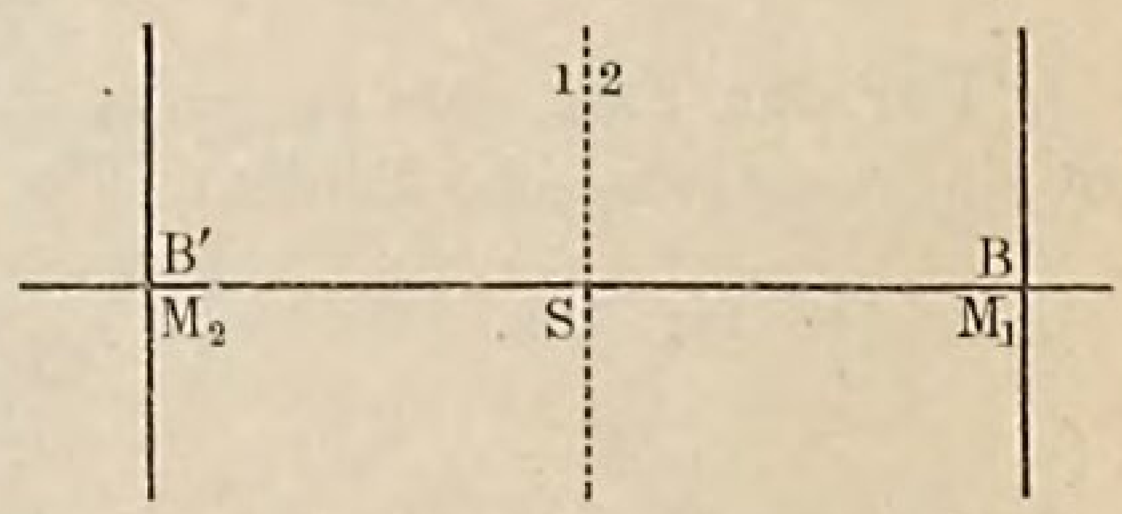


Fig. 134.



solute Werth beider einander gleich. Eine ideelle Linse ist also schon durch drei Punkte bestimmt, die beiden Brennpunkte und den Linsenscheitel. Nur durch die Aufeinanderfolge dieser drei Punkte B, S und B' unterscheiden sich alle ideellen Linsen. Es giebt dabei aber nur zwei Möglichkeiten, entweder liegen die Punkte in der Reihenfolge B, S, B', wie in Fig. 133 oder in der Reihenfolge B', S, B, wie in Fig. 134. Im ersteren Falle ist die Linse eine Sammellinse ($F > 0$), im letzteren eine Zerstreuungslinse ($F < 0$).

Um zu entscheiden, welche Linsen zu der einen oder anderen Sorte gehören, setzen wir den Werth von N in die Formel für F ein. Man erhält hierdurch:

$$F = \frac{1}{n-1} \cdot \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

oder

$$\frac{1}{F} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Hieraus ist ohne Weiteres ersichtlich, dass F positiv oder negativ ist, je nachdem $\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}$ positiven oder negativen Werth hat. Wir unterscheiden die drei Fälle

a) Beide Radien ungleiches Vorzeichen.
b) Ein Radius unendlich gross.
c) Beide Radien gleiches Vorzeichen.

Der Fall a) umfasst die Biconvexlinsen und die Biconcavlinsen. Für erstere ist r_1 positiv, r_2 negativ, also wird F positiv. Ist wieder $n = \frac{3}{2}$ und $r_1 = - r_2 = r$, so wird $F = + r = - F'$. Die Lage der drei charakteristischen Punkte ist in Fig. 133 gezeichnet. Für letztere ist r_1 negativ, r_2 positiv, also wird F negativ; sind beide Krümmungen gleich, so wird $F = - r = - F'$ (s. Fig. 134).

Der Fall b) umfasst die planconvexen und planconcaven Linsen.

Bei ersteren ist $r_1 = \infty$ und r_2 negativ, also F positiv, und zwar gleich $2\,r_2$.

Bei den planconcaven Linsen ist $r_1 = \infty$ und r_2 positiv, also F negativ, aber dem absoluten Werthe nach gleichfalls gleich $2\,r_2$.

Der Fall c) umfasst die Menisken.

Da beide Radien gleiches Vorzeichen haben, so ist für alle Fälle F positiv, wo der Radius der concaven Fläche der grössere ist, d. h. wo der Rand dünner ist als die Mitte; dagegen ist F negativ, wenn der Radius der concaven Fläche der kleinere ist, d. h. wenn die Linse nach dem Rande zu dicker wird.

Für die ideellen Linsen gilt also streng der Satz:

Linsen, welche nach dem Rande zu dünner werden, sind Sammellinsen; Linsen, welche nach dem Rande zu dicker werden, sind Zerstreuungslinsen.

Interessant ist der specielle Fall eines ideellen Meniscus, bei welchem die beiden Radien einander gleich sind. Es wird nämlich $F = \infty$, d. h. also, beim Durchgang durch eine gleich dicke Schicht von beliebiger Krümmung und geringer Dicke bleibt ein Strahlenbündel unabgelenkt.

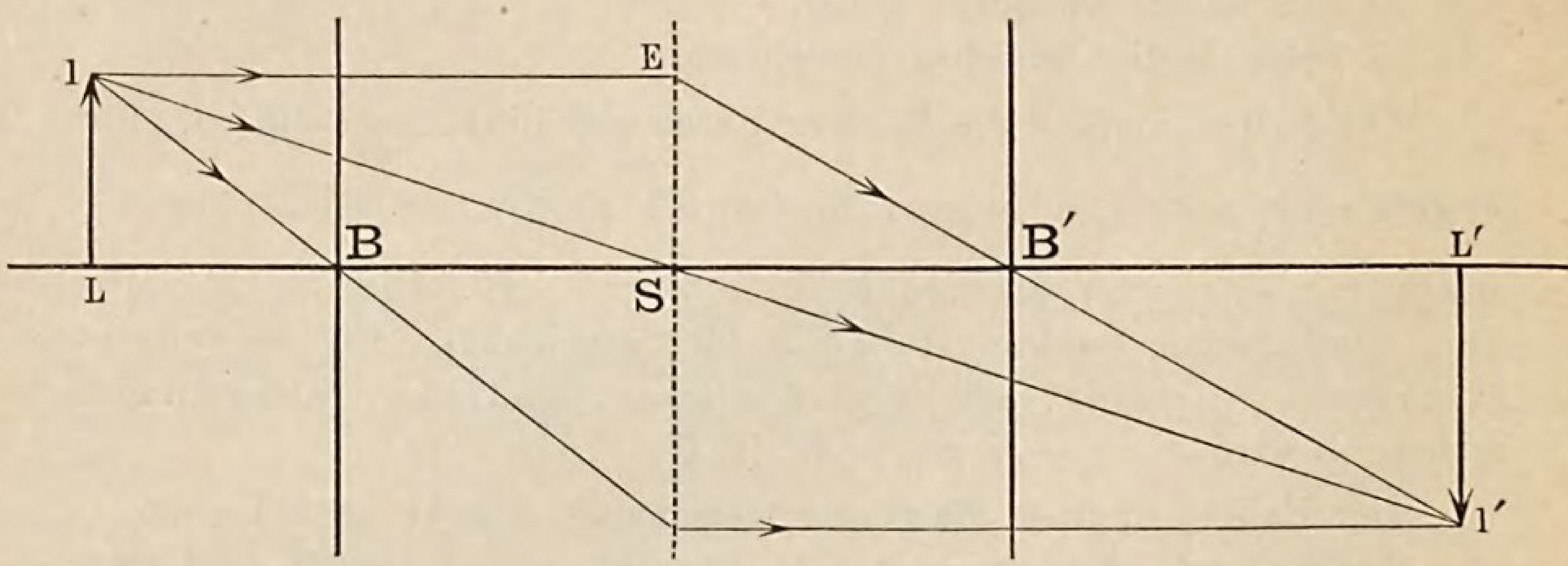
Construction der durch ideelle Linsen entworfenen Bilder (Lage, Grösse und Richtung der Bilder). 82 Im gemeinsamen Scheitel S (Fig. 135, a. f. S.) der beiden Kugelflächen liegen sowohl die Hauptpunkte wie die Knotenpunkte der ideellen Linse. Jeder nach S gerichtete Strahl geht also ungebrochen in derselben Richtung weiter. Daraus folgt, dass je zwei conjugirte Punkte, z. B. l und l', zweier con-

jugirten Querschnitte Ll und $L'l'$ auf einer durch den Linsenscheitel S gehenden Geraden liegen. Mit anderen Worten:

Bei einer ideellen Linse sind zwei conjugirte Bilder perspectivisch in Bezug auf den Linsenscheitel.

Es ähnelt die ideelle Linse in ihrem Verhalten also einer einfachen brechenden Kugelfläche, wo der durch das Centrum gehende Strahl ungebrochen weitergeht, und conjugirte Bilder daher in Bezug auf das Kugelcentrum perspectivisch liegen. Sind daher von der ideellen Linse

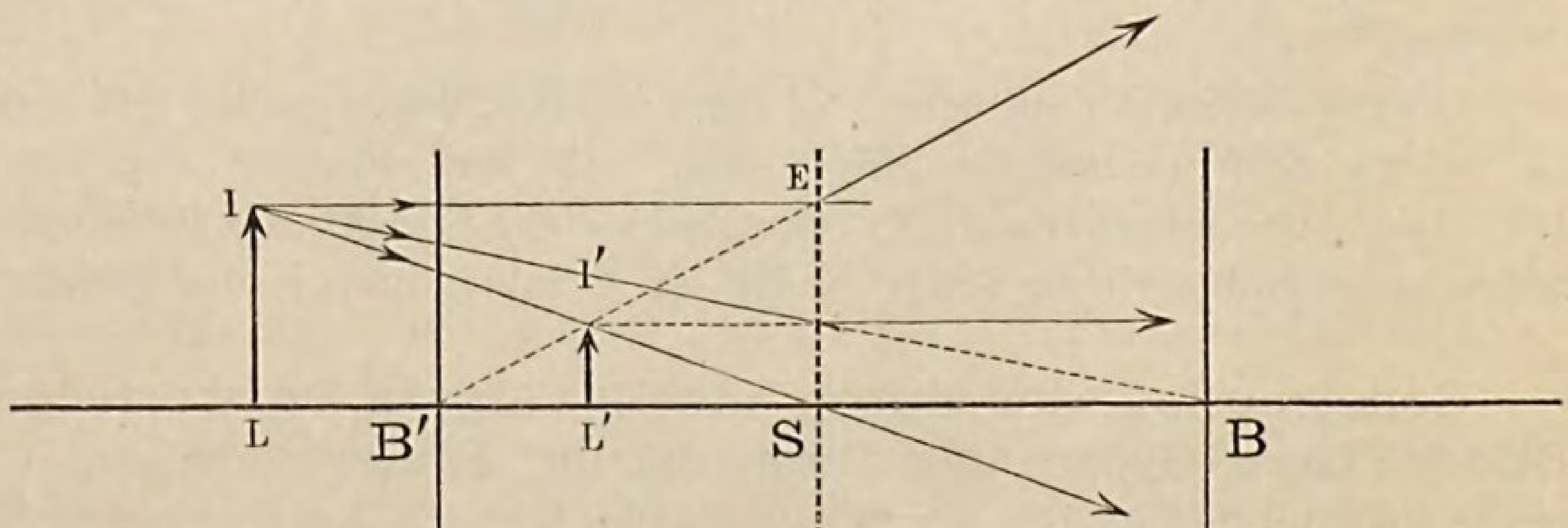
Fig. 135.



noch die Brennpunkte B und B' ihrer Lage nach gegeben, so lässt sich zu jedem Object leicht das betreffende Bild construiren.

Es sei Ll das gegebene Object, welches senkrecht zur Axe liege. Jedenfalls muss der zu l conjugirte Punkt l' auf der Geraden lS liegen. Ferner wissen wir, dass ein parallel zur Axe auffallender Strahl (lE) so gebrochen wird, dass er im Bildraume nach beiden Richtungen genügend verlängert, den hinteren Brennpunkt B' schneidet. Im Falle, dass die Linse collectiv ist (Fig. 135, wo B' rechts von S), schneidet der zum Strahl lE gehörige gebrochene Strahl den hinteren Brennpunkt B' wirklich, im Falle, dass die Linse dispansiv ist (Fig. 136, wo B' links

Fig. 136.



von S liegt), nur rückwärts verlängert. Der reelle oder virtuelle Schnittpunkt l' der Strahlen lS und EB' ist der zu l conjugirte Punkt. Ver-

bindet man Punkt l mit dem vorderen Brennpunkte B und zieht durch den Einfallspunkt e derselben eine Parallele zur Axe, so muss auch diese durch den Punkt l' gehen, sei es in Richtung des Lichtes oder rückwärts verlängert.

Aus den beiden Figuren 135 und 136 lässt sich nun sofort ersehen, welches die Lage, Grösse und Richtung des Bildes ist, wenn das Object Ll vom links Unendlichen bis zum Linsenscheitel wandert. Es werde zuerst die Collectivlinse (Fig. 137 und 138) erörtert.

Fig. 137.

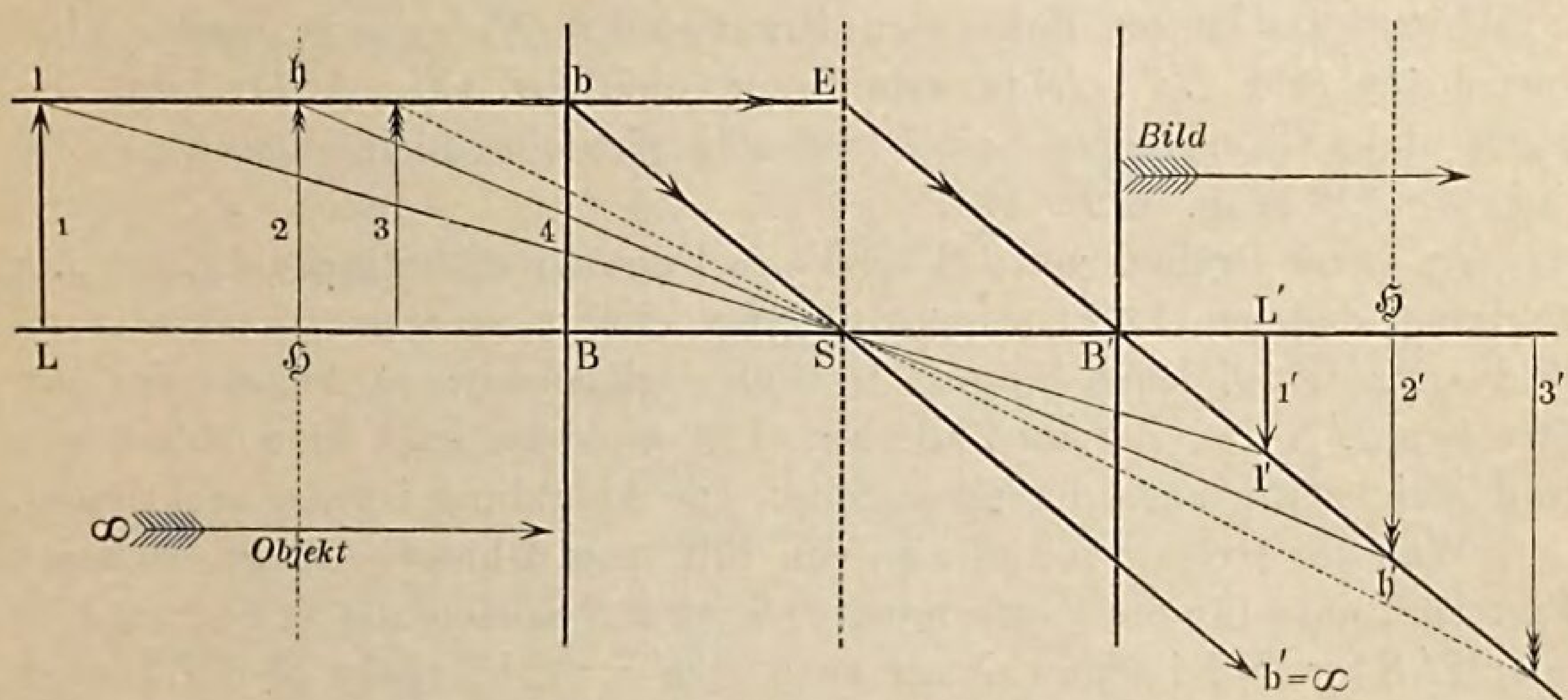
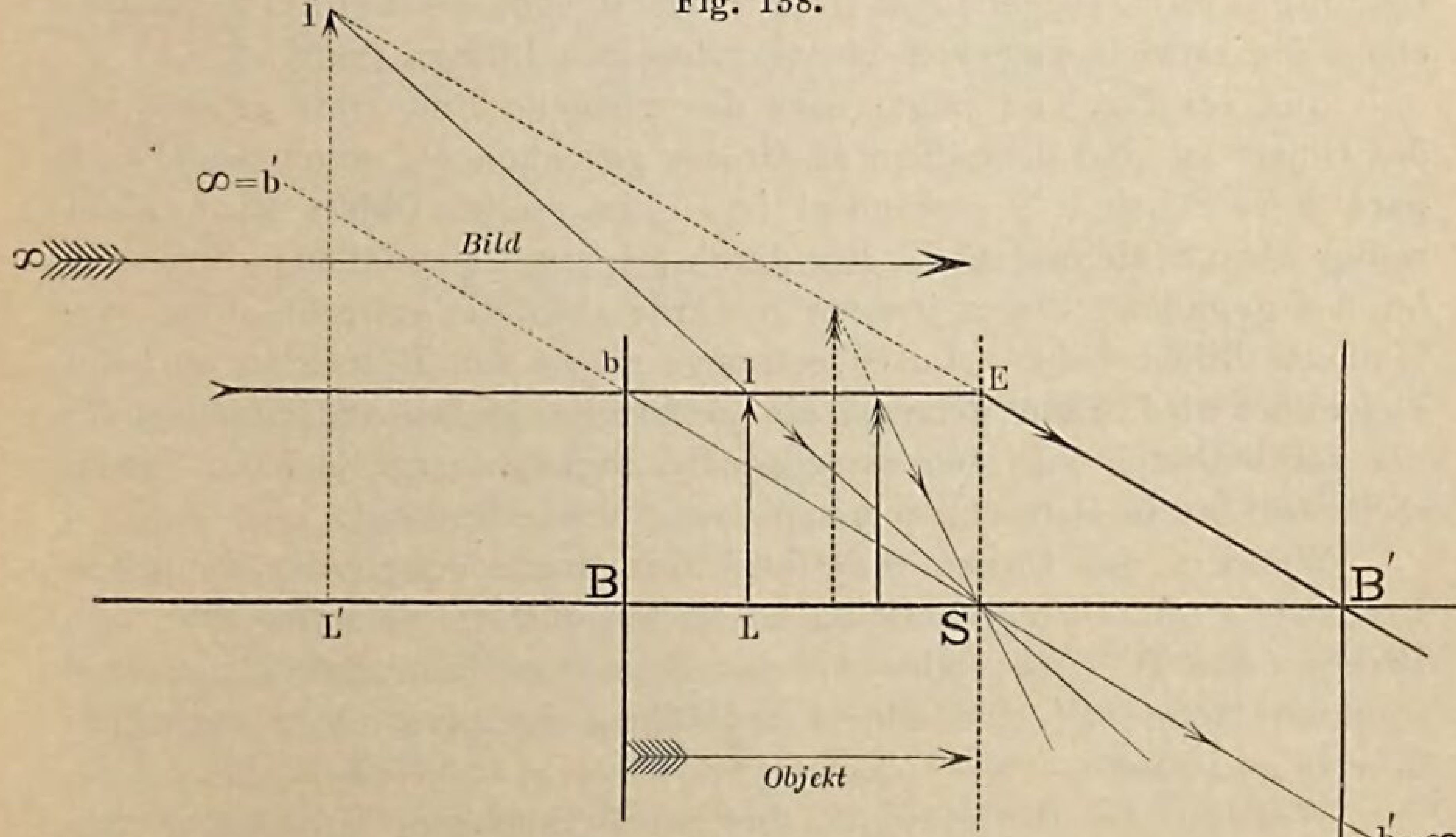


Fig. 138.



Bei einer Collectivlinse liegt der Bildpunkt von l stets auf dem Strahl EB', und zwar da, wo dieser von der Geraden lS geschnitten

wird. Wandert das Object Ll parallel zu sich längs der Axe, so bleibt Strahl EB' ungeändert, während Strahl lS sich um S dreht.

Rückt Ll in die Brennebene Bb, so ist $bE = BS$, d. h. da $B'S = BS$ ist, so ist Strahl bS parallel zum Strahl EB', oder das zu Bb conjugirte Bild liegt im Unendlichen rechts oder links vom Scheitel S.

Liegt Ll links vom Brennpunkte B, so ist $lE > SB'$, d. h. es schneiden sich lS und EB' factisch und zwar rechts von B'; liegt dagegen L rechts vom Brennpunkte B (Fig. 138), so ist $lE < B'S$, d. h. es schneiden sich die Strahlen lS und EB' nur rückwärts verlängert und zwar links von B'. Zunächst ist also erwiesen:

Liegt das Object links vom Brennpunkte B, so sein reelles aber verkehrtes Bild $L'l'$ rechts vom Brennpunkte B' (Fig. 137); liegt dagegen das Object rechts von B, so sein virtuelles aber aufrechtes Bild links von B' (Fig. 138).

Da beim Drehen von lS im Falle Fig. 137 die Strecke $lE = LS$ abnimmt, dagegen $L'S$ zunimmt und umgekehrt, so wandern Object und Bild stets im gleichen Sinne. In Folge gleichzeitigen Abnehmens der Strecken $L'S$ und LS im Falle Fig. 138 wandern auch hier Object und Bild gleichzeitig nach derselben Seite. Die Abbildung ist also rechtläufig.

Was das Grössenverhältniss von Bild zum Object anlangt, so zeigt Fig. 137, dass für die Entfernung $\mathfrak{H}S = 2BS$ ebenfalls $\mathfrak{H}'S = 2B'S$ oder $\mathfrak{H}'S = \mathfrak{H}S$ ist und damit auch $\mathfrak{H}'\mathfrak{h}' = \mathfrak{H}\mathfrak{h}$; rückt also Ll nach $\mathfrak{H}\mathfrak{h}$, so ist sein Bild gleich gross; liegt das Object links von $\mathfrak{H}$, so ist sein Bild kleiner, liegt das Object rechts von $\mathfrak{H}$, so ist sein Bild grösser. Im umgekehrt abgebildeten Objectraume trennt die negative Hauptebene die verkleinerten von den vergrösserten Bildern (vergl. §. 78).

Aus der Fig. 138 folgt, dass das virtuelle Bild stets grösser als das Object ist und demselben an Grösse gleichkommt, wenn das Object nach dem Scheitel S gewandert ist. Ein reelles Object kann nicht weiter über S hinausgehen. Ein durch convergent auffallende Strahlenbüschel gebildetes Object jenseits S würde ebenfalls aufrechte, aber verkleinerte Bilder haben. Im Objectraume rechts von B, welcher aufrecht abgebildet wird, trennt demnach die positive Hauptebene (Scheitelebene S) die verkleinerten von den vergrösserten Bildern (vergl. §. 78). Soweit reelle Objecte in Betracht kommen, lautet unser Resultat:

Wandert das Object vom links Unendlichen nach der doppelten Brennweite ($\mathfrak{H}$), so sein verkehrtes, reelles und verkleinertes Bild vom Brennpunkte B' nach rechts bis zur doppelten Brennweite $\mathfrak{H}'$; in den Punkten $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{H}'$ sind Object und Bild gleich gross, aber entgegengesetzt gerichtet.

Wandert das Object weiter bis zur Brennebene (B), so sein verkehrtes, reelles aber vergrössertes Bild von der doppelten Brennweite $\mathfrak{H}'$ bis ins Unendliche rechts.

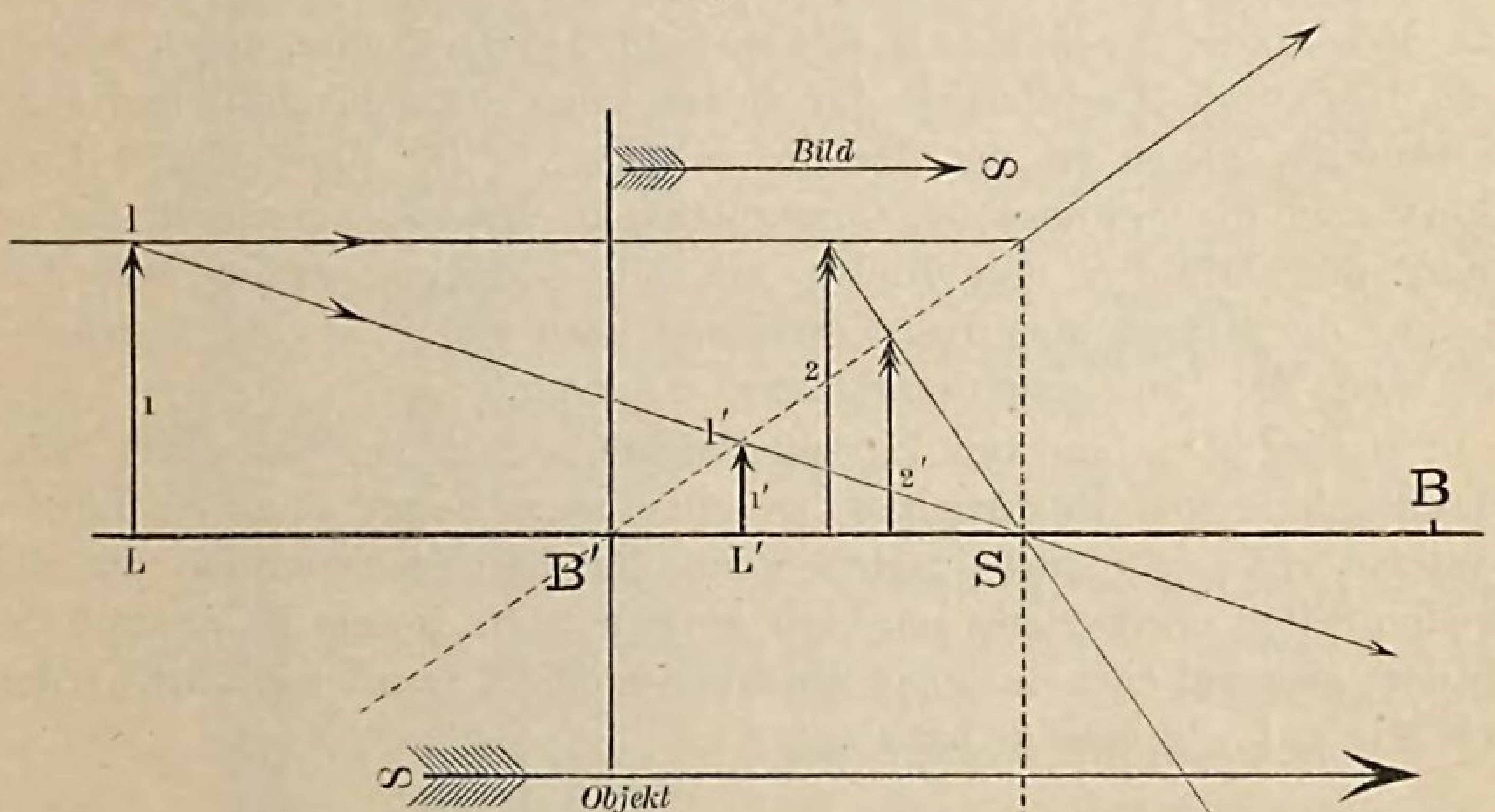
Wandert jetzt das Object vom Brennpunkte B zum Linsenscheitel, so sein aufrechtes, virtuelles und vergrössertes Bild vom links Unend-

lichen ebenfalls zum Linsenscheitel. In letzterem fallen Bild und Object genau zusammen; beide sind gleich gross und gleich gerichtet.

Aus diesem Verlauf ersieht man wiederum, wie die Abbildung unstetig wird, wenn das Object in die Brennebene rückt. Bei diesem Durchwandern der Brennebene eilt das Bild nach dem rechts Unendlichen, um gleich darauf vom links Unendlichen wieder zu erscheinen. Die Wichtigkeit der Unstetigkeitsebenen erhellt ferner aus dem Umstande, dass sie die umgekehrten von den aufrechten Bildern trennen. Sowie das Object die Brennebene durchläuft, verwandelt sich das umgekehrte Bild in ein aufrechtes, oder umgekehrt, je nach der Richtung des Wanderns. Gleichzeitig erkennt man, dass jedes umgekehrte Bild reell, dagegen jedes aufrechte Bild virtuell ist.

Die an einer ideellen Dispansiv- oder Zerstreuungslinse auftretenden Bilder erhält man mittelst der Fig. 139. Stets liegt hier der zu L conjugirte Punkt l' auf der Geraden EB' und dem Strahle lS. Welches

Fig. 139.



auch die Entfernung LS bezw. lE des Objectes vom Scheitel sein möge, stets liegt der Schnittpunkt l' auf der Strecke $B'E$, und zwar um so näher dem Einfallspunkte E, je kleiner lE wird. Die Abbildung ist also rechtläufig und unser Resultat lautet:

Wandert das Object vom links Unendlichen bis zum Scheitel S der ideellen Zerstreuungslinse, so sein verkleinertes, aufrechtes und virtuelles Bild vom hinteren Brennpunkte B' ebenfalls bis zum Scheitel; in ihm sind Bild und Object gleich gross und gleich gerichtet.

Ein reelles Object kann aber nicht weiter als bis zum Scheitel wandern. Die Abbildung eines durch convergente Strahlenbüschel gebildeten Objectes erhält man, indem man die Fig. 139 von der Rückseite her ansieht. Es zeigt sich dann, dass ein rechts von S gelegenes Object vergrössert und aufrecht abgebildet wird, bis es zum Brenn-

punkte B gelangt. Also bei dem aufrecht abgebildeten Objectraume (hier links von B) trennt die positive Hauptebene die verkleinerten von den vergrösserten Bildern (vergl. §. 78).

83 **Beziehung zwischen den Bildern, entworfen durch eine Linse von endlicher Dicke und durch eine ideelle Linse (äquivalente ideelle Linse).** Vergleicht man die Constructionsmethode für eine beliebige Linse mit derjenigen für eine ideelle Linse von gleicher Brennweite, so erkennt man leicht, dass beide in einander übergehen, wenn man bei ersterer eine Parallelverschiebung des rechts vom vorderen Hauptpunkte H gelegenen Theiles ausführt, bis der hintere Hauptpunkt H' mit H zusammenfällt. Die so erhaltene unendlich dünne Linse nennt man äquivalent zur vorherigen dicken Linse. Man erkennt dann leicht folgende Regel:

Will man für irgend eine dicke Linse zu einem einfallenden Strahl den austretenden oder zu einem Object sein Bild finden, so ersetze man die dicke Linse durch eine ideelle unendlich dünne Linse, deren Scheitel mit dem ersten Hauptpunkte der dicken Linse zusammenfällt und deren Brennweite gleich ist der der dicken Linse. Für diese ideelle Linse führt man die gewünschten Constructionen aus und verschiebt die gebrochenen Strahlen und Bilder um eine Strecke parallel zur Axe, welche der Grösse und dem Vorzeichen nach gleich ist dem gegebenen Abstande der Linsenhauptpunkte von einander.

Da jedes System von Linsen gleichfalls bestimmt ist durch seine Hauptpunkte und Brennweiten, so gilt unsere Regel auch für Linsensysteme. Sie gilt nicht mehr, wenn der Brechungsquotient auf den beiden Seiten des Systems ungleich gross ist. In diesem Falle kann das System aber auf eine einzige brechende Kugelfläche zurückgeführt werden, wie wir in §. 71 gezeigt haben.

84 **Experimentelle Bestimmung der Brennweiten von Linsen (Demonstration der Linsengesetze).** Um die durch Linsen und Linsensysteme bewirkte Abbildung zu studiren, bedient man sich mit Vortheil der S. 33 beschriebenen Photometerbank. Auf dem mittelsten Schlitten s_2 (Fig. 140) montirt man die zu untersuchende Linse, während man auf je einem der äusseren Schlitten s_1 bezw. s_3 einen weissen Schirm bezw. ein leuchtendes Object befestigt. In der Fig. 140 ist die Linse convergent; sie erzeugt von der Kerze ein reelles, verkehrtes und vergrössertes Bild, so lange $s_2 s_3$ grösser als die einfache Brennweite der Linse ist. Es ist das Bild gleich gross dem Object, sobald der Abstand $s_2 s_3$ gleich der doppelten Brennweite ist; dann muss auch $s_1 s_2 = s_2 s_3$ sein.

Wird der Abstand $s_1 s_2$ grösser als die doppelte Brennweite, so wird das Bild ein reelles, verkehrtes, aber verkleinertes.

Rückt das Object in den Brennpunkt bezw. die Brennebene, so entsteht sein Bild im Unendlichen. Man findet also umgekehrt den Ort der Brennebene, wenn man von einem im Unendlichen gelegenen Object sein deutliches Bild entwirft. Hat man Sonnenstrahlen zur Verfügung, so lässt man diese auf die Linse parallel zur Photometerbank auffallen, und sucht den Ort des Brennpunktes durch Verschieben des Schirmes, bis das Sonnenbildchen am deutlichsten erscheint. Diese Einstellung ist nicht sehr genau. In Ermangelung unendlich entfernter Objecte[1]) bedient man sich der Collimatoren (siehe Spectralapparate *C*, Fig. 167), bei denen in der Brennebene einer Linse ein Spalt, eine Marke etc. sich befindet. Beleuchtet man den Spalt, so treten die von einem Spaltpunkt ausgehenden Strahlen einander parallel aus dem Collimator aus und der Spalt selbst scheint im Unendlichen zu liegen und ist wie ein unendlich entferntes Object zu verwenden. Umgekehrt kann man mittelst eines auf unendlich eingestellten Fernrohres leicht den Brennpunktsort einer Linse bestimmen, indem man dieselbe vor das Fernrohrobjectiv bringt und nun ein feines Merkzeichen (Glasmaassstab) so lange vor der

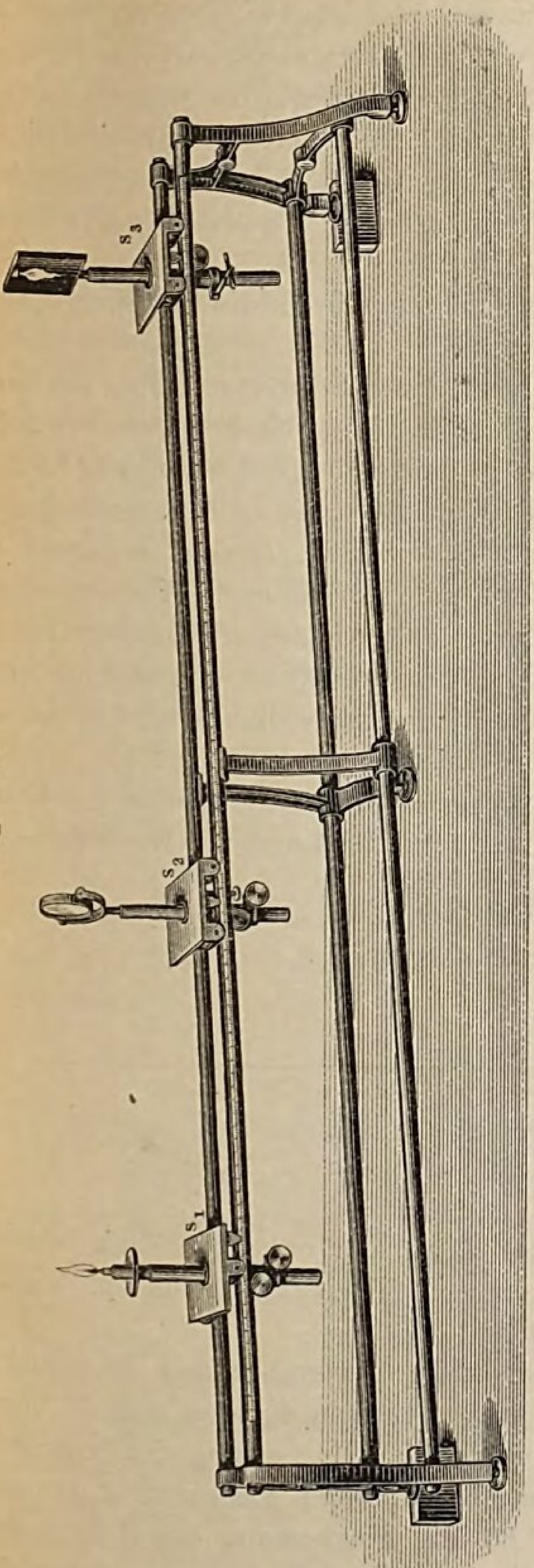


Fig. 140.

[1]) Bei Objectiven oder Linsen von sehr geringer Brennweite (Mikroskopobjectiven) sind die in einer Entfernung von 20 m und mehr gelegenen Objecte als unendlich ferne anzusehen, ohne dass der Fehler in der Ortsbestimmung des Brennpunktes in Betracht kommt.

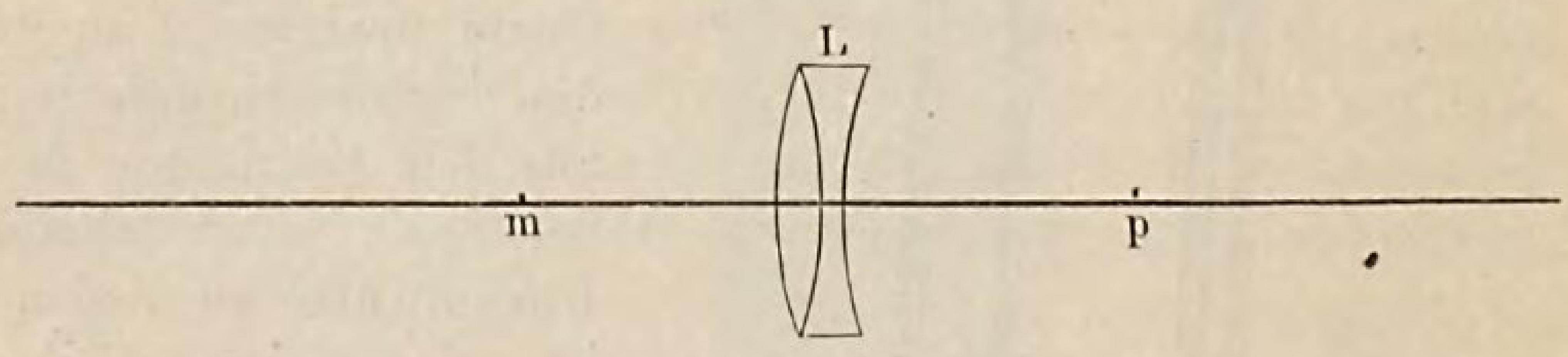
Linse auf der optischen Bank verschiebt, bis dasselbe im Fernrohre deutlich gesehen wird.

Um ein Fernrohr auf Unendlich einzustellen, bedient man sich siderischer Objecte oder des Gauss'schen Oculars. Da bei letzterem die vom Fadenkreuz ausgehenden Strahlen zweimal das Objectiv passiren, insofern dieselben nach dem Austritt nach einer Spiegelung in das Objectiv zurückkehren, so ist diese Methode, den Ort der Brennebene zu suchen, bezw. das Fernrohr auf Unendlich einzustellen, doppelt so genau, als die der directen Einstellung auf ein entferntes Object.

Nach Steinheil [1]) bedient man sich eingedenk des Satzes, dass, wenn zwei Grössen einer dritten gleich sind, dieselben sich selbst gleich sind, dreier mit je einem Fadenkreuz versehener Fernrohre. Man richtet ein auf Unendlich eingestelltes Fernrohr (Nr. 1) umgekehrt gegen den hellen Himmel, hierauf blickt man mittelst des anderen Fernrohres (Nr. 2) in Richtung des ersten durch dessen Objectiv und stellt dasselbe auf das Fadenkreuz des ersten ein. Statt des zweiten benutzt man jetzt das dritte und verfährt ebenso. Richtet man hiernach das Fernrohr 2 auf das umgekehrte Fernrohr 3 und erblickt man dessen Fadenkreuz deutlich, ohne irgend etwas verstellen zu müssen, so sind alle drei Fernrohre auf Unendlich eingestellt. Bei jedem derselben befindet sich das Fadenkreuz in der Brennebene des Objectivs.

Man kann demnach auf mancherlei Weise die Oerter der Brennebenen eines optischen Systems im Raume bestimmen. Wir nehmen an,

Fig. 141.



dass wir dieselben für eine Linse L auf der optischen Bank festgelegt haben, und zwar mögen sie liegen beim Theilstrich m und p. Wie finden wir jetzt die Brennweiten?

Ist die Dicke der Linse sehr klein gegenüber dem Brennpunktsabstande von der Linse, so kann man letzteren direct gleich der Brennweite setzen. Man braucht also nur die Entfernung des Sonnenbildchens von der Linse auszumessen. Bei dickeren Linsen kann man nach den angegebenen Regeln des §. 86 die Entfernung des Hauptpunktes vom Linsenscheitel aus den Radien und dem Brechungsquotienten (bei gewöhnlichen Linsen, wie Brillengläsern $n = {}^3/_2$) der Linse berechnen, und so aus dem Brennpunktsabstande die Brennweite errechnen. Aber

[1]) A. Steinheil und E. Voit, Handb. der angewandten Optik, 1, 7, 1891.

auch die nach der Formel $x x' = f^2$ vor sich gehende Abbildung erlaubt die Brennweite zu bestimmen, wenn man die Oerter der Brennpunkte und die Abstände x bezw. x' des Objectes und seines Bildes vom zugehörigen Brennpunkte auf der optischen Bank bestimmt hat.

Hat man genügenden Raum zur Verfügung, so benutzt man zur Bestimmung der Brennweite den Satz, dass eine Linse von einem in der doppelten Brennweite gelegenen Object ein gleich grosses Bild in wieder der doppelten Brennweite entwirft. Als Object bedient man sich hierzu am besten eines von hinten beleuchteten, in Millimeter getheilten Glasmaassstabes. Das Bild fängt man auf einem mit Millimetertheilung versehenen Schirme auf, so dass man die gleiche Grösse von Bild und Object durch die blosse Coincidenz der Theilstriche feststellen kann. Der Abstand zwischen dem Object und dem zugehörigen Brennpunkte ist gleich der Brennweite, ebenso der Abstand zwischen dem Bild- und dem Bildbrennpunkte. Die Entfernung zwischen Bild- und Objectebene ist aber gleich der vierfachen Brennweite plus dem Abstande der beiden Gauss'schen Hauptpunkte von einander. Man findet somit einerseits den Abstand der Hauptpunkte von einander, andererseits kann man bei Vernachlässigung desselben aus dem Abstande zwischen Object und Bild die Brennweite finden, auch wenn man die Oerter der Brennpunkte nicht kennt. Einen exacteren Werth liefert bei Unkenntniss dieser Oerter die folgende Methode.

Man sucht durch Verschiebung des auffangenden Schirmes und des Objectes die Orte, wo die Vergrösserung gleich Eins, Zwei, Drei etc. ist; die Differenz der Einstellungen giebt direct die Grösse der Brennweite, und zwar für jedes System von endlicher Dicke. Bekanntlich gilt die Beziehung

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{f} = \frac{f}{x},$$

wo y'/y das Verhältniss vom Bild zum Object, f die Brennweite, und x' bezw. x den Abstand des Bildes bezw. Objectes vom Brennpunkte des Bild- bezw. Objectraumes bedeutet. Es ist demnach

$$\begin{array}{lll} y' = y & \text{für} & x' = f \\ y' = 2y & \text{„} & x' = 2f \\ y' = 3y & \text{„} & x' = 3f \\ \ldots & \ldots & \ldots \end{array}$$

so dass die Brennweite direct gleich dem Abstande der Bildebene ist, in denen die Vergrösserung sich verhält wie 1 zu 2, oder wie 2 zu 3 etc. Da aber auch gilt:

$$\begin{array}{lll} y' = y & \text{für} & x = f \\ y' = 2y & \text{„} & x = \frac{f}{2} \\ y' = 3y & \text{„} & x = \frac{f}{3} \\ \ldots & \ldots & \ldots \end{array}$$

so ist die Brennweite auch gleich dem Abstande der Objectebenen, in denen sich die Vergrösserung verhält wie 1 zu $^1/_2$, wie $^1/_2$ zu $^1/_3$ etc.

Eine von Abbe ausgebaute Methode beruht auf der Messung der Bildvergrösserung in zwei beliebigen Bildebenen. Bei der Entfernung x_1 bezw. x_2 eines Objectes vom Brennpunkte sei die Bildvergrösserung β_1 bezw. β_2; es gilt demnach einfach:

$$x_1 = \frac{f}{\beta_1} \quad \text{und} \quad x_2 = \frac{f}{\beta_2},$$

also auch

$$x_2 - x_1 = f\left(\frac{1}{\beta_2} - \frac{1}{\beta_1}\right)$$

oder

$$f = \frac{x_2 - x_1}{\frac{1}{\beta_2} - \frac{1}{\beta_1}},$$

wo $x_2 - x_1$ einfach der Abstand der beiden Objectebenen ist. Auf die Messung von β_1 bezw. β_2 und den hierzu von Abbe construirten Apparat kommen wir später zurück.

Die auf der Definition der Brennweite nach Gauss beruhende Methode lässt sich an Spectrometer- oder Theodolitfernrohren ohne Weiteres ausführen. Nach Gauss (s. S. 125) ist die Brennweite gleich dem Quotienten aus der Grösse des Sonnenbildchens und dem Sehwinkel, unter dem uns die Sonne erscheint. Letzteren kann man, wie jeden anderen Winkel, ohne Weiteres messen, während man die Grösse des Sonnenbildchens mikrometrisch mittelst eines Ocularmikrometers auswerthet. Statt der Sonne kann man zwei benachbarte Sterne einführen.

Ist das zu messende System divergent, so entwirft es keine reellen Bilder. Man kann in diesem Falle die Brennweite $-f$ indirect bestimmen, indem man das divergente System mit einem convergenten von bekannter, aber kürzerer Brennweite $+f'$ combinirt und an diesem Gesammtsystem die Brennweite $+F$ beobachtet. Man hat dann

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{f},$$

woraus f zu berechnen ist.

Direct ist folgendes, freilich sehr ungenaue Verfahren in Anwendung zu bringen. Man lässt die vom Heliostaten kommenden Sonnenstrahlen auf die z. B. biconcave Linse L (Fig. 142) fallen und fängt die austretenden divergirenden Strahlen auf einem Schirme auf. Der daselbst entstehende Lichtfleck hat die Gestalt der Linsenfassung und ist um so grösser, je grösser der Abstand ist zwischen Schirm und Linse. Um möglichst deutliche Ränder des Lichtfleckes zu erhalten, blendet man die Linse durch eine scharfkantige, kreisförmige Blende cd ab. Den Abstand des Schirmes wählt man so, dass der Durchmesser des hellen Kreises ab gerade doppelt so gross ist, als der Durchmesser cd der

Blende; dann ist der Abstand go des Schirmes von der Linse L gleich deren Brennweite oB.

Ein vorzügliches Hülfsmittel für eine populäre Demonstration der Linsenwirkung ist der von E. Mach construirte Apparat, von dem wir in Fig. 143 eine Abbildung geben.

Derselbe besteht aus einem Glaskasten, welcher mit Hülfe eines kleinen Handblasebalges mit Rauch gefüllt wird. Im Kasten verstellbar befinden sich die Linsen. Der Brennpunkt der ersten Linse, auf welche durch ein Gitter Sonnenlicht fällt, wodurch die Strahlen im Rauch sichtbar werden, stellt den leuchtenden Punkt (des Strahlencentrums für das Medium I) vor, der an die zweite Linse beliebig herangeschoben und durch dieselbe durchgeschoben werden kann. Um das directe und gebrochene Lichtbündel gleichzeitig hinter der Linse verfolgen zu können, ist von letzterer nur

Fig. 142.

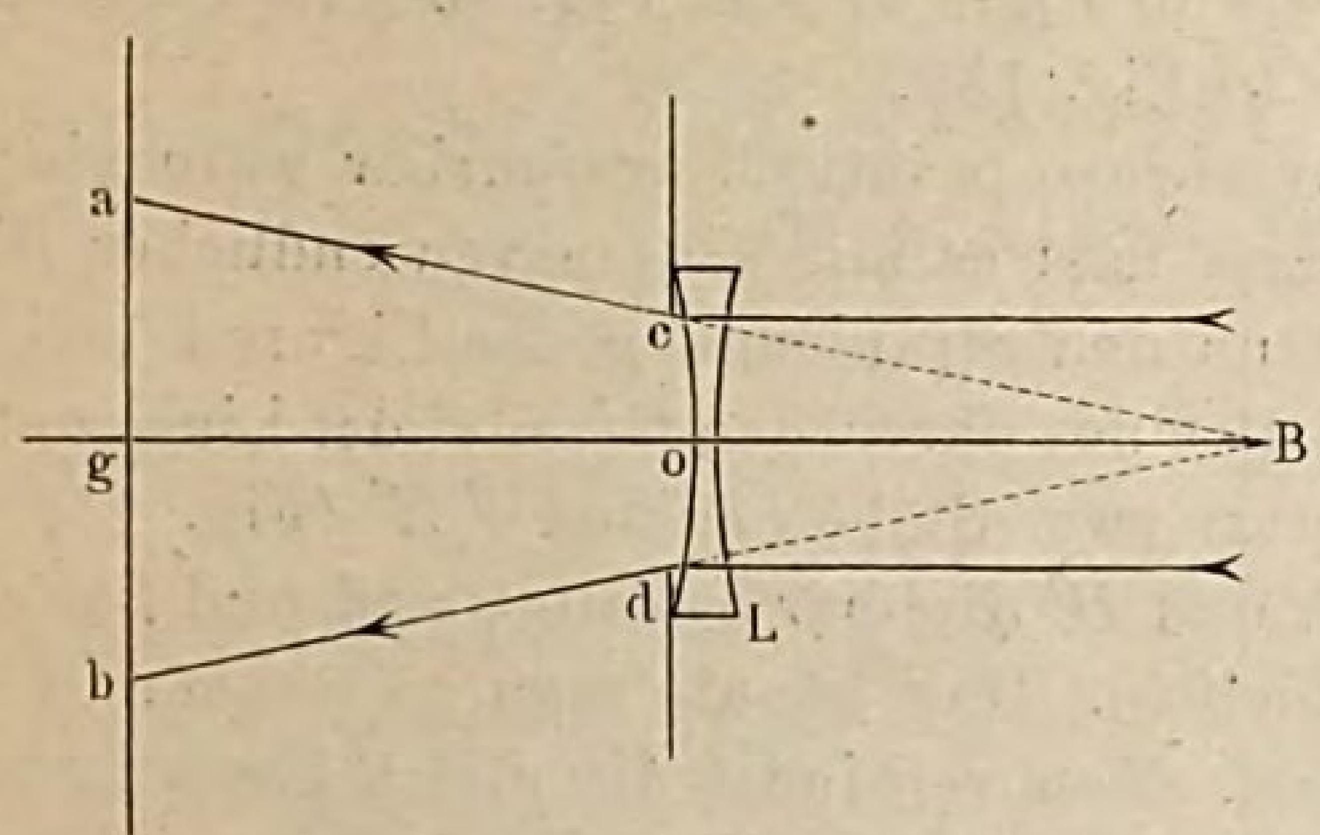
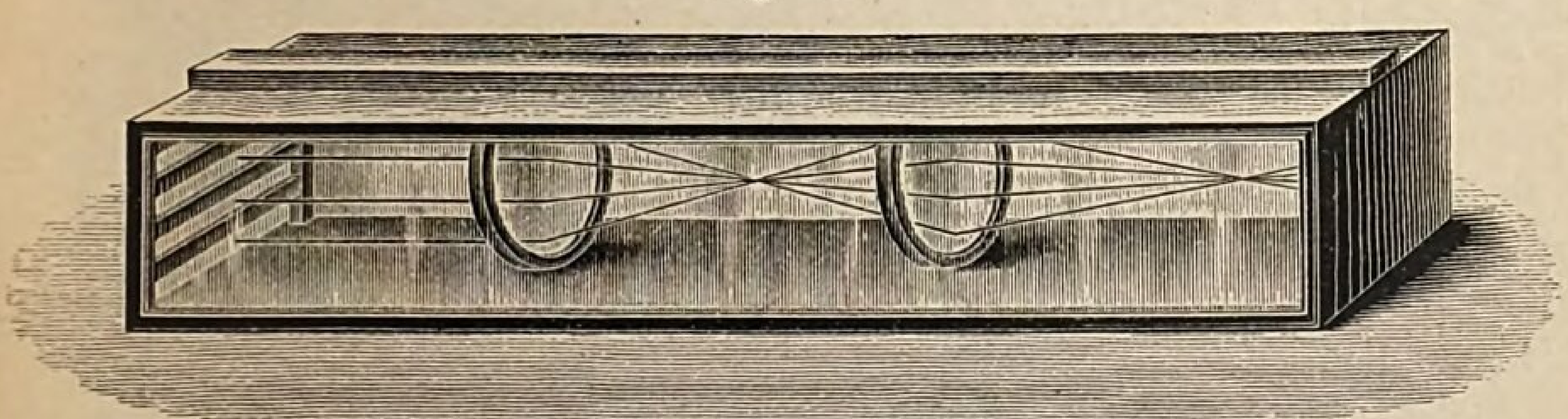


Fig. 143.



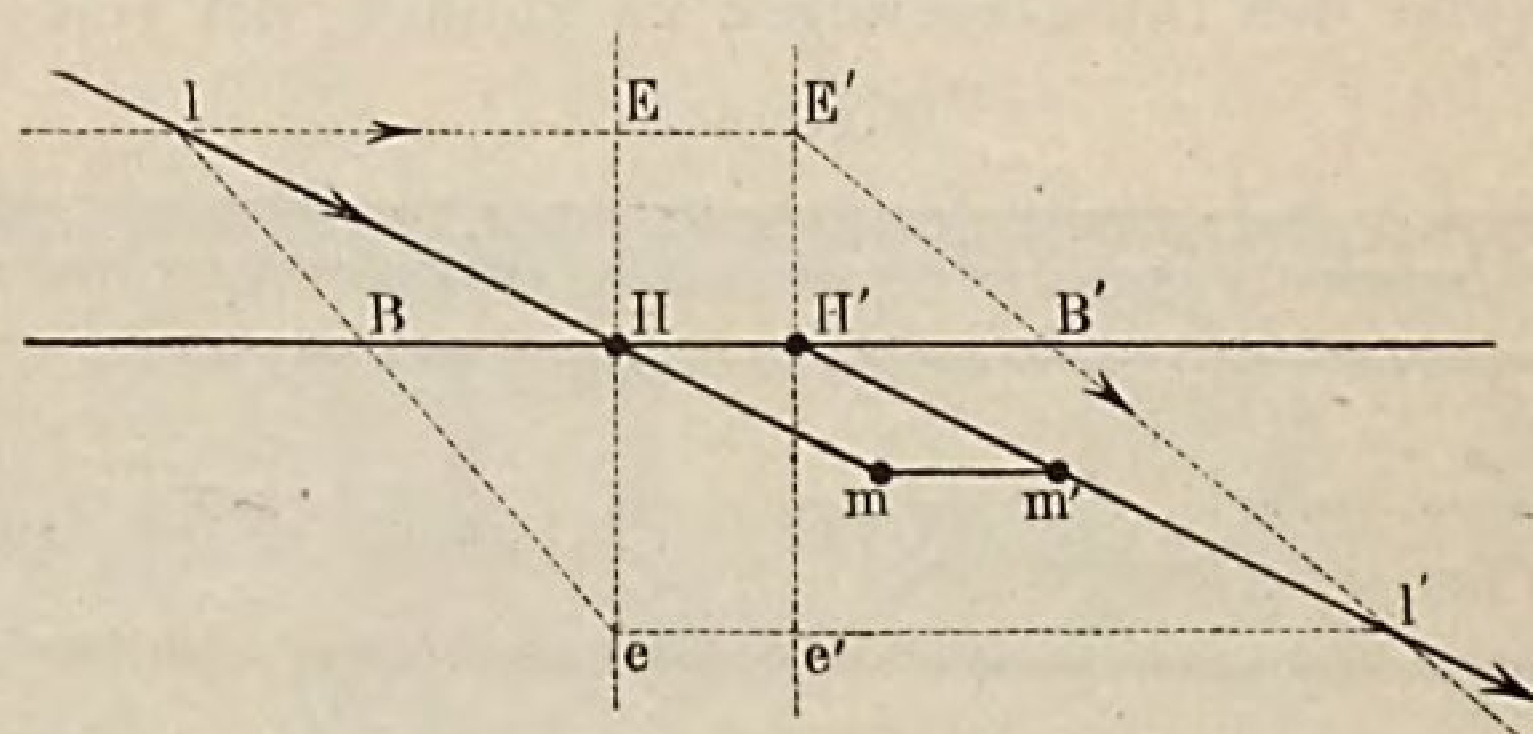
ein Theil vorhanden, und zwar mit rothem Glase bedeckt. Ein Theil des directen Lichtes geht also frei hindurch und bleibt weiss, während das gebrochene Licht roth gefärbt wird. Alle die Linsen betreffenden Sätze lassen sich an diesem Apparat wie an einem beweglichen Modell und in überraschend schöner Weise demonstriren. Zum Nachweise der später zu besprechenden chromatischen Aberration dient eine zur Hälfte mit rothem, zur Hälfte mit blauem Glase bedeckte Linse.

Die Figuren 137 bis 139 zeigen den Weg, auf welchem man ein sehr einfaches Modell herstellen kann zur Demonstration der Wirkung ideeller Linsen. Man nehme ein Brett, auf welchem weisses Papier aufgezogen, und auf dem die Axe BB' der Linse SE, sowie der Gang eines axenparallelen Strahles $lE \parallel BSB'$ gezeichnet ist. Um S drehe sich parallel zur Zeichnungsebene ein gerader dünner Stab (Draht). Man

findet zu jedem auf dem axenparallelen Strahle lE gelegenen Objectpunkt l seinen Bildpunkt l', indem man einfach den Stab dreht, bis er die Gerade lE in l schneidet. Da, wo der Stab den zu lE conjugirten Strahl EB' oder dessen Verlängerung schneidet, ist der zu l conjugirte Punkt l'. Es umfasst der so skizzirte Strahlengang sowohl den Fall der reellen wie virtuellen Linse. Da im ersten Falle B' rechts von S und B links von S liegt, im zweiten umgekehrt, so wird man am besten auch den Strahl EB' beweglich um E als Axe einrichten. Im Falle der reellen Linse legt man dann Strahl EB' wie in Fig. 137 und Fig. 138, im Falle einer virtuellen Linse aber so wie in Fig. 139.

Etwas complicirter, aber ebenso praktisch ausführbar wäre ein solches Modell für den Fall, dass man es mit Linsen von endlicher Dicke zu thun hat. Man müsste dann den Strahlengang der Figuren 119 und 120 zu Grunde legen und statt eines durch den Scheitel der Linse gehenden Stabes lSl' (Fig. 137) jetzt zwei Stäbe lH und $l'H'$ (Fig. 119 und Fig. 144) wählen, welche in H und H' drehbar befestigt sind und bei einer Drehung einander parallel bleiben. Dies könnte man so machen, wie es in Fig. 144 veranschaulicht ist. Man verbindet die gleich langen Stücke Hm und $H'm'$ der beiden um H und H' drehbaren Stäbe durch einen

Fig. 144.



mit HH' gleich langen Querstab mm', aber nicht starr, sondern beweglich um m bezw. m'; bei einer Drehung von lH bewegt sich dann das Querstück mm' parallel zu sich und zwingt hierdurch den Stab $l'H'$, eine zu lH parallele Lage einzunehmen. Der übrige Strahlengang ist punktirt gezeichnet und genau derselbe wie in Fig. 119.

Man könnte auch daran denken, beide Modelle für eine Linse von endlicher Dicke und eine ideelle Linse zu verschmelzen. Dazu müssten aber die Strecken HH' und mm' beliebig zu verkürzen sein. Ebenso müssten die Strecken EE' und ee' Verbindungsstangen sein, welche sich in sich zusammenschieben, und ausserdem müsste der rechts von der Hauptebene $E'H'e'$ gelegene Theil der Fig. 119 bez. Fig. 144 sich längs der Axe $BHH'B'$ verschieben lassen, bis H mit H' und dem entsprechend E mit E' und e mit e' nahe coincidirt.

Viertes Capitel.

Prismatische Farbenzerstreuung (Dispersion des Lichtes).

Historisches über die Zerstreuung des Lichtes. Von 85
Newton's optischen Arbeiten ist diejenige über die Zerlegung und Zusammensetzung des weissen Lichtes unstreitig die fruchtbarste gewesen. Indem Newton die Erscheinungen eines Glasprismas in systematischer Weise dem Experimente unterwarf, entdeckte er, dass das weisse Licht durch die Zusammensetzung farbigen Lichtes entsteht, und dass nur den farbigen Lichtstrahlen unabänderliche physikalische Eigenschaften zukommen.

Wohl war das Glasprisma schon seit Anfang des 17. Jahrhunderts bekannt, doch erst Newton sollte die beredte Sprache deuten, mit der ein solches Glasstück spricht. Im Jahre 1666 erwarb Newton zu Cambridge käuflich ein Prisma, und drei Jahre darauf erschien die berühmte Abhandlung des 25 jährigen Gelehrten, welche der Optik neue Bahnen wies. Mit einem Schlage waren die Wunder der farbigen Welt dem Experimente zugänglich gemacht worden. Unwiderlegbar hatte Newton dargethan, dass das weisse Sonnenlicht aus sehr vielen Strahlengattungen verschiedener Brechbarkeit besteht, von denen jede Art im Auge ihren ganz besonderen Farbeneindruck erregt, und dass die durch prismatische Zerlegung erhaltenen Farben unzerlegbar und unveränderlich seien.

Als Vorläufer Newton's sind Grimaldi (1665) und Marci de Kronland aus Prag (1648) zu nennen, von denen zumal Letzterer viele richtige und falsche Beobachtungen über die Farbenzerstreuung angestellt hat, ohne aber der Wahrheit auch nur nahe zu kommen.

Der überaus wichtigen Entdeckung Newton's, welche die Quelle so vieler optischen Disciplinen werden sollte, folgte eine lange Pause auf diesem Gebiete der Optik.

Eitle Streitereien über die Richtigkeit der Newton'schen Behauptungen erstreckten sich noch bis Ende des 18. Jahrhunderts. Nannte

doch noch Goethe die Theorie von Newton eine „fratzenhafte Erklärungsart!"

Das Studium der Farbenzerstreuung erhielt einen neuen Impuls und eine hohe praktische Wichtigkeit, als es sich darum handelte, an den optischen Instrumenten, dem Fernrohr und dem Mikroskope, die störenden farbigen Säume zu beseitigen, also mathematische dioptrische Instrumente herzustellen. Die Erreichung dieses Zieles wurde durch einen Irrthum Newton's verzögert, welcher glaubte, dass die Farbenzerstreuung in verschiedenen Glassorten stets der Ablenkung der Strahlen proportional sei, und welcher deshalb die Herstellung achromatischer Prismen- und Linsencombinationen für unmöglich erklärte. Aus diesem Grunde wandte sich Newton wieder der Construction katoptrischer Instrumente (Spiegelteleskope) zu, und seiner Autorität folgten die Anderen.

Im Jahre 1754 erst gelang es dem Schweden Klingenstierna, durch die Combination zweier Prismen sowohl Ablenkung weisser Strahlen ohne Farbenzerstreuung, als auch umgekehrt Dispersion ohne Ablenkung experimentell nachzuweisen. Merkwürdig genug war die Anregung dazu ein Streit zwischen Euler und Dollond. Der berühmte Mathematiker Euler hatte 1747 aus der falschen Prämisse, dass das menschliche Auge achromatisch sei, den richtigen Satz gefolgert, es müssen durch die Combination mehrerer Linsen auch achromatische Linsensysteme herstellbar sein. Euler berechnete auch solche achromatische Systeme, freilich ohne die nothwendigen experimentellen Grundlagen zu kennen. Es ist daher verständlich, wenn alle Versuche des englischen Mechanikers Dollond (1752), Euler's Rechnungen experimentell zu bestätigen, erfolglos blieben, so dass Dollond wieder der Newton'schen Lehre Glauben schenkte. Nach Klingenstierna's Versuchen nahm aber Dollond sofort auch seine Experimente wieder auf, und es gelang ihm bald, so gute achromatische Objective und Fernrohre herzustellen, dass dieselben den Beifall der ganzen gebildeten Welt fanden. Nach diesen Erfolgen bemächtigten sich nun ihrerseits wieder die Mathematiker wie Euler, Clairaut u. s. w. dieses Gegenstandes, um Formeln zu finden, nach denen achromatisch und sphärisch corrigirte Linsensysteme zu berechnen seien. Diese Bemühungen waren eitel, so lange man noch keine vergleichbaren Zahlen für die optischen Constanten verschiedener Glassorten hatte. Das Probiren ging daher beim Schleifen mit Recht über das Studiren.

Fraunhofer (1814) war es vorbehalten, jene Lücke auszufüllen. Bei dem Bestreben, die Brechungsquotienten verschiedener Glassorten für ein und dieselbe Farbe zu bestimmen, entdeckte er die nach ihm benannten Fraunhofer'schen Linien im Sonnenspectrum, in denen er sogleich auch das vorzüglichste Mittel erkannte, die Farbensorten des Spectrums zu bezeichnen und scharf zu definiren. Seine berühmten Untersuchungen über die Brechungs- und Zerstreuungsverhältnisse opti-

scher Gläser sind eine Perle experimenteller Forschung. Indem Fraunhofer seine genauen Zahlen der Berechnung zu Grunde legte, andererseits aber auch die Schleif- und Prüfungsmethoden der erforderten Genauigkeit anpasste, ja durch neue Schmelzversuche auch geeignete Glassorten herstellte, gelang es ihm, Fernrohrobjective grösster Dimensionen herzustellen, welche noch heute in vieler Beziehung mustergültig sind. Fraunhofer's Name wird unvergesslich sein, so lange Physik und Astronomie bei der Menschheit ein Ansehen geniesst und voll und ganz gilt von ihm das Wort, welches seinen Grabstein schmückt:

„Approximavit sidera!“

Erwähnt sei, dass vor Fraunhofer schon im Jahre 1802 die schwarzen Linien im Sonnenspectrum von Wollaston beobachtet, aber falsch gedeutet wurden [1]).

Nach Fraunhofer's Tode galt es zunächst, das berühmte Vorbild zu erreichen. Sollte die praktische Optik noch einen Schritt weiter gehen, so musste vor Allem das Material, die optischen Gläser, in grösserer Mannigfaltigkeit und Vollkommenheit hergestellt werden. Dieser Schritt wurde von dem um die neuere Optik hochverdienten Prof. E. Abbe in Jena gemacht. Mit Berechnungen von Mikroskopobjectiven für die Firma Zeiss in Jena beschäftigt, erkannte Abbe, dass der Theorie dadurch sehr enge Grenzen gesteckt waren, dass die Auswahl in den optischen Gläsern mit verschiedenen Eigenschaften zu gering war. Im Verein mit Herrn Dr. Schott stellte daher Abbe Schmelzversuche an, welche die gehegten Erwartungen weit übertrafen. Durch Variation der chemischen Bestandtheile und jedesmalige Bestimmung der maassgebenden physikalischen Constanten einer Schmelzung wurden Glassorten gewonnen, welche in viel höherem Maasse als die früheren bei gleichem mittleren Brechungsquotienten verschieden grosse Dispersion und bei gleicher Dispersion verschieden grosse Brechungsquotienten besitzen. Auch gelang es, Glascombinationen mit gleichem Gang der Dispersion für achromatische Zwecke herzustellen. Der hierdurch eingetretene Wendepunkt der praktischen Optik zu neuem ungeahnten Aufschwung wird stets mit Abbe's Namen verknüpft bleiben, dem „Galilei des Mikroskops“, wie ihn die Spanier mit Recht benannt haben. Deutschland hat aber damit wieder die Führerschaft in der praktischen Optik übernommen.

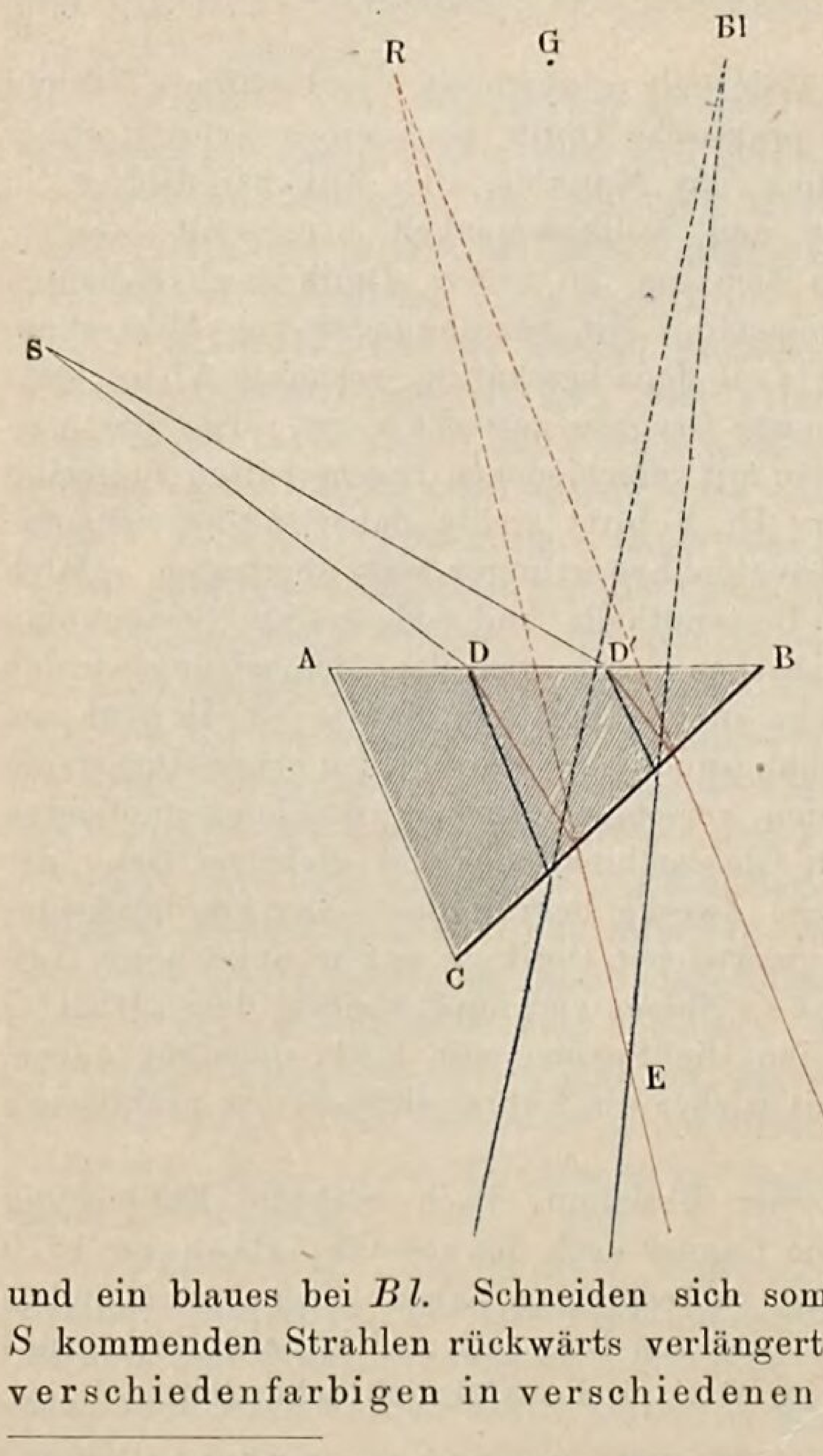
Als eine in theoretischer Beziehung hoch wichtige Entdeckung werden wir dann in diesem Capitel noch die von Christiansen 1870 entdeckte anomale Dispersion zu besprechen haben; die hervorragendste Anwendung der Dispersion, die von Bunsen und Kirchhoff begründete Spectralanalyse, wird im V. Capitel ausführlich behandelt.

Brechungsquotient verschiedenfarbigen Lichtes. Bisher haben wir stets von dem Brechungsquotienten einer Substanz 86

[1]) Philos. Trans., 1802.

gesprochen. Dies ist nur erlaubt, so lange einfarbiges Licht dem Experiment zu Grunde liegt. Aendert sich die Farbe des Lichtes, so auch der Brechungsquotient. So viel Farben es giebt, so vielerlei Brechungsquotienten hat ein Medium. Um dies zu zeigen, wiederholen wir den Versuch auf S. 67 des II. Cap., betreffend die Abbildung eines Objectes durch ein Prisma. Es werde vorerst abgesehen von den Bedingungen für eine deutliche Abbildung und angenommen, dass von einem Objectpunkte ein deutlicher Bildpunkt, und von einem Objecte ein deutliches virtuelles Bild entstehe [1]). Um dieser Annahme auch beim Versuch ziemlich nahe zu kommen, wollen wir als leuchtenden Punkt eine enge kreisförmige Blende mit dahinter befindlicher Flamme, und als Object eine der Prismenkante parallele Spalte benutzen, welche man ebenso beleuchtet.

Fig. 145.



Man lasse jetzt das Object S (Fig. 145) nach einander in verschieden gefärbtem Lichte leuchten und beobachte die jedesmalige Ablenkung seines Bildes. Dazu verwendet man am besten farbige Flammen, wie es die durch Salze gefärbte Weingeist- oder Bunsenflamme ist [2]). Leuchtet das Object S roth (Flamme durch Lithionsalz gefärbt), so entsteht sein Bild bei R; färbt man die Flamme durch Kochsalz gelb, bezw. durch Indiumsalz blau, so sieht man von S ein gelbes Bild bei G, und ein blaues bei Bl. Schneiden sich somit alle gleichfarbigen, von S kommenden Strahlen rückwärts verlängert in einem Punkte, so die verschiedenfarbigen in verschiedenen Punkten.

[1]) Nach den Erörterungen auf S. 67 ff. wissen wir, dass eine Abbildung durch das Prisma nur in ganz besonderen Fällen stattfindet. Wir kommen hierauf noch in diesem Capitel mehrfach zu sprechen.

[2]) Ueber solche gefärbte Flammen siehe Cap. V.

Bei Benutzung des Auges kommen nur sehr enge Strahlenkegel zur Wirkung, welche wir ersetzen können durch den Hauptstrahl, sobald es gilt, die Ablenkung der austretenden Strahlen gegenüber den eintretenden und damit die Ablenkung des prismatischen Bildes zu bestimmen. Gemäss §. 24 des II. Cap. hängt die prismatische Ablenkung nur ab von der Lage des Prismas, seinem brechenden Winkel und der Grösse seines Brechungsquotienten gegen das umgebende Medium. Bei obigem Versuche ist die Prismenlage und der drehende Winkel stets gleich; es kann also die durch die verschiedene Färbung des Objectes eingetretene verschieden grosse Ablenkung des Bildes nur dadurch erklärt werden, dass der Brechungsquotient von Farbe zu Farbe variirt. Man muss also bei Anführung eines Brechungsquotienten zweier Substanzen dazu setzen, für welche Farbe derselbe gemeint sei. Die Methoden der Bestimmung von Brechungsquotienten für verschiedene Farben werden wir im §. 96 dieses Capitels beschreiben.

Zerlegung des weissen Lichtes in seine Bestandtheile (Sonnenspectrum). 87 Färbt man die bei S befindliche Flamme nicht nach einander, sondern gleichzeitig roth, gelb und blau, so erblickt das Auge gleichzeitig von S das rothe Bild bei R, das gelbe bei G und das blaue bei Bl. Das Prisma zerlegt also die in einem Lichtgemisch enthaltenen verschiedenfarbigen Lichtsorten und gestattet somit eine Analyse der Flammen auf ihre farbigen Bestandtheile.

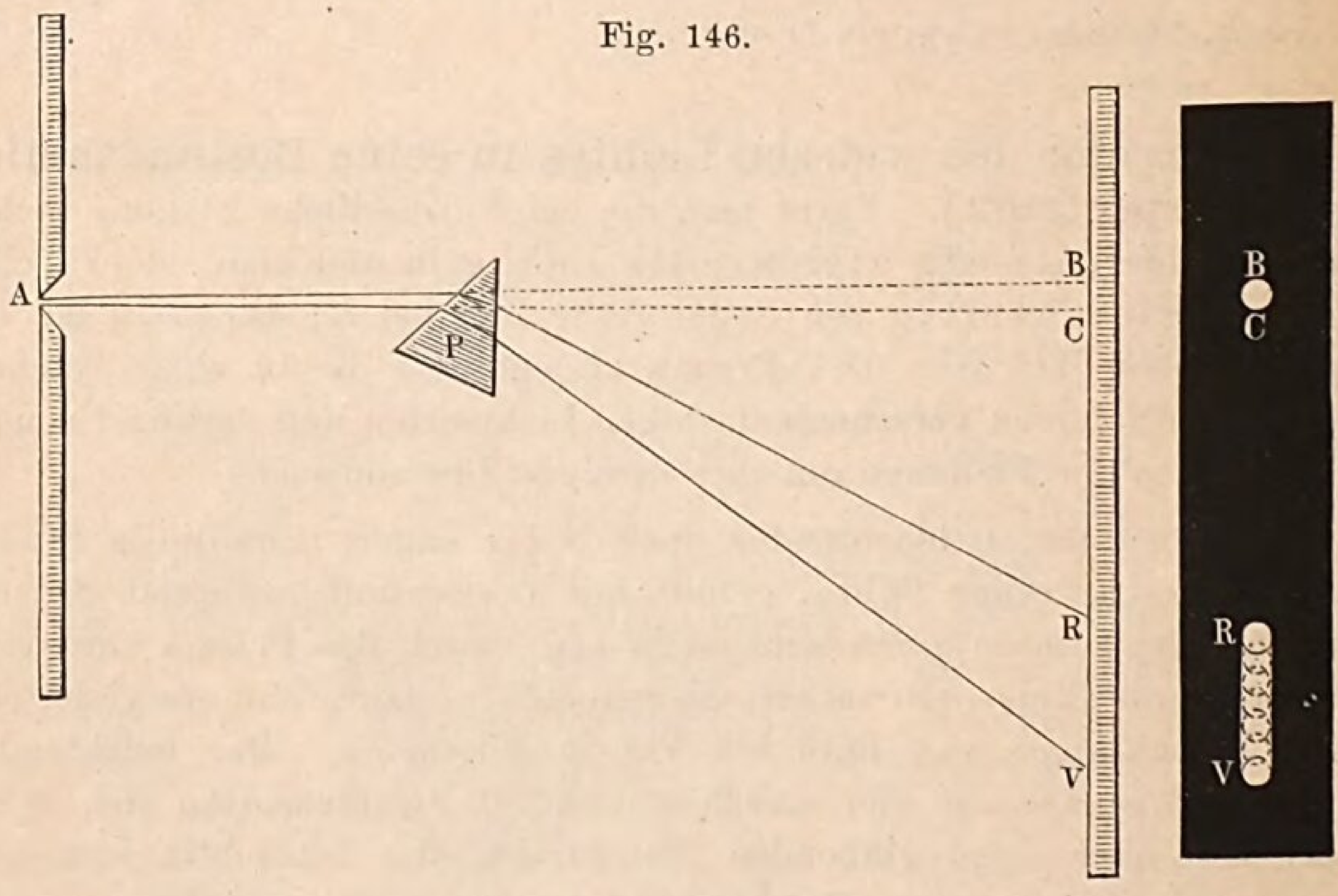
Man benutze als leuchtenden Spalt S das engere geradlinige Stück einer Geissler'schen Röhre, gefüllt mit Wasserstoff; während S dem blossen Auge rosenroth erscheint, sieht man durch das Prisma hindurch vier getrennte Bilder, ein rothes, ein gelbes, ein blaues und ein violettes, deren Ablenkungen von Roth bis Violett zunehmen. Der leuchtende Wasserstoff sendet also vier verschiedenfarbige Strahlensorten aus. Benutzt man aber einen glühenden Platindraht oder beleuchtet man die Blende bei S durch eine gewöhnliche Gasflamme, so entsteht ein von Roth bis Violett reichendes, ununterbrochenes Farbenband **(Spectrum)**, dessen Farbenfolge vom wenigst abgelenkten Ende aus die des Regenbogens ist: Nächst Roth folgt Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigoblau und Violett. Dazwischen folgen alle Uebergänge je zweier benachbarter Farben. Da nach den vorigen Versuchen jeder Farbe ein besonderes Bild zukommt, so folgt aus dem Auftreten eines zusammenhängenden Farbenbandes, dass das weisse Licht einer Flamme aus unendlich vielen Lichtsorten zusammengesetzt sei, denen eine continuirlich veränderte Reihe von Farbenabstufungen und entsprechend eine ebenso continuirliche Reihe von Werthen der Brechungsquotienten zukommt.

Man nennt die durch prismatische Brechung erfolgte Zerlegung des weissen Lichtes in seine farbigen Bestandtheile prismatische Farbenzerstreuung oder Dispersion des Lichtes.

Der Weg, auf dem Newton zu dem Resultate gelangte, dass der Brechungsquotient zweier Substanzen von Farbe zu Farbe variirt, war der umgekehrte wie der von uns eingeschlagene. Wir geben im Folgenden die berühmten und grundlegenden Versuche von Newton wieder.

88 **Newton's Versuche mit dem Sonnenspectrum (Erzeugung eines objectiven Spectrums).** Durch das Loch A (Fig. 146) des Fensterladens eines verdunkelten Zimmers liess Newton Sonnenstrahlen eindringen. Das Strahlenbüschel zeichnete auf der entgegengesetzten Wand bei $B\,C$ einen weissen runden Fleck[1]), der in Folge der Divergenz der Sonnenstrahlen (etwa $^1/_2{}^0$) grösser als die Oeffnung A war. Hierauf brachte Newton in den Gang der Sonnenstrahlen das Prisma P

Fig. 146.



mit seiner brechenden Kante horizontal und senkrecht zur Richtung der Strahlen. Sogleich erschien statt des weissen runden Fleckes $B\,C$ ein lebhaft gefärbter verticaler Farbenstreifen $R\,V$, das **Spectrum**, dessen Breite in horizontaler Richtung gleich derjenigen von $B\,C$, dessen Länge, in Richtung senkrecht zur brechenden Kante, vier- bis fünfmal grösser war. Die Enden bei R und V waren halbkreisförmig gestaltet. Die Farben von R bis V sind Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau (Cyanblau), Indigoblau und Violett (Farbe der Veilchen).

Die Ausbreitung der gebrochenen Strahlen in ein Farbenband wurde von Newton dadurch erklärt, dass die Strahlen des Sonnenlichtes ver-

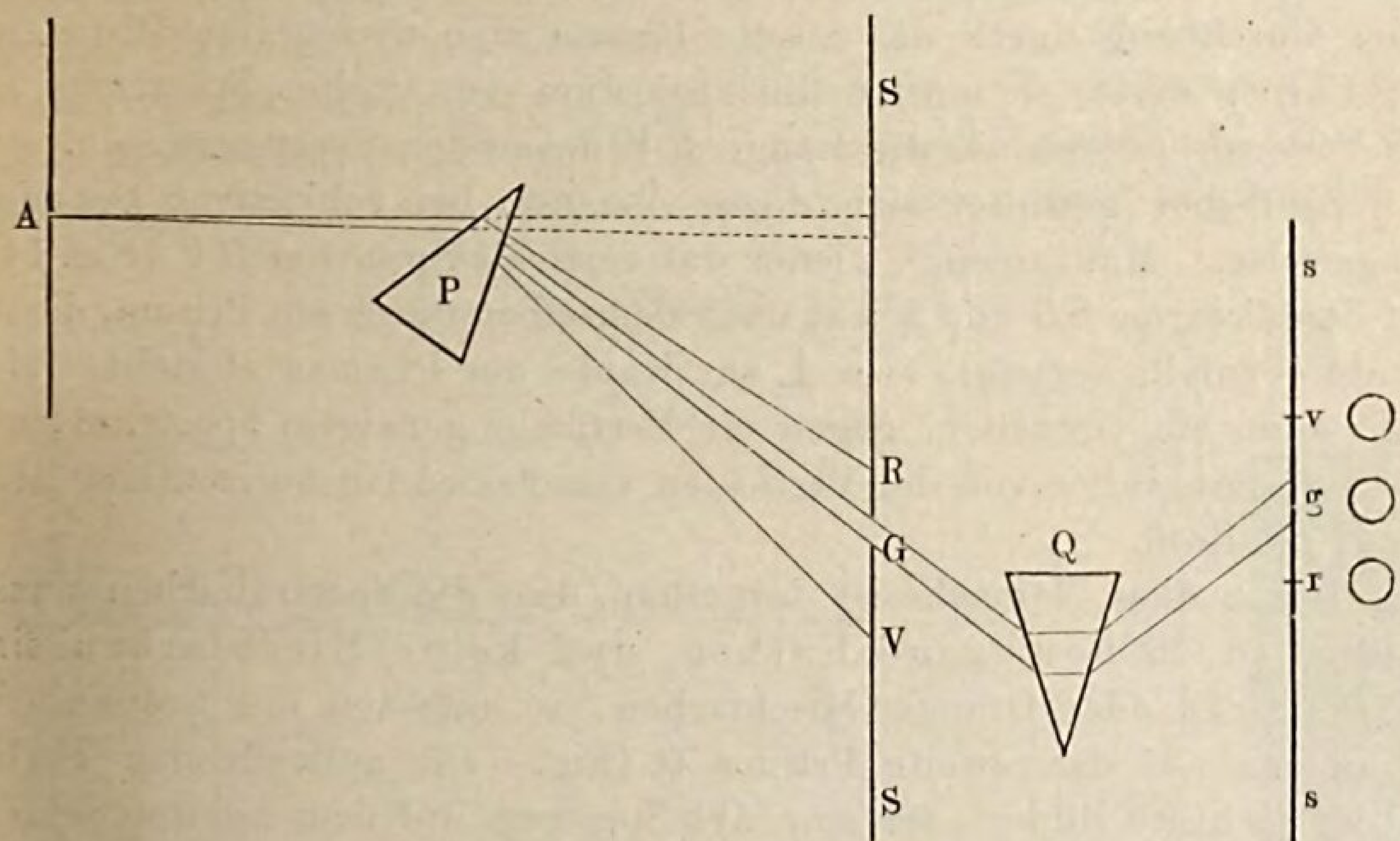
[1]) Es ist dies ein Sonnenbildchen, entworfen durch eine kreisrunde Blende A (siehe später „Lochcamera", Cap. „Ueber optische Instrumente").

schiedene Brechbarkeit besitzen und dass Strahlen verschiedener Brechbarkeit auch verschiedene Farben eigen sind.

Entscheidend für Newton's Ansicht wurde folgendes Experimentum crucis: Es werde, wie beim vorigen Versuch, wieder auf einem Schirm *S* (Fig. 147) das verticale Spectrum *R V* erzeugt.

Der etwa 4 m vom Prisma entfernte Schirm *S* enthalte ein Loch bei *G*, durch welches z. B. die gelben Strahlen des Spectrums hindurch-

Fig. 147.



gehen. Hinter die Oeffnung *G* setze man ein zweites Prisma *Q*, dessen brechende Kante derjenigen von *P* parallel, also ebenfalls horizontal stehe. Die durch dieses zweite Prisma *Q* gegangenen Strahlen erzeugen auf dem zweiten Schirme *ss* kein Farbenband, sondern einen runden Fleck, der gelb gefärbt ist und bei *g* liegt, sobald gelbe Strahlen das Loch *G* passiren. Dreht man jetzt das erste Prisma *P* um seine Kante als Axe, so gehen durch das Loch *G* anders und anders gefärbte Strahlen, jedoch in derselben Richtung *P G*. Sind die Strahlen roth gefärbt, so liegt der Fleck bei *r* und ist roth gefärbt; sind die Strahlen violett, so liegt der Fleck bei *v* und ist violett gefärbt. Hieraus folgt unzweideutig, dass die Spectralfarben unzerlegbar sind, dass jeder Farbe ein besonderer Brechungsquotient des Prismas zugehört, und dass die violetten Strahlen stärker abgelenkt werden als die rothen.

Ein anschauliches Bild dieser Vorgänge erhält man mit einem Blick bei der ebenfalls schon von Newton angewandten Methode gekreuzter Spectra. Im vorigen Versuche waren die Kanten der beiden Prismen einander parallel. Jetzt erzeuge man wieder das verticale Spectrum *R V* (Fig. 146), mache im Schirm *SS* einen Schlitz längs *R V*

und bringe dahinter ein zweites Prisma Q an, dessen Kante senkrecht zur Kante des ersten Prismas P stehe, also parallel zum Schlitz und so lang sei wie RV. Auf dem Schirme ss entsteht dann ein gegen die Verticale geneigtes Spectrum, dessen violettes Ende am meisten von der Verticalen entfernt ist. Die senkrechte Projection des schrägen Spectrums auf die Verticale ist gleich der Länge RV des verticalen Spectrums. Die horizontale Ausbreitung ist in beiden Spectren die gleiche [1]). Würden die verschiedenen Spectralfarben gleichviel abgelenkt, so müsste auch das zweite Spectrum vertical sein, fände aber beim Durchgang durch das zweite Prisma eine nochmalige Dispersion der Farben statt, so müsste die Projection des zweiten Spectrums auf die Verticale grösser als die Länge RV des ersten Spectrums sein.

Einfacher gestaltet sich dieser Versuch bei subjectiver Beobachtungsweise. Man erzeugt wieder das verticale Spectrum RV (Fig. 145) auf dem Schirme SS und blickt nach demselben durch ein Prisma, dessen Kante ebenfalls vertical, also $\perp$ zur Kante des Prismas P steht. Man sieht dann ein virtuelles, gegen die Verticale geneigtes Spectrum, und zwar Violett weiter von der Verticalen verschoben (in horizontaler Richtung) als Roth.

Durch diese Versuche ist dargethan, dass die Spectralfarben unzerlegbare, d. h. homogene Farben, und keine Mischfarben sind. Wären Grün oder Orange Mischfarben, so müssten die grünen oder orangenen auf das zweite Prisma Q (Fig. 146) auftreffenden Farben wieder mehrere Bilder oder eine Art Spectrum auf dem zweiten Schirme ss erzeugen; es tritt aber nur ein grüner oder orangener Bildfleck auf.

Wegen der Divergenz der Sonnenstrahlen haben die farbigen Bildflecke R bis V (Fig. 145) eine beträchtliche Ausdehnung. Da sie mit ihren Centren auf der Verticalen RV angeordnet sind, so müssen sie einander überdecken, sobald das von A kommende Licht alle Stufen der Brechbarkeit, d. h. alle Regenbogenfarben, enthält. Da aber, wo sich zwei Farben decken, sieht das Auge nicht die sich deckenden einzelnen Farben, sondern die Mischfarbe. Bei dem Newton'schen objectiven Spectrum treten demnach die Spectralfarben nicht rein auf.

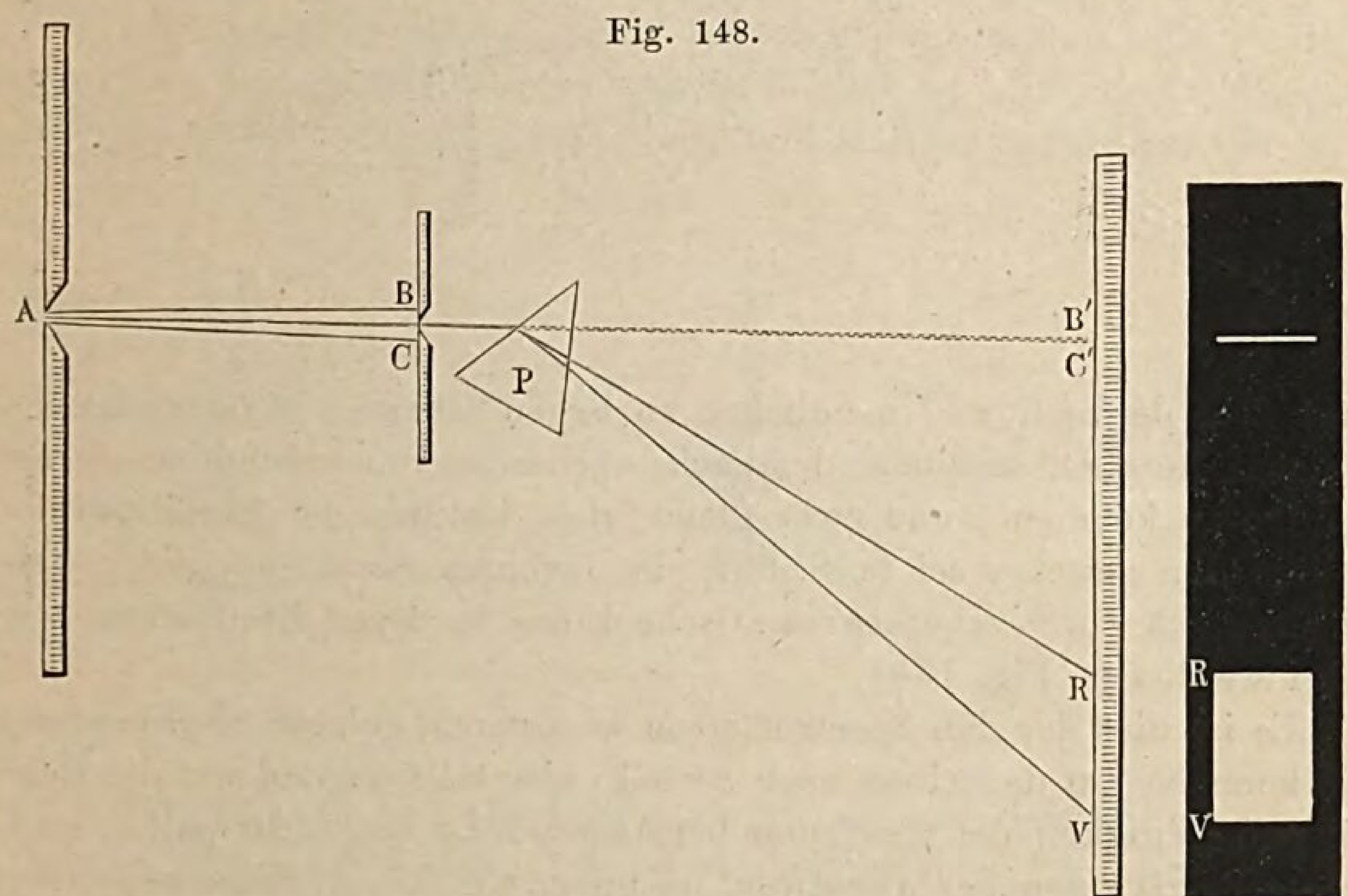
Wollaston erhielt ein viel farbenreineres Spectrum als Newton, indem er statt der runden Oeffnung eine enge Spalte anwandte, und durch Abblendung der Randstrahlen die Divergenz der auf das Prisma fallenden Strahlen verminderte. Fig. 148 zeigt eine solche Anordnung. Die von der Spalte ausgehenden, unter $^1/_2$ Grad divergirenden Strahlen fallen auf einen Schirm mit einer zweiten, der ersten parallelen Spalte, welche nur den mittleren Theil des Strahlenbündels, also nur Strahlen von wenigen Minuten Divergenz, hindurchlässt.

[1]) Eine wichtige Anwendung dieses Versuches zur Feststellung der Dispersionsverhältnisse verschiedener Substanzen werden wir mehrfach kennen lernen (z. B. in dem die anomale Dispersion enthaltenden Paragr. d. Cap.).

In der Fig. 148 ist die Divergenz der Randstrahlen AB und AC übertrieben gross, der Abstand der Schirme zu klein dargestellt.

Beide Methoden leiden an dem Umstande, dass ein Prisma von einem Gegenstande nur virtuelle Bilder liefert (s. S. 67 u. 184). Die von einem Objectpunkte ausgehenden Strahlen verlassen das Prisma also divergent und geben, auf einem Schirme aufgefangen, einen Lichtfleck, aber keinen Punkt. In Folge der Farbenzerstreuung entstehen von einem Objectpunkte eine ganze Anzahl verschiedenfarbiger virtueller Bildpunkte. Die scheinbar von diesen Punkten herkommenden Strahlenbüschel durchkreuzen sich nach Austritt aus dem Prisma (s. Fig. 145 bei E), und es überlagern sich demgemäss die verschiedenfarbigen Lichtflecke auf einem hinter das Prisma gestellten Schirm. Je enger die Strahlenbüschel werden und je weiter man mit dem Schirm vom Prisma abgeht, um so

Fig. 148.



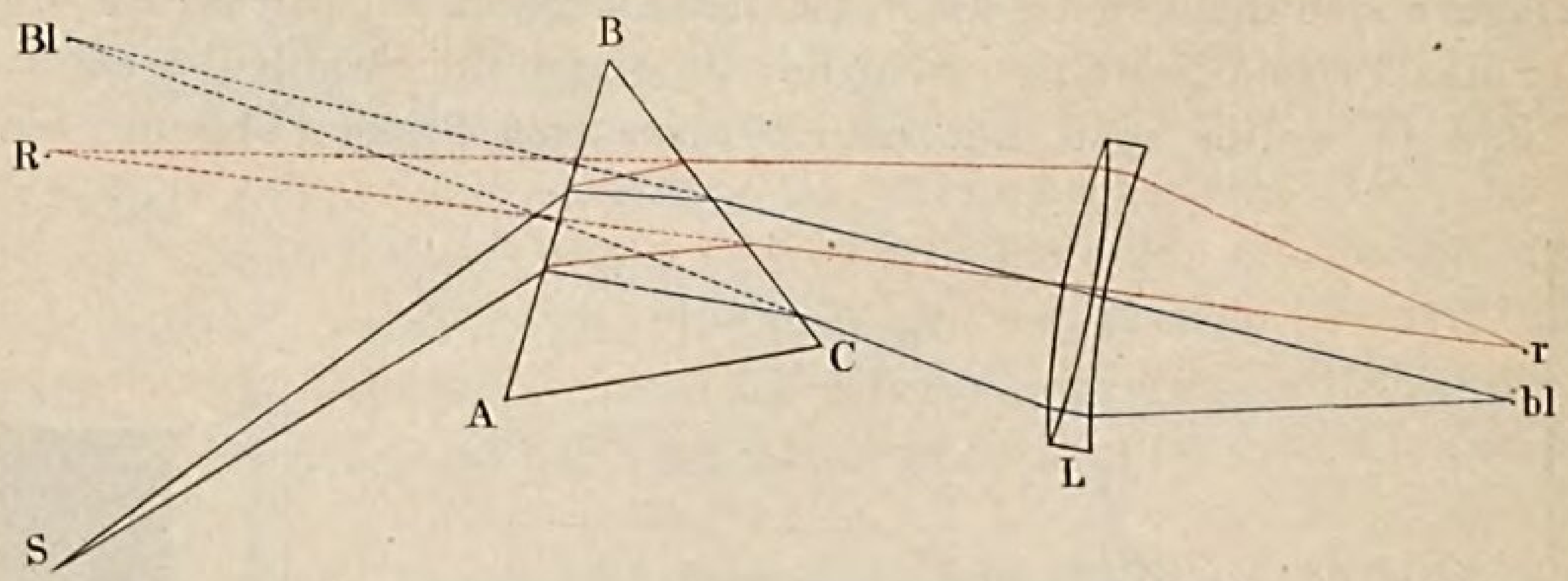
weniger überdecken sich dieselben, um so homogener sind die Farben des erzeugten Spectrums. Sehr viel besser und einfacher erreicht man den gleichen Zweck, indem man diese divergirenden Strahlenbüschel durch eine Linse vereinigt, welche der Gattung der Sammellinsen angehören muss. In Fig. 149 (a. f. S.) ist der Verlauf der Strahlen bei Anwendung einer Linse dargestellt für den Fall, dass S nur rothes und blaues Licht aussendet. Die Linse L vereinigt die scheinbar von Bl kommenden blauen Strahlen in bl, die rothen in r. Das bei Anwesenheit aller Strahlen bei $r\,bl$ entstehende Spectrum ist umgekehrt gelegen wie das virtuelle Spectrum RBL. Man kann das objective und farbenreine Spectrum $r\,bl$ mittelst einer Lupe vergrössern.

Was die Linse L bei Erzeugung des objectiven Spectrums bewirkt, leistet die Augenlinse bei directer Betrachtung des virtuellen Spectrums.

Auch diese vereinigt die divergirenden Strahlenbüschel in je einem Punkte auf der Netzhaut. Je nach der Entfernung der virtuellen Bildpunkte *R*, *Bl* etc. muss man aber das Auge verschieden accommodiren. Das vom Auge beobachtete virtuelle Spectrum zeigt die umgekehrte Farbenfolge, wie das objectiv betrachtete.

Wegen der mangelhaften Abbildung endlich entfernter Punkte durch Prismen wählt man den telecentrischen Strahlengang, indem man den Objectpunkt oder besser die Objectlinie in den Brennpunkt beziehungsweise Brennebene einer achromatischen Sammellinse bringt. Diese be-

Fig. 149.



wirkt, dass der Spalt im Unendlichen zu liegen scheint. Die verschiedenfarbigen Büschel scheinen demnach ebenfalls von unendlich fernen Punkten zu kommen, und zwar gleich viel, welches der Einfallswinkel der Strahlen gewesen sei (s. S. 69); die farbigen Strahlencylinder können demnach durch eine achromatische Linse in deren Brennebene vereinigt werden (s. Fig. 150).

Es ist dies der den Spectrometern zu Grunde gelegte Strahlengang. Wir kommen auf denselben noch zurück; ebenfalls werden wir die Reinheit und Helligkeit des Spectrums bei Anwendung von Lichtspalten endlicher Breite genauer discutiren, nachdem wir die im Sonnenspectrum auftretenden Fraunhofer'schen Linien kennen gelernt haben.

Zuvor wollen wir die Wirkung besprechen, welche die Mischung aller oder mehrerer Farben mit einander auf unser Auge hervorruft.

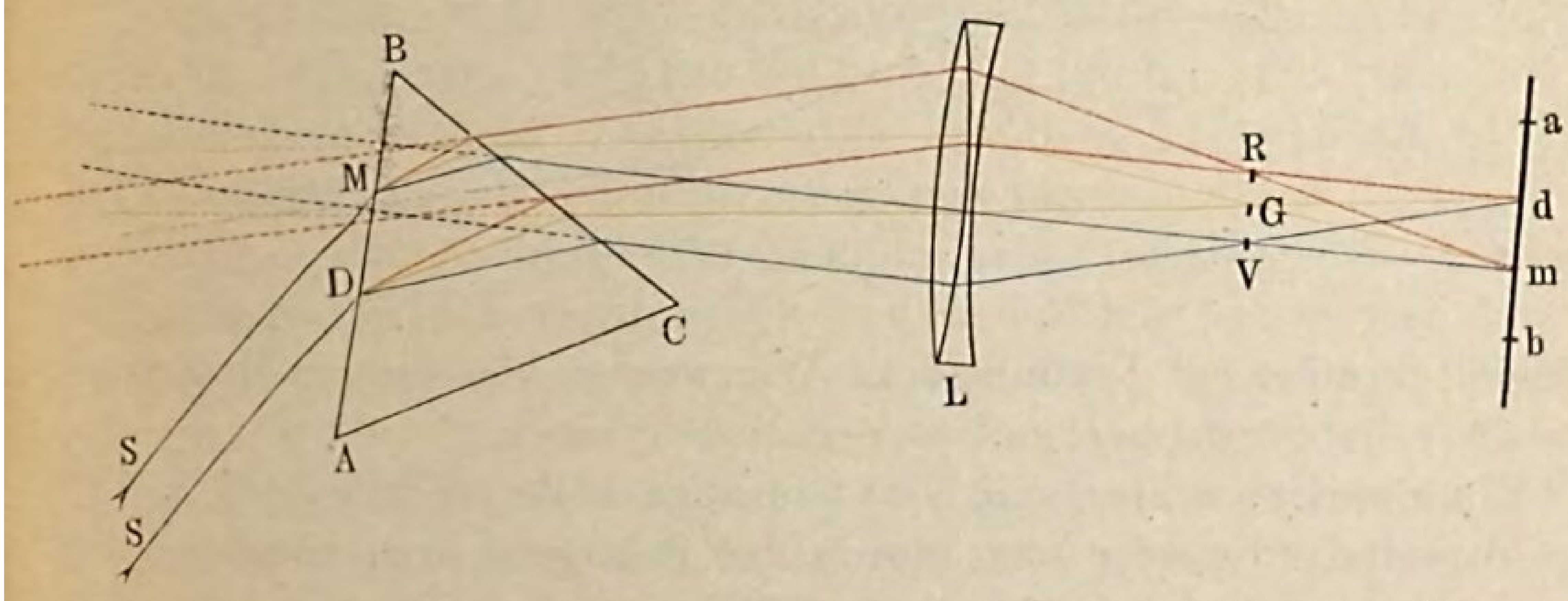
89 **Mischung aller Spectralfarben zu Weiss. Versuche von Newton.** Wohl Jedermann weiss aus eigener Erfahrung, dass durch die Mischung von Pigmentfarben auf der Leinwand oder der Palette neue Farbentöne entstehen. Aehnlich diesem Vorgange erzeugen zwei gleichzeitig klingende musikalische Töne einen neuen Klang. Während man aber aus dem Klange bei einiger Uebung die Einzeltöne leicht heraushört, vermag das geübteste Künstlerauge aus einem Farbengemisch nicht mehr die einzelnen zusammengemischten Farben zu erkennen. Diese Vereinigung der Eindrücke zweier verschiedener Farben zu einem einzigen Farbeneindruck ist rein physiologisch, da sie nur für unser

Auge vorhanden ist und stets durch physische Mittel (Prisma etc.) getrennt werden kann. Im Folgenden sehen wir von dem physiologischen Vorgange hierbei ab und besprechen lediglich den physiologischen Effect der Farbenmischung.

Sehr schön lässt sich der in Fig. 146 skizzirte Versuch verwerthen, um zu zeigen, dass alle Spectralfarben zusammengemischt wieder Weiss geben. Entfernt man den auffangenden Schirm immer weiter und weiter von der Linse L, so verschwinden die Spectralfarben immer mehr und mehr, bis schliesslich von Farben nichts mehr zu sehen ist. Geht man mit dem Schirme noch weiter ab, so erscheinen die Farben wieder, wenn auch nicht so glänzend. Untersucht man diese Thatsache näher, so findet man, dass an der farbenfreien Stelle von der Prismenfläche AB durch die Linse L ein genaues Abbild geschaffen wird. Die bei AB sich trennenden farbigen Strahlen werden alle gerade hier wieder vereinigt.

Zur näheren Erläuterung diene die folgende Fig. 150. Es werde angenommen, dass ein paralleles Strahlenbündel auf die Prismenfläche AB auffalle. Jeder beliebige Strahl sm theilt sich an der Prismenfläche

Fig. 150.



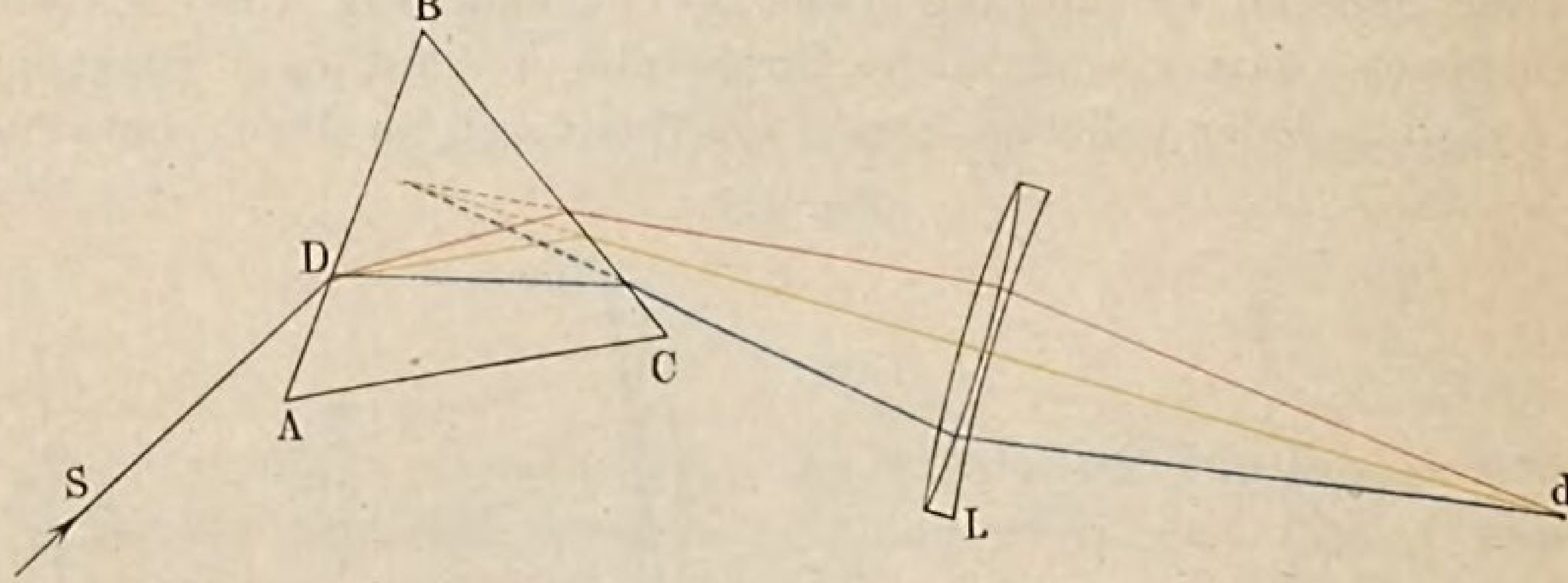
AB in seine farbigen Bestandtheile, von denen nur der rothe, gelbe und violette Strahl gezeichnet sind. Alle gleichfarbigen Strahlen treten einander parallel aus dem Prisma und werden durch die Linse L in einem Punkte der Brennebene von L vereinigt; alle rothen in R, alle gelben in G und alle violetten in V, so dass bei RGV das Spectrum entsteht.

Verfolgen wir aber jetzt die von einem Punkte M oder D der Fläche AB kommenden verschiedenfarbigen Strahlen r, g und v. Von ihnen geht r durch R, g durch G und v durch V, so zwar, dass sie sich im Punkte m bezw. d vereinigen, welcher in Bezug auf L zu M bezw. D conjugirt ist. Wäre M ein leuchtender Punkt, so m sein Bildpunkt. Alle von M ausgehenden Strahlen vereinigen sich in m; ebenso alle von D bezw. A bezw. B kommenden Strahlen in den zu D bezw. A bezw. B conjugirten Punkten d bezw. a bezw. b[1]). Geben alle Spectralfarben ver-

[1]) Dies gilt nur angenähert.

einigt Weiss, so muss der Bildpunkt *m* von *M* ebenfalls weiss erscheinen, weil in ihm alle von *m* kommenden verschiedenfarbigen Strahlen vereinigt werden; kurz, es muss das Bild *ab* von *AB* weiss erscheinen. In der That verschwinden die bei *RGV* parallel leuchtenden Farben mehr und mehr, je weiter man mit dem auffangenden Schirme von *L* fortgeht; gleichzeitig ändert sich der Querschnitt des gesammten Lichtbündels. Bei *a*, *m*, *b*, wo die Prismenfläche *AB* abgebildet wird, sind alle Farben verschwunden und der Querschnitt des Bündels hat eine der Prismenfläche ähnliche Gestalt. Blendet man bei *RGV* alle Strahlen bis auf die rothen oder gelben oder violetten ab, so färbt sich das Bild *ab* sogleich roth oder gelb oder violett. Nur wenn alle Spectralfarben vereinigt werden, entsteht Weiss [1]). In Fig. 151 ist der Verlauf der Strahlen verzeichnet, wenn man die Prismenfläche *AB* bis auf einen

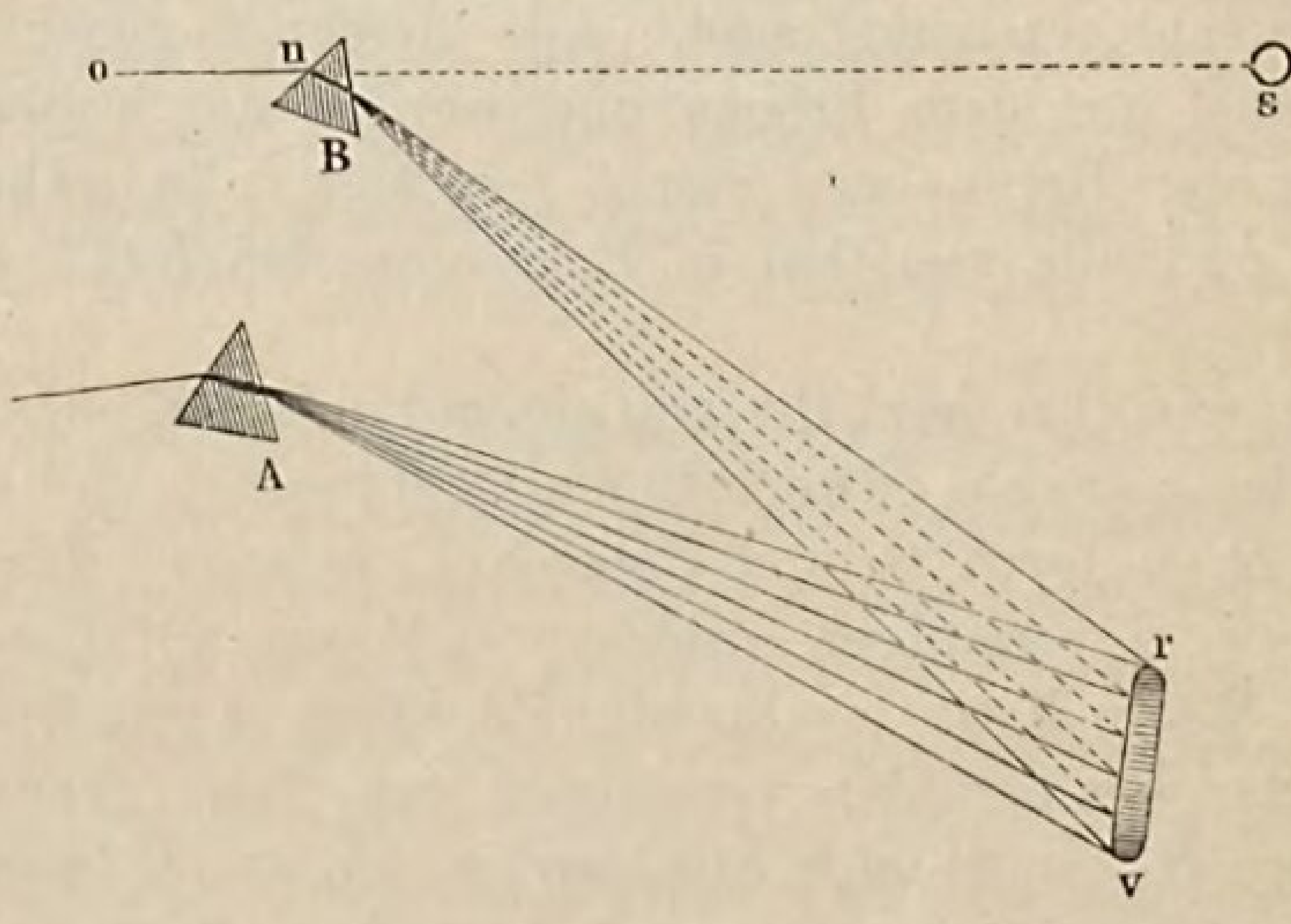
Fig. 151.



schmalen Streifen bei *D* abblendet. Wir werden von diesem Experiment noch öfter Gebrauch machen.

Ein zweiter, schon von Newton angestellter Versuch (Fig. 152) lehrt dasselbe. Es sei *rv* das durch das Prisma *A* vom Lichtpunkte *S*

Fig. 152.



[1]) Wie wir sogleich sehen werden, genügen auch je zwei ganz gewisse complementäre Spectralfarben, um, gemischt, Weiss zu geben.

auf einer weissen Wand (Gypsfläche) entworfene Spectrum. Ein zweites Prisma *B* werde so aufgestellt, dass es das gleich grosse etc. Spectrum *rv* an derselben Stelle erzeugen würde, wenn ein Sonnenstrahl in der Richtung *on* auf dasselbe fiele. In Folge der Reciprocität der Lichtwege (s. S. 43) müssen demnach auch alle von der weissen Wand bei *rv* diffus reflectirten Spectralfarben in der Richtung *no* aus dem Prisma *B* austreten. In das bei *o* befindliche Auge kommt also, scheinbar von *s* ausgehend, ein Strahlenbüschel, in dessen jedem einzelnen Strahl alle farbigen Gattungen vorhanden sind. Das Auge sieht bei *s* ein weisses Bild des weissen leuchtenden Punktes *S*, ein Beweis, dass alle Spectralfarben gemischt im Auge den Eindruck Weiss hervorrrufen.

Andere Beweise für diese Thatsache lernen wir im Capitel „vom Auge und den Gesichtsempfindungen" kennen bei Besprechung der Dauer eines Lichteindruckes.

Auch bei der Discussion der Reinheit des realen Spectrums (s. §. 92 d. Cap.) lernen wir einen treffenden Versuch kennen, welcher ebenfalls den oben ausgesprochenen Satz beweist.

Mischung von Spectralfarben unter einander, Complementärfarben. Versuche von Helmholtz. Schon Newton hat einige wenige Versuche über die Mischung je zweier Spectralfarben angestellt und gefunden, dass sich die primitiven Farben durch Vereinigung der beiderseitigen Nachbarfarben wiedergeben lassen, so z. B. Orange durch Roth und Gelb u. s. w. Weiss hat er nur durch je drei Farben: Roth, Violett und Grün, erhalten. Grundlegend und erschöpfend waren erst die Arbeiten von Helmholtz [1]), durch welche nachgewiesen wurde, dass schon je zwei Spectralfarben gemischt Weiss geben können und dass die Mischungen von Spectralfarben eine ganz andere Mischfarbe ergeben, wie die Mischungen von Pigmentfarben. 90

Man nennt zwei Farben, gleichviel ob dieselben Farbengemische oder Einzelfarben (Spectralfarben) sind, Complementärfarben, wenn sie zusammen vereinigt dem Auge als Weiss erscheinen.

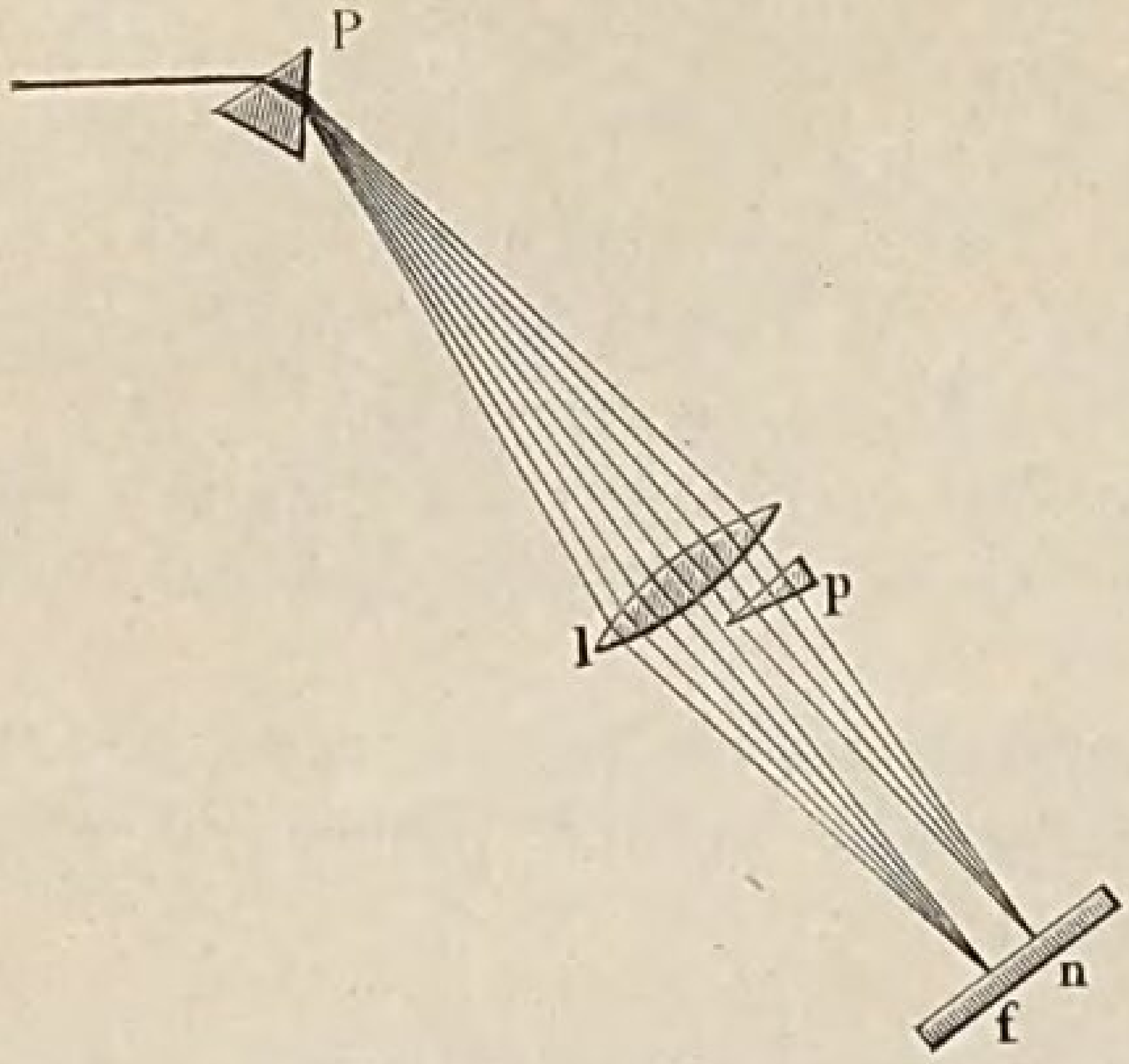
Zunächst ist klar, dass, da die Vereinigung aller Farben des Spectrums Weiss ergiebt, das Gemisch eines beliebigen Theiles eines Spectrums complementär sein muss zu dem Gemisch des übrigbleibenden Theiles des Spectrums.

Sehr schön lässt sich das Wesen der complementären Farben durch folgenden einfachen Versuch klar machen. Man vereinige nach der durch Fig. 150 erläuterten Weise die aus einem Prisma austretenden verschiedenfarbigen Strahlen durch eine Linse *l* auf einem Schirme, so dass

1) Wir geben hier im Wesentlichen die Versuche und Resultate wieder, welche beschrieben sind von H. v. Helmholtz in seiner Habilitationsschrift „Ueber die Theorie der zusammengesetzten Farben". Pogg. Ann. 87, 45 bis 66. Wissenschaftl. Abhandl. 2, 3 bis 23 und in der Arbeit: „Ueber die Zusammensetzung von Spectralfarben". Wissenschaftl. Abhandl. 2, 45 bis 70.

bei f ein weisses Bild entsteht. Fängt man nun hinter der Linse durch ein Prisma p, Fig. 153, von sehr kleinem brechenden Winkel (8 bis 10°) einen Theil der nach f convergirenden Strahlen auf, so werden diese aufgefangenen Strahlen abgelenkt und seitlich in n vereinigt. Nun aber erscheint das Bild in f sowohl als auch das in n gefärbt, und zwar ist der oben gegebenen Definition zufolge der Farbenton des Bildes f complementär zu dem des Bildes n.

Fig. 153.



Fängt man durch das flache Prisma p nur die rothen und orangefarbenen Strahlen ab, so wird das Bild n einen rothen, das Bild f einen grünen Farbenton zeigen. Das Grün des Bildes f ist complementär zu dem Roth des Bildes n.

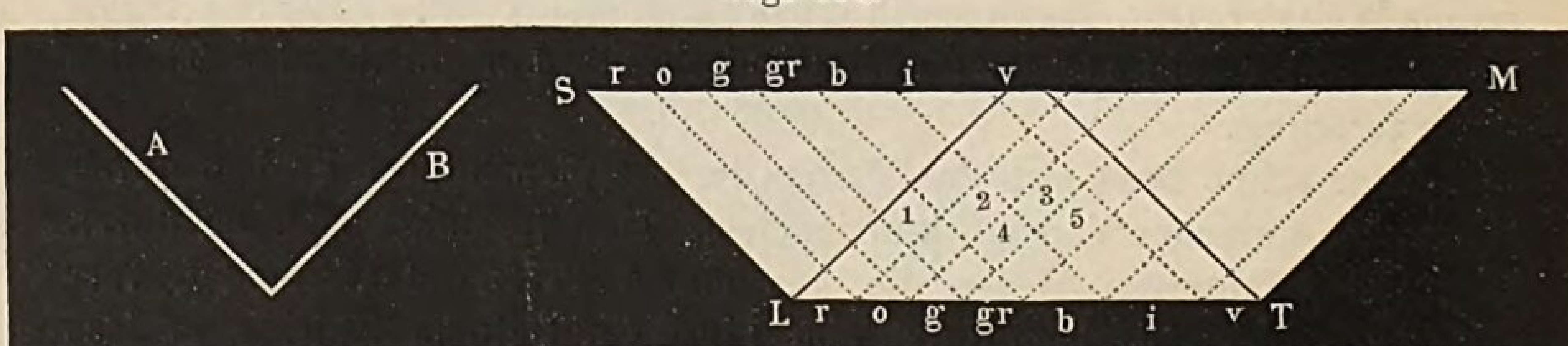
Schiebt man das Prisma p mehr gegen die Mitte des Spectrums hin, bis seine brechende Kante ungefähr in der Mitte des Grün steht, so geht der Farbenton von n allmälig in Gelb, der von f allmälig in Blau über.

Dieser Versuch lässt sich auf die mannigfaltigste Weise abändern, indem man ja das Prisma p (vorausgesetzt, dass es die entsprechenden Dimensionen hat) auch so stellen kann, dass es nur die mittleren Strahlen des Spectrums auffängt und in n vereinigt.

Solche Versuche zeigen nun, dass blaue Farbentöne complementär zu gelben sind, und dass die verschiedenen Nüancen von Grün rothe Farbentöne zur Complementärfarbe haben.

Viel wichtiger sind die Versuche, welche darthun, dass schon zwei Einzelfarben des Spectrums gemischt Weiss ergeben. Die ebenso einfache

Fig. 154.



als sinnreiche Anordnung des Versuches, durch welchen Helmholtz diese interessante Thatsache zuerst nachwies, wird durch Fig. 154 erläutert.

Es seien A und B zwei im Laden eines dunklen Zimmers angebrachte Spalten, welche einen rechten Winkel mit einander bilden, deren

jede aber einen Winkel von 45° mit der Verticalen macht und deren jede ungefähr 1/2 mm breit ist. Betrachtet man diese Spalten durch ein in entsprechender Entfernung aufgestelltes stark zerstreuendes Prisma, dessen brechende Kante vertical steht und welches unmittelbar vor dem Objectiv eines Fernrohres angebracht ist, so erscheint der Spalt *B* als ein schräg liegendes Spectrum *LM*, während der Spalt *A* das Spectrum *ST* liefert. Diese beiden Spectra fallen nun zum Theil über einander, und zwar fallen an allen Stellen, wo eine Ueberdeckung stattfindet, immer zwei homogene prismatische Farben zusammen; so z. B. an der mit 1 bezeichneten Stelle das Roth des einen Spectrums mit dem Grün des anderen; an der mit 2 bezeichneten Stelle fallen Blau und Orange, bei 3 fallen Indigo und Gelb zusammen u. s. w.

Wenn der Versuch mit den nöthigen Vorsichtsmaassregeln angestellt wird, so ergeben sich aus der Combination je zweier Spectralfarben die Resultate, wie sie in folgender Tabelle zusammengestellt sind. In der ersten Horizontal- und in der ersten Verticalreihe stehen die einfachen Farben, welche vereinigt worden sind; der durch ihre Combination gebildete Farbenton findet sich da, wo die betreffende Horizontal- und Verticalreihe sich schneiden.

	Violett	Blau	Grün	Gelb	Roth
Roth	Purpur	Rosa	Mattgelb	Orange	Roth
Gelb	Rosa	Weiss	Gelbgrün	Gelb	
Grün	Blassblau	Blaugrün	Grün		
Blau	Indigblau	Blau			
Violett	Violett				

Als wichtigstes Resultat ergiebt diese Tabelle zunächst, dass spectrales **Blau** mit spectralem **Gelb** gemischt **Weiss** ergiebt.

Hierdurch ist gleichzeitig erwiesen, dass die optische Combination zweier Spectralfarben durchaus nicht die gleiche Mischfarbe zu geben braucht, welche durch die Vereinigung der entsprechenden Malerfarben auf der Leinwand entsteht. Die tausendjährige Erfahrung aller Maler lehrt, dass Gelb und Blau zusammen Grün geben, aber keineswegs Weiss.

Der Grund des Widerspruches löst sich aber nach Helmholtz [1]) sehr einfach. „Es ist durch Versuche bewiesen, dass von dem Lichte, welches

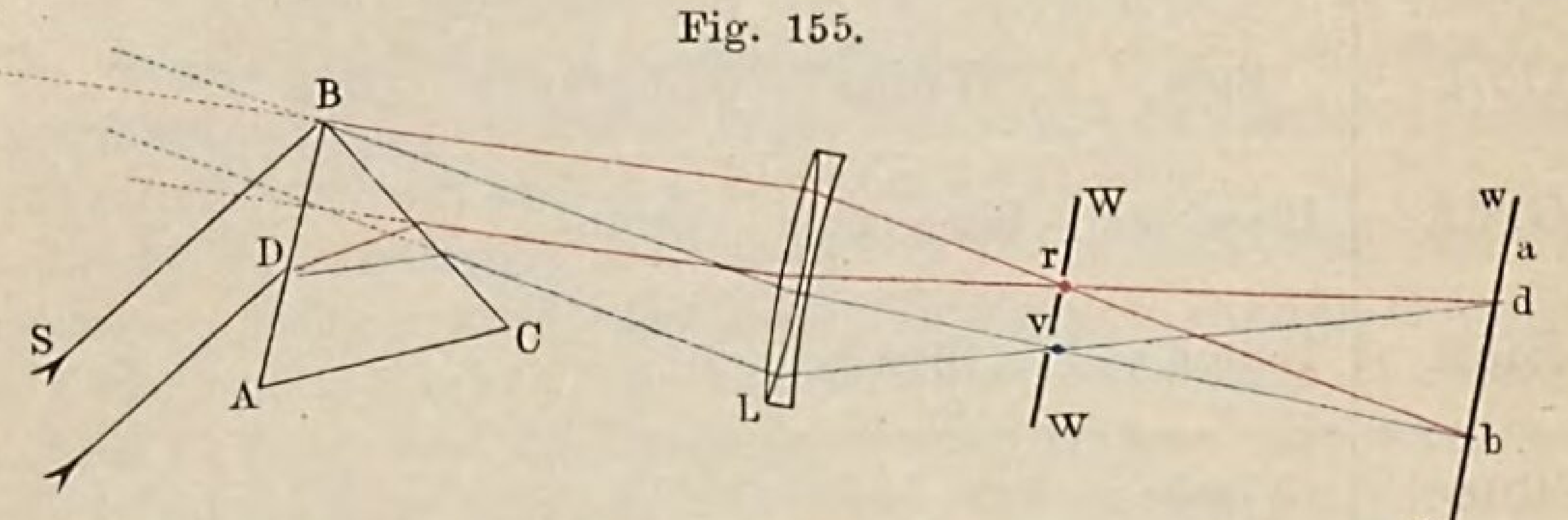
[1]) Siehe Helmholtz a. a. O., S. 16.

auf Glaspulver fällt, seien dieselben gefärbt oder nicht, nur der kleinste Theil von den zu oberst liegenden Schichten, ein bei weitem grösserer von den tiefer liegenden Theilchen reflectirt wird. Letzteres muss also, ehe es ins Auge kommt, eine ganze Anzahl von Pulvertheilchen durchlaufen.

Es werde jetzt gemischt ein gelbes und ein blaues Pulver. „Die oberflächlich gelegenen blauen Theilchen werden blaues, die oberflächlichen gelben gelbes Licht geben; beides zusammen wird sich zu Weiss (oder grünlichem Weiss) vereinigen. Ganz anders ist es aber mit dem Lichte, welches aus der Tiefe zurückkehrt. Dies muss abwechselnd durch gelbe und durch blaue Theilchen hindurchdringen, es wird also aus der Tiefe nur solches Licht zurückkehren, welches sowohl von den blauen, als auch von den gelben durchgelassen wird. Blaue Körper pflegen grünes, blaues und violettes Licht in merklicher Menge durchzulassen, gelbe dagegen rothes, gelbes und grünes. Durch beide zugleich geht also nur grünes, und es kann aus der Tiefe des gemischten Pulvers nur grünes Licht zurückkehren. Da die aus der Tiefe zurückkehrende Lichtmenge viel grösser ist, wie die von oberflächlichen Theilen reflectirte, so wird das Grün der ersteren die Farbe der Mischung bestimmen.“

Noch genauer und einwandsfreier untersuchte Helmholtz diesen Gegenstand nach einer in Fig. 155 dargestellten Methode. Gemäss der in Fig. 149 und Fig. 150 skizzirten Weise vereinigt man durch die

Fig. 155.



Linse L die von D kommenden verschiedenfarbigen Strahlen zu einem weissen Bilde d von D. Es werde behufs Erlangung eines möglichst reinen Spectrums als Lichtquelle S ein schmaler leuchtender Spalt parallel zur Prismenkante B benutzt. Derselbe sei im Unendlichen gedacht, so dass die Strahlen parallel auf AB auffallen und in der Brennebene WW von L vereinigt werden. Hier entsteht dann auch das Spectrum rv, während bei ww das weisse Bild bda von der Prismenfläche erzeugt werde. Man bringe jetzt bei WW einen Schirm mit zwei Spalten m und q, welche parallel zur Prismenkante gerichtet sind, deren Entfernung mq sich beliebig ändern lässt und deren Einzelbreite ebenfalls grösser oder kleiner gemacht werden kann. Hierdurch ist man in den Stand gesetzt, statt aller Farben je zwei des Spectrums rv in d zur

Vereinigung zu bringen und zwar zwei ganz beliebig gelegene breitere oder schmale Stellen von *rv*. Statt die Fläche *adb* zu betrachten und die Farbenmischung objectiv zu beobachten, kann man auch noch anders verfahren. Man bringt das Auge direct vor einen der Spalte; ist dann die Entfernung der Fläche *AB* von *L* gleich der Brennweite von *L*, so sieht das auf Unendlich accommodirte Auge die Fläche *AB* in demjenigen Lichte leuchten, welches gerade durch den Spalt gegangen ist. Roth, wenn nur rothes Licht, blau, wenn nur blaues Licht ins Auge gelangt; dagegen erscheint die Prismenfläche *AB* im Mischlichte der beiden durch die Spalte ins Auge kommenden Farben, wenn gleichzeitig Licht beider Spalten ins Auge gelangt. Wir werden von dieser Beobachtungsweise noch später beim Farbenmischapparat von Helmholtz und beim Spectralphotometer von Lummer und Brodhun Gebrauch machen.

Bei Anwendung gewisser Vorsichtsmaassregeln gelangte Helmholtz zu dem Resultate, dass ausser Gelb und Blau (Indigoblau) noch verschiedene andere complementäre Farbenpaare existiren, dieselben sind:

Violett	und	Grünliches Gelb,
Indigoblau	„	Gelb,
Cyanblau	„	Goldgelb,
Grünliches Blau	„	Roth,

wenn man von Roth nach Violett die Farben: Roth, Orange, Goldgelb [1]), Gelb, Grün, Cyanblau, Indigoblau und Violett im Spectrum unterscheidet.

Das Grün ist also die einzige einfache Farbe, welche keine einfache Complementärfarbe hat. Nur mit Purpur oder Rosenroth zusammen giebt Grün ebenfalls Weiss. Aber wie schon die auf S. 193 stehende Tabelle lehrt und wie schon seit Newton bekannt ist, besteht Purpur aus Roth und Violett. Es ist also Purpur eine Mischfarbe. Demnach müssen zu Grün noch zwei Farben, Roth und Violett, dazu kommen, um Weiss zu geben.

Uebrigens sei hervorgehoben, dass Roth und Violett die einzigen Farben des Spectrums sind, durch deren Mischung eine neue im Spectrum nicht vorhandene Farbe (Purpur oder Rosenroth) sich ergiebt.

Fraunhofer'sche Linien (Bedeutung derselben als Definition bestimmter Farben im Spectrum). 91 Erzeugt man ein horizontales Sonnenspectrum mit möglichst reinen Farben, so treten verticale schwarze Linien auf, die Fraunhofer'schen Linien des Sonnenspectrums. Um ihre Bedeutung zu erkennen, recapituliren wir am besten die Entstehungsweise des Spectrums.

Sendet eine verticale, zur Prismenkante *C* parallele Lichtlinie *S* (Fig. 144) einfarbiges, z. B. rothes Licht aus, so wissen wir, dass das

[1]) Gegend der Fraunhofer'schen Linie *D* im Spectrum (s. d. folg. §.).

Auge *o* bei *R* wieder eine verticale rothe Linie sieht. Geht von *S* auch noch gelbes und blaues Licht aus, so entsteht von *S* gleichzeitig bei *G* und *Bl* ein virtuelles gelbes und blaues Bild. Kommt von *S* endlich Licht von allen Graden der Brechbarkeit zwischen Roth und Blau, so entspricht jedem Grade der Brechbarkeit ein besonderes und besonders gefärbtes Bild der Lichtlinie *S*, und diese Bilder reihen sich zusammen zum Spectrum. Es entsteht ein zusammenhängendes Farbenband, sobald in dem Lichte von *S* Strahlen von continuirlich in einander übergehenden Graden der Brechbarkeit vorhanden sind. Fehlen einzelne Stufen der Brechbarkeit, d. h. einzelne Farben, so fehlen auch die ihnen entsprechenden linienförmigen Bilder im Spectrum; statt dieser erscheinen dunkle verticale Linien. Das Sonnenspectrum zeigt nun in der That solche dunkle Linien in grosser Anzahl, es ist discontinuirlich; das Licht einer Kerze oder eines anderen weissglühenden, festen oder flüssigen Körpers liefert dagegen ein continuirliches Spectrum. Man nennt diese verticalen dunklen Linien im Sonnenspectrum die „Fraunhofer'schen" Linien, weil Fraunhofer zuerst die Bedeutung dieser Linien für die Optik erkannt hat. Aus der Entstehungsweise dieser Linien folgt ohne Weiteres, dass sie ganz besonders zur Bezeichnung bestimmter Farben des Spectrums geeignet sind. Entspricht jeder schwarzen Linie doch eine ganz gewisse Stufe der Brechbarkeit, d. h. eine ganz bestimmte Farbe.

Nr. 1 auf Tafel I zeigt die Abbildung eines durch ein Flintglasprisma erzeugten Sonnenspectrums. Warum gerade im Sonnenspectrum und warum nur ganz bestimmte Farben fehlen, das zu erklären, ist die Aufgabe der Spectralanalyse (Cap. V), welche von Kirchhoff und Bunsen begründet wurde.

Die dunklen Linien sind unregelmässig über das ganze Spectrum verbreitet. Einige dieser Streifen sind sehr fein und erscheinen als isolirte, kaum sichtbare schwarze Linien, andere hingegen liegen einander sehr nahe und gleichen eher einem Schatten als getrennten Linien; endlich giebt es einige, welche bei etwas bedeutender Ausdehnung sehr scharf und bestimmt erscheinen. Um mitten in dieser Verwirrung einige feste Punkte zu haben, hat Fraunhofer acht Streifen ausgewählt, die er mit *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* und *H* bezeichnete, welche den doppelten Vortheil bieten, dass sie leicht zu erkennen und dass die durch sie im Spectrum gemachten Abtheilungen nicht gar zu ungleich sind. Zwischen *B* und *C* liegen nach Fraunhofer's Beobachtungen neun feine scharfe Linien, von *C* bis *D* zählte er ungefähr 30, von *D* bis *E* 84, von *E* bis *F* mehr als 76, unter denen sich drei der stärksten im ganzen Spectrum befinden, von *F* bis *G* 185, von *G* bis *H* 190, zusammen also von *B* bis *H* 574. *A*, *B* und *C* liegen im Roth, *D* im Orange, *E* am Uebergange von Gelb und Grün, *F* am Uebergange zwischen Grün und Blau, *G* im Indigo, *H* im Violett. Die Figur auf Tafel III ist die von Fraunhofer gegebene Zeichnung des Sonnenspectrums reproducirt.

In neuerer Zeit haben Kirchhoff und dann Angström mehr als 2000 solcher Linien festgestellt und ihre Lage gemessen. (Siehe Cap. V.)

Mit Prismen von Flintglas oder Schwefelkohlenstoff, die einen grossen brechenden Winkel haben, kann man die stärkeren Streifen schon mit blossen Augen sehen.

Das von den Planeten reflectirte Sonnenlicht giebt dieselben Streifen, wie das directe Sonnenlicht, nur sind sie weniger leicht zu unterscheiden; das Licht der Fixsterne giebt Streifen, die für jeden einzelnen Stern verschieden sind.

Wie schon in der Einleitung erwähnt worden ist, war Wollaston der Entdecker dieser schwarzen Linien im Sonnenspectrum. Fraunhofer's Verdienst ist es aber gewesen, den Werth der von ihm neu entdeckten Linien erkannt und dieselben den Zwecken der Optik dienstbar gemacht zu haben. Als genaueste Definition einer bestimmten Farbe benutzte Fraunhofer die Linien, um die Brechungsquotienten der verschiedensten optischen Gläser für dieselben Farben (d. h. für dieselben schwarzen Linien) zu bestimmen.

Im §. 96 d. Cap. kommen wir auf Fraunhofer's Messungen zurück.

Eine andere Methode, Spectra herzustellen, werden wir bei der Beugung des Lichtes kennen lernen. Ein mittelst Beugung hergestelltes Sonnenspectrum zeigt zahllose Fraunhofer'sche Linien (siehe Beugung des Lichtes „Gitterspectra"). Prachtvolle Photographien eines solchen Gitterspectrums hat Rowland in Baltimore verfertigt. (Cap. V.)

Reinheit des Spectrums. Dem Begründer der Dispersion, 92
Newton, ist die Anwesenheit der Fraunhofer'schen Linien im Sonnenspectrum verborgen geblieben. Ihm stellte sich das Sonnenspectrum als ein continuirliches dar. Der Grund hierfür ist in der Anordnung seines Versuches zu suchen. Indem Wollaston einfach das Loch im Fensterladen durch einen Spalt ersetzte und die divergirenden Sonnenstrahlen abblendete, konnte er die stärkeren der dunklen Linien erkennen. Die Deutlichkeit und Sichtbarkeit der Fraunhofer'schen Linien hängt wesentlich von der Reinheit des Spectrums ab, welche wir jetzt näher beleuchten wollen.

Wir haben es in der Wirklichkeit nicht mit Lichtpunkten oder Lichtlinien zu thun, wie wir bisher der Einfachheit halber angenommen haben, sondern mit Lichtflächen. Leuchtet aber statt einer Linie ein Spalt von gewisser Breite, so wird auch dessen Bild eine gewisse Breite einnehmen, auch wenn, wie in Fig. 148, die von einem Punkte kommenden Strahlen wieder in einem Punkte vereinigt werden. In Folge dieser Seitenausdehnung des Spaltbildes wird jetzt dasselbe bewirkt, was im Newton'schen Versuch (Fig. 145) die Divergenz der Sonnenstrahlen bewirkte. Die verschiedenfarbigen Bilder des Spaltes werden sich jetzt nicht wie die unendlich schmalen Bilder einer **Lichtlinie** an einander reihen, sondern um so

mehr über einander lagern, je benachbarteren Farben des Spectrums sie angehören. Demgemäss wird das Spectrum **unrein** und man kann die zwei benachbarten, homogenen Farben entsprechenden Spaltbilder nicht mehr trennen.

Also wird man auch Fraunhofer'sche Linien nicht mehr getrennt sehen, sobald sie Farben entsprechen, welche nahe genug im ideellen Spectrum an einander liegen. Unter ideellem Spectrum werde das in Wirklichkeit nicht herstellbare Spectrum verstanden, welches eine mathematische Lichtlinie als Spalt erzeugen würde. Das ideelle Spectrum ist absolut rein, sobald der Strahlengang homocentrisch ist. In ihm ist jedes Spaltbild ebenfalls eine mathematische Linie, also entstehen auch die Bilder der benachbartesten Strahlengattungen neben einander. Was von den hellen Bildern der Objectlinie gilt, muss auch von den fehlenden, also dunklen Bildern, den Fraunhofer'schen Linien, gelten. Es könnte jede solche Linie im ideellen Sonnenspectrum gesehen werden, falls man dasselbe nur genügend vergrössern würde.

Nach der Wellentheorie des Lichtes bedient man sich einfacherer Ausdrücke. Man weiss, dass die Farbe des Lichtes bedingt ist durch die Schwingungszahl, welche dem schwingenden Aether in der Secunde zukommt, oder durch die Weglänge, welche die Bewegung während einer Schwingung zurücklegt. Analog dem Vorgange beim Schalle nennt man diese Wegeinheit die Wellenlänge. Die Farbe ist somit durch Angabe der Wellenlänge (im Vacuum) hinreichend charakterisirt. Es hat Roth die grösste, Violett die kleinste Wellenlänge; von Roth zu Violett nimmt die Grösse der Wellenlänge in einem continuirlichen Spectrum continuirlich ab.

Unter homogener, einfacher oder unzerlegbarer Farbe hat man demnach streng genommen das Licht nur einer Wellenlänge zu verstehen. Im ideellen Spectrum entspricht dem Lichte einer Wellenlänge nur ein unendlich schmaler Raum gleich einer mathematischen Linie. Diese Linie erscheint dunkel, sobald im Sonnenlicht das Licht jener Wellenlänge fehlt. Die Fraunhofer'sche Linie einer Wellenlänge ist also ebenfalls eine mathematische Linie. Nur wenn gleichzeitig mehrere benachbarte Wellenlängen fehlen, entsteht im ideellen Spectrum eine schwarze Stelle von endlicher Breite.

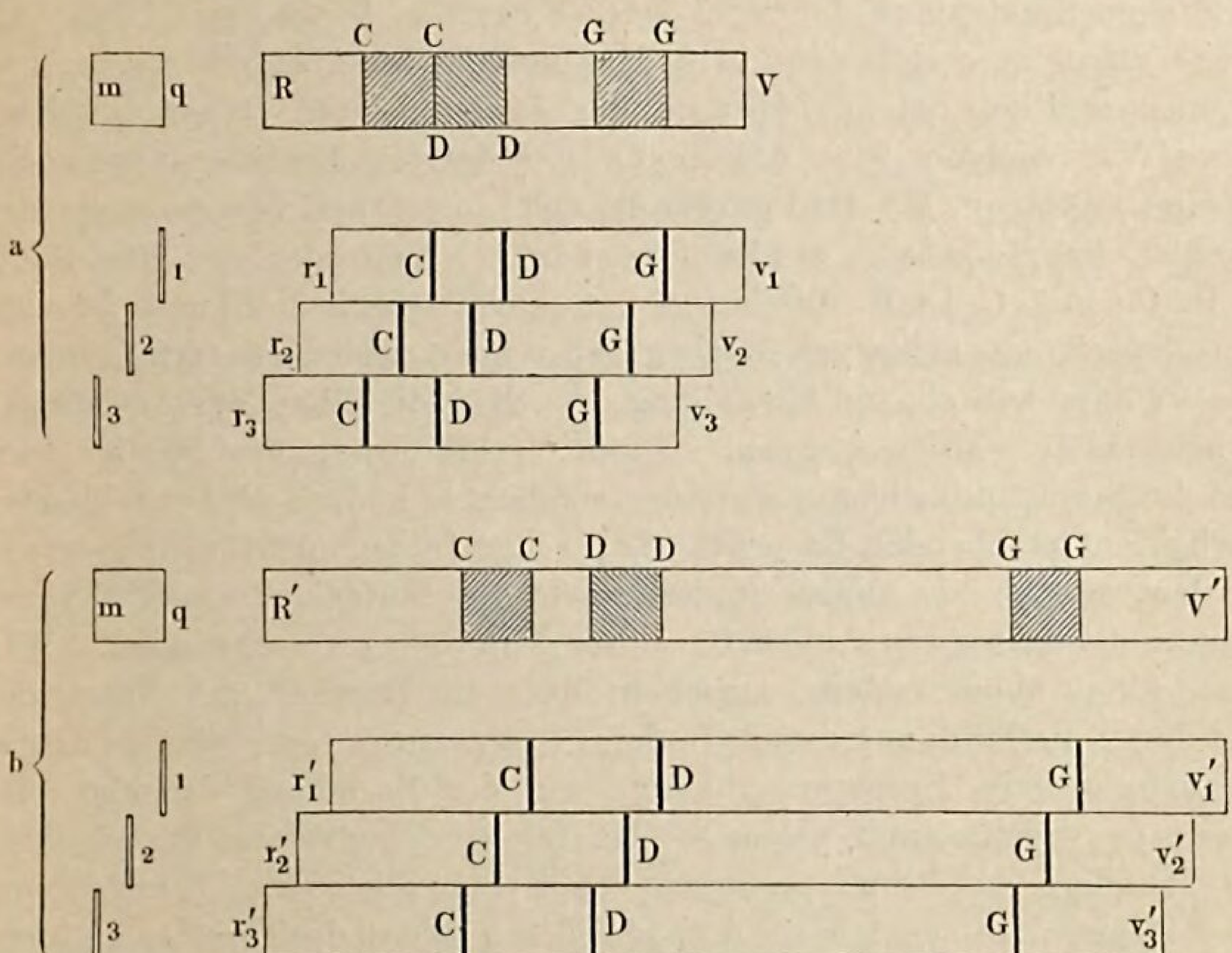
Wegen der Breite der Spaltbilder im realen Spectrum entspricht schon dem Lichte einer Wellenlänge ein Raum von endlicher Breite. Es kann hier eigentlich nicht mehr von Fraunhofer'schen Linien die Rede sein, da ja jede derselben als dunkles Spaltbild mindestens die Breite eines solchen besitzen muss. Diese Breite muss noch überschritten werden da, wo eine Reihe benachbarter Wellenlängen im Sonnenlicht fehlt. —

Ein klares Bild von der durch die Breite des Lichtspaltes hervorgerufenen Unreinheit bezw. der Unklarheit des Spectrums erhält man durch einen leicht anzustellenden Versuch, bezw. eine einfache Ueberlegung. Man blicke durch ein Prisma nach einem Spalt von gewisser

Breite und verengere den Spalt mehr und mehr, indem man denselben in geeigneter Weise abblendet. Je enger der Spalt wird, um so reiner und gesättigter werden die Spectralfarben, um so deutlicher und schärfer werden die Fraunhofer'schen Linien, um so geringer freilich wird die Helligkeit des Spectrums. Den breiten Spalt kann man sich in viele enge Spalte zerlegt denken. Jedem entspricht sein besonderes Spectrum, dessen Lage man findet, wenn man längs dem breiten Spalte mq eine Pappe mit einem Schlitze entlang führt.

Es sei $r_1 v_1$ (Fig. 156) das durch einen engen Spalt gesehene Spectrum mit den Fraunhofer'schen Linien C, D und G. Verschiebt man

Fig. 156.



den Spalt in horizontaler Richtung, so verschiebt sich auch sein Spectrum mehr oder weniger. Wir denken uns die den verschiedenen engen Spalten entsprechenden Spectren in der Fig. 156 unter einander; es entspreche dem Spalte in der Lage 1 bezw. 2 bezw. 3 das Spectrum $r_1 v_1$ bezw. $r_2 v_2$ bezw. $r_3 v_3$. Leuchten 1, 2 und 3 gleichzeitig, so sieht man auch $r_1 v_1$, $r_2 v_2$ und $r_3 v_3$ gleichzeitig, aber über einander geschoben, wenn 1, 2 und 3 in einer Horizontalen liegen[1]). Sieht man in den Einzelspectren die Farben rein und die Fraunhofer'schen Linien C, D und G deutlich und scharf, so überdecken sich in dem aus den drei Einzelspectren be-

[1]) Man kann auch dieses Experiment anstellen, wenn man den breiten Spalt mq mit einer Pappe verdeckt, welche nur drei schmale Schlitze 1, 2 und 3 enthält.

stehenden Gesammtspectrum die rothen, grünen und blauen Strahlen des ersten mit den gelben, blauen und violetten Strahlen des dritten Spectrums, während die dunklen Stellen C, D und G des einen Einzelspectrums überlagert werden von hellen Stellen eines anderen Einzelspectrums. Die Farben sind alle unrein und die Fraunhofer'schen Linien verblasst, unscharf und eventuell verdreifacht. Einen breiten Spalt mq kann man auffassen als eine ganze Reihe sich berührender Einzelspalten 1 bis 3. Man erhält also das dem breiten Spalte mq (von der Breite gleich dem horizontalen Abstande von 1 und 3) entsprechende Spectrum R, V, indem man alle Einzelspectra zwischen 1 und 2, 2 und 3 aufzeichnet und diese sämmtlichen Spectra über einander geschoben denkt. In diesem Spectrum RV kommt jeder Fraunhofer'schen „Linie" ein breiter Raum zu, welcher gleich ist dem horizontalen Abstande $r_1 r_3 = v_1 v_3$. In unserer Figur ist der Abstand der Linien C und D gerade gleich dieser Verschiebung $r_1 r_3$ des ersten und letzten Einzelspectrums; im Gesammtspectrum RV sind darum die der Linie C und D entsprechenden dunklen Räume nicht mehr trennbar. Ausserdem ist der Raum z. B. für die C-Linie überlagert von allen zwischen C und D eines Einzelspectrums gelegenen Farben, also nicht mehr schwarz, sondern nur weniger hell als die Umgebung, so dass dieselben eventuell ganz unbemerkbar werden können. Durch Verbreiterung des Spaltes wird also das Spectrum nicht nur unreiner, sondern es können die benachbarten Farben entsprechenden Fraunhofer'schen Linien nicht mehr getrennt werden, welche bei engen Spalten recht gut aufgelöst werden, ja es können die schwarzen Linien für unser Auge ganz verschwinden. Man kann somit ohne Weiteres einsehen, dass die Reinheit des Spectrums und damit die Trennung zweier Linien (Trennungs- oder Auflösungsvermögen) im Spectrum abhängt von der Beziehung zwischen der Breite des Spaltes und seines Bildes für eine homogene Farbe; denn das Wandern des Einzelspectrums von r_1 bis r_3 bei einer Verschiebung des Einzelspaltes von 1 bis 3, d. h. gleich mq, heisst doch nichts Anderes, als dass einem homogen leuchtenden breiten Spalte mq ein Bild zukommt von der Breite der Horizontalverschiebung $r_1 r_3$. Auf die Beziehung zwischen Bild- und Spaltbreite kommen wir nachher genauer zu sprechen.

Zuvor werde noch auf einen zweiten Factor hingewiesen, der für die Reinheit des Spectrums entscheidend ist und dessen Einfluss sich leicht übersehen lässt. Dazu betrachte man wieder den breiten Spalt mq (Fig. 156 b), aber durch ein Prisma, welches vom schmalen Spalt 1 ein Spectrum $r_1' v_1'$ entwirft, dessen Länge die doppelte von $r_1 v_1$ (Fig. 156 a) sei [1]). Es haben also die Fraunhofer'schen Linien C, D und G den

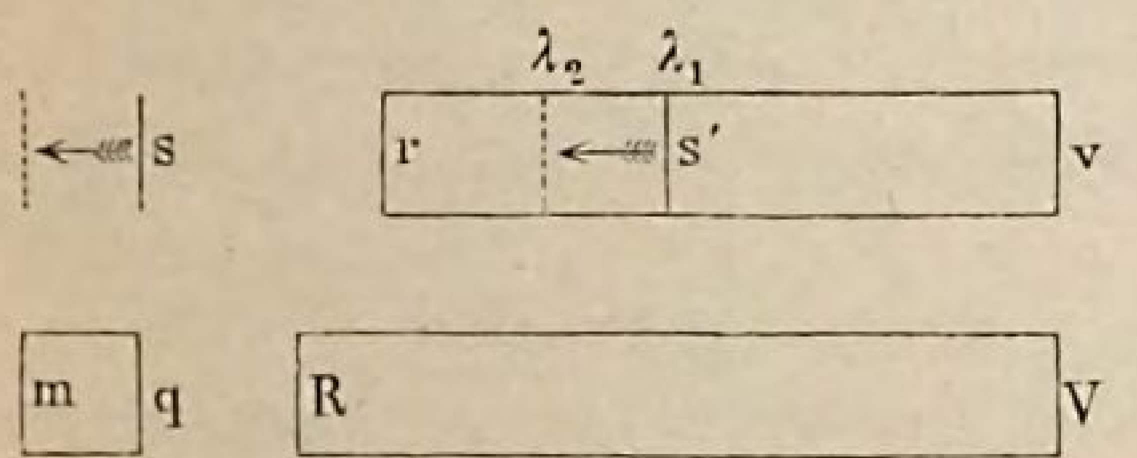
[1]) Unter Länge werde die scheinbare Länge verstanden, d. h. der Winkel, unter dem das Spectrum dem Auge erscheint. Wir kommen hierauf im nächsten Paragraphen zurück. Um eine grössere Länge des Spectrums zu erzielen, verwendet man am besten statt eines Prismas mehrere Prismen (siehe S. 206).

doppelten Abstand in $r_1' v_1'$, als in $r_1 v_1$ (Fig. 156). Die Beziehung zwischen der Breite des Spaltes und seines Bildes bei homogenem Lichte sei die gleiche, wie im vorigen Beispiele. Dann verschiebt sich auch das doppelt so lange Einzelspectrum $r_1' v_1'$ nur um ebenso viel, wie sich der dasselbe erzeugende Einzelspalt 1 verschiebt. Durchwandert der letztere den breiten Spalt $m\,q$, indem er von 1 nach 3 verschoben wird, so wandert sein homogenes Spaltbild ebenso viel wie vorher; $r_1' r_3'$ ist also gleich $r_1 r_3$ (Fig. 156 a). Construirt man alle Einzelspectra und denkt sich dieselben über einander geschoben, so entsteht das Spectrum $R' V'$, welches dem breiten Spalte $m q$ entspricht. Darin nimmt das der Linie C, D und G entsprechende negative Bild von $m q$ ganz denselben Raum ein, wie im Gesammtspectrum $R\,V$. Da aber die Länge des Spectrums $R' V'$ die doppelte von der des Spectrums $R\,V$ ist, so sind C und D noch getrennt von einander. Bei gleicher Spaltbreite ist also dasjenige Spectrum um so reiner, welches die grössere Länge besitzt.

Man kann demnach die Reinheit des Spectrums proportional der Länge des Spectrums und umgekehrt proportional der Breite des Spaltbildes setzen.

Vergleichen wir die Reinheit des realen Spectrums mit derjenigen des ideellen, so können wir als Maass der Unreinheit dasjenige Farbenintervall λ_1 bis λ_2 (Fig. 157) betrachten, welches vom Bilde s' des ideellen linearen Spaltes s durchlaufen wird, falls s die Breite $m q$ des realen Spaltes zurücklegt. Denn die in diesem Farbenintervall liegenden Farben überlagern sich im realen Spectrum $R\,V$. Wie die vorige Ueberlegung zeigte, ist dieses Farbenintervall $(\lambda_2 - \lambda_1)$ um so grösser, je kleiner die Länge des Spectrums $r\,v$ und je grösser die Breite des homogenen Spaltbildes von $m\,q$ ist. Als Maass der Reinheit kann demnach gelten das Verhältniss der Länge des Spectrums zur Breite des Spaltbildes. Statt die ganze Länge des Spectrums zu nehmen, genügt natürlich der Abstand zweier bestimmten Fraunhofer'schen Linien.

Fig. 157.



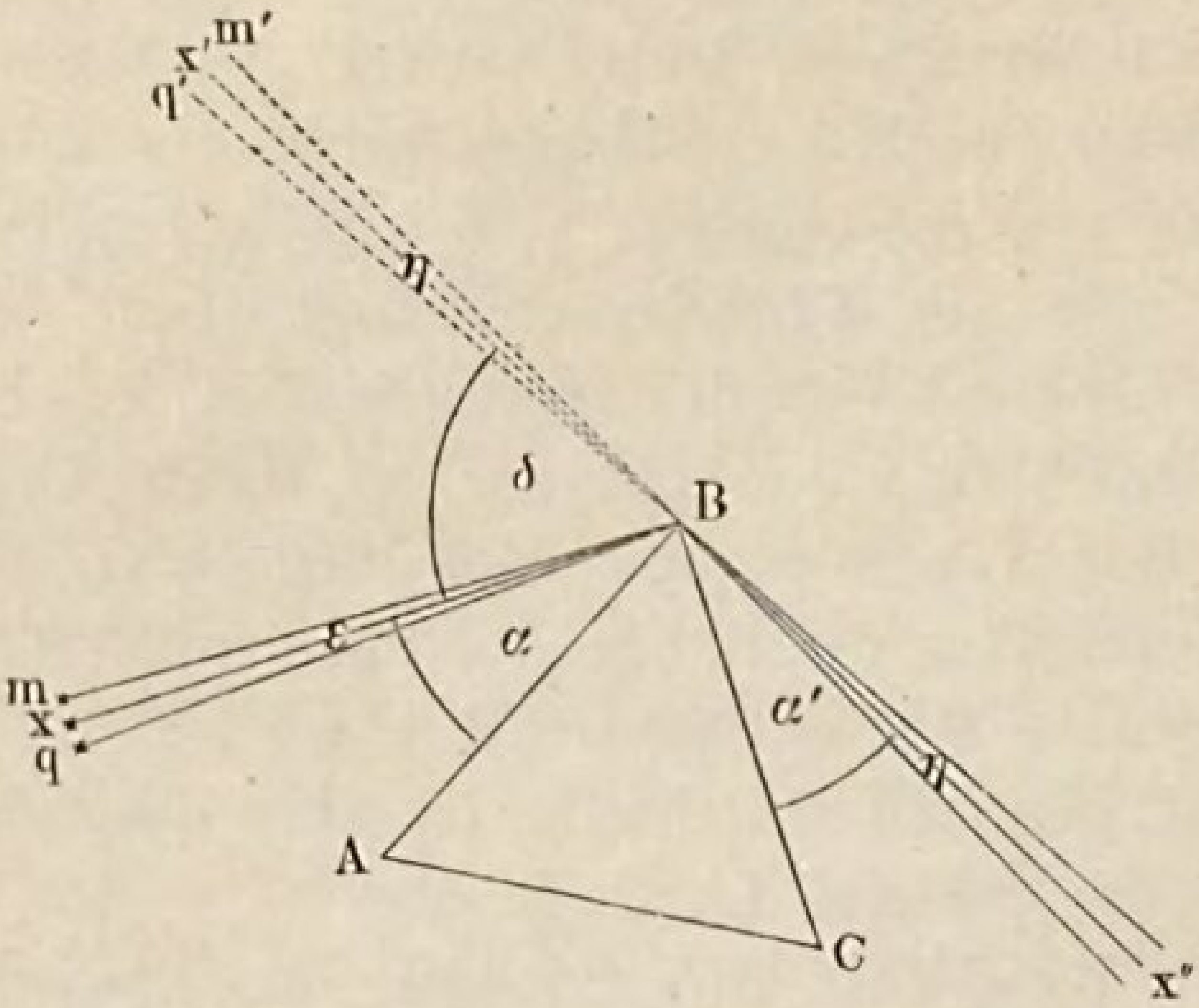
Bestimmung der Grössen, von denen die Reinheit des Spectrums abhängt. Wir wollen die Factoren bestimmen, von denen die Länge des Spectrums und die Breite des Spaltbildes abhängt. 93

In Fig. 158 (a. f. S.) sei $A B C$ der Hauptschnitt eines Prismas vom brechenden Winkel ϱ und dem Brechungsquotienten n; $m q$ sei die Breite des Spaltes und erscheine von B aus unter dem Winkel ε, während sein Bild $m' q'$ unter dem Winkel η erscheine [1]). Es sind dann ε und η die

[1]) Die abbildenden Strahlenbüschel seien so eng, dass sie je als ein nach B gezogener Strahl aufgefasst werden können.

scheinbaren Grössen, bezw. die Sehwinkel des Spaltes mq und seines Bildes $m'q'$. Der Punkt x' sei das Bild eines beliebigen zwischen m und q gelegenen Spaltpunktes x.

Fig. 158.



Der Ablenkungswinkel $x'Bx$ sei gleich δ für den Fall, dass der Spalt das homogene Licht der Wellenlänge λ aussendet. Nach den Untersuchungen von Helmholtz[1]) findet eine interessante Beziehung statt zwischen dem Verhältniss η/ε und der Grösse α des Winkels xBA bezw. der Grösse α' des Winkels $x''BC$, wo $x''B$ die Richtung des zu xB gehörigen Strahles ist.

Es wird nämlich für den Fall, dass

$$\alpha = 0 \text{ ist, das Verhältniss } \frac{\eta}{\varepsilon} = 0,$$

$$\alpha = \alpha' \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \frac{\eta}{\varepsilon} = 1$$

$$\alpha' = 0 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \frac{\eta}{\varepsilon} = \infty.$$

In Worten heisst das:

Dreht man das Prisma ABC um seine brechende Kante als Axe so, dass die vom Spalte mq kommenden Strahlen anfangs längs der Fläche AB und dann immer steiler und steiler einfallen, so sieht ein bei B durch das Prisma blickendes Auge anfangs das Spaltbild $m'q'$ unendlich schmal und dann immer breiter und breiter. Für $\alpha = \alpha'$ ist die Ablenkung ein Minimum und die Strahlen gehen symmetrisch durch das Prisma; in diesem Falle ist $\eta = \varepsilon$, d. h. die scheinbare Breite des Bildes gleich derjenigen des Spaltes. Für eine so steile Incidenz, bei welcher die Strahlen längs BC austreten ($\alpha' = 0$) ist η unendlich breit.

Abgesehen von der Ausdehnung des Spectrums erhält man also ein um so reineres Spectrum, je schräger die Strahlen auf das Prisma (Fläche AB) auftreffen. Für den Grenzfall ($\alpha = 0$) wird das Bild des Spaltes für jede Farbe unendlich schmal, das Spectrum nähert sich dem ideellen.

[1]) H. v. Helmholtz, „Wissenschaftl. Abhandl.“ 2, 176 bis 177.

Für den praktischen Gebrauch ist diese Stellung des Prismas aber nicht zu benutzen. Wegen der streifenden Incidenz der Strahlen ist der Lichtverlust durch Reflexion zu bedeutend [1]; ein zweiter Lichtverlust entsteht durch den sehr kleinen Querschnitt des in das Prisma gelangenden Strahlenbündels.

Man wählt daher lieber nicht so schrägen Einfall der Strahlen, sondern verringert die Breite des Spaltes, so weit es die später zu erörternde Helligkeit des Spectrums zulässt. Es werde das Minimum der Ablenkung oder der symmetrische Strahlengang festgesetzt, da auch bei der Bestimmung der Brechungsquotienten dieser Strahlengang meist benutzt wird. Dann ist die scheinbare Breite des Spaltbildes gleich der scheinbaren Breite des Spaltes ($\eta = \varepsilon$). Ja in Folge gleicher Entfernung ($x B' = x B$) von Bild und Object sind sogar deren absolute Breiten einander gleich; es ist $m' q' = m q$, wenn die Ablenkung den Minimalwerth erreicht. Diese Verhältnisse haben wir der Zeichnung Fig. 158 zu Grunde gelegt. Das sich deckende Farbenintervall an jeder Stelle des realen Spectrums hat an der entsprechenden Stelle des ideellen Spectrums dieselbe Breite, wie der reale Spalt. Kennt man demnach die Ausdehnung des Spectrums, so auch die sich deckenden Farben und deren Wellenlängen. Bei gegebener Spaltbreite ist die Reinheit desjenigen Spectrums die grösste, bei welchem der Abstand der möglichst benachbarten Wellenlängen entsprechenden Spaltbilder der grösstmögliche ist. Dieser scheinbare Abstand oder der Dispersionswinkel zweier verschiedenfarbigen Spaltbilder lässt sich beim symmetrischen Strahlengange wie folgt berechnen.

Es sei die Ablenkung für die Farbe λ_1 gleich δ_1, für eine andere Farbe λ_2 dagegen δ_2; die Brechungsquotienten des Prismas für diese Farben seien n_1 und n_2, während der brechende Winkel ϱ genannt werde. Der Dispersionswinkel, unter dem die Bilder eines unendlich feinen Spaltes für λ_1 und λ_2 vom Prisma aus erscheinen, ist demnach gleich $\delta_2 - \delta_1$.

Um die Grösse von $\delta_2 - \delta_1$ zu bestimmen, erinnern wir uns der früher §. 25, S. 57 abgeleiteten Beziehung zwischen dem Brechungsquotienten n_1, der Ablenkung δ einer Farbe, und dem brechenden Winkel ϱ eines Prismas, falls die Strahlen symmetrisch dasselbe durchlaufen. Es gilt in diesem Falle

$$n = \frac{\sin\frac{\delta + \varrho}{2}}{\sin\frac{\varrho}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

wo n und δ die Indices 1 bezw. 2 erhalten, wenn die Farbe λ_1 bezw. λ_2 der Abbildung zu Grunde liegt.

Für zwei einander benachbarte Farben des Spectrums können wir setzen

[1] Siehe §. 21, S. 46.

$$\lambda_2 = \lambda_1 + d\lambda$$
$$n_2 = n_1 + dn$$
$$\delta_2 = \delta_1 + d\delta,$$

wo $d\lambda$, dn und $d\delta$ die Zuwachse bedeuten, welche die betreffenden Grössen erleiden, wenn man von der Farbe λ_1 zur benachbarten λ_2 übergeht.

Auf Grund dieser Annahmen erhalten wir für die beiden Farben λ und $\lambda + d\lambda$ also die Beziehungen:

$$n = \frac{\sin\frac{\delta+\varrho}{2}}{\sin\frac{\varrho}{2}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

$$n + dn = \frac{\sin\frac{\delta + d\delta + \varrho}{2}}{\sin\frac{\varrho}{2}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

Gleichung 4) kann auch so geschrieben werden:

$$n + dn = \frac{1}{\sin\frac{\varrho}{2}}\left(\sin\frac{\delta+\varrho}{2}\cos\frac{d\delta}{2} + \cos\frac{\delta+\varrho}{2}\cdot\sin\frac{d\delta}{2}\right) \cdot \cdot \quad 5)$$

welche Gleichung eine sehr einfache Gestalt annimmt, wenn man bedenkt, dass für benachbarte Farben, d. h. wenn $d\lambda$ klein gegen λ ist, gesetzt werden darf

$$\cos\frac{d\delta}{2} = 1 \quad \text{und} \quad \sin\frac{d\delta}{2} = \frac{d\delta}{2};$$

thut man dies, so erhält man:

$$n + dn = \frac{\sin\frac{\delta+\varrho}{2}}{\sin\frac{\varrho}{2}} + \frac{d\delta}{2\sin\frac{\varrho}{2}}\cos\frac{\delta+\varrho}{2} \quad \ldots \ldots \quad 6)$$

Jetzt subtrahire man Gleichung 3) von Gleichung 6) und setze:

$$\cos\frac{\delta+\varrho}{2} = \sqrt{1 - \sin^2\frac{\delta+\varrho}{2}} = \sqrt{1 - n^2\sin^2\frac{\varrho}{2}}.$$

Es wird dann der Dispersionswinkel für die Farben λ und $\lambda + d\lambda$:

$$d\delta = 2\,dn\frac{\sin\frac{\varrho}{2}}{\sqrt{1 - n^2\sin^2\frac{\varrho}{2}}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 7)$$

Man nennt die Grösse dn, d. h. die Aenderung des Brechungsquotienten einer Substanz für zwei Farben die Dispersion[1]) dieser Substanz für die betreffenden Farben. Die Grösse der Dispersion variirt von Substanz zu Substanz. Unsere Gleichung 7) lehrt, dass der Dispersionswinkel $d\delta$ um so grösser ist, je grösser erstens die Dispersion dn und je grösser zweitens der brechende Winkel ϱ des Prismas ist.

Bei einem einzigen Prisma ist der Spielraum sowohl von dn als ϱ ein nur geringer.

Wegen der Totalreflexion im Inneren des Prismas darf ϱ nicht gleich dem doppelten Grenzwinkel der Totalreflexion gemacht werden (s. S. 55). Für den Grenzwerth $sin \frac{\varrho}{2} = \frac{1}{n}$ würde freilich $\sqrt{1 - n^2 sin^2 \frac{\varrho}{2}} = 0$ und $d\delta = \infty$ werden; doch hat dieser Fall keinen praktischen Werth. Wir wollen an einem Beispiele das Wachsen von $d\delta$ mit ϱ zeigen. Für das Flintglas Nr. 13, Tab. 1 des §. 111 ist der Brechungsquotient für die Linie D (Gelb) $n_D = 1{,}6350$; derjenige für die Linie F (Blau) dagegen $n_F = 1{,}6483$, also ist für F und D hier $dn = 0{,}0133$, und nach Formel 4) wird

für $\varrho = 60^0$ $\quad d\delta = 1^0 20'$

„ $\varrho = 70^0$ $\quad d\delta = 2^0 35'$

„ $\varrho = 74^0$ $\quad d\delta = 5^0 42'$

„ $\varrho = 75^0 8'$ $\quad d\delta = \infty$.

Die grösseren Werthe von ϱ sind jedoch illusorisch; schon bei $\varrho = 74^0$ ist der Einfallswinkel für symmetrischen Strahlengang $= 80^0 40'$, so dass die Lichtverluste aus den bereits S. 202 angeführten Gründen sehr bedeutend sind. Man wendet meist Prismen von 60^0 an.

Was die Grösse der Dispersion (dn) für zwei gewisse Farben anlangt, so ist dieselbe im Gelb bei den stark dispergirenden Gläsern (den Flintgläsern) etwa doppelt so gross, wie die entsprechende bei schwach dispergirenden Substanzen (Crownglas, Wasser etc.). Einige Flüssigkeiten, wie Schwefelkohlenstoff, zerstreuen noch stärker als Flintglas. Man verwendet dieselben in Gestalt von Hohlprismen.

Es sind der Reinheit des durch ein Prisma entworfenen Spectrums daher enge Grenzen gezogen. In dem die Reinheit[2]) darstellenden Quotienten $\frac{d\delta}{\varepsilon} = \frac{\text{Dispersionswinkel}}{\text{Spaltbreite}}$ kann der Zähler nur in geringer Weise variirt werden; er ist durch die Art der Substanz und die Grösse des brechenden Winkels bestimmt. Grösseren Spielraum gewährt nur die Spaltbreite. Bei guten Spectrometern kann man den Spalt bis auf $^1/_{100}$ mm verengern. Die damit Hand in Hand gehenden Uebelstände

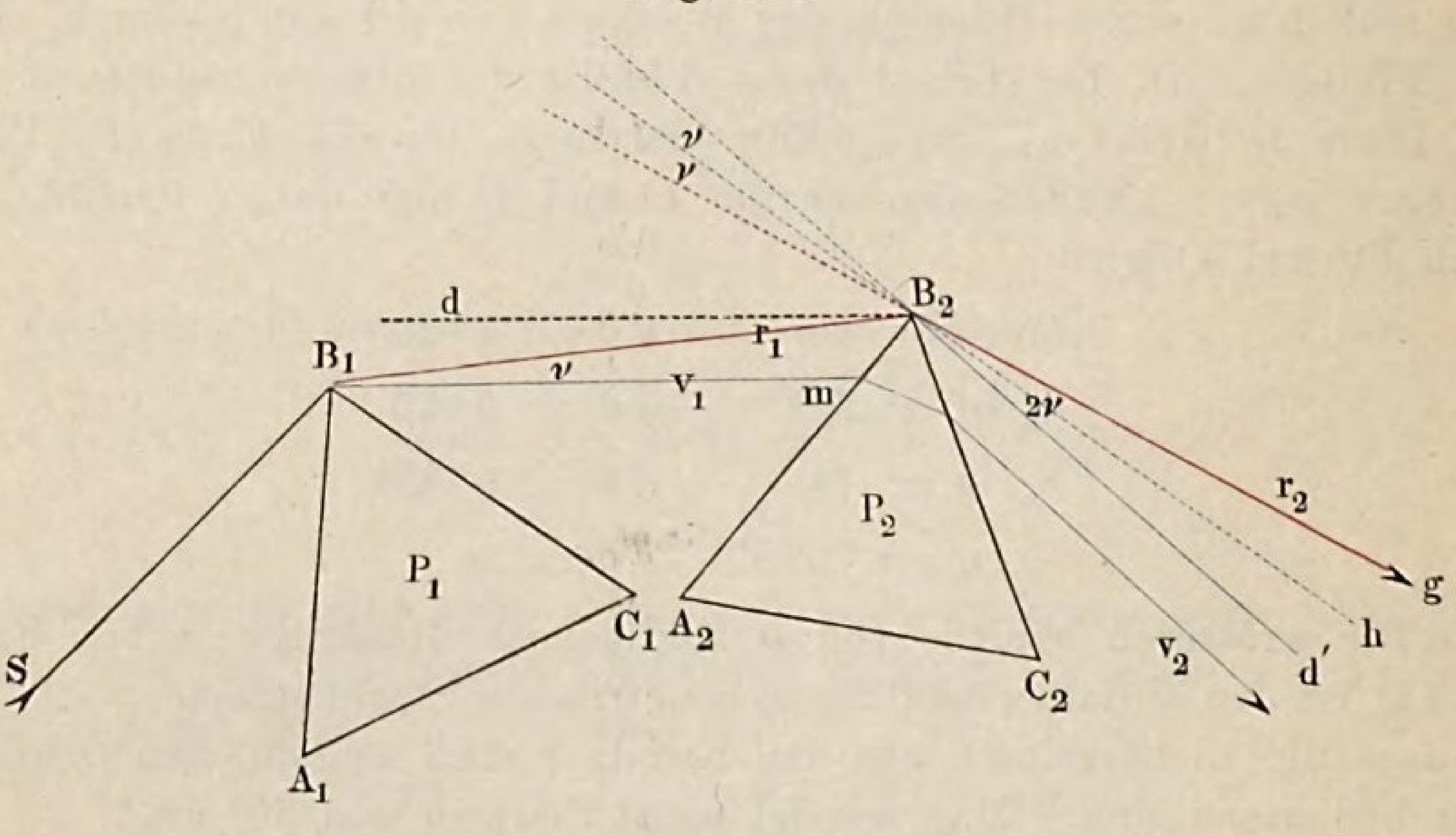
[1]) Näheres siehe im §. 113 dieses Capitels.

[2]) In der Minimalstellung des Prismas, wo der Spalt ein gleich breites Bild besitzt.

verbieten in den meisten Fällen eine so geringe Spaltbreite. Um aber trotzdem reine Spectra zu erhalten, erhöht man durch Anwendung von mehr als einem Prisma den Dispersionswinkel $d\delta$. Man lässt die aus einem Prisma austretenden Strahlen noch ein zweites Prisma passiren, die aus diesem kommenden ein drittes u. s. w. Natürlich kann stets nur für eine Farbe die Ablenkung in allen Prismen gleichzeitig ein Minimum betragen [1]).

Wie leicht einzusehen ist, erhöht die Anwendung zweier gleich grosser und gleichartiger Prismen den Dispersionswinkel zweier Farben auf etwa das Doppelte des vorherigen Betrages. In der Fig. 159 sei r_1 bezw. v_1 der aus dem weissen Strahl SB_1 entstehende rothe und violette Strahl mit dem Dispersionswinkel ν; es treffe r_1 das zweite Prisma bei B_2 und

Fig. 159.



gehe symmetrisch durch dasselbe hindurch, so dass er längs r_2 austrete. Enthielte r_1 rothe und violette Strahlen, so würden diese um den Winkel $gB_2h = \nu$ getrennt verlaufen müssen, wobei der violette Strahl B_2h mehr abgelenkt ist. Der violette auffallende Strahl v_1 bildet mit r_1 aber schon einen Winkel gleich ν; wir denken uns der Einfachheit wegen v_1 parallel zu sich nach B_2d verschoben; wäre B_2d ein rother Strahl, so wäre B_2h sein gebrochener conjugirter Strahl, insofern beim Minimum die Ablenkung $\measuredangle\, hB_2g = \measuredangle\, B_1B_2d$ ist. Da aber dB_2 ein violetter Strahl, so entspricht ihm der Strahl B_2d', welcher gegen den Strahl B_2h wiederum um den Winkel ν mehr abgelenkt ist. Der Dispersionswinkel gB_2d' der aus P_2 austretenden Strahlen r_2 und v_2 ist demnach gleich 2ν, gleich dem doppelten Winkel ν der aus dem ersten Prisma austretenden Strahlen r_1 und v_1.

Man lässt Strahlen durch fünf und mehr Prismen gehen und erreicht auf diese Weise eine bedeutende Länge des Spectrums und dem

[1]) Die Verwirklichung dieses Strahlenganges und die Einstellung mehrerer Prismen auf das Minimum der Ablenkung siehe in Cap. V.

entsprechend eine grosse Reinheit desselben selbst bei grösseren Spaltbreiten.

O. Littrow erhöhte die durch eine Anzahl Prismen hervorgebrachte Grösse der Dispersionswinkel nochmals auf das Doppelte, indem er die aus dem letzten Prisma austretenden Strahlen durch Spiegelung in sich zurückkehren liess.

Helligkeit des Spectrums. Sieht man von den Verlusten ab, 94
welche das Licht durch Reflexion an den Flächen und durch Absorption in der Substanz der Prismen erleidet, so gelten gewisse allgemeine Gesetze über die Helligkeit des Spectrums.

Es verhält sich die Helligkeit des Spaltes für eine homogene Farbe zu der seines Bildes umgekehrt, wie seine Breite zu der des Bildes. Findet, wie wir festsetzen wollen, die Brechung im Minimum der Ablenkung statt, so ist die Breite des Bildes gleich der des Spaltes, also auch die Helligkeit beider dieselbe, falls die Pupille des Auges beide Male ausgefüllt wird.

An ein und derselben Stelle im Spectrum fallen nun aber in Folge der Unreinheit des Spectrums die Spaltbilder verschiedener homogenen Farben über einander. Unter der Annahme, dass einfache benachbarte Farben des Spectrums dieselbe Intensität haben, ist demnach die Helligkeit irgend einer Stelle im Spectrum gleich der Summe der Helligkeiten aller sich daselbst deckenden homogenen Farben.

Allgemein ist der Dispersionswinkel zweier Farben gleich

$$d\delta = 2\,dn \frac{\sin \varrho/2}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\varrho}{2}}},$$

wo dn die Dispersion des Prismas für diese zwei Farben, ϱ der brechende Winkel und n der Brechungsquotient des Prismas bedeutet (s. §. 93, S. 204). Es decken sich um so mehr Farben, je grösser die Breite ε des Spaltes und je kleiner $d\delta$ ist. Demnach erhalten wir als Maass für die Helligkeit H einer Stelle des Spectrums unter der Festsetzung, dass der direct gesehene, homogen (d. h. in einer homogenen, der betreffenden Spectrumstelle angehörigen Farbe) leuchtende Spalt in der Helligkeit h erscheine:

$$H = h \cdot \frac{\varepsilon}{d\delta}.$$

Es ist demnach, abgesehen von dem Verluste durch Reflexion und Absorption, die Helligkeit des Spectrums unabhängig von der Brechkraft des Prismas und den Brechungswinkeln ausgedrückt, stets direct proportional der Helligkeit der betreffenden Farben im Spectrum, der Breite des Spaltes und umgekehrt proportional der Länge des betreffenden Theiles des Spectrums.

Da der Quotient $\frac{d\delta}{\varepsilon}$ das Maass der Reinheit des Spectrums bedeutet, so lautet andererseits unser Resultat:

Es ist die Helligkeit des Spectrums bei gleich bleibender Helligkeit des durch den Spalt dringenden Lichtes einfach umgekehrt proportional seiner Reinheit.

Zur Erreichung grosser Reinheit ist also auch intensive Beleuchtung des Spaltes nothwendig.

Bei diesen Erörterungen haben wir das Spectrum stets direct mit blossem Auge betrachtet und angenommen, dass die Pupille des Auges ausgefüllt wird. Blendet man die Pupille ab, oder ist das Prisma kleiner als die Fläche der Pupille, so nimmt die Helligkeit des Spectrums entsprechend ab. Dasselbe findet statt, wenn die abbildenden Strahlenkegel enger als die Augenpupille sind.

Man kann das prismatische Spectrum aber auch wie jedes andere Object beliebig vergrössern, indem man vom virtuellen Spectrum durch eine Sammellinse ein reelles Bild entwirft und dieses durch eine Lupe betrachtet, d. h. indem man sich eines Fernrohres bedient statt des blossen Auges. Die Reinheit des Spectrums wird hierdurch aber nicht geändert und auch die Helligkeit des vergrösserten Spectrums bleibt dieselbe, wie die des direct gesehenen, falls das Fernrohr die Gegenstände in ihrer natürlichen Helligkeit zeigt, oder anders ausgedrückt, falls das Fernrohr die Normalvergrösserung besitzt [1]), und ferner, falls die Büschel das Fernrohrobjectiv ausfüllt. Natürlich müssen die Prismenflächen entsprechend gross genug sein.

Hierin liegt der Grund, warum für Versuche ohne Fernrohr ganz kleine Prismen ausreichen, während man für Versuche mit Fernrohr desto grössere haben muss, je stärker die Vergrösserung ist.

Entsprechend der Grösse der Prismenflächen muss die Güte derselben in Bezug auf Ebenheit sein.

Die Vergrösserung hat also keinen anderen Zweck als den, Fraunhofer'sche Linien zu trennen, deren Sehwinkel so klein ist, dass das blosse Auge die Linien nicht mehr trennen kann. Erst wenn der Sehwinkel zweier Objectpunkte eine Winkelminute beträgt, sieht das Auge die Punkte getrennt von einander.

95 **Rayleigh's Untersuchungen über die Auflösungskraft des Spectrums (Einfluss der Oeffnung der abbildenden Strahlenbüschel auf die Erkennbarkeit zweier benachbarter Fraunhofer'scher Linien).** Die soeben erörterten Fragen basiren auf der Annahme, dass homocentrischer Strahlengang stattfindet und die Gesetze der geometrischen Construction von Bild

[1]) Bei der Normalvergrösserung (s. das Cap. über optische Instrumente) ist der Ocularkreis des Fernrohres gleich der Augenpupille.

und Object gelten. Laut der Wellentheorie entsteht selbst von einer Lichtlinie niemals wieder eine Bildlinie, sondern eine mehr oder weniger ausgedehnte Bildfläche. Nur wenn die Oeffnung des abbildenden Strahlenkegels gross genug ist, nähert sich der entstehende Bildstreifen einer Linie.

Rayleigh [1]) erörtert unter Berücksichtigung dieses Umstandes, von welchen Factoren die Trennung zweier Spaltbilder im Spectrum abhängt. Er kommt zu dem sehr interessanten Resultate, dass die Reinheit abhängt ausser von der Dispersion dn des Prismas, lediglich von der durch das Strahlenbüschel zurückgelegten Glasstrecke, und zwar von der Wegdifferenz der beiden äussersten Strahlen des Büschels. Füllt das letztere das ganze Prisma aus, so legt der an der Kante passirende Strahl die Glasstrecke Null zurück, während der an der Basis passirende Strahl beim Minimum der Ablenkung entlang der Basis verläuft. Die Wegdifferenz beider Strahlen ist gleich der Basis des Prismas; ihr ist das Auflösungsvermögen proportional. Durchläuft das Strahlenbündel fünf Prismen von gleich grosser Basis, so ist das Auflösungsvermögen fünfmal so gross wie bei einem einzigen der fünf Prismen. Drei Prismen von grösserem brechendem Winkel lösen ebenso viel auf, wie eine gewisse Anzahl Prismen kleineren Winkels, falls die Summen aller Basisstrecken die gleiche ist, wie die der drei Prismen. Um die beiden D-Linien des Sonnenspectrums aufzulösen, muss die Basis eines stark brechenden Flintglases etwa 1 cm betragen.

Messung der Brechungsquotienten für verschiedenfarbiges Licht bezw. für die Fraunhofer'schen Linien (Apparat von Fraunhofer). 96 Es giebt zwei Fälle, in denen die Beziehung zwischen dem Brechungsquotienten n eines Prismas, dem brechenden Winkel ϱ, der Gesammtablenkung δ und dem Einfalls- bezw. Austrittswinkel des Strahles besonders einfach wird (siehe S. 55 des II. Cap.).

1. Wenn der Einfallswinkel gleich dem Austrittswinkel ist, d. h. wenn der Strahl symmetrisch durch das Prisma geht. Hier gilt

$$n = \frac{\sin\frac{\delta+\varrho}{2}}{\sin\frac{\varrho}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Zugleich ist die Ablenkung δ ein Minimum, d. h. die kleinstmögliche im Vergleich zu anderen Einfallswinkeln.

2. Wenn der Einfalls- oder Austrittswinkel gleich Null ist, d. h. wenn der Strahl senkrecht zur Prismenfläche eintritt oder senkrecht zur zweiten Fläche austritt. Hier gilt

[1]) Rayleigh, Philos. Mag. [5] 9, 271, 1879, und Czapski, „Theorie der optischen Instrumente nach Abbe", Breslau, bei Trewendt 1893, S. 148 bis 151.

$$n = \frac{\sin(\delta + \varrho)}{\sin \varrho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Die erste Formel wurde von Fraunhofer abgeleitet und verwerthet; die zweite von Meyerstein. Zu derselben Formel 2) gelangt man, wenn der Strahl nicht senkrecht zur Prismenfläche austritt, sondern daselbst senkrecht gespiegelt wird und in sich zurückgeworfen denselben Weg zurücklegt, den er gekommen. Dieser Fall findet Verwendung bei dem Spectrometer von Abbe (siehe §. 105 d. Cap.).

In allen diesen Fällen muss man also im Stande sein, die zu Grunde gelegte Art des Strahlenganges herstellen, die Ablenkung des Spaltbildes und die Grösse des brechenden Winkels messen zu können. Es zerfällt also die Aufgabe in drei Theile, in die Orientirung des Prismas zu den ein- und austretenden Strahlen, in die Messung einer prismatischen Ablenkung und in die Messung des von den Prismenflächen eingeschlossenen Winkels.

In Folge der prismatischen Farbenzerstreuung hat jede Farbe ihren besonderen Ablenkungswinkel; will man den Brechungsindex einer ganz bestimmten Farbe haben, so muss man entweder den Spalt mit dieser Farbe leuchten lassen, oder bei Anwendung eines weiss leuchtenden Spaltes die Ablenkung der betreffenden Farbe des entstehenden Spectrums messen. Gehen die Farben continuirlich in einander über, wie im Spectrum von Lampenlicht oder im unreinen Sonnenspectrum von Newton, so ist es schwierig, die Brechungsquotienten verschiedener Prismen für ein und dieselbe Farbe zu messen. Fraunhofer suchte sich daher vor Entdeckung seiner Linien im Sonnenspectrum dadurch zu helfen [1]), dass er ähnlich wie in Fig. 145 das Licht einer Petroleumlampe prismatisch zerlegte und durch Aenderung der Stellung des ersten Prismas die auf das zu untersuchende Prisma fallenden Strahlensorten änderte. Bei gleicher Stellung des ersten Prismas gehen stets dieselben Farbencomplexe durch das zweite Prisma; deren Ablenkung wurde sodann gemessen.

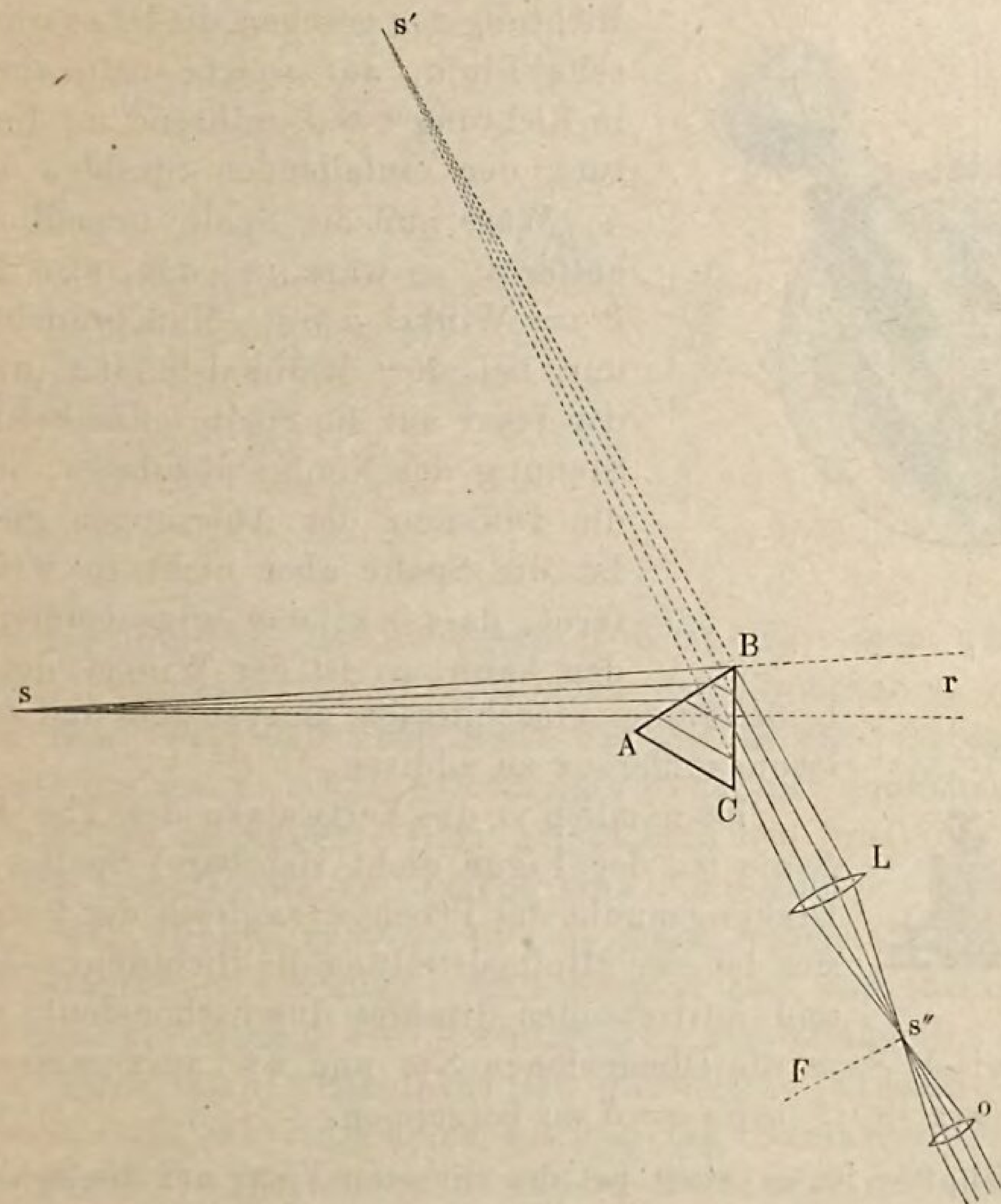
Nach Entdeckung der dunklen Linien im Spectrum war für Fraunhofer diese Schwierigkeit gehoben. Es werde Fraunhofer's berühmte Versuchsanordnung kurz beschrieben. Es fällt Sonnenlicht auf die im Fensterladen s (Fig. 160) befindliche verticale Spalte. Die von s ausgehenden Strahlenbüschel treffen in Richtung sr auf das 5 m von s entfernte Prisma ABC, dessen Kante vertical steht; nach Austritt aus dem Prisma gehen die Büschel zum Fernrohrobjectiv L, welches die verschiedenfarbigen Büschel in Punkten der Ebene F vereinigt. Das bei F erzeugte Spectrum wird mittelst des Fernrohroculars o als Lupe vergrössert gesehen. In der Ebene F befindet sich ein Fadenkreuz, welches also gleichzeitig mit dem Spectrum deutlich gesehen wird. Liegt der Fadenkreuzschnitt-

[1]) Siehe die classische Abhandlung von Fraunhofer in den Denkschriften der Münchener Akademie 1814 und 1815.

punkt s'' auf der gemeinsamen optischen Axe von L und o, so schneidet sich daselbst nur dasjenige Strahlenbüschel, dessen Ausgangspunkt s' auf der Fernrohraxe Lo gelegen ist.

Stellt man also mit dem Fadenkreuzschnittpunkt z. B. auf die Fraunhofer'sche Linie D ein, so heisst das, die der Farbe D entsprechenden Strahlen sind so gebrochen worden, dass sie nach dem Durchgange durch das Prisma von s' zu kommen scheinen. Um eine andere Linie C zur Deckung mit s'' zu bringen, muss die Axe Lo des Fernrohres in der Ebene der Zeichnung gedreht werden, und zwar um so viel, als der

Fig. 160.

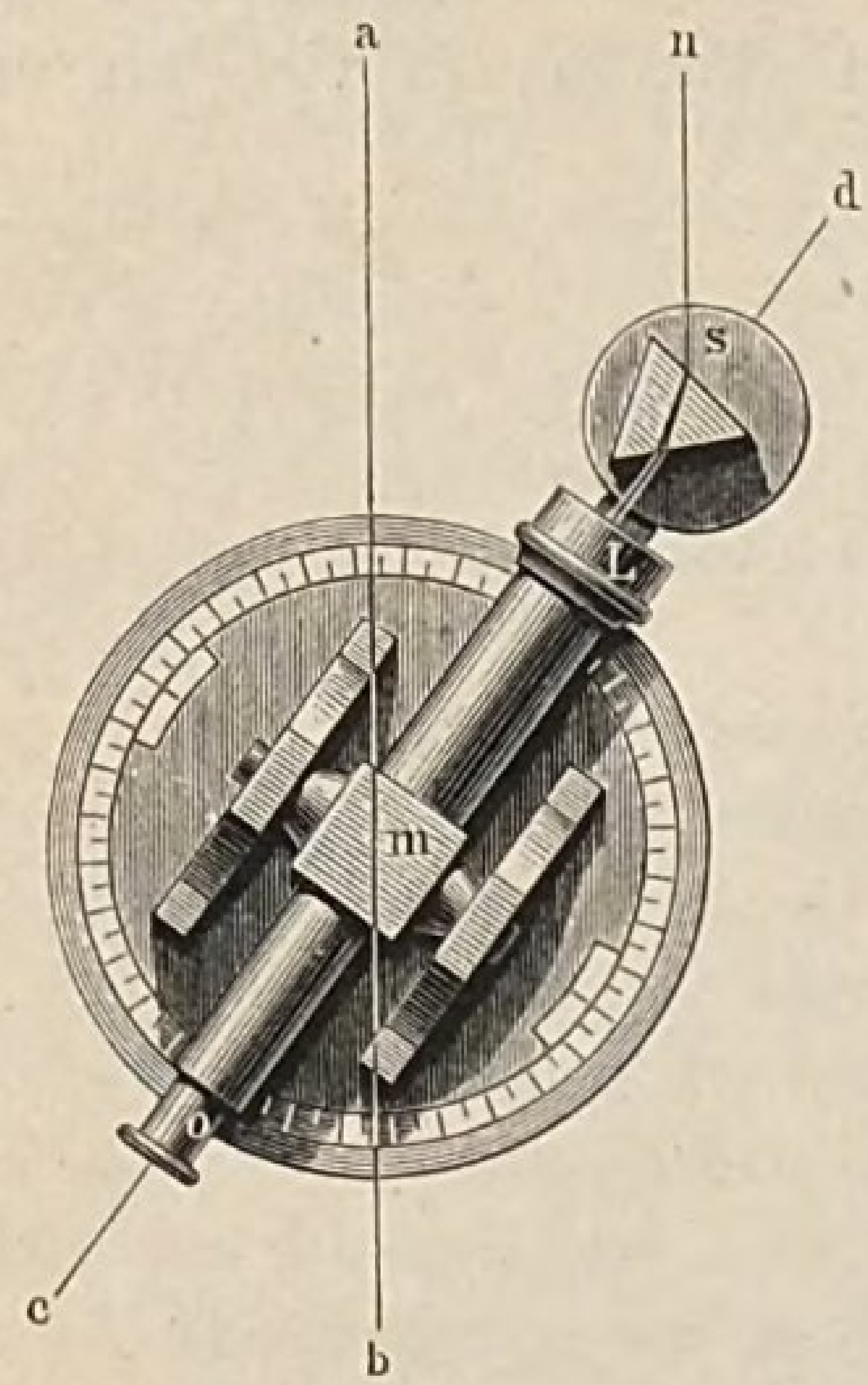


Dispersionswinkel für C und D beträgt, gemessen vom Objectiv L aus. Um nun den Ablenkungswinkel für eine der Linien C oder D zu finden, ist es noch nothwendig, das Fernrohr direct auf die Spalte s einstellen zu können. Es muss also das Fernrohr um grosse Beträge drehbar sein, und zwar drehbar um eine verticale Axe. Ist dieser Drehpunkt am Orte des Prismas, so kann man nach Abnahme desselben durch Drehung des Fernrohres jederzeit die optische Axe Lo in die Richtung sr bringen; nur in dieser Richtung erblickt man die Spalte s im Fadenkreuzschnittpunkte s''.

Die Drehung, welche man machen muss, um s' mit Prisma und s ohne Prisma zur Coincidenz mit s'' zu bringen, ist gleich der Ablenkung der eingestellten Fraunhofer'schen Linie. Natürlich muss man stets auf die Mitte von s bezw. s' einstellen.

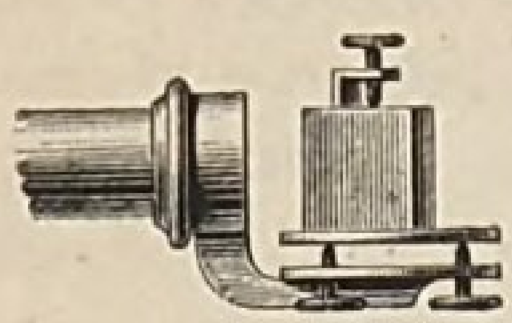
Bei Fraunhofer's Versuchen ergab die Fernrohrdrehung nicht direct den Ablenkungswinkel. Sein Fernrohr war um einen zwischen L und o liegenden Punkt m (Fig. 161) drehbar und sein Prisma war excentrisch zum Theilkreise vor dem Fernrohre (Fig. 162) befestigt. Der directe Spalt wurde in Richtung $a\,m$ gesehen, die Fraunhofer'sche Linie, auf welche man einstellte, in Richtung $c\,m\,d$, während $n\,s$ die Richtung der einfallenden Strahlen bildete.

Fig. 161.



Wäre nun die Spalte unendlich weit entfernt, so wäre $n\,s \parallel a\,m$, also Winkel ϑ = Winkel $a\,m\,d$. Man brauchte also nur bei der Minimalstellung und bei der Visur auf die Spalte ohne Prisma die Stellung des Nonius abzulesen, so wäre die Differenz der Ablesungen gleich δ. Ist die Spalte aber nicht so weit entfernt, dass $n\,s \parallel a\,m$ angenommen werden kann, so ist der Winkel, den diese beiden Linien einschliessen, zu ermitteln und zur Ablesungsdifferenz zu addiren.

Fig. 162.



Ist nämlich m die Verticalaxe des Theodoliten, S die (in der Figur nicht sichtbare) Spalte, s der Drehungspunkt des Prismas (zugleich der Punkt, wo sich bei der Minimalstellung die Richtungen des ein- und austretenden Strahles durchschneiden), so hat man im Dreieck $S\,s\,m$ die Dimensionen $S\,m$ und $s\,m$ auszumessen und daraus $\sphericalangle\, S\,m\,s + \sphericalangle\, m\,S\,s = \vartheta$ zu berechnen.

Vortheilhafter ist es, statt bei der directen Visur auf die Spalte den Nonius abzulesen, das Fernrohr und das Prisma auf die entgegengesetzte Seite zu drehen und dort die symmetrische Minimalablenkung aufzusuchen. Durch Halbirung der Ablesungsdifferenz erhält man die Ablenkung wie früher.

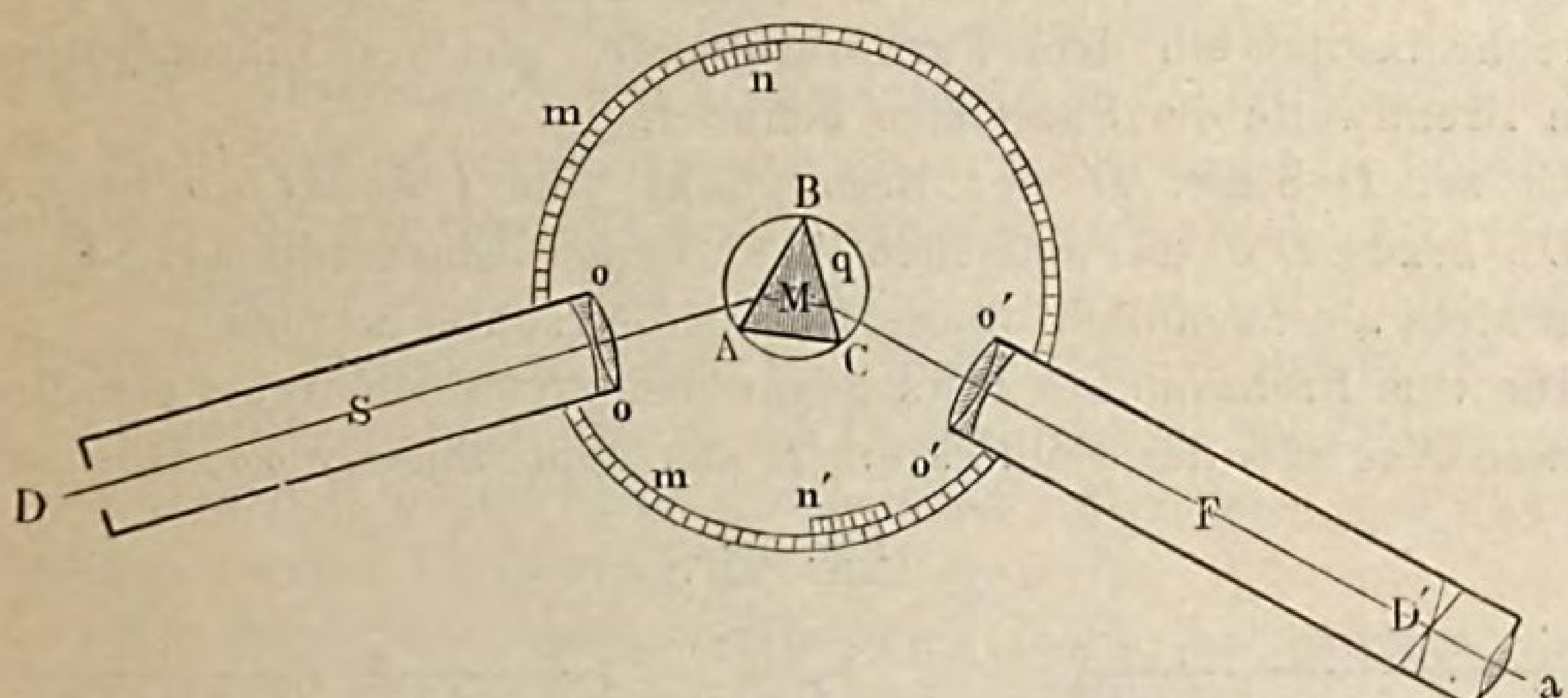
Das Fraunhofer'sche Verfahren hat hauptsächlich zwei Mängel. Erstens ist die Berücksichtigung der Correction wegen endlicher Entfernung des Spaltes umständlich. Sodann erfordert die excentrische Befestigung des Prismas zur Drehaxe des Fernrohres nach jeder Drehung des Fernrohres eine Verschiebung des Prismas, damit die Strahlen in das Fernrohrobjectiv gelangen.

Die neueren Spectrometer, Strahlengang in denselben, Messung des Ablenkungs- und des Kantenwinkels. Die im vorausgegangenen Paragraphen erwähnten Mängel der Fraunhofer'schen Methode sind bei den neueren, unter dem Namen Spectrometer bekannten Apparaten vermieden. 97

In Fig. 163 ist schematisch das Princip eines Spectrometers dargestellt.

Das Prisma ABC ist nicht excentrisch, sondern genau über der zur Papierebene senkrechten Axe M (in Fig. 163 ein Punkt) des Theil-

Fig. 163.



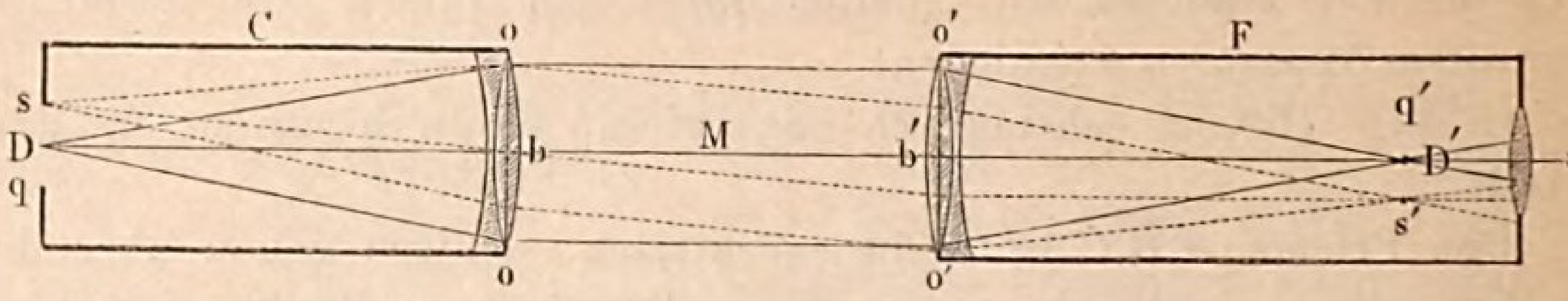
kreises m aufgestellt. Um diese Axe M dreht sich sowohl das Fernrohr F (mit dem Fadenkreuz bei D'), als auch das Tischchen q, auf dem das Prisma sitzt; eventuell auch noch das Spalt- oder Collimatorrohr C. Letzteres hat den Zweck, die Correction wegen der endlichen Entfernung des Spaltes zu beseitigen. Dazu bringt man den Spalt D in die Brennebene der Sammellinse $o\,o$, welche von D ein Bild im Unendlichen erzeugt. Spalt D und Linse $o\,o$ sind in einem Rohre S, dem Spaltrohre oder Collimator, vereinigt. Man benutzt also den telecentrischen Strahlengang, bei dem die gleichfarbigen Strahlenbüschel parallel das Prisma durchlaufen. Hierdurch ist gleichzeitig bewirkt, dass homocentrische Strahlen wieder homocentrisch das Prisma verlassen, d. h. dass eine punktweise prismatische Abbildung stattfindet und deutliche Spaltbilder entstehen [1]).

Wie sehr auch die Spectrometer in ihrer Ausführung von einander abweichen, der Strahlengang ist bei allen nahe derselbe. Wir beginnen darum mit der Beschreibung des letzteren, um anschliessend hieran einige Typen von gebräuchlichen Spectrometern sammt deren Constructions- und Einstellungsweise zu beschreiben.

[1]) Vorausgesetzt, dass die Bedingungen für den geometrischen Strahlengang erfüllt sind, d. h. dass der Oeffnungswinkel der abbildenden Büschel gross genug ist.

In den Fig. 164 und 165 ist der Strahlengang gezeichnet, welcher im Spectrometer ohne und mit Prisma stattfindet, und zwar in einer

Fig. 164.



Ebene, welche senkrecht zur Prismenkante steht und die optische Axe des Fernrohres und Spalt-, bezw. Collimatorrohres enthält. Das Collimatorrohr besitzt ein dem Fernrohrobjectiv gleiches Linsensystem, in dessen Brennweite der Spalt sich befindet.

Es sei D bezw. D' der Brennpunkt vom Objectiv $o\,o$ bezw. $o'\,o'$ und $D\,b$ bezw. $D'\,b'$ die optischen Axen beider Linsensysteme. Letztere mögen stets als unendlich dünne Linsen betrachtet werden.

Die vom Brennpunkte D ausgegangenen Strahlen treten parallel zur optischen Axe $D\,b$ des Collimators S aus dem Objectiv $o\,o$; falls, wie in

Fig. 165.

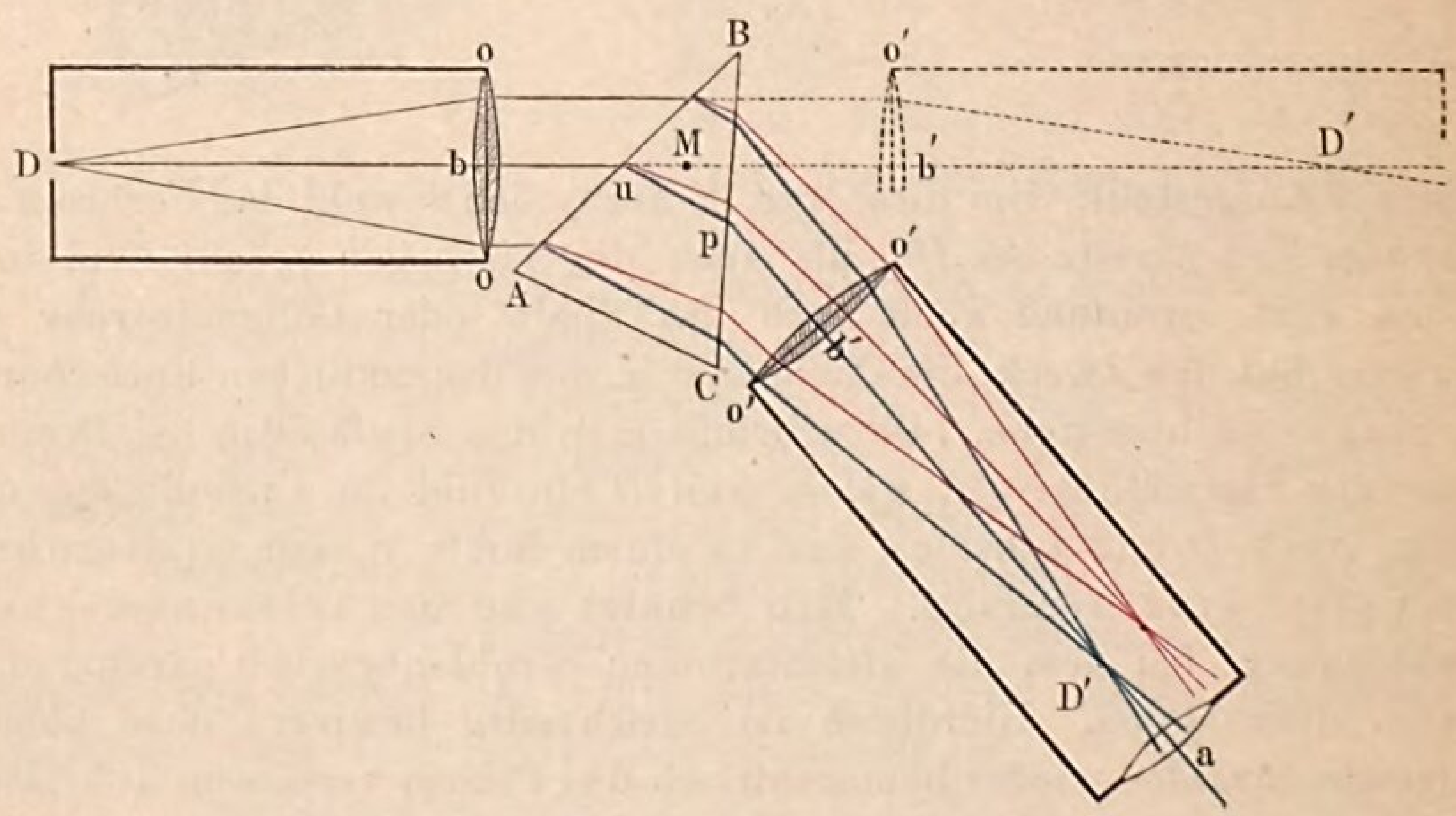


Fig. 164, dieser Strahlencylinder die Richtung der optischen Axe $b'\,D'$ des Fernrohres F hat, wird er im Brennpunkte D' des Fernrohrobjectives $o'\,o'$ vereinigt. Dies ist ohne Prisma nur dann der Fall, wenn die beiden optischen Axen $D\,b$ und $D'\,b'$ vom Collimator und Fernrohre einander parallel sind, bezw. mit einander zusammenfallen. Damit letzteres bei einem Spectrometer erreicht werden kann, müssen beide optischen Axen durch die Umdrehungsaxe M des Fernrohres gehen und auf derselben senkrecht stehen.

Mit Prisma (Fig. 165) ist es der Fall, wenn die optische Axe $D'\,b'$ die Richtung $b'\,p$ hat, d. h. desjenigen austretenden Strahlencylinders,

welcher in Richtung bu der optischen Axe Db auf das Prisma aufgefallen ist; dasselbe kommt aber vom Brennpunkte D.

Sendet D homogenes Licht aus, so entsteht in letzterem Falle bei D' ganz dasselbe Bild, wie in Fig. 164 ohne Prisma. Der Drehungswinkel des Fernrohres F, um dieselbe Einstellung ohne und mit Prisma zu erhalten, ist direct gleich dem Ablenkungswinkel für die von B ausgesandte Farbe.

Die Breite des Spaltes sq (Fig. 164) ändert hieran nur die Breite des Spaltbildes $s'q'$ und erfordert eine andere Anordnung der Fäden in der Brennebene des Fernrohres [1]. Die von s ausgehenden Strahlen verlassen oo ebenfalls unter einander parallel, aber in Richtung ihres Hauptstrahles sb; dieselben werden daher in einem Punkte s' der Brennebene von $o'o'$ vereinigt, dessen Verbindungslinie $s'b'$ mit dem Scheitel-b' parallel sb ist; analog vereinigen sich die von q kommenden Strahlen in q', wenn $q'b' \parallel qb$ ist. Sind die Brennweiten einander gleich ($Db = D'b'$), so muss demnach auch das Bild $q's'$ gleich breit mit dem Spalte qs sein.

Nach den Erörterungen über die Breite eines Spaltbildes, gesehen durch ein Prisma, sind im Minimum der Ablenkung auch beim Spectrometergang mit Prisma Bild und Spalt gleich breit. War doch jene Ableitung unabhängig von der Entfernung des Spaltes.

Enthält der Spalt verschiedenfarbiges Licht, so entsteht bei D' (Fig. 165) ein Spectrum, dessen Reinheit und Helligkeit den in §. 92 bis 94 aufgestellten Gesetzen unterworfen ist [2]. Treten in demselben bei Anwendung von Sonnenlicht die Fraunhofer'schen Linien auf, so stellt man das Fernrohr auf diese ein, um die Ablenkungswinkel für die den Fraunhofer'schen Linien entsprechenden Farben zu erhalten.

Der dem Spectrometer zu Grunde liegende Strahlengang ist insofern noch geboten, als nur beim telecentrischen Strahlengange durch ein Prisma von einem Punkte wieder ein Punkt abgebildet wird, d. h. als nur ein aus dem Unendlichen kommendes Strahlenbüschel nach dem Durchgange durch ein Prisma homocentrisch verläuft. Von einem in endlicher Entfernung liegenden Lichtpunkte entstehen bekanntlich zwei kleine Lichtlinien, von denen die eine parallel zum Hauptschnitte des Prismas, die andere senkrecht dazu, d. h. also parallel zur brechenden Kante verläuft.

Hier wird nur von einer Lichtlinie wieder eine deutliche Bildlinie entworfen, wenn erstere parallel zur brechenden Kante gerichtet ist. Der Ort der Bildlinie ist ein anderer, je nachdem der Einfallswinkel der Strahlen sich ändert. Aber auch schon bei ein und demselben Einfalls-

[1] Man fasst ein breites Spaltbild zwischen zwei demselben parallele Fäden, während man ein lineares Bild zur Deckung mit dem Fadenkreuzschnittpunkte bringt (Näheres siehe unter Ocularmikrometer).

[2] Es gelten genau dieselben Gesetze, wenn die Vergrösserung des Fernrohres kleiner ist, als die Normalvergrösserung, und das Fernrohrobjectiv von den Strahlen ausgefüllt wird.

winkel sind die Entfernungen der Bildlinien verschieden gross, sobald die Farbe der Lichtlinie eine andere wird. Auf die verschiedenen Theile eines Spectrums müsste man also verschieden accommodiren. Ausserdem müsste der Querschnitt der Büschel ein relativ kleiner sein, denn nur hierfür gelten die S. 67 angeführten Abbildungsgesetze.

Beim telecentrischen Strahlengange durch das Prisma entstehen die verschiedenfarbigen Spaltbilder alle im Unendlichen; sobald also das Fernrohrobjectiv verschiedenfarbige Strahlencylinder in der gleichen Entfernung (Brennweite) vereinigt [1]), werden auch alle Theile des Spectrums bei D' (Fig. 164) durch die Lupe deutlich gesehen.

Bei sehr engem Collimatorspalt sieht man unter Anwendung von nur einem Prisma schon unzählige Fraunhofer'sche Linien im Sonnenspectrum, wenn man eine genügend grosse Vergrösserung anwendet. Ist der Dispersionswinkel, den zwei Farben G und H mit einander bilden, gleich $d\delta$, so erscheint dieser Winkel bei xmaliger Vergrösserung ebenfalls xmal vergrössert, d. h. also gleich $x \,.\, d\delta$. Ist $d\delta$ gleich zwei Winkelsecunden, so kann das blosse Auge G und H nicht mehr trennen; dies ist erst mittelst eines Fernrohres von 30facher Vergrösserung möglich, weil erst dann G und H unter 30×2 Winkelsecunden gleich einer Bogenminute erscheinen und somit vom Auge getrennt gesehen werden [2]). Auf diese Weise lösen sich die mit dem blossen Auge gesehenen breiten Streifen oft in viele einzelne feinere Linien auf. Eins aber muss festgehalten werden, dass jede Fraunhofer'sche Linie ebenfalls ein Spaltbild ist, wenn auch ein negatives, dunkles, dessen Breite beim symmetrischen Strahlengange gleich derjenigen des leuchtenden Spaltes ist. Soll eine Fraunhofer'sche Linie scharf sein, so kann ihre Breite nie unter diejenige des Spaltes sinken. Linien, deren Breite kleiner ist, müssen verwaschene Ränder haben.

Bei sehr engem Spalte treten die sogenannten Staublinien auf, welche das Spectrum horizontal durchziehen und von den Rauhigkeiten der Spaltränder oder von den an ihnen hängenden Staubkörnern herrühren.

Nachdem wir das Princip kennen gelernt haben, nach welchem man die prismatische Ablenkung misst, wollen wir zeigen, dass man auch die beiden anderen Bedingungen leicht erfüllen kann.

Was die Messung des brechenden Winkels anlangt, so benutzt man die spiegelnde Eigenschaft ebener Flächen. Es giebt zwei Methoden.

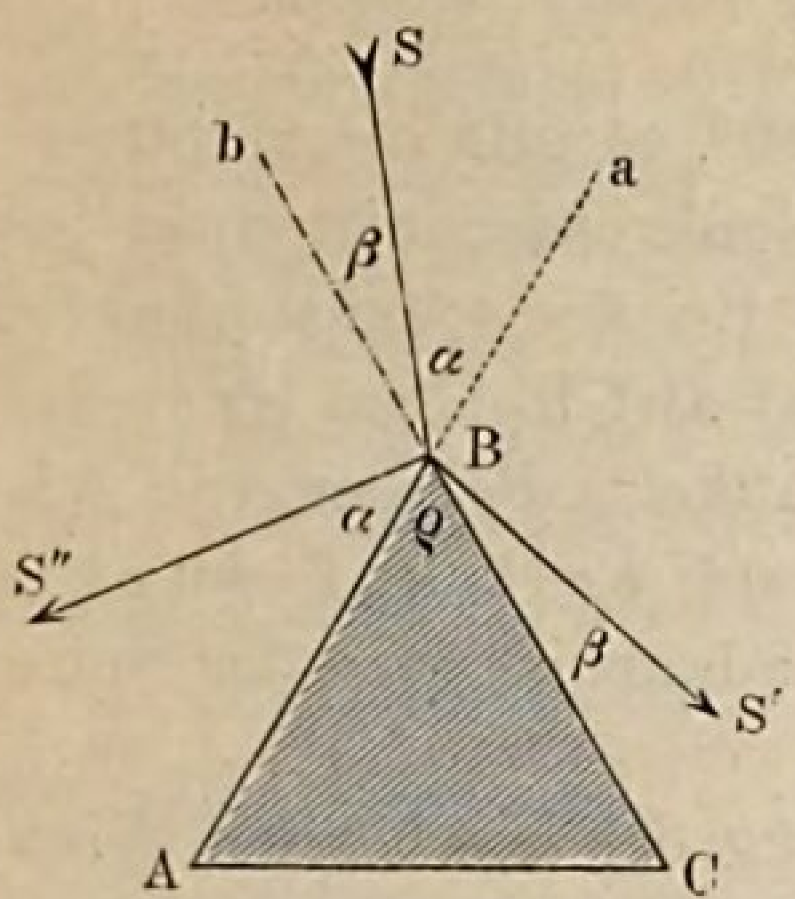
1) Man lässt die aus dem Collimator austretenden Strahlen SB (Fig. 166) gleichzeitig an den beiden Prismenflächen BA und BC reflectiren, deren Winkel ϱ gemessen werden soll, und beobachtet einmal das Spiegelbild vom Spalte entworfen durch die Fläche AB, und hier-

[1]) Dies findet nur statt, wenn das Objectiv achromatisch ist und ohne secundäres Spectrum.

[2]) Siehe das Cap. „Das Auge etc.“.

auf das Spiegelbild vom Spalte an Fläche BC. Der Winkel, um welchen das Fernrohr gedreht werden muss, um längs der Prismenbasis von der einen in die andere Lage zu kommen, sei w; dann ist der brechende Winkel ϱ des Prismas gleich $\frac{w}{2}$.

Fig. 166.



Um dies zu beweisen, nehmen wir an, es bilde der einfallende Strahl SB mit der verlängerten Fläche CB den Winkel $\beta = SBc$ und mit der verlängerten Fläche AB den Winkel $\alpha = SBa$. Dann ist auch der Reflexionswinkel $S'BC$ an Fläche BC gleich β, und derjenige $S''BA$ gleich α; demnach ist der Drehungswinkel $S''BS'$ (Fig. 166) des Fernrohres gleich

$$w = \varrho + \alpha + \beta;$$

ferner ist

$$\sphericalangle SBS'' = 180 - 2\alpha \quad \text{und} \quad \sphericalangle SBS' = 180 - 2\beta,$$

also:

$$w = \varrho + \alpha + \beta = 360 - (180 - 2\alpha) - (180 - 2\beta),$$

oder:

$$\varrho + \alpha + \beta = 2\alpha + 2\beta,$$

d. h.

$$\varrho = \alpha + \beta,$$

demnach:

$$w = 2\varrho.$$

Um richtige Werthe zu liefern, müssen Einfalls- und Reflexionsstrahlen im Hauptschnitte verlaufen, d. h. es müssen die optischen Axen von Fernrohr und Spaltrohr ebenfalls, und zwar bei jeder Lage im Hauptschnitte liegen, d. h. $\perp$ zur brechenden Kante verbleiben.

2. Es sende der Brennpunkt D' (Fig. 167, a. f. S.) des Fernrohrobjectives $o'o'$ Strahlen aus [1]). Trifft das der Fernrohraxe $D'b'$ parallele Strahlenbündel senkrecht auf die Fläche BC des Prismas, so wird jeder Strahl desselben in sich reflectirt und es decken sich Objectpunkt D' und dessen Spiegelbild. Bei dieser Stellung liest man den Theilkreis ab und dreht nun Prisma oder Fernrohr mit Theilkreis zugleich so lange, bis die Strahlen auch an Fläche AB senkrecht, also in sich gespiegelt werden. In Fig. 167 ist die Drehung des Fernrohres gewählt worden und die zweite Stellung desselben ($D''b'' \perp AB$) punktirt gezeichnet. Der Drehungswinkel w, um aus der einen Stellung Db in die zweite $D''b''$ zu gelangen, ist gleich der Summe der Winkel:

[1]) Bei Beschreibung des Spectrometers werden wir eine Methode der Fadenkreuzbeleuchtung kennen lernen; es ist die mittelst des Gauss'schen Oculars.

$$o'BC + CBA + ABo''$$

d. h. es ist:

$$w = 90^0 + \varrho + 90^0$$

oder:

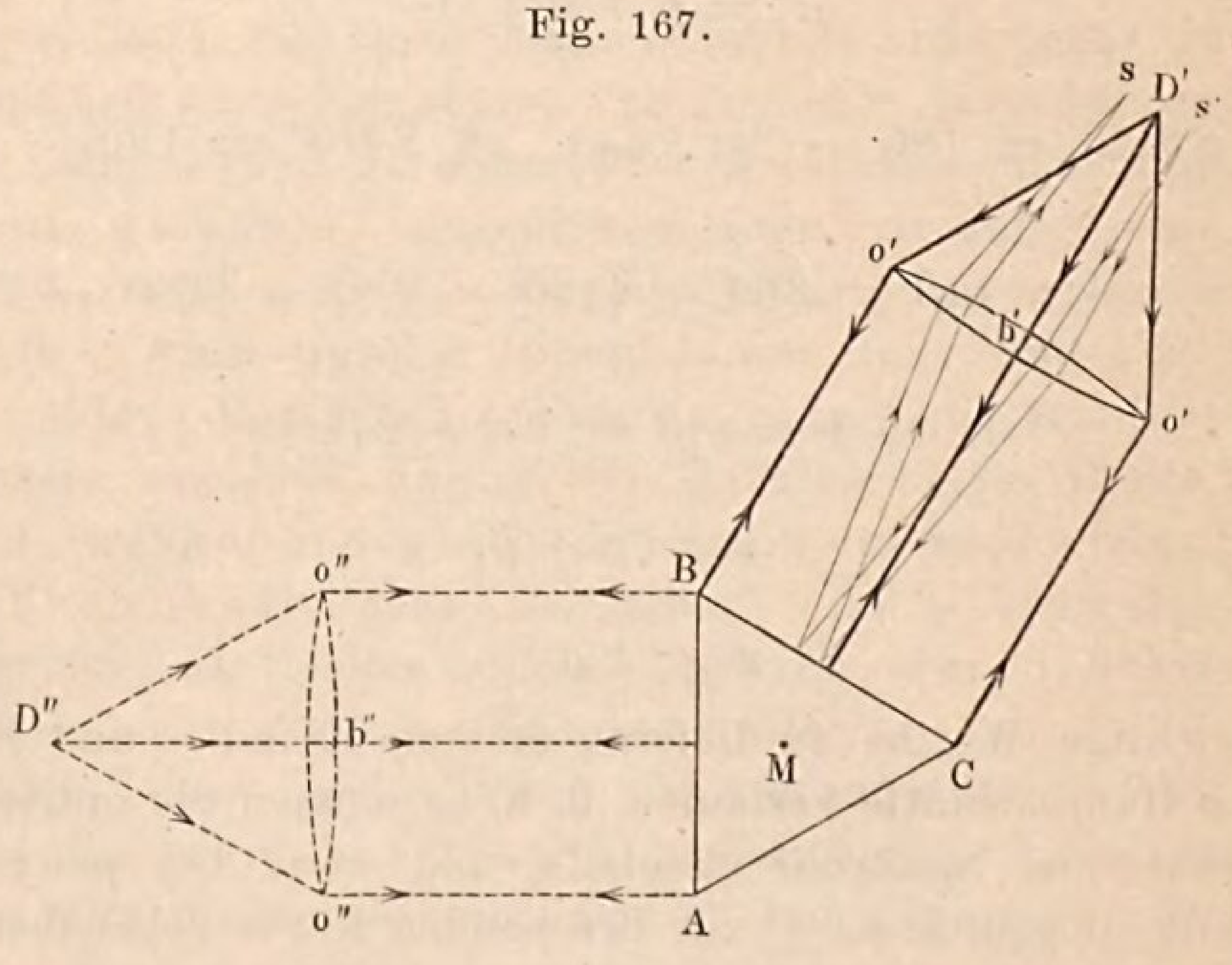
$$\varrho = w - 180^0.$$

Ist der Drehungswinkel w grösser als 180^0, so gilt $\varrho = 180 - w$.

Es giebt verschiedene Methoden, den Fadenkreuzschnittpunkt bezw. das ganze Fadenkreuz leuchtend zu machen. Bei der sogenannten Feldbeleuchtung hebt sich das Fadenkreuz dunkel auf hellem Grunde ab und ebenso ist das gespiegelte Fadenkreuz dunkel. Bei der von Abbe erdachten Methode erscheint das Fadenkreuz hell auf dunklem Grunde, als ob dasselbe selbstleuchtend wäre; dann ist auch das Spiegelbild hell.

Die soeben erwähnte Methode zur Messung des brechenden Winkels gestattet ohne Weiteres, die eine der beiden zur Messung des Brechungs-

Fig. 167.



quotienten nöthigen Orientirungen des Prismas herzustellen, bei welcher der Strahl senkrecht zur Prismenfläche austreten soll. Man braucht an der betreffenden Prismenfläche nur das Fadenkreuz mit seinem Spiegelbilde zur Coincidenz zu bringen und in dieser Stellung Fernrohr mit Prisma fest zu verbinden und so lange dieselben gemeinsam oder aber das Spaltrohr allein zu drehen, bis diejenige Fraunhofer'sche Linie am Fadenkreuzschnittpunkte erscheint, für welche der Brechungsquotient gemessen werden soll.

Das Minimum der Ablenkung oder den symmetrischen Strahlengang findet man noch leichter. Man betrachte ohne Fernrohr mittelst blossen Auges das Spectrum. Jetzt dreht man das Prisma um die Axe des Theilkreises und verfolgt das durch die Prismendrehung verschobene Spectrum. Bei einer gewissen Stellung des Prismas muss dann eine

Drehung desselben im einen oder anderen Sinne das Spectrum in derselben Richtung wandern lassen, d. h. dreht man das Prisma aus dieser Stellung etwa im Sinne des Uhrzeigers, so wandert das Spectrum ebenfalls in demselben Sinne; dreht man das Prisma im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers, so wandert jetzt das Spectrum wieder wie vorher im Sinne des Uhrzeigers. Es ist also ein Umkehrpunkt vorhanden, an welchem das Spectrum einer kleinen Drehung des Prismas nach rechts oder links fast gar nicht folgt, sondern nahe still steht. Dies ist die Stellung, wo die Strahlen symmetrisch das Prisma passiren und die Ablenkung ein Minimum beträgt. Ist diese Stellung gefunden, so betrachtet man das Spectrum durch das Fernrohr und fährt fort, Prisma und Fernrohr so lange zu drehen, bis die zu messende Fraunhofer'sche Linie gerade umkehrt.

Spectrometer nach Victor v. Lang. Eine einfache, 98
zweckmässige und vielen Ansprüchen genügende Construction besitzt das Spectrometer nach Victor v. Lang. Wir geben die Beschreibung eines derartigen Instrumentes, wie es von Fr. Schmidt & Haensch in Berlin gebaut wird [1]).

Fig. 168 (a. f. S.) zeigt eine perspectivische Ansicht des ganzen Spectrometers in $^1/_4$, Fig. 169 einen verticalen Axenschnitt durch den mittleren Theil in $^1/_3$ der natürlichen Grösse. Das Gestell *G* mit den drei Stellschrauben *v* trägt einen verticalen stählernen Zapfen *Z*, der aussen conisch abgedreht und innen conisch durchbohrt ist (Fig. 169). Ueber dem conischen Zapfen dreht sich mit leichter Reibung der Hohlkegel (Buchse) *H*, mit seiner Last auf dem mittleren Theile des Fussgestelles schleifend. Mit der Buchse *H* ist fest verbunden der Arm *A* mit dem Fernrohre *F* und die Kreisplatte mit den Nonien *n*. Es drehen sich also Fernrohr und Nonien stets gemeinschaftlich.

In der inneren conischen Durchbohrung steckt die conische, nach oben cylindrische, stählerne Axe *B*, welche den Theilkreis *m* trägt und auf welcher oben das Tischchen *q* sitzt; dasselbe kann mittelst der Schraube *x* festgeklemmt werden, so dass sich in solchem Falle mit der inneren conischen Axe *B* gleichzeitig der Theilkreis und das Prismentischchen drehen. Diese Drehung wird durch das Steuerrad *r* bewirkt. Zur mikrometrischen Verschiebung des Fernrohres und des Prismentischchens dient je eine besondere Einrichtung. Um das Fernrohr fein verschieben zu können, klemmt man den Metallring *g* mittelst der Schraube *a* fest an die Buchse *H* und bewegt den Ausläufer des Metallringes mittelst der Mikrometerschraube *C*, deren Mutter am Fussgestelle *G* festsitzt. Analog klemmt man, um das Prismentischchen fein zu verschieben, die Schraube *b* und bewegt die Mikrometerschraube *d*.

[1]) Den Holzschnitt Fig. 168 hat die Firma F. Schmidt & Haensch bereitwilligst auf Wunsch des Verfassers anfertigen lassen.

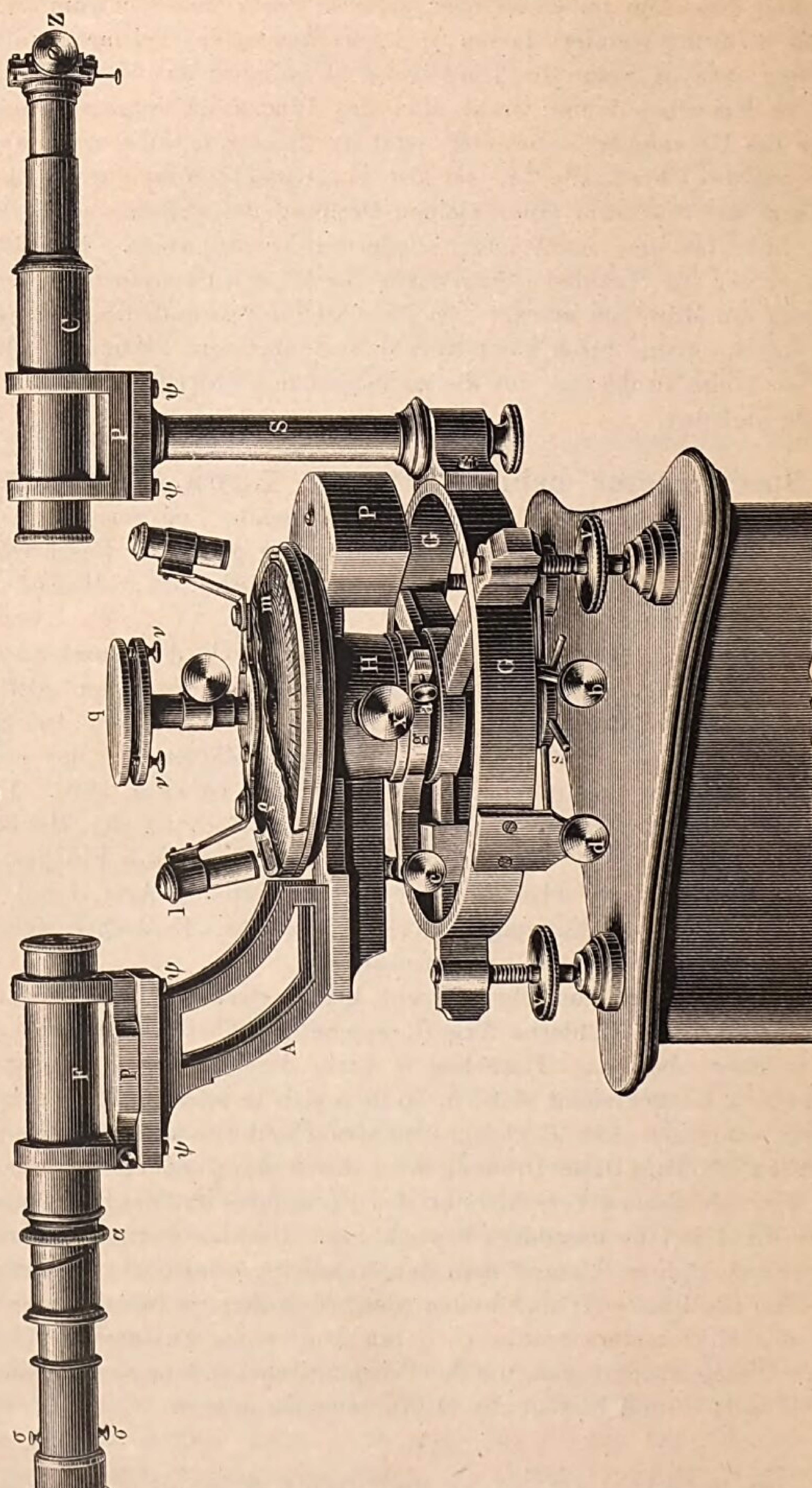


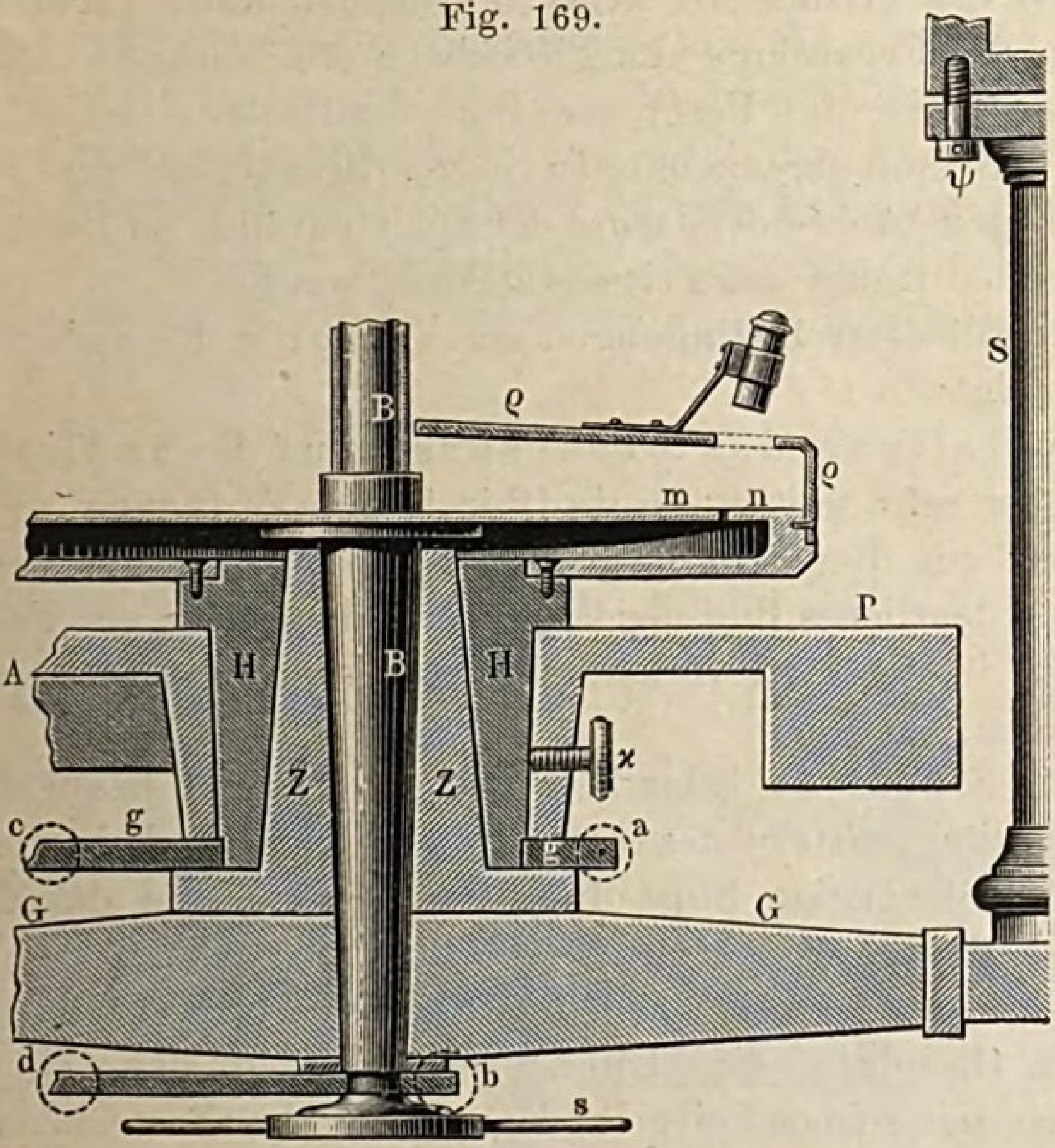
Fig. 168.

Am Fussgestelle fest angeschraubt sitzt die Säule S, welche das Spaltrohr C trägt. Die Spaltbreite ist veränderlich; ihre Grösse ist an der Trommel z abzulesen.

Die Lager p, welche das Spaltrohr C und das Fernrohr F tragen, können gegen ihre Unterlagen um geringe Beträge geneigt werden.

Der Spalt ist ebenso wie das Ocular aus- und einschiebbar. Letzteres geschieht mittelst der Schraube α durch eine Schneckenbewegung. Die

Fig. 169.



Schräubchen σ dienen zur Bewegung und zum Festklemmen des Fadenkreuzes.

Zum Schutze des Theilkreises m dient das Gehäuse ϱ, welches an der Stelle der Nonien n Fenster besitzt, durch welche man mittelst der Lupen l die gegenseitige Stellung von Nonius und Theilkreis abliest. Das Gehäuse ϱ dreht sich mit der Buchse H und den Nonien n, wie aus Fig. 169 ersichtlich ist.

Das Prismentischchen kann höher und niedriger gestellt, seine obere Platte q kann gegen die untere durch drei in dieser sitzende Schrauben v nach allen Richtungen geneigt werden. An der Buchse H sitzt auf der entgegengesetzten Seite des Fernrohres das Gegengewicht P; dasselbe dient zur Verhütung eines seitlichen Druckes gegen den conischen Zapfen Z.

Die Schraube x gestattet, die Buchse H mit den Nonien n gegen den Arm A mit dem Fernrohre F zu verstellen, um so stets die Nonien in eine für die Ablesung bequeme Lage bringen zu können.

99 **Justirung der Spectrometer im Allgemeinen; Justirung des Apparates nach Victor v. Lang im Besondern.** Die der Messung zu Grunde gelegten Formeln gelten für den Fall, dass die Strahlen im Hauptschnitte des Prismas verlaufen, dass dieselben einander parallel sind und dass der brechende Winkel des Prismas ebenfalls im Hauptschnitte gemessen werde. Für ein Spectrometer heisst das:

Es muss das Prisma mit seiner brechenden Kante parallel der Umdrehungsaxe des Fernrohres und Tischchens sein; senkrecht dazu müssen die optischen Axen des Fernrohres und Spaltrohres stehen; der Spalt selbst und das Fadenkreuz müssen in der Brennebene des zugehörigen Objectives liegen. Ausserdem muss der Spalt parallel der Umdrehungsaxe oder brechenden Kante des Prismas gestellt werden.

Man erfüllt diese Bedingungen am Victor v. Lang'schen Instrumente, wie folgt:

1. Einstellung des Fernrohres auf Unendlich. Stehen unendlich oder sehr weit entfernte Objecte zur Verfügung, so stellt man das Fernrohr auf diese ein und ändert den Auszug am Fernrohre so lange, bis ein deutliches Bild des Objectes in der Ebene des Fadenkreuzes entsteht; auf letzteres ist vorher mit dem Fernrohroculare deutlich eingestellt worden.

Eine im Zimmer zu jeder Zeit ausführbare und bequeme Methode ist die Einstellung mittelst des Gauss'schen Oculares, d. h. die möglichst scharfe und gleichzeitige Einstellung des Oculares auf das directe und gespiegelte Fadenkreuz.

Vorausgesetzt, dass die spiegelnde Fläche (Prismenfläche oder Fläche einer ebenen Glasplatte) eine Ebene sei, kann nur dann ein Punkt des Fadenkreuzes mit seinem Spiegelbilde zugleich deutlich erscheinen, wenn er in der Brennebene des Fernrohrobjectives sich befindet. Denn nur dann verlaufen die von ihm herrührenden Strahlen ausserhalb des Objectives einander parallel, bleiben nach der Spiegelung wieder parallel (ausser wenn die Spiegelfläche gekrümmt ist) und werden daher wieder in einem Punkte der Brennebene vereinigt. Punkt und Spiegelbild liegen nur dann symmetrisch zur optischen Axe des Fernrohres, wenn die optische Axe senkrecht zur Spiegelfläche steht. In diesem Falle deckt sich der Brennpunkt mit seinem Spiegelbilde. Umgekehrt also steht die Fernrohraxe senkrecht zu einer spiegelnden Fläche, wenn der wirkliche und gespiegelte Brennpunkt coincidiren.

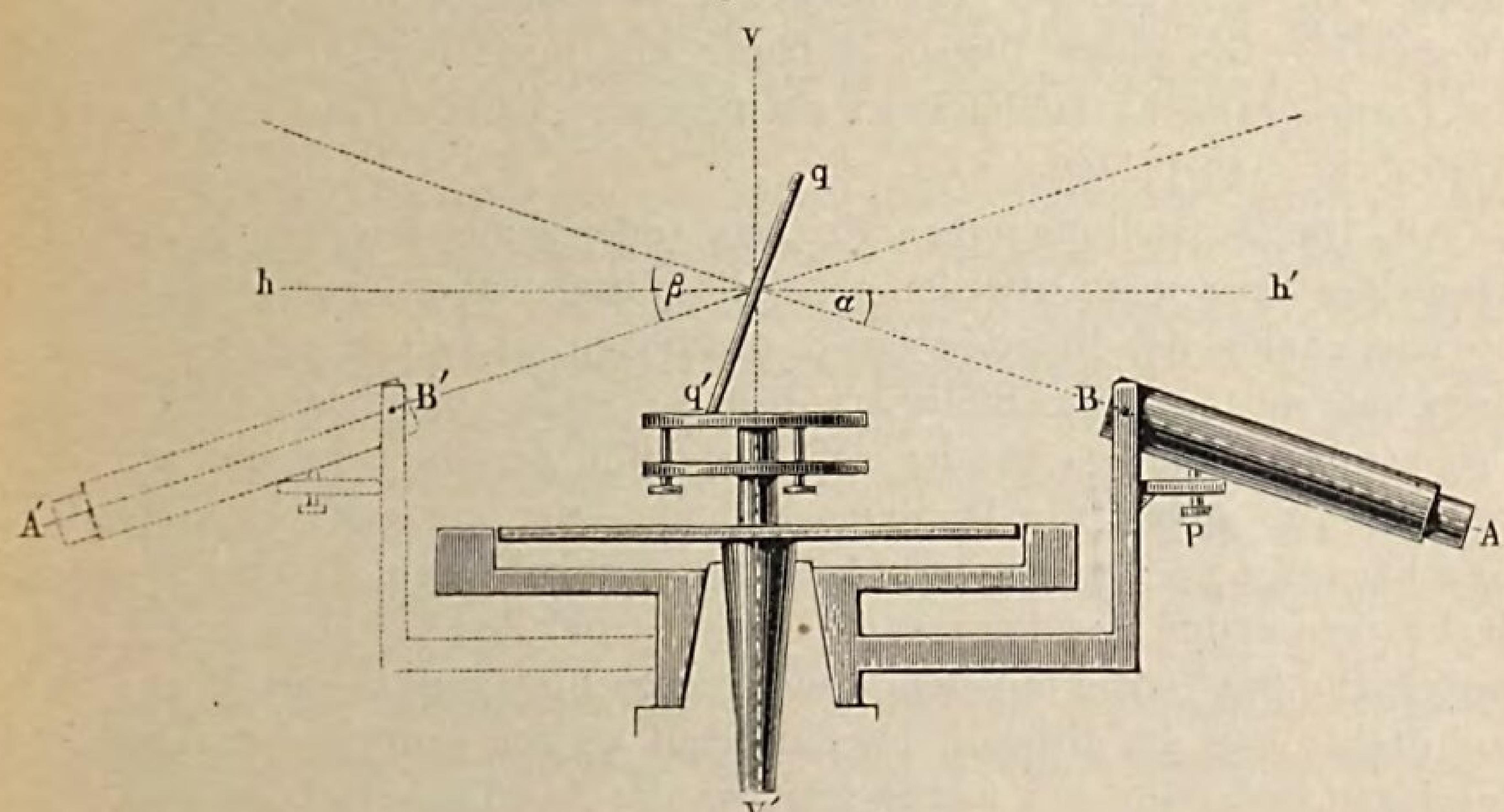
Man erhält die richtige Stellung des Fadenkreuzes in der Brennebene durch Aenderung des Auszuges am Fernrohre, bis das an einer ebenen Fläche gespiegelte Bild mit dem Fadenkreuze zugleich deutlich und scharf erscheint. Genau ist diese Einstellung, wenn man durch Hin- und Herbewegen des Auges vor dem Oculare keine Parallaxe zwischen Object und Bild bemerkt, d. h. wenn sich beide nicht gegen einander, sondern mit einander bewegen.

Statt den Kopf zu bewegen, schiebt man besser noch die das Fadenkreuz beleuchtende Lampe hin und her und zwar in Richtung des Fernrohres; liegen die beiden Fadenkreuze nicht in einer Ebene, so bewegt sich das gespiegelte nach links oder rechts.

2. Einstellung des Spaltrohres. Man richtet das Fernrohr auf den Spalt und zieht das Spaltrohr so weit aus, dass derselbe vollkommen scharf erscheint und gegen das Fadenkreuz keine Parallaxe zeigt.

3. Senkrechtstellung der optischen Axe des Fernrohres auf seine Umdrehungsaxe. Man setzt auf das Tischchen des Spectrometers eine planparallele Glasplatte und stellt das Fernrohr senkrecht zu einer der beiden Flächen, indem man das Fadenkreuz mit seinem ohne Parallaxe gesehenen Spiegelbilde genau zur Coincidenz bringt. Dreht man jetzt das Fernrohr um 180° und fallen dann wieder das

Fig. 170.



directe und das reflectirte Fadenkreuz zusammen, so steht sowohl die Glasplatte parallel der Umdrehungsaxe, als auch die Fernrohraxe senkrecht auf letzterer. Zeigt sich aber eine Abweichung, so ist davon die Hälfte an der Adjustirschraube des Fernrohres, die andere Hälfte an der Stellung der Glasplatte zu corrigiren. Die Richtigkeit dieses Verfahrens ist aus dem Schema Fig. 170 ersichtlich. Angenommen, das Fernrohr habe anfangs die unrichtige Lage AB, welche mit der richtigen Lage den Winkel α einschliesst. Man stellt nun die Glasplatte qq' mittelst Reflexion senkrecht auf AB. Hierauf wird Theilkreis mit Fernrohr um 180° gedreht, so dass das letztere in die Lage $A'B'$ kommt; der Winkel β, der in Wirklichkeit nie so gross sein wird, wie hier in der Zeichnung angenommen wurde, ist nun gleich 2α, richtet man daher die Platte qq' um $\frac{\beta}{2}$ auf, so wird sie dadurch parallel der Axe vv', und

hebt man dann auch das Fernrohr mittelst der Schraube P um $\frac{\beta}{2}$, so steht dessen Axe parallel $h\,h$, also senkrecht auf $v\,v'$.

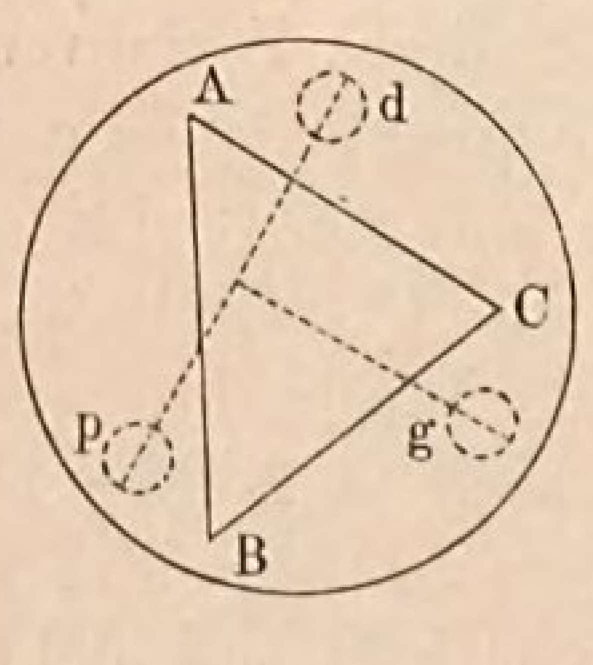
4. Senkrechtstellung des Spaltrohres zur Umdrehungsaxe des Fernrohres. Diese Justirung geschieht nach der richtigen Orientirung des Fernrohres, indem man letzteres direct auf den Spalt einstellt und das Spaltrohr so lange hebt oder senkt, bis die durch das Spalthaar bezeichnete Mitte des Spaltes am Fadenkreuzschnittpunkte erscheint.

5. Die Umdrehungsaxe des Prismentischchens muss mit der Umdrehungsaxe des Fernrohres zusammenfallen. Um sich zu überzeugen, ob das Instrument in dieser Richtung fehlerfrei ist, dreht man nach Ausführung der Operation 3. die innere Axe mit der verticalen Glasplatte. Es muss dann stets das Spiegelbild des Fadenkreuzes von der Vorder- sowie von der Hinterfläche der Platte mit dem Fadenkreuze zusammenfallen. Es ist natürlich ausführbar, ja in mancher Hinsicht bequemer, zuerst die Glasplatte durch Drehung der inneren Axe senkrecht auf die Fernrohraxe zu stellen und nachher die richtige Lage der äusseren Axe nach 5. zu prüfen.

6. Die Aufstellung eines Prismas (oder eines Krystalles) auf dem Tischchen kann nun entweder ebenfalls mittelst des beleuchteten Fadenkreuzes analog der Rectification 3. geschehen, indem man das Prismentischchen mittelst der Stellschrauben so stellt, dass das von beiden Prismenflächen nach einander reflectirte Bild des Fadenkreuzes mit dem Fadenkreuze selbst zur Deckung kommt, oder am einfachsten, indem man Fernrohr und Spaltrohr unter einem Winkel gegen die eine Prismenfläche richtet und das Prismentischchen justirt, bis die an dieser Fläche gespiegelte Spaltmitte mit dem Fadenkreuzschnittpunkte coincidirt; hierauf dreht man das Prisma, bis der Spalt an der anderen Prismenfläche gespiegelt erscheint und justirt jetzt wieder das Tischchen, bis Spaltbild und Fadenkreuz zusammenfällt.

Man kommt hierbei am schnellsten zum Ziele, wenn man eine Prismenfläche senkrecht mit der Verbindungslinie zweier Stellschrauben aufstellt. Hat man diese Fläche zuerst richtig gestellt, so regulirt man dann die Stellung der anderen Fläche durch alleinige Benutzung der dritten Stellschraube.

Fig. 171.



Es sei in Fig. 171 die Prismenfläche $A\,C$ senkrecht zur Verbindungslinie der Schrauben d und p. Durch gleichzeitiges, aber entgegengesetztes Drehen dieser Schrauben neigt man das Prisma um die horizontale Axe $A\,C$ und stellt diese Fläche $\perp$ zum Fernrohre. Jetzt wandere man mit dem Fernrohre zur Fläche $A\,B$ (oder $B\,C$) und stelle diese ein mittelst der Schraube g. Da das Prisma hierbei um die Axe $d\,p \perp A\,C$

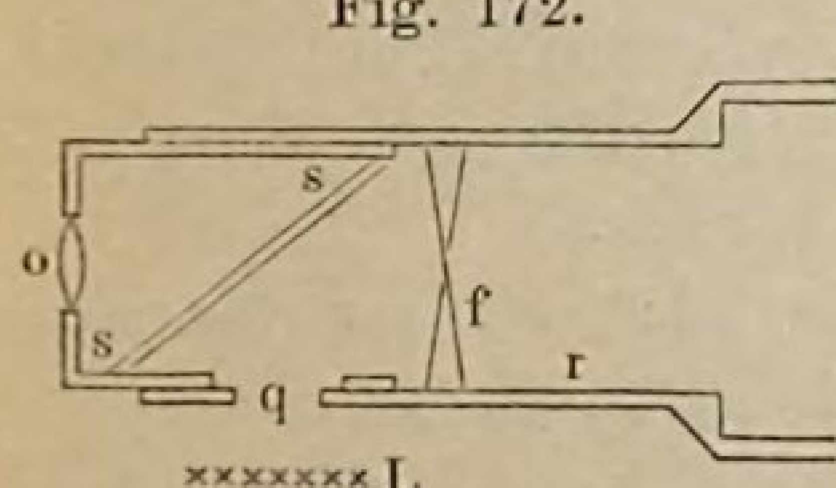
gedreht wird, bewegt sich die Fläche *A C* beim Drehen der Schraube *g* in ihrer Ebene; die erste Einstellung bleibt also unverändert. Man überzeugt sich davon durch Zurückgehen mit dem Fernrohre zur Fläche *A C*. Beim Arbeiten mit grossen Spectrometern ist es unbequem, zwei Schrauben gleichzeitig drehen zu müssen, während man durch das Fernrohr blickt. Herr Bamberg in Berlin hat hier eine einfache Abhülfe geschaffen, indem er das Tischchen aus drei Platten herstellt (s. Fig. 175), von denen die unterste fest ist, die zweite gleichzeitig mit der obersten dritten um eine gewisse Axe, und die dritte für sich allein um eine dazu ⊥ Axe drehbar ist. (Zwei Schrauben leisten somit das, was früher nur drei vermochten, und jede von ihnen dreht das Prisma um eine Axe, die zur anderen ⊥ steht.) Die Drehung wird durch zwei in der untersten Platte sitzende Schrauben bewirkt, von denen die eine bis zur zweiten Platte, die andere durch letztere hindurch zur obersten Platte reicht und nur diese hebt oder senkt. Um das Prisma höher oder tiefer stellen zu können, ist entweder das ganze Tischchen auf und ab beweglich, oder man schraubt nach dem Vorgange von Wanschaff auf die Tischplatte verschieden hohe Teller *T* (Fig. 175) auf.

7. Parallelstellung des Spaltes zur Umdrehungsaxe. Es kann dazu dasselbe Verfahren benutzt werden, welches unter Nr. 3, S. 223, beschrieben wurde. Man stellt auf das Tischchen des Spectrometers eine zur Umdrehungsaxe des Fernrohres parallele spiegelnde Ebene und lässt an dieser Fläche den Spalt spiegeln; hierauf richtet man den einen Faden des Fadenkreuzes parallel zum Spaltbilde und dann das Fernrohr direct auf den Spalt. Nur wenn auch im letzteren Falle Spalt und Faden einander parallel sind, ist die verlangte Parallelität des Spaltes und der Umdrehungsaxe erreicht.

Die mehrfach erwähnte Senkrechtstellung der Fernrohraxe zu einer spiegelnden Ebene geschieht mittelst des „Gauss'schen Oculars" (Fig. 172).

Um das Gauss'sche Ocular anwenden zu können, ist die Ocularröhre *r* (Fig. 172) des Fernrohres mit einem seitlichen Ausschnitt *q* versehen. Die das Ocular *o* tragende Röhre hat einen analogen Ausschnitt und ist ausserdem versehen mit einer gegen die Rohraxe unter 45° geneigten planparallelen Glasplatte *s*. Die von einer Lichtquelle *L* durch *q* auf *s* auffallenden Lichtstrahlen werden in Richtung der Fernrohraxe auf das Fadenkreuz *f* und das Objectiv reflectirt. Ein durch letzteres blickendes Auge sieht ein dunkles Fadenkreuz auf weissem Felde. Lässt man die aus dem Objectiv austretenden Strahlen an einer Prismenfläche spiegeln, so dass die gespiegelten Strahlen wieder in das Fernrohr zurückkehren, so sieht das Auge *o*, durch das Ocular blickend, das directe Fadenkreuz *f* und dessen Spiegelbild.

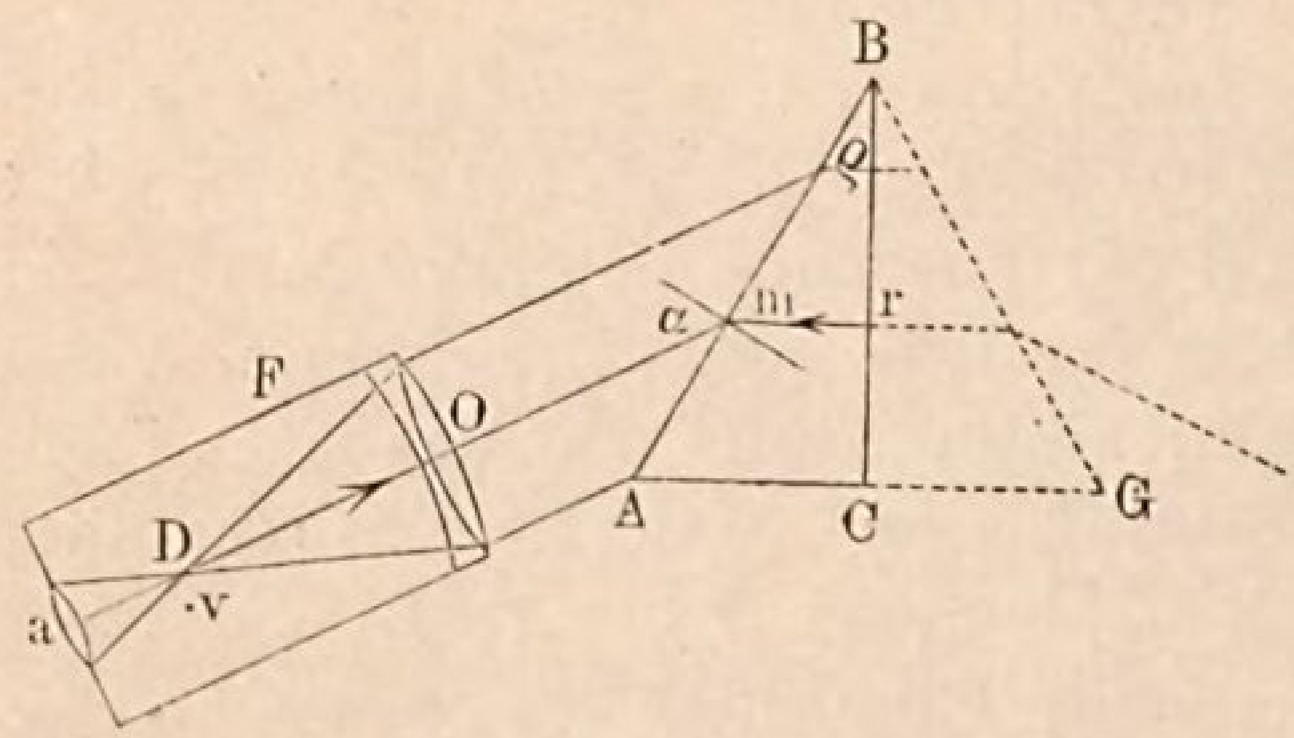
Fig. 172.



100 **Spectrometer nach E. Abbe**[1]). Dem Abbe'schen Verfahren liegt die von O. Littrow erdachte Methode der Autocollimation zu Grunde, die in das Prisma eintretenden Strahlen an der hinteren Prismenfläche in sich reflectiren zu lassen, so dass sie auf demselben Wege zurückkehren, auf dem sie eingetreten sind. Indem man den lichtgebenden Spalt in der Brennebene des Fernrohres anbringt und daselbst gleichzeitig das gespiegelte Bild desselben beobachtet, kann man des Spaltrohres entbehren. Auch das Aufsuchen des Minimums der Ablenkung fällt fort. Da ausserdem das Abbe'sche Spectrometer eine bequeme und schnelle Justirung des Prismas gestattet und mittelst eines Mikrometerapparates die Dispersionen ebenso genau zu messen erlaubt, wie den Brechungsquotienten, so ist dieses Instrument überall da zu empfehlen, wo es gilt, schnell und doch relativ genau zu arbeiten.

In der Fig. 173 ist der im Abbe'schen Spectrometer stattfindende Strahlengang durch die nicht punktirten Linien skizzirt. Die vom Brennpunkte D des Fernrohres F ausgehenden Strahlen werden an der vorderen Prismenfläche AB so gebrochen, dass sie senkrecht auf die hintere Prismenfläche BC auftreffen, von da in sich zurückgeworfen werden und auf demselben Wege wieder nach dem Brennpunkte D zurückkehren.

Fig. 173.



Bringt man jetzt in der Brennebene bei D einen verticalen Spalt an, dessen obere Hälfte mittelst eines totalreflectirenden Prismas beleuchtet wird, so werden die von den hellen Spaltpunkten kommenden Strahlenbüschel nach der Reflexion an BC in den Punkten der unteren Spalthälfte vereinigt (vergl. Fig. 167). Betrachtet man die untere Spalthälfte mittelst eines Oculares a und dreht das richtig orientirte Prisma ABC, bis das „gebrochene" Spiegelbild der oberen hellen Spalthälfte gerade die untere dunkle ausfüllt, so laufen die Brennpunktsstrahlen längs Dmr und wieder auf demselben Wege zurück.

Ist der Brechungsquotient des Prismas gleich n, der brechende Winkel gleich ϱ, so ist auch der zum Einfallswinkel α gehörige Brechungswinkel gleich ϱ, falls Autocollimation stattfindet. Es gilt also einfach:

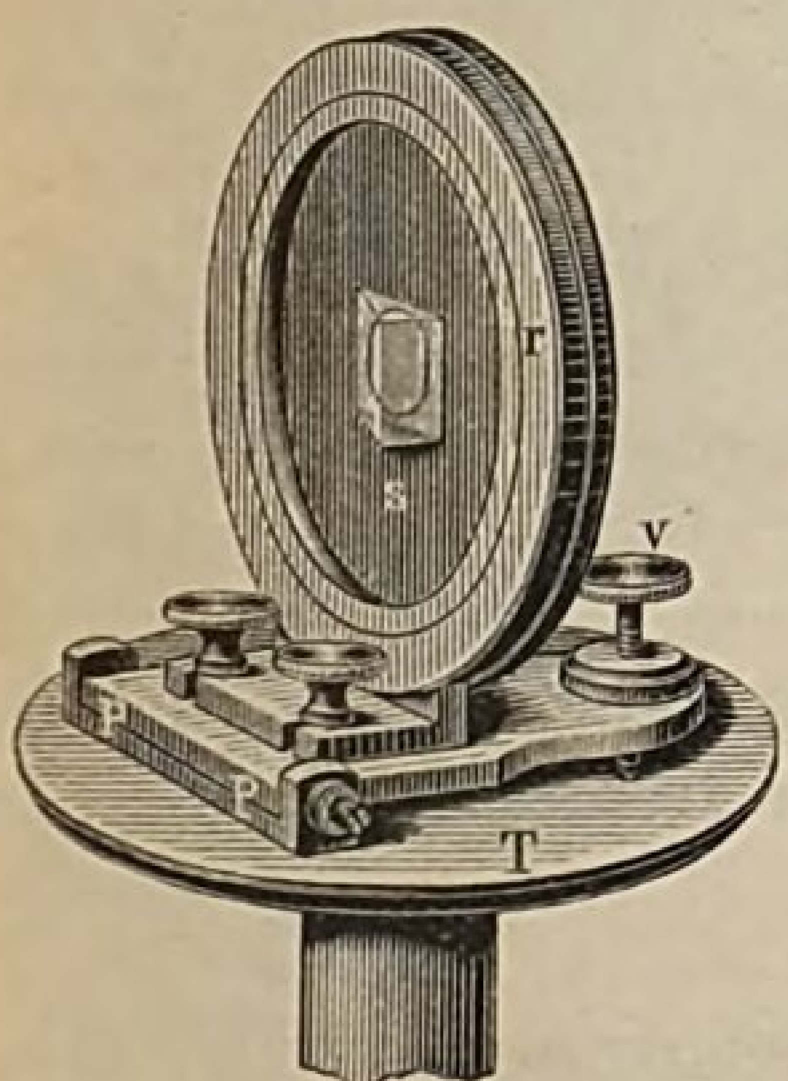
$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\varrho},$$

[1]) E. Abbe, Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungs- und Zerstreuungsvermögens fester und flüssiger Körper. Jena 1874.

wo ϱ auf die bekannte Weise gefunden wird (s. S. 217 ff.). Da die Brechung mit Farbenzerstreuung verbunden ist, so entsteht aus einem weissen einfallenden Strahle $D\,o\,m$ ein rother, gelber etc. Strahl $m\,r$, von denen nur einer auf die Fläche $B\,C$ senkrecht auftreffen und in sich zurückgeworfen werden kann. Sind dies die rothen Strahlen, so haben diese ihren Vereinigungspunkt in D, während die violetten Strahlen seitlich davon im Punkte v etwa vereinigt werden. Es entsteht bei $D\,v$ ein Spectrum. Gewöhnlich benutzt man als Beleuchtung der oberen Spalthälfte ein Geissler'sches Rohr; man erhält dann verschiedenfarbige Spaltbilder statt eines Spectrums, auf welche man einzeln einstellt. Es fällt bei der Autocollimation das Suchen nach dem Minimum der Ablenkung fort; dabei ist die Ausdehnung des Spectrums dieselbe, als ob man ein Prisma von doppelt so grossem brechenden Winkel (also $2\,\varrho$) benutzt und die Methode von Fraunhofer angewandt hätte. Um dies einzusehen, ist in Fig. 173 der Strahlengang gezeichnet, falls die Strahlen $D\,m$ symmetrisch durch das Prisma $A\,B\,G$ vom brechenden Winkel $2\,\varrho$ gehen und in einem Fernrohre F' vereinigt würden. Der punktirt gezeichnete Strahlengang ist symmetrisch zur Halbirungslinie $B\,C$ des Prismas $A\,B\,G$.

Besonders einfach ist die Orientirung des zu untersuchenden Prismas auf dem Spectrometer. Dasselbe wird mit einer Fläche an einer kreisförmig durchbohrten Scheibe s (Fig. 174) befestigt, welche sich in einem Ringe r um eine horizontale Axe drehen lässt, wobei die Scheibe bezw. die Prismenfläche in ihrer Ebene verbleibt. Dieser Ring sitzt auf der Platte p, welche ihrerseits auf dem Prismentischchen T aufsitzt und durch eine Schraube um eine ebenfalls horizontale, zur ersten Axe aber senkrechte Axe gedreht werden kann.

Fig. 174.



Als ein besonders nützlicher Bestandtheil des Instrumentes bleibt noch die einfache Mikrometervorrichtung zu erwähnen, welche den Zweck hat, kleine Winkeldifferenzen (Dispersionswinkel zwischen zwei Farben) ohne Theilkreisablesung zu messen. Dazu dient eine Mikrometerschraube mit Trommelablesung, welche das Fernrohr bewegt und deren Umdrehungen in Winkelgraden ausgewerthet ist.

Auf diese Weise kann man die geringen Winkeldifferenzen zweier Farben mit fast derselben procentischen Genauigkeit messen, wie die Ablenkung einer Farbe selbst.

Genauigkeit spectrometrischer Messungen. Wir wollen 101
annehmen, dass Spectrometer und Prisma richtig justirt seien. Die

Genauigkeit der Bestimmung eines Brechungsquotienten hängt dann ab erstens von der Genauigkeit, mit welcher der Theilkreis abgelesen werden kann und zweitens von der Güte und Auflösungskraft des Fernrohres.

Je grösser der Theilkreis ist, um so leichter kann man noch Bruchtheile eines Grades ablesen; unter Anwendung einer Lupe, wie beim V. v. Lang'schen Instrumente (Fig. 167), und einer Theilung des Kreises in $^1/_6$ Grade, kann man direct noch $10''$ ablesen. Genauer würde die Ablesung bei Benutzung eines Mikroskopes mit Ocularmikrometer, wie bei dem in Fig. 175 abgebildeten Instrumente. Je kleiner aber *ceteris paribus* die direct abzulesenden Bruchtheile eines Grades sein sollen, um so feiner muss auch die Theilung des Kreises, um so grösser muss dessen Durchmesser sein.

Die Genauigkeit der Messung eines Winkels hängt zweitens ab vom Auflösungsvermögen des Fernrohres. Je grösser dieses, um so präciser ist die Einstellung des Fernrohres, um so genauer ist die Winkelmessung. Soll diese bei einer Einstellung bis auf $1''$ genau sein, so muss man die Einstellung des Fadenkreuzes auf eine Fraunhofer'sche Linie, oder das monochromatische Spaltbild ebenfalls bis auf $1''$ genau bewerkstelligen können. Man muss es also direct erkennen, wenn Fadenkreuzschnittpunkt und Linie gegen einander um eine Winkelsecunde verschoben werden. In anderen Worten heisst das aber, das Fernrohr muss zwei Punkte getrennt zeigen, deren scheinbare Entfernung oder Sehwinkel eine Secunde beträgt [1]). In Fig. 175 ist ein Instrument in $^1/_5$ natürl. Grösse abgebildet, welches erlaubt, direct Winkelsecunden abzulesen und dessen Fernrohre Winkelsecunden auflösen.

Da sich der Brechungsquotient mit der Temperatur ändert, so muss letztere möglichst genau gemessen werden. Nach Blaserna [2]) bewirkt die Temperaturänderung von 4 Grad schon bei Anwendung eines einzigen Prismas eine Verschiebung der D-Linien um zwölf Winkelsecunden.

Wir geben im folgenden Paragraphen kurz die Beschreibung eines Spectrometers, welches bei verhältnissmässig kleinen Dimensionen den oben gestellten Anforderungen genügt, dass man direct Winkelsecunden ablesen und einstellen kann.

102 **Spectrometer für Präcisionsmessungen von Wanschaff** [3]). Bei dem Spectrometer Fig. 175 ist die Bauart abweichend

[1]) Die Vergrösserung muss also eine 60 fache sein, damit die Winkeldistanz von $1''$ dem Auge als Winkelminute und somit getrennt erscheint.

[2]) Pogg. Ann. **143**, 655.

[3]) Ein solches Instrument ist von Wanschaff (Berlin) für die physik.-techn. Reichsanstalt gebaut worden. Die Objective sind vom Verfasser nach dem Gauss'schen Typus berechnet und von C. Bamberg in Friedenau bei Berlin geschliffen worden. Ihre Oeffnung verhält sich zur Brennweite, wie 1 zu 9 und beträgt 50 mm. Näheres über ihre Güte folgt bei Besprechung der Eigenschaften achromatischer Fernrohrobjective, gebildet aus zwei Linsen.

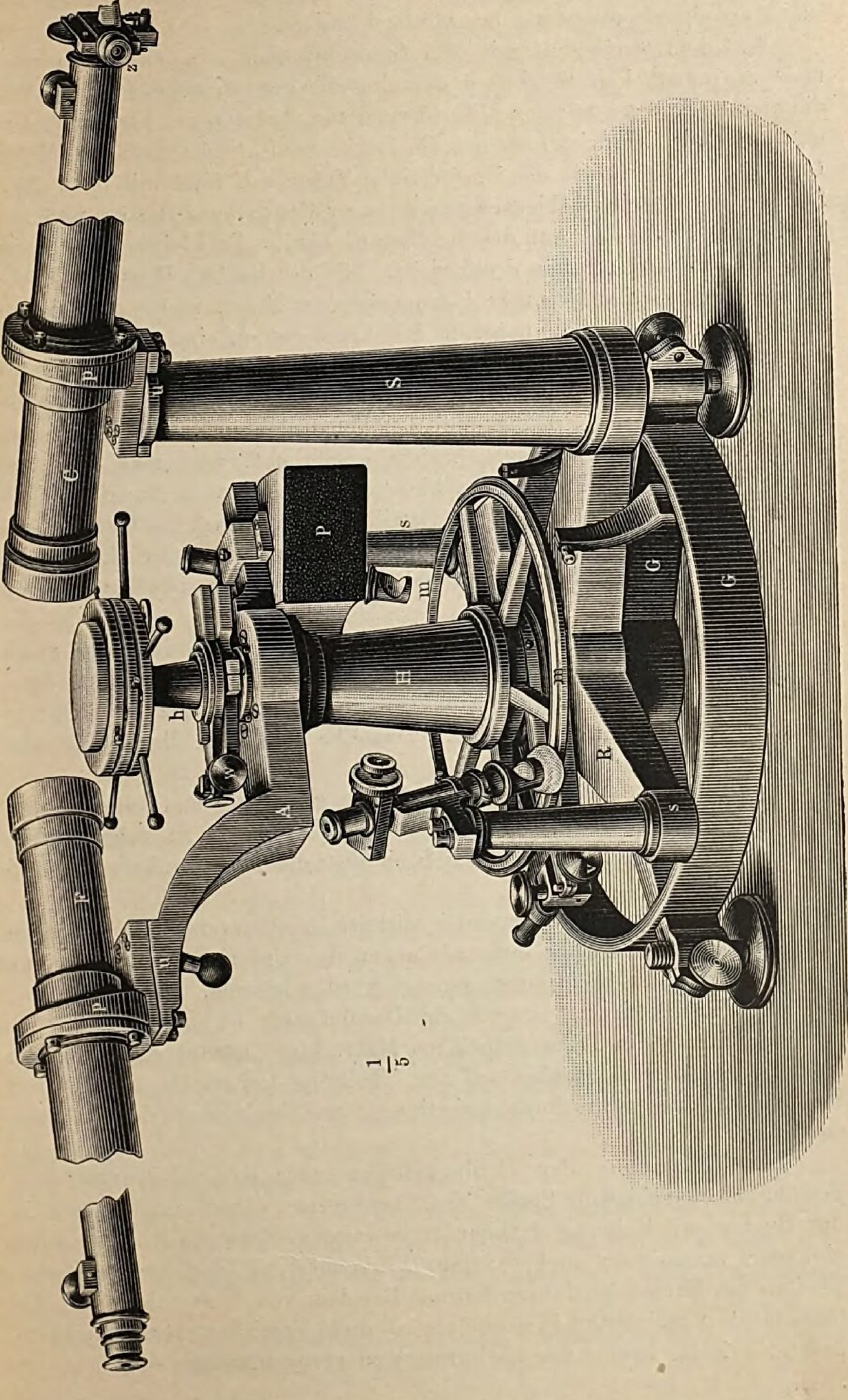


Fig. 175.

von der gewöhnlichen, insofern Alles vermieden ist, was die Stabilität und Genauigkeit ungünstig beeinflussen könnte.

Auf dem Gestelle *G* mit drei Stellschrauben sitzt das ⊤ förmige massive Gussstück *R*, welches an den einander gegenüberliegenden Enden die kleinen Säulen *s* mit den Mikroskopen zum Ablesen des Theilkreises *m* und am Ende des dritten Armes die starke Säule *S* mit dem Collimator *C* trägt. In der Mitte des ⊤ förmigen Trägers *R* sitzt mit demselben fest verbunden ein stählerner massiver Conus, auf dessen unterem Theile die Buchse *H*, auf dessen oberem Theile die kleinere Buchse *h* mit dem Prismentischchen drehbar ist. Mit der Buchse *H* ist der Theilkreis *m* und der das Fernrohr *F* tragende Arm *A* fest verbunden. Während also einerseits Collimator und Mikroskope auf ein und demselben massiven Träger *R* ruhen, bewegen sich Fernrohr und Theilkreis gemeinschaftlich mit der Buchse *H*. Um letzterer eine gute und solide Führung zu sichern, ist ihr eine ziemlich bedeutende Länge gegeben worden. Hierdurch wird gleichzeitig ermöglicht, dass man mit dem Fernrohre über die Mikroskope hinweg nahe den ganzen Kreisumfang bestreichen kann. Das Gewicht *P* äquilibrirt das Gewicht des Fernrohres und verhindert hierdurch jeden seitlichen Druck auf die Buchse *H*, wodurch leicht ein Schleudern derselben bewirkt werden könnte.

Das Prismentischchen ist für sich drehbar; seine Drehung kann nicht gemessen werden. Seine Einrichtung ist S. 225 beschrieben. Dasselbe kann an jeder Stelle festgeklemmt und durch die Mikrometerschraube *w* fein bewegt werden. Dasselbe leistet in Bezug auf das Fernrohr die Vorrichtung *v*.

Der Spalt am Collimator ist aus Platin gearbeitet und kann bis auf $^1/_{100}$ mm verengt werden, ohne Unregelmässigkeiten zu zeigen. Die eine der beiden Coulissen wird durch eine besondere Schraube mit Trommel *z* bewegt.

Collimator und Fernrohr sind mittelst Bajonettverschluss in ihren Lagern *p* befestigt, welche ihrerseits gegen ihre Unterlagen *u* um geringe Beträge nach allen Richtungen geneigt werden können.

Der Theilkreis von nur 26 cm Durchmesser ist getheilt in $^1/_{12}{}^0$ = 5 Minuten. Ein Trommeltheil am Mikroskope beträgt eine Secunde. Zum Beseitigen des Staubes auf der Theilung dienen die am unteren Ende jedes Ablesemikroskopes befestigten Pinsel, welche auf der Theilung schleifen.

Zur Vermeidung der Theilungsfehler eines Kreises benutzt man gewöhnlich verschiedene Stellen des Theilkreises. Dazu ist letzterer in der Buchse mit Reibung drehbar eingesetzt, so dass man beide gegen einander verschieben und so eine Winkelmessung mit verschiedenen Theilen des Kreises ausführen kann. Bei dem von Wanschaff für die Reichsanstalt gelieferten Instrumente ist diese Vorsichtsmaassregel überflüssig, weil die Fehler des Theilkreises zu vernachlässigen sind.

Es ist klar, dass bei Benutzung eines so genauen Instrumentes auch das benutzte Prisma entsprechend gut gearbeitet sein muss. Vor Allem müssen dessen Flächen so gross sein, dass keine Strahlen abgeblendet werden. Sodann muss die Ebenheit der Flächen exact hergestellt sein. Besonders vorzügliche Prismen schleift Steinheil in München und Häcke in Berlin.

Ueber Repetitions-Spectrometer (Additions-Methode). 103 Grosse und sicher arbeitende Spectrometer sind theuer[1]) und müssen subtil behandelt werden. Bis zu einem gewissen Grade kann man nun Spectrometer mit kleinen Theilkreisen in ihrer Genauigkeit steigern durch Benutzung der Repetitionsmethode bezw. Additionsmethode.

Es betrage der Ablesungsfehler am Theilkreise 10″; dann kann der gemessene Winkel im ungünstigsten Falle um 20″ falsch sein, weil zwei Winkelablesungen nöthig sind. Anders verhält es sich, wenn man denselben Winkel mehrere Male misst, z. B. zehnmal, ohne jedesmal eine Ablesung am Theilkreise machen zu müssen. Dann ist, unter der Voraussetzung, dass bei der Einstellung kein Fehler gemacht wird, der zehnfache Winkel ebenfalls höchstens um 20″ falsch, der einfache um höchstens 2″. Man verwirklicht dieses Ziel, indem man am Spectrometer eine Einrichtung trifft, welche gestattet, bald Fernrohr mit Theilkreis, bald Fernrohr ohne Theilkreis zu bewegen. Soll der Dispersionswinkel zwischen den Linien *C* und *G* gemessen werden mittelst Repetition, so stellt man Fernrohr mit Theilkreis auf *C* ein, liest ab und bewegt beide zugleich, bis Linie *G* einsteht. Jetzt liest man nicht ab, sondern löst Fernrohr vom Theilkreise, dreht das Fernrohr allein wieder zurück, stellt auf Linie *C* ein, ohne abzulesen, klemmt Fernrohr und Theilkreis zusammen und verfährt wie am Anfange, d. h. man bewegt beide verbunden, bis Linie *G* einsteht. So oft man repetiren will, so oft wiederholt man diese Procedur. Am Ende aller Repetitionen liest man wieder den Theilkreis ab. Die Ablesungsdifferenz am Anfange und Ende dividirt durch die Anzahl der Winkelmessungen giebt den gesuchten Winkel.

Auf diese Weise macht man freilich auf Kosten der Zeit auch bei relativ grober Ablesung kleine Ablesungsfehler.

Einen Werth hat die Repetition aber nur unter der bereits erwähnten Voraussetzung, dass auch der wahrscheinliche Fehler aller Fernrohreinstellungen (auf *C* und *G* in unserem Beispiele) kleiner ist, als der durch Repetition erhaltene Ablesungsfehler.

Ueber eine gewisse Grenze der Genauigkeit hinaus wird man aber mittelst der Repetitionsmethode nie gelangen, da wegen der unvollkommenen Mechanik (zumal bei billigen Apparaten) beim Lösen und

[1]) Das im vorigen Paragraphen beschriebene Spectrometer kostet ohne Objectiv 2400 Mk. Das Schleifen der Objective allein 360 Mk.

Verbinden des Fernrohres mit dem Theilkreise eine kleine, gegenseitige Verschiebung eintritt. So klein dieselbe auch sei, der hierdurch eintretende Fehler summirt sich so oft, als mechanische Operationen gemacht werden.

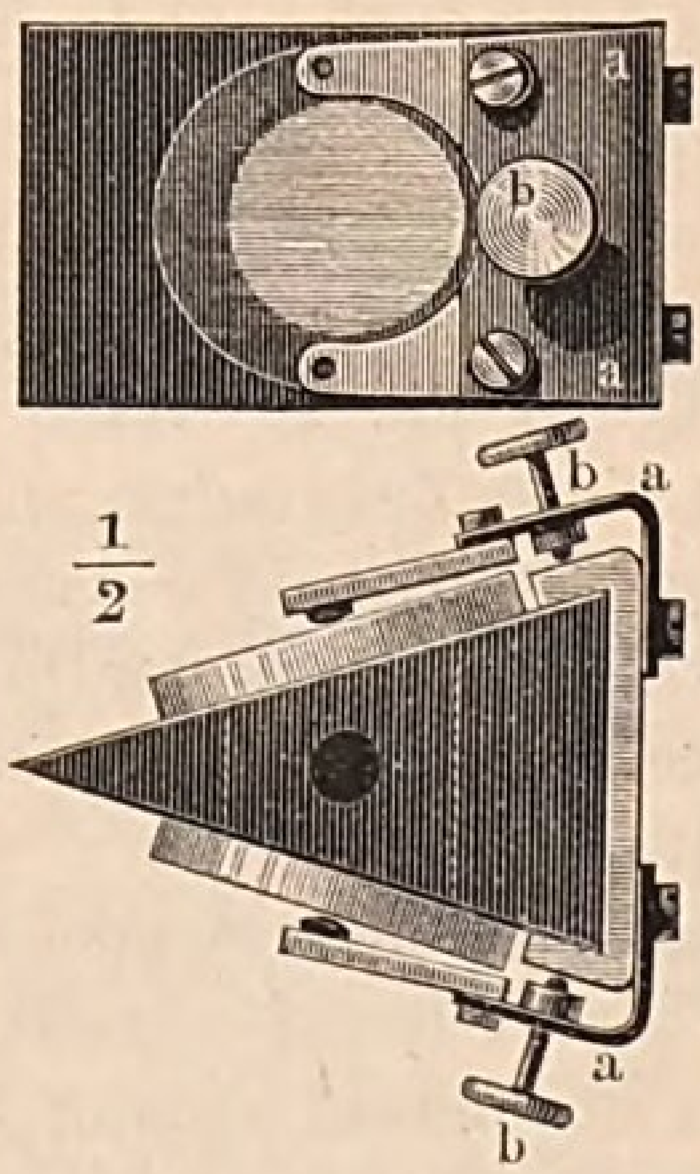
Verfasser glaubt daher behaupten zu dürfen, dass wirklich exacte Messungen der Brechungsquotienten bis auf einige Einheiten der sechsten Decimalstelle nur mit grossen Apparaten ausgeführt werden müssten, bei denen jede Einstellung und jede Ablesung schon Winkelsecunden ergiebt.

104 **Bestimmung der Brechungsquotienten von Flüssigkeiten mittelst des Hohlprismas** [1]). Aus festen, durchsichtigen Substanzen kann man Prismen herstellen und an diesen unmittelbar die Brechungsquotienten bestimmen. Ist die zu messende Substanz eine durchsichtige Flüssigkeit, und hat man genügende Quantitäten derselben zur Verfügung, so verwendet man Hohlprismen (siehe Fig. 176 und Fig. 177). Nach der Genauigkeit, mit welcher man den Index messen will, richtet sich die Art des zu wählenden Hohlprismas.

Fig. 176.



Fig. 177.



Am einfachsten kann man Hohlprismen herstellen, wenn man an einem dreiseitigen Glasgefässe, Fig. 176, von etwas dicken Wänden zwei Seiten wegschleift und auf dieselben ebene Glasplatten aufkittet, und zwar mit einem Stoffe, welcher von der einzufüllenden Flüssigkeit nicht aufgelöst wird, also mit Hausenblase für Schwefelkohlenstoff, mit Siegellack für Wasser u. s. w.

Diese Hohlprismen, welche überhaupt mehr für Vorlesungsversuche als für genaue Messungen geeignet sind, leiden auch noch an dem Uebelstande, dass man die aufgekitteten Glasplatten nicht behufs der Reinigung abnehmen kann, was bei den zunächst zu beschreibenden, auch zu genauen Versuchen brauchbaren Apparaten der Fall ist.

Fig. 176 stellt in halber natürlicher Grösse ein für genaue Messungen von Meyerstein construirtes Hohlprisma im Grund- und Aufriss dar. Der Körper desselben besteht aus einem massiven Prisma von dunkelfarbigem Glase, dessen Basis ein gleichschenkliges Dreieck ist.

[1]) Auch Gase hat man auf diese Weise untersucht (siehe §. 112 d. Cap.).

Die beiden längeren Seiten dieses Dreiecks machen einen Winkel von 35° mit einander. Parallel mit der kleinen Seitenfläche ist das massive Glasprisma durchbohrt und die beiden grösseren Seitenflächen sind vollkommen eben abgeschliffen, so dass man die Höhlung auf beiden Seiten durch aufgelegte Platten von Spiegelglas vollkommen schliessen kann. Diese aufgelegten Glasplatten werden durch die federnden Stahlblechstreifen *a* angepresst, welche auf eine aus der Figur ersichtliche Weise befestigt sind. Will man die aufgelegten Glasplatten behufs der Reinigung wegnehmen, so kann man durch Anziehen der Schrauben *b* den Druck aufheben, welcher sie anpresst.

Biot liess durch Cauchoix solche Hohlprismen von Glas herstellen, deren Seitenflächen so genau eben abgeschliffen und polirt waren, dass die aufgelegten geschliffenen Glasplatten schon durch die Adhäsion allein festhielten. Auch Steinheil verfertigt derartige vortrefflich ausgeführte Hohlprismen.

Sind die verschliessenden Glasplatten mit ebenen und parallelen Flächen versehen, so ändern sie die Richtung der Strahlen nicht, so dass man es lediglich mit einem Prisma aus Flüssigkeit zu thun hat, welches ebenso wie ein Glasprisma auf dem Tischchen des Spectrometers orientirt wird.

Die Planparallelität der Glasplatten untersucht man nach der vom Verfasser [1]) entdeckten Methode, welche erst bei der Interferenz des Lichtes an dicken Platten besprochen werden kann.

Vielfach wird auch so verfahren, dass man prüft, ob das ungefüllte Prisma keine Ablenkung der Strahlen hervorruft, wenn es zwischen Spaltrohr und eingestelltem Fernrohre eingesetzt wird.

Da sich der Brechungsquotient mit der Temperatur schnell ändert (siehe §. 117 d. Cap.), so muss auf die genaue Messung derselben in der Flüssigkeit selbst Sorge getragen werden.

Methode der streifenden Incidenz (Beobachtung des total reflectirten Strahles). Als originelle Methode, den Brechungsquotienten eines Prismas zu bestimmen, ist die von F. Kohlrausch [2]) zu erwähnen, welche gleichsam den Uebergang zwischen den eigentlichen prismatischen Methoden und den nun folgenden, auf der Totalreflexion beruhenden vermittelt. 105

Es seien S und Q (Fig. 178, a. f. S.) leuchtende Punkte einer Lichtquelle L, welche Strahlen auf die beiden Prismenflächen AC und BC wirft. Der streifend eintretende Strahl SD (Einfallswinkel = 90°) wird so gebrochen, dass sein Brechungswinkel β gleich dem Grenz-

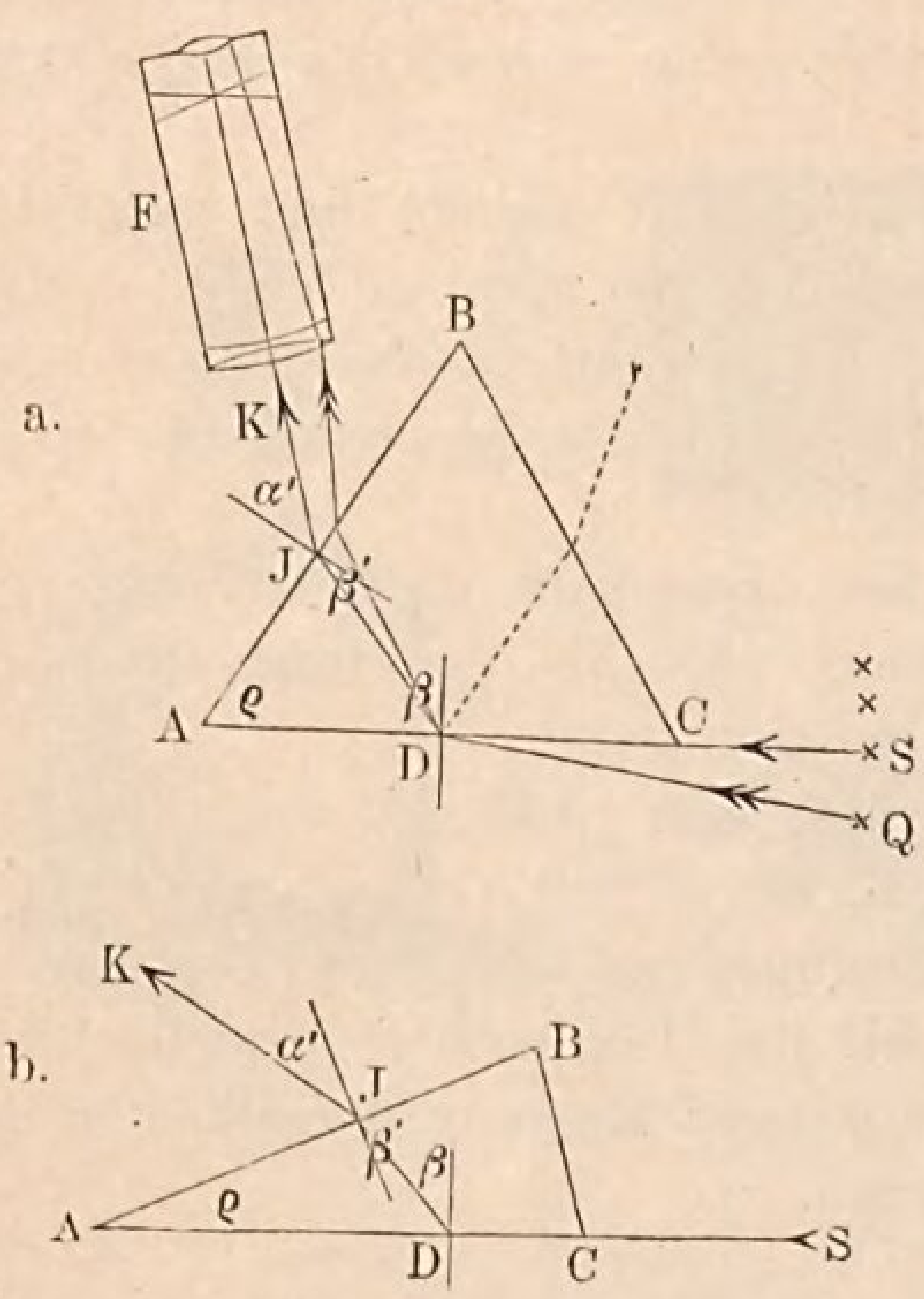
[1]) O. Lummer: Ueber eine neue Interferenzerscheinung an planparallelen Glasplatten und eine Methode, die Planparallelität solcher Platten zu prüfen. Inauguraldissertation, Berlin 1884. Wiedem. Ann. 23, 49 bis 84.

[2]) F. Kohlrausch, Wiedem. Ann. 16, 603, 1882.

winkel der Totalreflexion ist. Ist also n der relative Brechungsquotient der Prismensubstanz gegen Luft, so gilt: $\sin\beta = \frac{1}{n}$.

Je nach der Grösse des Prismenwinkels ϱ wird der zu SD gehörige gebrochene Strahl JD in verschiedener Richtung aus AB austreten; es gehöre der Strahl JK zum Strahle DJ; beide bilden die Winkel α' und β' mit dem Lothe der Fläche AB. Dann gilt für den Fall a, dass aus der Prismenfläche AB nur Licht in einer Richtung austritt, welche mit der Prismenfläche AB einen kleineren Winkel einschliesst, als der Strahl JK. Kommt also Licht auf die Prismenfläche AC unter allen möglichen Einfallswinkeln, so bilden die austretenden Strahlen sämmtlich mit dem Lothe der Fläche AB Winkel, welche grösser als α' sind. Blickt man mit einem (nicht umkehrenden) Fernrohre F, dessen Axe parallel zur Richtung KJ ist, auf die Fläche AB, so ist die der Prismenkante zunächst liegende Hälfte des Sehfeldes dunkel, die andere hell.

Fig. 178.



Die Trennungslinie ist unter Anwendung einfarbigen Lichtes scharf abgeschnitten, bei weissem Lichte verwaschen. In beiden Fällen ist sie gekrümmt, und zwar der Theil eines Kreises.

Bei scharfer Trennungslinie kann man also den Winkel α' sehr genau messen, wenn man das Prisma auf ein Spectrometer setzt, dessen Collimator durch eine breite, einfarbige Flamme ersetzt ist. Kennt man noch den brechenden Winkel ϱ des Prismas, so gilt im Falle a) $\varrho = \beta + \beta'$, und im Falle b) $\varrho = \beta - \beta'$; ausserdem ist $n = \frac{\sin\alpha'}{\sin\beta'}$, so dass wir mittelst der oben aufgestellten Gleichung entwickeln können:

$$\pm\beta' = \varrho - \beta,$$

also:

$$\pm\sin\beta' = \sin(\varrho - \beta) = \sin\varrho\cos\beta - \cos\varrho\sin\beta$$
$$= \sin\varrho\sqrt{1 - \sin^2\beta} - \cos\varrho\sin\beta$$

oder:

$$\pm\frac{\sin\alpha'}{n} = \frac{\sin\varrho\sqrt{n^2-1}}{n} - \cos\varrho\cdot\frac{1}{n},$$

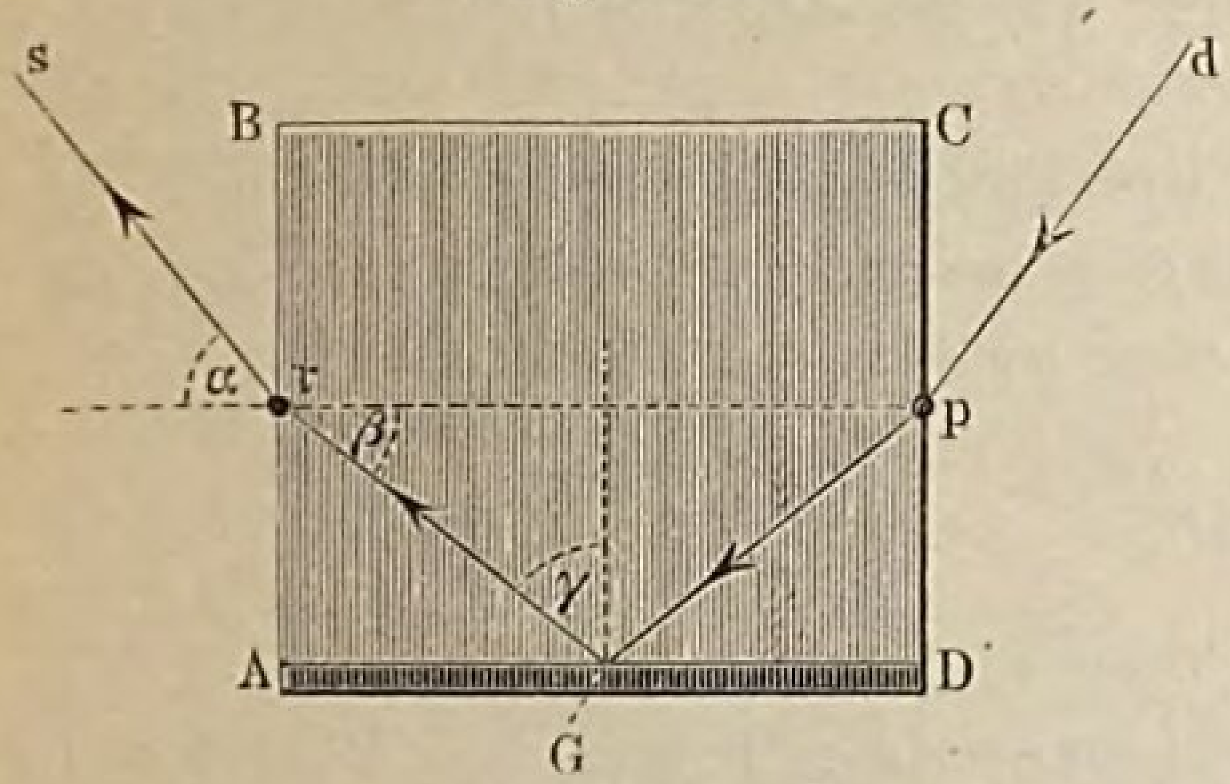
d. h.

$$\sqrt{n^2-1} = \frac{\cos\varrho \pm \sin\alpha'}{\sin\varrho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Statt im durchgehenden Lichte zu beobachten, kann man auch reflectirtes Licht benutzen (punktirter Strahlengang in Fig. 178 a). Es ändert sich hierdurch die Lage der Trennungslinie gar nicht, wohl aber das Helligkeitsverhältniss der beiden Felder. Im durchgehenden Lichte grenzt Helligkeit an Dunkelheit, im reflectirten Lichte erhalten beide Felder Licht, so dass sie sich nur durch die Stärke ihrer Helligkeit unterscheiden.

Anwendung der Totalreflexion zur Bestimmung der Brechungsquotienten von Flüssigkeiten und festen Körpern (Methode von Wollaston). 106 Die bisher besprochenen Methoden erfordern, dass die zu untersuchende Substanz in die Form eines Prismas gebracht werden kann. Die Anwendung der Totalreflexion beseitigt diese Beschränkung; sie erfordert bei festen Körpern lediglich eine ebene Fläche von geringer Grösse, bei Flüssigkeiten zum Theil winzige Mengen. Die auf der Beobachtung der Totalreflexion beruhenden Apparate heissen Totalrefractometer bezw. Totalreflectometer. Dieselben zeichnen sich durch einfache Construction und Bequemlichkeit der Beobachtung wesentlich vor den Spectrometern aus und geben dabei eine für die Technik hinreichende Genauigkeit.

Fig. 179.



Ein Mangel haftet dagegen dieser Methode an, indem sie versagt, wenn der Brechungsquotient der zu untersuchenden Substanz eine gewisse Grösse überschreitet. Man beobachtet nämlich den Eintritt der Totalreflexion zwischen der zu untersuchenden Substanz und einem festen Körper (Glasprisma etc.), und zwar beim Uebergange vom festen Körper zur Substanz; der Brechungsindex des festen Körpers muss also grösser als derjenige der Substanz und ausserdem genau bekannt sein.

Wollaston benutzte zuerst [1]) die Totalreflexion zur Messung der Brechungsquotienten von Flüssigkeiten. In Fig. 179 sei $ABCD$ der Durchschnitt eines rectangulären Glasprismas (Glaswürfel), dessen einander parallele Grenzflächen AB und CD vertical stehen, während AD eine horizontale Lage einnimmt. In einer zur Zeichnungsebene parallelen Ebene falle nun ein Lichtstrahl dp auf die Fläche CD, so wird er nach pG gebrochen, in G gespiegelt und tritt bei r in der Richtung rs aus. Der Winkel α, welchen der bei r ausgetretene Strahl mit seinem Einfallslothe macht, ist gleich dem Einfallswinkel von dp und ebenso ist der

[1]) Wollaston, Philos. Trans. 1802, p. 365; Gilbert's Ann. 31, 1834.

Winkel β, welchen der bei r austretende Strahl Gr mit seinem Einfallslothe macht, gleich dem Brechungswinkel des bei p eingetretenen Strahles pG; pG und Gr machen gleiche Winkel γ mit dem Einfallslothe des Punktes G.

Aus dem Anblicke der Figur ergiebt sich, dass

$$\sin\gamma = \sqrt{1 - \sin^2\beta}.$$

Bezeichnen wir mit n den Brechungsquotienten der Glassorte, aus welcher das Glasprisma $ABCD$ verfertigt ist, so ist:

$$\sin\alpha = n \,.\, \sin\beta$$

oder:

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n},$$

also:

$$\sin\gamma = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Die Spiegelung bei G wird gewöhnliche Glasspiegelung sein, wenn der Winkel γ kleiner ist als der Grenzwinkel für den Uebergang eines Strahles aus Glas in die Substanz, welche sich bei G direct unter der Grenzfläche AD befindet.

Bezeichnen wir mit N den Brechungsquotienten der an der Fläche AD mit dem Glase in Berührung gebrachten Substanz, so haben wir für den entsprechenden Grenzwinkel g:

$$\sin g = \frac{N}{n},$$

also:

$$N = n \sin g \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

vorausgesetzt, dass $N < n$. Nehmen wir nun an, der Winkel α habe gerade einen solchen Werth a, dass der Reflexionswinkel γ dem Grenzwinkel g gleich wird, so haben wir nach Gleichung 1):

$$\sin g = \sqrt{1 - \frac{(\sin a)^2}{n^2}},$$

und also nach Gleichung 2):

$$N = \sqrt{n^2 - (\sin a)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

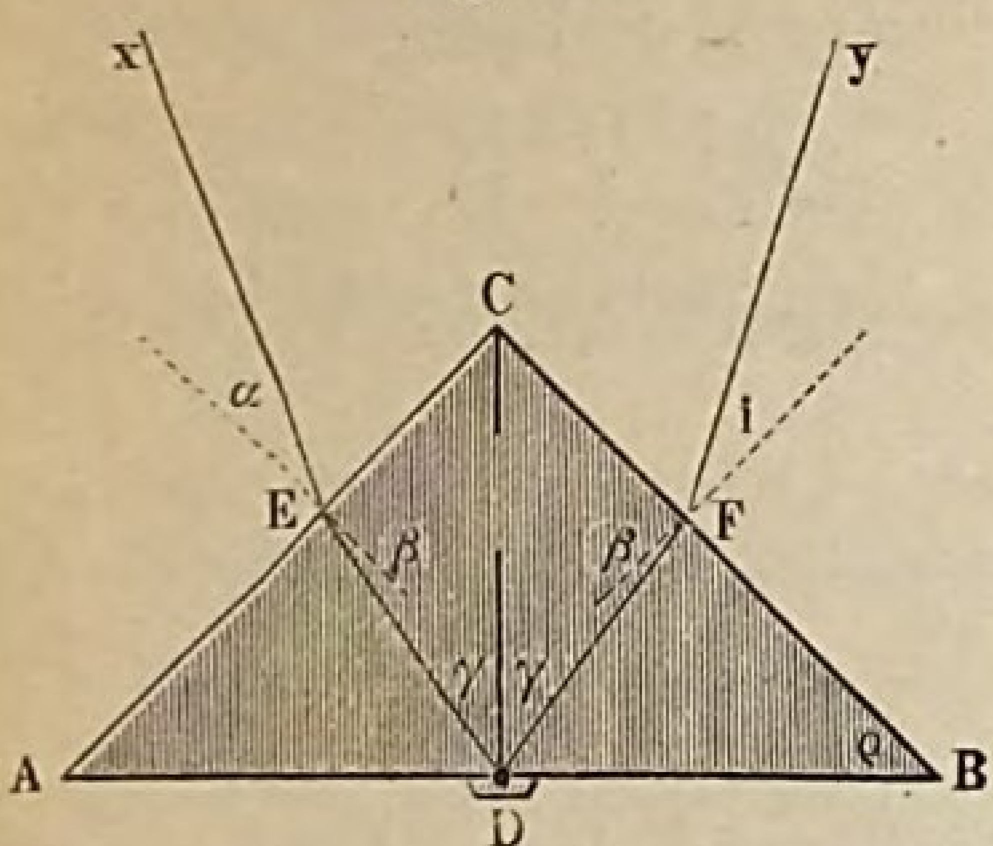
Nach dieser Gleichung kann man also den Brechungsquotienten der bei AD befindlichen Substanz berechnen, wenn man den Brechungsquotienten des Glasprismas $ABCD$ kennt und den Werth a des Winkels α gemessen hat, für welchen die Spiegelung bei G eben in totale Reflexion übergeht.

Eine andere Methode nach demselben Princip ist die folgende:

Eine kleine Quantität der Substanz, deren Brechungsquotient n zu bestimmen ist, wird auf die Mitte D der Hypotenusenfläche AB eines rechtwinkligen, gleichschenkligen Glasprismas ABC gebracht (Fig. 180). Der Brechungsquotient der Glassorte N muss bekannt und grösser

sein als n. Licht, welches in der Richtung xE einfällt, wird nach D gebrochen, dann nach F reflectirt und tritt in der Richtung Fy aus; dabei sind die Wege links und rechts symmetrisch, die Winkel α, β und γ auf beiden Seiten einander gleich. Ein in der Richtung y befindliches Auge erhält demnach das von x kommende Licht. Es ist nun leicht, die Richtung Fy und mithin auch die Richtung Ex so zu wählen, dass der Winkel γ eben gleich dem Grenzwinkel für den Uebergang des Lichtes aus dem Glase in die Substanz wird. In diesem Falle findet nämlich an den an die Luft grenzenden Partien der Fläche AB totale Reflexion statt, während an der Stelle, wo die Substanz am Glase anliegt, die Reflexion noch eine partielle ist. Es erscheint in Folge dessen die Fläche AB in hellem Glanze mit einem dunkleren Flecke an der Stelle der Substanz. Lässt man γ noch etwas zunehmen, so findet überall totale Reflexion statt und der Fleck verschwindet. Es handelt sich also darum, den Werth des Winkels γ für die Grenzstellung auszumitteln, bei welcher der Fleck eben verschwindet und daraus den Brechungsquotienten zu berechnen. Zu diesem Zwecke kann man das Prisma auf dem Tischchen eines Goniometers so aufstellen, dass die Kanten senkrecht stehen. Mit einem Fernrohre visirt man senkrecht auf die Fläche BC und controlirt die genaue senkrechte Lage der Visur dadurch, dass man die Vorderfläche BC als Spiegel benutzt. Man notirt dann die Winkelablesung am Theilkreise des Goniometers und dreht hierauf das Prisma sammt Tischchen so weit, bis man durch das Fernrohr den Fleck der Substanz eben verschwinden sieht. Man notirt neuerdings die Winkelablesung. Die Differenz derselben giebt den Winkel α. Nun rechnet man zuerst

Fig. 180.



$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{N}, \text{ dann } \gamma = \varrho - \beta, \text{ endlich } \gamma = N \sin n.$$

Man hat nach dieser Methode die Brechungsquotienten verschiedener Substanzen, auch undurchsichtiger, ermittelt, z. B.:

Wachs	1,542	(Wollaston)
Talg	1,492	"
Colophonium	1,543	"
Campher	1,480	(Pfaundler)
Einfach-Chlorcampher .	1,493	"

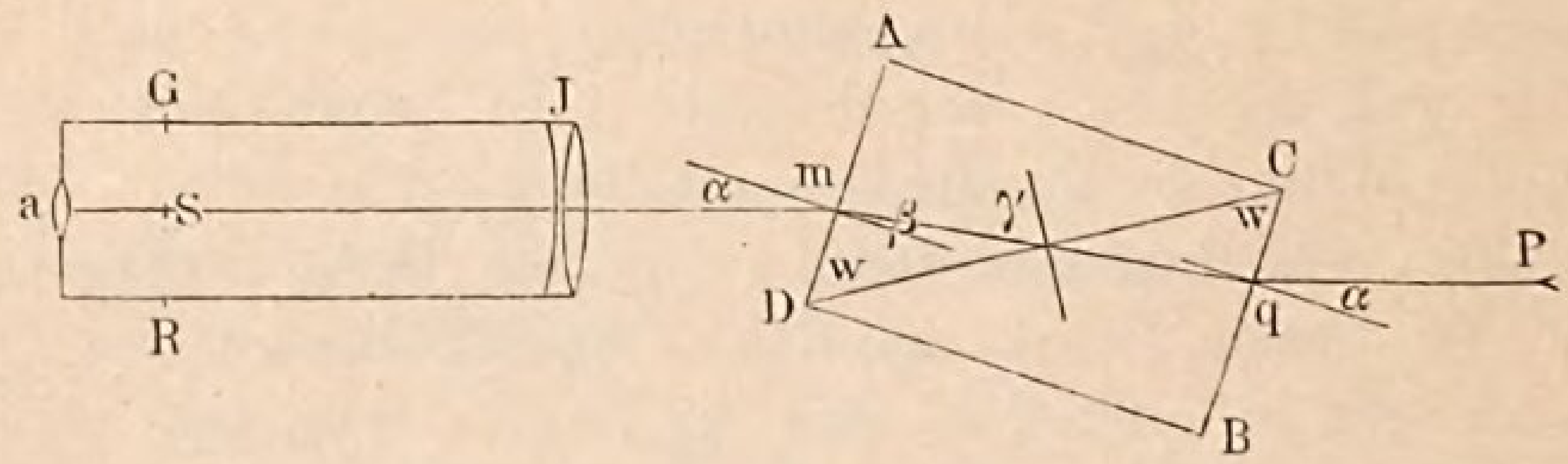
Vom Wollaston'schen Princip macht das Abbe'sche Refractometer Gebrauch.

107 **Refractometer von Abbe** [1]. Während Wollaston im reflectirten Lichte und somit den Eintritt der maximalen Intensität beobachtet, stellt Abbe auf das vollständige Verschwinden des durchgehenden Lichtes ein. Im ersteren Falle hat man zwischen der Helligkeit partieller und total reflectirter Strahlen zu entscheiden, im zweiten dagegen zwischen absoluter Dunkelheit und einer gewissen, wenn auch geringen Helligkeit. Hierdurch ist die Abbe'sche Methode der Wollaston'schen wegen photometrischer Vortheile an Genauigkeit überlegen. Ein weiterer Vortheil des Abbe'schen Verfahrens liegt in der Constanz der Richtung des durchgehenden Strahles.

Wir gehen etwas näher auf das von Abbe construirte Refractometer ein, weil es an Einfachheit und Bequemlichkeit alle anderen übertrifft, und folgen dabei im Wesentlichen der von Abbe gegebenen Darlegung (a. a. O.).

Es sei J (Fig. 181) ein Fernrohrobjectiv, in dessen Brennpunkt S eine kurze, zur Papierebene senkrecht gedachte leuchtende Linie an-

Fig. 181.



gebracht ist. ADC und BDC seien die Hauptschnitte zweier ganz gleichen rechtwinkligen Prismen von Glas, zwischen deren Hypotenusenflächen die zu untersuchende, flüssige oder leicht schmelzbare Substanz als sehr dünne Schicht gebracht wird. Der Brechungsexponent der Substanz muss kleiner sein, als der des Glases. Das Ganze bildet eine dicke planparallele Platte $ACBD$ und ist drehbar vor dem Objective J um eine zur Zeichnungsebene senkrecht stehende Axe.

Die vom Brennpunkte kommenden Strahlen treffen die Fläche AD unter einem Winkel α und verlassen die Fläche BC unter demselben Winkel α längs $qP \parallel Sm$, so lange die Strahlen die innere Grenzfläche DC unter einem Winkel γ treffen, der kleiner ist als der Grenzwinkel der Totalreflexion zwischen Glas und Substanz. Nahe dasselbe gilt von den anderen Spaltpunkten, da der Spalt in F parallel zu den Kanten der Prismen steht. Also wird von P aus der Spalt S, in unendlicher Entfernung stehend, gerade so sichtbar sein, wie wenn die flüssige Schicht nicht vorhanden und $ACBD$ eine massive Platte wäre. So-

[1] Abbe, Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungs- und Zerstreuungsvermögens fester und flüssiger Körper. Jena 1874.

bald aber durch Drehung des Doppelprismas im Sinne des wachsenden Winkels γ der Grenzwinkel erreicht ist, wird die Platte undurchsichtig sein und in P Dunkelheit eintreten.

Ist im Moment des Verschwindens des Spaltbildes der Winkel α gemessen, so ergiebt sich mit Hülfe des bekannten Brechungsquotienten N der Prismen zunächst der Winkel β aus der Formel

$$\sin\beta = \frac{1}{N} \cdot \sin\alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Der Grenzwinkel der Totalreflexion folgt dann aus

$$\gamma = \beta + \omega \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

und demnach wird der gesuchte Brechungsquotient n der Substanz

$$n = N \, . \, \sin\gamma \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 3)$$

Die hier im Princip festgestellte Beobachtungsweise lässt eine wesentliche Modification zu, welche der Vereinfachung des Apparates sehr zu statten kommt. Sie gründet sich auf folgende Ueberlegung:

Wenn bei einer bestimmten Stellung des Prismenpaares die Totalreflexion eben beginnt für die parallel der Axe SJ bei J austretenden Strahlen, so muss dasselbe auch gelten für solche Strahlen, welche, von P kommend, in entgegengesetzter Richtung die Prismen passiren, parallel zur Axe ins Objectiv eintreten und von letzterem im Brennpunkte S vereinigt werden. Demnach gelangt überhaupt kein Licht nach dem Brennpunkte S; Aehnliches gilt von den anderen Spaltpunkten, so dass der ganze Spalt dunkel erscheint.

Jetzt stehe vor dem Prisma bei P eine beliebig ausgedehnte Lichtquelle, welche in den verschiedensten Richtungen durch jene hindurch Licht in das Objectiv J sendet, so dass, so lange die Trennungsfläche CD vollkommen durchsichtig ist, die ganze Focalebene bei S Licht empfängt. Es möge jetzt das Prismenpaar so gedreht werden, dass die der Axe SJ parallelen Strahlen (Einfallswinkel α) gerade total reflectirt werden.

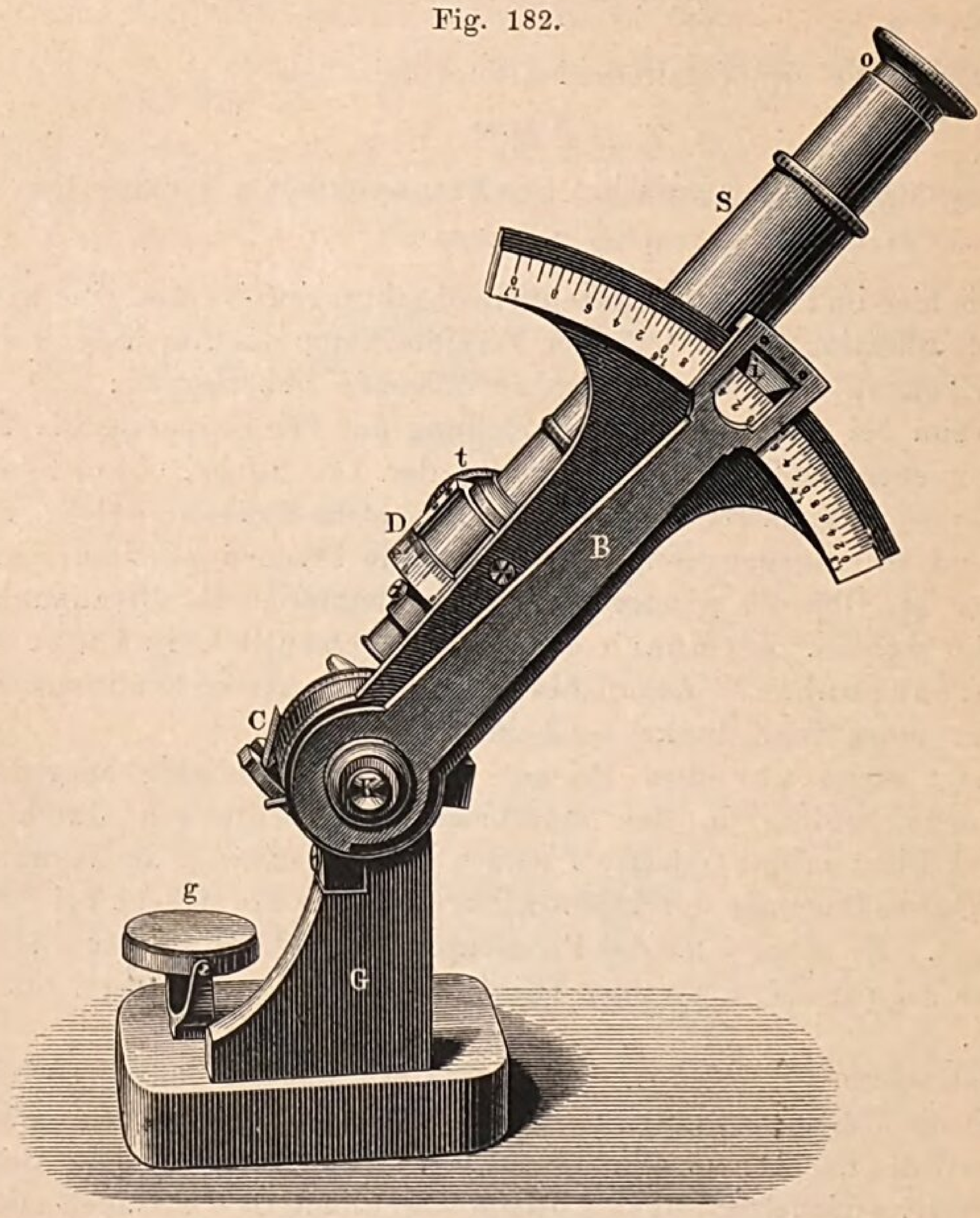
Betrachten wir bei dieser Stellung von a aus die ganze Focalebene, so wird die Hälfte SR (Fig. 181) derselben dunkel, die Hälfte GS hell sein, weil die nach einem Punkte von SR kommenden, vor dem Eintritte ins Objectiv parallelstrahligen Büschel sowohl mit BC als auch mit CD einen grösseren Winkel bilden als das Axenbüschel, während die nach SG gelangenden umgekehrt alle noch nicht den totalen Reflexionswinkel erreicht haben.

Betrachtet man die Focalebene durch ein Ocular a, so muss das Sehfeld des so entstehenden Fernrohres eine helle und eine dunkle Hälfte darbieten, welche sich in einer durch S gehenden und der brechenden Kante des Prismas parallelen Linie berühren. Ein mit einem Fadenkreuze versehenes Fernrohr erlaubt also das Zusammenfallen der Schattengrenze mit der Axe genau zu beobachten, d. h. diejenige Stellung der

Trennungsfläche zu erkennen, in welcher die der Axe parallelen Strahlen eben der Totalreflexion unterliegen.

In Fig. 182 ist das Instrument abgebildet, wie es von der Firma C. Zeiss in Jena mit genauer Gebrauchsanweisung geliefert wird. Das Fernrohr *T* mit dem Fadenkreuze bei *S* ist mittelst eines Ständers *D* auf den Sector *A* aufgeschraubt. Letzterer wird sammt den mit ihm

Fig. 182.



verbundenen Theilen von einer Säule *G* auf schwerem Metallfuss getragen. Auf diesem ist der um zwei Axen drehbare Hohlspiegel *g* befestigt, welcher das Licht einer Natriumflamme auf die in *C* steckenden Doppelprismen wirft. Die Prismencombination *C* sitzt am Zapfen *K* und ist mittelst der Alhidade *B* drehbar um eine zur Prismenkante parallele Axe. Der Index *i* der Alhidade schleift entlang der Theilung *m* des Sectors *A*.

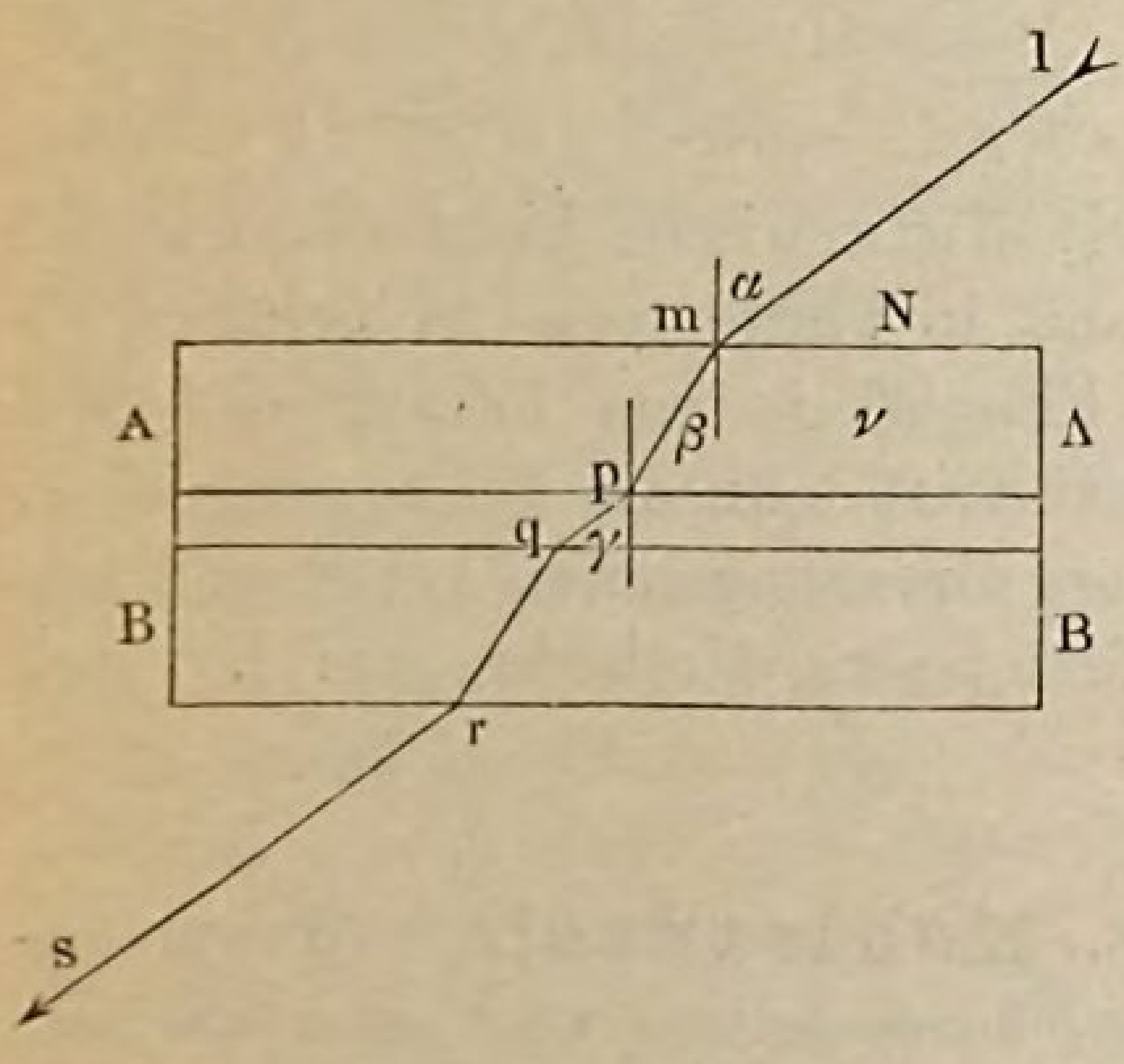
Gebrauch des Instrumentes. Hat man eine Flüssigkeit zwischen die Prismen der Combination *C* gebracht und mittelst des Spiegels *g* das

ganze Sehfeld erhellt, so dreht man die Alhidade mit dem Doppelprisma, bis die Grenze der Totalreflexion mit dem Fadenkreuzschnittpunkte coincidirt. Am Gradbogen bei A liest man mittelst des Index i direct den Brechungsquotienten der betreffenden Flüssigkeit bis auf zwei Einheiten der vierten Decimalstelle ab.

Bei Benutzung weissen Lichtes (Wolkenlicht) statt monochromatischen Natriumlichtes entsteht an der Grenze der Totalreflexion statt einer scharfen Trennungslinie ein farbiger, spectraler Saum. Es hat eben jede Farbe einen anderen Grenzwinkel. Damit aber auch in diesem Falle gleichzeitig alle Farben der Totalreflexion unterliegen, enthält das Abbe'sche Refractometer bei D (Fig. 182) einen Compensator. Es sei nur erwähnt, dass derselbe aus zwei ganz gleichen Amici'schen Prismen (§. 266) besteht, welche durch die Schraube t in einander entgegengesetzter Richtung um eine zur Sehrichtung og parallele Axe gedreht werden. Die an der Trommel bei D abgelesene Drehung, welche zum Verschwinden des farbigen Saumes an der Grenze der Totalreflexion nothwendig war, giebt zugleich die gesammte Dispersion der untersuchten Substanz für die Art des benutzten weissen Lichtes.

Methoden von E. Wiedemann [1], Terquem und Trannin [2], Ketteler [3] und Quincke [4]. 108
Diese Methoden erfordern grössere Mengen von Substanzen, sind aber anwendbar auf Substanzen von beliebigem Brechungsquotienten und erlauben ebenfalls die Einstellung im durchgehenden Lichte.

Fig. 183.



Man lege zwischen zwei planparallele Glasplatten A und B Stanniolblättchen und kitte die Ränder der Platten ringsum dicht zusammen. Stellt man diese Doppelplatte AB in die zu untersuchende Flüssigkeit, so werden bei gewissem Einfallswinkel der Strahlen letztere total reflectirt an der im Plattenpaare befindlichen Luftschicht, da die planparallelen Glasplatten die Richtung der Strahlen nicht beeinflussen. Es sei $lmpqrs$ (Fig. 183) ein durch die Doppelplatte gehender Lichtstrahl; dabei ist $lm \parallel rs$ und $mp \parallel qr$. Das Stück lm, mp und pq bilde mit dem Lothe der Platte AA be-

[1] Arch. sc. phys. **51**, 340. Pogg. Ann. **158**, 375, 1876.
[2] Journ. de Phys. **4**, 1875. Pogg. Ann. **157**, 302, 1876.
[3] Ketteler, Wied. Ann. **33**, 360, 1888.
[4] Quincke, Zeitschrift f. Kryst. **1**, 540, 1879.

züglich den Winkel α, β und γ; der Brechungsquotient zwischen Glasplatte und Luft sei ν, der gesuchte zwischen Flüssigkeit und Luft gleich N. Dann gilt:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\nu}{N}; \qquad \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = \nu,$$

also auch:

$$N = \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}.$$

Bei gewisser Neigung der Platten wird $\gamma = 90^0$ werden und in diesem Falle treten keine Strahlen aus der Doppelplatte aus. Es wird dann

$$N = \frac{1}{\sin\alpha},$$

wo α der Einfallswinkel der total reflectirten Strahlen ist. Um den Winkel α experimentell zu bestimmen, bedient man sich des Spectrometers; man stellt auf den Tisch desselben ein von parallelen Glaswänden begrenztes, mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefülltes Gefäss. Das Fernrohr F ist auf den Spalt des Collimators C eingestellt. Es wirkt das Glasgefäss mit Inhalt wie eine planparallele Platte. Jetzt taucht man die Doppelplatte AB ein und dreht letztere um eine verticale Axe nach einander in die beiden zur Fernrohraxe symmetrischen Stellungen, in denen die einfallenden Strahlen total reflectirt werden. Der Drehungswinkel ist das Doppelte vom Winkel γ, so dass

$$N = \frac{1}{\sin\gamma}$$

berechnet werden kann. Auch hier ist einfarbiges Licht anzuwenden.

Ist die zu untersuchende Substanz in Plattenform zu bringen, so taucht man diese direct in eine Flüssigkeit von bekanntem, aber grösserem Brechungsquotienten. Es vertritt dann die Platte einfach die Luftlamelle und man erhält direct den Brechungsindex zwischen Platte und Flüssigkeit. Quincke benutzte letztere Methode, um Krystallplatten zu untersuchen.

109 **Totalreflectometer von F. Kohlrausch.** Wegen der Schwierigkeit, von Krystallen Prismen herzustellen, war es wünschenswerth, die Brechungsquotienten der Krystalle anderweitig zu bestimmen. Wie die Lehre von der Doppelbrechung ergiebt, besitzen die Krystalle zwei Brechungsquotienten, von denen der eine dem ordentlichen, der andere dem ausserordentlichen Strahle angehört. Es müssen daher auch zwei Grenzen der Totalreflexion auftreten. Zur Beobachtung dieser Grenzen tauchte F. Kohlrausch den Krystall in eine stärker brechende Flüssigkeit und liess Licht an einer der Krystallflächen reflectiren. Die total reflectirten Strahlen treten senkrecht durch die planparallele Verschlussplatte des Gefässes in das Fernrohr des Spectrometers, auf dessen

Tischchen das Gefäss steht. Den Grenzwinkel der Totalreflexion findet man aus zwei Einstellungen symmetrisch zur optischen Axe des Fernrohres. Dazu ist der zu untersuchende Krystall um die Tischchenaxe drehbar, nachdem er so orientirt ist, dass diese Axe in der Krystallfläche liegt, an der die Totalreflexion stattfindet. Es sei 2γ der Drehungswinkel, um von der einen in die andere symmetrische Lage zu gelangen, und n bezw. N der Brechungsquotient der Flüssigkeit, bezw. des Krystalles, so gilt einfach

$$N = n \,.\, sin \frac{\gamma}{2}.$$

Bei diesem Verfahren braucht man nur einen ebenen Anschliff des zu untersuchenden festen Körpers, bezw. Krystalles, und darum verdient es den Vorzug vor der im vorigen Paragraphen besprochenen Methode, welche eine planparallele Platte erheischte. Ja es genügen schon Krystallsplitter zur Untersuchung.

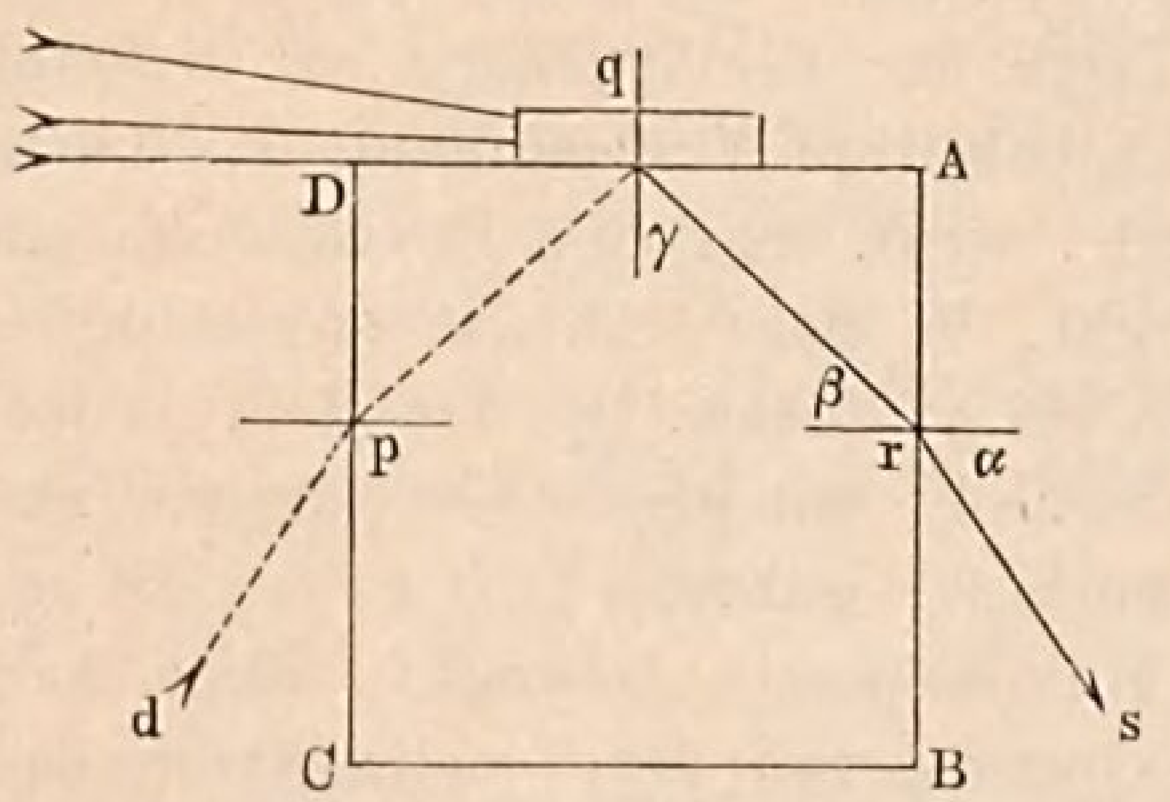
Gemäss den zwei Brechungsquotienten eines Krystalles beobachtet man stets zwei Grenzen der Totalreflexion. Da der eine der beiden Indices variabel ist und von der Lage der Einfallsebene zur Krystallaxe abhängt, so muss man eine gegenseitige Verschiebung der beiden totalen Reflexionsgrenzen beobachten, wenn man den Krystall um eine zur Fernrohraxe parallele Axe dreht, so dass sich die angeschliffene Fläche in ihrer Ebene dreht. Es sei γ_1 bezw. γ_2 der dem ordentlichen bezw. ausserordentlichen Strahle entsprechende Grenzwinkel. Dann bleibt γ_1 bei der Drehung constant, während sich γ_2 ändert und zwischen einem Minimal- und Maximalwerth bewegt. Man kann so den ganzen Verlauf der beiden Grenzcurven der Totalreflexion nach einander verfolgen, indem man in den verschiedenen Einfallsebenen beobachtet.

Theoretisch könnte man sich den Fall umgekehrt denken. Man verfolgt mit dem Fernrohre die Grenzlinie der Totalreflexion, indem man sich das Fernrohr beweglich denkt um einen Punkt der Krystallfläche (Fusspunkt des Einfallslothes der Lichtstrahlen). Ist der Körper isotrop, so dass er nur einen constanten Brechungsquotienten besitzt, so müsste man mit der Fernrohraxe einen geraden Kegel mit kreisförmiger Basis beschreiben, dessen Axe das Einfallsloth ist, wenn man bei Bewegung des Fernrohres stets die Grenze der Totalreflexion im Fadenkreuzschnittpunkte sehen wollte. Die so erhaltene Curve (hier ein Kreis), welche der Fadenkreuzschnittpunkt beschreibt, heisst die Grenzcurve der Totalreflexion. Bei doppeltbrechenden Körpern, wie den Krystallen, erhält man entsprechend den zwei Grenzen der Totalreflexion auch zwei Grenzcurven der Totalreflexion. Die dem constanten Brechungsquotienten zukommende ist ein Kreis, die dem variablen bezw. von der Einfallsebene abhängigen Brechungsquotienten entsprechende Curve ist eine Ellipse etc.

Es existiren vielfache Methoden, um möglichst genau den Verlauf der Grenzcurven in Krystallen verfolgen zu können. So benutzte K. Feussner einfach das Wollaston'sche Verfahren, indem er nur eine Vorrichtung anbrachte, mittelst deren er die am Prisma bei D (Fig. 180) befestigte Krystallplatte messbar drehen konnte. Auf diesem Principe beruhen auch die von Fuess in Berlin gebauten Krystallgoniometer. Neuerdings ist von S. Czapski ein solches Instrument gebaut worden, welches in leichter und eleganter Weise sowohl den Krystall, als auch das Fernrohr zu drehen gestattet, und zwar in zwei zu einander senkrechten Axen. Hierdurch ist die Beobachtung bei jeder Lage des Krystalles ermöglicht, ähnlich wie wir S. 243 es vorausgesetzt haben.

110 **Totalreflectometer von Pulfrich und von Abbe.** Diese Instrumente zeichnen sich vor den bisher besprochenen dadurch aus, dass bei ihnen durch eine simple Drehung die Grenzcurven in ihrer ganzen Ausdehnung unmittelbar am Auge vorbeigeführt werden können. Dazu führte Pulfrich[1]) den rotirenden Grundkörper ein. Er ersetzte das 90grädige Prisma von Wollaston durch einen um seine eigene Axe rotirenden Cylinder aus Glas ($A B C D$, Fig. 184) mit polirter Mantelfläche. Die senkrecht zur Axe gelegene Schnittfläche $A D$ ist ebenfalls polirt und dient zur Aufnahme der zu untersuchenden Krystallplatte q (natürlich muss zwischen Platte q und Fläche $A D$ eine Schicht durchsichtigen Oeles sich befinden, dessen Index grösser ist als derjenige des Glascylinders).

Fig. 184.



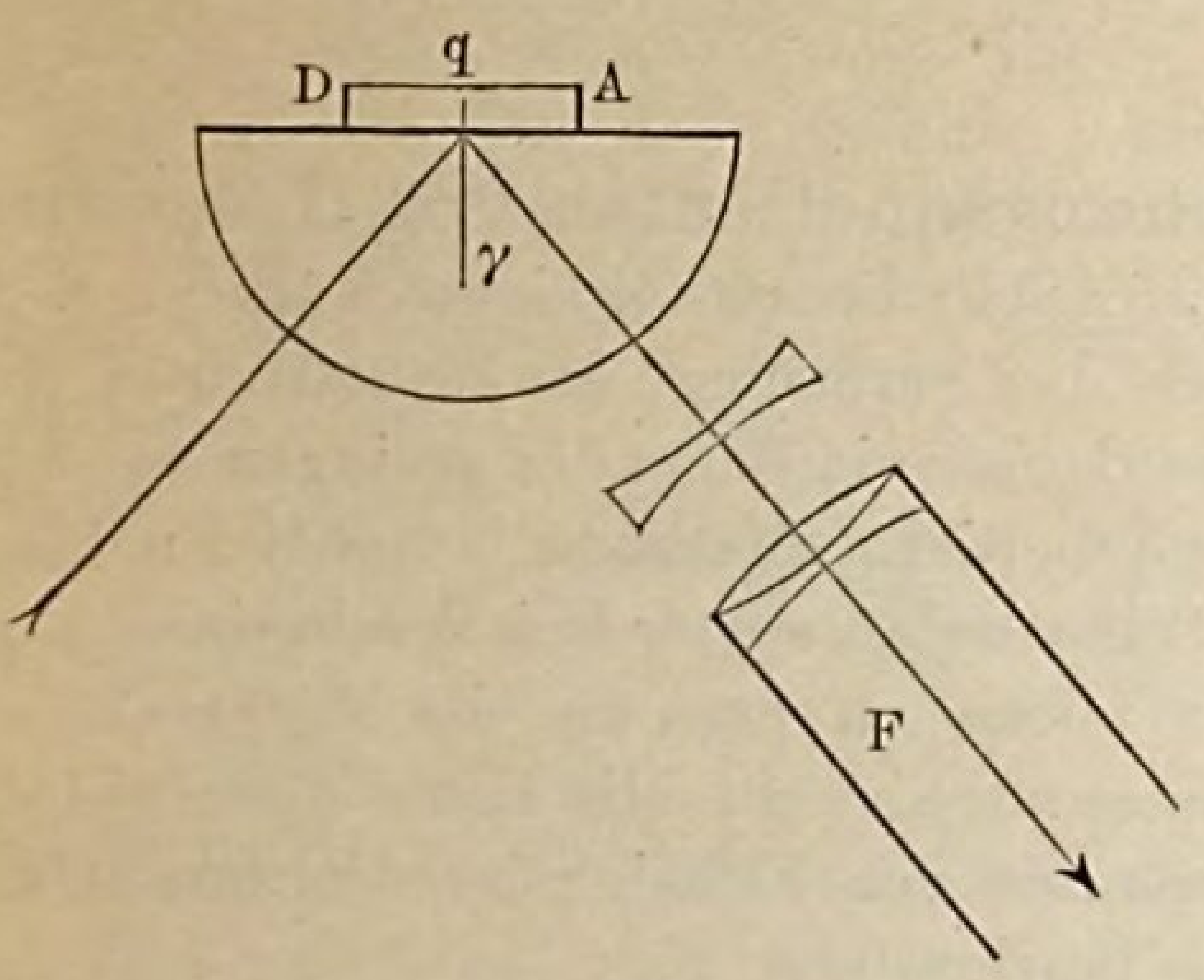
Man kann im reflectirten und im durchgehenden Lichte beobachten. Ein Vergleich der Fig. 184 mit der Fig. 180 lehrt, dass die Pulfrich'sche Methode mit der Wollaston'schen vollkommen übereinstimmt und dass der gesuchte Brechungsindex der Platte sein muss: $N = \sqrt{n^2 - sin^2 \alpha}$, wenn n der Index des Glascylinders ist.

Dreht man den Cylinder $A B C D$ um seine Längsaxe und blickt in der Richtung $s r$ gegen die Mantelfläche des Cylinders, so ziehen am Auge beide Grenzcurven eines Krystalles vorüber und man beobachtet ihre Gestalt, die gegenseitige Lage und die Stellen, wo sich beide durchschneiden, mit grosser Bequemlichkeit.

[1]) Pulfrich, „Der Totalreflectometer", Leipzig 1890. Wied. Ann. 30, 193, 317, 487.

Aus dioptrischen Gründen hat Abbe den Glascylinder durch eine Halbkugel ersetzt, auf deren ebene Seite AD (Fig. 185) die Platte q gelegt wird. Die Kugel ist um die Verticale drehbar, das Beobachtungsfernrohr F um eine horizontale Axe, so dass dasselbe stets radial zur Kugel gerichtet ist. Der Abbe'sche Apparat ähnelt also dem von Feussner angewandten Verfahren, wenn man daselbst den Prismenwinkel sich veränderlich vorstellt.

Fig. 185.



Bestimmung des Brechungsquotienten von planparallelen Glasplatten. 111 Ein dem prismatischen ähnliches Verfahren ist unmöglich anwendbar, falls die Platte stärker brechend ist als das umgebende Medium, da jeder Strahl beim Durchgange durch die Platte keine Richtungsänderung, sondern nur eine seitliche Verschiebung erleidet. Aus der Formel für letztere (S. 50) folgt zwar unmittelbar n, wenn die Dicke der Platte gegeben ist, jedoch ist die Messung der Dicke und der Parallelverschiebung ziemlich umständlich.

Aus den auf S. 66 angestellten Betrachtungen kann man leicht herleiten, dass ein senkrecht durch eine Platte gesehener Gegenstand um die Grösse $h = d\,\frac{n-1}{n}$ gehoben erscheint; diese Beziehung ist benutzt worden, um aus der Grösse der Hebung den Brechungsindex der Platte zu finden. Dazu wird die Glasplatte auf ein mit feinen Strichen versehenes weisses Blatt Papier gelegt, und ein vertical in Richtung seiner Axe verschiebbares Mikroskop auf die Striche eingestellt. Hierauf nimmt man die Glasplatte fort und bewegt mikrometrisch, aber messbar das Mikroskop abwärts, bis die Striche wieder deutlich am Fadenkreuze erscheinen.

Die Differenz der beiden Einstellungen ist die Grösse h, um welche die Striche in Folge der brechenden Kraft der Platte gehoben erscheinen. Kennt man d, die Dicke der Platte, so ist $n = \frac{d}{d-h}$ zu berechnen.

Sind Marken (Ritze) auf der unteren und oberen Fläche der Glasplatte, so kann man nach einander auch auf diese einstellen; die hierzu nothwendige Verschiebung ist gleich $d - h$, also gleich der scheinbaren Plattendicke. Beide Methoden sind ungenau und nur für durchsichtige Platten brauchbar.

Eine andere Methode giebt das Abbe'sche Refractometer[1]) an die Hand, auf welche wir nicht näher eingehen können. Diese aber sowohl wie die von E. Wiedemann (S. 241) leidet an dem Uebelstande, dass der Brechungsquotient kleiner sein muss als die Flüssigkeit, an welcher die Totalreflexion stattfindet.

112 **Bestimmung der Brechungsquotienten von Gasen und deren Farbenzerstreuung.** Auch die gasförmigen Körper, z. B. die atmosphärische Luft, besitzen das Vermögen, die Lichtstrahlen von ihrer ursprünglichen Richtung abzulenken; in Folge der geringen brechenden Kraft aber bedarf es sehr empfindlicher Methoden, dieselbe nachzuweisen und genau zu messen. Wir werden später bei Beschreibung der Interferenzen an dicken Platten (siehe „Interferenz des Lichtes") auf diesen Gegenstand zurückkommen und hier nur die nach Analogie der Bestimmung der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten mittelst Hohlprismen angewendeten Methoden beschreiben.

Biot und Arago[2]) waren die ersten, welche den Brechungsquotienten der Gase bestimmten; sie verwendeten ein Hohlprisma, welches aus einer dickwandigen Glasröhre dadurch hergestellt worden war, dass die Enden schräg abgeschliffen und mit planparallelen Glasplatten hermetisch verschlossen wurden. Der brechende Winkel betrug circa 145^0. Ein mit dem auf die Luftpumpe aufgeschraubten Prisma verbundenes Heberbarometer erlaubt den Druckunterschied zwischen der äusseren Luft und der im Prisma befindlichen abzulesen.

Zunächst suchten die beiden Physiker das Hohlprisma ganz luftleer zu machen. Um die Ablenkung messen zu können, visirten sie durch das Prisma mittelst eines Theodolitenfernrohres nach einem entfernten Blitzableiter, einmal wenn das Prisma mit äusserer Luft gefüllt war, und dann bei luftleerem Prisma in der Stellung des Minimums der Ablenkung.

Bei den Versuchen von Biot und Arago betrug die Ablenkung ungefähr sechs Minuten.

Nach Anbringung der Correctionen wegen des Restes von Luft, der noch im Prisma blieb, und wegen der Nicht-Parallelität der Glasplatten wurde der Brechungsquotient beim Uebergange des Lichtes aus dem Vacuum in Luft von Null Grad Temperatur und 760 mm Druck gefunden zu

$$n = 1{,}000\,294.$$

Mit dieser Zahl müssen alle die auf Luft gleicher Temperatur und gleichen Druckes bezogenen Brechungsquotienten irgend welcher Substanzen multiplicirt werden, um daraus die absoluten Brechungsquotienten zu erhalten (siehe S. 43 und 51). Der Werth 1,000 294 stimmt voll-

[1]) Sitzungsber. d. Jenaer Ges. f. Med. u. Nat. 1879, Februar.

[2]) Mémoires de l'Académie de France, Tome VII, 1806; Gilbert's Ann. 25 und 26.

kommen mit dem von Delambre aus der astronomischen Refraction abgeleiteten überein.

Nachdem Biot und Arago einmal den absoluten Brechungsquotienten der Luft bestimmt hatten, füllten sie nach einander das Hohlprisma mit den verschiedensten Gasen und bestimmten jedesmal die Ablenkung, die das Licht erfuhr. Aus den so erhaltenen relativen Brechungsindices leiteten sie die absoluten durch Rechnung ab. Sie untersuchten Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff, Ammoniak, Kohlensäure und Chlorwasserstoffsäure.

Dulong (Pogg. Ann. VI) hat das Brechungsvermögen einer grösseren Anzahl von Gasen mittelst eines Kunstgriffes bestimmt, welcher seinen Resultaten eine grosse Genauigkeit sicherte. Ein dem oben beschriebenen ähnliches Hohlprisma wurde zunächst mit trockener Luft von der Temperatur und dem Drucke der umgebenden Atmosphäre gefüllt und durch dasselbe ein Fernrohr auf einem entfernten Visirpunkte eingestellt. Nachdem dies geschehen war, wurde das Fernrohr in dieser Lage befestigt, das Prisma aber, ohne es zu verrücken, luftleer gemacht und mit einem anderen Gase, etwa mit Kohlensäure, gefüllt. Indem man nun den Druck dieses Gases variirt, kann man es leicht dahin bringen, dass das Bild des Visirpunktes wieder im Fadenkreuze des Fernrohres einsteht. Die Temperatur ist dieselbe geblieben; der Druck der Kohlensäure im Prisma mag aber z. B. 498 mm betragen. Da die Kohlensäure unter diesem Drucke das Licht ebenso stark ablenkt, wie die Luft unter einem Drucke von 760 mm, so ist klar, dass sie unter diesen Umständen denselben Brechungsquotienten hat wie die Luft.

Wie später (siehe S. 283) mitgetheilt wird, hatten Biot und Arago nachgewiesen, dass für dasselbe Gas die Grösse $n^2 - 1$ stets der Dichtigkeit d proportional bleibt. Nimmt man für Luft $n^2 - 1 = 0{,}000\,589$, so hat man für den Brechungsquotienten (q) der Kohlensäure die Gleichung:

$$498 : 760 = 0{,}000\,589 : q^2 - 1,$$

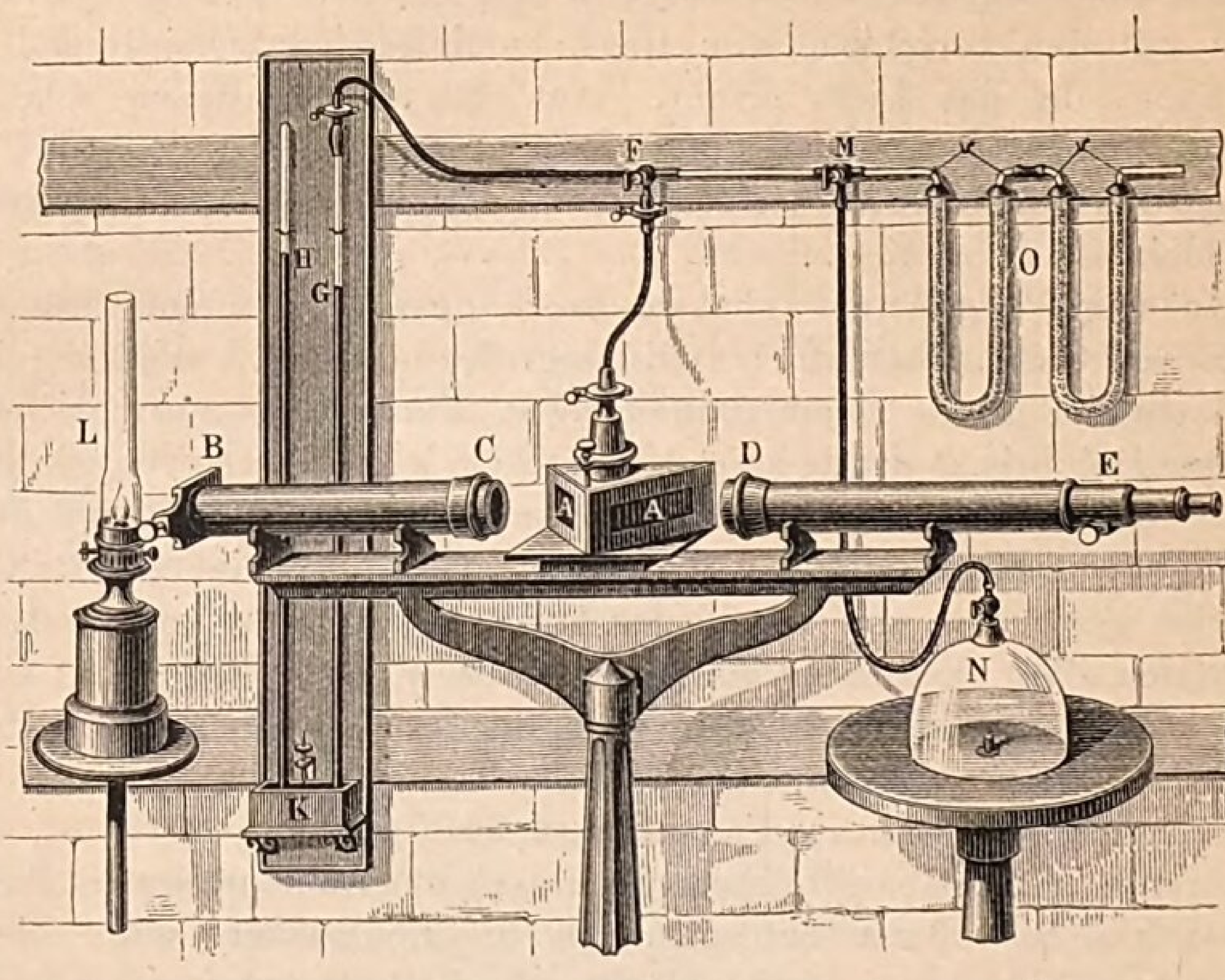
woraus $q = 1{,}000\,449$ folgt.

Streng genommen sollte dabei auf die Abweichung vom Mariotte'schen Gesetze Rücksicht genommen und statt des Druckes die Dichte in die Rechnung eingeführt werden.

Fig. 186 (a. f. S.) stellt einen Apparat dar, welcher nicht wesentlich von dem Dulong'schen abweicht, und welcher sehr bequem zu experimentiren erlaubt. AA ist ein Hohlprisma von Porcellan, dessen brechender Winkel 160° beträgt und welches durch Platten von Spiegelglas geschlossen ist. Das Licht der Lampe L dringt durch eine feine verticale Spalte bei B in das Rohr BC, welches bei C durch eine Sammellinse geschlossen ist. Da die Spalte B sich im Brennpunkte der Linse C befindet, so sieht man durch das Fernrohr DE das Bild der Spalte B gerade so, als ob sie in sehr grosser Entfernung läge. Die Spalte B ist etwas verschiebbar und muss so gestellt werden, dass ihr Bild genau mit

dem verticalen Faden des Fadenkreuzes im Fernrohre zusammenfällt. Im Uebrigen bedarf der Apparat wohl keiner weiteren Erläuterung.

Fig. 186.



Durch solche Versuche erhält man die brechende Kraft der Gase mit der der Luft verglichen. Ein Theil der von Dulong erhaltenen Resultate ist in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Namen der Gase	Brechende Kraft im Vergleich mit der der Luft	Absolute brechende Kraft $n^2 - 1$	Absolute Brechungs-Quotienten n	Specifisches Gewicht d	Brechungs-vermögen $\frac{n^2 - 1}{d}$
Atmosphärische Luft . .	1,000	0,000589	1,000294	1	0,000589
Sauerstoff	0,924	0,000544	1,000272	1,103	0,000492
Wasserstoff	0,470	0,000277	1,000138	0,068	0,004073
Stickstoff	1,020	0,000601	1,300300	0,976	0,000616
Ammoniakgas	1,309	0,000771	1,000385	0,591	0,001485
Kohlensäure	1,526	0,000899	1,000449	1,524	0,000589
Stickoxydgas	1,710	0,001007	1,000503	2,527	0,000659
Salpetergas	1,030	0,000606	1,000303	1,039	0,000583
Kohlenoxydgas	1,157	0,000681	1,000340	0,972	0,000700
Schweflige Säure	2,260	0,001331	1,000665	2,247	0,000592
Schwefelätherdampf . .	5,197	0,003061	1,00153	2,580	0,001186
Schwefelkohlenstoffdampf	5,110	0,003010	1,00150	2,644	0,001138

Die Zahlen der ersten Columne sind das directe Resultat der Beobachtung; multiplicirt man sie mit 0,000 588, welches die absolute brechende Kraft der Luft im Normalzustande ist, so erhält man die Zahlen der zweiten Columne oder die Werthe von $n^2 - 1$; um daraus nun die Brechungsquotienten zu erhalten, hat man 1 zu addiren und dann die Quadratwurzel auszuziehen. Die Werthe von $n^2 - 1$ sowohl, wie die von n, wie sie in unserer Tabelle gegeben sind, beziehen sich selbstverständlich auf den Normalzustand der entsprechenden Gase (0^0 Temperatur und 760 mm Spannkraft).

Sehr genaue, mit Dulong's Resultaten nahe übereinstimmende Werthe der Brechungsquotienten der Gase verdanken wir Ketteler (Beobacht. über die Farbenzerstreuung der Gase, 1865). Auf die von Ketteler und von späteren Physikern angewendeten, sehr genauen Methoden, die Brechungsquotienten von Gasen zu bestimmen, können wir erst bei Besprechung der Interferenz des Lichtes näher eingehen. Sie beruhen auf der Interferenz zweier Lichtstrahlen, von denen jeder durch je eine Glasröhre gegangen ist, die mit verschiedenen Gasen angefüllt werden können.

Farbenzerstreuung der Gase. Erst die soeben angedeuteten empfindlichen Methoden zur Bestimmung der Brechungsverhältnisse der Gase führten zu einer genauen Kenntniss der Farbenzerstreuung der gasförmigen Körper. Wiewohl die Farbenzerstreuung in der Luft bereits im Jahre 1748 von Bouguer, später von Lemonier, Dollond, Herschel und Anderen, diejenige einiger Dämpfe schon von Arago beobachtet worden war, so blieb diese Thatsache doch lange unbeachtet. Ja selbst die von Leroux[1]) im Jahre 1861 veröffentlichten, wenn auch rohen Messungen über die Grösse der Zerstreuung blieben unbekannt. Wird doch noch 1865 in Beer's „Einleitung in die höhere Optik" ausdrücklich gesagt, dass die Geschwindigkeit des Lichtes in den Gasen von der Farbe unabhängig sei. Erst Ketteler[2]) gelang es, durch Anwendung der Jamin'schen Interferentialmethode exacte Messungen anzustellen, welche sichere Resultate über die Farbenzerstreuung der Gase lieferten und das Dasein einer solchen über allen Zweifel erhoben. Später haben Mascart (Compt. rend. 78, 617 und 679) und sein Schüler Hurion vermittelst der Talbot'schen Streifen die normale und anomale Farbenzerstreuung der Gase und Dämpfe gemessen. In neuester Zeit sind die Arbeiten von L. Lorenz (Wied. Ann. 11, 104, 1880) und Prytz (Wied. Ann. 11, 104, 1880) zu erwähnen, welche die Ketteler'sche Methode anwandten.

[1]) Leroux, Compt. rend. 51, Nr. 5, 1861.

[2]) Ketteler, 1) Beobachtungen über die Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865. Pogg. Ann. 124, 390 ff. 2) Theoretische Optik, gegründet auf das Bessel-Sellmeier'sche Princip, 1885, S. 461 ff.

113 **Tabellen genau bestimmter Brechungsquotienten fester, flüssiger und gasförmiger Substanzen für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien**[1]. In den folgenden Tabellen bedeuten die grossen Buchstaben der ersten Horizontalreihe bezw. Verticalreihe die der Messung zu Grunde gelegten Fraunhofer'schen Linien. Die Zahlen geben die relativen Brechungsquotienten der betreffenden Substanz gegen Luft an. Die zunächst folgende Tabelle enthält die Resultate einiger sehr genauen Messungen von Fraunhofer.

Brechende Substanzen	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
Flintglas Nr. 13 .	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
Crownglas Nr. 9 .	1,525839	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Wasser	1,330935	2,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
Terpentinöl . . .	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1,481736	1,488198	1,493874
Flintglas Nr. 3 . .	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373
Flintglas Nr. 30 .	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072
Crownglas Nr. 13	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684
Flintglas Nr. 23 .	1,626596	1,628469	1,633667	1,640945	1,646756	1,658848	1,669686

Einige andere Messungen mögen noch angeführt werden, welche sich theilweise bis ins Ultraviolett hineinerstrecken. Es sind dies die Messungen von Mascart am Flint- und Crownglas von Rossette bei der Temperatur 16,5°, die Messungen am Quarz von Mascart und Esselbach und die Messungen am Diamant von Schrauf, am Steinsalz von Stefan. Die folgenden Resultate sind entnommen aus den „Physikalisch-Chemischen Tabellen" von Landolt und Börnstein, 1883.

Brechende Substanz	Flintglas von Rossette	Crownglas von Rossette	Quarz gem. von Mascart	Quarz gem. von Esselbach	Diamant von Schrauf	Steinsalz von Stefan
A	1,60927	1,52814	1,53902	—	—	1,53663
B	1268	3011	4099	1,5414	2,46032	3918
C	1443	3113	4188	424	—	4050
D	1929	3386	4423	446	2,46986	4418
E	2569	3735	4718	476	2,47902	4901
F	3148	4037	4966	500	—	5324
G	4269	4607	5429	546	—	6129

[1] Im §. 113 werden wir noch besonders die Brechungsquotienten verschiedener Gläser anführen, welche speciell von der Glasschmelze in Jena (Schott u. Gen.) hergestellt werden.

Brechende Substanz	Flintglas von Rossette	Crownglas von Rossette	Quarz gem. von Mascart	Quarz gem. von Esselbach	Diamant von Schrauf	Steinsalz von Stefan
H	5268	5093	5816	586	2,51425	1,56823
L	5817	5349	6019	605	—	—
M	6211	5531	6150	621	—	—
N	6921	5853	6400	646	—	—
O	1,67733	6198	6688	674	—	—
P	—	6419	1,56842	690	—	—
Q	—	1,56646	—	702	—	—
R	—	—	—	1,5737	—	—

Für die Flüssigkeiten hat Baden-Powel[1]) eine Reihe von Messungen ausgeführt. Er erhielt die folgenden Werthe.

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*z*
Cassiaöl	1,5945	1,5979	1,6073	1,6207	1,6358	1,6671	1,7025	0,1080
Schwefelkohlenstoff	1,6182	1,6219	1,6308	1,6439	1,6555	1,6799	1,7020	0,0838
Anisöl	1,5486	1,5508	1,5572	1,5659	1,5743	1,5912	1,6084	0,0598
Kreosot	1,5320	1,5335	1,5383	1,5452	1,5515	1,5639	1,5744	0,0424
Alkohol, spec. Gew. 0,815 bei 18,6° C.	1,3628	1,3633	1,3654	1,3675	1,3696	1,3733	1,3761	0,0133
Steinsalz	1,5403	1,5415	1,5448	1,5498	1,5541	1,5622	1,5691	0,0288

Die Brechungsquotienten von Salzlösungen weichen nicht bedeutend von denen des reinen Wassers ab, wie man aus der folgenden, ebenfalls den Resultaten von Baden-Powel entnommenen Tabelle sieht.

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*z*
Wasser	1,3310	1,3320	1,3336	1,3357	1,3380	1,3412	1,3448	0,0138
Lösung von Salmiak	1,3499	1,3508	1,3529	1,3552	1,3575	1,3617	1,3650	0,0151
Lösung von Salpeter	1,3457	1,3468	1,3487	1,3510	1,3533	1,3586	1,3608	0,0151
Lösung von Bittersalz	1,3434	1,3442	1,3462	1,3486	1,3504	1,3540	1,3570	0,0136
Lösung v. Glaubersalz	1,3392	1,3398	1,3419	1,3442	1,3462	1,3499	1,3528	0,0136
Lösung v. salpetersaurem Bleioxyd	1,3455	1,3461	1,3482	1,3506	1,3528	1,3568	1,3600	0,0145

Die obigen Brechungsquotienten von Wasser gelten für eine Temperatur von 18,75° C. Die übrigen Brechungsquotienten dieser Tabelle

[1]) Baden-Powel, Pogg. Ann. 69, 110.

beziehen sich auf (wahrscheinlich gesättigte) Lösungen bei einer Temperatur von 22° C.

Die von Ketteler 1865 (a. a. O.) gemessenen Brechungsquotienten einiger Gase sind die folgenden:

Name des Gases	Brechungsquotient		
	für das rothe Licht der Lithiumflamme	für das gelbe Licht der Natriumflamme	für das grüne Licht der Thalliumflamme
Gewöhnliche Luft	1,00029367	1,00029470	1,00029567
Trockene Luft . .	—	1,00029460	—
Wasserstoff . . .	1,00014228	1,00014294	1,00014356
Kohlensäure . . .	1,00044768	1,00044922	1,00045072
Cyangas	1,00077954	1,00078440	1,00078898
Schweflige Säure .	1,00068155	1,00068601	1,00069021

Die Dispersion ist bei den Gasen sehr gering; dabei ist aber das Verhältniss der Dispersion zum mittleren Brechungsquotienten von derselben Grössenordnung wie bei den festen Körpern.

Für Lithium- (Li) und Natriumlicht (Na) hat Lorenz [1]) an folgenden Dämpfen Messungen ausgeführt:

	Li	Na
Wasserdampf	—	1,000250
Alkoholdampf	1,000868	1,000873
Aetherdampf	1,001517	1,001524
Chloroformdampf	1,001435	1,001442
Schwefelkohlenstoffdampf	1,001460	1,001480

114 **Die relative Lage der Farben, bezw. der Fraunhofer'schen Linien in den Spectren verschiedener Substanzen (normale und anomale Dispersion).** Entwirft man mittelst mehrerer Prismen, welche zwar den gleichen brechenden Winkel besitzen, aber aus verschiedenen Substanzen, z. B. aus Flintglas, Crownglas und Wasser gebildet sind, reine Sonnenspectra auf einem Schirme, so erscheinen dieselben von verschiedener Länge, ungefähr so, wie es Fig. 187 darstellt.

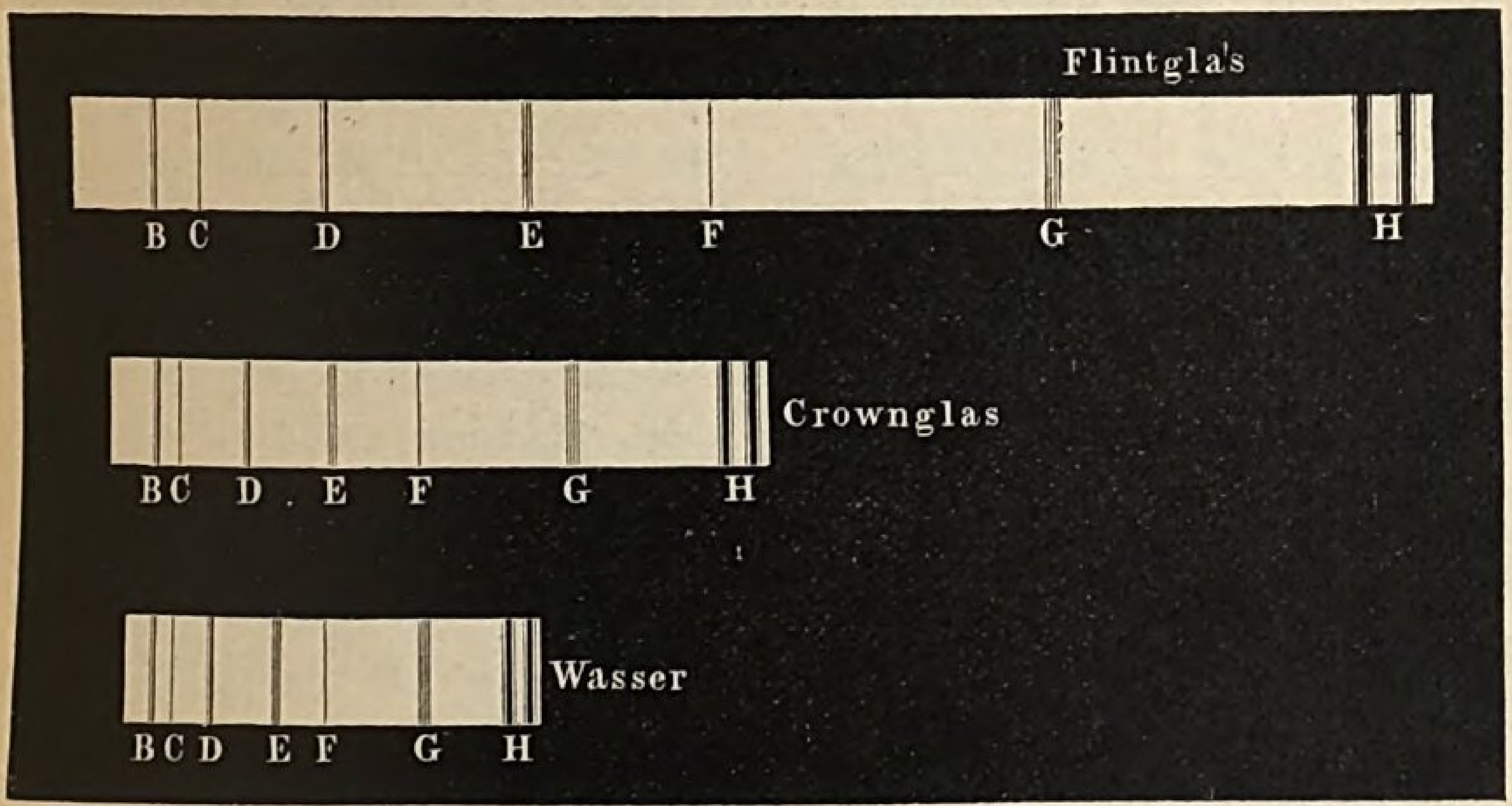
Es ist nun stets möglich, diese Spectra auf gleiche Länge zu bringen, sei es durch Veränderung des brechenden Winkels, sei es durch Drehung der Prismen, sei es durch Aenderung des Schirmabstandes. Wir denken uns, um einem möglichen Einwurfe zu begegnen, das letzte Mittel zur

[1]) Siehe Landolt-Börnstein'sche Tabellen, S. 204.

Anwendung gebracht, weil wir bei demselben sicher sind, dass alle Theile des betreffenden Spectrums genau gleichmässig vergrössert oder verkleinert werden.

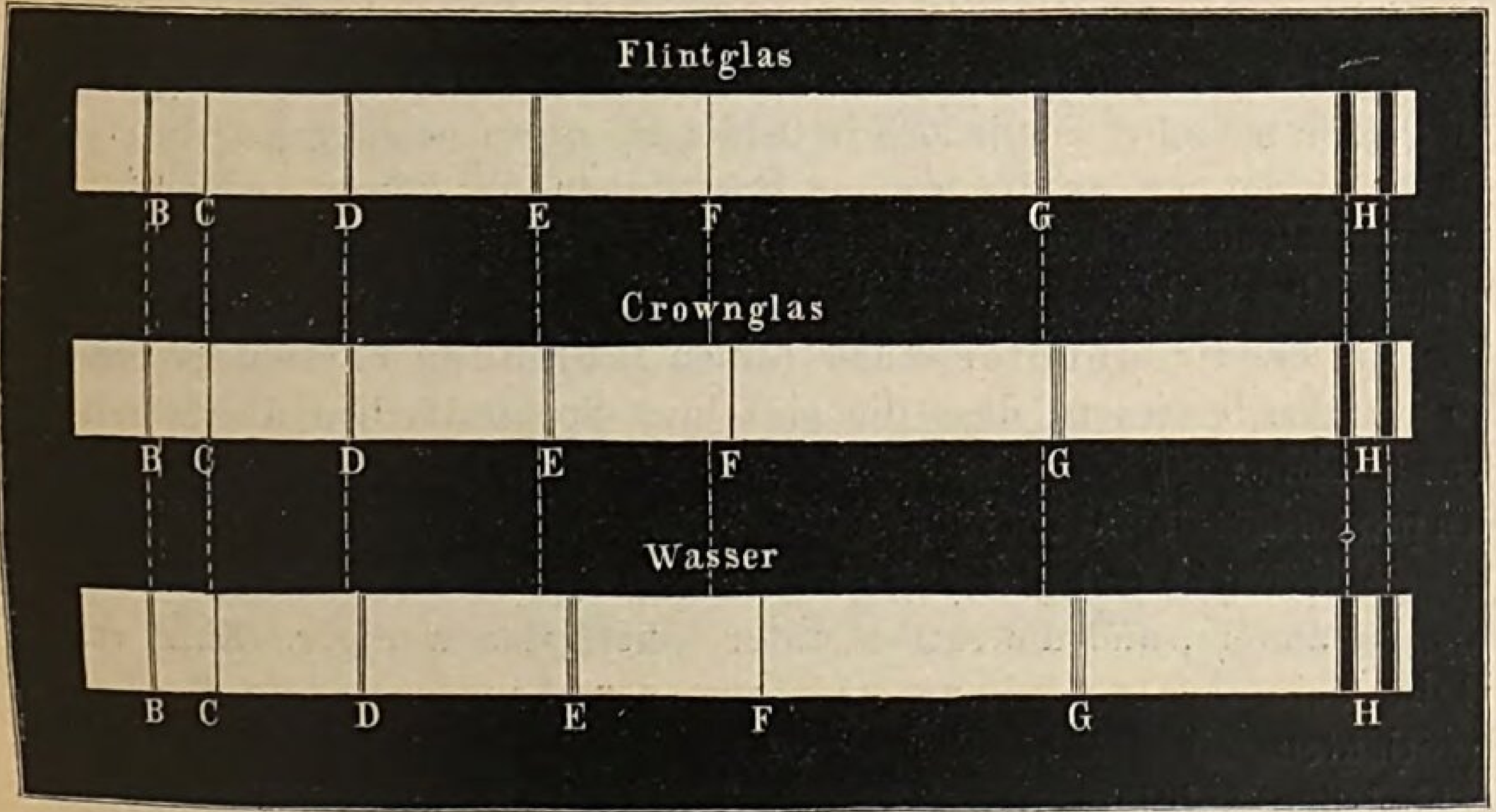
Denken wir uns nun diese drei Spectra, nachdem wir sie auf die gemeinschaftliche Länge des Flintglasspectrums gebracht haben, parallel

Fig. 187.



so über einander angeordnet, dass die Linien *B* und *H* in eine Verticale zu liegen kommen, so erhalten wir ungefähr den Anblick der Fig. 188, aus welcher wir ersehen, dass die Spectra durchaus nicht identisch sind.

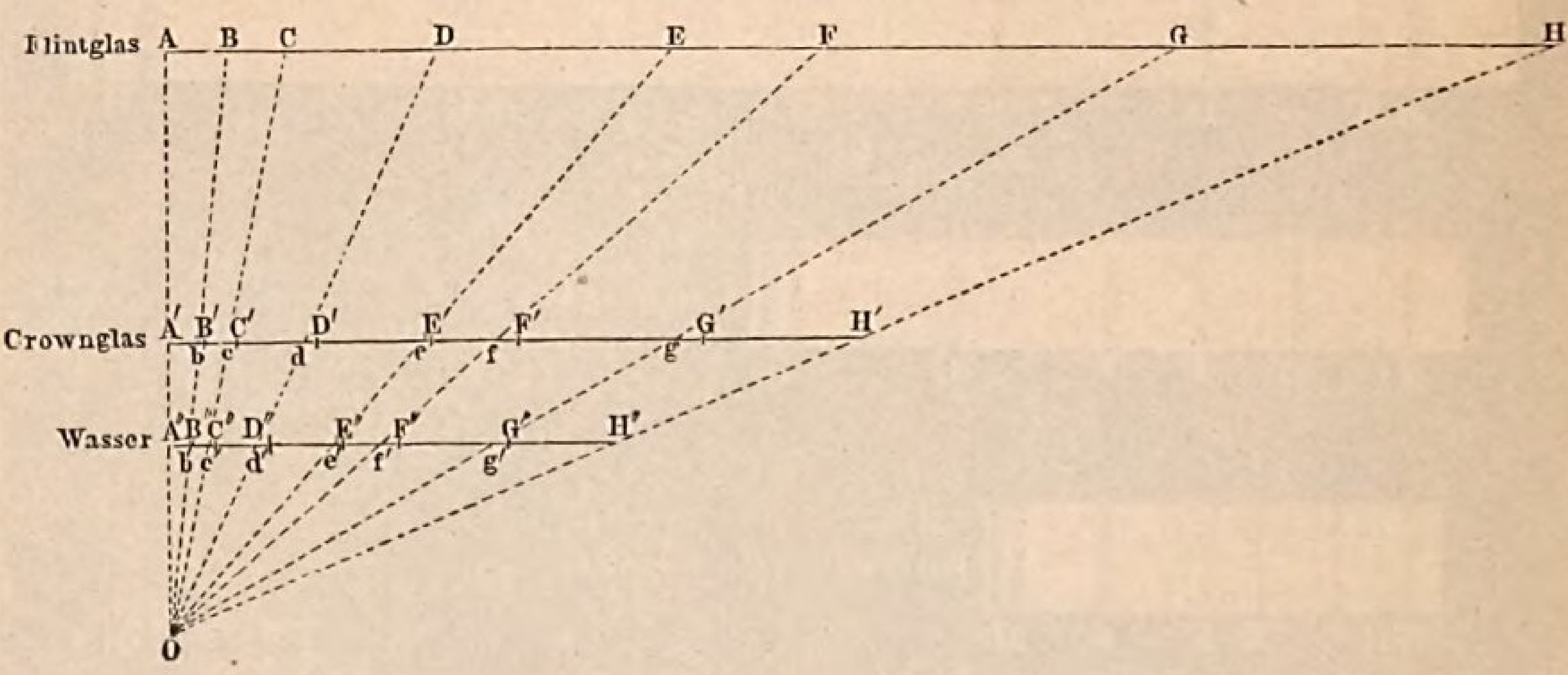
Fig. 188.



Von *F* bis *B* ist im Wasserspectrum so weit als von *F* bis *H*, im Crownglasspectrum ist *B F* kleiner als *F H*, im Flintglasspectrum noch kleiner. Das Flintglas zerstreut also verhältnissmässig mehr den brechbareren Theil, das Wasser mehr den minder brechbaren Theil des Spectrums.

Ohne die Spectren der verschiedenen Prismen auf gleiche Länge zu reduciren, könnten wir mittelst der Construction der Fig. 189 diesen Sachverhalt darstellen. Es stelle AH das Flintglasspectrum vor. Wir ziehen $AO \perp AH$ und verbinden den beliebigen Punkt O der Linie AO mit H. Es muss dann immer möglich sein, die kürzeren Spectra des Crownglases und des Wassers parallel zu AH so in die Zeichnung einzutragen, dass die Enden A', A'' und H', H'' in die Verbindungs-

Fig. 189.



linien AO und HO zu liegen kommen. Wäre nun die innere Anordnung der Fraunhofer'schen Linien in allen Spectren eine proportionale, so müssten dieselben beim Crownglasspectrum auf die Durchschneidungspunkte von BO, CO, DO etc. mit $A'H'$, welche Punkte mit b, c, d etc. bezeichnet sind, zu liegen kommen. Ebenso müssten im Wasserspectrum die Punkte b', c', d' etc. die Orte der Fraunhofer'schen Linien sein. Dieselben befinden sich jedoch in beiden Spectren nach rechts verschoben, ungefähr so, wie es die grossen Buchstaben der Figur andeuten. Bei den Spectren anderer Substanzen ist die Anordnung im Allgemeinen wieder eine andere.

Da die Fraunhofer'schen Linien fehlenden Farben entsprechen, so ist also bewiesen, dass die einzelnen Spectralfarben durch Prismen von gleichem brechenden Winkel, aber verschiedener Substanz unproportionale Ablenkungen erleiden. Lenken zwei solche Prismen die gelbe Farbe (D) gleichviel ab, so das eine die blauen Strahlen mehr als das andere, und die rothen unter Umständen weniger. Kurz, es besteht kein Zusammenhang zwischen der Aenderung des Brechungsquotienten mit der Farbe bezw. der Wellenlänge des Lichtes bei verschiedenen Substanzen. Kennt man diesen Zusammenhang [1]) für eine Substanz, so nicht zugleich für eine andere Substanz.

[1]) Wie man diesen Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Brechungsquotient für eine Substanz findet und berechnet wird in einem späteren Paragraphen d. Cap. erläutert.

Anders verhält es sich bei den von Gittern entworfenen Spectren (siehe Beugung des Lichtes). Hier ist stets die Ablenkung der Wellenlänge proportional, und zwar für jedes Gitter. Zum Unterschiede der Prismenspectren nennt man die Gitterspectra normale Spectra.

Bei der Zerstreuung durch Brechung gestaltet sich das Verhältniss zwischen Wellenlänge und Brechungsquotienten noch unregelmässiger, wenn man ausser den bisher betrachteten durchsichtigen Substanzen auch undurchsichtige, oder solche mit Oberflächenfarben betrachtet. Bei ersteren ist, wie die Tabellen des vorigen Paragraphen lehren, wenigstens insofern ein gesetzmässiger Verlauf der Dispersion zu erkennen, als stets die violetten Strahlen stärker abgelenkt werden, wie die rothen Strahlen. Seit den Entdeckungen von Christiansen 1870, Soret und Kundt ist auch dieses Dispersionsgesetz nicht mehr gültig, wenn die brechende Substanz halb durchsichtig, undurchsichtig oder gefärbt erscheint, d. h. wenn gewisse Strahlen stark absorbirt werden. Bei solchen gefärbten Substanzen ist sogar die Reihenfolge der Farben eine andere, als die des Regenbogens; Roth wird bei den meisten derselben stärker abgelenkt als Blau. Diese Erscheinung wird Anomale Dispersion genannt und gehört unbedingt zu den bemerkenswerthesten physikalischen Entdeckungen der letzten Decennien.

Christiansen machte seine ersten Beobachtungen an einer weingeistigen Lösung von Fuchsin (Anilinroth) von 18,8 Proc. Gehalt. Diese Lösung gab als Prisma angewendet bei der Brechung folgende Anordnung der Farben: Am wenigsten abgelenkt erschien Violett, dann folgte Roth, dann Gelb, welches am meisten abgelenkt wurde. Der grüne und blaugrüne Theil war ganz absorbirt. Denkt man sich aus einem normalen Spectrum den mittleren grünen Theil herausgeschnitten und dann die beiden Reste vertauscht, so erhält man eine ungefähre Vorstellung des anomalen Fuchsinspectrums. Genaueren Aufschluss liefert die Angabe des Brechungsquotienten der Fraunhofer'schen Linien, welche nach Christiansen für verschieden concentrirte Lösungen folgende sind:

Linie	Brechungsquotient einer Fuchsinlösung von				
	18,8 Proc.	17 Proc.	8 Proc.	2,5 Proc.	0 Proc. (Alkohol)
	1,450	1,426	—	1,384	1,363
C	1,502	1,493	1,456	—	—
D	1,561	1,548	1,502	1,419	1,365
E	—	—	—	—	1,368
F	1,312	1,344	1,372	1,373	1,370
G	1,285	1,322	1,354	1,367	1,373
H	1,312	1,344	1,372	1,373	1,376

Man sieht aus dieser Tabelle, wie die normale Anordnung der Werthe des Brechungsquotienten desto mehr in eine anomale übergeht, je concentrirter die Lösung genommen wird. Bei 18,8 proc. Lösung hat die Linie D (Gelb) den grössten Brechungsquotienten: 1,561. Die Linien F und H (Blau und Violett) haben den kleinsten: 1,312.

Bei schwachen, wenig gefärbten Lösungen wird die anomale Dispersion durch die normale des Lösungsmittels verdeckt, bei stärkeren Lösungen ist die Färbung so intensiv, dass fast kein Licht mehr durchgelassen wird, weshalb Christiansen genöthigt war, Prismen von sehr kleinem brechenden Winkel (etwas über 1⁰) anzuwenden.

Die hieraus folgende Schwierigkeit der Beobachtung hat Soret dadurch beseitigt, dass er die verdünnten, noch hinreichend durchsichtigen Lösungen in Glasprismen von grösserem brechenden Winkel (30⁰) einfüllte, diese jedoch in Glasgefässe mit parallelen Wänden, welche mit dem Lösungsmittel gefüllt waren, eintauchte. Hierdurch wurde offenbar die Dispersion der Lösungsmittel aufgehoben und es kam nur die des gelösten Farbstoffes zur Wirkung. Es zeigten dann auch wenig concentrirte Lösungen von Fuchsin die anomale Dispersion, indem z. B. das Violett kaum, das Roth um 6′, das Gelb um 16′ von der Kante weg abgelenkt wurde.

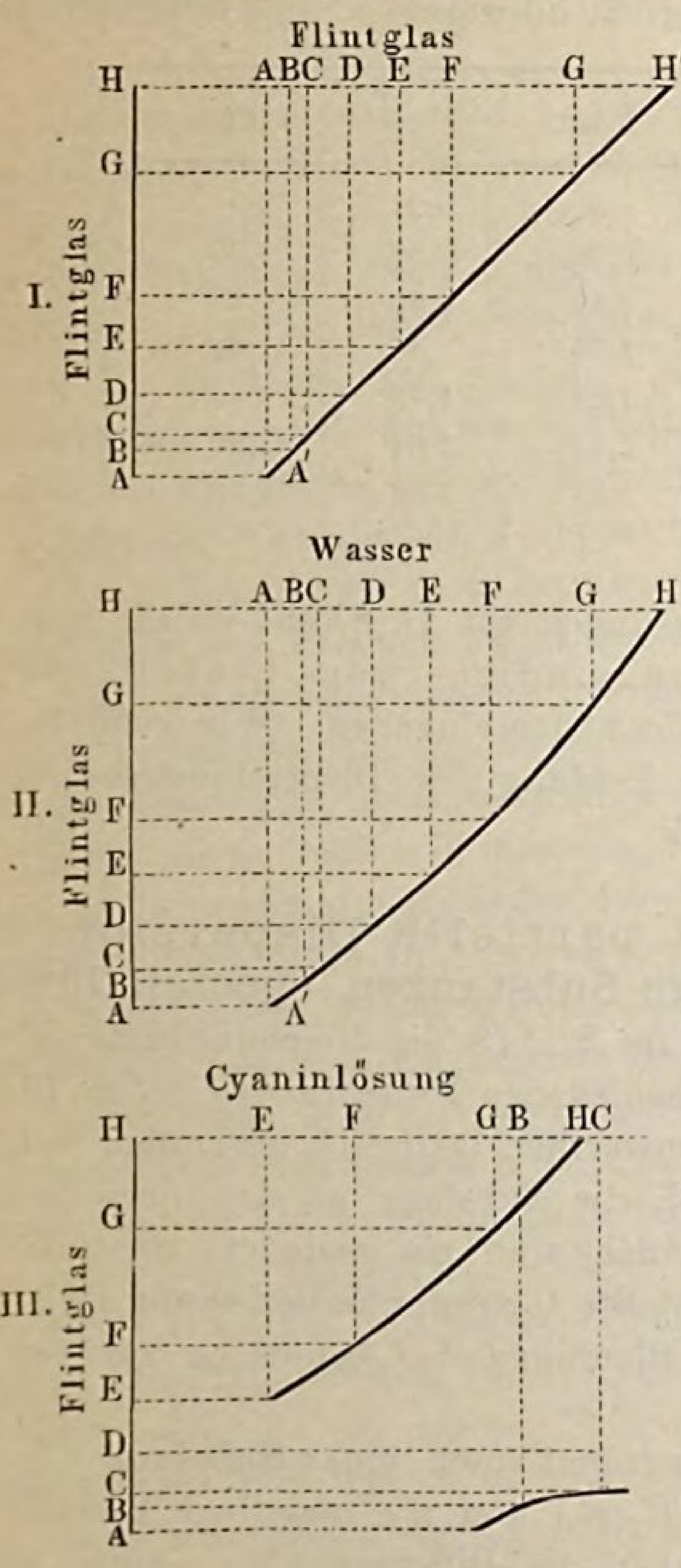
A. Kundt wurde durch theoretische Erwägungen auf die Vermuthung geführt, dass alle Körper mit sogenannten „Oberflächenfarben“, welche in ihrer Lösung eine starke Absorption eines Theiles des Spectrums zeigen, auch anomale Dispersion veranlassen. Es gelang ihm hierdurch, die Liste der anomal zerstreuenden Flüssigkeiten sehr zu erweitern. Es gehören in dieselbe die Lösungen von Anilinroth, Anilinblau, Anilinviolett, Anilingrün, Cyanin, Muroxyd, Orsellin, Lackmus, Hämatin, Chlorophyll, übermangansaurem Kali, Jod (in einer Mischung von Chloroform und Schwefelkohlenstoff), Blauholz-, Rothholz-, Sandelholzextract. Von festen Körpern zeigt anomale Dispersion insbesondere das mit Kobalt blau gefärbte Boraxglas.

A. Kundt bediente sich bei seiner Untersuchung insbesondere auch der (zuerst von Newton angewandten) „gekreuzten Spectra“ (Spectra gekreuzter Prismen). Wir wollen hier im Zusammenhange die Form der Spectra kennen lernen, die durch Kreuzung eines Flintglasprismas mit einem eben solchen, dann mit einem Wasserprisma und endlich mit einem Prisma aus concentrirter Cyaninlösung entstehen. In Fig. 190 I stelle AH ein schmales verticales Spectrum vor, wie es durch ein Flintglasprisma mit abwärts gerichteter horizontaler Kante auf einem Schirme entworfen wird. Dieses linienförmige Spectrum diene statt einer verticalen Lichtspalte, indem wir dasselbe mittelst eines zweiten verticalen Flintglasprismas derselben Glassorte, dessen Kante nach rechts gerichtet ist, ansehen. Es erscheint das schiefe, geradlinige Spectrum $A'H'$.

Nehmen wir jetzt statt des zweiten Flintglasprismas ein ebenso gestelltes Wasserprisma mit entsprechend grösserem Kantenwinkel, so

erhalten wir das schiefe, bogenförmige Spectrum $A'H'$ in Fig 190 II. Vertauschen wir endlich das Wasserprisma durch ein solches aus einer Cyaninlösung, so erhalten wir das aus zwei getrennten gekrümmten Theilen bestehende Spectrum der Fig. 190 III. Diese Figuren sind nur schematisch richtig gezeichnet, die Abweichungen in etwas verstärktem Maasse wiedergegeben. Es ist leicht einzusehen, dass die mit den Buchstaben bezeichneten horizontalen Linien die Anordnung der Spectra darstellen, welche direct beim Schauen durch ein Prisma aus Flintglas, Wasser und Cyaninlösung auf einen leuchtenden Punkt erhalten würden.

Fig. 190.



Bei Substanzen, welche nicht bloss einen Theil des Spectrums absorbiren, sondern mehrere Absorptionsstreifen liefern, besteht das durch gekreuzte Prismen entstehende Spectrum aus mehreren getrennten bogenförmigen Stücken. Jedesmal zeigt sich dabei die Eigenthümlichkeit, dass, wenn man sich vom (gewöhnlich) rothen Ende des Spectrums dem Absorptionsstreifen nähert, der Brechungsquotient der Strahlen immer rascher zunimmt (die Ablenkung also wächst), während derselbe (also auch die Ablenkung) für die Farben am anderen Rande des Streifens stets kleiner erscheint.

Auch einzelne Dämpfe zeigen anomale Dispersion. Am Joddampf ward, wie S. 251 erwähnt, von Leroux[1]) schon im Jahre 1861 die Eigenthümlichkeit der anomalen Dispersion festgestellt, ohne dass diese Entdeckung weiter beachtet wurde.

Später hat dann Kundt gezeigt, dass auch der Natriumdampf anomal zerstreut, und nach ihm beobachteten Mascart und Hurion die anomale Dispersion an vielen anderen Dämpfen.

[1]) Le Roux, Compt. rend. 51, 1861.

Neuerdings hat Kundt[1]) und nach ihm du Bois[2]), Rubens und Daniel Shea[3]) sehr interessante Bestimmungen an Metallen ausgeführt. Kundt gelang es nach der schon S. 84 erwähnten elektrischen Zerstreuungsmethode, von verschiedenen Metallen so dünne prismatische Schichten auf Glas zu erzeugen, dass sie durchsichtig waren. Auf die geschickte Weise, wie Kundt die durch solche dünne Prismen (brechender Winkel sechs Minuten) hervorgebrachte Ablenkung des Spaltbildes am Spectrometer misst, wollen wir lediglich hinweisen. Seine Resultate sind:

	Roth	Weiss	Blau
Silber	—	0,27	—
Gold	0,38	0,58	1,00
Kupfer	0,45	0,65	0,95
Platin	1,76	1,64	1,44
Eisen	1,81	1,73	1,52
Nickel	2,17	2,01	1,85
Wismuth	2,61	2,26	2,13

Auf die sehr sorgfältigen Messungen von D. Shea, welche sich auf die Abhängigkeit der Brechungsindices vom Einfallswinkel beziehen, können wir ebenfalls nicht näher eingehen. Wir kommen auf dieselben bei der experimentellen Prüfung der Dispersionstheorien im letzten Paragraphen d. Cap. zurück.

115 **Totale, relative und partielle Dispersion und ihre Zahlenwerthe für einige Substanzen, speciell für die Jenaer Gläser.** Wir haben im §. 113 die Brechungsindices verschiedener Substanzen für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien kennen gelernt. Aus diesen Zahlenwerthen lässt sich erkennen, welches der Verlauf der Dispersion ist, ob die Substanz zu den normal oder anomal dispergirenden gehört. Auch sind sie geeignet, die im vorletzten Paragraphen d. Cap. aufgestellte theoretische Beziehung zwischen dem Brechungsindex und der Wellenlänge des benutzten Lichtes zu prüfen.

Sind n_B und n_C die Brechungsquotienten einer Substanz für die Fraunhofer'schen Linien B und C, n'_B und n'_C dieselben Werthe für eine andere Substanz, so heisst man die Differenzen $n_C - n_B$, sowie $n'_C - n'_B$ ihre partiellen Dispersionen, und den Quotienten $\frac{n_B - n_C}{n'_B - n'_C}$ das Verhältniss der partiellen Dispersion. Bildet man letztere

[1]) A. Kundt, Berliner Acad. Berichte 1888, und Wied. Ann. **34**, 469, 1888, und **36**, 824, 1889.

[2]) Du Bois und Rubens, Ber. d. Berl. Akad. **38**, 1890.

[3]) Daniel Shea, Wied. Ann. **47**, 177 bis 202.

z. B. für die Substanzen Flintglas Nr. 13 und Wasser einerseits, und für die Substanzen Flintglas Nr. 13 und Terpentinöl, und zwar für je zwei benachbarte Fraunhofer'sche Linien, so erhält man folgende Tabelle:

	$C-B$	$D-C$	$E-D$	$F-E$	$G-F$	$H-G$
Flintglas Nr. 13 (Wasser) . . .	2,486	2,871	3,073	3,193	3,640	3,726
Flintglas Nr. 13 (Terpentinöl) . . .	1,868	1,844	1,883	1,843	1,861	1,899

Aus diesen Zahlen ersieht man, dass die Verhältnisse der partiellen Dispersionen für die beiden ersteren Substanzen in den verschiedenen Spectralregionen sehr verschieden sind, während sie für die beiden letzteren Substanzen nahe constant sind. Entwirft man daher mit den letzteren ein gleich langes Spectrum, so decken sich die Fraunhofer'schen Linien längs des ganzen Spectrums; während bei den beiden ersteren Substanzen der blaue Theil des Flintglasspectrums relativ viel länger ist als derjenige des Wasserspectrums. Die Wichtigkeit dieses Verlaufes der Verhältnisse der partiellen Dispersionen oder des Ganges der Dispersion, wie man kurz sagt, werden wir bei Besprechung der Achromasie von Prismen und Linsencombinationen kennen lernen.

Man braucht aber ausser der partiellen Dispersion noch andere abgeleitete Begriffe, um die Brauchbarkeit der verschiedenen Substanzen für die praktische Optik möglichst deutlich erkennbar zu machen. In der praktischen Optik will man die für Nullstrahlen und einfarbiges Licht entwickelten Abbildungsgesetze durch Strahlenkegel von endlichem Querschnitt und weissen Lichtes verwirklichen. Substanzen, bezw. optische Gläser zu finden, welche durch Combination geeignet sind, die eine oder andere erst später aufzustellende Bedingung zu erfüllen, ist die Aufgabe des praktischen Optikers. Dazu ist vor Allem eine klare Uebersicht der schon vorhandenen Substanzen in Bezug auf ihre Eigenschaften wünschenswerth; Abbe hat auch die Zahlenangaben spectrometrischer Messungen in einer Form eingeführt, welche ohne viel Rechnung den Ueberblick über die Leistung der Gläser erleichtert. Als Beispiel mögen hier nur einige Resultate aus dem Preisverzeichnisse der Glasschmelzerei angeführt werden, während wir die zur Erklärung von Abbe gegebene Einleitung wegen ihrer Wichtigkeit wörtlich abdrucken wollen.

Zur Kennzeichnung der optischen Eigenschaften der Glasarten sind hier fünf helle Linien des Spectrums benutzt, welche sich mittelst künstlicher Lichtquellen jederzeit leicht herstellen lassen, nämlich die rothe Kali-Linie ($K\alpha$), die Natronlinie ($N\alpha$) und die drei hellen Linien des Wasserstoffspectrums $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$. Da drei von diesen mit den Fraunhofer'schen Linien C, D, F des Sonnenspectrums identisch sind, und die beiden anderen, $K\alpha$ und $H\gamma$, den Fraunhofer'schen Linien A

und G sehr nahe liegen, so sind im Folgenden diese Linien mit den Buchstaben A', C, D, F, G' bezeichnet[1]).

Die Resultate der nach der Abbe'schen Methode ausgeführten spectrometrischen Messungen sind in der Art zusammengestellt, dass der absolute Werth des Brechungsindex nur für die D-Linie angegeben ist, zur Kennzeichnung der Dispersion aber die Differenzen der Brechungsindices für die vier Intervalle CF, $A'D$, DF, FG' dienen. Die Dispersionswerthe sind, entsprechend der Genauigkeit der Messungen, auf fünf Stellen angegeben, während der Brechungsindex für D nur auf vier Decimalen bestimmt ist.

Da das Intervall CF den mittleren lichtstarken Theil des Spectrums umfasst, so wird durch dasselbe die mittlere Dispersion der verschiedenen Glasarten ausreichend charakterisirt und durch das Verhältniss dieser zum Werthe der Differenz $n_D - 1$ (da die Linie D der hellsten Stelle des sichtbaren Spectrums sehr nahe liegt) ein angemessener Zahlenausdruck für die sogenannte relative Dispersion $\left(\frac{\Delta n}{n-1}\right)$ gewonnen. Diese letztere ist in der Tabelle, um übersichtliche Zahlen zu erhalten, mit ihrem reciproken Werthe — durch den Buchstaben ν bezeichnet — in der Spalte neben der mittleren Dispersion angeführt. Die ganze Reihe der Glasarten ist zugleich nach der Grösse dieser Zahl ν — vom grössten Werthe zum kleinsten, also von der kleinsten relativen Dispersion zur grössten fortschreitend — geordnet, weil die Bedingungen für die Achromatisirung einer Glasart vermittelst einer anderen wesentlich durch diese Werthe und ihre Unterschiede bestimmt sind, der optische Charakter einer Glasart hinsichtlich der Achromatisirung also in jener Zahl ν am unmittelbarsten zum Ausdrucke kommt.

Die Dispersionswerthe für die drei Intervalle $A'D$, DF, FG' endlich gewähren Kennzeichen für den Gang der Dispersion, d. h. für die Verhältnisse der partiellen Dispersion in den verschiedenen Regionen des Spectrums und bieten die erforderlichen Anhaltspunkte zur Beurtheilung

1) Die Wellenlängen der benutzten Linien sind in Mikro-Millim.

A' Mitte der Doppellinie	C	D Mitte der Doppellinie	F	G'
0,7677	0,6563	0,5893	0,4862	0,4341

Mit Hülfe dieser Daten kann die Dispersion für jedes andere Intervall im Spectrum, dessen Grenzen Linien von bekannten Wellenlängen sind, durch Interpolation — am bequemsten graphische Interpolation mit den Reciproken der Wellenlänge als Abscissen — so genau ermittelt werden, als es für praktische Zwecke ein Interesse hat.

des Grades der Achromasie, der durch Combination von irgend zwei Glasarten erreicht werden kann. Um eine bequeme Uebersicht zu ermöglichen, sind unterhalb der Dispersionswerthe in derselben Spalte mit kleineren Ziffern die Zahlen angeführt, welche sich ergeben, wenn die betreffende partielle Dispersion durch den Betrag der mittleren Dispersion für das Intervall CF dividirt wird.

Eine Vergleichung dieser Quotienten bei zwei verschiedenen als Crown und Flint zu verwendenden Glasarten lässt sofort erkennen, von welcher Art und Grösse das secundäre Spectrum ist, welches die Achromatisirung dieser beiden Glasarten durch einander übrig lassen muss. Ein grösserer Werth des ersten (auf das Intervall $A'D$ bezüglichen) Quotienten bezeichnet eine relative Verlängerung des Roth, ein grösserer Werth des dritten (auf das Intervall FG' bezüglichen) eine relative Verlängerung des Blau in dem Spectrum des betreffenden Glases. Die Unterschiede der entsprechenden Quotienten bei zwei Glasarten geben also das Maass der grösseren oder geringeren Disproportionalität ihrer Dispersionen; die Gleichheit entsprechender Quotienten aber beweist die Möglichkeit einer Achromatisirung ohne secundäre Farbenabweichung, wofern die Werthe des ν bei den betreffenden Glasarten genügend verschieden sind, um ihre Verbindung als Crown- und Flintglas zu gestatten.

Die umstehende Tabelle lehrt zunächst, dass die Dispersion nicht proportional dem Brechungsindex wächst, da es Gläser giebt, welche bei gleichem mittlerem Index (n_D) doch ein sehr verschiedenes ν besitzen. Aber auch unter den anderen Substanzen giebt es deren von der genannten Eigenschaft. Damit ist nachgewiesen, dass man Brechung ohne Farbenzerstreuung erzielen, also achromatische Prismen bezw. Linsen herstellen kann (siehe den nächsten Paragraphen).

Betrachten wir die Substanzen in Bezug auf ihre partiellen Dispersionen näher, so lehrt die Tabelle auf einen Blick, dass es deren giebt, welche bei annähernd gleicher relativer Dispersion (oder der Zahl ν) beträchtliche Unterschiede in den Verhältnissen der partiellen Dispersion zeigen [vergl. die Gläser O. 138 (5) und S. 52 (6); O. 152 (8) und S. 8 (9); S. 7 (11) und O. 154 (12) der Tabelle]. Umgekehrt finden wir Gläser, welche bei beträchtlicher Verschiedenheit der mittleren relativen Dispersionen (ν) **gleiche Verhältnisse der partiellen Dispersion**, oder in anderen Worten, einen proportionalen Gang der Dispersion haben. Solche Gläser sind die folgenden: O. 225 (1) und S. 35 (7); S. 40 (2) und S. 35 (7); S. 30 (3) und S. 8 (9); O. 60 (4) und O. 164 (10). Derlei Glassorten gestatten eine Achromasie ohne secundäres Spectrum, d. h. die Vereinigung von drei Farben. (Näheres siehe im folgenden Paragraphen.)

Es muss hervorgehoben werden, dass solche Glasarten früher nicht existirten. Das Verdienst von Abbe und Schott ist nicht hoch genug anzuschlagen, wenn man bedenkt, dass man vor ihnen zur Combination

Laufende Nr.	Fabrikations-Nr.	Benennung	Brechungsindex für D	Mittlere Dispersion C bis F	$\nu = \frac{n-1}{\Delta n}$	Partielle Dispersion			Specif. Gewicht	Preis pr. kg Mk.
						A' bis D	D bis F	F bis G'		
1	O. 225	Leichtes Phosphat-Crown . .	1,5159	0,00737	70,0	0,00485 0,658	0,00515 0,698	0,00407 0,552	2,58	70
2	S. 40	Mittleres Phosphat-Crown .	1,5590	0,00835	66,9	0,00546 0,654	0,00587 0,702	0,00466 0,557	3,07	60
3	S. 30	Schweres Baryum-Phosphat-Crown	1,5760	0,00884	65,2	0,00570 0,644	0,00622 0,703	0,00500 0,565	3,35	75
4	O. 60	Kalk-Silicat-Crown	1,5179	0,00860	60,2	0,00553 0,643	0,00605 0,703	0,00487 0,566	2,49	11
5	O. 138	Silicat-Crown mit höh. Brech.-Index	1,5258	0,00872	60,2	0,00560 0,642	0,00614 0,704	0,00494 0,566	2,53	12
6	S. 52	Leichtes Borat-Crown	1,5047	0,00840	60,0	0,00560 0,667	0,00587 0,700	0,00466 0,555	2,24	60
7	S. 35	Borat-Flint	1,5503	0,00996	55,2	0,00654 0,656	0,00699 0,702	0,00561 0,563	2,56	60
8	O. 152	Silicat-Glas	1,5368	0,01049	51,2	0,00659 0,628	0,00743 0,708	0,00610 0,582	2,76	10
9	S. 8	Borat-Flint	1,5736	0,01129	50,8	0,00728 0,645	0,00795 0,704	0,00644 0,571	2,82	60
10	O. 164	Borosilicat-Flint	1,5503	0,01114	49,4	0,00710 0,637	0,00786 0,706	0,00644 0,578	2,81	45
11	S. 7	Borat-Flint	1,6086	0,01375	44,3	0,00864 0,628	0,00974 0,708	0,00802 0,583	3,17	60
12	O. 154	Leichtes Silicat-Flint . . .	1,5710	0,01327	43,0	0,00819 0,617	0,00943 0,710	0,00791 0,596	3,16	10
13	S. 17	Schweres Borat-Flint	1,6467	0,01591	40,6	0,00990 0,622	0,01128 0,709	0,00937 0,589	3,51	60
14	S. 10	Schweres Borat-Flint	1,6797	0,01787	38,0	0,01097 0,614	0,01271 0,711	0,01062 0,594	3,81	60
15	O. 198	Sehr schweres Silicat-Flint .	1,7782	0,02941	26,5	0,01719 0,584	0,02120 0,721	0,01868 0,635	4,99	45
16	S. 57	Schwerstes Silicat-Flint . .	1,9626	0,04882	19,7	0,02767 0,567	0,03547 0,726	0,03252 0,666	6,33	50

fester und flüssiger Substanzen schritt, um achromatische Combinationen ohne secundäres Spectrum herzustellen. Wie misslich aber eine solche Verbindung bei ihrer Abhängigkeit von der Temperatur ist, leuchtet wohl ohne Weiteres ein. Als Beispiele für solche Combinationen sei die Verbindung von Flintglas Nr. 13 und Terpentinöl angeführt (siehe Tabelle auf S. 252). Ferner sei erwähnt, dass auch Steinsalz und Diamant eine vorzügliche Combination in Bezug auf gleichen Gang der Dispersion bilden.

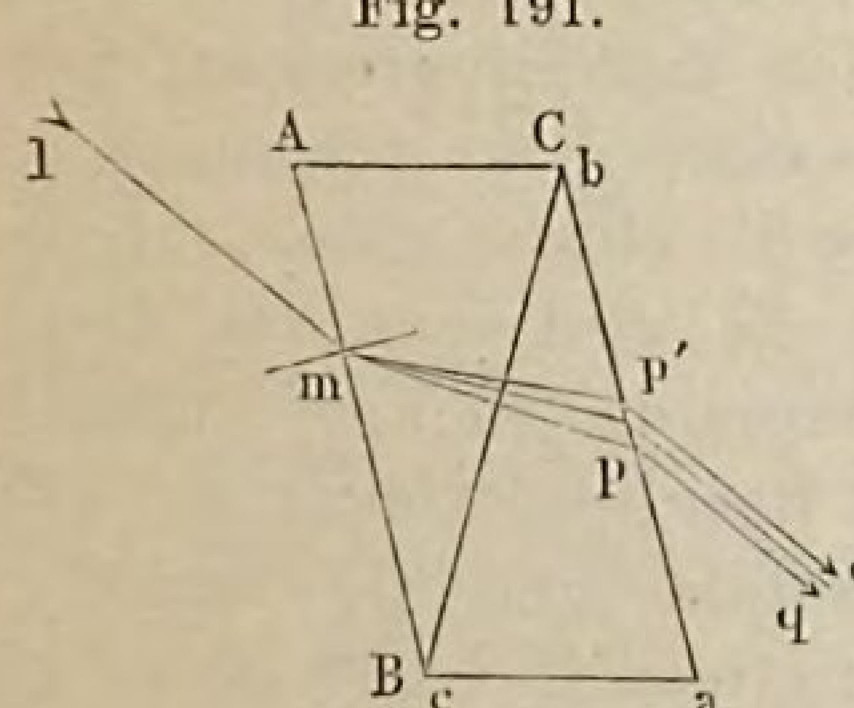
Combination mehrerer Prismen (achromatische und geradsichtige Prismen). 116 Bisher haben wir mehrere Prismen nur so combinirt, dass sie den Zerstreuungswinkel zweier Farben vergrössern; dies geschieht dadurch, dass man die Prismen in gleicher Weise anordnet (Fig. 159). Die durch das erste Prisma hervorgerufene Ablenkung und Zerstreuung wird also durch das zweite Prisma vermehrt u. s. w. Je mehr Prismen in dieser Weise verbunden werden, um so grösser ist die Ablenkung einer Farbe, um so grösser ist die Differenz der Ablenkungen zweier Farben, d. h. deren Zerstreuungswinkel.

Hier wollen wir andere Prismencombinationen betrachten, bei denen die einzelnen Prismen eine entgegengesetzte Lage haben, wie es Fig. 191 für zwei Prismen darstellt.

Welches sind die hierdurch zu erzielenden Wirkungen?

Der einfachste Fall ist der, dass beide Prismen denselben brechenden Winkel haben, aus gleicher Substanz geschnitten und mit den Flächen BC und ab (Fig. 191) zusammengekittet sind [1]). Die Combination $AbcB$ verhält sich dann wie eine planparallele Platte, jeder bei AB auffallende Strahl lm verlässt bc parallel seiner Einfallsrichtung ($pq \parallel lm$). Dies gilt für jede Farbe des Strahles lm. Ist lm also ein weisser Strahl, so zerlegt derselbe sich bei m in seine farbigen Bestandtheile (z. B. gehen die rothen Strahlen längs mp, die violetten längs mp'), welche trotz der verschiedenen Richtungen im Inneren der Prismencombination alle einander parallel austreten ($p'q' \parallel pq \parallel lm$). In Folge der gleichen Richtung der Strahlen $p'q'$ und pq ist die farbige Zerlegung nicht sichtbar, da die verschiedenfarbigen Strahlen in ihrem Vereinigungspunkte auf der Netzhaut oder im Fernrohre Weiss ergeben [2]). Da man es

Fig. 191.



[1]) Der Kitt (Canadabalsam oder Cedernholzöl) habe denselben Brechungsquotienten wie das Glas der Prismen.

[2]) Nur wenn ein enger Spalt als Lichtquelle l angewendet und ein ebenfalls enger Spalt bei q oder q' aufgestellt wird, kann man die Farben trennen und sogar die Fraunhofer'schen Linien beobachten. Dies benutzte Bernard

aber nicht mit einem Strahle lm, sondern mit einem Bündel von Strahlen zu thun hat, so überlagern sich die einzelnen Farben und treten als weisse wieder aus. Um dies leicht zu übersehen, denke man sich umgekehrt pq und $p'q'$ als weisse einfallende Strahlen. Von pq tritt der rothe Strahl längs ml aus, von $p'q'$ dagegen der violette; von den zwischen pq und $p'q'$ verlaufenden Strahlen müssen demnach alle Strahlen zwischen Roth und Violett ebenfalls entlang ml verlaufen. Demnach wird ml ein weisser austretender Strahl, dies gilt für jeden Strahl ml des austretenden Büschels (abgesehen von den Randstrahlen), so dass zu einem weissen einfallenden Cylinderbüschel wieder ein weisses austretendes Cylinderbüschel gehört.

Sind die brechenden Winkel der beiden aus gleicher Substanz geschnittenen Prismen nicht dieselben, so verhält sich die Combination wie ein einfaches Prisma; der Strahl wird nach der Basis des Prismas mit grösserem brechenden Winkel abgelenkt, und die Farbenzerstreuung richtet sich nach der Substanz und der Grösse des brechenden Winkels.

Anders, wenn die Substanz beider Prismen verschieden ist. Hier kann, je nach dem Verhältniss der brechenden Winkel beider Prismen, deren Combination eine Ablenkung geben ohne Zerstreuung, oder eine Farbenzerstreuung ohne Ablenkung (der mittleren Strahlen). Erstere Prismencombination nennt man eine achromatische, letztere eine mit gerader Durchsicht (Amici'sches Prisma oder prisme à vision directe).

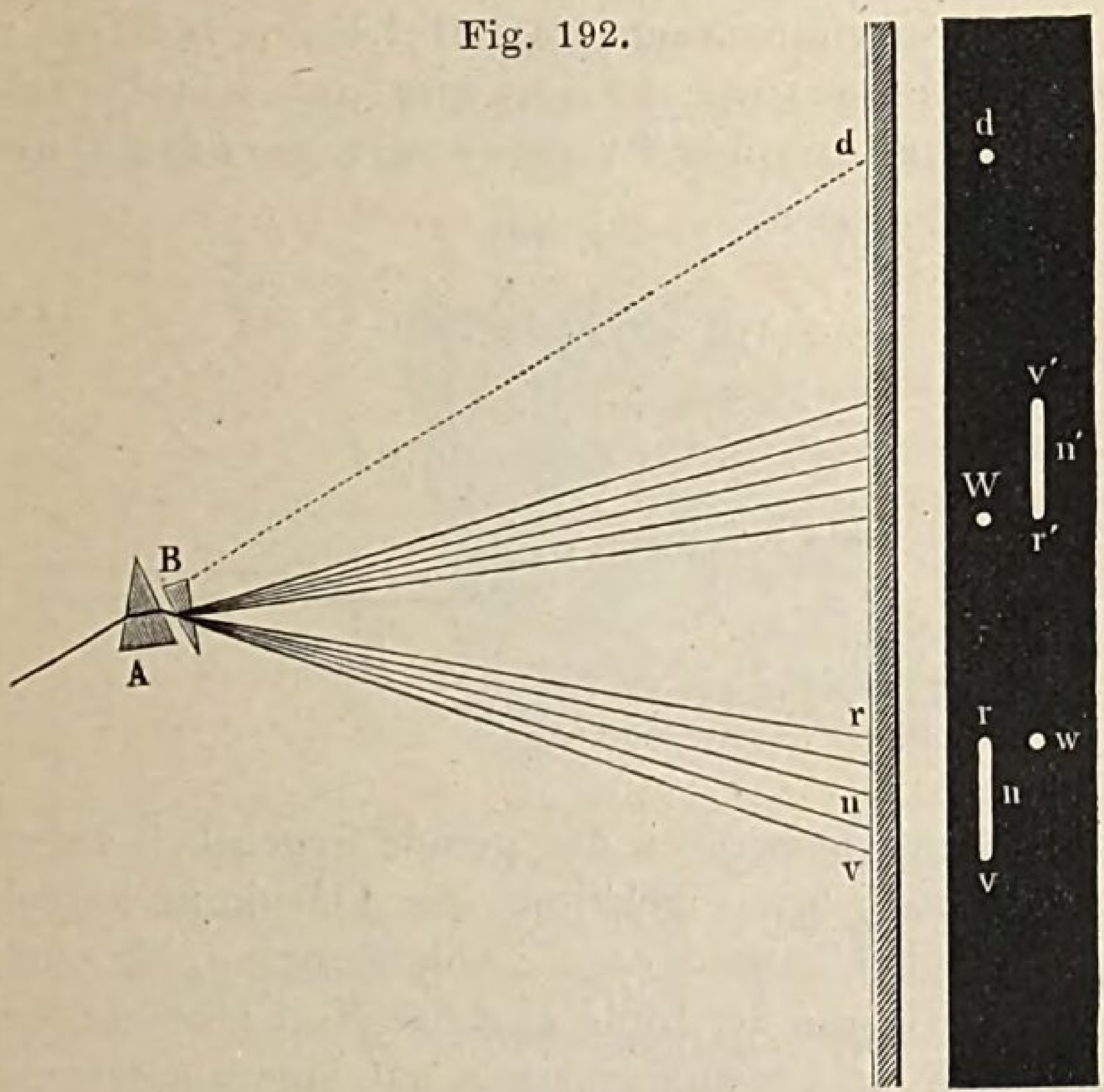
Prismensysteme ohne Zerstreuung (achromatische Prismen). Die Grundidee der Construction achromatischer Prismen ist folgende: Man wählt aus verschiedenen Substanzen zwei Prismen von solchem Kantenwinkel, dass die Zerstreuung beider gleich gross, hingegen die Ablenkung der mittleren Strahlen ungleich gross ist. Indem man dann die beiden Prismen in entgegengesetzter Lage verbindet, compensirt man die Zerstreuung des ersten durch die ebenso grosse entgegengesetzte Zerstreuung des zweiten Prismas. Es wird dann von der Ablenkung des ersten Prismas nur ein Theil durch die kleinere Ablenkung des zweiten aufgehoben, bleibt mithin ein Rest von Ablenkung übrig. Zwei hierzu geeignete Substanzen sind Flintglas und Crownglas. Da ersteres bei gleicher Ablenkung viel mehr zerstreut als letzteres, so muss es möglich sein, ein Prisma mit kleinerem Kantenwinkel aus Flintglas zu construiren, welches nur ebenso stark zerstreut, wie das Crownglasprisma mit grösserem Winkel. Es lenkt dann letzteres stärker ab als ersteres.

Fig. 192 soll dazu dienen, die Wirkungsweise achromatischer Prismen anschaulicher zu machen. Auf das Crownglasprisma A falle ein Bündel Sonnenstrahlen, welches bei ungehemmtem Fortgange bei d ein weisses Sonnenbildchen erzeugt haben würde. Das Prisma A würde für sich allein, von diesem weissen Strahlenbündel getroffen, ein Spectrum in rnv erzeugen.

(Pogg. Ann. 79, 145, 1854), um aus der seitlichen Verschiebung eines Lichtstrahles den Brechungsquotienten einer planparallelen Platte für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien zu bestimmen.

Die vom Prisma A aus divergirenden Strahlen treffen aber nun auf das Flintglasprisma B, welches bei geringerer Ablenkung ein ebenso breites Spectrum zu erzeugen im Stande ist als A. Fiele nun, von dem ersten Prisma ausgehend, in der Richtung nach r hin ein weisses Strahlenbündel auf das Prisma B, welches ohne Unterbrechung fortgehend in r ein weisses Sonnenbildchen w erzeugt haben würde, so würde dieses weisse Strahlenbündel durch das Prisma B in ein Spectrum $r'v'$ verwandelt worden sein, welches bei entgegengesetzter Ordnung der Farben genau dem Spectrum rv gleich ist. Durch das Prisma B werden also

Fig. 192.



die rothen Strahlen um wr', die grünen um wn', die violetten um wv' von dem Punkte abgelenkt, in welchem sie ohne dieses zweite Prisma die Wand getroffen hätten.

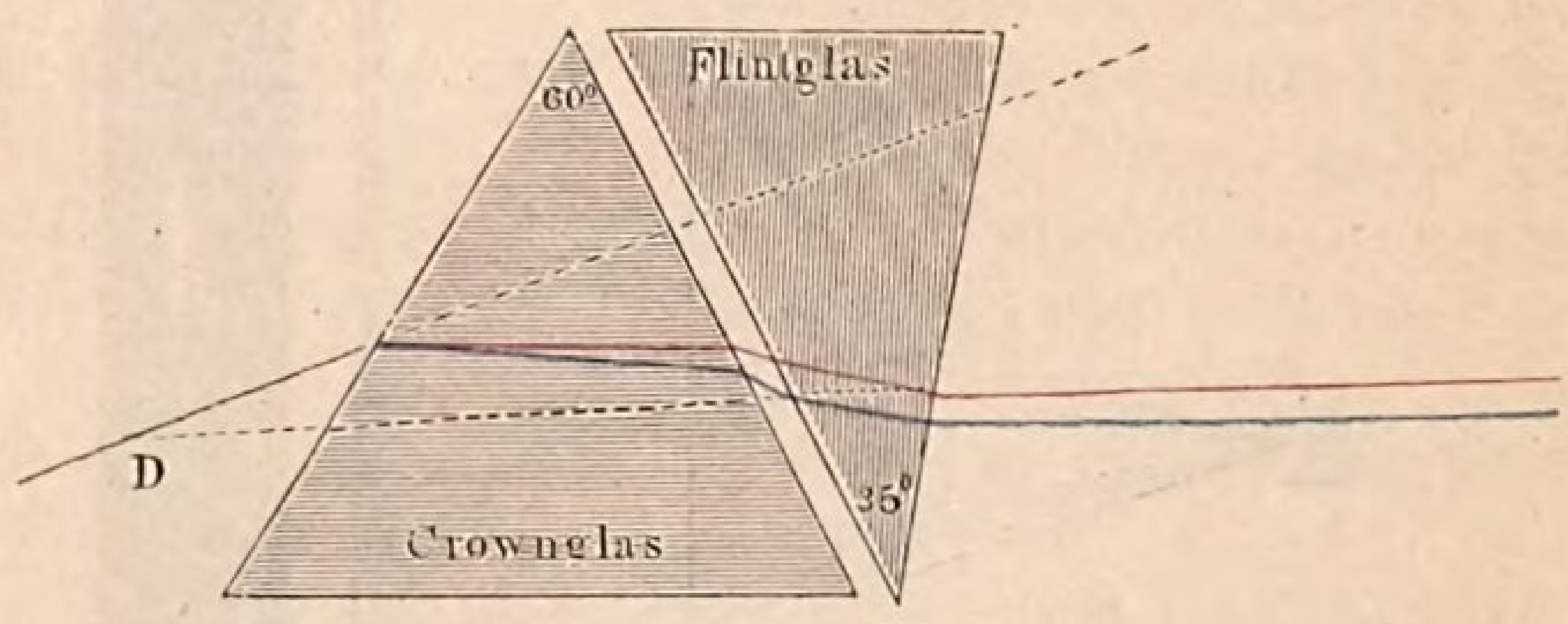
Nun aber fällt auf das Prisma B ein divergirendes Strahlenbündel; die rothen Strahlen gehen nach r, die grünen nach n, die violetten nach v, und alle diese Strahlen werden um die eben angegebene Grösse abgelenkt. Die rothen Strahlen, welche ohne Dazwischenkunft des Prismas B nach r gelangt wären, werden nun in einem um den Abstand wr' höheren Punkt, also in W, die Wand treffen. Die violetten Strahlen, welche ohne das Prisma B nach v gelangt wären, werden durch den Einfluss des Prismas B um wv' nach oben gelenkt, und da $Wv = wv'$, so werden also die violetten Strahlen auf denselben Punkt W fallen, in welchem auch die rothen Strahlen eintreffen. An dieselbe Stelle fallen aber (sehr nahe) auch die grünen Strahlen, da wn' (sehr nahe) $= Wn$; ebenso die gelben, blauen etc., kurz alle Strahlen, welche ohne Dazwischenkunft des zweiten

Prismas B das Spectrum rv gebildet haben würden, werden durch das Prisma B (sehr nahe) in W vereinigt, es muss also hier ein weisses Sonnenbildchen entstehen. Das ursprünglich nach d hin gerichtete weisse Strahlenbündel wird also durch die combinirten Prismen in der Art abgelenkt, dass bei W wieder ein farbloses Sonnenbildchen entsteht.

Fig. 193 zeigt in grösserem Maassstabe den Verlauf der äussersten rothen und violetten Strahlen im achromatischen Prismensysteme. Es ist (abgesehen von der Lichtintensität) gleichgültig, ob die beiden Prismen durch eine dickere Luftschicht getrennt, oder etwa zusammengekittet sind, wenn nur der Zwischenraum parallel begrenzt ist.

Prismensysteme ohne Ablenkung der mittleren Strahlen (Prismen nach Amici, oder Prismen mit gerader Durchsicht).

Fig. 193.



Diese Prismensysteme bezwecken das gerade Gegentheil der vorigen; die Zerstreuung soll möglichst beibehalten, die Ablenkung aufgehoben werden. Selbstverständlich kann dabei die Ablenkung nur für eine bestimmte Strahlengattung, z. B. die der Linie E gleich Null gemacht werden. Man verbindet also z. B. ein Crownglasprisma mit einem entgegengesetzt gerichteten Flintglasprisma, dessen Kantenwinkel nur um so viel kleiner ist, dass beide einzeln die grünen Strahlen der Linie E um gleich viel in entgegengesetzter Richtung ablenken. Die Dispersion des Flintglasprismas überwiegt dann immer noch die entgegengesetzte des Crownglasprismas so dass ein Rest von Dispersion des ersteren übrig bleibt.

Die Prismensysteme ohne Ablenkung der mittleren Strahlen haben den Vortheil, dass man durch sie hindurch gegen eine beleuchtete Spalte blickend, an deren Stelle das Spectrum erblickt, dessen Lage man daher nicht erst seitwärts aufzusuchen nöthig hat. Hierdurch wird die Beobachtung sehr viel erleichtert und bequemer gemacht. Da Amici zuerst solche Prismen construirt hat, tragen sie meist seinen Namen. In Frankreich nennt man diese Prismen auch „*prismes à vision directe*", „Prismen mit gerader Durchsicht".

Da es beim Amici'schen Prisma meistens darauf ankommt, das Spectrum möglichst genau beobachten zu können, und da ohnedies die Ausdehnung des Spectrums durch die theilweise Compensation der Zer-

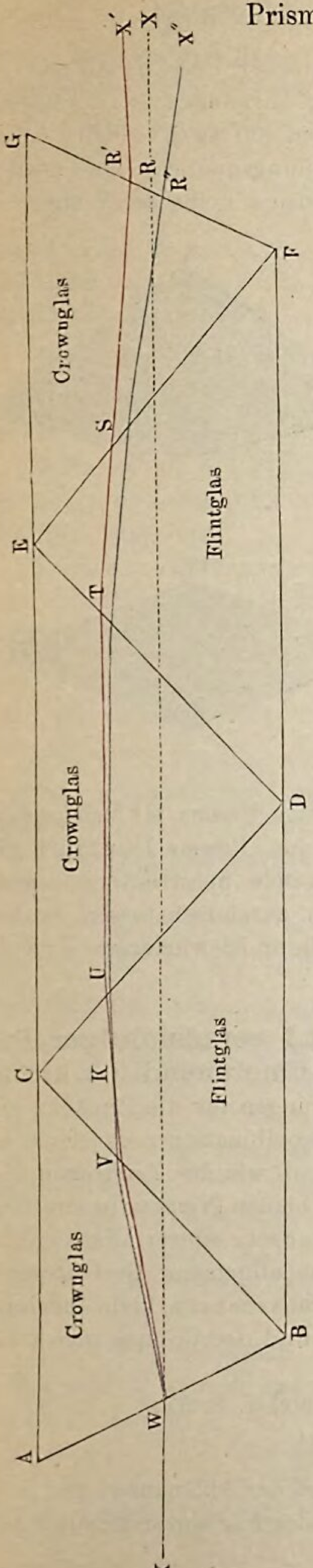


Fig. 194.

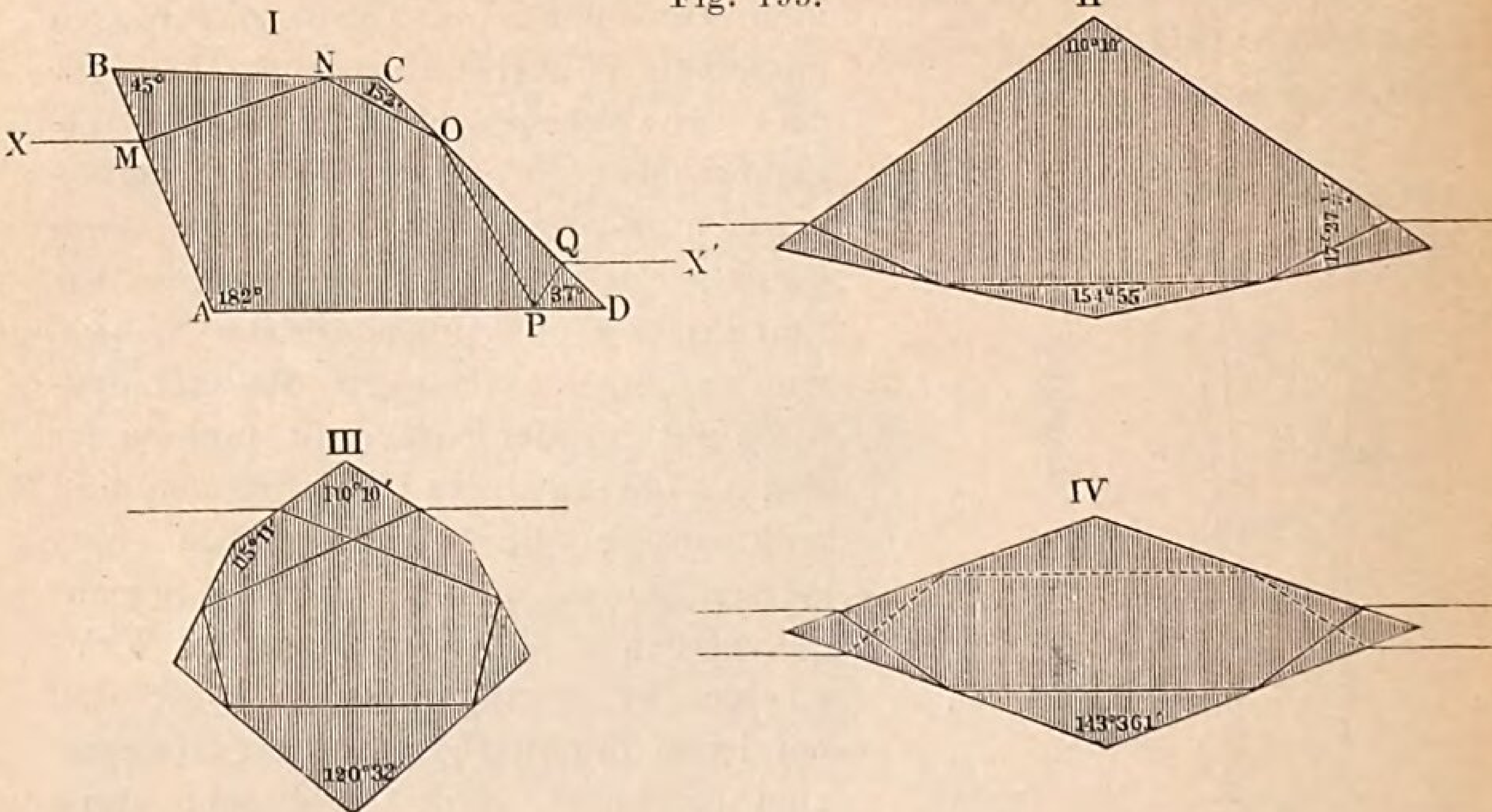
streuung verkleinert wird, so ist man genöthigt, Prismen mit grossen brechenden Winkeln anzuwenden.

Da auch dieses meistens noch nicht genügt, so steigert man die Dispersion durch Vermehrung der Prismen, indem man entweder zwei Crownglasprismen mit einem Flintglasprisma, oder häufiger drei Crownglasprismen mit zwei Flintglasprismen, ja sogar vier Crownglasprismen mit drei Flintglasprismen combinirt. Fig. 194 zeigt ein solches, aus fünf Prismen zusammengesetztes System, wie es in den neueren Spectralapparaten mit gerader Durchsicht angewendet wird. Die mittleren drei Prismen sind rechtwinklig, die äusseren haben einen spitzen Winkel φ, dessen Grösse berechnet werden muss. Neuerdings hat Wernicke Flüssigkeitsprismen construirt, bei denen Zimmtäthyläther mit Glasprismen combinirt wird; diese sehr stark zerstreuenden Prismen *à vision directe* haben gerade Endflächen und sind sehr lichtstark, aber mit der Temperatur veränderlich. Von diesem Uebelstande sind die Combinationen aus mehreren Glasprismen frei; diese sind aber theuer und relativ lichtschwach wegen der Absorption und Reflexion des Lichtes. Alex. Herschel (Moniteur scientif. 7, 259, 1865), H. Emsmann (Pogg. Ann. **150**, 617) und F. Kessler (Pogg. Ann. **151**, 507) haben deshalb eigenthümlich geformte Prismen vorgeschlagen, welche die Ablenkung durch totale Reflexionen im Inneren aufheben.

Fig. 195 (a. f. S.) zeigt das Emsmann'sche Prisma. Der Strahl (mittlerer Brechbarkeit) fällt in der Richtung XM ein, wird bei M gebrochen, bei N, O und P total reflectirt, bei Q nochmals gebrochen und tritt daselbst in der Richtung $QX' \parallel XM$ wieder aus.

Die Prismen II bis IV sind von F. Kessler. Sie haben den Vortheil, dass auch keine Parallelverschiebung vorhanden ist. Ausserdem ist bei Prisma II die Anzahl der Reflexionen auf zwei reducirt und die Lichtstärke grösser als bei I. Der Brechungsquotient der mittleren Strahlen ist = 1,64 angenommen, das Prisma giebt dann einen Zer-

Fig. 195.



streuungswinkel von circa 8^0, das sechsseitige Prisma III zeichnet sich durch die Nähe der Ein- und Austrittsstelle aus. Prisma IV endlich giebt zwei sich berührende entgegengesetzt liegende Spectrentheile, welche mit der Farbe vom Brechungsquotienten n zusammenstossen, wobei n vom Winkel des Prismas abhängt. In der Figur ist wiederum $n = 1{,}64$ angenommen.

117 **Berechnung achromatischer und geradsichtiger Prismencombinationen unter der Annahme unendlich kleiner Prismenwinkel.** Wir wollen die Bedingungen für die Existenz einer achromatischen und geradsichtigen Prismencombination rechnerisch verfolgen. Da die Grösse der Ablenkung sowohl, wie der Zerstreuung, mit dem Einfallswinkel der Strahlen, und zwar bei beiden Prismen in ungleicher Weise sich ändert, so lässt sich die Aufgabe nur sehr schwerfällig allgemein lösen. Eine erste Annäherung und gewisse allgemeine Gesichtspunkte gewinnen wir, wenn wir die Prismen- und Einfallswinkel so klein annehmen, dass man statt der Sinus die Winkel selbst und den Cosinus gleich Eins setzen darf.

In solchem Falle gilt einfach nach Formel 7, S. 57:

$$\delta = \varrho\,(n - 1) \;. \;. \;. \;. \;. \;. \;. \;. \;. \;. \quad 1)$$

wenn ϱ den brechenden Winkel, δ die Grösse der Ablenkung, und n den Brechungsquotienten bedeuten; da in Folge der Farbenzerstreuung jeder

Farbe ein besonderer Brechungsquotient zukommt, so auch ein besonderer Ablenkungswinkel. Für die beiden beliebigen Fraunhofer'schen Linien x und y wird daher obige Gleichung:

$$\delta_x = \varrho\,(n_x - 1)$$
$$\delta_y = \varrho\,(n_y - 1)$$

wenn man mit δ_x und n_x bez. δ_y und n_y die Ablenkung und den Brechungsquotienten für die der Linie x bezw. y entsprechende Farbe bezeichnet. Durch Subtraction erhält man:

$$\delta_x - \delta_y = \varrho\,(n_x - n_y) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Die Grösse $\delta_x - \delta_y$ werde wieder wie früher der Dispersionswinkel für die Farben x und y genannt und mit ζ_{xy} bezeichnet.

Während die Ablenkung proportional ist dem um Eins verminderten Brechungsquotienten, ist der Dispersionswinkel proportional der zugehörigen Dispersion.

Versieht man für ein zweites Prisma die entsprechenden Zeichen mit einem Striche oben, so gelten für die beiden Prismen in Bezug auf die Farben x, y und z die folgenden Gleichungen:

A. $\delta_z = \varrho\,(n_z - 1)$ und $\zeta_{xy} = \delta_x - \delta_y = \varrho\,(n_x - n_y)$

B. $\delta'_z = \varrho'\,(n'_z - 1)$ und $\zeta'_{xy} = \delta'_x - \delta'_y = \varrho'\,(n'_x - n'_y)$

Stehen die Prismen einander entgegengesetzt (wie in Fig. 193), so wird die Gesammtablenkung (g) gleich der Differenz der Einzelablenkungen $(\delta_z - \delta'_z)$, und analog der Zerstreuungswinkel w der aus $A + B$ austretenden Farben x und y gleich $\zeta_{xy} - \zeta'_{xy}$, so dass wir erhalten:

$$g_z = \delta_z - \delta'_z = \varrho\,(n_z - 1) - \varrho'\,(n'_z - 1) \quad \ldots \quad 3)$$
$$w_{xy} = \zeta_{xy} - \zeta'_{xy} = \varrho\,(n_x - n_y) - \varrho'\,(n'_x - n'_y) \quad . \quad 4)$$

Diese beiden Gleichungen enthalten die Lösung des Problems.

Zunächst folgt aus Gleichung 3) als Bedingung dafür, dass die Farbe z gar nicht abgelenkt werde, einfach $g = 0$, oder:

$$\frac{\varrho}{\varrho'} = \frac{n'_z - 1}{n_z - 1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 5)$$

d. h. in Worten:

Die brechenden Winkel müssen sich umgekehrt verhalten, wie die Ueberschüsse der Brechungsquotienten für die zu Grunde gelegte Farbe (2) über Eins.

Als Bedingung dafür, dass der Ablenkungswinkel zweier Farben (z. B. x und y) gleich gross sei, folgt hingegen aus Gleichung 4) einfach $w = 0$, oder:

$$\frac{\varrho}{\varrho'} = \frac{n'_x - n'_y}{n_x - n_y} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 6)$$

d. h. in Worten:

Die brechenden Winkel müssen sich umgekehrt verhalten, wie die partiellen Dispersionen für die beiden zu Grunde gelegten Farben (x und y).

Zunächst erkennt man, dass es so viel Bedingungsgleichungen 5) bezw. 6) giebt, als Farben z bezw. Farbenpaare x und y zu Grunde gelegt werden. Im Allgemeinen ist das geradsichtige Prismenpaar (Gleichung 5) nur für eine Farbe geradsichtig, das achromatische Prismenpaar (Gleichung 6) nur für ein Farbenpaar achromatisch. (Wir kommen hierauf zurück.)

Wir wollen jetzt weiter untersuchen, welches bei einer geradsichtigen Combination die Grösse des übrigbleibenden Spectrums ist und umgekehrt, welches bei einem achromatischen Prismenpaare die Grösse der Ablenkung. Dabei werden wir die Bedingung dafür finden, dass zwei Gläser überhaupt geeignet sind, eine der beiden Combinationen zu gestatten und einige generelle Gesichtspunkte gewinnen.

Beim geradsichtigen Prismenpaare gilt

$$g_z = 0 = \varrho\,(n_z - 1) - \varrho'\,(n_z - 1)$$

und unter Benutzung dieser Beziehung erhalten wir aus Gleichung 4) nach einfachen Umformungen:

$$w_{xy} = \varrho\,(n_z - 1)\left[\frac{n_x - n_y}{n_z - 1} - \frac{n'_x - n'_y}{n'_z - 1}\right] \quad . \quad . \quad . \quad 5\,\mathrm{a})$$

Beim achromatischen Prismenpaare gilt

$$w_{xy} = 0 = \varrho\,(n_x - n_y) - \varrho'\,(n'_x - n'_y)$$

und unter Benutzung dieser Relation erhalten wir aus Gleichung 3) nach einfachen Umformungen:

$$g_z = \varrho\,(n_x - n_y)\left[\frac{n_z - 1}{n_x - n_y} - \frac{n'_x - n'_y}{n'_z - 1}\right] \quad . \quad . \quad . \quad 6\,\mathrm{a})$$

Für die praktischen Fälle wählt man für die Farben x, y und z die den Fraunhofer'schen Linien F, C und D entsprechenden. Man macht also die Ablenkung für die hellste Stelle (D) des Spectrums gleich Null und vereinigt Roth und Blau (C und F)[1]. Unter dieser Annahme sind aber die einzelnen Quotienten in der Klammer nichts Anderes, als die relativen Dispersionen der gewählten Gläser bezw. deren Reciproke. Es ist ja nach dem vorigen Paragraphen die relative Dispersion einer Substanz gleich $\frac{n_D - 1}{n_F - n_C} = \nu$ gesetzt. Führen wir diese Zeichen auch hier ein, so erhalten wir endlich:

Für ein geradsichtiges Prismenpaar:

$$\frac{\varrho}{\varrho'} = \frac{n'_D - 1}{n_D - 1} \quad \text{und} \quad \left.\begin{aligned} g_D &= 0 \\ w_{CF} &= \varrho\,(n_D - 1)\left[\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu'}\right] \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad 5\,\mathrm{b})$$

[1]) Nur bei photographischen Objectiven vereinigt man Gelb und Violett.

Für ein achromatisches Prismenpaar:

$$\frac{\varrho}{\varrho'} = \frac{n'_F - n'_C}{n_F - n_C} \quad \text{und} \quad \left.\begin{aligned} w_{CF} &= 0 \\ g_D &= \varrho\,(n_F - n_C)\,[\nu - \nu'] \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad 6\,\mathrm{b)}$$

Aus diesen Gleichungen folgt das Resultat, dass nur dann ein achromatisches oder geradsichtiges Prismenpaar möglich ist, wenn die Werthe der ν der beiden benutzten Substanzen verschieden sind, d. h. wenn sich die Dispersionen $(n_F - n_C)$ nicht verhalten wie die um Eins verminderten Brechungsquotienten. Die blosse Ueberlegung führte zu demselben Resultate.

Wie die Tabelle auf S. 264 lehrt (und dies ist einer der Vorzüge der Abbe'schen Anordnung), sind die ν im Allgemeinen verschieden für verschieden stark brechende Substanzen. Mit solchen Substanzen sind achromatische und geradsichtige Prismencombinationen herstellbar. Indem Newton irriger Weise von der Constanz des Werthes von ν bei allen Substanzen überzeugt war, bestritt er in richtiger Schlussfolgerung, aber mit irrigem Schlussresultate auch die Möglichkeit der Achromasie und wandte sich daher von den Fernrohren mit Objectiven zu denjenigen mit Hohlspiegeln, bei denen jeder weisse Strahl als weisser reflectirt wird.

Sind die Differenzen der ν ausschlaggebend für die mögliche Herstellung eines geradsichtigen bezw. achromatischen Prismenpaares, so bestimmen die partiellen Dispersionen der beiden Substanzen die Art der Achromasie. Wie schon erwähnt, können im Allgemeinen laut Gleichung 6 nur zwei Farben durch zwei Prismen um gleichviel abgelenkt werden. Die übrigen Farben erfahren je eine etwas andere Ablenkung und erzeugen eine, wenn auch geringe Farbenzerstreuung, das secundäre Spectrum genannt. Indem man den zwei Prismen in geeigneter Weise ein drittes hinzufügt, lässt sich natürlich mit den schon vereinigten zwei Farben noch eine dritte vereinigen. Die jetzt noch übrigbleibende Farbenzerstreuung nennt man das tertiäre Spectrum. Auch dieses kann man beseitigen, indem man ein viertes Prisma den drei ersten zufügt u. s. w. So viel Prismen benutzt werden, so viel Farben können vereinigt werden.

Einfacher gelangt man zum Ziele, wenn man bei der Wahl der zu combinirenden Substanzen ausser auf die ν-Differenz auch noch auf die Verhältnisse ihrer partiellen Dispersion achtet. Damit die Farben C und F vereinigt werden, muss gelten:

$$\frac{\varrho}{\varrho'} = \frac{n'_F - n'_C}{n_F - n_C}.$$

Damit auch noch die Farben A und D vereinigt werden, müsste sein:

$$\frac{\varrho}{\varrho'} = \frac{n'_D - n'_A}{n_D - n_A},$$

d. h. es müsste gelten:

$$\frac{n'_F - n'_C}{n_F - n_C} = \frac{n'_D - n'_A}{n_D - n_A}$$

oder:

$$\frac{n'_D - n'_A}{n'_F - n'_C} = \frac{n_D - n_A}{n_F - n_C}.$$

Für zwei andere Farben F und G müsste gelten:

$$\frac{n'_G - n'_F}{n'_F - n'_C} = \frac{n_G - n_F}{n_F - n_C}$$

u. s. w.

Diese Quotienten, gebildet aus der partiellen und der totalen Dispersion, sind aber die in der Abbe'schen Tabelle S. 264 klein gedruckten Zahlen, welche unter der jedesmaligen partiellen Dispersion stehen. Ein Vergleich dieser Zahlen bei zwei Substanzen mit verschieden grossem ν lehrt also ohne Weiteres den Grad der Achromasie erkennen, d. h. wie viel Farben durch die Combination dieser zwei Substanzen gleichzeitig vereinigt werden können.

118 **Numerische Beispiele für achromatische Prismenpaare.** Wir wollen die Berechnung ein und derselben achromatischen Verbindung mit verschiedenen Substanzen durchführen, um die durch die Wahl der Substanzen bedingten Unterschiede kennen zu lernen. Der brechende Winkel ϱ des Prismas aus Crownglas sei stets 20°, während derjenige (ϱ') des Flintglasprismas gesucht werde, bei welchem die Farben C und F vereinigt sind. Es mögen die zu combinirenden Substanzen in den folgenden Tabellen nach Abbe'schem Schema angeführt werden:

Fraunhofer'sche Glassorten	n_D	$n_F - n_C$	ν	Partielle Dispersion		
				B bis D	D bis F	F bis G
Flintglas Nr. 13	1,6350	0,01858	34,18	0,00729 0,392	0,01322 0,711	0,01203 0,647
Crownglas Nr. 9	1,5296	0,00920	57,56	0,00375 0,408	0,00647 0,703	0,00561 0,610

Jenaer Gläser	n_D	$n_F - n_C$	ν	A' bis D	D bis F	F bis G'
O. 225 Leichtes Phosphat-Crown	1,5159	0,00737	70,00	0,00485 0,658	0,00515 0,698	0,00407 0,552
S. 35 Borat-Flint . . .	1,5503	0,00996	55,25	0,00654 0,656	0,00699 0,702	0,00561 0,563
S. 57 Schwerstes Silicat-Flint	1,9626	0,04882	19,72	0,02767 0,567	0,03547 0,726	0,03252 0,666

Nach dem Vorhergehenden ersieht man schon aus den vorstehenden Zahlen, dass die Jenaer Gläser O. 225 und S. 35 eine weit bessere Farbenvereinigung ergeben gegenüber den älteren Fraunhofer'schen, und dass andererseits die Jenaer Gläser O. 225 und S. 57 eine sehr schlechte Achromasie liefern müssen. Dies wird bestätigt durch die folgenden Resultate der Berechnung. Dabei ist stets der Winkel des Flintglasprismas nach der Formel 6 b) $\varrho' = 20^0 \cdot \frac{n'_F - n'_C}{n_F - n_C}$, die Ablenkung g_D für die gelbe Farbe nach der Formel 6 b) $g_D = 20^0 (n_F - n_C)[\nu - \nu']$ berechnet worden, während die Ablenkungen für die anderen Farben z direct nach der Formel 3) $g_z = \varrho (n_z - 1) - \varrho' (n'_z - 1)$ berechnet wurden, wo der Reihe nach für z die verschiedenen Linien gesetzt sind.

Fraunhofer'sche Gläser	ϱ	ϱ'	g_B	$g_C = g_F$	g_D	g_G
Crownglas Nr. 9 . . . / Flintglas Nr. 13	20^0	$9^0 54' 11''$	$4^0 18' -''$	$4^0 18' 4''$	$4^0 18' 7''$	$4^0 17' 38'$

Jenaer Gläser	ϱ	ϱ'	$g_{A'}$	$g_C = g_F$	g_D	$g_{G'}$
Phosphat-Crown O. 225 / Borat-Flint S. 35 . . .	20^0	$14^0 48' -''$	$2^0 10' 26''$	$2^0 10' 27''$	$2^0 10' 26''$	$2^0 10' 19''$
Phosphat-Crown O. 225 / Schwerstes Silicat-Flint	20^0	$3^0 \ 1' 12''$	$7^0 23' 53''$	$7^0 24' 24''$	$7^0 24' 41''$	$7^0 23' 24''$

Diese Zahlen zeigen anschaulich die Vorzüge der Gläser O. 225 und S. 35 mit dem gleichen Gange der Dispersion, gegenüber den anderen Gläserpaaren mit disproportionalem Gange, sobald es sich um achromatische Verbindungen handelt.

Anders gestaltet sich das Resultat, wenn es sich um geradsichtige Prismenpaare dreht. Die folgende Tabelle giebt hierüber Auskunft Auch hier ist der Winkel (ϱ) des Crownglasprismas zu 20^0 gesetzt, während der Prismenwinkel ϱ' des Flintglasprismas so berechnet werde, dass die der Fraunhofer'schen Linie D entsprechende Farbe nicht abgelenkt werde. Es muss dann die Gleichung $\varrho' = 20^0 \cdot \frac{n'_D - 1}{n_D - 1}$ erfüllt sein. Die übrigbleibende Zerstreuung berechnet sich für das Intervall C bis F aus der Formel $w_{CF} = \varrho (n_D - 1)\left[\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu'}\right]$, während die Formel 4) $w_{xy} = \varrho (n_x - n_y) - \varrho' (n'_x - n'_y)$ den Zerstreuungswinkel für ein beliebiges Intervall x bis y direct zu berechnen gestattet.

Fraunhofer'sche Gläser	ϱ	ϱ'	Zerstreuungswinkel	
			C bis F	B bis G
Flintglas Nr. 13 / Crownglas Nr. 9	20⁰	16⁰ 40′ 48″	9′ 33″	13′ 35″

Jenaer Gläser	ϱ	ϱ'	C bis F	A' bis G'
Phosphat-Crown O. 225 . . . / Borat-Flint	20⁰	18⁰ 45′	2′ 22″	4′ 39″
Phosphat-Crown O. 225 . . . / Schwerstes Silicat-Flint S. 57 .	20⁰	10⁰ 43′ 12″	22′ 34″	44′ 39″

Aus diesen Zahlen ergiebt sich die Thatsache, dass gerade jene Gläser die besten geradsichtigen Prismenpaare geben, welche sich am wenigsten zu achromatischen Verbindungen eignen. Am besten sind die Gläser mit grosser ν-Differenz, wie O. 225 und S. 57, deren Gang in Bezug auf die Dispersion disproportional ist. Auch hier leisten die Jenaer Gläser mehr als die vorher gebräuchlichen, weil ein Glas mit so kleinem ν, wie S. 57, bis dahin nicht existirte. Diese Rechnungsresultate gelten nicht genau für Prismen von solch grossen Winkeln. Will man genauere Werthe erhalten, so muss man jeden Strahl mittelst der ausführlichen Formel für die Ablenkung (Formel 2, S. 55) durchrechnen, in welcher der Einfallswinkel vorkommt. Bei der Achromasie von Linsenpaaren kommen wir auf das Wesentliche dieses Paragraphen zurück.

119 **Abhängigkeit der Brechungsverhältnisse einer Substanz von ihrer Dichte.** Aus der Newton'schen Emissionstheorie ergab sich leicht eine Beziehung zwischen dem Brechungsquotienten und der Dichtigkeit einer Substanz. Bei den von ihr gemachten Annahmen, dass die Geschwindigkeit eines Lichttheilchens beim Uebergange in ein zweites Mittel nur von der Natur desselben und nicht von der Richtung des Lichttheilchens abhängig sei, folgt der inzwischen widerlegte [1]) Satz, dass das Licht sich in optisch dichteren Medien schneller fortpflanzt als in optisch dünneren. Es komme das Licht aus dem leeren Raume in ein brechendes Mittel, dessen absoluter Brechungsquotient n ist. Dann bedeutet die Grösse $m = n^2 - 1$ die Aenderung, welche das Quadrat der Geschwindigkeit des Lichtes beim Uebergange aus dem leeren Raume in das betreffende Medium erleidet. Da sie ein Maass für die Anziehung ist, die von dem brechenden Medium auf das Lichttheilchen ausgeübt

[1]) Siehe Cap. I, §. 6.

wird, so wurde sie von Newton „brechende Kraft" genannt. Mit wachsender Dichtigkeit eines Mittels nimmt dessen brechende Kraft zu, also wird, wenn d die Dichtigkeit oder das specifische Gewicht des Mittels bezeichnet, für dasselbe die Grösse $\frac{n^2 - 1}{d}$ eine Constante sein müssen. Newton nannte diesen Ausdruck das specifische Brechungsvermögen, wofür man auch kurzweg Refractionsconstante sagt. Es ist dieselbe gleich der brechenden Kraft eines Mittels von der Dichtigkeit $d = 1$.

Als dann die Wellentheorie allenthalben Anerkennung gefunden hatte, versuchte man auch aus ihr eine Beziehung herzuleiten zwischen Dichtigkeit und Geschwindigkeit des Lichtes. So erhält Hoek ebenfalls die Constanz des specifischen Brechungsvermögens, indem er annimmt:

1) Dass in den optisch dichteren Medien die Dichtigkeit des Aethers grösser ist, als im leeren Raume.

2) Dass der Ueberschuss der Dichtigkeit des Aethers (derselbe ist $n^2 - 1$, wenn 1 die Dichtigkeit des Aethers im leeren Raume und n den absoluten Brechungsquotienten des Mittels bedeuten) fest mit den Körpermolecülen verknüpft ist, so dass bei einer Compression des Mittels auf die Hälfte seines Volumens der Ueberschuss an Aether in der Volumeneinheit der doppelte ist gegen vorher.

Nach der neueren Theorie der Dispersion für durchsichtige und absorbirende Medien [1]) ist die Voraussetzung von Hoek hinfällig geworden, und es ist noch nicht gelungen, eine allgemein gültige Beziehung zwischen der Körperdichte und dem Brechungsquotienten theoretisch abzuleiten. Unter gewissen vereinfachenden Annahmen nur erhält Ketteler aus seiner Theorie der Dispersion eine Abhängigkeit der Constanten der Dispersionsformel von der Dichtigkeit, und zwar nur für gasförmige Körper. Neuerdings haben Herr L. Lorenz (Wied. Ann. **11**, 70, 1880) und Herr H. A. Lorentz die Beziehung $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{d} = const.$ hergeleitet, wenn auch aus ganz verschiedenen Principien. Letzterer geht von der elektromagnetischen Lichttheorie aus, während Ersterer annimmt, dass sich das Licht durch den Aether sowohl wie durch die Körpermolecüle hindurch, wenn auch mit geringerer Geschwindigkeit, fortpflanzt. Da uns also in dieser Frage die Theorie im Stiche lässt, so beschränken wir uns darauf, die experimentell gewonnenen Resultate anzuführen. Die ersten Versuche galten der Bewahrheitung der Constanz des Brechungsvermögens, also der Formel $\frac{n^2 - 1}{d} = const.$

Am frühesten wurden diesbezügliche Messungen für die gasförmigen Körper ausgeführt. Als Biot und Arago ihre Versuche über den absoluten Brechungsquotienten der Luft anstellten, versäumten sie nicht,

1) Siehe Theorie der Dispersion, vorletzter §. d. Cap.

ein Gesetz abzuleiten, nach welchem der Brechungsquotient sich mit der Dichtigkeit des Gases ändert. Sie fanden folgenden Satz bestätigt:

Für ein und dasselbe Gas bleibt die brechende Kraft ($n^2 - 1$) stets der Dichtigkeit (d) proportional oder in anderen Worten: Das Brechungsvermögen $\frac{n^2 - 1}{d}$ eines Gases bleibt constant, wie sich auch Druck und Temperatur ändern mögen.

Dieses Resultat ist jedoch nicht ganz genau.

Nach Versuchen von Mascart 1877 (Annales de l'école normale, II. Série, T. VI, p. 9) ist es vielmehr der Ausdruck $\frac{n - 1}{d}$, welcher bei verschiedenen Drucken constant bleibt. Freilich kann man wegen der geringen Abweichung der Brechungsindices der Gase von Eins ohne grossen Fehler $\frac{n^2 - 1}{d} = 2\,\frac{n - 1}{d}$ setzen. Statt der directen Druckänderung bei gleichbleibender Temperatur kann man die Gasdichte durch Temperaturänderung variiren. Danach würde, ähnlich wie es bei Flüssigkeiten der Fall ist, eine mit zunehmender Temperatur von der Dichtigkeitsabnahme unabhängige Abnahme der Brechungsindices stattfinden.

Professor V. v. Lang hat den Einfluss der Temperatur auf den Brechungsquotienten der Luft nach einer sehr sinnreichen Methode [1]) einer genauen Prüfung unterzogen, aus welcher hervorging, dass das Brechungsvermögen der Luft nicht genau obigem Gesetze folge, da der Brechungsquotient sich mit der Temperatur in etwas anderer Weise verändert, als sich unter Annahme eines constanten Brechungsvermögens berechnen würde.

V. v. Lang's Beobachtungen führten zu folgender Beziehung:

$$n_t = n_0 - 0{,}000000905\,t + 0{,}00000000235\,t^2,$$

worin n_0 den absoluten Brechungsquotienten der Luft bei 0^0 C. und n_t denselben für die Temperatur t^0 C. bedeuten. Hiernach ist der absolute Brechungsquotient für Luft von 760 mm Druck für verschiedene Temperaturen durch nachfolgende Tabelle gegeben:

t	n
0^0	1,0002945
10^0	„ 857
20^0	„ 773
30^0	„ 695
40^0	„ 621
50^0	„ 551
60^0	„ 487
70^0	„ 427
80^0	„ 371
90^0	„ 321
100^0	„ 275

[1]) Sitzungsber. der Wien. Akad. 69, 451.

Sehr genaue, mit Dulong's Resultaten nahe übereinstimmende Werthe der Brechungsquotienten und deren Veränderung mit der Dichte sind von Ketteler erhalten worden. Bei Besprechung der Dispersion der Gase ist darauf hingewiesen worden, dass Ketteler dieselbe zuerst messend verfolgt hat. Hier soll nur betont werden, dass auch Ketteler die Formel $\frac{n-1}{d} = const.$ für die Gase unter Anwendung homogener Lichtquellen bestätigte. Er fand, dass $\frac{n-1}{d}$ für jede Wellenlänge constant, wenn auch verschieden für verschiedene Wellenlängen sei:

$$\left[\frac{n-1}{d} = f(\lambda)\right].$$

Ebenso gut wie die Formel $\frac{n^2-1}{d} = const.$ oder $\frac{n-1}{d} = const.$, schmiegt sich die dritte aufgestellte Beziehung $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d} = const.$ den Versuchsergebnissen bei Gasen an. Es ist dies insofern a priori auszusagen, als nach Ketteler auch der Ausdruck

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d} = \frac{2(n-1)}{3} \cdot \frac{1}{d} = \frac{2}{3} \cdot \frac{n-1}{d}$$

gesetzt werden kann, da eben die Brechungsquotienten der Gase sich von Eins nur wenig unterscheiden. Ungleich mehr leistet aber der Ausdruck $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d}$, wenn man ihn für eine Flüssigkeit und deren Dampf bildet.

Hier zeigt die folgende von Lorenz aufgestellte Tabelle, dass man nur von der Constanz des Ausdruckes $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d}$ reden kann, während der Ausdruck $\frac{n-1}{d}$ bei einer so grossen Dichteänderung, wie sie beim Uebergang vom flüssigen in den gasförmigen Zustand stattfindet, nicht mehr denselben Werth aufweist.

	$\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d}$		$\frac{n-1}{d}$	
	Flüssigkeit	Dampf	Flüssigkeit	Dampf
Aethyläther . . .	0,3026	0,3068	0,4800	0,4602
Aethylalkohol . .	0,2804	0,2825	0,4438	0,4238
Wasser	0,2061	0,2068	0,3246	0,3102
Schwefelkohlenstoff	0,2805	0,2898	0,4645	0,4347

Was die Flüssigkeiten anlangt, so ist zunächst die durch Temperatur hervorgebrachte Dichteänderung benutzt worden, um die in Frage kommenden Formeln zu prüfen. Hierher gehören die Versuche von Arago, Baden-Powel, Gladstone und Dale, Jamin, Hoek, Schrauff, Ad. und E. Weiss, Landolt, Müttrich, Baille, van

der Willigen, R. Rühlmann, A. Wüllner u. A. Später erst konnte auch die durch Druck erzeugte Dichte- und Brechungsquotientänderung dem Experiment zugänglich gemacht werden. Diese schwierigen Messungen sind von Jamin, Mascart, Quincke[1]), Röntgen und Zehnder[2]) ausgeführt worden.

Das gemeinsame Ergebniss aller dieser Versuche gipfelt darin, dass der Ausdruck $\frac{n-1}{d}$ als angenähert constant betrachtet werden könne, sei es, dass die Dichte durch Temperatur oder durch Druck geändert wird. Was die Messungen bezw. der Dichteänderung durch Temperatur anbetrifft, so haben dieselben Folgendes ergeben:

1) Der Brechungsquotient vermindert sich mit wachsender Temperatur, und zwar im Allgemeinen um so mehr, je stärker die Flüssigkeit das Licht bricht.
2) Diese Veränderung lässt sich durchaus nicht aus der durch die Temperaturerhöhung bewirkten Dichteveränderung erklären.
3) Ueberhaupt hat sich keines der für den Einfluss der Dichte bisher vorgeschlagenen Gesetze durch die Versuche genau bestätigt.
4) Die Annahme, dass das nach der Formel $\frac{n^2-1}{d}$ berechnete specifische Brechungsvermögen constant sei, ist entschieden unrichtig, dagegen zeigt sich die Grösse $\frac{n-1}{d}$ mit grosser Annäherung, aber ebenfalls nicht genau, constant.

Bezüglich 1) und 2) verweisen wir auf die später mitgetheilten Versuchsergebnisse bei Schwefelkohlenstoff und Wasser.

Bezüglich 2) ist insbesondere bemerkenswerth, dass der Brechungsquotient des Wassers von 0° nach aufwärts abnimmt, ohne beim Dichtigkeitsmaximum in der Nähe von 4° C. eine Abweichung zu zeigen.

Zum Nachweis des Satzes 4) geben wir folgende Tabelle, welche theils nach Dale und Gladstone, theils nach Landolt die Temperaturen, Dichten, Brechungsquotienten und die Ausdrücke $\frac{n-1}{d}$, sowie $\frac{n^2-1}{d}$ für einige Flüssigkeiten enthält.

[1]) Wied. Ann. **24**, 1885. — [2]) Ebend. **44**, 1891.

	Name der Flüssigkeit	Temperatur nach C.	Dichte d	n	$\frac{n-1}{d}$	$\frac{n^2-1}{d}$
nach Dale und Gladstone	Wasser	1^0	1,0001	1,3227	0,3227	0,7495
		15^0	0,9993	1,3228	0,3230	0,7497
		48^0	0,9892	1,3193	0,3227	0,7486
	Schwefelkohlenstoff .	$11{,}0^0$	1,0467	1,5960	0,5694	1,4782
		$22{,}5^0$	1,0325	1,5865	0,5680	1,4714
		$36{,}5^0$	1,0148	1,5753	0,5669	1,4599
nach Landolt	Alkohol	12^0	0,8054	1,3564	0,4426	1,0472
		20^0	0,7986	1,3532	0,4423	1,0408
		28^0	0,7917	1,3502	0,4423	1,0396
	Propionsäure	18^0	0,9970	1,3772	0,3784	0,8994
		24^0	0,0905	1,3747	0,3783	0,8984
		28^0	0,9861	1,3732	0,3785	0,8981
	Bittermandelöl . . .	16^0	1,0496	1,5113	0,4872	1,2233
		20^0	1,0457	1,5094	0,4871	1,2224
		26^0	1,0401	1,5065	0,4870	1,2206

Als n ist in dieser Tabelle nicht ein direct beobachteter Brechungsquotient, sondern jene Grösse α_1 eingeführt, welche wir weiter unten als den von der Wellenlänge unabhängigen Theil des Brechungsquotienten kennen lernen werden. Wie man sieht, sind die Werthe von $\frac{n-1}{d}$ für ein und dieselbe Substanz wirklich sehr nahe constant, während die Werthe $\frac{n^2-1}{d}$ schon in der zweiten Decimale Abweichungen zeigen. A. Wüllner hat dasselbe für eine Reihe von anderen Flüssigkeiten nachgewiesen. Da überdies bei den Gasen dasselbe Resultat sich ergeben hat, so wurde mehrfach vorgeschlagen, die Bezeichnung „specifisches Brechungsvermögen" auf den Ausdruck $\frac{n-1}{d}$ zu übertragen.

Unter den Flüssigkeiten, deren Brechungsquotienten bei verschiedenen Temperaturen am genauesten untersucht sind, nehmen Schwefelkohlenstoff und Wasser am meisten Interesse in Anspruch, dieses als verbreitetste Flüssigkeit, jener, weil er wegen seiner grossen zerstreuenden Kraft häufig als Prismensubstanz benutzt wird.

Wir geben daher im Nachstehenden die Hauptresultate der von Dale und Gladstone[1]) am Wasser und Schwefelkohlenstoff angestellten

[1]) Phil. Magaz. [4] 17, 222.

Versuche wieder, um daran die von Rühlmann und später von Wüllner ausgeführten Versuche mit Wasser anzuknüpfen. Nach Dale und Gladstone gilt für die Fraunhofer'schen Linien A, D und H:

Wasser.

Temperatur	Brechungs-index für A	Brechungs-index für D	Brechungs-index für H	$n_H - n_A$
0	1,3293	1,3330	1,3438	0,0145
10	1,3288	1,3327	1,3434	0,0146
20	1,3279	1,3320	1,3427	0,0148
40	1,3257	1,3297	1,3405	0,0148
80	1,3178		1,3321	0,0143

Schwefelkohlenstoff.

0	1,6217	1,6442	1,7175	0,0958
10	1,6144	1,6346	1,7081	0,0937
20	1,6076	1,6261	1,6993	0,0917
30	1,5995	1,6180	1,6896	0,0901
42	1,590	1,6083	1,6778	0,0878

Rühlmann[1]) findet folgende Werthe:

Temperatur	Lithiumlicht	Natriumlicht	Thalliumlicht
0°	1,33154	1,33374	1,33568
25°	1,33033	1,33250	1,33439
50°	1,32690	1,32901	1,33081
75°	1,32194	1,32397	1,32581
100°	1,31647	1,31853	1,32083

und berechnet hieraus die folgenden empirischen Gleichungen, in denen t die Grade nach Celsius bedeuten.

Für Lithiumlicht:

$$n = 1{,}33154 - 0{,}000001966\, t^2 + 0{,}0000000000460\, t^4.$$

Für Natriumlicht:

$$n = 1{,}33374 - 0{,}000002014\, t^2 + 0{,}0000000000514\, t^4.$$

Für Thalliumlicht:

$$n = 1{,}33568 - 0{,}000002091\, t^2 + 0{,}0000000001710\, t^4.$$

[1]) Pogg. Ann. 132.

Dabei ist n der Brechungsquotient zwischen Wasser und Luft von 755,68 mm Druck und 5,6° C. Temperatur.

A. Wüllner[1]) hat aus seinen Messungen gefolgert, dass der Brechungsquotient n_λ des Wassers für die Wellenlänge λ bei der Temperatur t wird:

$$n_\lambda = 1{,}326067 - 0{,}000099\,t + \frac{0{,}30531}{\lambda^2}.$$

Hieraus und mittelst der Kopp'schen Zahlen für die Dichtigkeit des Wassers ergiebt sich der Werth von $\frac{n-1}{d}$

bei 10° zu 0,32516
„ 15° „ 0,32485
„ 20° „ 0,32464
„ 30° „ 0,32446

Zu den Versuchen über die Aenderung des Brechungsindex bei einer Dichteänderung des Wassers, welche noch am besten bei den verschiedenen Beobachtern übereinstimmen, sei erwähnt, dass, falls $\frac{n-1}{d} = const.$ gelte, auch der Brechungsindex des Wassers bei 4° ein Maximum haben müsse. Dies ist, wie schon S. 280 hervorgehoben, nicht der Fall. Vielmehr liegt nach den Messungen von Pulfrich[2]) das Maximum bei — 1,5°.

Die festen Körper zeigen ein sehr merkwürdiges Verhalten in Bezug auf die Aenderung des Brechungsquotienten mit der Temperatur. Während der Brechungsindex vorzugsweise bei den krystallinischen Körpern mit zunehmender Temperatur abnimmt, ähnlich wie es bei den Flüssigkeiten der Fall ist, steigt derselbe bei den meisten Gläsern und einigen Krystallen (Kalkspath, Diamant, Topas und einigen anderen) und zwar um so mehr, je näher die dem Index zu Grunde gelegte Farbe dem violetten Ende des Spectrums liegt, d. h. es erfährt die Dispersion eine Vergrösserung. Diese Resultate[3]) stehen im directen Widerspruch mit dem Gesetz von der Constanz des specifischen Brechungsvermögens.

Neuerdings hat Pulfrich[4]) gezeigt, dass diese Steigerung der

[1]) Pogg. Ann. **133**.

[2]) Wied. Ann. **34**, 1888.

[3]) Die ersten diesbezüglichen Untersuchungen wurden von Rudberg (Pogg. Ann. **26**, 291) angestellt. Zuverlässigere Resultate ergaben sich aus den schönen Arbeiten von Fizeau (Ann. de chim. et phys. [3] **66**, 429 und [4] **2**, 143; Pogg. Ann. **119**, 87, und **297**, 1863). Ausser den Arbeiten von van der Willigen, Baille, Stefan und Hastings (Americ. Journ. of science [3] **15**, 269) sind noch die Untersuchungen von G. Müller (Publ. d. Astrophys. Observ. zu Potsdam **4**, 151 bis 216, 1885) zu nennen.

[4]) Wied. Ann. **45**, 609, 1892.

Dispersion mit steigender Temperatur auch in den Fällen stattfindet, wo der Brechungsindex nicht zunimmt, sondern, wie bei den Flüssigkeiten, abnimmt; in letzterem Falle ist dann die Abnahme des Brechungsquotienten für blaue Strahlen grösser als für rothe. Ja es giebt ein Glas (O. 527 des Jenaer Preisverzeichnisses), bei welchem der Brechungsindex für Gelb sich mit der Temperaturvariation nicht ändert, während er sich für Blau vergrössert, für Roth verkleinert bei wachsender Temperatur.

Gerade das entgegengesetzte Verhalten der festen Körper gegenüber den flüssigen und gasförmigen Stoffen, bei denen mit steigender Temperatur die Dispersion abnimmt, liess Pulfrich den Satz aufstellen, dass an diesem Verhalten die neben der Dichteänderung einhergehende Vergrösserung der Absorptionswirkung im blauen und violetten Theile des Spectrums schuld sei.

Auf den Zusammenhang zwischen Absorption und Dispersion werden wir weiter unten zu sprechen kommen. Wir haben schon bei Besprechung der anomalen Dispersion darauf hingewiesen, dass es bei den halb- und undurchsichtigen Substanzen der Einfluss der Absorption ist, welcher den ganz anderen Verlauf der Dispersionscurve bedingt gegenüber den durchsichtigen und farblosen Medien. Nach Pulfrich erscheint der Einfluss der Temperatur auf die Aenderung des Brechungsquotienten als eine Differenzwirkung zweier einander entgegengesetzt arbeitenden Ursachen, der Dichte und dem Absorptionsvermögen. Während die Verringerung der Dichte den Quotienten verringert, vergrössert ihn wieder die zunehmende Absorption. Er schliesst dies daraus, dass die Dispersionscurve schon durch ihren Verlauf auf eine Absorption im Blau hindeutet, und in der That zeigen die das Violett absorbirenden Flintgläser das am meisten abweichende Verhalten; andererseits ergiebt eine von ihm angestellte Anwendung des Satzes von der Constanz des Brechungsvermögens [1]) auf die festen durchsichtigen Substanzen, dass die mittelst des cubischen Ausdehnungscoëfficienten für eine bestimmte Temperatur berechneten Brechungsquotienten von den beobachteten stets in demselben Sinne abweichen. Die Differenz zwischen beiden Werthen sieht Pulfrich als die vom Einflusse der Dichteänderung befreite Wirkungsäusserung des gesteigerten Absorptionsvermögens an.

Dass bei den Gläsern meist die Temperaturvariationen (Wachsen des Index mit steigender Temperatur) die durch die Dichteänderung hervorgerufene Variation des Index (Abnahme der Dichte vermindert den Index) überwiegt, liegt an dem sehr kleinen Ausdehnungscoëfficienten der Gläser, welcher beträchtlich kleiner ist, als derjenige der meisten übrigen festen krystallinischen Körper.

[1]) Dabei leistet jeder der drei Ausdrücke $\frac{n^2 - 1}{d}$ etc. dasselbe.

Beziehung zwischen dem Brechungsquotienten einer Mischung bezw. Lösung und denjenigen der gemischten bezw. gelösten Bestandtheile (Mischungsformel nach Biot-Arago, Molecular- und Atomrefraction). Biot und Arago hatten aus ihren S. 248 angeführten Messungen über die Constanz des specifischen Brechungsvermögens $\frac{n^2-1}{d}$ bei Gasen eine Beziehung gefolgert zwischen dem Brechungsvermögen eines Gasgemisches und denjenigen der gemischten Gase. Mischt man p_1 Gewichtstheile eines Gases vom specifischen Brechungsvermögen s_1 mit p_2 Gewichtstheilen eines zweiten Gases vom specifischen Brechungsvermögen s_2, so gilt nach Biot-Arago einfach 120

$$SP = s_1 p_1 + s_2 p_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

wo S und P das specifische Brechungsvermögen und das Gewicht des Gasgemisches bedeuten.

Dieses Gesetz gilt für die Mischung indifferenter Gase genügend genau. Es gilt nicht für Gemische chemisch auf einander einwirkender Gase, wie z. B. Wasserstoff und Chlor gemischt zu Chlorwasserstoff oder Salzsäure. Dabei ist es ganz gleich, ob man für das specifische Brechungsvermögen S den Ausdruck $\frac{n^2-1}{d}$; $\frac{n-1}{d}$ oder $\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d}$ wählt, weil alle diese drei Ausdrücke bei Gasen in Folge der relativ grossen Beobtungsfehler gleich gut constant sind.

Als man die Biot-Arago'sche Formel 1) auch auf die Mischung von Flüssigkeiten übertrug, setzte man für s den für Flüssigkeiten constanteren Ausdruck $\frac{n-1}{d}$ und neuerdings brauchte man namentlich in der Lehre von den Refractionsäquivalenten den Ausdruck $\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d}$; Hoek war wohl der Erste, welcher den Biot-Arago'schen Satz auf die Flüssigkeiten übertrug. Ausführlich hat dann vor Allem Landolt[1]) diese Beziehung geprüft an Mischungen von Kohlenstoffverbindungen. In folgender Tabelle sind die Resultate für zwei solche Gemische angeführt.

Name der Flüssigkeit	Massen	Dichten	Brechungsquotient für die Linie C		Differenz
			beobachtet	berechnet	
Aethylalkohol.	23	0,8011	1,3605		
Amylalkohol	88	0,8135	1,4057		
Mischung.	111	0,8104	1,3961	1,3960	0,0001
Essigsäure	30	1,0518	1,3706		
Buttersäure.	44	0,9610	1,3953		
Mischung.	74	0,9930	1,3850	1,3847	0,0003

[1]) Landolt, Pogg. Ann. 123.

Er legte den Berechnungen den Brechungsquotienten für die Linie C zu Grunde.

Wüllner[1]) hat gleichfalls die Formel 1) geprüft durch sehr sorgfältige Messungen an Glycerin und Alkoholmischungen und wie Landolt eine angenäherte Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung gefunden. Mit demselben Grade der Genauigkeit gilt diese Formel auch für Salzlösungen nach Untersuchungen von Börner[2]).

Bessere Uebereinstimmung erhält man zwischen Beobachtung und Berechnung, wenn man ganz absieht von der Constanz des specifischen Brechungsvermögens und einfach die beim Mischen eintretende Volumenänderung und die hierdurch bewirkte Aenderung des Brechungsvermögens in Rechnung zieht. Die in dieser Richtung von verschiedenen Physikern angestellten Versuche sind neuerdings von Pulfrich[3]) wieder aufgenommen worden und haben zu einem befriedigenden Abschluss geführt.

In einer Richtung sind die über die Mischung angestellten Versuche ausserordentlich fruchtbringend geworden, nämlich für die Lehre von den Refractionsäquivalenten.

Landolt[4]) war der Erste, welcher die Arago-Biot'sche Gleichung auch auf eigentliche chemische Verbindungen anwandte und mit Erfolg den Brechungsquotienten z. B. einer Kohlenwasserstoffverbindung aus den Brechungsquotienten der in der Verbindung enthaltenen C, H und O berechnete. Bezeichnet man, wie jetzt allgemein üblich, das Product aus dem specifischen Brechungsvermögen S und dem Moleculargewicht P der Verbindung mit dem Namen Molecularrefraction[5]), das entsprechende Product aus dem specifischen Brechungsvermögen s_1 und dem Atomgewicht p_1 eines Bestandtheiles als Atomrefraction, so gilt einfach der Satz:

Die Molecularrefraction einer chemischen Verbindung ist gleich der Summe der Atomrefractionen der einzelnen Elemente.

Neuerdings verwendet man, wie schon erwähnt, für P den Ausdruck $\frac{n^2-1}{n^2-2}\cdot\frac{1}{d}$ und benutzt als Farbe für den Brechungsindex die Linie C bezw. D des Spectrums. Auf die von Landolt, Gladstone und Brühl aus der Anwendung obigen Satzes für die Chemie gewonnenen Resultate können wir Raummangels wegen nicht näher eingehen. Auch gehören diese weiteren Folgerungen in das Gebiet der physikalischen Chemie. (Näheres s. in Ostwald's Zeitschr. f. physik. Chemie.)

[1]) Wüllner, Pogg. Ann. 133. — [2]) Lehrbuch der Experimentalphysik von A. Wüllner, 4. Aufl., 2, 187. — [3]) Zeitschr. f. phys. Chem. 4, 1889. — [4]) Landolt's optische Analyse von Flüssigkeitsgemischen; Liebig's Ann. 4. Supplementband 1864, und Pogg. Ann. 123. — [5]) Schrauff (Pogg. Ann. 119) hat zuerst den Ausdruck Refractionsäquivalent für das Product Ps, p, s etc. eingeführt, so dass man auch sagen kann: Das Refractionsäquivalent einer Verbindung ist gleich der Summe der Refractionsäquivalente der einzelnen Bestandtheile.

Beziehung zwischen dem Brechungsquotienten und der Wellenlänge des Lichtes; Dispersionsformeln für normal brechende Medien. Obwohl wir die Wellentheorie des Lichtes erst in einem späteren Capitel vortragen können, müssen wir doch, des Zusammenhanges mit der Dispersion wegen, hier als bekannt voraussetzen, dass die Farbe einer Lichtsorte von der Schwingungszahl z, d. i. von der Anzahl der in der Secunde entstehenden Aetherwellen abhängt. Insofern die Wellenlänge λ stets gleich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit c, dividirt durch die Schwingungszahl z, sein muss, ist demnach für ein bestimmtes Medium von bekannter Fortpflanzungsgeschwindigkeit, z. B. für den leeren Raum, durch die Wellenlänge auch die Farbe bestimmt. 121

Geht das Licht in ein anderes Medium über, so bleiben Farbe und Schwingungszahl dieselben, während die Wellenlänge sich proportional der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ändert. In verschiedenen Medien ist demnach die Farbe nicht mehr durch die Wellenlänge innerhalb des Mediums, sondern nurmehr durch die Schwingungszahl definirt, oder durch jene Wellenlänge, welche dieselbe Lichtart im leeren Raume (freien Aether) haben würde [1]).

Unter Dispersionsformel versteht man eine mathematische Formel, welche eine Beziehung zwischen dem Brechungsquotienten und der Wellenlänge des Lichtes ausdrückt. Solche Formeln können entweder auf rein empirischem Wege aufgesucht und den Messungsresultaten angepasst, oder auf theoretischem Wege aus gewissen Annahmen über das Wesen des Lichtes abgeleitet und dann mit den Thatsachen verglichen werden. Beide Wege sind mehrfach versucht worden, haben aber noch nicht zu allgemein gültigen und unbestritten anerkannten Resultaten geführt. Aus diesem Grunde werden wir über diesen Gegenstand nur das Wichtigste hervorheben.

Wir haben unter den Dispersionsformeln zwei Gruppen zu unterscheiden, von denen die erste alle die älteren Formeln umfasst, welche vor der Entdeckung der anomalen Dispersion aufgestellt worden sind. Diese Formeln haben durch die letztere Entdeckung ihre allgemeine Gültigkeit und ihren theoretischen Werth verloren, sind aber immer noch von praktischer Brauchbarkeit für diejenigen Medien, welche auch in dicken Schichten kein Licht absorbiren, also für die farblosen Gläser und Flüssigkeiten.

Cauchy [2]) hat das Verdienst, zuerst (1836) aus einer allerdings nicht haltbaren Annahme über die relative Grösse der Wellenlängen

[1]) Ist λ die Wellenlänge einer Lichtsorte im leeren Raume, n_λ der absolute Brechungsquotient eines Körpers für dieselbe Lichtsorte, so ist die Wellenlänge derselben innerhalb des Körpers $l = \frac{\lambda}{n_\lambda}$.

[2]) Cauchy, Memoire sur la dispersion de la lumière, Prag 1836.

zum Abstande der Molekeln in den verschiedenen Medien eine für absorptionslose Medien sehr brauchbare Dispersionsformel abgeleitet zu haben.

Bezeichnen wir wiederum mit λ die Wellenlänge einer bestimmten Lichtsorte im leeren Raume (im freien Lichtäther), mit n_λ den absoluten Brechungsquotienten eines körperlichen Mediums für dieselbe Lichtsorte, so lautet die Cauchy'sche Dispersionsformel:

$$n_\lambda = \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{\lambda^2} + \frac{\alpha_3}{\lambda^4} + \frac{\alpha_4}{\lambda^6} + \cdots \qquad 1)$$

wobei in den meisten Fällen schon die zweigliedrige Formel

$$n_\lambda = \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{\lambda^2} \cdots \qquad 1\,a)$$

die Beobachtungsresultate befriedigend wiedergiebt.

Kennt man für zwei Wellenlängen die Brechungsquotienten einer Substanz, so kann man aus 1 a) α_1 und α_2 bestimmen und somit auch alle übrigen Brechungsquotienten berechnen.

Die Grösse α_1 ist der von der Wellenlänge unabhängige Theil des Brechungsquotienten. Er wird aus obigen Formeln erhalten, indem man $\lambda = \infty$ setzt. Man kann daher α_1 bezeichnen als den Brechungsquotienten der Substanz für unendlich grosse Wellenlängen.

Wenn auch die Cauchy'sche Formel, da sie die anomale Dispersion nicht berücksichtigt, nicht die theoretisch richtige sein kann, so hat sie doch innerhalb gewisser Grenzen für alle durchsichtigen Substanzen als empirische Formel wegen ihrer Einfachheit und guten Uebereinstimmung heute noch ihren Werth [1]).

Briot verliess die unwahrscheinlichen theoretischen Annahmen Cauchy's und ging von der Vorstellung aus, dass die Dispersion durch die Anwesenheit ponderabler Molekeln bedingt sei, welche auf zweierlei Weise ihre Wirkung auf die Aetherschwingungen geltend machen können. Erstens erlangt der Aether eine zwischen zwei Molekeln wechselnde Dichtigkeit, so dass also eine periodische Ungleichheit in der Aetherdichte eintritt. Diese Annahme führt zu Cauchy's Formel. Zweitens kann in Folge der gegenseitigen Anziehung zwischen Körper- und Aethertheilchen nicht mehr von einer ungestörten Schwingung nach dem Sinusgesetz (harmonischen Schwingung) die Rede sein; vielmehr üben auf ein Aethertheilchen alle die übrigen in seiner Wirkungssphäre liegenden Aethertheilchen und ferner alle daselbst befindlichen Körpertheilchen

[1]) Eine von Christoffel (Pogg. Ann. **117**, 27) 1862 aus Cauchy's Theorie abgeleitete Formel, welche für durchsichtige Substanzen recht brauchbar ist, aber ebenfalls die anomale Dispersion nicht berücksichtigt, lautet:

$$n^2 = \frac{n_0\,\lambda}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \lambda_0^2}}.$$

eine Anziehung aus. Die Körpertheilchen behalten dabei aber ihre Lage. Diese dynamische Theorie führt zu der Dispersionsformel:

$$n_\lambda = a + b\,\lambda^2,$$

wo wieder a und b jedem Medium eigenthümliche Constanten bedeuten.

Da diese, von Cauchy's Formel so sehr abweichende Formel sich den Beobachtungen wenig anschmiegt, so schloss Briot, dass der dynamische Einfluss neben dem statischen der periodisch veränderlichen Aetherdichte zu vernachlässigen sei.

Ketteler hat 1870 [1]) aus Briot's Theorie ebenfalls eine Dispersionsformel abgeleitet, welche in grösserem Umfange mit den Beobachtungen übereinstimmt, und hat überdies gezeigt, dass dieselbe mit einer von C. Neumann [2]) schon 1863 abgeleiteten übereinstimmt. Dieselbe lautet:

$$\frac{1}{n^2} = -k\frac{\lambda^2}{n^2} + A - B\frac{n^2}{\lambda^2} + C\frac{n^4}{\lambda^4} \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

Diese Dispersionsformel wurde an Glassorten, Kalkspath, Arragonit, Quarz, Wasser und Schwefelkohlenstoff vom Ultraroth bis zum Ultraviolett mit den Beobachtungen in Uebereinstimmung gefunden, ist daher sehr brauchbar für diese durchsichtigen, normal brechenden Substanzen. In vielen Fällen genügt die einfachere Formel:

$$\frac{1}{n^2} = A - B\frac{n^2}{\lambda^2} \quad \ldots\ldots \quad 2\,a)$$

W. Schmidt hat 1874 [3]), ohne von einer Theorie auszugehen, auf rein empirischem Wege Dispersionsformeln aufgesucht, welche den Messungen Fraunhofer's an Glassorten möglichst genau entsprechen. Er fand, dass unter allen binomischen und trinomischen Functionen nur die folgende:

$$n = a + \frac{b}{\lambda} + \frac{c}{\lambda^4} \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

sich den Beobachtungen vollständig genügend anschliesst. Die Abweichungen betragen im Durchschnitt 12 Einheiten der sechsten Decimale. Selbstverständlich hat diese Formel nur beschränkten Werth innerhalb des Gebietes, für welches sie aufgestellt wurde.

Dispersion absorbirender Medien. Theorien von Sellmeier und H. v. Helmholtz. Die im vorausgehenden §. 121 mitgetheilten Dispersionsformeln der ersten Gruppe sind theoretisch hin- 122

[1]) Ketteler, Pogg. Ann. **140**, 1 ff. und „Theoret. Optik“, S. 26, 1885.

[2]) C. Neumann, „Die magnetische Drehung der Polarisationsebene“ Halle 1863; Redtenbacher hat ebenfalls schon 1857 in seinem „Dynamiden system“ eine Dispersionsformel gegeben, welche mit den ersten drei Gliedern der Formel von Neumann-Ketteler übereinstimmt.

[3]) W. Schmidt, „Die Brechung des Lichtes in Gläsern“, Leipzig 1874.

fällig geworden durch die Entdeckung der anomalen Dispersion und des innigen Zusammenhanges zwischen Absorption und Brechung. Nachdem Seebeck und dann vor Allem H. v. Helmholtz das Problem des Mitschwingens und die Theorie der Resonanz gelöst hatten, lag es nahe, auch die Absorption des Lichtes durch Mitschwingen der Körpertheile zu erklären. Glan [1]) hat in der That versucht, diese Idee analytisch zu behandeln und ist zu Formeln gelangt, welche die Absorptionserscheinungen im grossen Ganzen ziemlich getreu wiedergeben.

Aber erst Boussinesq [2]) hat zur Erklärung der optischen Eigenschaften selbst der nahezu durchsichtigen Medien die Schwingungen der Körpermolecüle mit in Rechnung gezogen und durch seine Theorie die Gesetze der einfach und doppelt brechenden, linear und circular polarisirenden ruhenden und bewegten Medien abgeleitet. Dabei war aber von der anomalen Dispersion noch keine Rede, denn Leroux's Beobachtung der anomalen Dispersion des Joddampfes 1862 war unbeachtet geblieben, und erst 1870 erfolgte die Aufsehen erregende Mittheilung von Christiansen in Poggendorff's Annalen über die anomale Dispersion der Fuchsinlösung. Kundt gebührt das Verdienst, zuerst die Bedeutung und die Allgemeinheit dieser Erscheinung, die er durch scharfsinnige Schlüsse aus den Versuchen über Metallreflexion von Jamin und Quincke vermuthet hatte, hervorgehoben und den innigen Zusammenhang zwischen Absorption und Refraction dargelegt zu haben. Seine so gebildeten Ansichten führten ihn daher auch sofort nach Christiansen's Mittheilung auf den richtigen Weg zu neuen wichtigen Entdeckungen.

Der zweite deutsche Physiker, dessen Name für immer mit der Theorie der anomalen Dispersion verknüpft ist, ist Sellmeier [3]). Derselbe war durch seine theoretischen Untersuchungen zu dem Resultate gelangt, dass anomale Dispersion existiren müsse, und hat dieselbe sogar schon 1866 an einer Fuchsinlösung gesucht. Ausgehend von der Ansicht, dass die Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in den ponderabeln Medien eine directe Wirkung der durch die Aetherschwingung in Mitschwingung versetzten Körpertheilchen sei, gelang es ihm, eine Erklärung der Phänomene aufzufinden, welche als besondere Eigenthümlichkeit eine Beziehung enthielt zwischen der Dispersion und der Absorption des Lichtes, die sich folgendermaassen aussprechen lässt:

„Wenn ein Körper Theilchen enthält, welche das Licht von einer bestimmten Schwingungsdauer absorbiren, so verändern diese Theilchen beim Lichte von anderer Schwingungsdauer den Brechungsquotienten; sie vergrössern denselben, wenn diese kleiner ist als die des absorbirten

[1]) P. Glan, Pogg. Ann. **140**, 85 bis 83, 1870.

[2]) Boussinesq, „Theorie nouvelle des ondes lumineuses“ 1867 und 1868.

[3]) Sellmeier, Pogg. Ann. **143**, 272 bis 285, 1871.

Lichtes, und zwar nimmt diese Wirkung nicht nur zu, wenn sich die Schwingungsdauer des gebrochenen Lichtes der des absorbirten nähert, sondern es ist diese Zunahme selbst eine wachsende." Im Jahre 1872 veröffentlichte Herr Sellmeier[1]) dann eine ausführliche Theorie, welche davon ausgeht, dass die Körpertheilchen durch die Aetherwellen in Mitschwingung gerathen und so rückwärts auf die Aetherwellen einen Einfluss ausüben. Dabei denkt er sich die Körpertheilchen noch immer als Punkte, welche von den umgebenden Aether- und Körperpunkten eine nur von der Entfernung abhängige Einwirkung erfahren. Wohl giebt seine Theorie von den wesentlichen Zügen der Dispersion und ihrer Anomalien Rechenschaft, doch bietet sie Schwierigkeiten für diejenigen Fälle, wo die eigene Schwingungsperiode der mitschwingenden Molekeln der der Lichtoscillationen gleich wird. Dann tritt Absorption des Lichtes ein, also Vernichtung der lebendigen Kraft der Lichtschwingungen. Es muss also eine Kraft angenommen werden, welche die mechanische Arbeit der schwingenden Bewegung vernichten bezw. in Wärme verwandeln kann. Von diesem Gedanken ausgehend, stellte Herr v. Helmholtz im Jahre 1874[2]) eine Dispersionstheorie auf, welche ein auch jetzt noch alle Erscheinungen der Dispersion umfassendes Dispersionsgesetz ergab. Die Annahmen von v. Helmholtz sind folgende: Es durchdringen sich der Aether und die mit ihm schwingenden ponderablen Atome wie zwei continuirliche Medien, welche sich gegen einander verschieben können. Einer Verschiebung eines Aethertheilchens wirken die übrigen Aethertheilchen und die ponderablen Theilchen entgegen, wodurch die letzteren in Mitschwingung versetzt werden. Dabei schwingen die ponderablen Atome einer Molekel um ihre Gleichgewichtslage gegenüber der festen centralen Masse der Molekel. Es wird also die Molekel im Sinne der neueren Chemie als ein Gebilde aus schwingungsfähigen Atomen aufgefasst, welche letzteren aber bei ihren pendelartigen Schwingungen gegenüber den festen Theilen eine Reibung erfahren können. Die lebendige Kraft der bewegten Aethertheilchen geht an die ponderablen Atome über, wird aber in Folge der Reibung zwischen den ponderablen Atomen nicht vollständig an die Aetheratome zurückerstattet. Je tiefer also eine Lichtwelle in das Medium eintritt, um so mehr nimmt die Schwingungsamplitude ab und damit die Stärke des durchgegangenen Lichtes. Die abgegebene Energie wird dem Medium in Gestalt von Wärme zu Theil. Zur Vereinfachung der Rechnung nimmt v. Helmholtz nur eine Art ponderabler Atome an, also nur eine Art von Molekeln. Ist c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Medium, dessen Absorptionscoëfficient k ist, so lauten die v. Helmholtz'schen Formeln:

[1]) Sellmeier, Pogg. Ann. **145**, 399 und 520; **147**, 386 und 525.

[2]) H. v. Helmholtz, Zur Theorie der anomalen Dispersion. Monatsber. d. Akad. d. Wissensch. zu Berlin, October 1874. Pogg. Ann. **154**, 582 bis 596, 1875.

$$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{2}\sqrt{F^2 + G^2} + \frac{1}{2}F \qquad \frac{k_2}{z^2} = \frac{1}{2}\sqrt{F^2 + G^2} - \frac{1}{2}F,$$

wo gilt:

$$F = \frac{1}{c^2} - \frac{k^2}{z^2} = \frac{\mu}{\alpha^2} - \frac{\beta^2}{\alpha^2 z^2} - \frac{\beta^4}{\alpha^2 z^2} \cdot \frac{m z^2 - a^2 - \beta^2}{(m z^2 - \alpha^2 - \beta^2)^2 + \gamma^4 z^2}$$

$$G = \frac{2k}{c z} = \frac{-\beta^4 . \gamma^2}{\alpha^2 z} \cdot \frac{1}{(m z^2 - \alpha^2 - \beta^2)^2 + \gamma^4 z^2}.$$

Dabei hängt α von der Elasticität des Aethers, β von der Kraft, die der Aether auf die ponderablen Atome ausübt, a von der Kraft, welche die festen auf die beweglichen ponderablen Atome ausüben, und γ von der zwischen denselben wirkenden Reibungskraft ab. Ferner ist z die Schwingungszahl oder die Farbe des Lichtes. Wir müssen hier darauf verzichten, auf die Discussion dieser Ausdrücke einzugehen. Es umfasst die erste Formel sowohl die normale wie anomale Dispersion. Die zweite Formel giebt den Gang der Absorption an. Da sowohl die Fortpflanzungsgeschwindigkeit oder der Brechungsindex, als auch die Absorption durch die nämlichen Constanten wiedergegeben wird, so ist damit bewiesen, dass bestimmten Dispersionsverhältnissen ganz bestimmte ausrechenbare Absorptionsverhältnisse entsprechen und umgekehrt. Weder v. Helmholtz noch Jemand nach ihm hat bisher eine quantitative Prüfung seiner Dispersionsformel für anomal dispergirende Medien vorgenommen [1]).

Nach v. Helmholtz haben noch Lommel und Ketteler über die Dispersion gearbeitet. Lommel geht von denselben Annahmen aus wie v. Helmholtz, nimmt aber für die Wechselwirkung zwischen Aether- und Körpertheilchen ein anderes Kraftgesetz an. Etwas andere Annahmen macht Ketteler. Die Dispersionsformel, zu welcher Ketteler kommt, unterscheidet sich nur wenig von der Helmholtz'schen, wenn man in derselben die Wellenlänge statt der Schwingungsdauer, und den Brechungsindex statt der Fortpflanzungsgeschwindigkeit einführt. Indem Ketteler die Refractions- und Absorptionscurven mehrerer anomal dispergirender Medien experimentell bestimmt, ist er im Stande, seine Dispersionsformel zu prüfen. Im Grossen und Ganzen stimmen danach Theorie und Beobachtung überein. Da es hier viel zu weit führen würde, näher auf diesen Gegenstand einzugehen, müssen wir uns mit diesen Andeutungen genügen lassen und verweisen auf die Arbeiten von Lommel und Ketteler selbst, welcher all seine Untersuchungen in der 1885 von ihm veröffentlichten „Theoretischen Optik" wiedergiebt.

[1]) Eine theilweise Prüfung und Bestätigung der H. v. Helmholtz'schen Formeln wenigstens für durchsichtige Substanzen hat A. Wüllner vorgenommen und in seinem Lehrbuche der Experimentalphysik 2, 4. Aufl., 1863 mitgetheilt. Es findet sich daselbst auch eine lehrreiche Zusammenstellung der nach verschiedenen Formeln berechneten, mit den von Mascart an Flintglas von Rosette angestellten Messungen der Brechungsindices.

Fünftes Capitel.

Die Spectralanalyse.

Einfache Spectralapparate. Unter Spectralanalyse versteht man jene optische Untersuchungsmethode, durch welche irgend ein Licht, sei es ein direct ausgesendetes, sei es ein durch Reflexion oder Absorption nachträglich verändertes, auf seine Zusammensetzung geprüft wird, um daraus Schlüsse über die Natur der Körper zu ziehen, welche das Licht ausgesendet oder verändert haben. Zu diesem Zwecke wird das zu untersuchende Licht auf irgend eine Weise in ein Spectrum ausgebreitet und nachgesehen, welche Lichtsorten in demselben vorkommen und welche darin fehlen. 123

Unsere nächste Aufgabe ist, die wichtigsten Spectralapparate kennen zu lernen. Bei der ausserordentlichen Mannigfaltigkeit, welche in der Construction derselben für die verschiedenen Untersuchungszwecke Platz gegriffen hat, dürfte eine Eintheilung derselben die Uebersicht erleichtern. Wir unterscheiden zunächst Spectroskope und Spectrometer, wobei wir unter ersteren jene meist einfacheren Apparate verstehen, welche nur gestatten, die Spectra zu beobachten, während die Spectrometer mit Vorrichtungen ausgestattet sind, um am Spectrum Winkelmessungen vorzunehmen, aus denen die Brechbarkeit, beziehungsweise die Wellenlänge einer beobachteten Lichtsorte abgeleitet werden kann. Die letzteren Apparate wurden bereits im vierten Capitel beschrieben.

Eine andere Eintheilung beruht auf dem Umstande, ob das Spectrum durch prismatische Zerstreuung oder durch Beugung in Gittern erzeugt wurde. Im ersteren Falle sind wieder jene Instrumente als „geradsichtige Spectroskope“ von den übrigen zu unterscheiden, bei welchen Prismensysteme ohne Ablenkung der mittleren Strahlen zur Verwendung kommen.

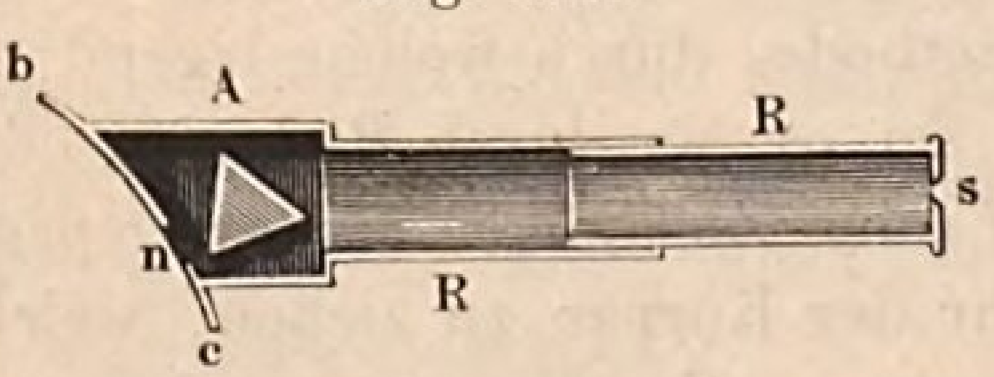
Das einfachste Spectroskop ist ein stark zerstreuendes Prisma, das man unmittelbar vor das Auge hält. Man kann damit die Spectra schmaler heller Streifen untersuchen. Legt man z. B. millimeterbreite Streifen verschieden gefärbter Papiere auf eine schwarze Unterlage, so beobachtet man mittelst des Prismas, dessen Kante natürlich parallel zu den Streifen zu halten ist, die Zusammensetzung der Farbenmischungen.

Ebenso gelingt auf diese Weise die Beobachtung der Fraunhofer'schen Linien beim Anblick einer schmalen Spalte im Fensterladen, sowie die Beobachtung der Spectra des elektrischen Funkens etc.

Als nächst einfachstes Instrument wäre das Spectroskop von Mousson, Fig. 196, zu erwähnen.

In einem innen geschwärzten Kästchen *A* von Messingblech ist ein Prisma (am besten ein solches von Faraday'schem Glase, welches 60⁰ brechenden Winkel hat) so angebracht, dass es um seine verticale Axe etwas gedreht werden kann. Einerseits ist das Kästchen durch einen geschwärzten Schirm *bc* begrenzt, in welchem sich eine verticale Spalte *n* befindet. Andererseits ist eine innen geschwärzte Röhre *R* angesetzt, welche 3 bis 4 cm weit von 40 bis zu 60 cm Länge ausgezogen werden kann. An ihrem äusseren Ende ist die Röhre mit einer feinen Spalte *s* (deren eine Schneide natürlich verschiebbar sein muss) versehen, welche mit der brechenden Kante des Prismas und der Spalte *n* parallel ist. Das zu untersuchende Licht wird durch die Spalte *s* eingeführt und das beobachtende Auge vor die Oeffnung *n* gebracht.

Fig. 196.



Die ganze Vorrichtung ist natürlich an einem passenden Stativ befestigt.

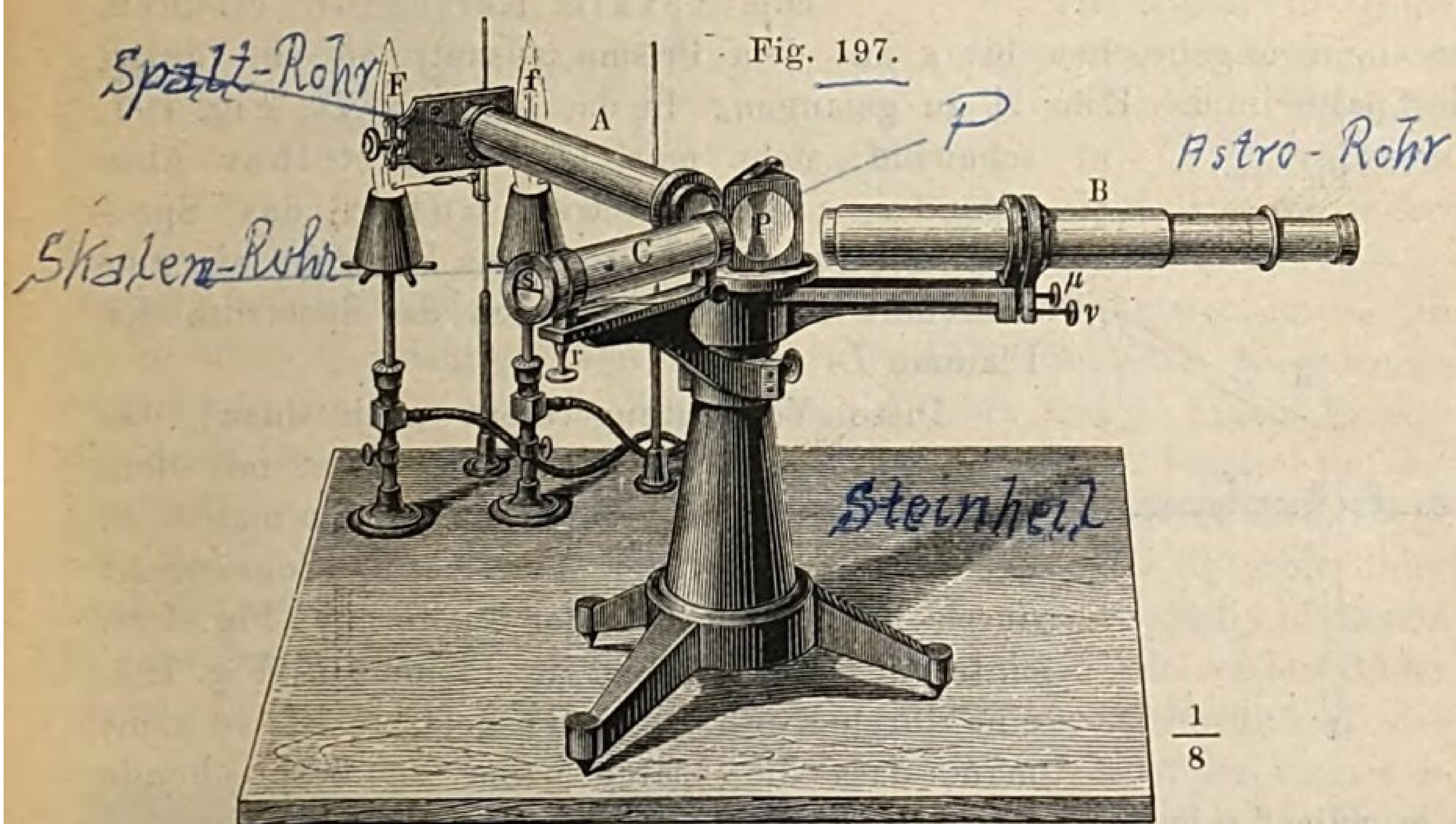
Eine genauere Zeichnung und Beschreibung dieses, sowie eines ähnlichen von englischen Mechanikern construirten Instrumentes findet sich in Carl's Repertorium I, S. 73, Tafeln XIII und XIV.

Einen wesentlichen Fortschritt ergab die Anwendung eines Fernrohres zur Beobachtung des Spectrums. Nur bei lichtschwachen und mit verwaschenen Streifen durchzogenen Spectren unterbleibt besser die Anwendung des Fernrohres. Das letztere muss auf solche Distanz von der Spalte aufgestellt und so weit ausgezogen sein, dass ohne Zwischensetzung des Prismas ein scharfes Bild der Spalte entsteht. Wird dann das Prisma dazwischen gesetzt, so ist wegen der nun dazutretenden Divergenz der einzelnen farbigen Strahlen eine Vereinigung derselben zu einem einzigen Spaltbilde nicht mehr möglich. Es entsteht vielmehr im Fernrohr gewissermaassen eine continuirliche Reihe von farbigen Spaltbildern, welche eben das Spectrum zusammensetzen.

Bei dieser zuerst von Fraunhofer angewendeten Methode besteht der Nachtheil, dass die Spalte entfernt vom Fernrohre aufgestellt werden muss und dass die Spectra lichtschwach werden, da nur ein kleiner Theil

der von der Spalte ausgehenden Strahlen zur Verwendung gelangt. Viel zweckmässiger ist es daher, die von der Spalte ausgehenden Strahlen zunächst durch eine in Brennweite aufgestellte Sammellinse parallel zu machen, wie dies bereits bei den Spectrometern erörtert wurde. Ein solches paralleles Strahlenbündel wird durch das Objectiv eines auf „unendliche" Distanz, z. B. auf einen Stern eingestellten Fernrohres zu einem scharfen Bilde der Spalte vereinigt; da in Folge des Parallelismus der Strahlen es nunmehr gleichgültig ist, in welcher Entfernung das Fernrohr aufgestellt wird, so ist es am bequemsten, es nahe an die vor die Spalte gestellte Linse zu bringen und mit den letzteren Bestandtheilen zu einem Instrumente zu vereinigen. Diese Anordnung ist an dem Bunsen'schen Spectralapparat, welcher in der von Steinheil

Fig. 197.



verbesserten Construction in Fig. 197 abgebildet ist, verwirklicht. Das massive gusseiserne Stativ trägt auf einer Messingplatte das Flintglasprisma P und ausserdem die Träger der drei Rohre A, B und C. Das unbeweglich befestigte Spaltrohr A trägt am äusseren Ende die Spalte, am inneren Ende die Sammellinse und wird Collimator genannt. Das um die Verticalaxe des Instrumentes drehbare Rohr B ist das auf parallele Strahlen eingestellte astronomische Fernrohr. Das dritte Rohr C (Scalenrohr) bildet eine nicht wesentliche, aber vortheilhafte, weiter unten zu besprechende Ergänzung des Apparates. Das Prisma P kann zur Abhaltung störenden Lichtes durch ein cylindrisches Etui mit Ausschnitten oder mit einem schwarzen Tuche bedeckt werden. Um verschiedene Spectra unmittelbar mit einander vergleichen zu können, dient die folgende durch Fig. 198 dargestellte, am äusseren Ende des Rohres A angebrachte Vorrichtung. mn ist die Spalte, durch welche das Licht in das Rohr A einfällt und welche mittelst einer Mikrometerschraube nach

Belieben weiter oder enger gemacht werden kann. Vor der unteren Hälfte dieser Spalte ist ein gleichseitiges Glasprisma angesetzt, dessen Wirkung durch Fig. 199 erläutert wird. Zunächst verhindert das Prisma *cdf*, dass von einer bei *F* aufgestellten Flamme Lichtstrahlen durch die untere Hälfte der Spalte in das Rohr *A* eintreten können. Wenn dagegen eine Flamme bei *L* aufgestellt ist, so werden die von *F* aus rechtwinklig auf die Fläche *df* fallenden Strahlen ungebrochen in das Prisma eintreten, bei *r* werden sie eine totale Reflexion erfahren, um dann ungebrochen bis *s* aus dem Prisma auszutreten und durch die Spalte in das Rohr *A* zu gelangen. In das Fernrohr *B*, Fig. 197, schauend, sieht man also unmittelbar über einander zwei Spectra: unten das Spectrum der Flamme *F* (weil das Fernrohr ein umkehrendes ist), oben dagegen das Spectrum der Flamme *L*.

Fig. 198.

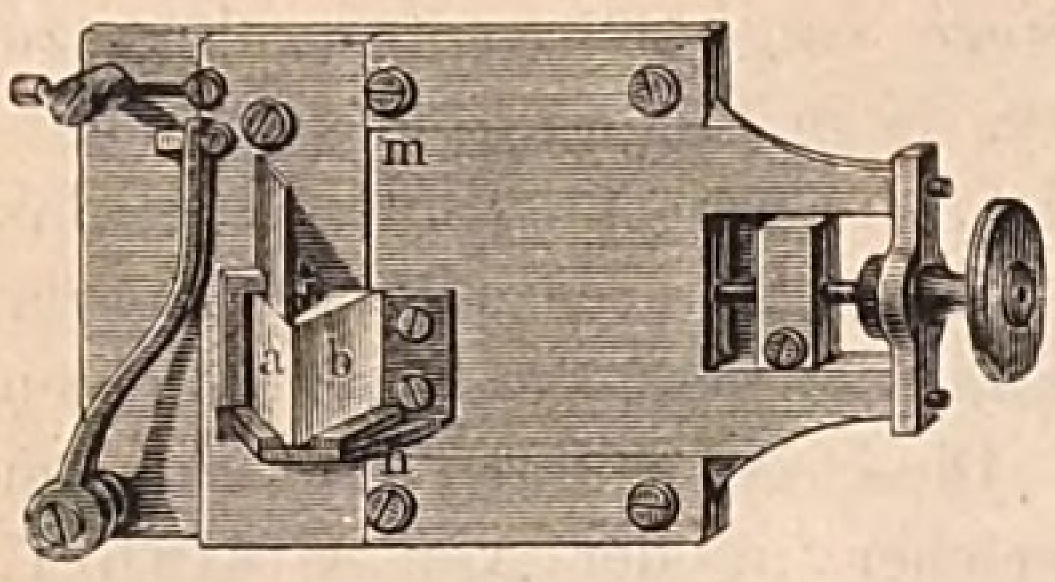
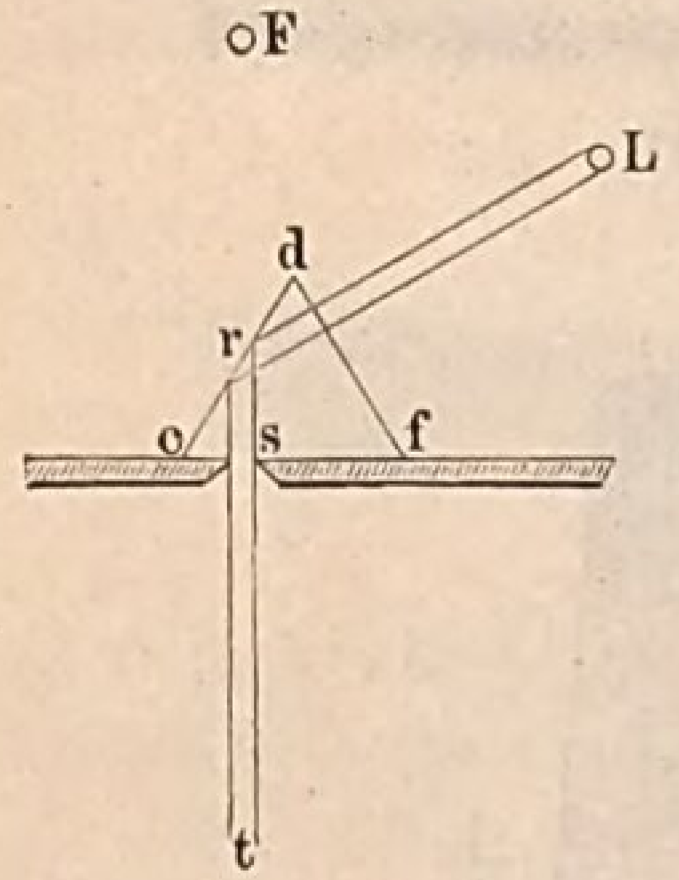


Fig. 199.



Diese Vorrichtung dient auch dazu, das Spectrum irgend einer Flamme direct mit dem Sonnenspectrum zu vergleichen. Wenn man z. B. nach Entfernung der Flamme *L* Sonnenlicht durch die obere Hälfte der Spalte *mn*, Fig. 198, eintreten lässt, während die Flamme *F*, Fig. 197, eine durch Kochsalz gelb gefärbte ist, so sieht man, dass die später näher zu besprechende helle gelbe Linie des Natriumspectrums genau mit der dunklen Fraunhofer'schen Linie *D* des Sonnenspectrums zusammenfällt, so dass erstere als die Verlängerung der letzteren erscheint.

124 **Spectralapparate mit Scala. Reduction der Scalenangaben nach Wellenlängen.** Eine mittlere Stellung zwischen Spectroskop und Spectrometer nehmen jene Apparate ein, welche mit einem Scalenrohr versehen sind, da sie wenigstens eine angenäherte Bestimmung der Lage der Spectrallinien gestatten. In Fig. 197 ist ein solches Scalenrohr *C* angebracht; dasselbe ist an dem dem Prisma *P* zugekehrten Ende gleichfalls mit einer Linse versehen, in deren Brennpunkt am äusseren Ende des Rohres eine Glasplatte angebracht ist, auf welcher sich das ungefähr 15mal verkleinerte negative photographische Bild einer Millimeterscala befindet. Oberhalb und unterhalb dieser Scala ist die Glasplatte mit Stanniol bedeckt.

Diese horizontal gestellte Scala (in unserer Figur erscheint sie als eine horizontale Linie bei *S*), deren Theilstriche weiss auf schwarzem

Grunde stehen, wird durch eine Kerzen- oder Lampenflamme erleuchtet, welche in der Richtung der Axe des Rohres *C* aufgestellt ist.

Die Fig. 200 giebt eine schematische Darstellung der gesammten Anordnung.

Von der Spalte *S* fallen die Strahlen auf die Collimatorlinse *C*, gelangen dann parallel auf das Prisma und werden durch dasselbe abgelenkt und zerstreut. Die Objectivlinse *O* des Fernrohres sammelt die rothen Strahlen zu einem rothen Bilde der Spalte in *R*, die violetten zu einem violetten Spaltbilde in *V*, die übrigen Strahlen zu einer continuirlichen Reihe von Spaltbildern, welche das Spectrum *R V* zusammensetzen. In *ss* ist die durchsichtige, von hinten beleuchtete Scala in Brennweiteentfernung von der kleinen Sammellinse *c*. Die von je Einem Punkte der Scala ausgehenden Strahlen fallen daher unter sich parallel auf die Vorderfläche *D B* des Prismas. Ein Theil derselben dringt in das Prisma ein, wird aber von der geschwärzten Hinterfläche *A B* absorbirt, der andere Theil wird gegen die Linse *O* reflectirt und ebenfalls in Einem Punkte der Linie *R V* vereinigt. In *R V* fallen daher die reellen Bilder sowohl des Spectrums als der Scala auf einander und werden durch das in der Zeichnung weggelassene Ocular des Fernrohres angeschaut. Dem Beobachter bietet sich dann beispielsweise ein Anblick dar, wie er durch Fig. 201 dargestellt ist.

Fig. 200.

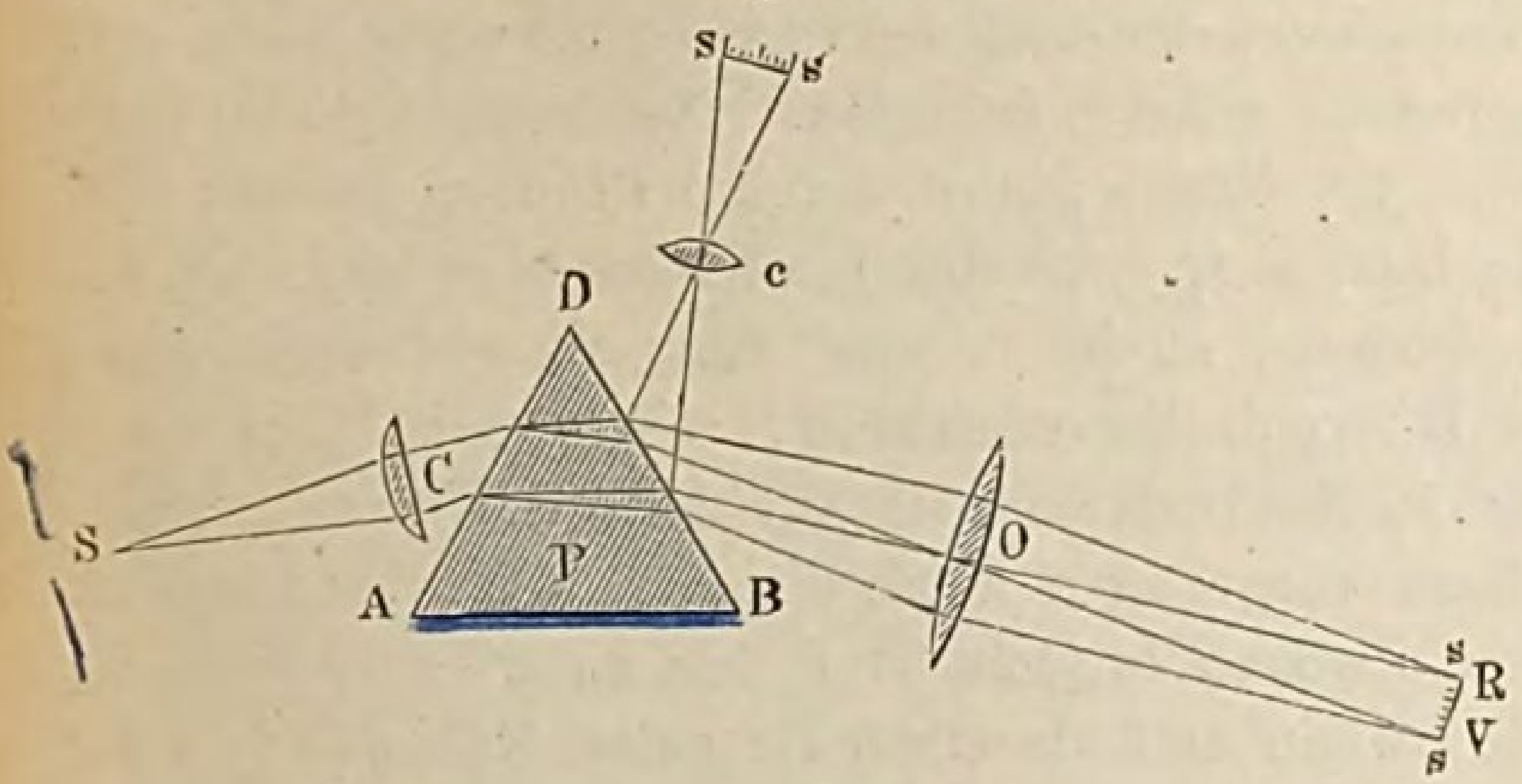
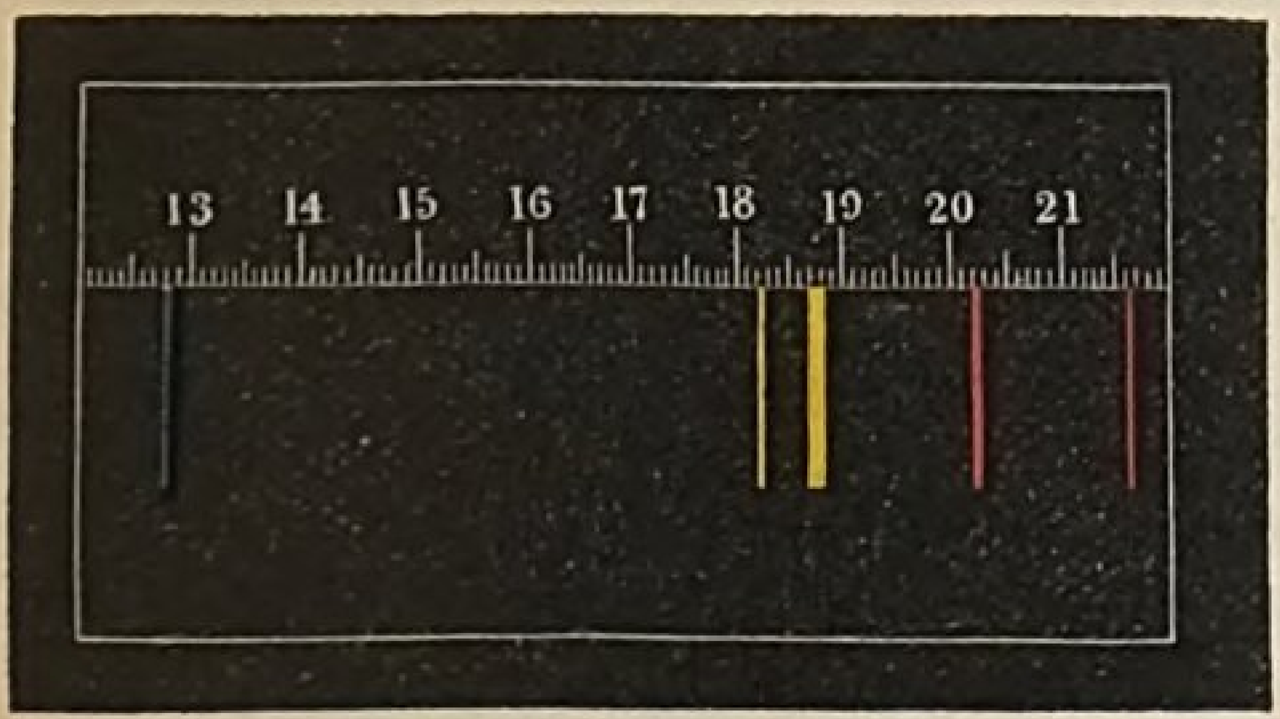


Fig. 201.



Er sieht z. B. bei einer bestimmten Anordnung des Prismas, des Spaltrohres und des Scalenrohres die gelbe Linie des Natronlichtes zwischen den Strichen 182 und 183 der Scala (die Nullen der Zahlen 180, 190 etc. sind in der Scala weggelassen). Die gelbe Strontianlinie erscheint bei 187,5, die blaue Strontianlinie bei 128, die rothe Lithiumlinie bei 202,5, die rothe Kaliumlinie bei 216,5. Diese Zahlen haben aber keinen absoluten Werth, denn sie gelten nur für dieses Instrument und nur bei dieser Anordnung seiner Theile. Nur dann können die Angaben zweier Instrumente vollkommen übereinstimmen, wenn die

Dimensionen der Scala und die Brennweite der Linse des Scalenrohres dieselben sind, wenn ferner der Winkel des Prismas und die Brechungsverhältnisse desselben für alle Strahlen gleich gross sind und endlich auch die Stellung des Prismas genau dieselbe ist. Die Scalen, meist von Salleron und Ferrier in Paris gefertigt, haben in der Regel gleiche Grösse, eine Abweichung im Maassstabe derselben, sowie eine Verschiedenheit der Brennweite der Scalenrohrlinse würden nur eine proportionale Veränderung der relativen Linienabstände hervorrufen, welche leicht auf ein gemeinsames Maass redcirt werden könnten. Die Verschiedenheit in der Wirkung des Prismas ist fataler, weil sie die Proportionalität der Scalenangaben stört, sie lässt sich zwar durch verschiedene Stellung des Prismas annähernd ausgleichen, allein es wird stets am sichersten sein, durch ein graphisches Interpolationsverfahren, wie Steinheil vorgeschlagen hat, die Angaben des Instrumentes auf die der Bunsen'schen Scala oder, wie neuerdings vorgezogen wird, direct auf Wellenlängen zu reduciren. Zu diesem Zwecke braucht man nur zu wissen, dass im Bunsen'schen Apparate, wenn man daselbst die gelbe Natronlinie oder die Linie *D* des Sonnenspectrums auf dem Theilstrich 100 (nach Lecoc) einstellte (Bunsen selbst stellte sie meistens auf 50), die Fraunhofer'schen Linien folgende Lage hatten, wie sie in der ersten Columne der nachstehenden Tabelle angegeben sind.

	Bunsen's Apparat	Zu untersuchender Apparat	Differenz
A	67,5	—	—
B	78,0	78,8	+ 0,8
C	84,0	84,6	+ 0,6
D	100,0	100,0	0,0
E	121,0	120,3	— 0,7
F	139,6	138,2	— 1,4
G	177,6	174,6	— 3,0
H	211,8	207,0	— 4,8

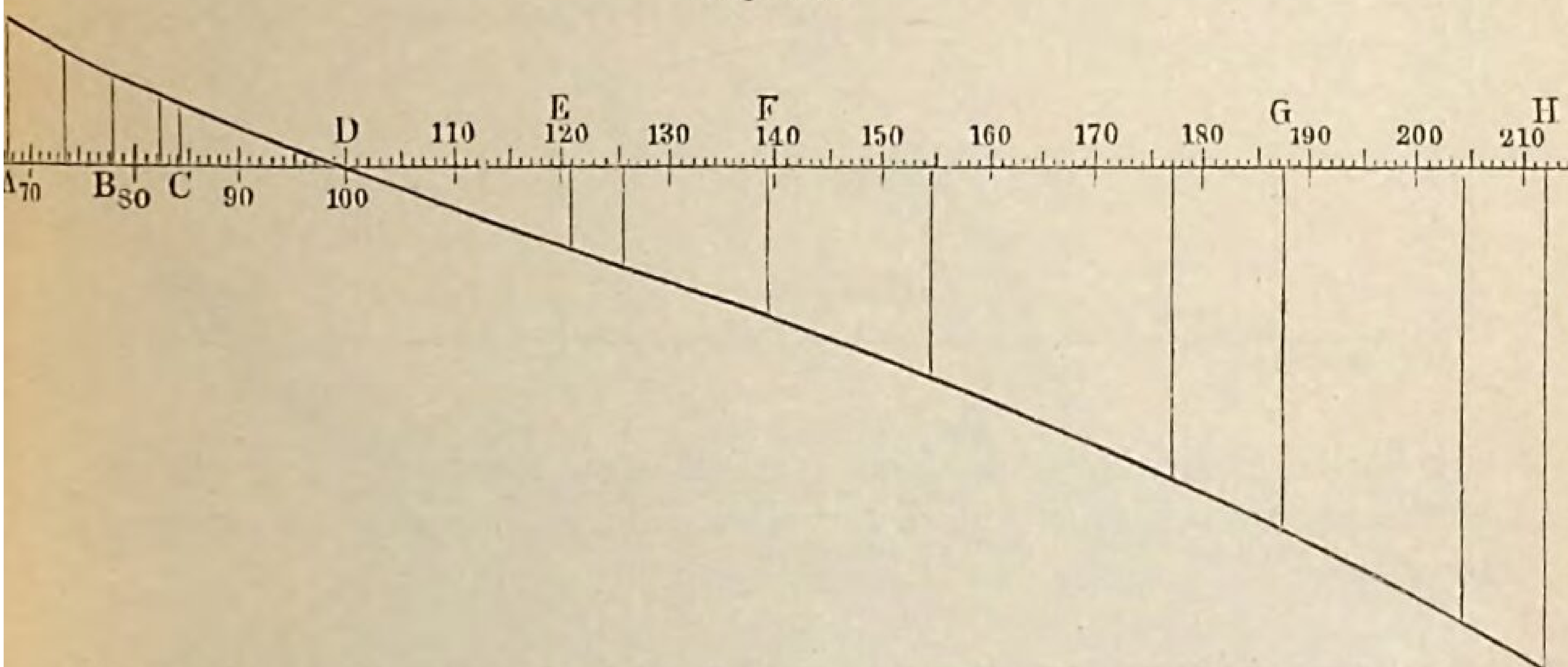
Angenommen nun, in einem anderen zu untersuchenden Apparate haben die Fraunhofer'schen Linien, nachdem man die *D*-Linie ebenfalls auf 100 gestellt, die in der zweiten Columne angegebene Lage, so rechnet man die Differenzen und trägt diese Zahlenwerthe auf einem rechtwinkligen Coordinatensystem in der Weise auf, dass die Zahlen der zweiten Columne an die betreffende Stelle der Abscissenaxe kommen und die Differenzen (in vergrössertem Maassstabe) als Ordinaten erscheinen. Fig. 202.

Die Enden der Ordinaten verbindet man durch eine Curve. Die an derselben für irgend einen Abscissenpunkt abgelesene Ordinate giebt dann unter Rücksichtnahme auf das Zeichen die jedesmalige Correction, welche man zu einer Scalenangabe des Instrumentes hinzufügen muss, um dieselbe auf Bunsen's Scala zu reduciren. D. H. Vogl hat vor-

geschlagen, die Linie *D* immer mit 0 zu bezeichnen und die Scalentheile von dort gegen das rothe Ende mit —, gegen das violette Ende mit + zu zählen. Es sind also bereits drei verschiedene Anfangspunkte der Scala üblich: nach Bunsen, Lecoc und Vogl, welche die Linie *D* mit 50, 100 und 0 bezeichnen. Ausserdem werden wir später noch der hiervon verchiedenen Kirchhoff'schen Scala des Sonnenspectrums begegnen.

Um alle Willkür auszuschliessen und eine Bezeichnung zu wählen, welche sicher von allen Physikern richtig verstanden wird, reducirt man

Fig. 202.



die Scalenangaben auf Wellenlängen, die in Milliontel von Millimetern angegeben werden [1]).

Vorgreifend geben wir nachfolgend eine kleine Tabelle dieser Wellenlängen für die Fraunhofer'schen Linien:

A	761 $\mu\mu$	*D*	589 $\mu\mu$	*G*	431 $\mu\mu$
B	687	*E*	527	H_1	397
C	657	*F*	466	H_2	394

Um die Angaben jenes Instrumentes, für welches wir vorhin die Reduction auf Bunsen's Scala vorgenommen haben, auf Wellenlängen zu übertragen, könnten wir uns der Construction nach Fig. 203 bedienen. Die Abscissen sind Scalentheile, die Ordinaten Wellenlängen. (In der

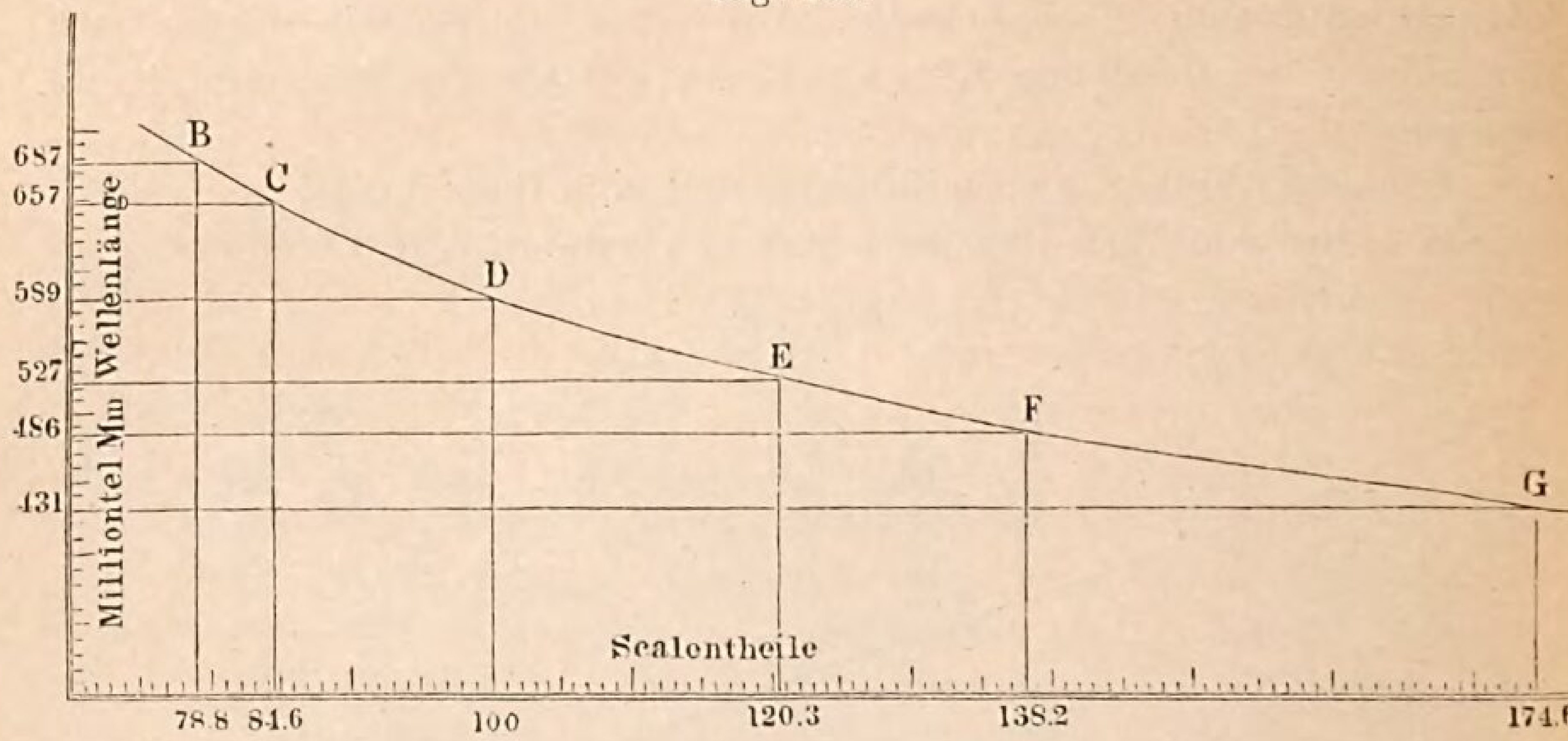
[1]) In der Bezeichnung der kleinen Bruchtheile eines Millimeters, nach welchen die Wellenlänge gemessen wird, herrschte bisher keine volle Uebereinstimmung. Wir wollen uns der gegenwärtig üblichsten Bezeichnungsweise bedienen, wonach:

1 Millimeter, wie bisher, bezeichnet wird mit mm,
$^1/_{1000}$ „ genannt Mikron, bezeichnet wird mit μ,
$^1/_{1000000}$ „ = ein Milliontel Millimeter, bezeichnet wird mit $\mu\mu$.

Die Wellenlängen werden meist nach Milliontel-Millimetern angegeben. Angström benutzte ein Zehnmilliontel, also 0,0000001 als Einheit (Angström'sche Einheit der Wellenlänge).

Figur ist, um Raum zu sparen, die Linie *H* weggelassen und der Maassstab, namentlich für die Ordinaten, kleiner angenommen, als der Genauigkeit zuträglich wäre.) Indem man für irgend eine Scalenablesung die

Fig. 203.



zugehörige Ordinatenhöhe abliest, erhält man direct die Wellenlängen. Selbstverständlich führt eine Interpolation durch Rechnung zu genaueren Resultaten.

125 **Spectralapparate mit mehreren zerstreuenden Prismen.** Um eine vollständigere Entfaltung des Spectrums zu erzielen, hat Kirchhoff bei seinen berühmten „Untersuchungen über das Sonnenspectrum und die Spectren der chemischen Elemente“ [1]) statt eines einzigen Flintglasprismas deren vier angewendet, welche nach einander durch das Strahlenbündel durchsetzt wurden, so dass jedes folgende Prisma die Zerstreuung vergrösserte. Fig. 204 giebt eine perspectivische Darstellung des Kirchhoff'schen Apparates. Die vier Prismen, von denen drei einen brechenden Winkel von 45, eines einen solchen von 60 Graden hat, sind mittelst kleiner Dreifüsse auf einer horizontalen, kreisförmigen eisernen Platte aufgestellt, auf welcher das Rohr *A* befestigt ist. Das eine Ende dieses Rohres ist durch ein Fernrohrobjectiv von 46 cm Brennweite geschlossen, in dessen Brennpunkt sich am anderen Ende des Rohres eine Spaltvorrichtung befindet, wie sie bereits besprochen wurde. Das Beobachtungsfernrohr *B*, dessen Objectiv gleichfalls 46 cm Brennweite hat, steht zunächst auf einer um den Mittelpunkt der eisernen Platte drehbaren Schiene, kann aber gegen diese Schiene abermals um eine verticale und eine horizontale Axe verschoben werden, wie man aus der Figur ersieht.

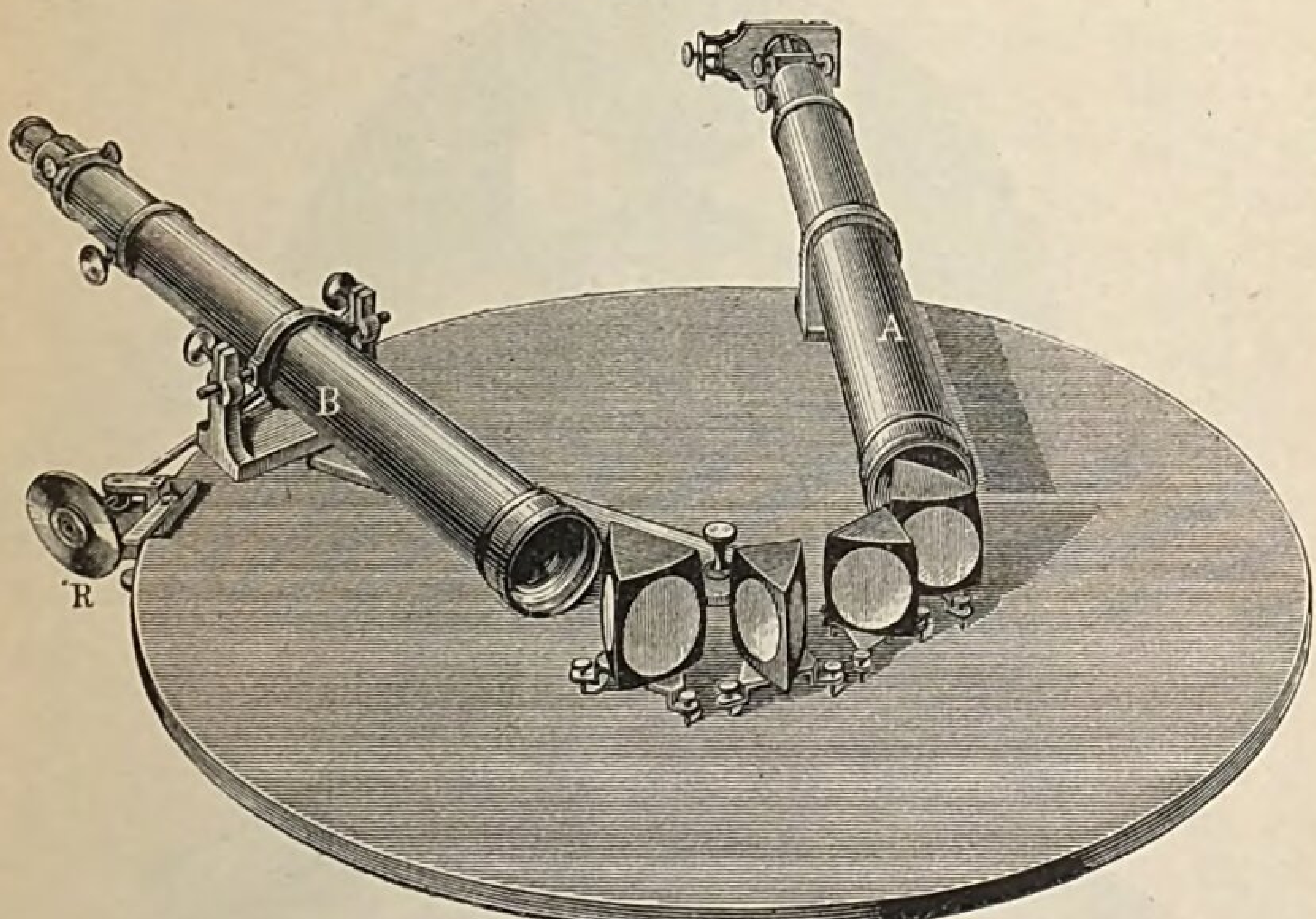
Die Vergrösserung des Fernrohres *B* war eine 40fache. Später hat man stark zerstreuende Spectroskope mit noch mehreren Prismen construirt.

[1]) Abhandlungen d. königl. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1861, 1863.

So wandte Thalén sechs Flintglasprismen, Gassiot deren acht, Merz sogar elf Glasprismen an. Rutherford benutzte sechs, Cooke neun Schwefelkohlenstoffprismen. Mit letzteren gelang es, die Linie *D* in 60 feinere Linien aufzulösen. Allzu viele Prismen schwächen jedoch das Licht zu sehr. E. C. Pickering hat gezeigt, dass ein Prisma von 64^0 mehr als die doppelte Dispersion bei geringerem Lichtverluste giebt als ein Prisma von 45^0, und dass eine Combination von sieben Prismen von 64^0 wirksamer ist, als eine solche von zwölf Prismen von 45^0.

Automatisches Spectroskop nennt man ein solches aus vielen Prismen zusammengesetztes, welches eine Vorrichtung besitzt, um sämmtliche Prismen zugleich in richtiger Weise zu verstellen, so dass

Fig. 204.



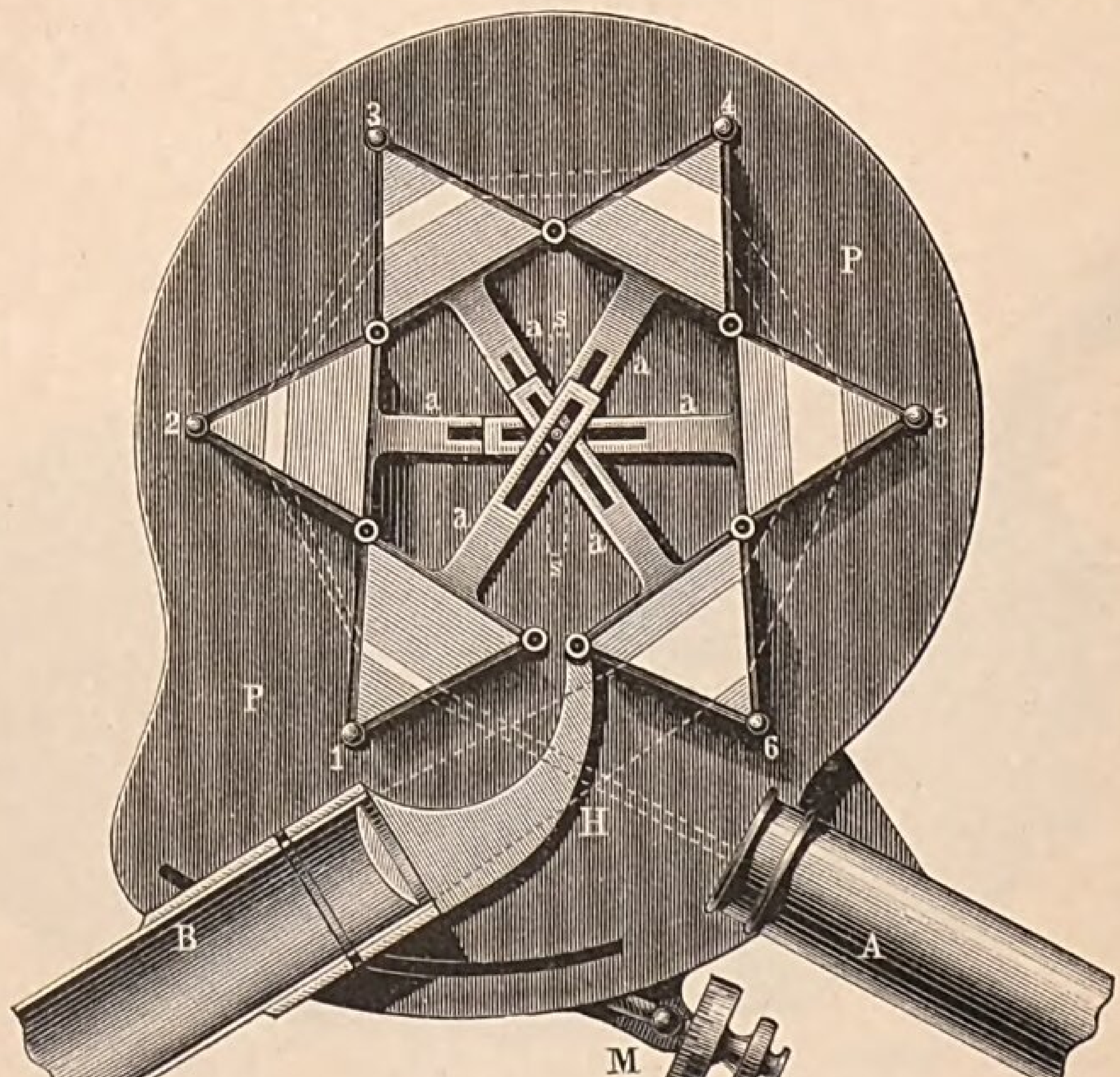
sie für verschiedenfarbige Strahlen das Minimum der Ablenkung geben. O. v. Littrow hat zuerst eine solche Construction vorgeschlagen. Die Fig. 205 (a. f. S.) giebt eine Darstellung von Brownings automatischem Spectroskop.

Von den sechs Prismen ist nur das erste an der Grundplatte *PP* befestigt, die übrigen sind mit der dreieckigen Metallfassung an den Ecken scharnierartig an einander gehängt. Jedes Prisma ist mittelst eines geschlitzten Fortsatzes so an den centralen Zapfen befestigt, dass es sich um denselben drehen, sich ihm nähern und entfernen kann, wobei aber die Halbirungslinie des Kantenwinkels stets die Richtung durch den Zapfen behält. Letzterer ist selbst unterhalb der Platte an dem verschiebbaren Stücke *ss* befestigt. Das Fernrohr wird durch die Schraube *M* verschoben und wirkt zunächst auf das Prisma *b* und durch

dieses auf alle anderen Prismen in der Weise verstellend ein, dass stets alle die Minimalablenkungsstellung für die jeweilig zu beobachtende Strahlengruppe einnehmen.

Spectroskop mit rückläufigem Strahlengang heisst ein ebenfalls zuerst von O. Littrow in Wien erfundenes Instrument, bei welchem die durch mehrere Prismen hindurchgegangenen Strahlen statt aus dem letzten Prisma auszutreten, an der spiegelnden Hinterfläche des letzteren reflectirt werden und die ganze Reihe der Prismen in umgekehrter Ordnung wieder durchsetzen. Die zerstreuende Wirkung des Apparates ist also dann so gross, wie wenn die Prismenzahl die doppelte

Fig. 205.



wäre. Um den Conflict des austretenden Strahlenbündels mit dem eintretenden zu verhindern, haben dann noch C. A. Young und N. Lockyer zur Reflexion ein doppelt total reflectirendes, gleichschenklig rechtwinkliges Prisma angewendet, welches das durch die unteren Prismenhälften gegangene directe Strahlenbündel nach zweimaliger Reflexion durch die oberen Hälften der Prismen zurückwirft. Ein nach demselben Princip construirtes Spectrometer von Abbe wurde bereits im §. 100 beschrieben.

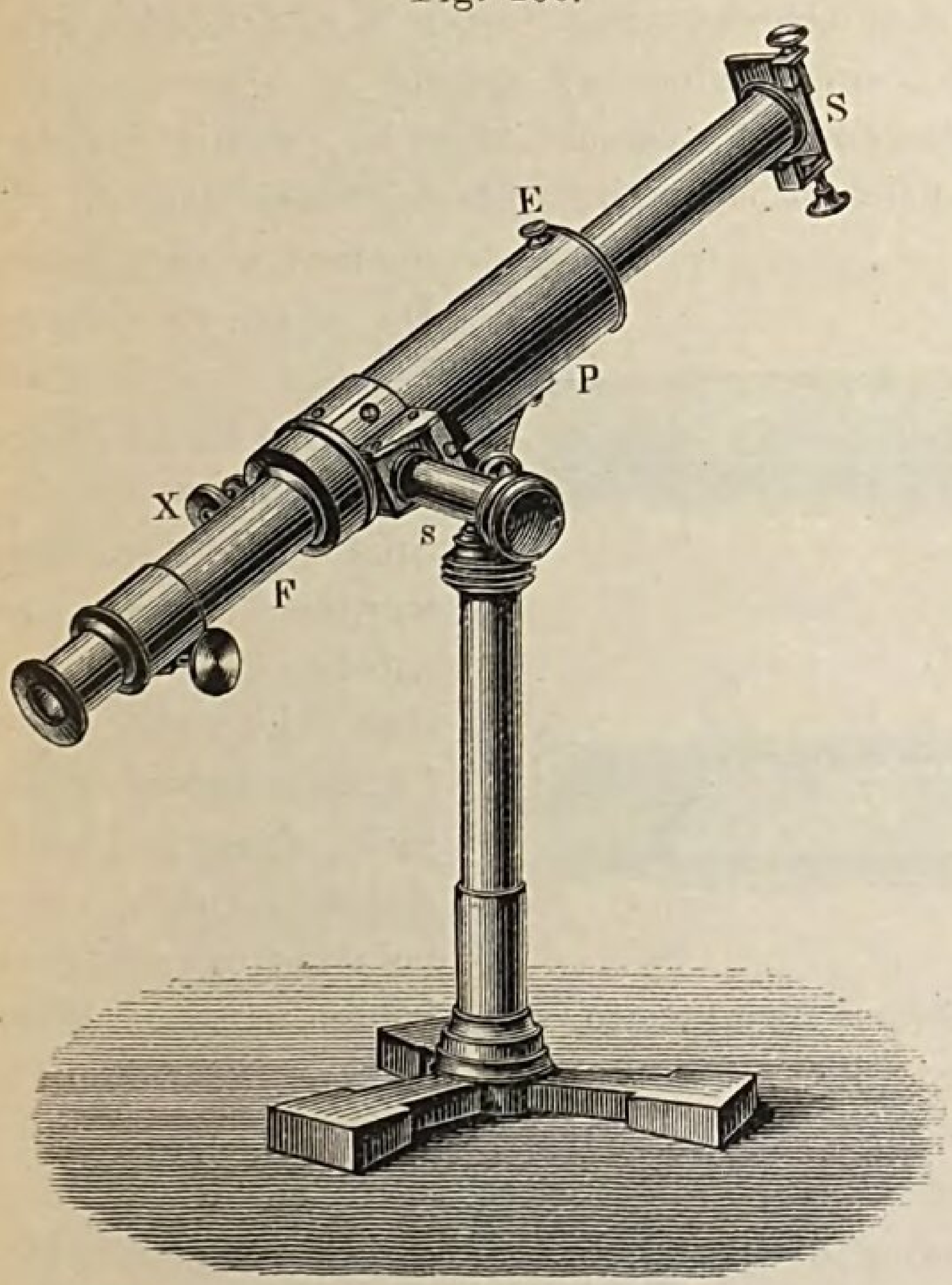
Dieses Princip wurde auch von Browning in London bei seinen grossen Spectralapparaten angewendet. Noch weiter ging A. Hilger in London, indem er einen Spectralapparat construirte, bei welchem die Lichtstrahlen den Weg durch drei Prismen sechsmal hin und zurück

zu machen haben. Bezüglich dieser kostspieligen Instrumente verweisen wir auf Specialwerke [1]).

Geradsichtige Spectroskope. Eine besondere Classe von Spectralapparaten, die sich wegen ihrer Bequemlichkeit immer mehr einbürgern, bilden die „Spectroskope mit gerader Durchsicht“ (*à vision directe*); wir wollen sie künftig kurz „geradsichtige Spectroskope“ nennen. 126

Die einfachsten hierher gehörigen Spectroskope sind die im §. 116 beschriebenen Prismen, welche den eintretenden Strahl durch innere totale Reflexion parallel mit der Einfallsrichtung austreten lassen; doch haben diese Prismen bisher keine grosse Verbreitung erlangt. Die meisten geradsichtigen Spectroskope beruhen auf der Anwendung der im §. 116 beschriebenen und §. 117 berechneten Combinationen mehrerer Prismen.

Fig. 206.



Ausgezeichnete Apparate dieser Art werden von Hofmann in Paris, von Browning in London, von Merz und von Steinheil in München verfertigt. Neuestens werden insbesondere die von Ad. Hilger in London (192 Tottenham Court Roan) nach den Rechnungen von Christie ausgeführten Instrumente empfohlen. (Pogg. Ann. Beiblätter, Bd. I, S. 124 und 556). Fig. 206 zeigt ein Hofmann'sches Instrument dieser Art nach Janssen. *S* ist die Spaltvorrichtung, bei *E* befindet sich die Collimatorlinse, *P* enthält die Prismencombination aus fünf Prismen (Fig. 194), *F* ist das Fernrohr, welches, um das Spectrum in seiner ganzen Ausdehnung verfolgen zu können, mittelst der Schraube *x* ein wenig nach der Seite gedreht werden kann. *s* ist ein Scalenrohr, welches ebenfalls eine Convexlinse enthält, durch welche die von der Scala ausgehenden Strahlen parallel gerichtet werden, bevor sie auf die Be-

[1]) Schellen's Spectralanalyse, 3. Aufl., I, 231.

grenzungsfläche des vordersten Prismas gelangen, von wo sie ins Ocular reflectirt werden.

Hofmann's Taschenspectroskop unterscheidet sich von dem eben beschriebenen Instrumente durch den Mangel eines Statives und des Scalenrohrs und die viel kleineren Dimensionen, welche insbesondere dadurch ermöglicht werden, dass statt des astronomischen Fernrohrs ein Galilei'sches angebracht ist. Das ganze Instrument ist nur etwa 20 cm lang.

Browning's Taschen- oder Miniaturspectroskop ist noch einfacher construirt, indem es kein Fernrohr enthält. Die Figuren 207 und 208 zeigen eine Abbildung und einen Längsdurchschnitt durch das Instrument in $^2/_3$ der natürlichen Grösse. Das System von drei oder fünf Prismen wird in eine Röhre eingeschlossen, welche in einer zweiten Röhre, deren Ende die Spalte enthält, verschiebbar ist, damit der Abstand der letzteren der deutlichen Sehweite verschiedener Augen angepasst werden kann. Da aber zu diesem Zwecke die Ocularlöffung *o* bis zu 30 cm Abstand von der Spalte bei *r r* entfernt werden müsste, so würde der Apparat eine sehr unbequeme Länge erhalten, wenn nicht diesem Uebelstande durch eine bei *a a* eingeschaltete achromatische Linse von 52 mm Brennweite vorgebeugt würde. Hierdurch erhält das Instrument die so bequemen kleinen Dimensionen. Die Weite der Spalte kann mittelst einer eigenthümlichen, nach dem Princip des amerikanischen Universalklemmfutters construirten Vorrichtung durch blosse Drehung des Ringes *r r* regulirt werden. Die Endöffnungen sind zum Schutze gegen Staub durch Glasplättchen *g* verschlossen.

Fig. 207.

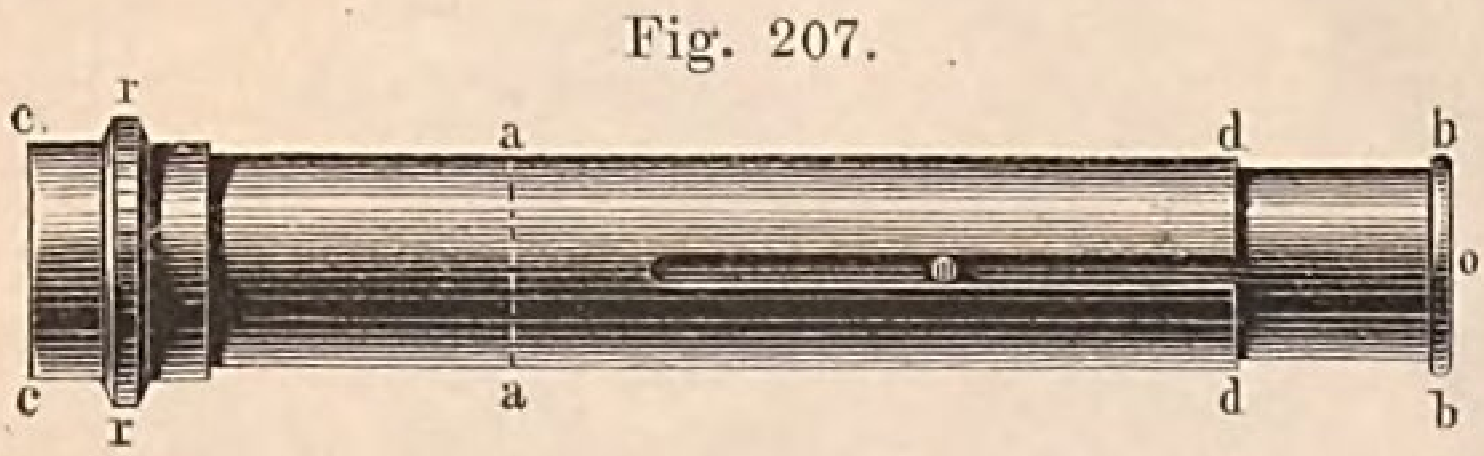


Fig. 208.



Auf einem ganz verschiedenen Wege hat Simmler (Pogg. Ann. CXX, 1863) ein Spectroskop „mit gerader Durchsicht" hergestellt, indem er die abgelenkten Strahlen durch totale Reflexion an der Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Prismas in die ursprüngliche Richtung zurückführte. Hermann und Studer in Bern construiren nach diesem Principe Spectroskope mit zwei zerstreuenden Flintglas- und zwei reflectirenden Crownglasprismen.

Die astronomischen Spectroskope erfordern einige besondere Einrichtungen. Zunächst werden sie meist, wie die grossen Refractoren, mit einem Uhrwerk verbunden, welches bewirkt, dass die Instrumentaxe

der scheinbaren Bewegung des Sternenhimmels folgt. Da ferner die Fixsterne nur als Punkte gesehen werden, so würde ihr Spectrum im Sternspectroskop nur als Linie ohne messbare Breite erscheinen und deshalb nur schwer zu untersuchen sein. Mittelst einer Cylinderlinse, d. i. einer Glaslinse, welche statt von Kugelflächen von Cylinderflächen begrenzt ist, kann man jedoch das linienförmige Spectrum zu einem bandförmigen von merkbarer Breite ausdehnen. Eine Cylinderlinse giebt nämlich von einem leuchtenden Punkte nicht ein punktförmiges Bild, sondern ein verzerrtes, in Form einer leuchtenden geraden Linie, ebenso vereinigt sie parallele Strahlen statt in einem Brennpunkte in einer zur optischen Axe senkrechten Brennlinie. Von dieser macht man dann im Spectroskop denselben Gebrauch wie von einer Spalte.

Die Anordnung des ganzen Instrumentes kann dann auf zwei verschiedene Arten geschehen. Entweder man setzt, wie Fig. 209 zeigt, das Prismensystem *P* zwischen das Objectiv *o* und das Ocular des Fern-

Fig. 209.

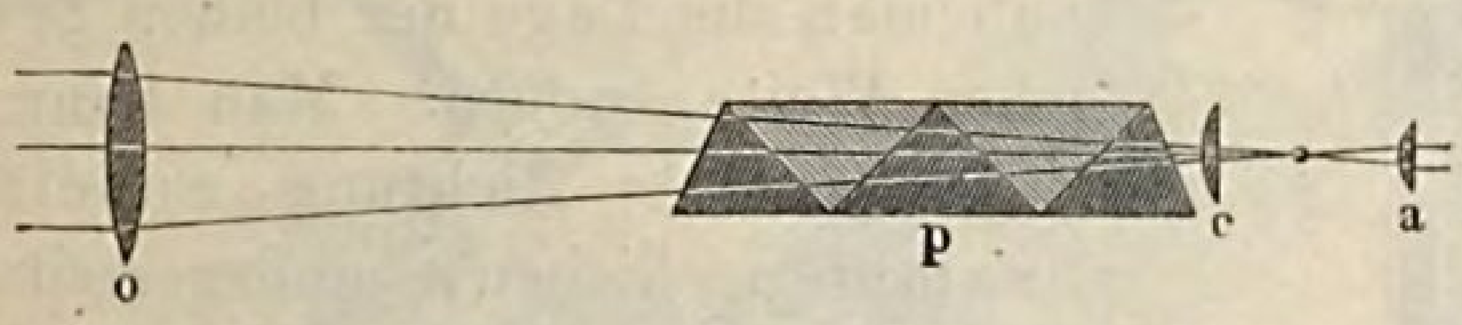
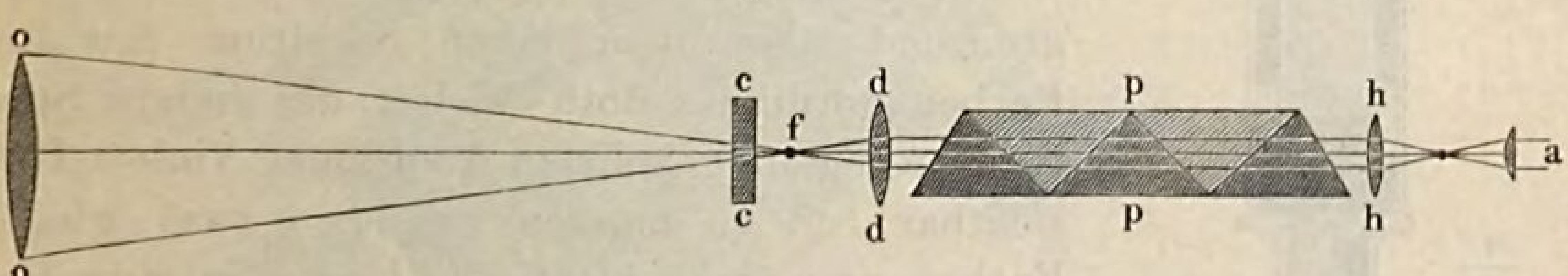


Fig. 210.

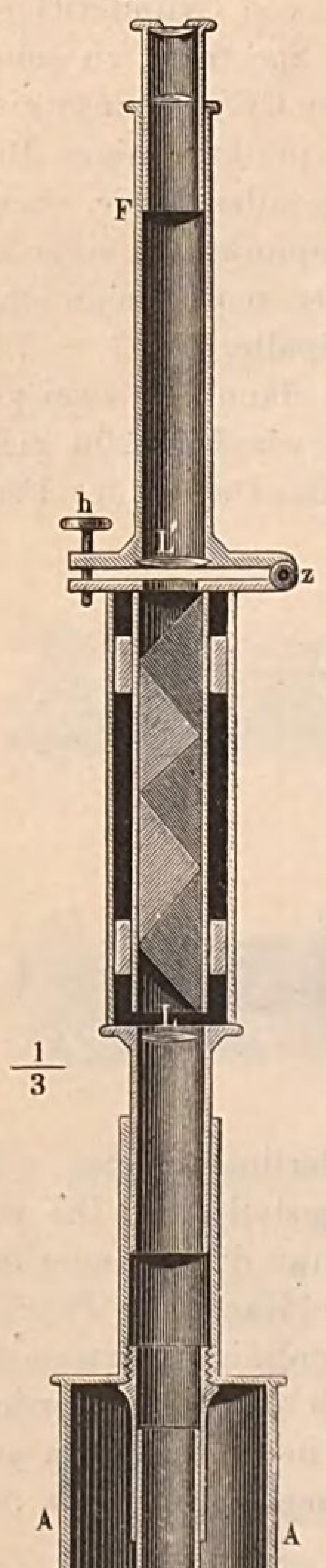


rohrs, dessen Collectivglas *c* man durch eine Cylinderlinse ersetzt, oder man trifft eine Anordnung, wie sie in Fig. 210 dargestellt ist. Die vom Fernrohr *oo* kommenden Strahlen fallen zunächst auf die Cylinderlinse *cc*, welche den Brennpunkt des Objectivs in eine der Kante der Prismen parallele (auf der Zeichnungsebene senkrechte) Brennlinie *f* verwandelt. Die von *f* aus divergirenden Strahlen werden durch die Collimatorlinse *dd* parallel gemacht, durch das Prismensystem *PP* in ein Spectrum aufgelöst und dieses durch ein kleines Fernrohr, dessen Objectiv *hh* und dessen Ocular *a* ist, beobachtet.

Das Sonnenspectroskop Zöllner's ist in Fig. 211 in $^1/_3$ der natürlichen Grösse abgebildet. Hier ist keine Cylinderlinse nöthig. *s* ist die Spalte, *L* die Collimatorlinse, welche die Strahlen parallel macht, hierauf folgt das Prismensystem. Das aus drei Linsen bestehende Ocular ist um das Scharnier *z* drehbar. Ausserdem lässt sich das ganze Spectroskop um seine Axe drehen, während es mittelst des Schraubengewindes *bb* an dem Refractor befestigt ist. Diese Einrichtung hat den Vortheil, dass sich das Spectroskop jederzeit entfernen und durch ein

gewöhnliches Ocular vertauschen lässt. Ausser diesen „Ocularspectroskopen“ giebt es aber auch „Objectivspectroskope“, bei welchen auf die ursprüngliche Fraunhofer'sche Einrichtung, das zerstreuende Prisma vor dem Objectiv anzubringen, zurückgegriffen wurde. Diese Anordnung hat nach Secchi den Vorzug grösserer Helligkeit des Spectrums.

Fig. 211.

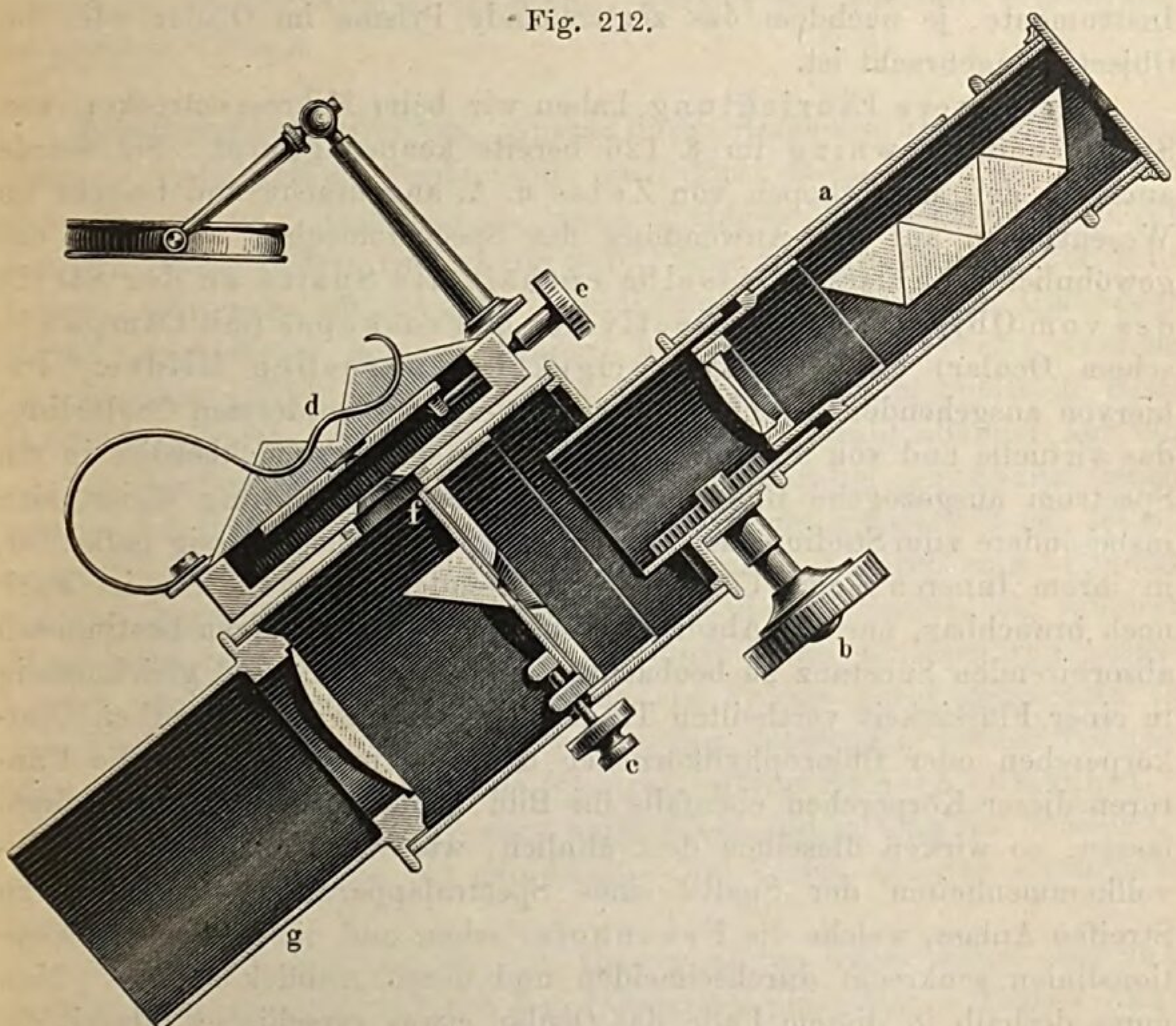


Zöllner's Reversionsspectroskop ist ein sehr sinnreiches Instrument, welches insbesondere ermöglicht, sehr geringe Verschiebungen der Spectrallinien zu beobachten und zu messen. Es enthält zwei gleiche Prismensysteme mit gerader Durchsicht, welche in verkehrter Lage neben einander angebracht sind, so dass zwei Spectra mit entgegengesetzter Farbenreihe entstehen. Durch entsprechende mikrometrische Bewegungen der in zwei Hälften zerschnittenen Objectivlinse kann man die Lage der beiden Spectren in zweifacher Weise ändern. Man kann sie einerseits in horizontaler Richtung auseinander- oder zusammenschieben, andererseits sie einzeln höher oder tiefer stellen, also auch parallel über einander anordnen. Wenn nun unmittelbar angrenzend über dem einen Spectrum mit der Farbenanordnung Roth-Violett, das andere Spectrum in der umgekehrten Anordnung Violett-Roth sichtbar ist, so müssen irgendwo zwei gleiche Farben resp. zwei identische Linien in eine Verticale zu liegen kommen, und es muss durch parallele Verschiebung der Spectra möglich sein, zwei beliebige identische Linien in diese übereinstimmende Lage zu bringen. Aendert sich dann die Lage dieser Linien im Spectrum, so ändert sie sich im Gesichtsfelde bei beiden Spectren in entgegengesetzter Richtung, die Verschiebung wird also in doppeltem Maasse sichtbar. Wir werden später hören, welche wichtige Folgerungen aus der Beobachtung einer solchen Verschiebung gezogen werden können.

Das Mikrospectroskop oder Spectralmikroskop ist ein mit Spectroskop ausgerüstetes Mikroskop. Auf letzteres Instrument kommen wir später zu sprechen, wir wollen daher hier nur den spectralen Theil berücksichtigen. Auch hier kann, wie bei den Fernröhren, der zerstreuende Apparat, der meistens auch aus einem Prismensystem mit gerader Durchsicht besteht, in verschiedener Weise angebracht werden.

Fig. 212 zeigt eine Durchschnittszeichnung des Mikrospectroskops von Sorby und Browning, welche wir dem vortrefflichen Werke H. E. Roscoe's Spectralanalyse entnehmen. Die abnehmbare Röhre *a* enthält das geradsichtige Prismensystem, unterhalb desselben befindet sich ein achromatisches Ocular, bestehend aus Doppellinse und gesonderter Planconvexlinse. Zwischen den letzteren ist die Spalte angebracht, welche durch die Schraube *c* geöffnet und geschlossen werden kann. Eine andere in der Zeichnung nicht sichtbare Schraube regulirt die horizontale Einstellung der Spalte. Das rechtwinklige Prisma und die Spalte

Fig. 212.



bei *f* dienen zur Einführung eines Vergleichsspectrums. Bei *d* können Glasröhrchen mit Flüssigkeiten eingeklemmt werden. Das Licht glühender Körper kann durch den Spiegel hineinreflectirt werden.

Das Ganze wird statt des gewöhnlichen Oculars mit der Röhre *g* auf den Tubus eines Mikroskops aufgesetzt und nach weit geöffneter Spalte und Wegnahme des Theiles *a* zunächst das Object scharf eingestellt. Dann setzt man *a* auf, verengert den Spalt nach Bedarf und stellt das Spectrum mittelst der Schraube *b* scharf ein. Es ist ferner darauf zu achten, dass die beiden Spalten in derselben Richtung erscheinen. Zeiss in Jena hat diesen Apparat noch weiter verbessert.

Bei seinen Instrumenten ist das Scalenrohr oberhalb des aus drei Prismen zusammengesetzten Zerstreuungsapparates seitwärts angebracht. Der letztere kann sammt dem Scalenrohr um einen excentrischen Zapfen zur Seite gedreht werden. Die Theilung der Scala giebt unmittelbar die Wellenlängen bis auf $^1/_{100}$ Mikromillimeter.

127 **Mikrospectroskop, Spectralmikroskop.** Mit diesen Namen bezeichnen wir im Allgemeinen alle Instrumente, welche in sich das Princip des Mikroskops mit jenem des Spectroskops vereinigen.

Es giebt jedoch zwei wesentlich verschiedene Constructionen dieser Instrumente, je nachdem das zerstreuende Prisma im Ocular oder im Objectiv angebracht ist.

Die erstere Einrichtung haben wir beim Mikrospectroskop von Sorby und Browning im §. 126 bereits kennen gelernt. Sie wurde auch an den Mikroskopen von Zeiss u. A. angebracht und besteht im Wesentlichen auf der Anwendung des Spectrumoculars an Stelle des gewöhnlichen Oculars. Dasselbe enthält die Spalte an der Stelle des vom Objectiv und Collectiv des Mikroskopes (mit Campani'-schem Ocular) entworfenen umgekehrten reellen Bildes. Die hiervon ausgehenden Strahlen liefern mittelst der vordersten Ocularlinse das virtuelle und von dem geradsichtigen Prismensystem überdies in ein Spectrum ausgezogene Bild der Spalte. Diese Einrichtung eignet sich insbesondere zum Studium der Absorptionsspectra gleichmässig gefärbter, in ihrem Inneren keine Conturen enthaltender Objecte. Sie ist auch noch brauchbar, um das Absorptionsspectrum einer einzigen bestimmten absorbirenden Substanz zu beobachten, welche an fein und gleichmässig in einer Flüssigkeit vertheilten Trägern haftet, wie das bei rothen Blutkörperchen oder Chlorophyllkörnchen der Fall ist. Da aber die Conturen dieser Körperchen ebenfalls ihr Bild in der Spaltebene erscheinen lassen, so wirken dieselben dort ähnlich, wie Staubtheilchen oder Unvollkommenheiten der Spalte eines Spectralapparates und geben zu Streifen Anlass, welche die Fraunhofer'schen und die anderen Absorptionslinien senkrecht durchschneiden und deren Anblick stören. Man muss deshalb in diesem Falle das Ocular etwas verschieben, damit die Spaltebene nicht genau in die Bildebene fällt, wodurch dann das mikroskopische Bild der Körnchen verschwommen wird, wofür die Absorptionsstreifen desto besser beobachtet werden.

Ausserdem eignet sich das Mikroskop mit Spectrumocular zum Studium der Polarisationsfarben, wovon später die Rede sein wird.

Beim Mikrospectroskop von Zeiss ist die Einrichtung getroffen, dass man das Prisma mittelst eines Hebels über dem Ocular auslegen und dadurch das Instrument rasch in ein gewöhnliches Mikroskop umwandeln kann. Auch enthält dieses Instrument einen nach Wellenlängen getheilten Maassstab, welcher zur genaueren Bestimmung der Farbensorte dient.

Die andere, ursprünglich ältere Construction ist nun jene, bei welcher das weisse Licht, noch bevor es in das Mikroskop eintritt, zuerst eine Spalte passirt, dann durch ein geradsichtiges Prisma in ein Spectrum zerlegt wird, welches in die Ebene des Objectes projicirt wird. Befindet sich dort wieder eine Spalte, so kann derselben durch Verstellung des Prismas eine bestimmte Farbe zugeführt werden und man kann demnach die dort befindlichen Objecte in einem beliebigen nahe monochromatischen Lichte beobachten.

A. Rollet, dem wir obige Bemerkungen verdanken, hat diese Construction überdies mit Polarisationsvorrichtungen ausgerüstet, wodurch das Polarispectromikroskop entstand, welches wir ebenfalls erst später besprechen können.

Gitterspectroskope. Ausser durch Brechung kann, wie erst an 128 späterer Stelle gezeigt werden soll, auch durch Beugung des Lichtes eine Zerstreuung desselben in seine farbigen Bestandtheile bewirkt werden. Insbesondere sind es die durch feine Gitter (Systeme von sehr feinen, sehr nahe an einander äquidistant und parallel in Glas oder Metall eingeritzten geraden Linien) hervorgerufenen Spectra, welche hier benutzt werden können. Lässt man das von dem Spaltrohr eines Spectralapparates kommende parallele, schmale Strahlenbündel auf ein solches durchsichtiges Gitter, dessen Linien parallel der Spalte liegen und dessen Ebene senkrecht auf die Strahlenrichtung gestellt ist, fallen, so geht nur ein Theil der Lichtstrahlen geradlinig durch und vereinigt sich im Fernrohr zu einem ungefärbten Bilde der Spalte, ein anderer Theil wird nach rechts und links zu einer Reihe von Spectren ausgebreitet, welche ebenso wie die durch ein Prisma hervorgebrachten in dem Fernrohre beobachtet und der Messung unterzogen werden können. Man kann also das gewöhnliche Spectroskop von Bunsen (Steinheil), Fig. 197, in ein Gitterspectroskop umwandeln, indem man das Prisma P durch eine Gitterplatte von mindestens 500 Linien auf den Centimeter ersetzt.

Statt der durchsichtigen, auf Glas geritzten Gitter kann man sich auch der auf Spiegelmetall mit dem Diamanten eingeritzten Reflexionsgitter bedienen, unter welchen sich insbesondere die von Rowland gefertigten Concavgitter auszeichnen, welche keiner Linse benöthigen. Die damit hergestellten Gitterspectra bieten den grossen Vortheil vor den Prismenspectren, dass bei ihnen die Ablenkung der einzelnen Strahlengattungen genau proportional ihrer Wellenlänge ist. Es entfällt also die durch die besondere Beschaffenheit der verschiedenen Glassorten bedingte Verschiedenheit der Spectren, sowie auch die Absorption der Strahlen durch das Glas. Dagegen haben die Gitterspectren den Nachtheil geringerer Lichtstärke und können daher die Prismenspectren nicht allgemein ersetzen. Durch Anwendung der Photographie, welche gestattet, auch schwache Lichter durch längere Einwirkung auf

die empfindliche Platte sichtbar zu machen, wird aber dieser Nachtheil reichlich aufgewogen.

129 **Methoden zur Gewinnung des Lichtes für die Spectralanalyse; Flammen- und Funkenspectra.** Die Spectralanalyse ist zunächst eine Lichtanalyse, sie kann aber indirect zu einer Stoffanalyse, d. i. chemischen Analyse, gemacht werden, wenn man zuvor die Beziehungen zwischen chemischer Zusammensetzung und der Zusammensetzung des von den Stoffen ausgesandten Lichtes ermittelt hat. Die zu untersuchenden Körper müssen, wenn sie nicht, wie z. B. die Fixsterne, zuvor leuchten, dadurch leuchtend gemacht werden, dass man sie auf eine hohe Temperatur bringt.

Die Erfahrung lehrt nun, dass alle festen und flüssigen glühenden Körper, so lange sie in diesen Aggregatzuständen verharren, continuirliche Spectra geben, welche sich wenig oder gar nicht von einander unterscheiden, weshalb sie sich zur Charakteristik nicht eignen. Hingegen zeigen die glühenden dampf- oder gasförmigen Körper sehr mannigfaltige charakteristische Spectren. Die Temperatur, welche wir dem zu untersuchenden Körper geben, muss daher hoch genug sein, um ihn zum Verdampfen zu bringen und in glühendes Gas zu verwandeln. Bei dem wechselnden Grade der Flüchtigkeit der verschiedenen Stoffe sind deshalb die verschiedensten Erhitzungsmethoden anzuwenden, und daher ergiebt sich auch eine grosse Mannigfaltigkeit von Untersuchungsweisen, deren richtige Anwendung auf das Resultat von grossem Einfluss ist. Wir wollen hier nur die wichtigsten dieser Methoden kennen lernen.

Fig. 213.

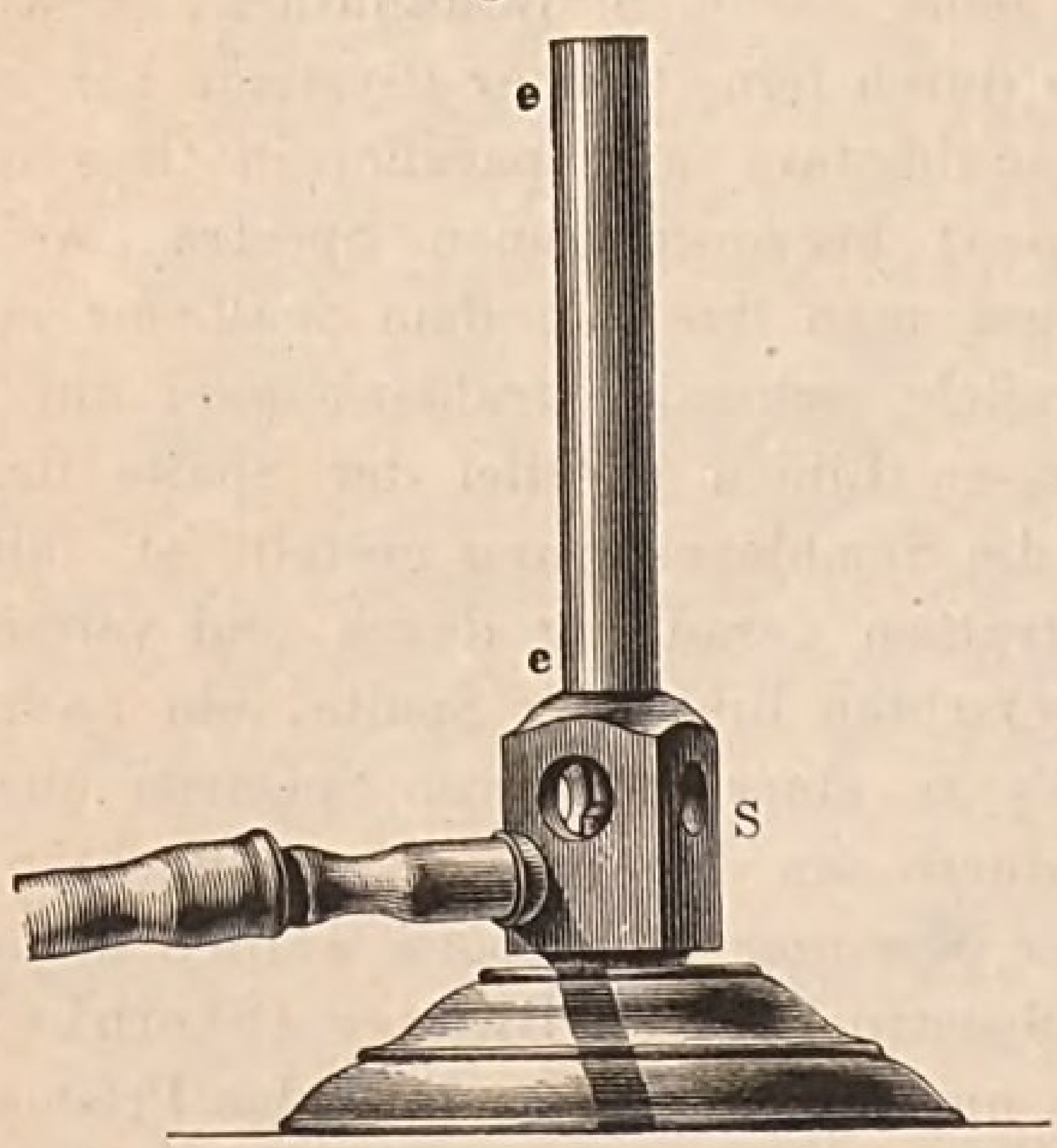
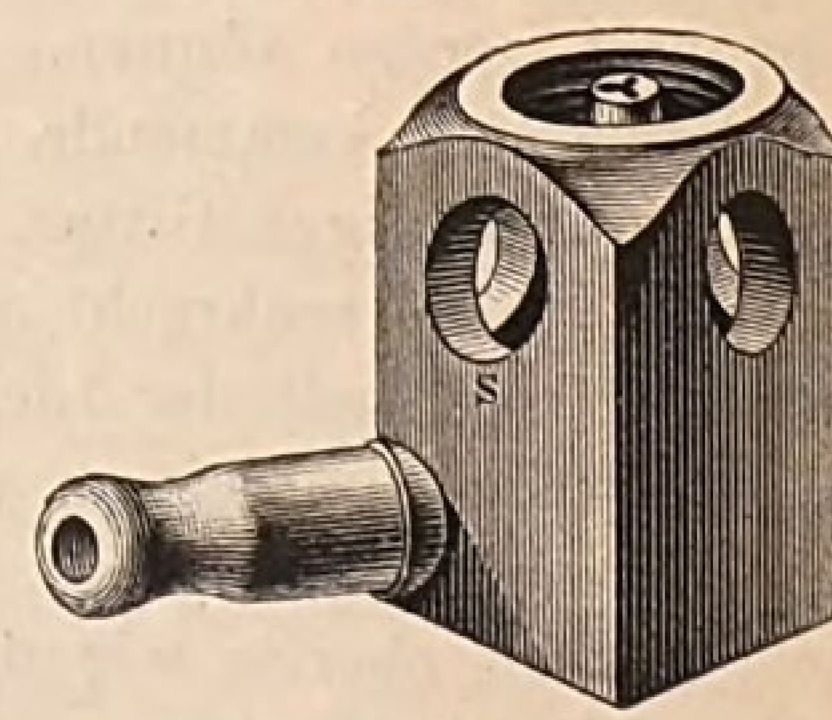


Fig. 214.

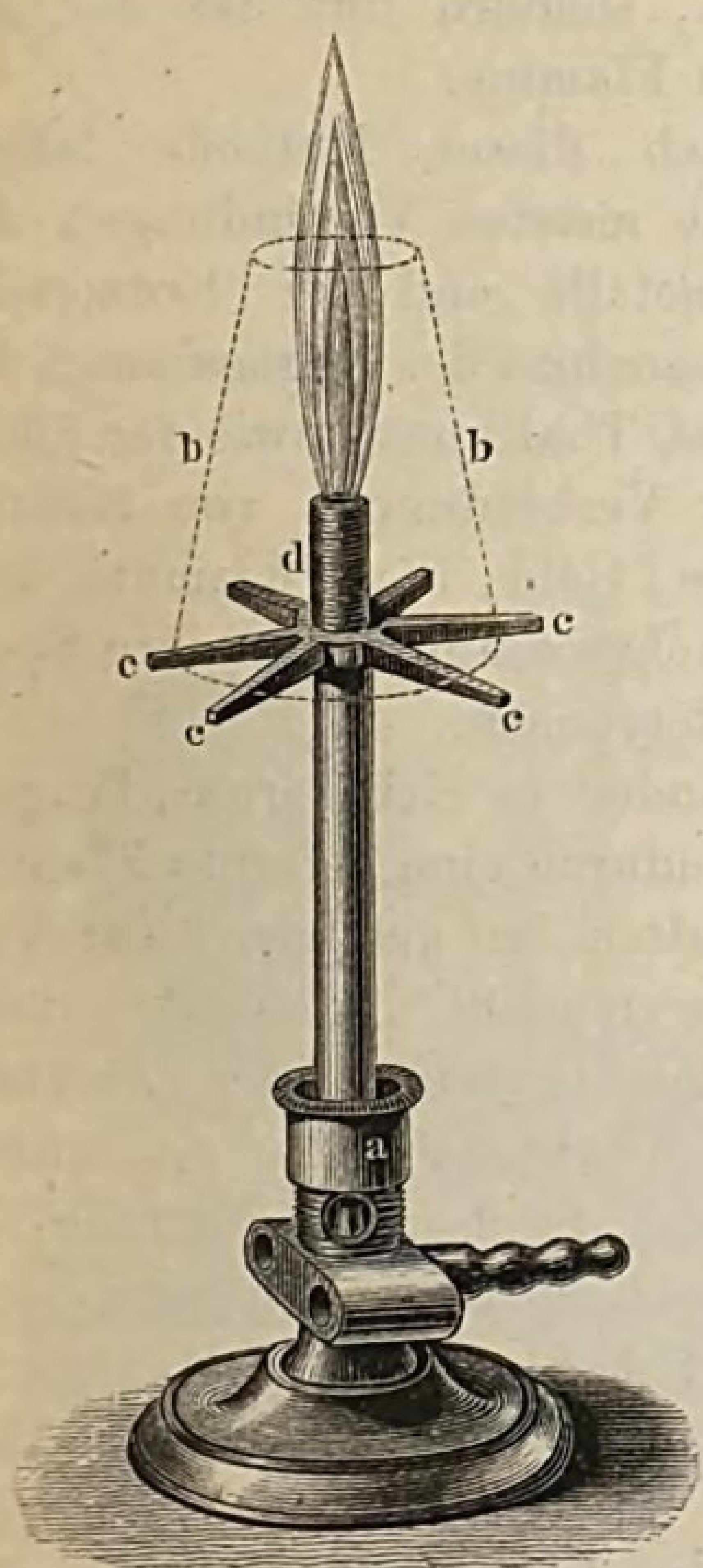


Das einfachste Mittel, einen Körper in glühenden Dampfzustand zu versetzen, besteht darin, dass man ihn in eine heisse Flamme bringt. Soll aber dann das Licht, welches sein glühender Dampf aussendet,

untersucht werden, so darf die Flamme selbst nicht auch Licht aussenden, denn sonst würde es unmöglich sein, die Spectra der beiden Lichtquellen zu trennen. Eine solche fast gar nicht leuchtende Flamme ist die des reinen Weingeistes; eine andere, noch heissere und deshalb brauchbarere ist die des mit Luft gemengten Leuchtgases, wie sie ein Bunsen'scher Brenner liefert. Der letztere gehört deshalb zu den wichtigsten Hülfsapparaten bei Spectraluntersuchungen und ist wohl auch sonst eines der unentbehrlichsten Einrichtungsstücke der chemischen und physikalischen Laboratorien geworden.

Fig 213 stellt den Bunsen'schen Gasbrenner dar. In das Messingrohr *e* strömt das Leuchtgas unten durch eine feine dreispaltige Oeffnung ein, welche in der den entsprechenden Theil des Apparates ohne das Rohr *e* in natürlicher Grösse darstellenden Figur 214 deutlich zu sehen ist. Innerhalb des Rohres *e* mischt sich das Leuchtgas mit der durch die Seitenöffnungen *s* eintretenden atmosphärischen Luft, so dass es, am oberen Ende des Rohres *e* angezündet, schwach leuchtend und ohne zu russen verbrennt. Fig. 215 stellt einen etwas anders gestalteten Brenner dar. Um die Hitze der Flamme zu steigern, umgiebt man sie mit einem kurzen conischen Schornstein *b*, welcher in unserer Figur nur punktirt ist und welcher von den Messingarmen *c* getragen wird.

Fig. 215.



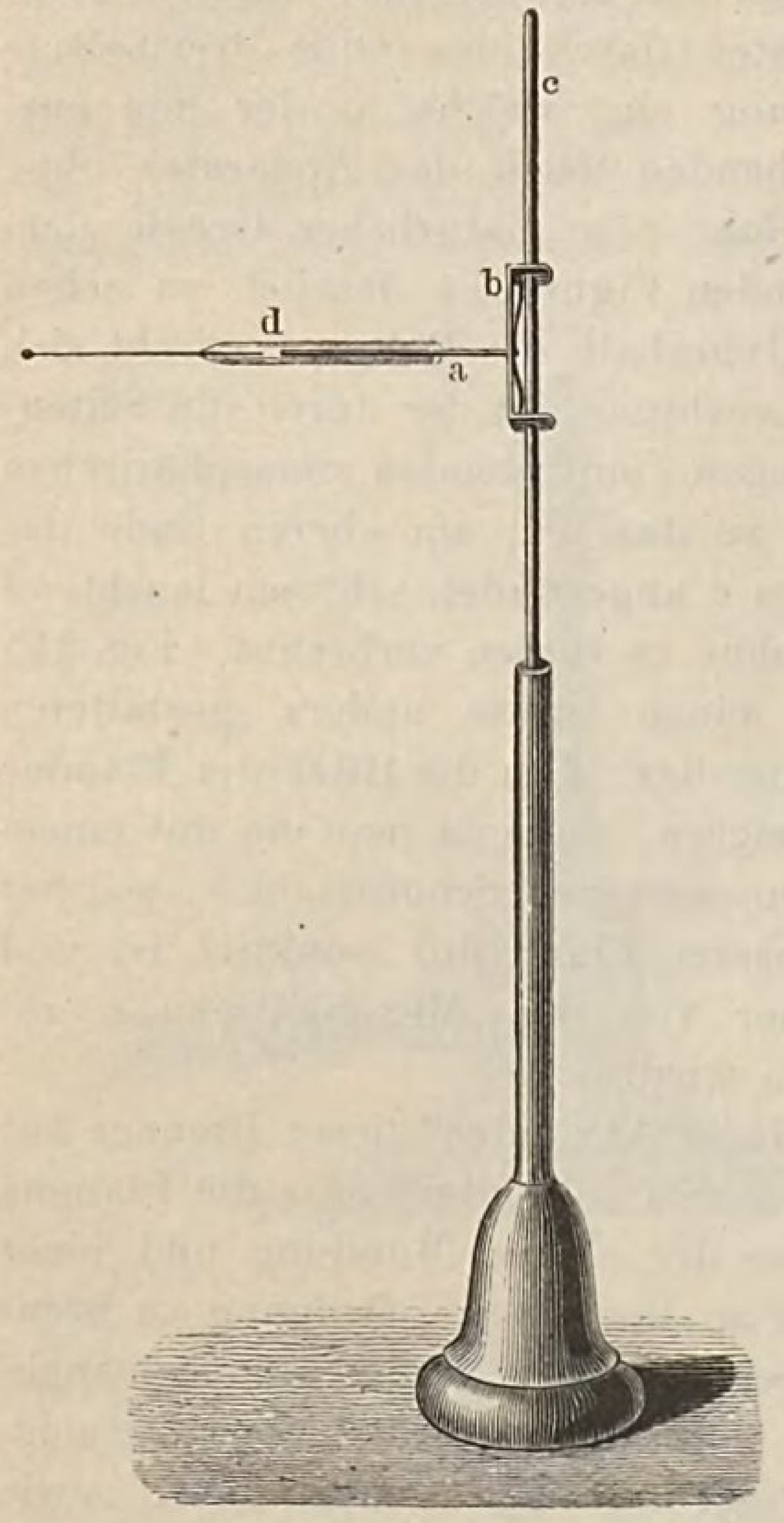
Beim Anzünden dieser Brenner hat man darauf zu achten, dass die Flamme nur an der oberen Mündung und nicht unten an der inneren Oeffnung zu brennen beginne. Letzteres geschieht manchmal, wenn man anzuzünden versucht, bevor genügend Gas ausströmt, sowie auch, wenn bei den Oeffnungen *s* zu viel Luft eintritt. Man verenge dann die Oeffnung so weit, bis die Flamme ruhig brennt, ohne zu rauschen, aber auch ohne noch zu leuchten. Letzteres deutet auf zu wenig Luftzutritt.

Eine Modification des Bunsenbrenners ist der Terquembrenner, welcher eine weitere Röhre, daher mehr Luftzutritt hat und grössere Hitze giebt. Die Röhre ist, damit die Flamme nicht zurückschlägt, durch ein ins Innere versenktes Blechkreuz in vier Theile getheilt.

Um die Substanz, welche die farblose Flamme des Brenners färben soll, bequem in dieselbe einführen zu können, schmilzt man kleine

Portionen derselben in das zu einem kleinen Oehr gebogene Ende eines ungefähr 0·15 mm dicken Platindrahtes ein. Das andere Ende des Platindrahtes ist in ein Glasröhrchen *d* eingeschmolzen, mittelst dessen man ihn auf den Draht *a* des Stativs, Fig. 216, aufstecken kann. Der Drahtarm *a* kann mittelst der federnden Vorrichtung *b* an dem Säulchen *c* auf und nieder geschoben werden, so dass man das Oehr des Platindrahtes leicht in den Rand der Flamme hineinhalten kann. Fig. 197, S. 295 *F* macht dies ersichtlich. Man hat nur darauf zu achten, dass der Platindraht unterhalb der Spalthöhe in die Flamme rage, damit man nicht das continuirliche Spectrum des glühenden Platins zu sehen bekomme, sondern nur das der gefärbten Flamme.

Fig. 216.



Nach dieser Methode lassen sich die meisten Verbindungen der Alkalimetalle und der Erdmetalle (mit Ausnahme des Magnesiums), des Indiums, Thalliums, sowie der flüchtigeren Verbindungen von Kupfer, Mangan, Gold, Blei, Wismuth und noch mehrere andere auf ihre Spectra untersuchen.

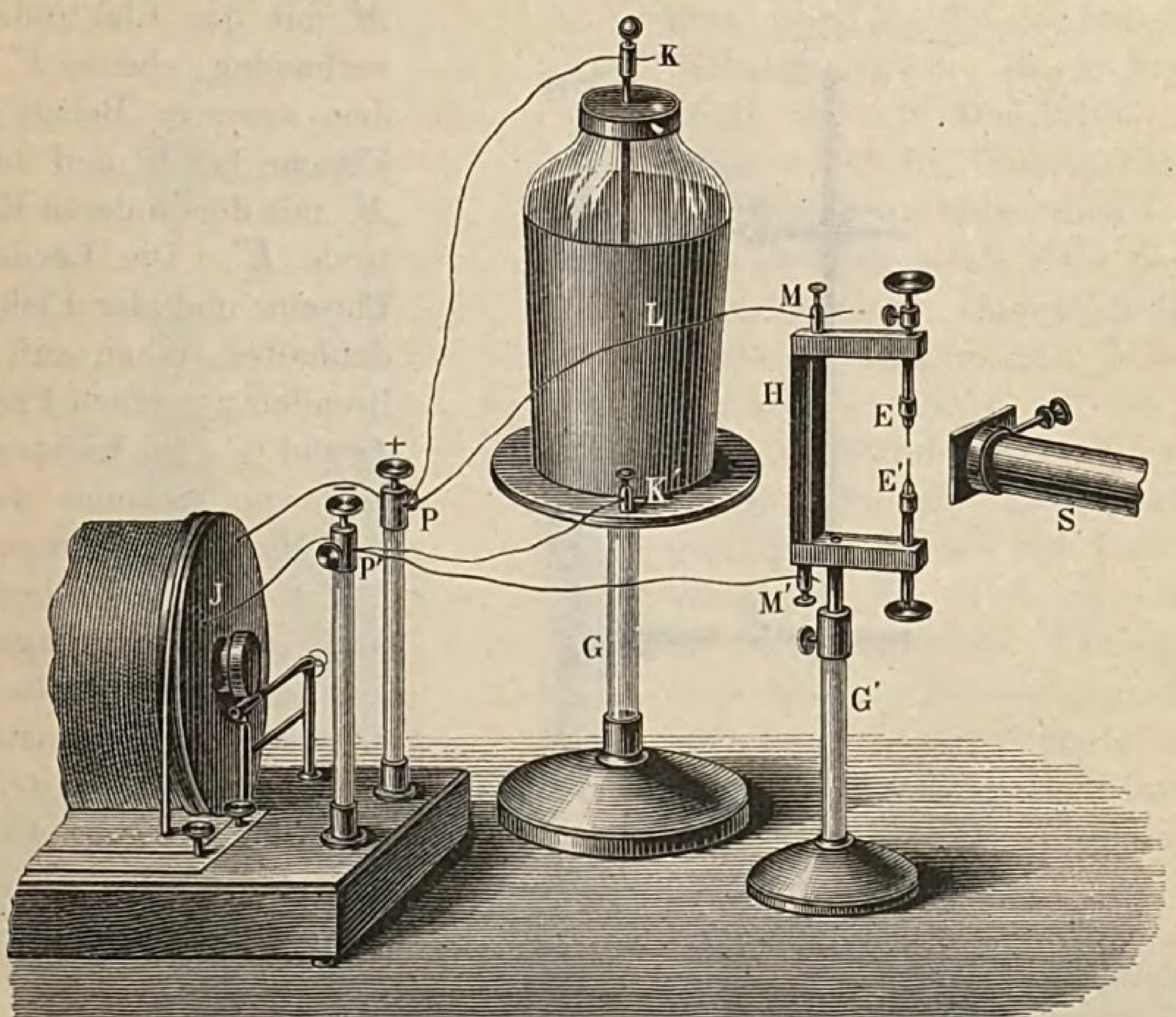
Handelt es sich darum, längere Zeit hindurch eine gefärbte Flamme zu erhalten, so genügen diese Vorrichtungen nicht. Man führt dann entweder mittelst einer Zerstäubungsvorrichtung den zu untersuchenden Stoff in die Flamme ein, oder man bedient sich einer von J. M. Eder und E. Valenta in den Denkschriften der Wiener Akademie, Bd. LX, beschriebenen Vorrichtung, bei welcher ein um eine schiefgestellte Axe rotirendes Netz aus Platindraht die Lösung des Stoffes aufnimmt und continuirlich der Flamme zuführt.

Für die weniger flüchtigen Stoffe oder überhaupt, wenn man die Spectra bei höherer Temperatur beobachten will, verwendet man statt der Leuchtgasflamme des Bunsenbrenners, deren Temperatur noch nicht hoch genug ist, die Flamme des Wasserstoffs in Luft oder noch besser die Knallgasflamme. Letztere wird bekanntlich erhalten, indem man Wasserstoff und Sauerstoff gemischt brennen lässt, und zwar in dem Verhältniss, in dem sie Wasser geben. Auf die Vorrichtungen, welche dabei

angewendet werden, um Explosionen zu verhüten, kommen wir später zu sprechen. Die Temperatur der Knallgasflamme wird nach Bunsen auf 2800° geschätzt; aber auch sie reicht nicht für alle Fälle aus. Viel höher und ausserdem bequemer zu erhalten sind die Temperaturen, welche man durch elektrische Entladungen (Funken) erhalten kann. Die hierbei beobachteten Spectra heissen demnach Funkenspectra im Gegensatze zu den bisher erwähnten Flammenspectren.

Die elektrische Entladung wird auf verschiedene Weise hervorgebracht und angewendet. Entweder man lässt den Funken einer Elek-

Fig. 217.



trisirmaschine oder einer Leydener Flasche oder eines Inductionsapparates mit oder ohne Condensator zwischen Elektroden überschlagen, welche aus dem zu untersuchenden Stoffe gemacht, oder mit einer Lösung desselben benetzt sind, wobei stets Verflüchtigung und Erhitzung desselben bis zum Glühen eintritt, oder man bringt die Stoffe zwischen die Kohlenspitzen des galvanischen Flammenbogens, indem man sie, wenn sie fest sind, auf die untere Kohle legt, oder indem man, wenn sie flüssig sind, die Kohlenspitzen damit tränkt.

Hat man endlich Gase oder Dämpfe zu untersuchen, so schliesst man sie in Glasröhren mit Platinelektroden ein, durch welche man die Entladung führt, deren Wirkungsweise dann durch Aenderung der Dichte

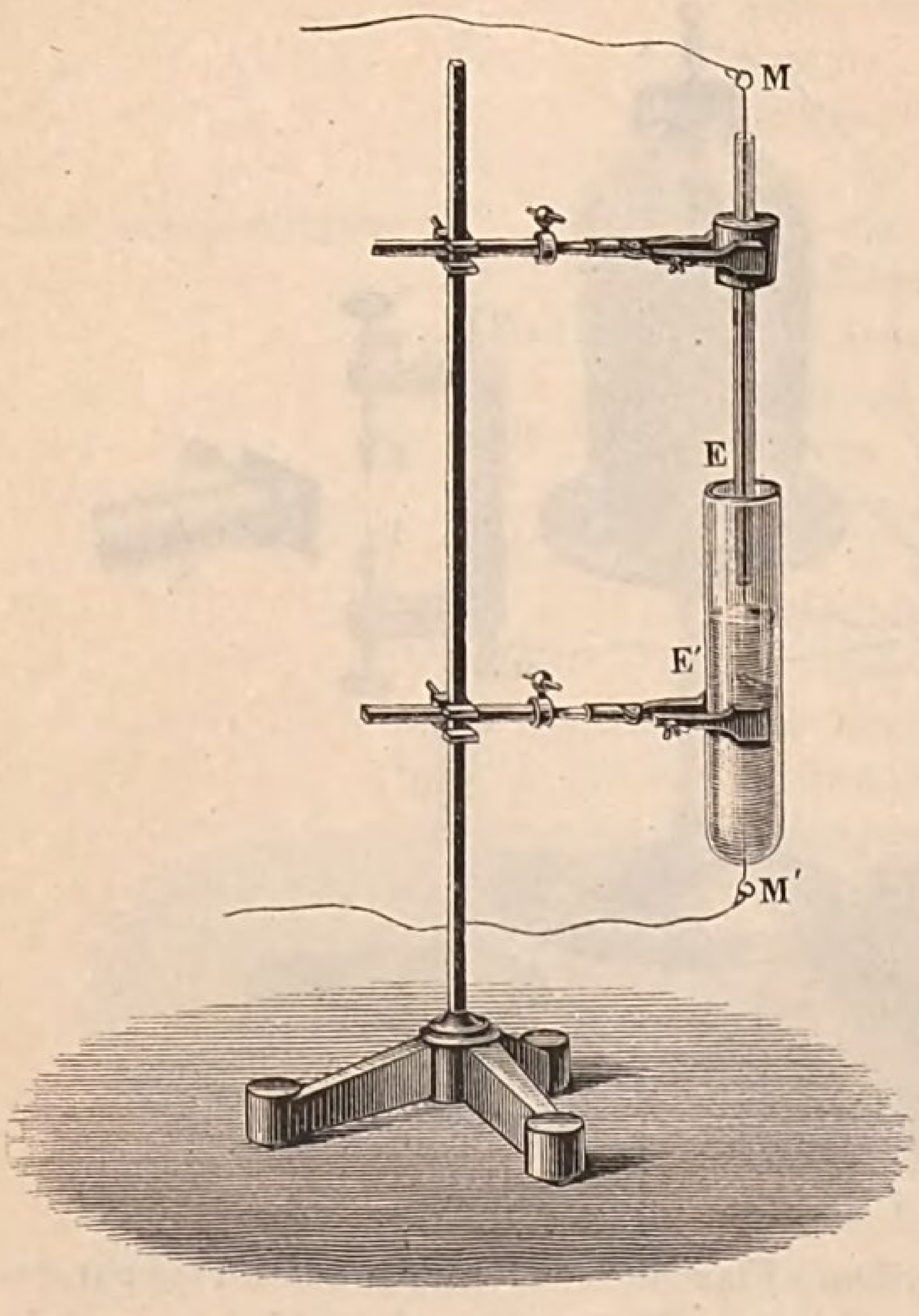
des Gases, sowie durch Abänderungen am Funken gebenden Apparate auf das Mannigfaltigste modificirt werden kann.

Da wir die elektrischen Apparate überhaupt erst später kennen lernen werden, so wollen wir hier nur durch ein paar Abbildungen erläutern, wie dieselben bei der Spectralanalyse in Verwendung kommen.

Fig. 217 zeigt die Anordnung des Apparates, der dazu dient, um den durch die Leydener Flasche verstärkten Inductionsfunken zwischen Metallelektroden überspringen zu lassen.

Von den Polen P und P' des Inductionsapparates gehen je zwei Drahtleitungen aus. P ist einerseits mit dem Knopfe K der Leydener Flasche, andererseits durch M mit der Elektrode E verbunden; ebenso P' mit dem äusseren Belege der Flasche bei K' und durch M' mit der anderen Elektrode E'. Die Leydener Flasche und der Elektrodenhalter stehen auf isolirenden gläsernen Füssen G und G'. Die Elektroden sind von einander durch die Hartgummistange H isolirt. Der zwischen E und E' überspringende Funke wird der Spalte des Spectroskops S unmittelbar gegenübergestellt. Statt des Inductors J kann unter Umständen auch eine Influenzmaschine oder eine andere Elektrisirmaschine angewendet werden. Die Elektroden sind so eingerichtet, dass an deren Enden Drähte oder Blechstücke aus beliebigen Metallen eingeklemmt werden können. Für Flüssigkeiten tritt an Stelle dieses Elektrodenhalters ein anderer von beistehend gezeichneter Construction (Fig. 218).

Fig. 218.



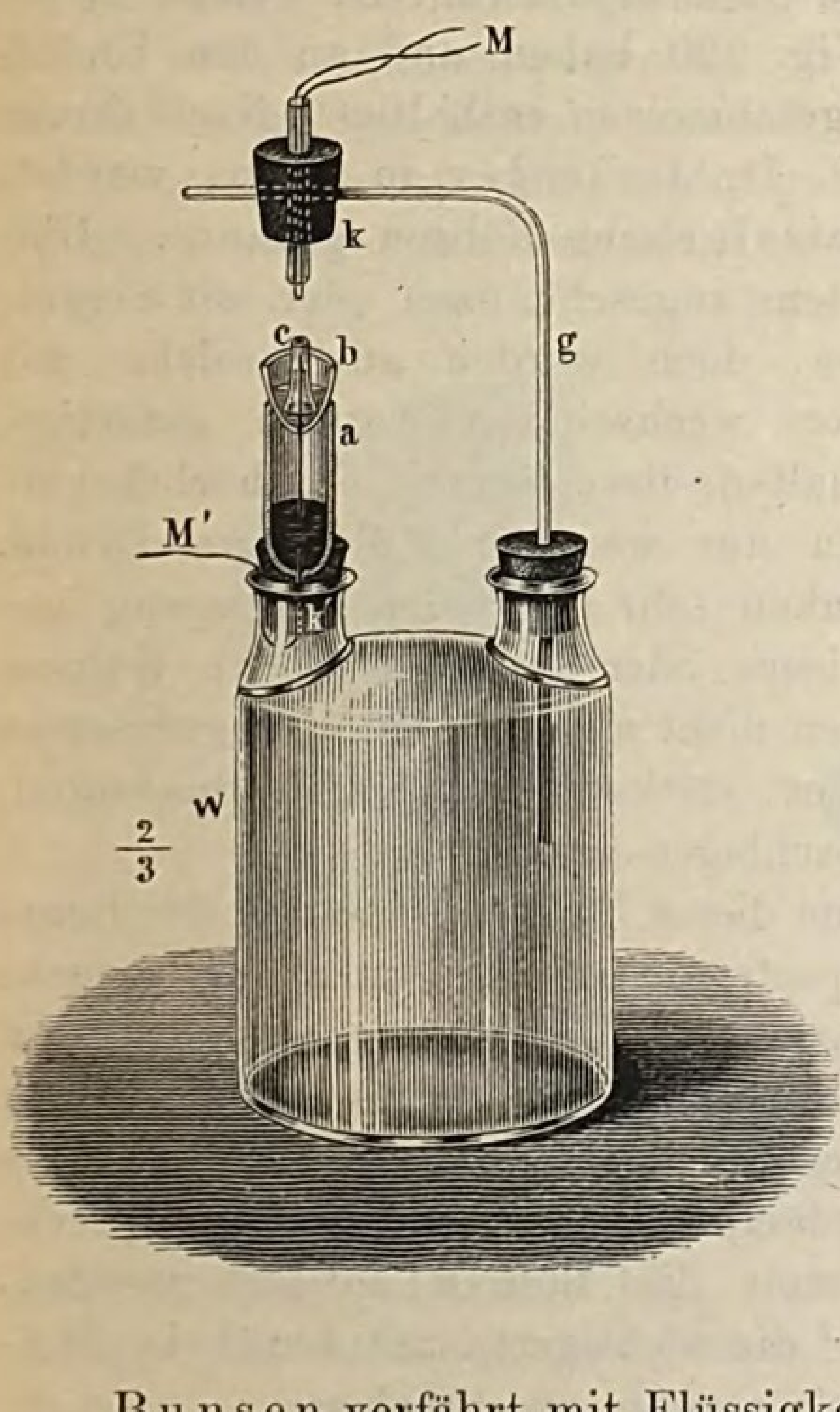
Ein gewöhnlicher Retortenhalter trägt ein Reagensgläschen, in dessen Boden ein Platindraht eingeschmolzen ist und welches mit der zu prüfenden Flüssigkeit gefüllt wird. In dem oberen Halter ist mittelst Kork ein dünnes Glasröhrchen befestigt, durch welches ein Platindraht hindurchgezogen ist, dessen unten hervorragende Spitze E der Flüssigkeitsoberfläche auf einige Millimeter genähert wird. Der Funke springt

dann zwischen Platindraht und Flüssigkeit über und bringt die in letzterer gelösten Stoffe zum Leuchten.

Um das Herumschlagen des Funkens an die Glaswand zu verhindern, haben Delachanal und Mermet noch eine Verbesserung hinzugefügt, welche Fulgurator genannt wird und aus der beifolgenden Skizze in der von H. W. Vogel angegebenen einfachen Ausführung ersehen werden kann (Fig. 219).

Die Woulf'sche Flasche *W* mit dem umgebogenen Glasrohr *g* dient als isolirendes Stativ, das vom Kork *k'* getragene Glasröhrchen *a* enthält am Boden einen eingeschmolzenen Platindraht, der neben dem Kork ins Freie tritt und bei *M'* mit dem negativen Pol des Inductors verbunden wird. Dieser Platindraht ist mit Quecksilber bedeckt. Auf das Glasröhrchen *a* wird das Probebecherchen *b* von Glas so aufgesetzt, dass der in dessen Boden eingeschmolzene Draht mit dem unteren Ende ins Quecksilber taucht. Ueber das obere Drahtende wird dann noch ein ganz kleines Glasröhrchen *c* gestülpt, welches durch Capillaranziehung die in *b* eingefüllte zu untersuchende Flüssigkeit emporsaugt. Diesem gegenüber befindet sich die Schleife eines doppelten, durch ein Glasrohr gesteckten Platindrahtes, dessen oberes Ende mit dem positiven Pol in Verbindung steht. Es ist räthlich, diese Schleife ebenfalls mit der zu prüfenden Flüssigkeit zu benetzen.

Fig. 219.

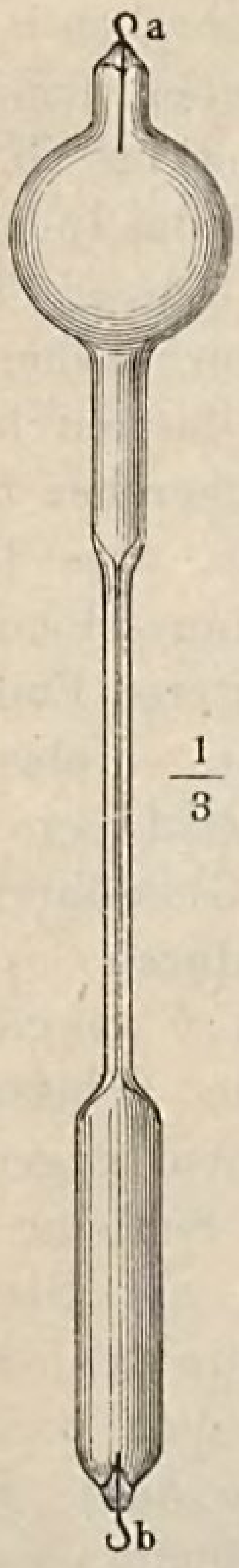


Bunsen verfährt mit Flüssigkeiten in folgender Weise:

Gewöhnliche Zeichnenkohle wird zwischen Kohlenpulver bei Luftabschluss geglüht und dadurch leitend gemacht. Aus derselben werden dann ganz kleine Kohlenkegel geschnitten und diese durch auf einander folgendes Auskochen mit Flusssäure, concentrirter Schwefelsäure, concentrirter Salpetersäure, Salzsäure und endlich mit Wasser von den darin enthaltenen Salzen gereinigt. Zwei solcher Kegel werden nun an Platindrähte gesteckt, einander horizontal gegenübergestellt und mit der zu prüfenden Flüssigkeit befeuchtet. Für jede Probe sind neue Kegel zu verwenden. Die beim Ueberschlagen des Inductionsfunkens erhaltenen Spectra sind von langer Dauer.

Bei allen nach diesen Methoden erhaltenen Funkenspectren tritt das Spectrum der glühend gewordenen Luft und besonders des Stickstoffs mehr oder minder störend auf. Auch das Kohlenstoffspectrum und Cyanspectrum können mit erscheinen. Der geübte Beobachter weiss dieselben aber von dem Metallspectrum zu unterscheiden. Es bildet das Luftspectrum gewissermaassen den schwächeren Hintergrund, auf welchem das viel hellere Metallspectrum erscheint. Unter gewissen Umständen bleibt das erstere ganz aus.

Fig. 220.



Zur Untersuchung der Gase und Dämpfe hat Plücker eine Methode eingeführt, welche grosse Bedeutung gewonnen hat.

Er füllte die Gase in Glasröhren, welche meist die Form der Fig. 220 haben und an den Enden Platindrähte eingeschmolzen enthalten. Nach ihrem ersten Hersteller, Dr. Geissler in Bonn, werden diese Röhren Geissler'sche Röhren genannt. Dieselben sind meistens zugeschmolzen oder mit Siegellack verschlossen, doch werden auch solche mit Hähnen und von wechselnden Formen gefertigt. Gewöhnlich enthalten diese Röhren ein höchst verdünntes Gas von nur wenigen Millimetern Druck, welches dem Funken sehr leicht den Durchgang gestattet. Ganz leere oder fast ganz leere Röhren lassen den Funken nicht mehr durch. Bei grösserem Druck braucht es stärkere elektrische Spannung, damit das Durchschlagen erfolgt.

Das Spectrum dieser Funken ist nun in der Regel ein reines Gasspectrum, insofern man für grösste Reinheit der Platin- oder Aluminiumelektroden und der Füllung überhaupt Sorge getragen hat. Doch können unter Umständen die Bestandtheile des Glases oder Quecksilberdämpfe (herrührend von der Quecksilberpumpe, womit die Röhren entleert werden) störend einwirken. Wir kommen auf die wichtigsten mit den Geissler'schen Röhren erhaltenen Spectra weiter unten zu sprechen.

Ausser den auf künstliche Weise glühend gemachten Körpern sind es noch insbesondere die leuchtenden Gestirne, die leuchtenden Meteore, wie Blitze, Sternschnuppen, Nordlichter, welche als Lichtquellen für die Spectraluntersuchung dienen.

130 **Emissions- und Absorptionsspectra.** Die im vorigen Paragraphen aufgezählten Lichtarten sind durchaus solche, welche von glühenden Körpern ausgesendet werden und die zugehörigen Spectra heissen deshalb Emissionsspectra. Diesen stehen die Absorptionsspectra gegenüber, das sind Spectra solchen Lichtes, welches, ursprüng-

lich weiss, durch Absorption beim Durchgang durch farbige Substanzen eines Theiles seiner Farben beraubt wurde. Man könnte diese Spectra daher auch Restspectra nennen.

Die Eintheilung der Spectra in Emissions- und Absorptionsspectra ist nicht allein durch die verschiedene Herkunft des Lichtes, sondern auch durch das verschiedene Aussehen der Spectra begründet. Die Emissionsspectra sind bei festen und flüssigen glühenden Körpern continuirliche, bei Gasen oder Dämpfen meist nur aus wenigen schmalen, scharf begrenzten Linien bestehend, daher Linienspectra genannt. Die Absorptionsspectra sind dadurch charakterisirt, dass die fehlenden Lichtsorten mehr oder weniger breite, an den Rändern verwaschene Absorptionsstreifen oder sogenannte Schatten bilden, deren Stärke und Breite mit der Concentration des absorbirenden Mediums und der Dicke der durchstrahlten Schicht wechseln.

Zu den Absorptionsspectren gehören, streng genommen, auch jene Spectra, welche man bei der Anwendung des von der Oberfläche der

Fig. 221.

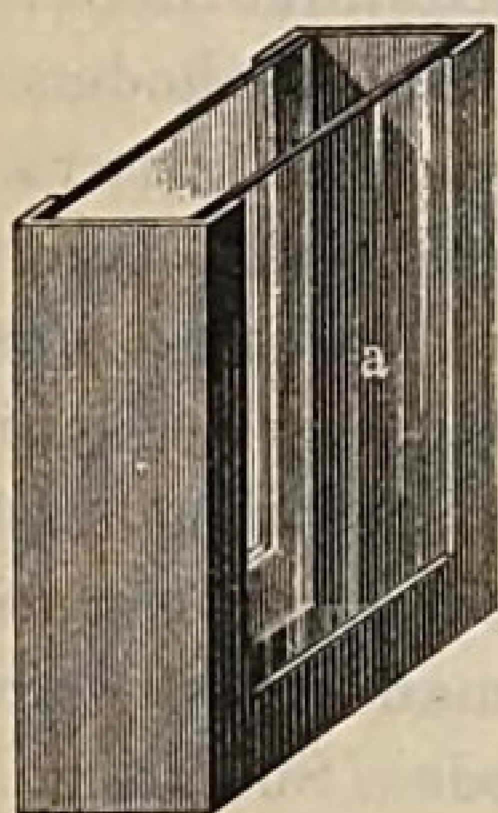
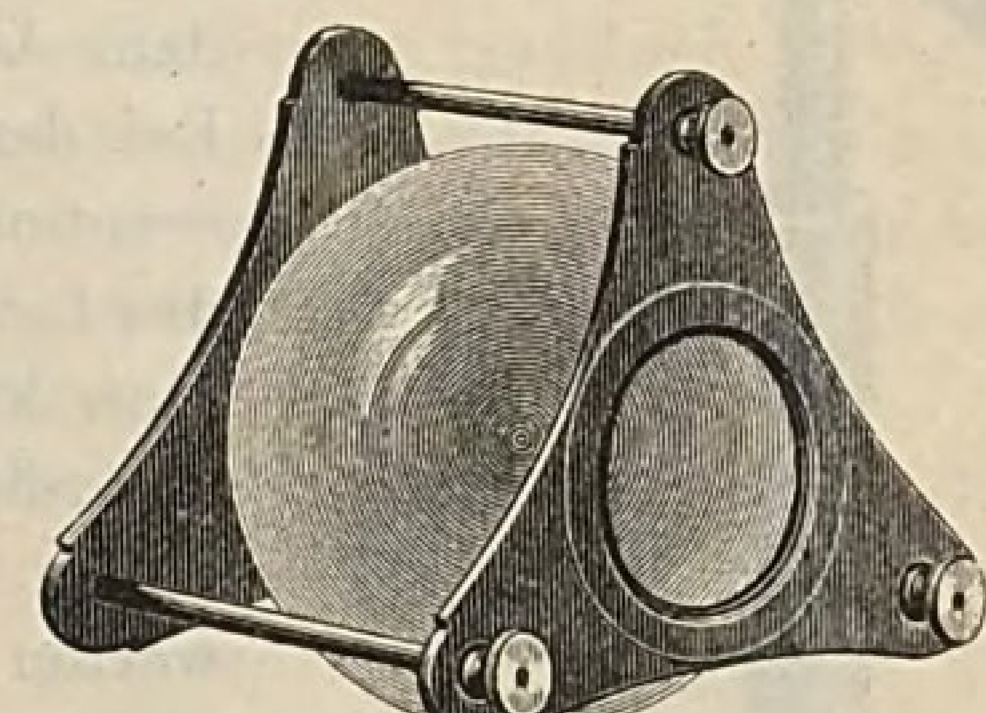


Fig. 222.



Körper reflectirten Lichtes erhält, denn die Oberflächenfarbe der Körper enthält eben auch nur jene Lichtsorten des ursprünglich weissen Lichtes, welche der Absorption entgangen sind.

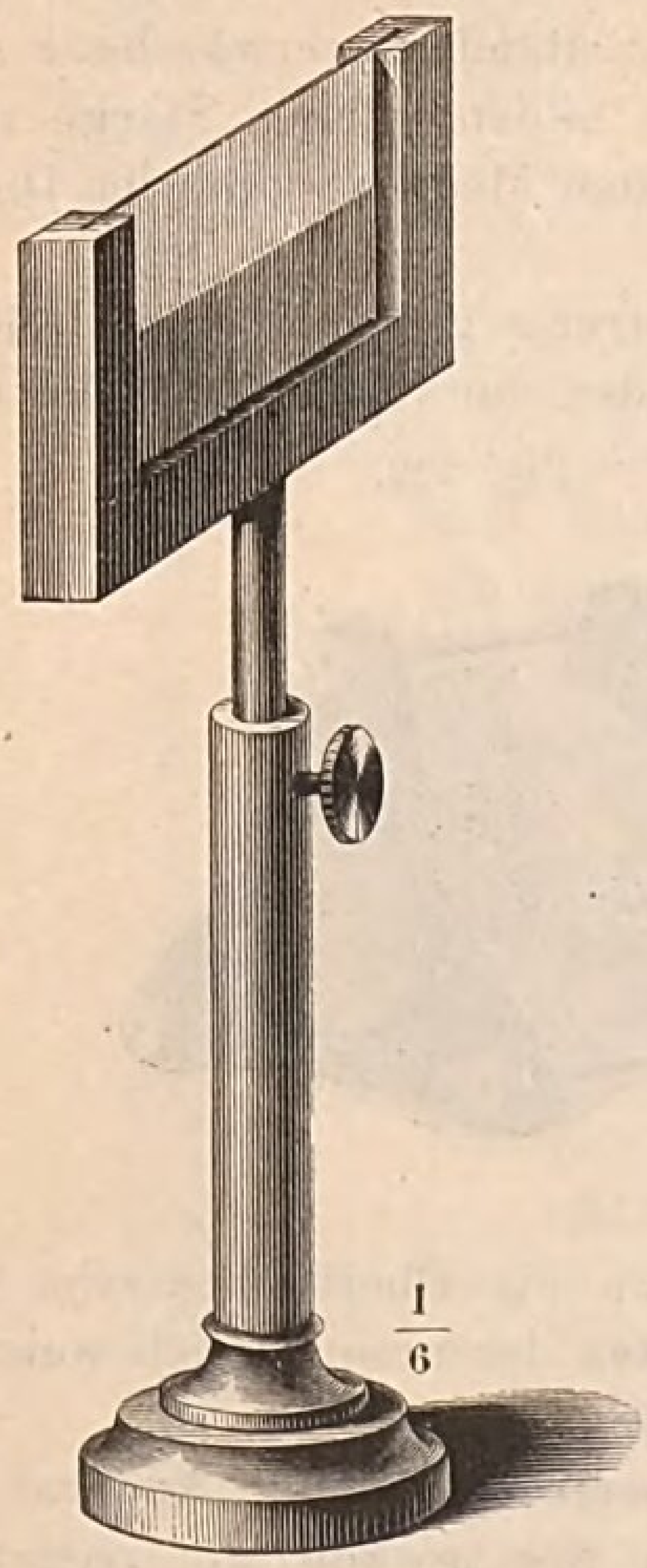
Der zur Herstellung der Absorptionsspectren dienende Apparat ist sehr einfach; man benöthigt ausser dem Spectroskop nur passende Gefässe mit durchsichtigen Wänden, in welche man die absorbirenden Medien, wenn sie flüssig sind, einfüllt und welche man dann vor die Spalte stellt. Fig. 221 zeigt ein solches Gefäss. Eine andere Form werden wir später bei der quantitativen Spectralanalyse beschreiben. Auch gewöhnliche Reagensgläser sind hierzu verwendbar. Besonders zweckmässig sind keilförmig geformte Glasgefässe, da sie einen raschen Wechsel in der Dicke der absorbirenden Schicht gestatten. Feste Körper, wie z. B. farbige Glasscheiben, werden unmittelbar an die Spalte gestellt, Gase oder Dämpfe werden in Glasröhren oder Glaskugeln eingeschlossen angewendet.

Fig. 222 zeigt eine solche Vorrichtung, wie sie z. B. zur Untersuchung des Absorptionsspectrums der salpetrigen Säure benutzt wird.

Sie ist aus einer Glaskugel gebildet, wie solche für Lampen gebraucht werden. Die beiden gegenüberstehenden Oeffnungen sind durch Platten von Spiegelglas verschlossen, welche durch zwei Metallplatten mittelst dreier Schrauben angedrückt werden. In diese Kugel kann man leicht durch eine seitliche Oeffnung die Dämpfe einleiten oder sie auch im Inneren selbst erzeugen.

Nicht immer hat der Physiker nöthig, die Absorption des Lichtes künstlich einzuleiten. Es finden sich in der Natur grossartige Absorptionsphänomene vor, deren Spectra hervorragende Wichtigkeit erlangt haben.

Fig. 223.



$\frac{1}{6}$

Wir wir bald zeigen werden, ist das Sonnenspectrum selbst ein solches Absorptionsspectrum.

Zum Schlusse müssen wir noch einer abweichenden Methode der Beobachtung der Spectra des durch Absorption oder Reflexion veränderten Lichtes erwähnen, welche unter Umständen den Vorzug vor den beschriebenen Methoden verdient. Bei den letzteren wird zuerst die Absorption eingeleitet und dann der Rest des Lichtes in das Spectrum ausgebreitet. Man kann nun auch umgekehrt zuerst ein vollständiges Spectrum herstellen und dieses hinterher der Absorption unterwerfen, indem man das Spectrum durch eine absorbirende Substanz hindurch beobachtet, oder auf die Oberfläche des Körpers fallen lässt, dessen reflectirtes Licht untersucht werden soll. Man hält also z. B. eine gefärbte Flüssigkeit vor das Ocular eines Spectroskops, dessen Spalte man mit weissem Licht beleuchtet, oder, wenn z. B. die Farbe eines farbigen Papiers analysirt werden soll, so wirft man ein Sonnenspectrum auf einen Streifen desselben. Man bedient sich dabei zweckmässig der in Fig. 223 abgebildeten Vorrichtung. Die in das Stativ gespannte Papptafel ist auf der unteren Hälfte mit dem farbigen, auf der oberen mit weissem Papier überzogen. Fällt nun das Spectrum über beide Flächen, so kann man direct das Absorptionsspectrum unterhalb mit dem vollständigen Spectrum oberhalb der Grenze vergleichen.

Bei Anwendung einer gewissen Sorte rothen Papiers erhält man die Erscheinung, wie sie Tafel II, Nr. 14 abgebildet ist.

Diese Methode wird uns später bei der Untersuchung der Fluorescenz noch gute Dienste leisten.

Darstellungsweisen der Spectralbeobachtungen. Die 131
vollkommenste Darstellungsmethode der Spectralbeobachtungen wäre natürlicherweise die getreue Abbildung der Spectra in Farben. Dieselbe ist jedoch zu schwierig, umständlich und kostspielig, um allgemein angewendet zu werden. Man begnügt sich daher häufig mit einer bloss schattirten Zeichnung, indem man die hellen Theile des Spectrums auf dunklem Grunde im Verhältniss ihrer Helligkeit abbildet, oder auch, indem man eine negative Zeichnung anfertigt, d. h. die hellen Stellen als dunkle zeichnet. Dabei ist es aber stets nothwendig, zur Orientirung entweder die Fraunhofer'schen Linien, oder die Wellenlängenscala, oder eine der gebräuchlichen willkürlichen Scalen, oder doch wenigstens die Angabe der Farbe hinzuzufügen.

Da die Theile des unveränderten Spectrums des weissen Lichtes für sich schon sehr verschiedene Helligkeit besitzen, so ist eine Abbildung des veränderten Spectrums durch Schattirung ein sehr unvollkommenes Mittel, und es empfehlen sich daher vielmehr die nachstehend mitgetheilten Methoden.

Bei den Linienspectren, welche nur aus wenigen Linien bestehen, genügt die Angabe der Wellenlänge der einzelnen hellen Linien, welche man nach der in §. 129 auseinandergesetzten Methode aus den Scalenangaben ableiten kann, nebst Angabe, ob die Linien sehr hell oder nur hell, oder schwach oder sehr schwach leuchtend sind, ob sie breit oder schmal erscheinen, scharf oder verwaschen begrenzt sind.

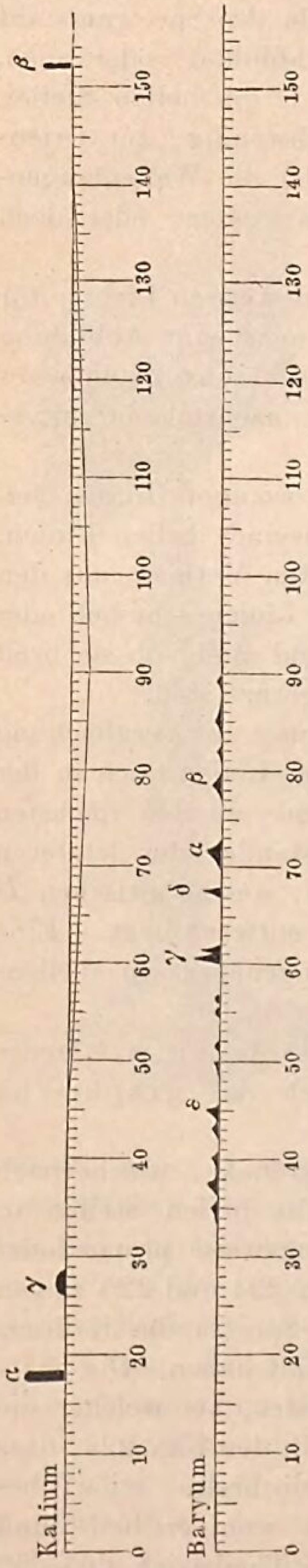
Hat der Apparat keine Scala, aber die Vorrichtung zur Vergleichung mit dem Sonnenspectrum, so kann man die Orte der Linien auch in der Weise bezeichnen, dass man die relativen Abstände zu den nächsten Fraunhofer'schen Linien in Procenten des Abstandes der letzteren angiebt. So z. B. bedeutet $D - 27 - E$ eine Linie, welche zwischen D und E und zwar $^{27}/_{100}$ des Abstandes DE von D entfernt liegt. Eine solche Bezeichnung lässt sich auch immer sehr angenähert in Wellenlängen umrechnen.

Bei complicirteren Linienspectren und solchen mit breiteren continuirlichen Streifen empfiehlt sich das graphische Verfahren nach Bunsen.

Man trägt zu diesem Zwecke auf einer Abscissenaxe, welche nach Scalentheilen oder Wellenlängen eingetheilt ist, die hellen Stellen in Form von Ordinaten auf, deren Höhe man schätzungsweise proportional der relativen Helligkeit wählt. Beistehende Figuren 224 und 225 zeigen solche Darstellungen (Spectrogramme) für die Spectra des Kaliums und des Baryums, welche wir als Beispiele ausgewählt haben. Die Scala ist hier die willkürliche des Bunsen'schen Apparates, bei welcher die gelbe Natronlinie auf 50 fällt. Man entnimmt z. B. der Fig. 224, dass das Kalium bei Theilstrich 18 eine helle, ziemlich breite, scharf begrenzte Linie α, bei Theilstrich 162 eine etwas weniger helle und schmälere, ebenfalls scharf begrenzte Linie β, bei Theilstrich 26 — 29

eine viel schwächere, breitere und verschwommen begrenzte Linie γ besitzt. Durch die unter die Abscissenlinie gesetzte, von 47 bis 140 reichende Curve bezeichnet man nach Bunsen den schwach leuchtenden continuirlichen Theil des Spectrums des Kaliums, der bei 90 am intensivsten ist.

Fig. 224. Fig. 225.



Aus der Fig. 225 entnimmt man, dass das Spectrum des Baryums eine grössere Anzahl nicht scharf begrenzter Streifen enthält, welche sich grösstentheils mit ihren schwach leuchtenden Rändern berühren. Die Zeichnung ähnelt dem Profil eines Gebirgszuges. Je steiler die Seiten der Erhebungen abfallen, desto schärfer ist die Begrenzung des Streifens.

Bei Absorptionsspectren wendet man dasselbe Verfahren, jedoch meistens in umgekehrter (negativer) Weise an, das heisst, man bezeichnet die dunklen Stellen durch eine Erhöhung der Curve und lässt dafür die Ordinate $= 0$ sein, wo die Intensität des Spectrums unverändert geblieben ist. Fig. 226 zeigt als Beispiel das Spectrogramm des Absorptionsspectrums des hellblauen Kobaltglases über der durch einfache Schattirung gezeichneten Ansicht desselben Spectrums mit Hinzugabe der Fraunhofer'schen Linien.

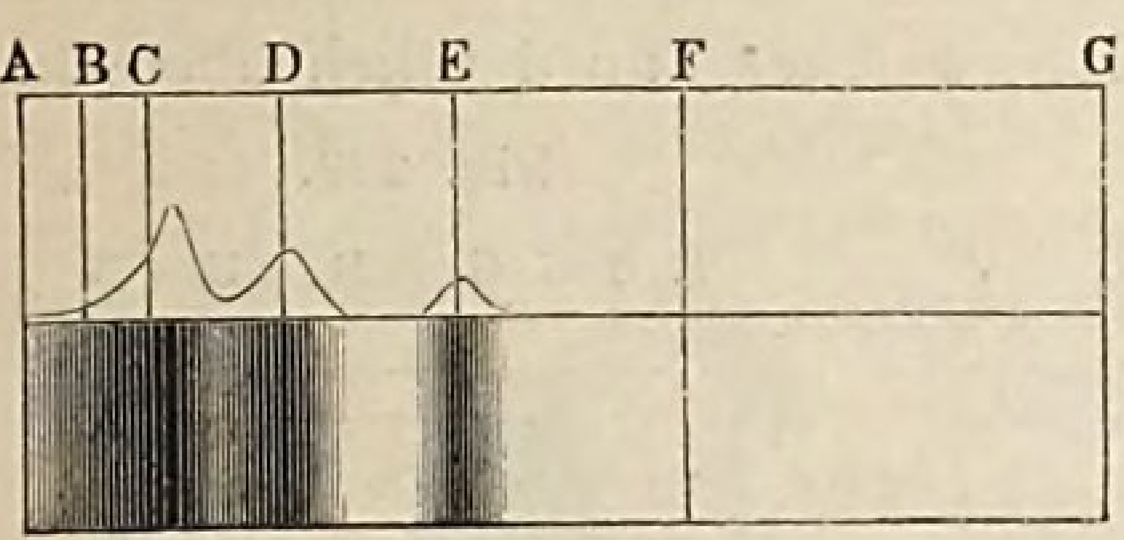
Um die Absorptionsspectra für verschiedene Concentration der Lösungen oder verschiedene Intensität der Färbung der festen Körper oder auch für verschiedene Dicke der absorbirenden Schichte neben einander darzustellen, zeichnet man einfach die betreffenden Spectrogramme über einander auf dieselbe Abscissenaxe, und schreibt zu jeder Curve die Concentration (resp. die Dicke der Schichte). Als Beispiel diene H. W. Vogel's Zeichnung der Absorptionsspectra alkoholischer Sandelholzextracte in dreierlei Concentrationsgraden, welche wir in Fig. 227 abbilden. Durch Hinzusetzen einer Concentrationsscala lässt sich die Genauigkeit dieser Darstellungsmethode noch steigern.

Eine hiervon verschiedene Darstellungsart ist die von J. Müller angegebene, welche insbesondere bezweckt, die allmählichen Veränderungen des Absorptions-

spectrums bei stetig steigender Concentration der Schichtendicke im Zusammenhang zu zeigen.

Auf einer Abscissenaxe werden der Reihe nach die Farben des Spectrums (oder besser die Fraunhofer'schen Linien oder die Wellenlängen) angeschrieben, auf der Ordinatenaxe nach abwärts die Grade der Concentration aufgetragen. Durch die so erhaltenen Punkte der

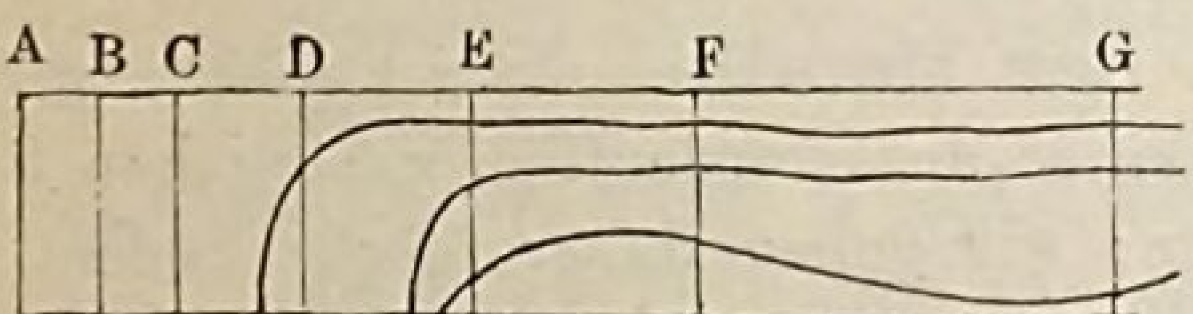
Fig. 226.



Ordinatenaxe zieht man horizontale Linien und trägt auf diesen entsprechend den Abtheilungen der Abscissen die Grenzen der Absorptionsstreifen nach der Beobachtung der Spectra der entsprechend concentrirten Flüssigkeiten auf. Verbindet man dann diese Grenzpunkte durch eine Curve, so stellt diese die Beschaffenheit der Absorptionsspectra für alle zwischenliegenden Grade der Concentration dar.

Ein Beispiel wird dies klarer machen. Eine Carminlösung von einer Concentration, welche gleich eins gesetzt wird, giebt bei der angewendeten und constant beibehaltenen Dicke der Flüssigkeitsschichte ein Absorptionsspectrum, in welchem das äusserste Roth und ausserdem alle Farben von Orange bis Violett absorbirt erscheinen, so dass nur ein breiter rother Streifen nahe dem rothen Ende des Spectrums sichtbar bleibt.

Fig. 227.



Diese Thatsache bringt man zum Ausdruck, indem man in Fig. 228 auf der von 1 nach rechts laufenden Horizontallinie die Strecke ab frei lässt und das Uebrige stark anstreicht. Hierauf verdünnt man die Lösung auf das doppelte Volum, also auf die Concentration $^1/_2$. Hierdurch wird der rothe Streifen ab nur etwas Weniges breiter, wie $a_1 b_1$ andeutet. Beim Verdünnen auf die Concentration $^1/_4$ erscheinen zwei helle Streifen $a_2 b_2$ und $e_2 f_2$. Bei der Concentration $^1/_8$ verbreitern sich diese beiden Streifen zu $a_3 b_3$ und $e_3 f_3$, und es erscheint ausserdem zwischen ihnen der schmale Streifen $c_3 d_3$. Bei der Concentration $^1/_{16}$ endlich erscheint das ganze Spectrum bis nahe an die Enden frei. Man verbindet nun die Grenzpunkte der Streifen durch die Curven $a a_1 a_2 a_3 a_4$,

$b\,b_1\,b_2\,b_3$, $e_2\,e_3$ und $f_2 f_3 f_4$ und ergänzt dieselben durch die Verbindungsstücke $b_3\,c_3\,d_3\,e_3$ und $e_2 f_2$, indem man z. B. aus der geringeren Lichtstärke des hellen Streifens $e_2 f_2$ insbesondere an dessen Rändern den Schluss zieht, dass derselbe bei zunehmender Concentration von den Rändern her bald ganz verschwinden würde.

Eine analoge Schlussweise bezüglich der ungleich dunklen Streifen $b_3\,c_3$ und $d_3\,e_3$ führt zu den entsprechenden Ergänzungen durch die ungleich hohen Bogen $b_3\,e_3$ und $d_3\,e_3$. Auf diese Weise erhält man das fertige Spectrogramm, Fig. 229, welches nun deutlich überschauen lässt,

Fig. 228.

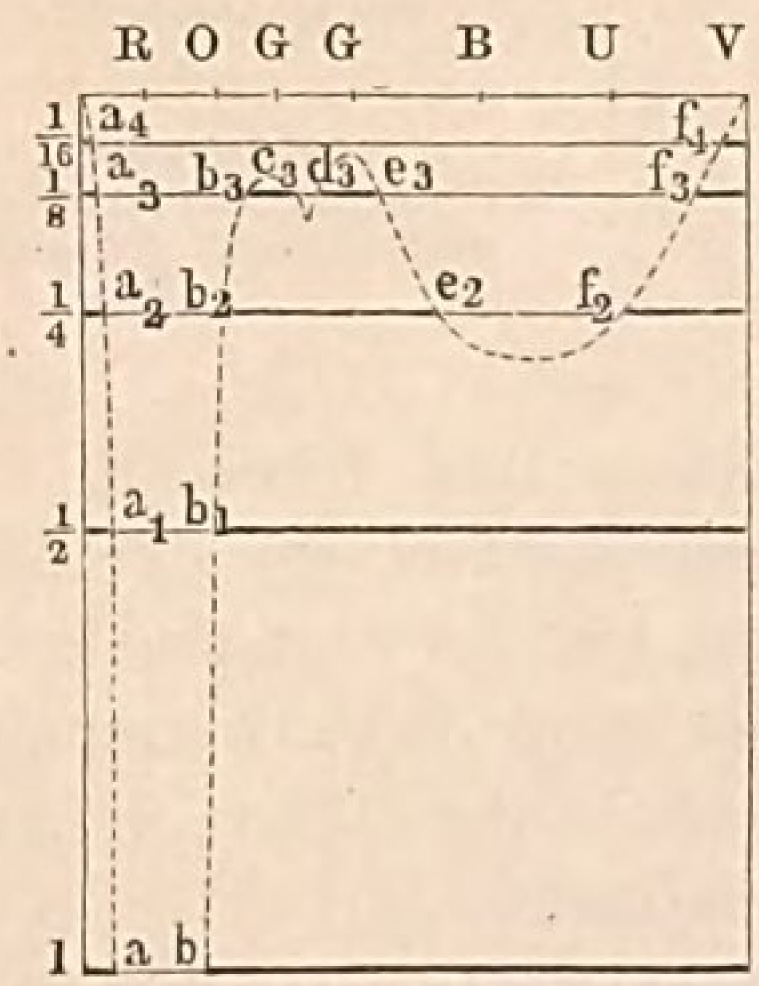
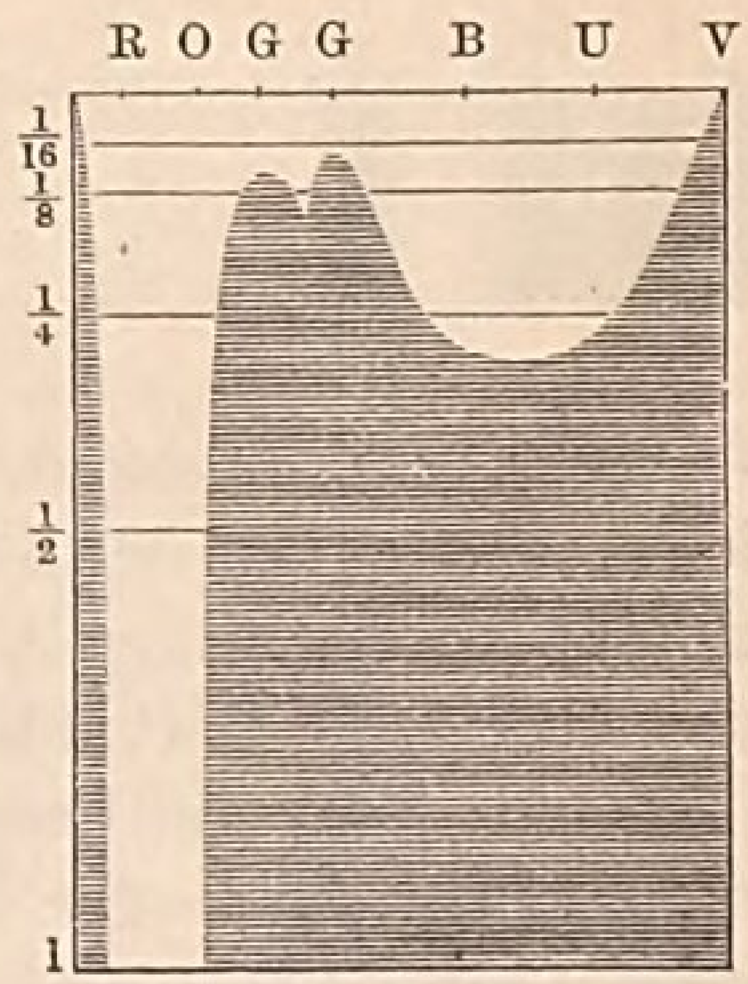


Fig. 229.



was für Veränderungen mit dem Spectrum vorgehen, wenn man die Concentration ändert.

Minder brauchbar ist diese Methode dann, wenn die Streifen verschwommen begrenzt sind, da man dann im Zweifel ist, wo man das Ende der Linien ansetzen soll. Die Ordinatenwerthe bedeuten eben hier nicht Intensitäts-, sondern Concentrationsgrade.

132 **Die Emissionsspectra der Metalle.** Es ist nicht Aufgabe eines Lehrbuches, die sämmtlichen so ausserordentlich zahlreichen Spectralerscheinungen zu beschreiben; wir geben daher hier zunächst nur eine Zusammenstellung der wichtigsten Emissionsspectra, wie sie unter gewöhnlichen Umständen erhalten werden, und verweisen wegen der übrigen auf die Specialwerke über Spectralanalyse [1]).

I. Die Metalle der Alkalien.

Natrium. Tafel I, Nr. 2. Ausgezeichnete gelbe Linie, bezeichnet mit *Na* α, entsprechend der Wellenlänge $589.26\,\mu\mu$ — $589.86\,\mu\mu$ (v. d. Willigen) $589.4\,\mu\mu$ — $590.0\,\mu\mu$ (Angström), bei

[1]) Durch Anwendung von Quarzprismen und photographische Aufnahme ist es Prof. Dr. Eder gelungen, noch ausgedehntere und linienreichere Spectren zu erhalten. Die hier angeführten Linien beschränken sich auf die direct sichtbaren Theile der Spectren.

grosser Dispersion doppelt, bei sehr grosser Dispersion aus vielen Linien bestehend. Nach Bunsen und Kirchhoff genügt $1/_{3\,000\,000}$ Milligramm Natronsalz, um die Reaction noch deutlich hervorzurufen. Wegen dieser ausserordentlichen Empfindlichkeit erhält man die Natronreaction fast immer, da die Luft selten ganz frei von Kochsalzstäubchen ist, und auch die meisten festen Körper deren enthalten.

Lithium. Tafel I, Nr. 3. Eine ausgezeichnete rothe ($Li\,\alpha$) und eine sehr schwache gelbe ($Li\,\beta$) Linie. Wellenlänge von $Li\,\alpha$ $= 670.6\,\mu\mu$. Die Empfindlichkeit dieser Reaction ist $1/_{27}$ der des Natrons, also immer noch ausserordentlich gross.

Kalium. Tafel I, Nr. 4. Ausgedehntes continuirliches Spectrum, dessen grösste Helligkeit im Blau gelegen, mit zwei charakteristischen Linien, und zwar $K\alpha$ im äussersten Roth (im Knallgase doppelt erscheinend) von der Wellenlänge $768.0\,\mu\mu$ (nahe mit Fraunhofer A zusammenfallend), dann $K\beta$ im violetten Theile von geringerer Helligkeit ($\lambda = 404\,\mu\mu$).

Die aus vielen Prismen zusammengesetzten Spectroskope absorbiren das Kaliumspectrum grossentheils, deutlicher erhält man dasselbe mittelst des Funkens. Die Empfindlichkeit ist nur $1/_{3000}$ von der des Natriums.

II. Seltene, mittelst der Spectralanalyse entdeckte Metalle.

Cäsium. Tafel I, Nr. 5. Giebt ein Spectrum mit zwei charakteristischen blauen Linien $Cs\,\alpha$ und $Cs\,\beta$, ausserdem einer doppelten orangefarbigen $Cs\,\gamma$. Bei höherer Temperatur kommen noch gelbe und grüne Linien zum Vorschein. Die Reaction ist noch mit 0,00005 mg reinem Chlorcäsium wahrzunehmen.

Rubidium. Tafel I, Nr. 6 giebt zwei sehr intensive violette Linien $Rb\,\alpha$ und $Rb\,\beta$ und zwei im äussersten Roth liegende $Rb\,\delta$, die übrigen erscheinen bei höherer Temperatur. Die Reaction gelingt noch mit 0,0002 mg reinem Chlorrubidium.

Die letzterwähnten Metalle wurden von Bunsen mittelst der Spectralanalyse entdeckt.

Thallium. Tafel I, Nr. 7 liefert in der Bunsen'schen Flamme ein sehr einfaches Spectrum, eine grüne Linie nahe bei der Fraunhofer'schen Linie E mit der Wellenlänge $534.9\,\mu\mu$.

Im Funkenspectrum treten noch mehrere Linien auf.

Dieses Metall wurde mittelst der Spectralanalyse von Crookes entdeckt.

Indium. Tafel I, Nr. 8 giebt zwei Linien, eine blaue α ($\lambda = 451\,\mu\mu$) zwischen G und F und eine schwächere violette β ($\lambda = 410\,\mu\mu$)

nahe an H; es wurde ebenfalls spectralanalytisch, und zwar von Reich und Richter entdeckt.

Gallium giebt im Funkenspectrum (sehr schwach auch in der Bunsen'schen Flamme) eine schmale violette Linie von der Wellenlänge 417 $\mu\mu$. Wurde spectralanalytisch von Lecoq de Boisbaudran entdeckt.

III. Die Erdmetalle.

Die Spectra der Salze der Erdmetalle sind complicirter als die der Alkalimetalle und zeigen eine gewisse Unbeständigkeit. Man vermuthet, dass gewisse Theile der Spectra dem Dampfe des unzersetzten Salzes, andere dem flüchtigen Oxyde und wieder andere dem Metalle zukommen. Die ersteren verschwinden rasch, können aber durch Einführung von Salzsäure in die Flamme wieder hergestellt werden.

Strontium. Tafel I, Nr. 9. Ist durch den Mangel grüner Linien charakterisirt, ferner durch die Anwesenheit sechs rother, einer orangefarbigen und einer blauen Linie δ ($\lambda = 461\,\mu\mu$). Diese letztere allein wird dem Metalle zugeschrieben. Die Empfindlichkeit der Reaction beträgt $^1/_{180}$ von der des Natriums.

Calcium. Tafel I, Nr. 10. Unter den zahlreichen Linien sind $Ca\,\beta$ im Grünen und $Ca\,\alpha$ im Orange als charakteristisch hervorzuheben, sie gehören, wie man vermuthet, dem Oxyd an und sind deshalb beständiger als die übrigen Linien. Die Empfindlichkeit der Reaction ist der des Strontiums gleich.

Baryum. Tafel I, Nr. 11 hat das complicirteste Spectrum unter den angeführten, bestehend aus einer grossen Anzahl unscharf begrenzter grüner und rother Linien, worunter die grünen $Ba\,\alpha$ und $Ba\,\beta$ am beständigsten sind. Die Empfindlichkeit beträgt $^1/_{3000}$ von der Natriumreaction.

Magnesium giebt in der Bunsen'schen Gasflamme kein Spectrum. Im Knallgasfeuer giebt Magnesia und Chlormagnesium zwei helle grüne Linien, von denen die eine, $Mg\,\alpha$, nahe an E gegen F hin gelegen, insbesondere auch im Funkenspectrum sehr hell erscheint.

Aluminium giebt in keiner Flamme ein Spectrum; mittelst des Inductionsfunkens erhält man je nach der Schlagweite zwei verschiedene Spectra, von denen das eine wahrscheinlich der Verbindung Al_2O_3 zukommt; dasselbe enthält eine Anzahl heller Linien und entsteht bei einem Abstande der Elektroden von etwa 10 mm. Bei einem Abstande von nur 2 mm entsteht ein Bandenspectrum, aus vier grünen schattirten Feldern bestehend.

Die Didym- und Erbinerde haben das Eigenthümliche, dass sie, zum Glühen erhitzt, ein continuirliches Spectrum liefern, in welchem helle Linien auftreten.

IV. Die Schwermetalle.

Zink. Die Lösungen geben mittelst des Funkens ein Spectrum mit drei glänzenden blauen, einer rothen und ausserdem noch einigen schwachen blauen und grünen Linien.

Cadmium giebt in der Gasflamme ein schwaches, mittelst des Funkens ein brillantes Spectrum mit drei Hauptlinien, wovon eine nahe an *C*, eine zwischen *E* und *F*, eine nahe an *F* gegen *G* gelegen.

Eisen. Am besten eignet sich das Funkenspectrum der Eisenchloridlösung. Dasselbe ist aus sehr zahlreichen Linien, von denen über ein halbes Tausend gemessen wurden, zusammengesetzt. Die grösste Menge derselben liegt zwischen *C* und *F*.

Kobalt. In der Gasflamme sind nur zwei schwache Streifen bemerkbar, der Inductionsfunke giebt mit $CoCl_2$ zahlreiche helle Linien, von denen die hellsten in der Nähe von *E* liegen.

Nickel giebt als $NiCl_2$ mit dem Funken viele helle Linien, von denen die hellsten bei *E* und *F* liegen.

Chrom giebt als Cr_2Cl_6 mit dem Funken ein wohl ausgeprägtes Spectrum, bestehend aus Linien und Banden; die beiden hellsten Linien liegen zwischen *E* und *F* und nahe an *G* gegen *H*.

Mangan. Seine Verbindungen geben beim Betupfen mit Salzsäure schon in der Gasflamme mehrere Banden im Grünen; die Reaction ist aber nicht empfindlich. Das Funkenspectrum ist je nach den Umständen sehr verschieden, da wahrscheinlich bald mehr das Metall-, bald mehr das Oxydspectrum erscheint und deshalb die Intensität der einzelnen Linien wechselt. Die meisten derselben liegen zwischen *D* und *F*.

Silber kann als Cyansilber im Knallgasfeuer, sonst nur mittelst des Funkens geprüft werden. Es giebt zwei Linien im Grünen links und rechts von *E* und noch einige schwächere gegen die Enden des Spectrums.

Quecksilber giebt als Cyanverbindung im Knallgasfeuer, als Chlorverbindung gelöst mit dem Funken ein brillantes Spectrum, ebenfalls als Metall in Dampfform. Charakteristisch für letzteres sind: die Hauptlinie α ($\lambda = 546\ \mu\mu$), eine Doppellinie β im Gelb ($\lambda = 579\ \mu\mu$ nahe an der Natriumlinie *D*, welche häufig zugleich erscheint), eine violette γ ($\lambda = 577\ \mu\mu$). Quecksilberchlorid giebt ein grünes Band, das Bromid ein grünblaues, das Jodid ein indigofarbenes. Die Grenzen dieser Bänder gegen das Roth haben die Wellenlängen 564, 505, 445 $\mu\mu$.

Blei giebt als Oxyd und Chlorid schon in der Bunsen'schen Flamme zahlreiche Linien von kurzer Dauer. Lässt man den Funken zwischen Bleidrähten überspringen, so tritt durch Oxydation eine auffallende Veränderung des Spectrums ein, indem die anfangs auftretenden hellen Linien verschwinden und einem Bandenspectrum Platz machen. Dabei bleibt jedoch eine charakteristische Linie nahe an H gegen G unverändert. Die anderen Linien liegen vorzugsweise zwischen D und F.

Kupfer färbt als Chlorkupfer die Gasflamme schön grün und giebt ein Spectrum, welches je nach der Quantität der in die Flamme gebrachten Substanz bald mehr, bald weniger Banden enthält, die bei grösseren Substanzmengen zu einem fast continuirlichen Spectrum zusammenfliessen, bei geringen Mengen schwächer und weniger zahlreich werden. Dieselben reichen von C bis über G und sind am intensivsten in der Umgebung von E. Das Funkenspectrum ist hiervon verschieden, da die intensiven Banden bei E fehlen und dafür viele helle, feine Linien auftreten.

Wismuth verhält sich ähnlich wie Kupfer. Es giebt als $BiCl_3$ ein lebhaftes Bandenspectrum von kurzer Dauer, im Funken ein Spectrum mit engen Linien.

Zinn giebt kein Flammenspectrum, im Funken bei concentrirter Lösung zwei helle Linien, eine zwischen D und E, die andere zwischen F und G.

Antimon verlangt ebenfalls concentrirte Lösung und kurzen Funken. Es giebt dann Linien zwischen D und E und darüber.

Gold färbt als Chlorverbindung die Bunsen'schen Flammen schön grün und giebt ein ausgezeichnetes Bandenspectrum zwischen D und F. Im Funkenspectrum werden die Banden schwächer, dafür treten mehr helle Linien auf.

Platin giebt als Metall und noch leichter als Chlorid mittelst Funken ein Linienspectrum; das Chlorid in der Flamme ein Bandenspectrum.

Palladium verhält sich ähnlich dem Platin.

Die Legirungen der Metalle geben im Allgemeinen Spectra, welche Linien aus den Spectren der einfachen Metalle gemischt enthalten. Jedoch beim Ueberwiegen eines Metalles können die Linien des anderen mehr oder weniger unterdrückt werden.

Lockyer ist es gelungen, die Legirungen von Gold und Silber durch das Spectrum quantitativ zu untersuchen.

133 **Emissionsspectra nichtmetallischer Elemente.** Unter diesen nehmen insbesondere die schwer condensirbaren Gase Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff, sowie die Dämpfe von Phosphor, Schwefel,

Selen wegen der eigenthümlichen Wandelbarkeit der Spectra, die sie beim Erhitzen mittelst des elektrischen Funkens zeigen, unsere Aufmerksamkeit in Anspruch.

Wir haben oben gesehen, dass die Spectrallinien der Metalle, welche bei höherer Temperatur erhalten werden, zwar nicht der Lage nach, wohl aber der Helligkeit und der Zahl nach Veränderungen erleiden, welche das Aussehen des Spectrums fast ganz verwandeln können. Aehnliches beobachteten Plücker und Hittorf bei den eben aufgezählten nichtmetallischen Elementen; sie erhielten bei elektrischen Entladungen geringerer Spannung annähernd continuirliche Spectren mit schattirten Feldern (Bandenspectra), bei Entladungen mit hoher Spannung in Geissler'schen Röhren Spectra mit einzelnen, durch dunkle Zwischenräume getrennten hellen Linien (Linienspectra). Die Bandenspectra werden auch Spectra I. Ordnung, die Linienspectra solche II. Ordnung genannt.

Wasserstoff. Plücker beschrieb das Linienspectrum des Wasserstoffs als aus drei hellen, scharfen Linien bestehend: $H\alpha$, $H\beta$ und $H\gamma$, denen Angström noch eine vierte, $H\delta$, hinzufügte. Tafel I, Nr. 12. Die Wellenlängen dieser zu manchen optischen Messungen bequem gelegenen Lichtsorten sind nach v. d. Willigen folgende:

$H\alpha$ zusammenfallend mit Fraunhofer's Linie C, $\lambda = 656{,}56\,\mu\mu$
$H\beta$ „ „ „ „ F, $\lambda = 486{,}39\,\mu\mu$
$H\gamma$ nahe bei G gegen F hin liegend $= 434{,}28\,\mu\mu$
$H\delta$ zusammenfallend mit h (Angström) $= 440{,}38\,\mu\mu$

Nach Wüllner, der sich am ausführlichsten mit diesen Spectren beschäftigt hat, erhält man, wenn man von einem Gasdruck weit unter 1 mm ausgeht, beim Fortschreiten bis zu 1000 mm Druck der Reihe nach fünf Spectren nach folgendem Schema:

Druck	Beschaffenheit des Spectrums
Weit unter 1 mm . . .	Ein Linienspectrum mit sechs Liniengruppen im Grün.
Unter 1 mm	Vorübergehend ein Bandenspectrum.
Von 1 mm bis 3 mm . .	Das Plücker'sche Linienspectrum mit drei hellen Linien.
3 mm bis 400 mm . . .	Neben dem Linienspectrum das Bandenspectrum, dasselbe verliert von 200 bis 400 mm an Lichtstärke und die Linien beginnen sich zu verbreiten.
400 mm bis 1320 mm .	Das Linienspectrum geht allmählich in ein continuirliches Spectrum über.

Nach Wüllner entsteht das Linienspectrum bei der intermittirenden Funkenentladung, wobei die leuchtende Schicht eine feine Linie ist, das Bandenspectrum bei der continuirlichen, strömenden Entladung, welche eine viel dickere Gasschicht zum Leuchten bringt. Wüllner baut hierauf eine scharfsinnige Theorie, welche erklären würde, dass die Spectralerscheinungen eines und desselben Körpers je nach Dichte oder Dicke und Temperatur der strahlenden Schicht sehr verschieden sein können.

Stickstoff. Das Spectrum dieses Gases hat viele Physiker beschäftigt, da es mit dem der Luft nahezu zusammenfällt. Das Hauptergebniss ist die Existenz eines Linien- und eines Bandenspectrums, welche hier scharf getrennt auftreten, indem bei einer gewissen Gasdichte und stärkeren Entladungen das Bandenspectrum verschwindet und das Linienspectrum auf dunklem Hintergrunde auftritt. Bei gewöhnlichem Drucke entsteht das Linienspectrum. In der Geissler'schen Röhre erhält man das Bandenspectrum, welches wegen seiner cannelirten Zeichnung auch das Säulenspectrum (Tafel I, Nr. 14) genannt wird. Bei grösserer Dichte fängt das Spectrum an, continuirlich zu werden.

Sauerstoff verhält sich nach Wüllner ähnlich. Bei sehr geringem Drucke zeigt sich zuerst ein Bandenspectrum, bei steigendem Drucke folgt das von Plücker beobachtete Linienspectrum (Tafel I, Nr. 13), welches wieder verschwindet und bei 200 mm kaum mehr sichtbar ist. Von da nimmt die Helligkeit wieder zu, und es tritt als Hintergrund ein continuirliches Spectrum auf. Plücker zählte im Linienspectrum neun helle Linien, Huggins' Tabellen enthalten 31 verzeichnet.

Nach Angström und nach Salet kommt dem ganz reinen Sauerstoff nur ein Linienspectrum zu; nach Paalzow hat wahrscheinlich noch Niemand ein reines Sauerstoffspectrum gesehen, da es sehr schwierig ist, fremde Stoffe ganz auszuschliessen.

Die Luft giebt, wie oben erwähnt, grösstentheils nur das Stickstoffspectrum. Springt der Funke zwischen metallenen Elektroden über, so mischt sich ein Metallspectrum (z. B. die drei Linien des Platins) bei. Aber auch der Sauerstoff- und Wasserdampf treten dabei auf, wie Kundt an dem Spectrum des Blitzes beobachtet hat.

Auch hier geben Funken-(Zickzack-) Blitze ein Linienspectrum, Flächenblitze (beim Wetterleuchten) ein Bandenspectrum.

Thalen's Ansichten weichen von denen Wüllner's wesentlich ab. Nach ihm hat jeder Körper nur ein Spectrum, und zwar ein Linien-

spectrum. Die Funkenentladung gebe das Linienspectrum der Metalle, die continuirliche Entladung gebe die aus feinen Linien zusammengesetzten Bandenspectra, welche den Oxyden angehören. Aehnlich verhalte es sich bei den nichtmetallischen Elementen. So z. B. zeige die Capillarröhre einer lufthaltigen Geissler'schen Röhre das Bandenspectrum des positiven Pols, und dieses sei identisch mit dem Spectrum von *NO*.

Wir können hier die verschiedenen Ansichten und Beobachtungsresultate nur zur Kenntniss bringen, da eine definitive Entscheidung noch nicht möglich ist.

Phosphor zeigt als Dampf mittelst des Funkens nur ein Spectrum mit glänzenden Linien und einigen Banden gegen das violette Ende. Im Wasserstoffgas verbrannt, giebt er ein Bandenspectrum.

Schwefel giebt je nach Umständen ein Säulenspectrum oder ein Linienspectrum, dessen Linien beim Höhererhitzen breiter werden.

Selen und Tellur verhalten sich ähnlich.

Jod, Brom und Chlor geben im Funkenspectrum zahlreiche helle Linien [1]).

Kohlenstoff. Demselben kommen zwei Emissionsspectra zu, von welchen das eine, das sogenannte Swan'sche Spectrum, ein Bandenspectrum ist, welches insbesondere beim Verbrennen von Kohlenwasserstoffen an der Luft auftritt (das Spectrum des leuchtenden Theiles der Bunsenflamme), während das andere das eigentliche Linienspectrum des elementaren Kohlenstoffs ist. Das letztere erhält man durch den Inductionsfunken zwischen Kohlenelektroden. Wie schwierig es aber ist, das letztere Spectrum frei von anderen Beimischungen zu erhalten, haben jüngst J. M. Eder und E. Valenta [2]) gezeigt. Es ist dieser Umstand insofern wichtig, als sorgfältig gereinigte Kohlenelektroden nach Bunsen's Vorschlag zum Studium von Funkenspectren gelöster Stoffe häufig Verwendung finden und man daher die Spectralerscheinungen kennen muss, welche durch die Elektroden hervorgerufen werden.

Ausser dem eigentlichen Spectrum des elementaren Kohlenstoffs kann man bei Anwendung solcher Kohlenelektroden je nach Umständen noch erhalten das Swan'sche Bandenspectrum, das Cyanspectrum, das Stickstoffspectrum, das

[1]) Plücker, Hittorf u. A. haben die Wellenlängen dieser Linien gemessen. Es fehlt uns aber der Raum, die bezüglichen Tabellen hier aufzunehmen; sie müssen in Specialwerken nachgesehen werden.

[2]) Ueber das Emissionsspectrum des Kohlenstoffs und Siliciums. Denkschriften der math.-naturw. Classe der k. Akademie in Wien, Bd. LX, 1893.

Wasserdampf-, Wasserstoff- und Sauerstoffspectrum, das Ammoniakspectrum und endlich in geschlossenen Gefässen sogar das Absorptionsspectrum der Untersalpetersäure.

Indem wir in dieser Hinsicht auf die citirte Originalabhandlung verweisen müssen, geben wir hier nur die Wellenlängen der Linien, welche nach Eder und Valenta sicher dem Kohlenstoff als Element angehören: Gelbgrün 537,98 $\mu\mu$, Grün 515,12, 514,49, 513,37 $\mu\mu$, Violett 455,63 und 426,75 $\mu\mu$. Die letztere ist die Hauptlinie innerhalb des sichtbaren Spectrums. Der ultraviolette, photographisch erschlossene Theil des Spectrums enthält noch etwa 22 Linien, wovon als Hauptlinie zwei bei 283 $\mu\mu$, eine bei 274,7 $\mu\mu$, zwei bei 251 $\mu\mu$, endlich eine bei 229·7 $\mu\mu$ hervorragen.

Silicium giebt ebenfalls ein Spectrum, wenn man den Funken zwischen zwei Krystallen desselben überschlagen lässt. Die nach dieser Methode von J. M. Eder und E. Valenta erhaltenen Linien liegen zumeist im ultravioletten Theile. Salet fand, dass das elementare Siliciumspectrum mit dem des Chlorsiliciums übereinstimme und gab als Wellenlängen der Linien an: Im Orange 637, 635, 599, 597 $\mu\mu$, im Grün 505,8, 594 $\mu\mu$, im Blau 443, 441 $\mu\mu$.

134 Allgemeines über die Emissionsspectra der Elemente und ihrer Verbindungen; Einfluss begleitender Umstände.

Wir wollen nun versuchen, aus der Fülle des vorliegenden Materials von Beobachtungen und Ansichten einige Hauptpunkte herauszuheben.

Vor Allem ist die Frage zu beantworten: Haben die chemischen Verbindungen eigene Spectren oder zeigen sie nur das Spectrum eines oder mehrerer ihrer Bestandtheile?

Kirchhoff und Bunsen sprachen sich seinerzeit dahin aus, dass die Metalle stets Spectra mit gleicher Lage der Linien geben, in welchen Verbindungen sie auch enthalten seien. Also z. B. Chlornatrium, Bromnatrium, Jodnatrium, kohlensaures Natron u. s. w. geben ein und dasselbe Natriumspectrum, wenn auch wegen der verschiedenen Flüchtigkeit in verschiedener Helligkeit. Ebenso geben sämmtliche Calciumsalze dasselbe Calciumspectrum, wenn auch bei den einzelnen Salzen die Menge und die Helligkeit der Linien wechselt. Kirchhoff und Bunsen bezeichneten es jedoch selbst als möglich, dass nur deshalb dieselben Spectra erfolgen, weil die Salze stets zersetzt werden und nur die Dämpfe der frei gewordenen Metalle das Spectrum hervorbringen, dass also möglicherweise den Verbindungen andere Spectra zukommen, die wir nur nicht sehen, weil diese Verbindungen nicht unzersetzt in glühenden Dampfzustand zu bringen sind.

A. Mitscherlich zuerst und seitdem die Mehrzahl der Physiker vertreten die Ansicht, dass jedem chemisch definirten Körper, also auch

jeder Verbindung ein eigenes Spectrum zukomme, so dass sich also die Verbindungsspectra von den Spectren der Elemente unterscheiden. Zur Beobachtung des Verbindungsspectrums ist aber natürlich erforderlich, dass die Verbindung bei der Temperatur, bei welcher die Lichtemission stattfindet, nicht schon zersetzt sei.

Unter Umständen kann die Zersetzung durch Kunstgriffe hintangehalten werden. So z. B. geben die Salze des Strontiums, S_2Cl_2, $SrBr_2$, SrJ_2, in der gewöhnlichen Flamme des Bunsenbrenners erhitzt, alle dasselbe Spectrum (des Strontiumoxyds). Mischt man aber den Flammengasen die Verbindungen HCl, HBr, HJ bei, so wird durch deren Anwesenheit die Dissociation der obigen Halogenverbindungen verhindert und es zeigt dann jede derselben ein verschiedenes Spectrum. Auch dadurch, dass man durch Einführen von essigsaurem Ammoniak zugleich mit den obigen Salzen die Flammentemperatur herabsetzt, kann dieses Ziel erreicht werden. Endlich zeigen die mit dem Apparat von Delachanal und Mermet erzeugten Funkenspectra dieser Salze, wenn die Funken in einer Atmosphäre von Wasserstoff überschlagen, wo also der oxydirende Sauerstoff der Atmosphäre ausgeschlossen ist, ebenfalls Verschiedenheiten.

Eine andere Frage ist die: Hat jeder Stoff nur ein Spectrum, oder auch deren mehrere? Da es theoretisch und erfahrungsmässig feststeht, dass Dichte, Dicke und insbesondere Temperatur der leuchtenden Schichten auf das Aussehen des Spectrums Einfluss haben, so muss zunächst ausgemacht werden, wie sich ein Spectrum ändern darf, damit man es noch als „wesentlich dasselbe“ bezeichnen kann. Wenn bei höherer Temperatur neue Linien auftauchen, früher vorhandene ihre Intensität ändern, ja selbst verschwinden, so spricht man immer noch vom nämlichen Spectrum. Es könnte nun der Fall sein, dass ein Spectrum bei den Temperaturen t_1 und t_2 eine Anzahl Linien gemeinsam hat, dass es ebenso bei t_2 und t_3 andere gemeinsame Linien besitzt, dass es aber bei t_3 keine Linien mehr enthält, die es bei t_1 hatte. Gilt nun das Spectrum bei t_2 noch als dasselbe, wenn auch modificirte, wie das bei t_1, ferner das bei t_3 als das modificirte von t_2, so kann man auch wohl die Spectra bei t_1 und t_3 als Modificationen eines und desselben Spectrums bezeichnen, wenn sie auch total verschieden aussehen.

Unter dieser Voraussetzung erscheint es von vornherein als wahrscheinlich, dass jedes Element (welches nicht allotrope Modificationen besitzt) nur ein Spectrum besitze. Ob nun die in speciellen Fällen beobachteten zweiten Spectren, ob insbesondere die Bandenspectra dennoch wesentlich verschiedene Spectra desselben Elementes sind, oder ob sie, wie Thalen vermuthet, Verbindungen desselben angehören, oder ob, wie Helmholtz angeregt hat, vielleicht Atomspectra und Molekülspectra desselben Elementes existiren, das ist bis jetzt noch nicht zu entscheiden.

135 **Die Absorptionsspectra der Gase und Dämpfe; Kirchhoff's Gesetz.** Brewster machte zuerst die interessante Entdeckung, dass die Dämpfe der salpetrigen Säure zwischen eine weisse Lichtquelle und das Spectrometer eingeschaltet, ein Absorptionsspectrum geben (Tafel II, Nr. 4), welches von sehr zahlreichen (gegen 2000) dunklen und feinen Linien, ähnlich den Fraunhofer'schen Linien, durchzogen ist. Die meisten derselben liegen im Blau und Grün, der violette Theil des Spectrums fehlt ganz. Man bedient sich bei diesem Experimente des im §. 130, Fig. 222 beschriebenen Apparates. Die salpetrigsauren Dämpfe erhält man durch Uebergiessen von Kupferspänen mit Salpetersäure oder besser durch Erhitzen von salpetersaurem Bleioxyd in einem Kölbchen.

Beim Erwärmen der Dämpfe vermehren sich die Linien und werden dunkler. Hat die Temperatur eine gewisse Höhe erreicht, so wird das Spectrum ganz verdunkelt, und es dringt kein Licht mehr durch das undurchsichtig gewordene Gas.

Aehnlich verläuft die Erscheinung bei anderen gefärbten Gasen oder Dämpfen, z. B. Bromdampf, Joddampf (Tafel II, Nr. 5), Dampf von Chromoxychlorid, Unterchlorsäure, Manganhyperchlorid. Dagegen zeigt der gleichfalls gefärbte Dampf von Wolframchlorid nach Miller keine Linien. Entgegen den Angaben dieses Physikers, dass auch Chlorgas und ausserdem die sämmtlichen farblosen Gase keine Linien zeigen, ist durch Morren erwiesen, dass bei Chlor in einer 2 m dicken Schicht ebenfalls einige Linien auftreten, und durch Janssen ist der Nachweis geliefert, dass der farblose und durchsichtige Wasserdampf in einer 37 m langen Röhre ebenfalls ein mit zahlreichen Linien im Roth und Orange durchzogenes Absorptionsspectrum liefert.

Die Aehnlichkeit der dunklen Linien der Absorptionsspectra der Gase mit den Fraunhofer'schen Linien des Sonnenspectrums musste auf den Gedanken führen, dass letztere ebenfalls durch Absorption zu Stande kommen. Da nun nach Brewster und nach Zantedeschi ein Theil der Linien des Sonnenspectrums stärker und zahlreicher hervortritt, wenn sich die Sonne dem Horizont nähert, als um Mittag, so ist anzunehmen, dass diese Linien durch Absorption des Lichtes auf dem Wege durch die Atmosphäre entstehen. Man nannte diese Linien deshalb Luftlinien oder atmosphärische Linien. Durch Untersuchungen von Secchi, Janssen und Cooke ist ausser Zweifel gestellt, dass der grössere Theil dieser Linien durch Absorption von Seite des Wasserdampfes der Atmosphäre hervorgerufen wird.

Die übrigen Fraunhofer'schen Linien, welche mit dem Stande der Sonne nicht wechseln, können nicht in der Erdatmosphäre ihren Ursprung haben, wir müssen denselben daher in der Sonne selbst suchen und annehmen, dass das ursprünglich weisse Sonnenlicht beim Durchgange durch eine die Sonne umgebende Gas- oder Dampfschicht durch Absorption jener Bestandtheile beraubt werde, welche ihm im Spectrum

fehlen. Mit einem Worte, wir müssen das Sonnenspectrum als ein Absorptionsspectrum auffassen.

Der Entdecker dieser Theorie ist C. Kirchhoff. Allein seine Entdeckung reicht noch viel weiter.

Schon Euler hat vor hundert Jahren die Vermuthung ausgesprochen, dass jeder Körper Licht von derselben Gattung, als er selbst ausstrahlt, auch absorbire; Foucault hat 1849 beobachtet, dass im Spectrum des elektrischen Lichtes, das von den Kohlenspitzen ausgeht, die doppelte Natriumlinie als dunkle Linie auf hellem Hintergrunde sichtbar sei; Angström behauptete 1853, „dass ein Körper im glühenden Zustande dieselben Lichtarten aussenden müsse, welche er bei gewöhnlicher Temperatur absorbirt". Damit waren diese Physiker der Entdeckung des richtigen Gesetzes nahe, welches Kirchhoff 1860, auf mathematische und experimentelle Gründe gestützt, folgendermaassen aussprach:

„Das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen einer und derselben Strahlengattung ist für alle Körper bei derselben Temperatur dasselbe."

Die Umkehrung der Spectra; objective Darstellung derselben. 136 Kirchhoff's Gesetz über die Proportionalität vom Emissions- und Absorptionsvermögen, auf welches wir später zurückkommen werden, interessirt uns zunächst an dieser Stelle durch nachstehende Folgerungen: Wenn ein glühendes Glas nur eine Lichtsorte, z. B. nur gelbes Licht (entsprechend der Linie *D*) ausstrahlt, so absorbirt es auch nur dasselbe gelbe Licht, es ist also für alle übrigen Lichtsorten durchsichtig.

Denken wir uns nun folgenden Fall: Von dem hellen weissen Lichte eines durch Knallgasflamme glühend gemachten Kalkstückes oder eines elektrischen Lichtbogens werde ein Spectrum erzeugt. Die Helligkeit der einzelnen Theile des Spectrums ist allerdings verschieden gross, doch können wir annehmen, dass diese Helligkeit an jener Stelle, welche der Natriumlinie entspricht, ebenso gross sei, wie die an den unmittelbar angrenzenden gelben Theilen des Spectrums. Diese Helligkeit wollen wir mit 100 bezeichnen. Nun denken wir uns die helle Lichtquelle weggenommen und statt derselben unmittelbar hinter der Spalte des Spectralapparates eine Flamme wässerigen Weingeistes, deren Docht mit Kochsalz imprägnirt ist, aufgestellt. Das Spectrum beschränkt sich jetzt auf die gelbe Natriumlinie allein, deren Helligkeit viel geringer, z. B. nur noch durch die Zahl 1 gegeben ist.

Setzen wir jetzt wiederum hinter die Kochsalzflamme die früher benutzte, sehr helle, weisse Lichtquelle, so erhalten wir neuerdings ein Spectrum, welches an den Nachbarstellen der Natriumlinie die frühere Helligkeit = 100 haben muss, denn die Kochsalzflamme hat von diesen Lichtsorten nichts absorbiren können. Dagegen hat diese Flamme wegen

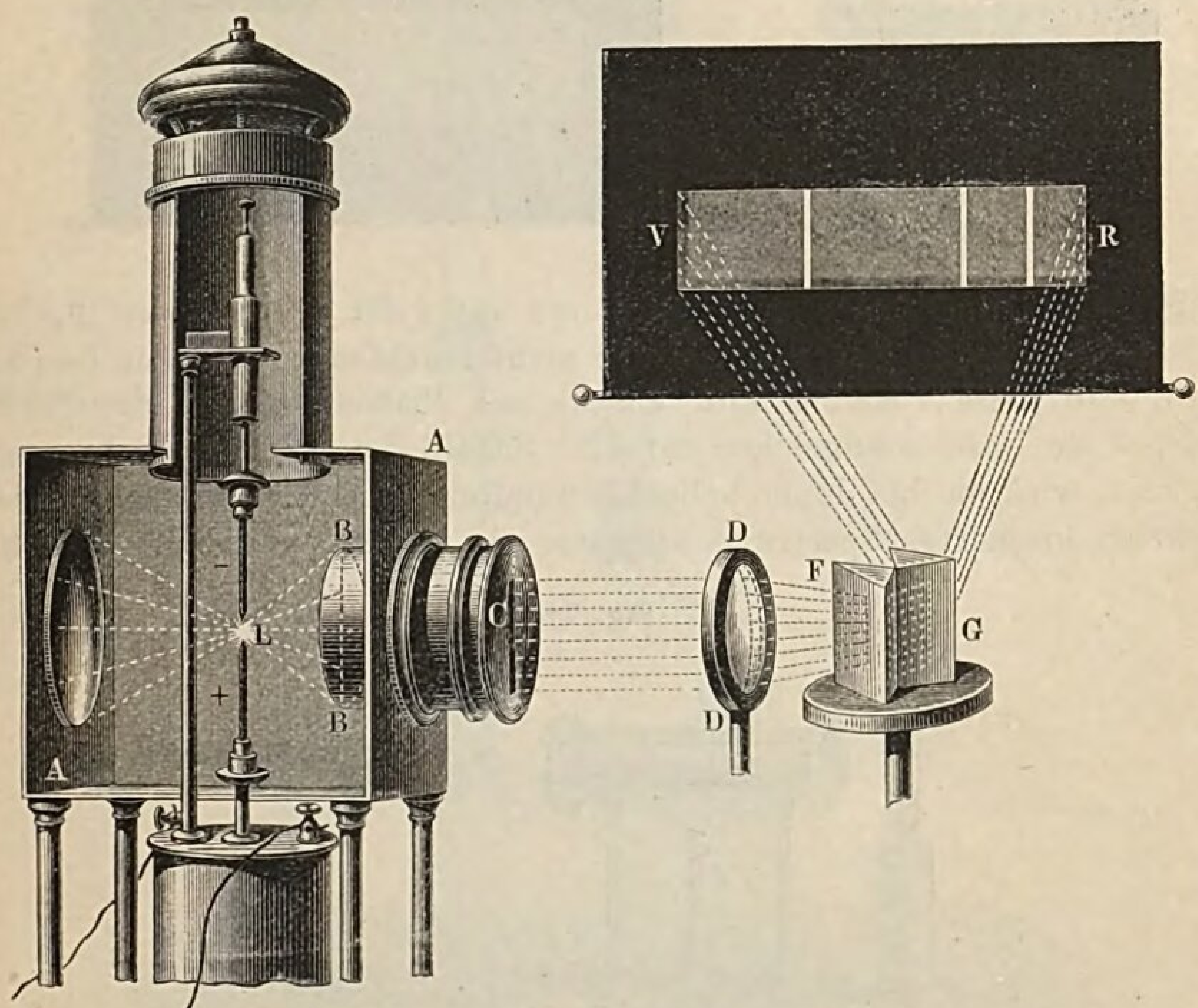
des in ihr vorhandenen Natriumdampfes einen bedeutenden Bruchtheil, nach Umständen beispielsweise 75 Proc. derjenigen Lichtstrahlen absorbirt, welche früher an die Stelle der Natriumlinie gelangten. Die Helligkeit wird daher daselbst nur noch 25 + 1 = 26 Einheiten betragen. Die Natriumlinie muss also durch den Contrast, dunkel auf hellem Grunde, unter Umständen wie schwarz erscheinen. Ein solches Absorptionsspectrum, in welchem die sonst hellen Linien des entsprechenden Emissionsspectrums als dunkle Linien auf hellem Grunde erscheinen, nennt man auch ein „umgekehrtes Spectrum". Bedingung für eine solche Umkehrung des Spectrums ist, dass die Temperatur des das weisse Licht ausstrahlenden Körpers bedeutend höher sei, als die Temperatur des absorbirenden Dampfes, damit durch die Absorption mehr Licht weggenommen werde, als durch Ausstrahlung des absorbirenden Dampfes dazu kommt.

Kirchhoff sendete das Licht eines durch die Knallgasflamme glühend gemachten Kalkcylinders (Drummond'sches Licht) durch eine Flamme von wässerigem, kochsalzhaltigem Alkohol auf den Spalt des Spectroskopes und erhielt so eine dunkle Linie genau an der Stelle, wo die Kochsalzflamme allein eine helle Linie giebt, und wo im Sonnenspectrum die Fraunhofer'sche Linie *D* auftritt. Statt des glühenden Kalkcylinders kann auch ein durch einen elektrischen Strom bis nahe zum Schmelzpunkte gebrachter Platindraht gebraucht werden. Noch besser dient elektrisches Kohlenlicht, welches in folgender Weise zur Darstellung der directen und umgekehrten Spectra angewendet werden kann: *AA* (Fig. 230) ist eine elektrische Lampe von Duboscq, welche mit einer Säule von 50 bis 60 Bunsen'schen Bechern verbunden wird. Der leuchtende Punkt *L* befindet sich im Brennpunkte einer planconvexen Linse *B* von 9 cm Durchmesser, welche die von *L* her auf sie fallenden Strahlen in ein Bündel paralleler Strahlen verwandelt. Bei *C* (9 cm von jener Linse entfernt) ist das Rohr, in dessen anderem Ende die Linse *B* eingesetzt ist, durch eine Messingplatte geschlossen, in welcher sich eine verticale, 5 cm hohe und ungefähr 1,5 mm breite Spalte befindet. Die Vorrichtung, mittelst deren diese Spalte nach Belieben weiter oder enger gemacht werden kann, ist in unserer Figur der Einfachheit wegen weggelassen. Der Spalte gegenüber ist eine doppelt convexe Linse *D* von 9 cm Durchmesser und 31 cm Brennweite so aufgestellt, dass sie auf einem ungefähr 4 m weit entfernten Schirm ein scharfes Bild der Spalte entwirft. Hinter der Linse *D* werden alsdann zwei Schwefelkohlenstoffprismen *F* und *G* von 60° aufgestellt, deren jedes 9 cm hoch ist und deren brechende Flächen 5 cm breit sind. Das Prisma *F* ist so gestellt, dass das von *D* her auf dasselbe fallende Strahlenbündel in demselben ungefähr das Minimum der Ablenkung erfährt. Das zweite Prisma *G* ist alsdann so gestellt, dass die Eintrittsfläche *G* mit der Austrittsfläche von *F* einen Winkel von ungefähr 100° macht.

Wenn die Kohlenstäbchen, deren Spitzen bei L einander gegenüberstehen, aus reiner Gaskohle verfertigt sind, so wird durch die beschriebene Anordnung mittelst der beiden Prismen auf einem ungefähr 3,8 m entfernten weissen Schirm ein prachtvolles continuirliches Spectrum VR von ungefähr 3 m Länge und 56 cm Höhe erzeugt.

Um die hellen Linien verschiedener Metallspectra hervorzubringen, wird das untere (positive) Kohlenstäbchen durch einen Kohlencylinder von 1 cm Durchmesser ersetzt, dessen oberes Ende etwas ausgehöhlt ist. In diese Höhlung wird dann ein Stückchen des Metalles gelegt, dessen

Fig. 230.



Spectrum man zeigen will und welches sich als eine Reihe heller Linien von dem weniger hellen continuirlichen Spectrum abhebt. Es ist gut, wenn man für jedes Metall ein besonderes Kohlenstäbchen in Anwendung bringt.

Um die Spectra von Kalium, Natrium, Lithium, Calcium etc. zu zeigen, wird die eben besprochene Höhlung des unteren Kohlenstäbchens 1 cm tief gemacht und mit den trockenen Chloriden dieser Metalle gefüllt.

Bei gehöriger Regulirung des Spaltes C und bei gehöriger Einstellung der Linse D, der Prismen F und G und des Schirmes erscheinen die hellen Linien auf dem Spectrum VR vollkommen scharf.

Die Absorption der Natriumlinie durch Natriumdampf stellt Frankland in ausgezeichneter Weise durch das folgende Verfahren dar.

Zunächst wird der ausgehöhlte untere Kohlencylinder wieder durch ein gewöhnliches Kohlenstäbchen ersetzt, welches mit einer schwachen Lösung von Chlornatrium getränkt und wieder getrocknet ist. Sodann wird nahe vor der Spalte *C* ein horizontal gehaltenes dünnes Metallblech *a b* (Fig. 231) angebracht, dessen Ebene die Höhe der Spalte *C*

Fig. 231.

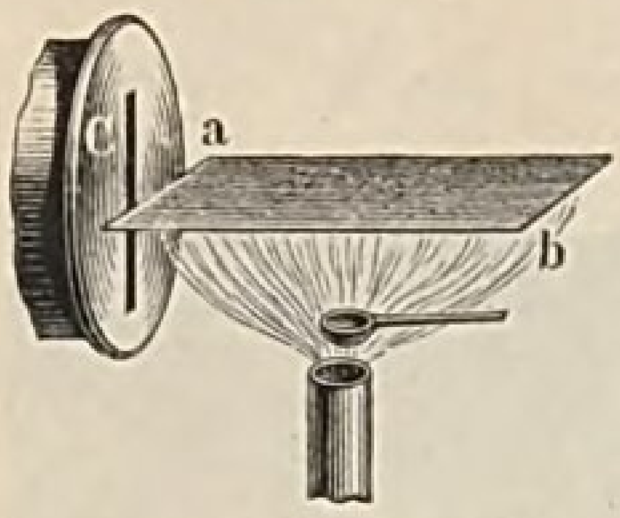
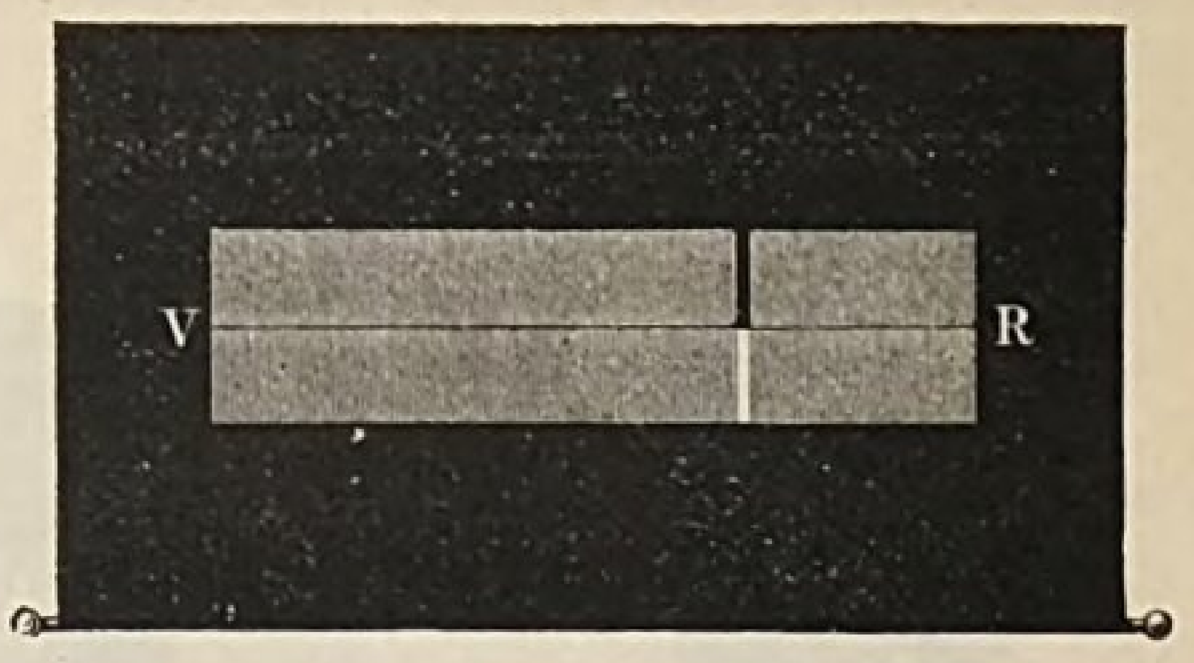
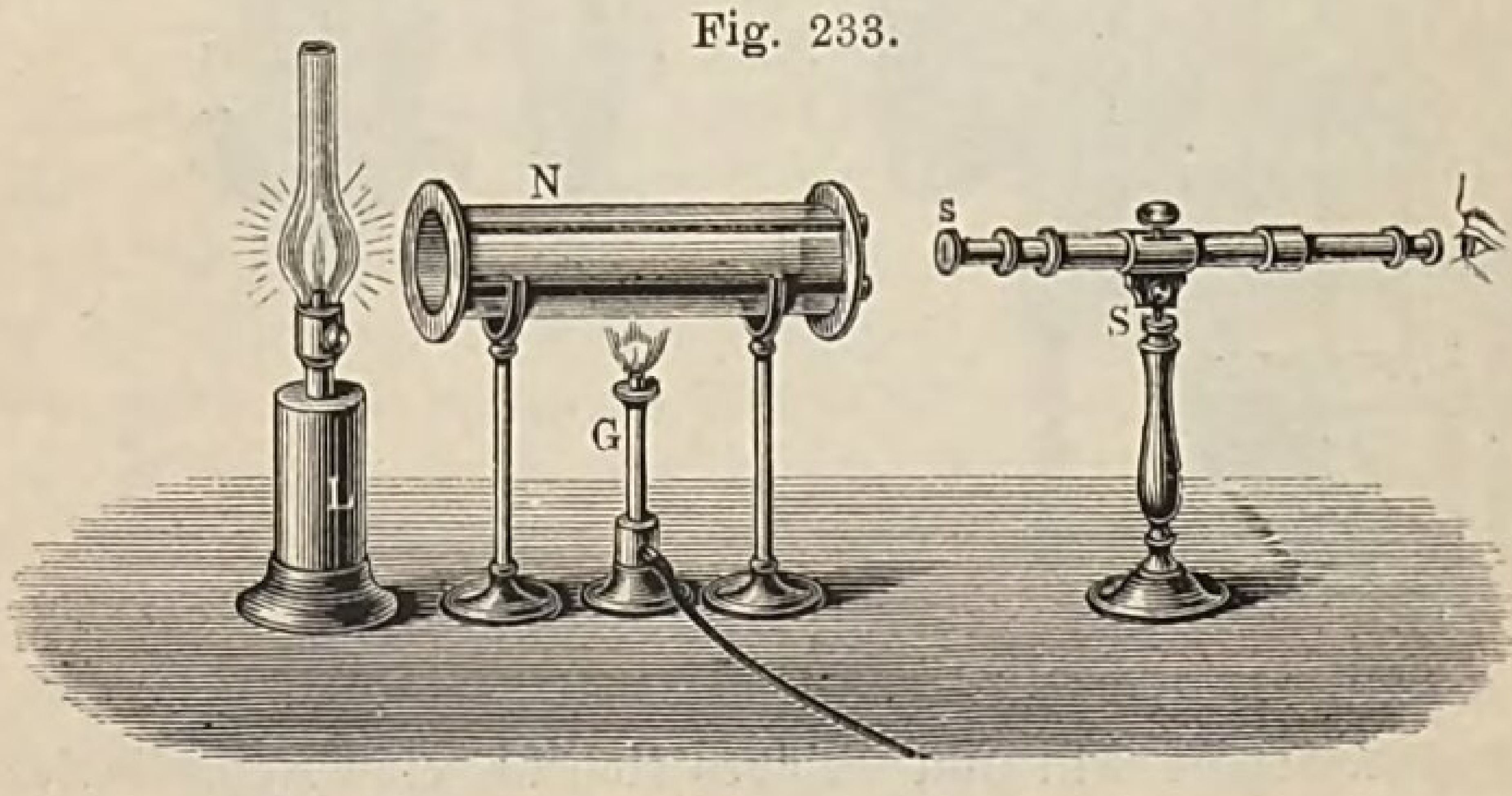


Fig. 232.



halbirt. Ein Gaskochlämpchen wird nun unter der Mitte dieses Bleches so aufgestellt, dass dasselbe von der nicht leuchtenden Flamme bespült wird. In diese Flamme wird ein kleines Platinlöffelchen eingeführt, welches ein Natriumkügelchen enthält. Sobald das Natrium zu brennen beginnt, wird die bis dahin helle Natriumlinie in der oberen Hälfte des verkehrt projicirten Spectrums schwarz, wie Fig. 232 andeutet, während

Fig. 233.



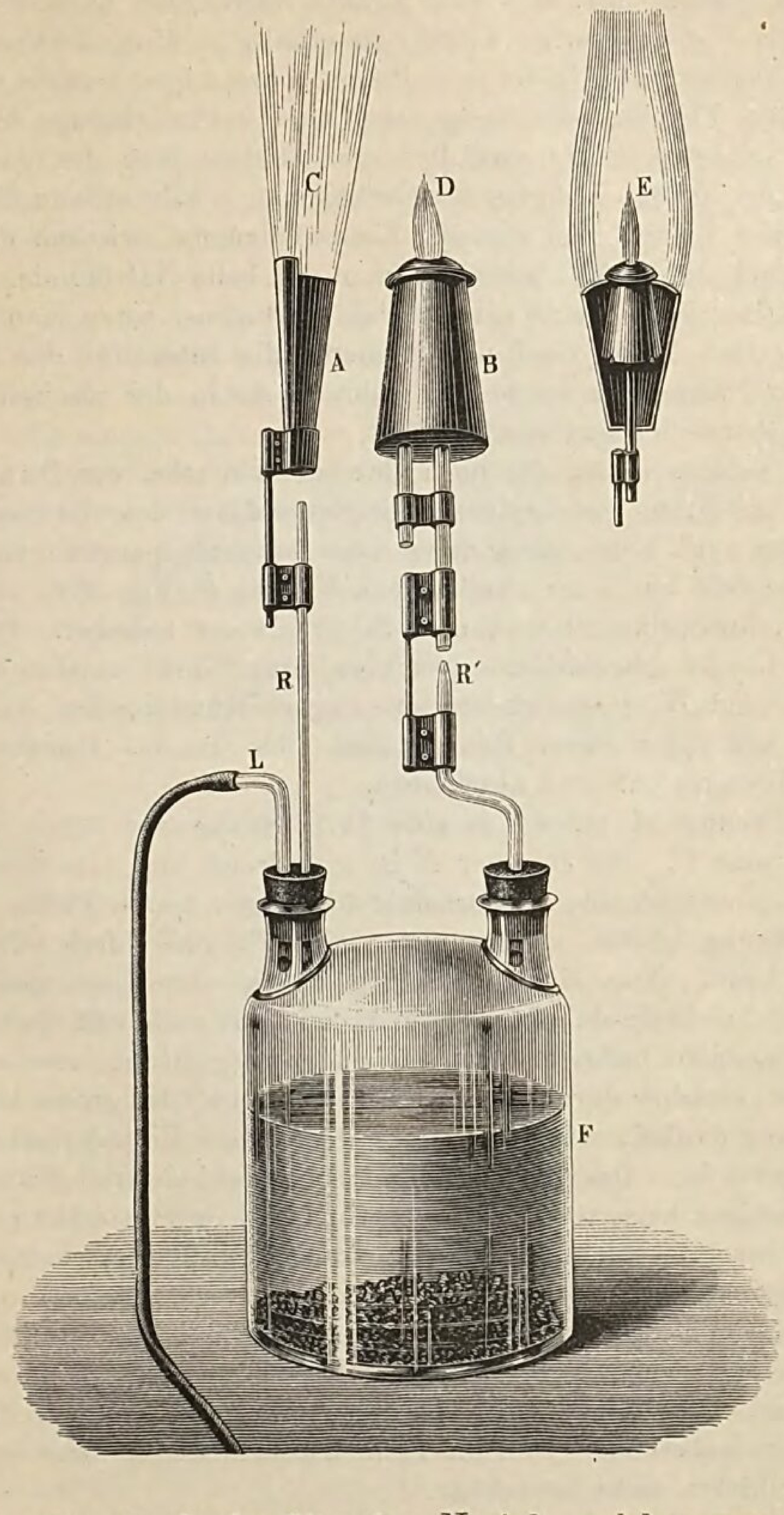
in der unteren Hälfte des Spectrums die helle Natriumlinie genau in der Verlängerung dieser schwarzen Linie liegt.

Damit der Versuch gelingt, dürfen die Kohlenspitzen nur schwach mit Kochsalz imprägnirt sein, weil sonst die Helligkeit der Natriumlinie im Spectrum zu gross ist, als dass der Natriumdampf sie umkehren könnte.

Hat man keine so hellen Lichtquellen zur Verfügung, so muss man die Temperatur des absorbirenden Dampfes niedriger wählen, indem man denselben nicht bis zum Glühen bringt.

Fig. 233 zeigt die Zusammenstellung eines solchen Versuches; L ist eine Oellampe, deren weisses Licht im Spectroskop S ein continuirliches

Fig. 234.



Spectrum erzeugt. In der Glasröhre N wird, nachdem man vorher die Luft durch Wasserstoffgas verdrängt hat, ein Stückchen Natrium zum Verdampfen gebracht. Man kann statt dessen wohl auch eine starke, an

beiden Enden zugeschmolzene Röhre von 10 bis 15 mm Weite, welche Wasserstoff und eine Quantität Natrium enthält, in erhitztem Zustande vertical vor die Spalte halten.

Noch leichter lässt sich eine dunkle Natronlinie nach Weinhold mittelst eines abweichenden Verfahrens erhalten. Man richtet ein Spectroskop, das nur aus Spalte und Prisma ohne Linse besteht, auf eine helle weisse Flamme und bringt nun eine kochsalzhaltige Weingeistflamme zwischen Auge und Prisma, so dass man das ganze Spectrum mit der gelben Flamme überdeckt, man erhält sodann die dunkle Natronlinie. Bringt man dieselbe Kochsalzflamme zwischen die weisse Flamme und die Spalte, so erhält man die helle Natronlinie. Die Erklärung dieser Verschiedenheit ist leicht zu finden, wenn man überlegt, dass im ersten Falle die Kochsalzflamme die Intensität der Nachbarstellen der Natronlinie vermehrt, während sie in der zweiten Stellung diese Nachbarstellen unverändert lässt.

Zum Schluss wollen wir noch eine sehr einfache, von Bunsen construirte Vorrichtung beschreiben, mittelst welcher sich die besprochene Umkehrung auch ohne Anwendung eines Spectralapparates zeigen lässt. Dieselbe besteht aus einer zweihalsigen Flasche F (Fig. 234), in welcher sich Zink, Kochsalz und verdünnte Schwefelsäure befindet. Durch den Schlauch L wird gewöhnliches Leuchtgas eingeführt, welches durch die Röhren R und R', deren letztere eine engere Mündung hat, wieder ausströmt. Auf jeder dieser Röhren lässt sich ein aus Eisenblech construirter Brenner auf- und abschieben.

Der Brenner A mündet in eine flache Spalte und liefert eine sehr breite Flamme C. Der Brenner B ist cylindrisch und von einem kegelförmigen, oben gedeckten Schornstein überragt, dessen Decke nur eine kleine Oeffnung besitzt, so dass eine kleine Flamme durch selbe durchschlagen kann. Das sich entwickelnde Wasserstoffgas reisst kleine Stäubchen der kochsalzhaltigen Flüssigkeit mit sich und färbt so die beiden Flammen hellgelb. Bei passender Regulirung erscheint dem Beobachter, welcher durch die kleine Flamme auf die grosse blickt, die erstere ganz dunkel, wie rauchig auf dem hellen Hintergrunde, wie in E angedeutet ist. Das Licht der hinteren, viel heisseren Flamme wird von der weniger heissen vorderen absorbirt und durch solches geringerer Intensität ersetzt, welches durch den Contrast dunkel erscheint. Bunsen's Apparat hatte ursprünglich zwei gesonderte Flaschen. Desaga in Heidelberg liefert denselben in der beschriebenen vereinfachten Form.

Ausser mit Natrium lässt sich die Umkehrung des Spectrums auch mit Lithium leicht anstellen, bei den übrigen Spectren gelingt dies schwieriger, insbesondere sind die Funkenspectra wegen ihrer beschränkten Dauer hierzu nicht brauchbar.

137 **Die unsichtbaren Theile des Spectrums; Uebersichtstafel der Wellenlängen und Schwingungszahlen.** Das unter

gewöhnlichen Umständen sichtbare, vom äussersten Roth bis zum äussersten Violett reichende Spectrum des weissen Lichtes der Sonne und anderer Lichtquellen umfasst noch nicht die ganze Summe der im weissen Lichte überhaupt vorhandenen Strahlensorten. Das Spectrum besitzt vielmehr über beide Enden hinausgehende Fortsetzungen, welche von den ultrarothen Strahlen einerseits, den ultravioletten Strahlen andererseits gebildet werden. Die Existenz unsichtbarer ultrarother Strahlen wurde 1824 von Seebeck durch die Wärmewirkung dieser Strahlen nachgewiesen. Entwirft man mittelst Sonnenlichtes und Glasprismas ein Spectrum auf einem Schirm und hält man die geschwärzte Kugel eines Thermometers auf die verschieden gefärbten Stellen, so bemerkt man, dass unter diesen Umständen die Wärmewirkung der Strahlen im rothen Theile viel stärker ist, als im brechbareren Theile des Spectrums. Man beobachtet aber auch, dass diese Wirkung über das rothe Ende hinaus noch zunimmt. Es müssen daher dort Strahlen auftreffen, welche auf unser Auge nicht wirken, die man wegen ihrer Wärmewirkung auch dunkle Wärmestrahlen oder Wärmestrahlen im engeren Sinne genannt hat. Es wäre aber eine irrthümliche Auffassung, wenn man die Sonnenstrahlen in Lichtstrahlen (sichtbare Strahlen) einerseits und Wärmestrahlen andererseits eintheilen würde. Alle diese Strahlen sind Wärmestrahlen, insofern sie alle bei der Absorption in Wärme verwandelt werden können. Ein Theil derselben hat aber ausserdem die Fähigkeit, die Netzhaut des Auges zu erregen, also direct sichtbar zu sein. Diese Strahlen nennen wir daher Lichtstrahlen im engeren Sinne, die übrigen unsichtbare Lichtstrahlen, wofür wir wohl besser Aetherstrahlen setzen würden.

Alle sichtbaren Lichtstrahlen sind also gleichzeitig mehr oder weniger wirksame Wärmestrahlen, aber nicht alle Wärmestrahlen sind sichtbare Lichtstrahlen. Sicherer als mittelst des gewöhnlichen Thermometers gelingt der Nachweis der dunklen Wärmestrahlen mittelst der Thermosäule von Melloni, und noch besser mittelst der in neuerer Zeit sehr verfeinerten sogenannten „Bolometer“ oder „Actinometer“, welche zum Theil auf der Aenderung des elektrischen Leitungsvermögens von Metalldrähten mit der Temperatur beruhen. Wir kommen auf diesen Gegenstand in der Wärmelehre zurück. Hier wollen wir nur, des Zusammenhanges wegen, vorgreifend über die äussersten Grenzen des ultrarothen Theiles des Spectrums Mittheilungen machen. Für dieselbe wurde bis in die neueste Zeit nach J. Müller eine Wellenlänge von 0,0048 mm $= 4{,}8\,\mu = 4800\,\mu\mu$, entsprechend einer Schwingungszahl = 63 Billionen als Grenze angenommen. Nach Langley[1], welcher mittelst seines Bolometers sogar die vom Eise ausgesendeten Wärmestrahlen messen konnte, beträgt die grösste beobachtete Wellenlänge 0,0053 mm $= 5{,}3\,\mu = 5300\,\mu\mu$, welche Grenze von Rubens und Snow[2]) unter Anwen-

[1]) Langley, Philos. Mag. (5) **22**, 1886.
[2]) Rubens und Snow, Wiedem. Ann. **46**, 1892.

dung eines Flussspathprismas nach einem hier nicht zu beschreibenden Verfahren bis 0,00807 mm $= 8{,}07\,\mu = 8070\,\mu\mu$ hinausgeschoben wurde.

Aber auch über das violette Ende erstreckt sich das Spectrum weiter hinaus, als es direct gesehen wird. Der Nachweis der Existenz von ultravioletten Strahlen wird insbesondere durch die chemische (photographische) Wirkung derselben geführt. Photographirt man nämlich ein Spectrum, so erhält man unter gewöhnlichen Umständen ein Bild, welches nur die brechbarere Hälfte des sichtbaren Spectrums, ausserdem aber eine bedeutende Verlängerung über die *H*-Linie hinaus darstellt. Man hat daher diese ultravioletten Strahlen speciell als die chemisch wirksamen oder aktinischen Strahlen bezeichnet. Aber auch hier wäre es unrichtig, anzunehmen, dass sie allein chemisch wirksame seien, denn auch die sichtbaren violetten, blauen und grünen Strahlen, unter gewissen Umständen auch die gelben und rothen, sind fähig, photographirt zu werden.

Aetherwellen.

Wellenlänge in milliontel Millimetern	Schwingungszahl pro Secunde in Billionen		Charakter
8070 $\mu\mu$	37 Billionen	Wärmespectrum	. . . Längste Welle, gemessen von Rubens und Snow mittelst Flussspathprisma und Bolometer.
812 „	369 „	Wärmespectrum	. . . Längste ausnahmsweise sichtbare Lichtwelle nach Helmholtz.
683 „	437 „	Gewöhnlich sichtbares Spectrum	. . . Rothes Licht.
615 „	485 „	Gewöhnlich sichtbares Spectrum	. . . Oranges „
559 „	534 „	Gewöhnlich sichtbares Spectrum	. . . Gelbes „
512 „	582 „	Gewöhnlich sichtbares Spectrum	. . . Grünes „
473 „	631 „	Gewöhnlich sichtbares Spectrum	. . . Cyanblaues Licht
439 „	679 „	Gewöhnlich sichtbares Spectrum	. . . Ultramarinblaues Licht
410 „	728 „	Gewöhnlich sichtbares Spectrum	. . . Violettes „
330 „	909 „	Ultraviolettes Spectrum	. . . Kürzeste sichtbare Welle nach Soret.
210 „	1429 „	Ultraviolettes Spectrum	. . . Kürzeste von einem Menschenauge gesehene Welle nach Mascart.
185 „	1622 „	Ultraviolettes Spectrum	. . . Grenze der mittelst Flussspathprismen gewöhnlich erhaltenen Photographien.
100 „	3000 „	Ultraviolettes Spectrum	. . . Kürzeste von Schumann photographirte Welle, unter Anwendung von Flussspathprisma, Vacuumcamera und Bromsilberplatte ohne Gelatine.

Mit Glasprismen erhält man photographirte Spectra nur bis zu Wellenlängen von 350 bis 300 $\mu\mu$. Kürzere Wellen werden von allen Glassorten und auch schon von der Luft absorbirt. Mit Quarzprismen (Stokes) gelangt man bis ungefähr 200 $\mu\mu$, mit Flussspath (Cornu) bis 185 $\mu\mu$. Noch kürzere Wellen werden von der Gelatineschicht der photographischen Platte absorbirt. Indem V. Schumann [1]) die Camera luftleer pumpte und die Bromsilberschicht ohne Bindemittel anwendete, gelang es ihm, bis ungefähr 100 $\mu\mu$ vorzudringen.

Ein anderes Mittel, die Existenz ultravioletter Strahlen nachzuweisen, werden wir in der Fluorescenz später kennen lernen.

Wir geben in der Tabelle auf Seite 340 eine Uebersicht der Länge der Aetherwellen, ihrer Schwingungszahlen und ihres physikalischen bezw. optischen Charakters. Siehe auch Tafel III.

Für die Strahlen elektrischer Kraft sind nach den Messungen von Hertz Wellenlängen von 300 bis 3000 mm entsprechend Schwingungszahlen von 100 bis 1000 Millionen beobachtet worden. Sehen wir von diesen ab, so umfassen die Aetherwellen im Ganzen einen Umfang von über sechs Octaven, der sichtbare Theil derselben für gewöhnlich ungefähr eine Octave, ausnahmsweise ungefähr zwei Octaven.

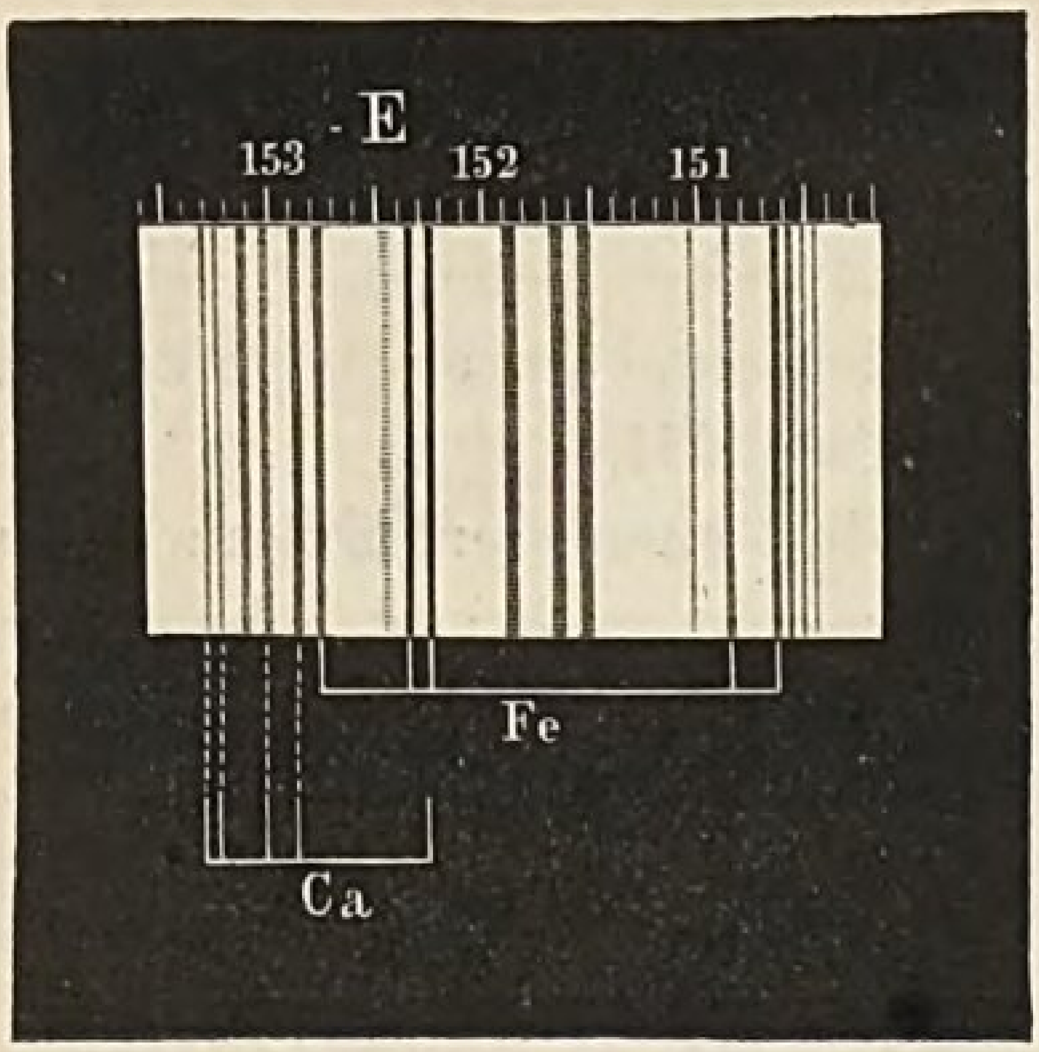
Genaue Untersuchung des Sonnenspectrums; Abbildungen desselben von Kirchhoff, Angström und Rowland. 138 Nachdem Kirchhoff die Umkehrung des Natriumspectrums entdeckt und das genaue Zusammenfallen der Natronlinie mit der D-Linie, welches schon von Fraunhofer und Foucault beobachtet war, aufs Neue constatirt hatte, war zu den weiteren Entdeckungen nur mehr ein Schritt. Entweder war dieses Zusammentreffen nur ein besonderer Zufall, oder die Sonnenatmosphäre enthält Natriumdampf. Kirchhoff untersuchte daher, ob noch andere zahlreichere Linien anderer Elemente im Sonnenspectrum sich finden. Zu diesem Zwecke nahm Kirchhoff mittelst des in Fig. 204 abgebildeten Apparates eine genaue Zeichnung des Sonnenspectrums mit allen Linien auf. Zu gleicher Zeit wurden mittelst eines Vergleichsprismas die Spectren der verschiedenen Metalle im Gesichtsfelde des Apparates hervorgebracht und die Coincidenzen der Linien beobachtet. Die Lage derselben wurde auf eine willkürliche Scala bezogen, in welcher die Fraunhofer'schen Linien nachfolgenden Ablesungen entsprachen:

A	405	b_1	1633.4
a	505	b_2	1648·3
B	593	b_3	1655.0
C	694	F	2080
D_1	1002.8	G	2855
D_2	1006.8	h	3371
E	1522.7	H_1	3568

1) Photographische Rundschau 1892.

Kirchhoff selbst zeichnete ein $1^1/_4$ m langes Stück dieses Spectrums von *D* bis über *F* reichend. Die Ergänzung dieser höchst anstrengenden Arbeit erfolgte durch seinen Schüler Hofmann. Veröffentlicht wurde dieselbe auf vier Tafeln in Kirchhoff's „Untersuchungen über das Sonnenspectrum und die Spectren der chemischen Elemente“ (in den Abhandlungen der Berliner Akademie vom Jahre 1861 und 1863, auch als Separatabdruck in zwei Theilen im Buchhandel erschienen).

Fig. 235.



Wir geben beistehend einige Copien der Kirchhoff'schen Zeichnung, wobei nur die Höhe des Spectrums ungefähr halb so gross als im Originale genommen wurde.

Durch die in §. 123 erläuterte Vorrichtung war es möglich, das Spectrum des elektrischen Funkens unmittelbar unter dem Sonnenspectrum darzustellen, so dass man die beiden Spectra direct mit einander vergleichen konnte. In der Kirchhoff'schen Spectralzeichnung sind nun unmittelbar unter dem Sonnenspectrum diejenigen Stellen bezeichnet, an welchen die

Fig. 236.

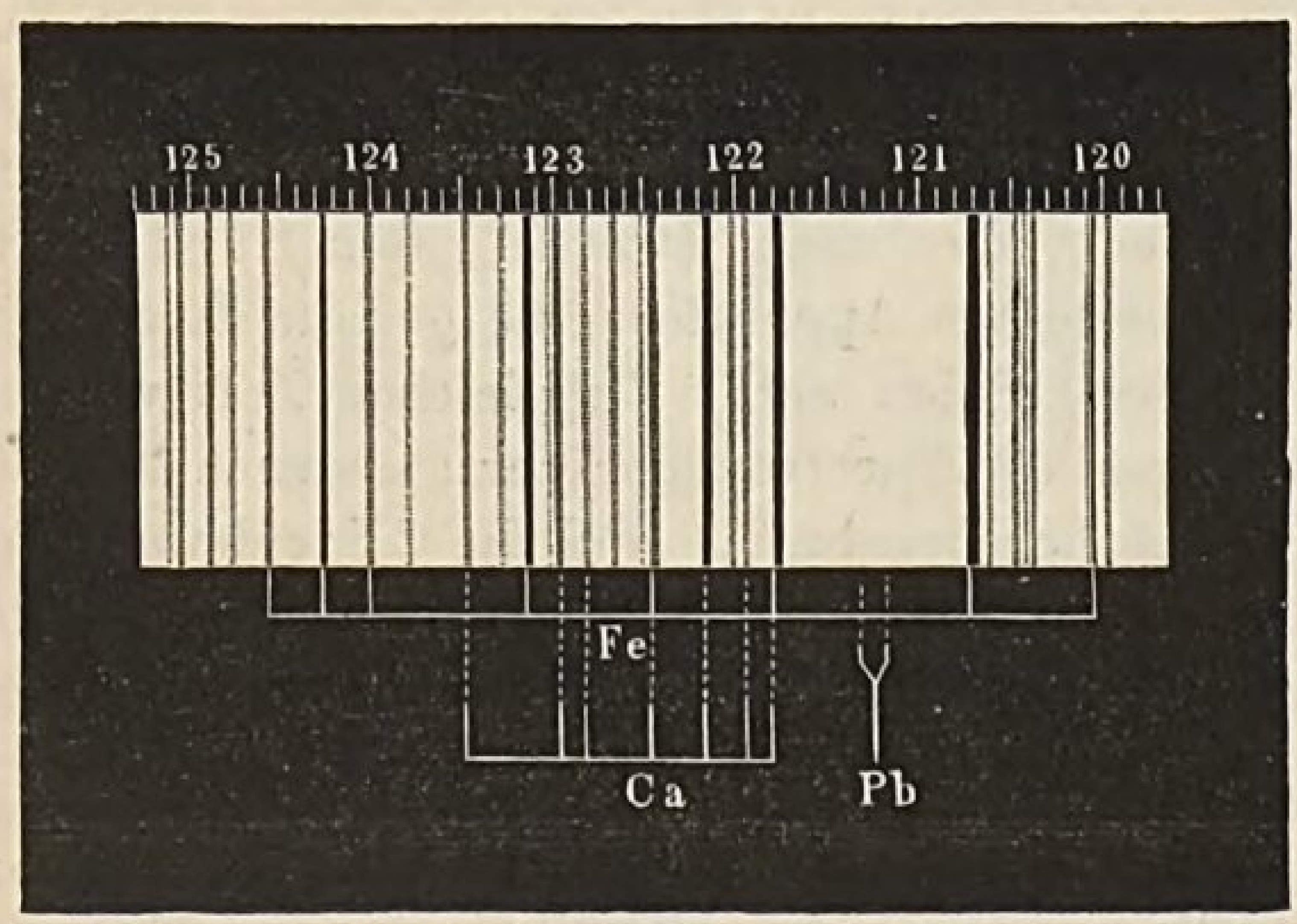
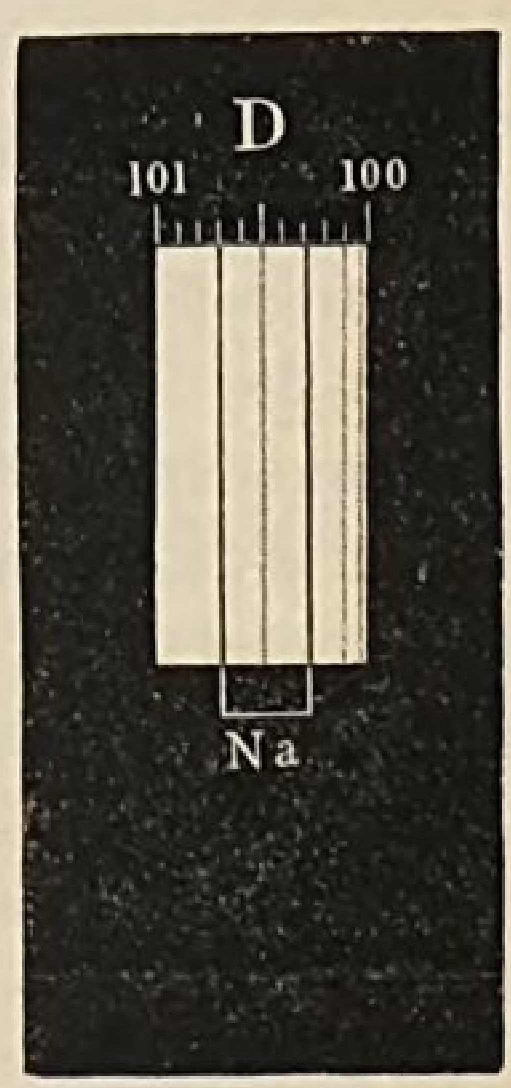


Fig. 237.



hellen Linien verschiedener Metallspectra erscheinen. So sieht man z. B. in Fig. 237, dass die zwei hellen Natriumlinien genau mit den Fraunhofer'schen Linien *D* zusammenfallen. Aus Fig. 236 ersieht man, dass hier sieben helle Linien des Eisenspectrums und sieben helle Linien des Calciumspectrums mit dunklen Linien des Sonnenspectrums

coincidiren. Das Gleiche findet statt für den in Fig. 235 dargestellten Theil des Spectrums. Auf dem von Kirchhoff veröffentlichten Theile des Spectrums kommen ungefähr 70 helle Eisenlinien vor, welche sämmtlich mit dunklen Linien des Sonnenspectrums zusammenfallen; eine gleiche Coincidenz findet statt für die hellen Linien des Spectrums von Calcium und Magnesium. Nach Angström fällt auch die Fraunhofer'sche Linie H mit hellen Linien des Calciumspectrums zusammen.

Den hellsten Linien in dem Spectrum von Baryum, Kupfer und Zink entsprechen deutlich dunkle Linien im Sonnenspectrum, den schwächeren nicht.

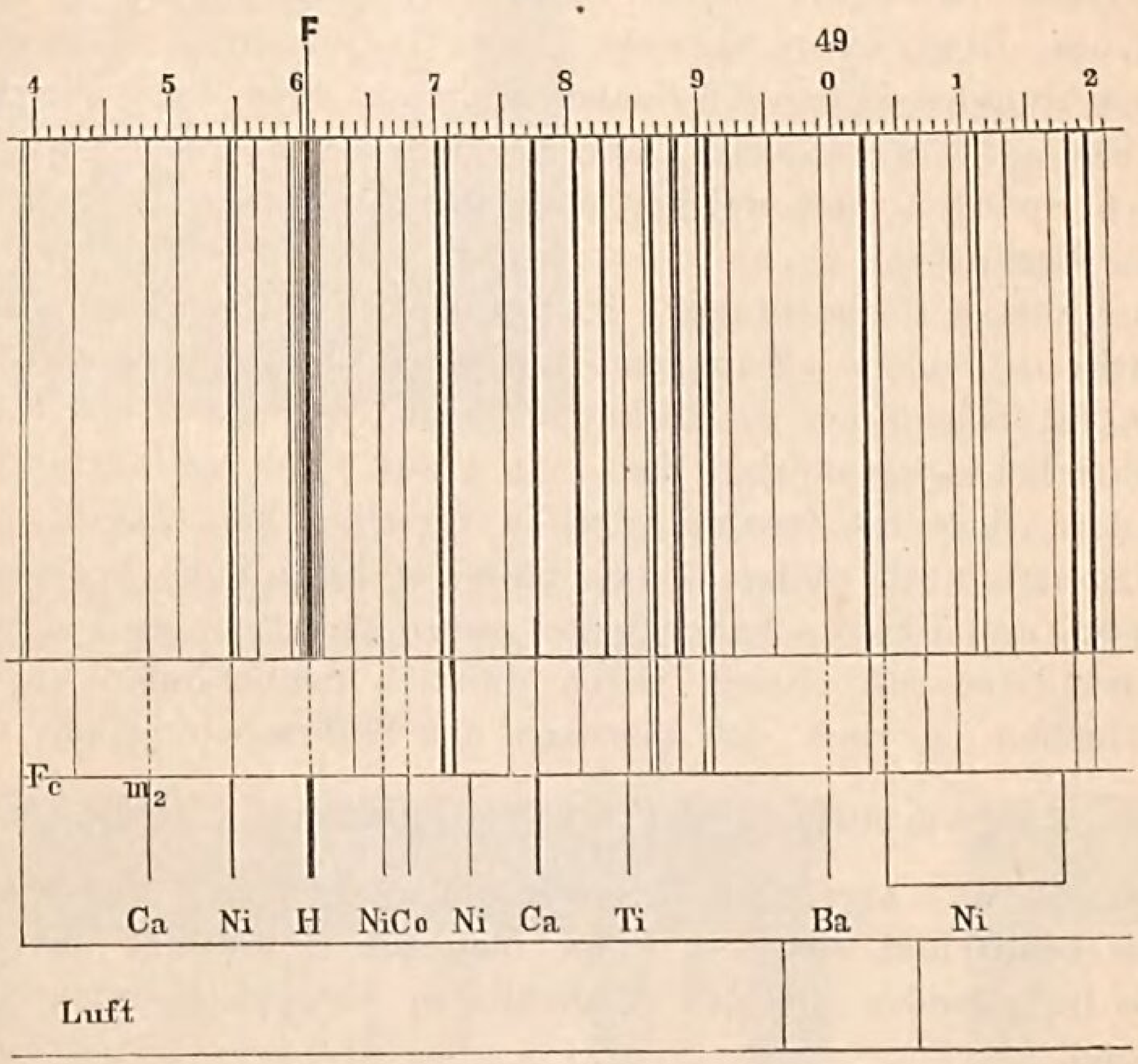
Dagegen fallen die hellen Linien im Spectrum von Lithium, Strontium, Blei, Zinn, Quecksilber, Aluminium, Silber u. s. w. nicht mit dunklen Linien des Sonnenspectrums zusammen, wie man dies z. B. in Fig. 236 für eine helle Linie des Bleispectrums sieht, welche, wie die Gabel andeutet, mit welcher oben der Strich über Pb endet, eine namhafte Breite hat.

Nach diesen Beobachtungen war an ein zufälliges Zusammentreffen nicht mehr zu denken. Wenn man nur allein die von Kirchhoff beobachteten 60 Eisenlinien in Rechnung zieht, so ergiebt sich nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung, dass man 1 auf 1 152 930 000 000 000 000 wetten darf, dass das Zusammentreffen derselben kein Zufall sei. Nun hat Hofmann noch weiter 13 coincidirende Eisenlinien beobachtet, ja Angström und Thalén haben später sogar 460, Rowland sogar 2000 helle Eisenlinien mit ebenso vielen dunklen Sonnenlinien zusammenfallen gesehen, so dass sich hiernach die Wahrscheinlichkeit für nur zufälliges Zusammentreffen auf die verschwindende Grösse von $\frac{1}{2^{460}}$ reducirt. Da nun aber auch für viele andere Elemente derartige Coincidenzen beobachtet sind, so kann man als Gewissheit aussprechen, dass die betreffenden dunklen Sonnenlinien Absorptionslinien der Elemente sind.

Kirchhoff's Abbildung des Sonnenspectrums ist auf eine willkürliche Scala gegründet, und da sein Spectrum durch Brechung erzeugt wurde, so ist die Lage der Linien von der zufälligen Beschaffenheit seiner Prismen abhängig. Um diesen Uebelstand, den wir bereits in §. 124 hervorgehoben haben, zu vermeiden, hat Angström in Upsala unter Mitwirkung von Thalén mittelst der Methode des Gitterspectrums (§. 128) eine neue Zeichnung des Sonnenspectrums angefertigt, welche an 1000 nach Wellenlängen gemessene Linien enthält. Das gesammte Sonnenspectrum hat in den Originaltafeln (*Recherches sur le Spectre Solaire par A. J. Angström — Spectre Normal du Soleil, Atlas de six Planches. Upsal, W. Schultz, Berlin, F. Dümmler, 1869*) in 11 Abtheilungen eine Länge von 3,387 m. Wir geben hier eine Copie eines Bruchstückes in der Umgebung der Linie F (Fig. 238).

Diese Tafeln bildeten bis zum Jahre 1888 die Grundlage aller Spectralbeobachtungen im sichtbaren Theile des Spectrums, während für den ultravioletten Theil die Arbeiten von Cornu [1]), für den ultrarothen die von Abney [2]) und Lommel [3]) dienen. Alle früheren Abbildungen des Sonnenspectrums sind jedoch weit übertroffen durch den im Jahre 1888 von der John Hopkins Universität in Baltimore herausgegebenen Atlas der von Rowland mittelst Concavgitter auf photographischem Wege hergestellten Spectraltafeln. Dieselben enthalten auf 10 Blättern 20 Originalphotographien von Theilen des Gitterspectrums von je 89 cm Länge und 8,2 cm Höhe. Die Gebiete der einzelnen Aufnahmen greifen

Fig. 238.



an den Enden über einander. Das aus den 20 Theilen zusammengefügte ganze Spectrum hat die respectable Länge von 13,247 m. Dasselbe reicht von Wellenlänge 296,7 $\mu\mu$ bis 695,3 $\mu\mu$. Es ist begleitet von einer Scala der Wellenlängen, welche bis auf 0,1 $\mu\mu$ getheilt ist. Ein solcher Theil ist 3,34 $\mu\mu$ lang, so dass noch mit Leichtigkeit die Wellenlängen auf 0,01 $\mu\mu$ genau geschätzt werden können. Die absoluten Werthe der von Rowland angenommenen Wellenlängen sind auf neuere Messungen von Bell gegründet, welche von den Angström'schen Werthen etwas ab-

[1]) Cornu sur le Spectre Normal du Soleil, partie ultraviolette. Paris 1881.
[2]) Abney, Philos. Transact. 177, 1886.
[3]) Lommel, Sitzungsber. der math.-phys. Classe der Königl. bayer. Akad. 20, 1890.

weichen und jedenfalls richtiger sind. Die Theorie der Gitterspectra und ihre Anwendung zur Messung der Wellenlängen kann erst an späterer Stelle vorgetragen werden. Da wir in unserem Buche eine so ausgedehnte Spectraltafel nicht wiedergeben können, so haben wir statt dessen in Tafel III die stärkeren Linien aus den Rowland'schen Originalaufnahmen eingezeichnet. Ausserdem geben wir hier eine Tabelle der Wellenlängen aller Linien des Sonnenspectrums nach den Messungen von Abney, Rowland, Kaiser und Runge[1]).

Tabelle der Wellenlängen und der Bezeichnungen der Linien des Sonnenspectrums.

		Wellenlänge in milliontel Millimetern	
Ultrarothes Spectrum	Ψ_2, Ψ_1	2700	Abney
	Φ_2	1240	„
	Φ_1	1200	„
	Y	899,04	„
		898,65	„
	X_4	880,61	„
	X_3	866,14	„
	X_2	854,18	„
	X_1	849,70	„
	Z	822,64	„

		Wellenlänge in milliontel Millimetern		
Unter normalen Umständen sichtbares Spectrum	A	759,4059	Rowland	O
	B	686,7461	„	O
	C	656,3054	„	H
	D_1	589,6154	„	Na
	D_2	589,0182	„	Na
	E_1	527,0533	„	Fe
		527,0448	„	Ca
	E_2	526,9722	„	Fe
	b_1	518,3792	„	Mg
	b_2	517,2871	„	Mg
	b_3	516,9218	„	Fe
		516,9066	„	Fe
	b_4	516,7686	„	Fe
		516,7501	„	Mg
	F	486,1496	„	H
	G	430,8071	„	Fe
		430,7904	„	Ca
	h	410,185	Ames	H
	H	396,8620	Rowland	Ca

		Wellenlänge in milliontel Millimetern		
Ultraviolettes Spectrum	K	393,3809	Rowland	Ca
	L	382,0566	„	Fe
	M	372,7768	„	Fe
		372,710	Kayser u. Runge	Fe
	N	358,1344	Rowland	Fe
	O	344,1135	„	Fe
	P	336,130	Kayser u. Runge	Fe
	Q	328,687	„ „	Fe
	R	318,140	„ „	Ca
		317,945	„ „	Ca
	r	314,458	„ „	Fe
	S_1	310,0779	Rowland	Fe
	S_1, S_2	310,0415	„	Fe
	S_2	310,0064	„	Fe
	s	304,7720	„	Fe
	T	302,1191	„	Fe
		302,0759	„	Fe
	t	299,4542	„	Fe
	U	294,7993	„	Fe

[1]) Rowland, Astronomy and Astrophysics 12, 1893.

Die beigeschriebenen Elemente sind jene, deren Linien genau coincidiren, deren Anwesenheit in der Sonne daher das Auftreten der Linien zugeschrieben werden muss.

139 **Chemie der Gestirne, Spectra der Fixsterne und der Meteore.** Durch die Entdeckung des Zusammenfallens vieler dunklen Linien des Sonnenspectrums mit hellen Linien der Emissionsspectra der Elemente und durch die Erkenntniss, dass diese dunklen Linien durch die Absorption des Lichtes in den gas- oder dampfförmigen Elementen der Sonnenatmosphäre zu Stande kommen, sind wir in den Stand gesetzt, über die auf der Sonne vorhandenen Elemente Aufschlüsse zu gewinnen, Kirchhoff schloss aus seinen Beobachtungen auf die Anwesenheit der folgenden Elemente: Na, Fe, Ca, Mg, Ni, Ba, Cu, Zn, Co (?).

Durch die Beobachtungen von Angström und Thalén wurde diese Anzahl erheblich erweitert (Mg, Ti, H), noch mehr durch jene Lockyer's, aus dessen Liste indess wieder eine Anzahl Elemente durch neuere Untersuchungen von Kayser und Runge gestrichen worden sind.

Nach Rowland sind in der Sonne vertreten folgende 35 Elemente, wobei die Zahl der Linien in Klammer beigesetzt ist: Fe (2000), Ni, Ti, Mn, Cr, Co, C (200), Va (200), Zr, Ce, Ca (75), Sc, Nd, La, Y (75), Nb, Mo, Pd, Mg (20), Na (11), Si, Sr, Ba, Al (4), Cd, Rh, Er, Zn, Cu (2), Ag (2), Be (2), Ge, Sn, Pb (1), K (1); ausserdem werden als zweifelhaft angegeben: Ir, Os, Pt, Ru, Ta, Th, Wo, Ur; als nicht vorhanden: Sb, As, Bi, Bo, N, Cs, Au, In, Hg, P, Rb, Se, S, Pr; als nicht untersucht: Br, Cl, J, Tl, O, Te, Ga, Ho, Tm, Tb.

In dieser Liste fällt auf, dass auf der Sonne ausser C keine Metalloide nachgewiesen werden konnten. Die Angabe von Draper, dass *O* vorhanden sei, wurde von Christie widerlegt.

Während nun der grösste Theil der Fraunhofer'schen Linien auf diese Weise seine Erklärung findet, giebt es aber noch eine Anzahl derselben, die noch nicht erklärt sind, welche also entweder noch nicht beobachteten Linien bekannter Elemente oder den Linien noch unbekannter Elemente entsprechen. Endlich ist ein Theil der Fraunhofer'schen Linien der Absorption in der Erdatmosphäre zuzuschreiben, und zwar theils dem Sauerstoff, theils dem Wasserdampf derselben. Diese Linien heissen atmosphärische oder tellurische Linien. Zu ihnen gehören z. B. die Linien der Gruppe A und B (nach Egoreff und Jansen Sauerstofflinien), viele Linien in der Umgebung von *D* u. s. w.

Diese tellurischen Linien sind daran zu erkennen, dass sie mit dem Stande der Sonne über dem Horizonte ihre Intensität wechseln, da die Länge der absorbirenden Luftschicht hiervon abhängt. Ein anderes von Cornu entdecktes Unterscheidungsmerkmal, welches auf dem Doppler'schen Princip beruht, wird später mitgetheilt werden.

Die Sonnenprotuberanzen geben im Wesentlichen nur die Wasserstofflinien, und zwar hell auf dunklem Grunde, also ein Emissionsspectrum. Dasselbe enthält aber stets noch eine als Heliumlinie bezeichnete Linie D_3 unbekannten Ursprungs und häufig auch die Linien einiger Metalle und andere unbekannte Linien. Die Protuberanzen wurden ursprünglich nur bei totalen Sonnenfinsternissen gesehen. Durch Anwendung sehr starker Dispersion ist es aber möglich, das übrige Sonnenspectrum so sehr abzuschwächen, dass auf seinem dunklen Grunde die hellen Wasserstofflinien der Protuberanzen gut zu beobachten sind. Bei einer gewissen Weite des Spaltes sind sogar vollständige Bilder der Protuberanzen zu sehen, indem dann gewissermaassen die in der Spaltebene entworfenen reellen Protuberanzbilder selbst wie ein Spalt fungiren und durch das homogene Licht der Wasserstofflinien Bilder dieses Spaltes zur Beobachtung gelangen.

Die Sonnenflecken zeigen ein Absorptionsspectrum mit verbreiterten und verdichteten Fraunhofer'schen Linien.

Die Corona der Sonne, d. i. der sie umgebende Strahlenkranz, der bei Finsternissen direct gesehen wird, zeigt ein schwach intensives Emissionsspectrum mit H-Linien und einer charakteristischen hellgrünen Linie von der Wellenlänge 531,6877 $\mu\mu$ (Rowland), welche keinem der uns bekannten Elemente angehört.

Nachdem man durch die Spectralanalyse eine chemische Analyse der Sonnenoberfläche erreicht hatte, richtete man das Spectroskop auch auf die anderen Gestirne. Zunächst zeigte das Licht der Planeten die hauptsächlichsten Fraunhofer'schen Linien, wenn auch etwas modificirt und ausserdem manchmal neue Linien, welche auf eine Planetenatmosphäre schliessen lassen. Letzteres ist z. B. bei Venus, Jupiter und Uranus der Fall, deren Atmosphären Wasserdampf zu enthalten scheinen. Der Mond zeigte das unveränderte Spectrum, wodurch neuerdings der Mangel einer Atmosphäre bewiesen ist.

Die Fixsterne geben continuirliche Spectren mit dunklen Linien, also ähnlich wie die Sonne. Sie wurden insbesondere von Huggins und von Secchi untersucht. Letzterer unterscheidet darunter vier Typen:

I. Typus (Sirius, Wega, α Lyrae) zeigt die grüne und blaue Wasserstofflinie und eine grosse Anzahl sehr feiner Linien in gleichmässiger Vertheilung. Das Gesammtlicht ist weiss. Dieser Gruppe gehört die Hälfte aller Fixsterne an. Als Beispiel geben wir Tafel II, Nr. 2 das Spectrum von α Lyrae.

II. Typus (Sonne, Arcturus, die Sterne im Walfisch, im Eridanus und Drachen). Das Spectrum ist im Roth und Blau von starken dunklen Linien durchzogen. Der gelbe Theil ist davon frei, daher diese Farbe etwas vorwiegt. Zu diesem Typus gehört etwa $^1/_6$ der Sterne. Als Beispiel bilden wir daneben nochmals das Sonnenspectrum ab. Tafel II, Nr. 1.

III. Typus (die Sterne im Orion, im Hunde, im Hasen). Spectra mit breiten dunklen Stellen, welche aus vielen feinen Linien bestehen. Hierher gehören insbesondere rothe Sterne, im Ganzen etwa 100, darunter 30 grössere. Als Beispiel ist das Spectrum von α Orionis abgebildet. Tafel II, Nr. 4.

IV. Typus. Kleine Sterne bis zur 6. Grösse, ihr Spectrum besteht aus drei Hauptzonen, einer rothen, einer grünen und einer blauen.

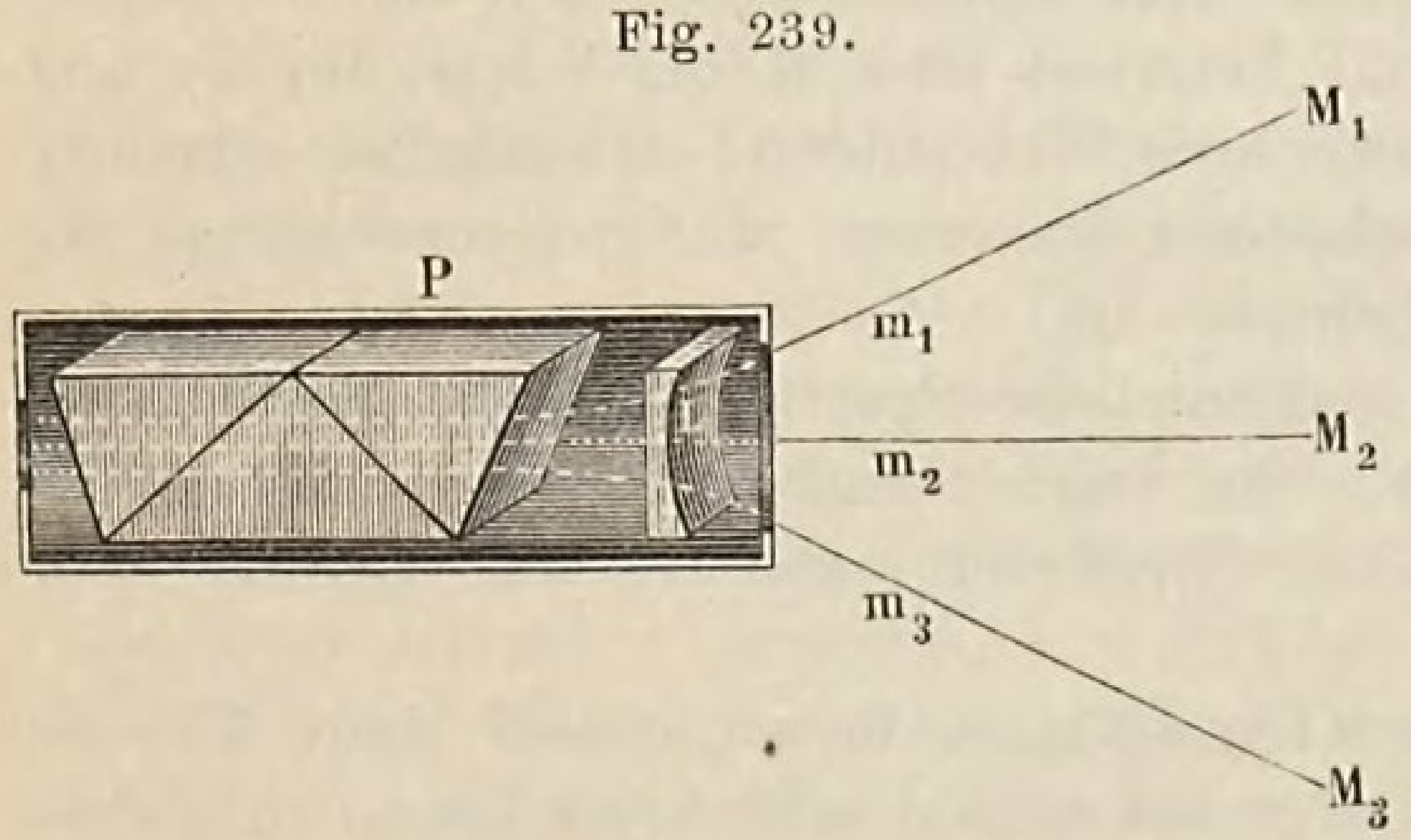
Vogel unterscheidet drei Classen, bei welchen verschiedener Grad der Temperatur anzunehmen ist. Bei der ersten Classe der heissesten Sterne ist die Absorption noch sehr gering, daher keine oder wenige zarte Linien; bei der zweiten Classe weniger heisser Sterne ist die Absorption schon stärker, es kommen kräftige Absorptionsstreifen vor; bei der dritten Classe, deren Temperatur am wenigsten hoch, deuten breitere Absorptionsstreifen auf das Vorhandensein von Verbindungen der Elemente.

In die erste Classe gehören die rein weissen Sterne (Sirius, Wega, β, γ, δ, ε Orionis, β Lyrae, γ Cassiopeiae); in die zweite die gelben Sterne (Capella Arctur, Aldebaran, unsere Sonne); in die dritte Classe die rothen Sterne (α Hercules, α Orionis, β Pegasi).

Die Sternnebel zeigen nach Huggins helle Linien, von denen meist einige dem Wasserstoff angehören, ihre geringe Lichtstärke bietet der Untersuchung grosse Schwierigkeiten.

Die Kometen geben nach Huggins Spectra, welche die Anwesenheit von Kohlenstoff, und zwar als Kohlenwasserstoff, wahrscheinlich machen. Sie enthalten constant drei helle Banden, wie sie auch im Spectrum des Kohlenstoffs, im Olivenöl und im ölbildenden Gase vorkommen.

Fig. 239.



Anhangsweise wollen wir noch über die Spectra der Sternschnuppen und des Nordlichts berichten.

Die Spectra der Sternschnuppen, zu deren Beobachtung Browning ein eigenes Spectroskop (Fig. 239) construirt hat, sind denen fester glühender Körper entsprechend. In den Spectren ihrer Schweife zeigten die Sternschnuppen der Novemberperiode einen Unterschied von denen der Augustperiode, was auf eine verschiedene chemische Zusammensetzung schliessen lässt.

Das Spectrum des Nordlichtes macht den Physikern viel Kopfzerbrechen, da es mit keinem der bisher beobachteten Spectra irdischer

Stoffe übereinstimmt. Nach Zöllner wäre dies dadurch zu erklären, dass das Nordlicht von einer elektrischen Erleuchtung der Luft herkommt, welche bei viel niedrigerer Temperatur stattfindet, als die der Gase in den Geissler'schen Röhren. Das Nordlichtspectrum wäre also ein Luftspectrum, aber ein solches von einer anderen Ordnung als jenes, welches wir bisher künstlich herstellen konnten.

Einfluss der Bewegung der Lichtquelle auf die Lage der Spectrallinien. Im ersten Bande, §. 207, S. 733, haben wir erwähnt, dass schon 1842 Doppler aus der Farbe der Sterne auf ihre Bewegung in der Richtung zum oder vom Beobachter zu schliessen versuchte. Wir haben dort ferner gezeigt, dass das Doppler'sche Princip in der Lehre vom Schall Anwendung und Bestätigung gefunden habe. Indem wir vorgreifend voraussetzen, dass die Fortpflanzung des Lichtes im Aether analog der des Schalles in der Luft erfolge, können wir die dort abgeleiteten Formeln auf die Lichterscheinungen übertragen, indem wir an die Stelle der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles v die des Lichtes (rund = 300 000 km pro Secunde) setzen. Bei Annäherung der Lichtquelle verkürzen sich die Wellenlängen, bei Entfernung verlängern sie sich. Demnach muss z. B. bei Annäherung von Natronlicht die gelbe Linie D im Spectrum gegen die violette Seite, bei Entfernung umgekehrt gegen die rothe Seite verschoben erscheinen. Dasselbe muss natürlich auch mit der Absorptionslinie, nämlich der dunklen D-Linie, geschehen, da dann die helle Umgebung dieselbe Verschiebung erleidet. Secchi hat zuerst ohne genügende Hülfsmittel die Fixsterne in dieser Richtung untersucht; Huggins nahm die Untersuchung mit feineren Instrumenten wiederum auf und beobachtete in der That bei der Linie F im Spectrum des Sirius, dass ihre Mitte etwas gegen das rothe Ende hin verschoben sei gegenüber der Stellung, welche dieselbe Linie bei Beobachtung des Wasserstoffs in einer Geissler'schen Röhre zeigte. Da zugleich die F-Linie des Sirius verbreitert erscheint, so ist die Beobachtung der Grösse der Verschiebung nicht von der wünschenswerthen Sicherheit. Die Verschiebung beträgt nach Huggins höchstens $^1/_4$ bis $^1/_3$ des Abstandes der beiden D-Linien. Die Wellenlänge hat sich also nur um 0,109 milliontel Millimeter vergrössert, woraus wir nach der Proportion: 140

$$486{,}5 : 0{,}109 = 300\,000 : x$$

die Geschwindigkeit, mit welcher sich dieser Stern von der Erde entfernt:

$$x = 67 \text{ km pro Secunde berechnen können.}$$

Nach dem soeben Vorgetragenen ergiebt sich die Bedeutung des von Zöllner erfundenen, im §. 126 beschriebenen Reversionsspectroskopes. Ausser zur Messung der Annäherungs- oder Entfernungsgeschwindigkeit der Fixsterne wurde dieses Princip auch, und zwar von

Lockyer, zur Messung der Geschwindigkeit der Wasserstoffgasströmungen an der Oberfläche zur Sonne in Anwendung gebracht und von Zöllner zur Messung der Rotationsgeschwindigkeit der Sonne vorgeschlagen.

Cornu benutzte das Doppler'sche Princip zur Unterscheidung der tellurischen Linien von den Sonnenlinien. Die letzteren müssen eine etwas verschiedene Lage haben, je nachdem sie von dem Sonnenrande ausgehen, der sich in Folge der Rotation von uns entfernt, oder von jenem, der sich uns nähert. Wirft man daher durch eine oscillirende Linse alternirend das Licht des einen und des anderen Randes auf die Spalte, so müssen die Sonnenlinien unscharf erscheinen, während die tellurischen Linien nichts von ihrer Schärfe verlieren.

Das Spectroskop leistet also in zweifacher Hinsicht der Astronomie die wichtigsten Dienste, es giebt nicht allein Aufschluss über die chemische Constitution der fernsten Weltkörper, sondern auch über ihre Bewegung in der Richtung, in der wir sie sehen, was nach keiner anderen Methode zu erreichen wäre.

141 **Absorptionsspectra flüssiger und fester Körper; quantitative Spectralanalyse, Absorptionsgesetz, Extinctionscoëfficient.** Ueber Apparate und Methode zur Herstellung der Absorptionsspectra wurde bereits im §. 130, über die Darstellungsweise im §. 131 das Nöthigste mitgetheilt; es bliebe uns daher nur noch übrig, von den Resultaten Kenntniss zu nehmen. Dieselben bieten jedoch vorläufig fast nur für den Chemiker Interesse. Derselbe kommt durch die Beobachtung der Absorptionsspectra der Lösungen vieler gefärbter Stoffe oft in die Lage, über ihre Zusammensetzung oder Herkunft rasch und sicher Aufschluss zu erhalten.

Wir müssen uns hier begnügen, ein Verzeichniss der Stoffe anzuführen, welche auf diese Weise der spectralanalytischen Untersuchung zugänglich sind.

I. Unorganische Stoffe. Die Lösungen von Magnesia und Thonerde (mittelst Purpurin), von Erbium, Didym, Rhodaneisen, Chrom, Mangan, Kobalt, Nickel, Uran, Kupfer, Silber, Gold. Als Beispiele findet man auf Tafel II die Spectren der Lösungen von saurem chromsaurem Kali (Nr. 6), Chlorkupfer (Nr. 7), übermangansaurem Kali (Nr. 8) und salpetersaurem Didymoxyd (Nr. 9). Feste Körper: Ultramarin (aufgeschwemmt in Oel), Kobalt, Kupfer, Gold (gelöst in Glas). Als Beispiele die Spectra des Kobaltglases, Tafel II, Nr. 12 und des Kupferglases (Nr. 13).

II. Organische Farbstoffe:

A. Rothe: Alizarin, Purpurin, Chrysophansäure, Rufigallussäure, Murexid, Cochenille, Blauholz, Fernambuk,

Lackmus, Orceïn, Sandelholz, Alkanna, Fuchsin, Corallin, Naphtalinroth, Eosin, Safranin.

B. Gelbe: Orleans, Curcumà, Drachenblut, Fluoresceïn, Gelbholz, Caramel, Pikrinsäure, Quercitrin, Guajacharz, Gummigutti.

C. Grüne: Methylrosanilinpikrat, Aldehydgrün, Jodgrün, Chlorophyll (Tafel II, Nr. 11), Saftgrün.

D. Blaue: Indigo (Tafel II, Nr. 10), Berlinerblau, Anilinblau, Cyanin, Jodstärke.

E. Violette: Methylviolett, Dublia, Primula, salicylsaures Eisenchlorid.

III. Wein, Weinfärbemittel, Bier, Biersurrogate, verschiedene Nahrungsmittel —, Blut etc.

Ueber die Absorptionsspectra aller dieser Stoffe findet man Aufschluss in dem trefflichen Werke von Dr. H. W. Vogel, „Praktische Spectralanalyse irdischer Stoffe", Nördlingen 1877.

Das Wasser selbst ist in dicken Schichten gefärbt und wurde von H. W. Vogel in der bekannten blauen Grotte bei Capri mit dem Spectroskop untersucht. Er erhielt ein Spectrum, worin das Roth ganz fehlte, das Gelb verblasst war, dagegen Grün, Blau und Indigo hell erschienen. Die Linien E und b flossen zu einem dicken Absorptionsstreifen zusammen.

Dass Glas nur für Strahlen bis herab zur Wellenlänge von 350 bis 300 $\mu\mu$ durchsichtig ist, ebenso Quarz bis 200 $\mu\mu$, dagegen Flussspath noch kürzere Wellen hindurchlässt, haben wir bereits in §. 137 mitgetheilt.

Die atmosphärische Luft absorbirt nach Cornu das Licht von etwa 300 $\mu\mu$ an. Das Sonnenspectrum findet daher hier eine nicht überschrittene Grenze. Nur in grösseren Höhen über Meer reicht es etwas weiter. Will man daher noch kürzere Wellen photographiren, so muss man künstliches Licht anwenden, und alle Zwischenmedien aus Glas, Luft, Gelatine vermeiden. Wir haben oben mitgetheilt, dass V. Schumann auf diesem Wege mittelst Flussspathprismas bis zur Wellenlänge von ungefähr 100 $\mu\mu$ Spectren erhielt. Als Lichtquelle diente dabei eine Geissler'sche Röhre.

Zu quantitativen Untersuchungen wurde die Spectralanalyse zuerst von Preyer, dann von Henning und Sorby benutzt; zu einem System ausgebildet wurde diese Methode von Vierordt. (Die Anwendung des Spectralapparates zur Photometrie der Absorptionsspectren. Tübingen 1873. — Quantitative Spectralanalyse in ihrer Anwendung auf Physiologie. Physik, Chemie und Technologie. Tübingen 1876.) Da hierbei auch physikalisch interessante Principien zur Anwendung kommen, so wollen wir hier das Wesentliche der Methode beschreiben.

Zunächst ist das Gesetz abzuleiten, nach welchem sich die Intensität des durchgelassenen Lichtes mit der Dicke der Schicht ändert.

Angenommen, das Licht dringe mit der Intensität = Eins in eine Schicht von der Dicke = Eins und werde dadurch auf die Intensität $\frac{1}{n}$ reducirt. Beim Hindurchgehen durch eine eben solche zweite Schicht wiederholt sich der Erfolg, indem wiederum auf den nten Theil der Intensität reducirt wird. Dieselbe ist also dann $\frac{1}{n^2}$. Nach d Schichten von der Dicke Eins (oder nach der Schichtendicke d) ist also die Intensität gegeben durch den Ausdruck:

$$J = \frac{1}{n^d} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Dieser Zusammenhang findet, wie directe Versuche gezeigt haben, thatsächlich statt. Die Absorption ist daher keineswegs der Dicke proportional; steigen die Dicken in arithmetischer Reihe, so nehmen die Intensitäten in geometrischer Reihe ab.

Es muss nun stets eine Schichtendicke d geben, für welche die Intensität des durchgelassenen Lichtes gleich dem zehnten Theile des eingedrungenen ist. Nach Bunsen heisst dann $\frac{1}{d} = \alpha$ der Extinctionscoëfficient.

Aus 1) folgt:

$$n^d = \frac{1}{J}$$

$$log\, n = -\frac{log\, J}{d},$$

und setzen wir nun hier $J = \frac{1}{10}$, für d den Werth $\frac{1}{\alpha}$, so kommt:

$$log\, n = \alpha,$$

also auch

$$\alpha = \frac{-\,log\, J}{d} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Hat man also die Dicke d gemessen und die Intensität des durchgelassenen Lichtes bestimmt, so kann man den Extinctionscoëfficienten α berechnen; d wird nach Centimetern gemessen. Wir können daher auch sagen, der Extinctionscoëfficient ist gleich dem negativen Logarithmus der durch eine Schicht von 1 cm Dicke durchgelassenen Intensität (wobei die des auffallenden Lichtes = 1 gesetzt wird).

Sinkt also z. B. die Intensität eines Lichtes beim Durchgang durch eine 1 cm dicke gefärbte Glasplatte auf $^2/_3$ ihres Werthes, so ist

$$\alpha = -\,log\, {}^2/_3 = log\, 3 - log\, 2 = 0{,}176091.$$

Ist der Gehalt an färbender Substanz oder die Concentration einer Substanz c mal so gross als bei einer anderen, wo sie gleich 1 gesetzt

wird, so wirkt diese Substanz bei der Dicke $\frac{d}{c}$ ebenso stark, wie die andere bei der Dicke d. Es ist dann nach 2):

$$\alpha = \frac{-\log J}{\frac{d}{c}} = c \cdot \frac{-\log J}{d}.$$

Der Extinctionscoëfficient ist also der Concentration proportional.

Sind α_1 und α_2 die Extinctionscoëfficienten für die Concentrationen c_1 und c_2, so ist

$$\frac{c_1}{\alpha_1} = \frac{c_2}{\alpha_2} = A.$$

A heisst nach Vierordt das Absorptionsverhältniss. Die Concentration c wird ausgedrückt durch die Anzahl Gramme der Substanz in 1 ccm Lösung.

Hat man nun einmal für einen Stoff die Constante A bestimmt, so findet man den Gehalt c einer Lösung derselben einfach aus dem Extinctionscoëfficienten α nach der Gleichung

$$c = A\alpha.$$

Das Alles gilt jedoch nur für homogenes Licht und nicht etwa auch für weisses oder sonst gemischtes Licht, weil die Absorption verschiedener Lichtsorten eine verschiedene ist. Nach Vierordt gilt ferner das Absorptionsgesetz auch nicht genau für gewisse lichtschwache Theile des Spectrums.

Die Vierordt'sche Methode besteht nun darin, dass man zunächst die Lichtschwächung, welche eine Substanz von gemessener Dicke auf einen bestimmten Theil des Spectrums ausübt, genau ermittelt, daraus den Extinctionscoëfficienten α und daraus mittelst der Constanten A den Inhalt c berechnet.

Die Intensitäten des Lichtes vor und nach dem Durchgange werden nun dadurch verglichen, dass man das Verhältniss der Spaltbreiten aufsucht, für welches diese Intensitäten einander gleich werden.

Zu diesem Zwecke ist die Spalte in zwei unabhängige Hälften s_1 und s_2 (Fig. 240) getheilt, deren Breiten mittelst Schrauben mit Trommel regulirt und genau gemessen werden können.

Ist nun z. B. die absorbirende Substanz vor der unteren Spalte angebracht, und hat man die Spaltbreiten so regulirt, dass das untere und obere Spectrum an der ausgewählten Stelle gleich hell erscheinen, so verhalten sich offenbar die Intensitäten vor und nach dem Durchgange verkehrt wie die Spaltbreiten. Hat man z. B. zuerst beide Spalten auf die Breite 1 gestellt und dann die freie Spalte auf 0,4 verengen müssen, so ist die Intensität des durchgelassenen Lichtes = 0,4 des eingedrungenen.

Um eine bestimmte Stelle des Spectrums allein vergleichen zu können, ist im Ocular ein Schieber mit Schlitz angebracht, der die Neben-

farben abzublenden gestattet. Die Lösungen sind in einer Absorptionszelle aus Glas von der Gestalt (Fig. 241), welche sich leicht aus einander nehmen und reinigen lässt, enthalten. Dieselbe wird entweder zur Hälfte gefüllt und dann die Oberfläche mit der Trennungslinie der beiden Spaltschieber in dieselbe Höhe gebracht, oder besser, man senkt in die Zelle ein massives Flintglasstück (Fig. 242), von seinem Erfinder der Schulz'sche Körper genannt, und füllt dann die Zelle ganz mit der Flüssigkeit an. Dieselbe hat dann oberhalb eine um die Länge des Schulz'schen Körpers (10 mm) grössere Dicke als unten, was denselben Effect giebt, als wäre eine 10 mm dicke Schicht der Flüssigkeit eingeschaltet, wobei aber die Vortheile erzielt werden, dass die Trennungs-

Fig. 240.

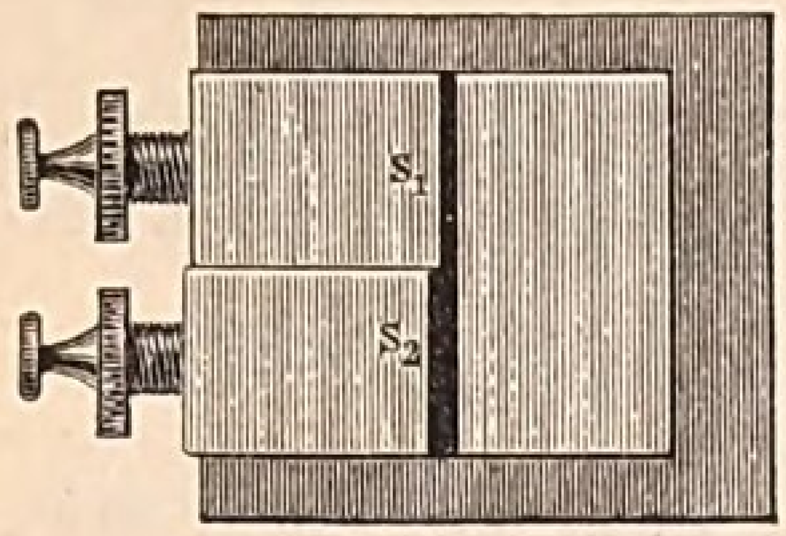


Fig. 241.

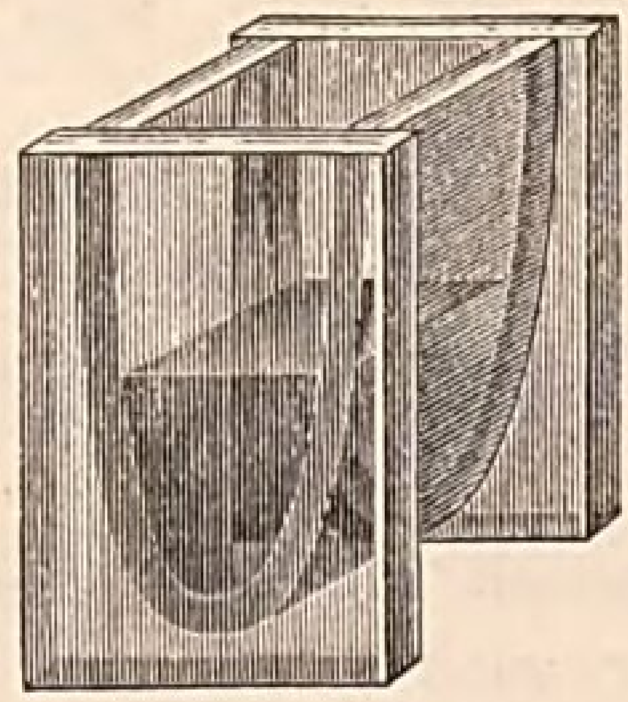
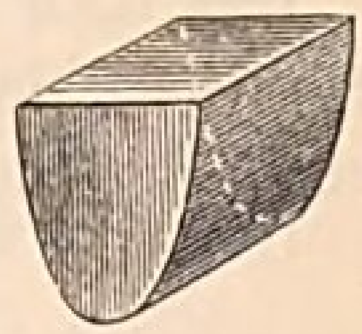


Fig. 242.



fläche viel schärfer und reiner erscheint, und dass die Lichtverluste beim Uebergang vom Licht aus Luft in Glas vermieden werden. Bei Füllung mit reinem Wasser erscheinen dann die untere und obere Fläche gleich hell, was ohne Schulz'schen Körper nicht der Fall ist.

Die Vierordt'sche Methode hat einen principiellen Fehler. Sie vergleicht die Intensitäten durch Aenderung der Spaltbreiten. Hierdurch werden aber andere Farben des Spectrums beigemischt. Vierordt hat daher für grosse Intensitätsunterschiede noch die Einschaltung von Rauchgläsern zu Hülfe genommen. Hahn hat dagegen einen anderen Apparat erdacht, wobei die Intensitätsänderung nach einem ganz anderen optischen Principe, durch Polarisation des Lichtes, erreicht wird. Wir können diese Methode hier noch nicht beschreiben und müssen überhaupt in Betreff der näheren Ausführung der quantitativen Spectralanalyse auf die genannten Specialwerke verweisen.

Sechstes Capitel.

Die Umwandlungsproducte oder Wirkungen des absorbirten Lichtes.

Uebersicht der Erscheinungen, Terminologie derselben. 142 Wenn Lichtstrahlen einen Körper treffen, welcher dieselben nicht vollständig reflectirt oder hindurchlässt, sondern dieselben ganz oder theilweise absorbirt, so kann die den absorbirten Aetherschwingungen innewohnende Energie nicht einfach vernichtet werden, sie muss vielmehr in irgend einer anderen Form wieder zum Vorschein kommen.

Der häufigste Fall ist nun der, dass diese Energie in Form von Wärme, d. h. nach der mechanischen Wärmetheorie in Form von lebendiger Kraft der Bewegung der Moleküle und Atome zum Vorschein kommt. Die auffallenden sichtbaren Strahlen werden dann von dem erwärmten Körper als dunkle Wärmestrahlen, also mit vergrösserter Wellenlänge wieder ausgesendet. Umgekehrt kann man durch Bestrahlung mit dunklen Wärmestrahlen einen Körper bis zum Leuchten erhitzen. Letztere Erscheinung hat Tyndall mit Calorescenz bezeichnet.

Ein anderer Fall besteht darin, dass durch die auffallenden sichtbaren Strahlen die Atome des Körpers veranlasst werden, sofort Licht anderer Brechbarkeit (Farbe) auszusenden. Diese Erscheinung wird Fluorescenz genannt.

Geschieht diese Aussendung neuen Lichtes nicht gleichzeitig oder doch nicht ausschliesslich gleichzeitig mit der Bestrahlung, sondern dauert sie längere oder kürzere Zeit nach dem Aufhören der Bestrahlung fort, so heisst die Erscheinung Phosphorescenz.

Wieder in anderen Fällen wird die Energie der auftreffenden Aetherschwingungen zu chemischen Reactionen aufgebraucht; es werden z. B. chemisch gebundene Atome von einander getrennt oder irgend eine andere chemische Energie hervorgebracht.

In selteneren Fällen können die auffallenden Aetherschwingungen auch elektrische Erscheinungen hervorrufen.

Mit der Fluorescenz und Phosphorescenz sind jedoch noch andere Erscheinungen nahe verwandt, bei welchen ebenfalls ein Leuchten der Körper eintritt, ohne dass dabei die Temperatur derselben so hoch gesteigert wäre, dass sich durch diese allein das Leuchten erklären liesse.

Nach E. Wiedemann werden alle diese letzteren Erscheinungen als Luminescenz bezeichnet.

Wird diese durch die Höhe der Temperatur nicht erklärte Aussendung von Strahlen durch auffallendes Licht hervorgerufen, so nennt man dies nach E. Wiedemann Photoluminescenz. Fluorescenz und Phosphorescenz wären also specielle Fälle der Photoluminescenz.

Erfolgt das Leuchten in Folge elektrischer Entladungen, wobei ebenfalls die Temperatursteigerung allein nicht ausreicht, um normales Leuchten hervorzurufen, so haben wir Elektroluminescenz, so z. B. beim Leuchten der verdünnten Gase Geissler'scher Röhren. Das bei chemischen Processen (z. B. in lebenden Organismen, in faulendem Holze etc.) auftretende Leuchten wird Chemiluminescenz, das beim schwachen Erwärmen von manchen Körpern, z. B. Flussspath, auftretende Leuchten wird Thermoluminescenz, das beim Reiben und Krystallisiren entwickelte Leuchten als Tribo- und Krystalloluminescenz bezeichnet.

Die Luminescenz unterscheidet sich von dem normalen Leuchten in Folge hoher Temperatur noch insbesondere dadurch, dass für das letztere das Kirchhoff'sche Gesetz über die Proportionalität des Absorptions- und Emissionsvermögens gilt, während dasselbe für die Luminescenzerscheinungen nicht gültig ist.

In manchen Fällen kann normales Leuchten mit Luminescenz gemischt erscheinen. Bei sehr starken elektrischen Entladungen durch ein Gas kann z. B. ein Theil der Gasmoleküle so stark erhitzt werden, dass dieselben in Folge ihrer hohen Temperatur leuchten, und zugleich ein Theil des Lichtes direct durch die Einwirkung der Elektricität entwickelt werden. Dass letzteres wirklich der Fall ist, folgt aus der von E. Wiedemann nachgewiesenen Thatsache, dass z. B. das Gas einer Geissler'schen Röhre schon bei einer Temperatur von 100° leuchtet, während nach Siemens' Versuchen anderweitig auf 1000° erhitzte Gase noch nicht leuchten.

E. Wiedemann hat eine Theorie der Mechanik des Leuchtens entwickelt, welche auf den Anschauungen der kinetischen Gastheorie aufgebaut ist. Hiernach betrachtet derselbe bei den Gasen als Ursache der Lichterzeugung nur die intramolekularen Bewegungen. Bei den festen und flüssigen Körpern dagegen können sowohl die Schwingungen der ganzen Moleküle um ihre Gleichgewichtslagen, als auch die intramolekularen Moleküle das Licht erzeugen. Den ersteren wird das beim Erhitzen aller festen Körper auftretende gleiche continuirliche Spec-

trum, den letzteren dagegen die Unterschiede in der Lichtemission verschiedener Körper zugeschrieben. Wir müssen in dieser Hinsicht auf die Originalabhandlungen [1]) von E. Wiedemann verweisen.

Fluorescenz. Wenn man einige Stücke von der Rinde des gewöhnlichen Rosskastanienbaumes mit Wasser übergiesst und es nur ganz kurze Zeit darauf stehen lässt, so nimmt die Flüssigkeit eine schwach bräunliche Färbung an, zeigt aber von gewissen Seiten her betrachtet einen ganz eigenthümlich bläulichen Schimmer, welchen man besonders gut wahrnimmt, wenn man die in einem Gefässe mit verticalen Wänden befindliche Flüssigkeit von oben herab betrachtet, während helles Tageslicht oder noch besser directes Sonnenlicht von vorn auf die Flüssigkeit fällt. 143

Das in der Kastanienrinde enthaltene Aesculin ist die Ursache dieser Erscheinung.

Eine Auflösung von schwefelsaurem Chinin in der hundert- bis zweihundertfachen Gewichtsmenge Wasser, welchem einige Tropfen Schwefelsäure zugesetzt sind, zeigt fast dieselbe Erscheinung, wie der Auszug aus der Kastanienrinde, nur ist die Chininlösung für durchgehendes Licht vollkommen klar und farblos, weshalb der blaue Schimmer hier in grosser Reinheit auftritt.

Ganz ähnlich verhält sich ein alkoholischer Auszug aus dem Samen des Stechapfels (*Datura Stramonium*). Diese Flüssigkeit hat eine bräunlichgelbe Färbung und zeigt einen grünlichen Schiller.

Eine höchst auffallende Erscheinung bietet das Blattgrün (Chlorophyll). Man erhält es, wenn man die Blätter von Wasserpfeffer (*Polygonum hydropiper*), Brennnesseln, Epheu u. s. w. mit Aether extrahirt. Frisches Kraut, namentlich im Frühjahr, giebt das Chlorophyll nicht so leicht ab, wie altes und namentlich getrocknetes. Es genügt z. B. das getrocknete Pfeffermünzkraut, wie es in jeder Apotheke verkauft wird, mit Aether übergossen eine Stunde lang stehen zu lassen, um eine intensiv gefärbte Lösung von Chlorophyll zu erhalten.

Eine solche durch Chlorophyll gefärbte, im durchgehenden Lichte schön grüne Flüssigkeit, deren Absorptionsspectrum in Tafel II, Nr. 11 dargestellt ist, zeigt, dem Sonnenlichte ausgesetzt, auf der Oberfläche eine intensiv blutrothe Färbung.

Alkoholische Lösungen von Blattgrün zeigen diese Erscheinung weit weniger schön als ätherische; sie zeigen nämlich nur einen trüben braunrothen Schiller.

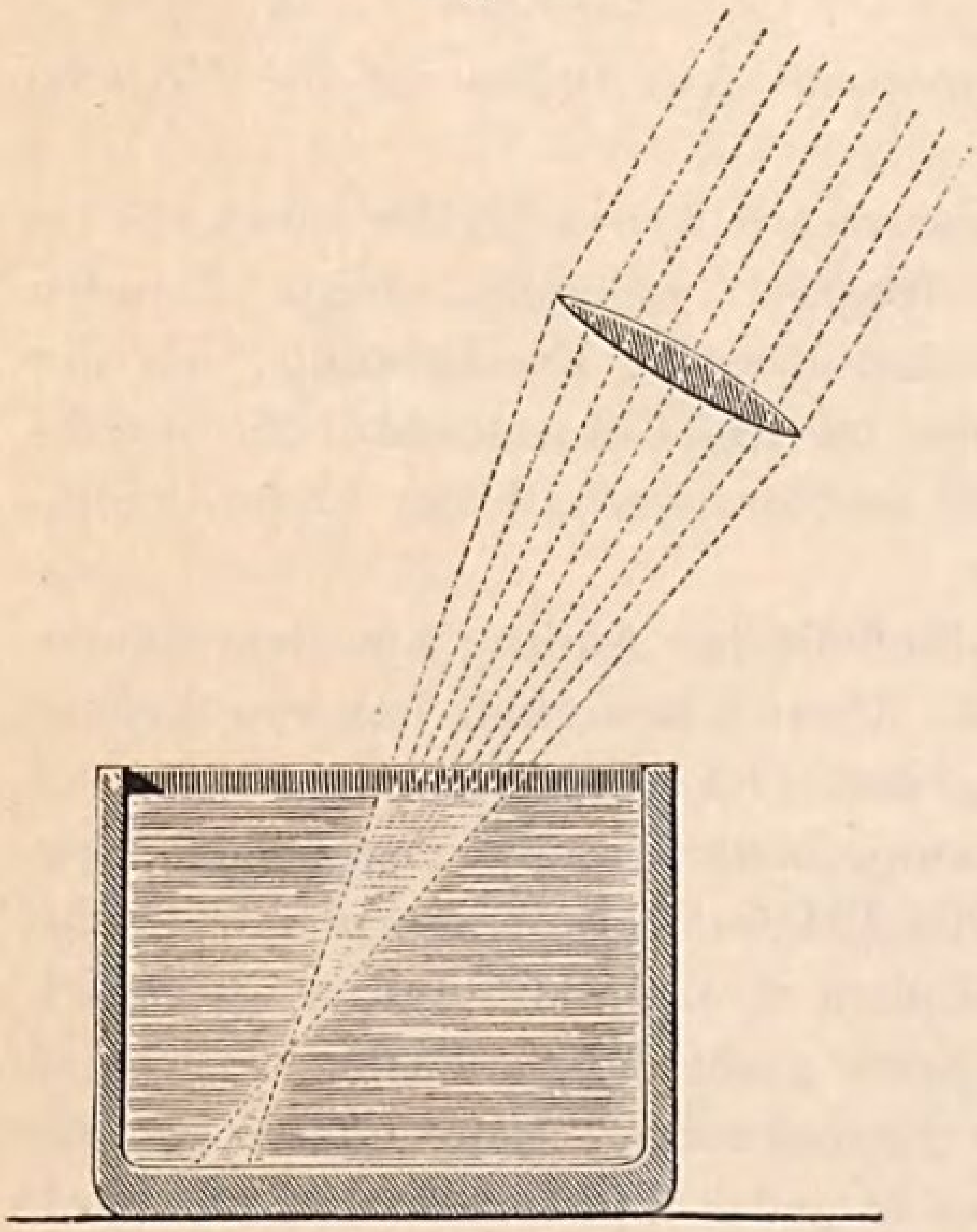
Um die Erscheinung deutlicher und brillanter zu sehen, als es unter den eben erwähnten Verhältnissen möglich ist, wandte Brewster folgende Beobachtungsmethode an: Die zu prüfende Flüssigkeit wird in

[1]) E. Wiedemann in Wiedem. Ann. **5**, 506; **6**, 298; **9**, 157; **10**, 202; **18**, 508; **20**, 756; **34**, 446 u. 464; **37**, 177.

ein oben offenes Gefäss gegossen und dann mittelst einer Convexlinse von 5 bis 7 cm Brennweite ein Bündel Sonnenstrahlen gegen die Oberfläche derselben hin concentrirt, wie dies Fig. 243 andeutet. Die Linse wird so gehalten, dass der Brennpunkt je nach den Umständen mehr oder weniger tief unter den Spiegel der Flüssigkeit zu liegen kommt.

Wird eine Chininlösung auf diese Weise untersucht, so erblickt man einen prachtvoll himmelblauen Lichtkegel, welcher zunächst an der Oberfläche der Flüssigkeit am lebhaftesten ist und mit dem Eindringen in das Innere der Flüssigkeit rasch an Lichtstärke abnimmt. Ganz Aehnliches zeigt der Aufguss der Kastanienrinde und der alkoholische Auszug von Stechapfelsamen, nur dass bei letzterer Substanz das Bündel des dispergirten Lichtes grün ist.

Fig. 243.



In einer ätherischen Lösung von Blattgrün ist der fragliche Lichtkegel roth; in der gelben Curcumatinctur ist er grün, in der Lackmustinctur ist er schmutzig orange.

Eine sehr starke grüne Fluorescenz zeigt die Lösung der Galle in Schwefelsäure. Das unreine Steinöl zeigt eine sehr schöne blaue Fluorescenz; ebenso die Lösung, welche man nach Osann erhält, wenn man Kienruss mit möglichst starkem Alkohol extrahirt. Eine Anzahl weiterer fluorescirender Substanzen ist am Schlusse des §. 146 aufgezählt.

Aehnliche Erscheinungen, wie die fluorescirenden Flüssigkeiten, zeigen auch manche feste Körper, so z. B. manche violette und grünliche Varietäten des Flussspaths (namentlich von Derbyshire, woher denn auch der von Stokes vorgeschlagene Name Fluorescenz stammt). Nach E. Wiedemann sind aber diese Erscheinungen an festen Körpern streng genommen als Phosphorescenz aufzufassen, da nur flüssige Körper als fluorescirende im engeren Sinne auftreten.

Ausser dem Flussspath sind noch einige künstlich hergestellte Glassorten, so insbesondere das durch Uran gelbgrün gefärbte Uranglas (Kanarien- oder Annenglas) anzuführen, welches mit schön grüner Farbe fluorescirt, während das durchscheinende Licht rein gelb ist.

Endlich zeigen besonders schöne Fluorescenz eine Anzahl Doppelsalze des Platincyanürs (Baryumplatincyanür und andere), deren Anwendung unten besprochen wird.

Verhalten fluorescirender Körper gegen farbiges Licht. 144
Ueber die Natur des eigenthümlichen Lichtes, welches fluorescirende Körper zeigen, hat Stokes dadurch Aufschluss erhalten, dass er ihr Verhalten in farbigem Lichte untersuchte.

Betrachtet man z. B. durch die grüne Lösung von Chlorkupfer den Lichtkegel, welcher mittelst einer Sammellinse in einem Würfel von Uranglas erzeugt worden ist, so erscheint er fast ebenso hell wie vorher; lässt man aber die Sonnenstrahlen vor ihrem Eintritt in das Uranglas durch die Lösung von Chlorkupfer gehen, etwa indem man das mit dieser Lösung gefüllte Gefäss dicht vor die Linse hält, so verschwindet der grüne Lichtkegel im Uranglas fast vollständig.

Hält man dagegen die blaue Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak vor die Linse, so erscheint der grüne Lichtkegel im Uranglas fast in ungeschwächter Stärke, während er fast verschwindet, wenn man ihn durch die fragliche blaue Lösung betrachtet.

Eine Reihe von Versuchen, welche in der gleichen Weise angestellt wurden, gab die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Resultate.

Fluorescirende Flüssigkeit	Farbiges Mittel	Vor dem Auge	Vor der Linse
Schwefels. Chinin	Chroms. Kali	gut sichtbar	verschwunden
„ „	Chlorkupfer	sichtbar	verschwunden
Stechapfeltinctur	Chroms. Kali	sichtbar	fast verschwunden
„ „	Chlorkupfer	sichtbar	verschwunden
„ „	Schwefels. Kupferoxydammoniak	fast verschwunden	sichtbar
Curcumatinctur	Rothes Glas	sichtbar	verschwunden
„ „	Schwefels. Kupferoxydammoniak	verschwunden	sichtbar
Blattgrün	Schwefels. Kupferoxydammoniak	verschwunden	sichtbar

Diese Versuche zeigen uns nun deutlich, was für ein Unterschied besteht zwischen den Farben der gewöhnlichen Körper und denen der fluorescirenden. Bei einem gewöhnlichen Körper ist es ganz gleichgültig, ob wir nur Licht auf ihn fallen lassen, welches durch ein farbiges Medium gegangen ist, oder ob wir ihn durch dieses Medium betrachten. Ein Stück Siegellack z. B. erscheint roth, mag man nun Strahlen auf dasselbe fallen lassen, welche zuvor durch ein rothes Glas gegangen sind, oder mag man dasselbe, während es von weissem Licht beschienen ist, durch das rothe Glas betrachten; schwarz erscheint dagegen das Stück Siegellack, wenn es nur von grünen Strahlen getroffen oder durch die Chlorkupferlösung betrachtet wird.

Die Eigenthümlichkeit der fluorescirenden Körper besteht obigen Versuchen zufolge hauptsächlich darin, dass sie im Stande sind, die Farbe der auf sie fallenden Strahlen zu ändern, denn sie senden zerstreutes Licht aus, welches in den meisten Fällen von anderer Farbe ist als das auffallende.

Das violette und blaue Licht, welches durch die Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak gegangen ist, kann ein grünes Lichtbündel im Uranglas erzeugen, ein Grün, welches selbst durch die Lösung des genannten Salzes absorbirt wird.

Dagegen sind die grünen Strahlen, welche durch eine Lösung von Chlorkupfer gegangen sind, nicht mehr im Stande, im Uranglas den grünen Nebel zu erzeugen, obgleich das Grün dieses Nebels, wenn er durch weisses oder blaues Licht erzeugt worden ist, sehr gut durch eine Lösung von Chlorkupfer hindurchgeht. Wie man aus obigen Angaben ersieht, sind es vorzugsweise die blauen und die violetten Strahlen, welche in fluorescirenden Körpern die eigenthümlichen Lichterscheinungen hervorrufen. Stokes benutzte dies, um auch ohne Anwendung von Sonnenlicht Fluorescenzerscheinungen sehr merklich zu machen. In den Laden eines sonst ganz dunklen Zimmers wird eine Oeffnung von 10 bis 30 qcm gemacht und diese durch eine Platte blauen Glases geschlossen, so dass nur diffuses blaues Licht in das Zimmer eindringt. Hält man dann den zu prüfenden Körper, etwa einen Würfel von Uranglas, ein mit Blattgrünlösung gefülltes Glasgefäss etc. in die Nähe der Oeffnung, so strahlt er sein gegen das einfallende Blau auffallend contrastirendes Licht aus, und somit liefert dieses Verfahren ein Mittel, um auch schwache Spuren von Fluorescenz zu entdecken.

Besonders viel der brechbareren Strahlen, welche vorzugsweise fluorescenzerregend wirken, enthält das elektrische Licht, die elektrischen Lichtbüschel sowohl als auch der elektrische Funken, mag er nun im lufterfüllten oder luftleeren Raume überschlagen. Ganz besonders zeichnet sich aber in dieser Hinsicht das prachtvoll violette Licht des im nahezu luftleeren Raume übergehenden Inductionsfunkens aus, worauf wir später noch einmal zurückkommen werden.

Die gewöhnliche Kerzenflamme, die Flamme einer Oel- oder Leuchtgaslampe enthalten vorzugsweise die leuchtenderen grünen, gelben und rothen Strahlen, welche wenig oder gar nicht fluorescenzerregend wirken, weshalb man bei Kerzen- und Lampenlicht kaum Spuren von Fluorescenzerscheinungen wahrnehmen kann. Das im Tages- und Sonnenlicht so feuriggrüne Uranglas sieht deshalb des Abends bei Lampenbeleuchtung sehr unscheinbar aus.

Auch die durch Strontian roth und die durch Kupfer grün gefärbten Flammen zeigen in dieser Beziehung nur unbedeutende Wirkungen, weil ihnen namentlich die brechbaren Strahlen fehlen, wie schon der Anblick ihrer Spectra zeigt.

Zu den wenigen Flammen, welche vorzugsweise blaue und violette

Strahlen enthalten und welche deshalb geeignet sind, die Erscheinungen der Fluorescenz hervorzurufen, gehört die des brennenden Schwefels und namentlich die des Schwefelkohlenstoffs.

Es wäre aber ein Irrthum, zu glauben, dass überhaupt nur die brechbareren Strahlen im Stande seien, Fluorescenz hervorzurufen. So z. B. wird eine alkoholische Lösung von Naphtalinroth (Magdalaroth) insbesondere von den gelben und gelbgrünen Strahlen, das Chlorophyll am meisten von den mittleren rothen Strahlen zur Fluorescenz angeregt.

Untersuchung fluorescirender Körper im prismatischen Spectrum. Was im vorigen Paragraphen über das Verhalten fluorescirender Körper gegen verschiedenfarbiges Licht gesagt wurde, findet seine Bestätigung, wenn man sie dem prismatischen Farbenspectrum aussetzt, wobei sich aber noch weitere Eigenthümlichkeiten herausstellen. 145

Fluorescirende Flüssigkeiten werden behufs dieser Versuche in Gefässe mit parallelen Glaswänden gegossen, welche ungefähr 20 cm lang, 6 cm hoch und 3 cm dick sind. Das Spectrum wird gerade so erzeugt, als ob man die Fraunhofer'schen Linien auf einem Papierschirme beobachten wollte, an die Stelle des Schirmes wird aber dann die vordere Fläche des mit der fluorescirenden Flüssigkeit gefüllten Gefässes gesetzt.

Der Anblick, welchen auf diese Weise eine Chininlösung hervorbringt, ist ungemein merkwürdig. Die weniger brechbaren Strahlen gehen ungehindert durch die Lösung hindurch, wie durch Wasser, so dass man an der Vorderfläche des Gefässes von dem rothen Ende des Spectrums nichts sieht, als was etwa durch Unreinheit der Glasfläche diffundirt wird. Erst im Blau beginnt die Chininlösung Licht zu zerstreuen, so dass man auf ihrer Vorderfläche einen Farbenstreifen von zerstreutem Lichte erblickt, welcher, zwischen den dunklen Streifen G und H beginnend, sich noch weit über die violette Grenze des gewöhnlichen Spectrums hinaus erstreckt. Die dunklen Streifen H erscheinen hier mit weit grösserer Deutlichkeit, als auf dem Papiere, und noch in dem über H hinaus verlängerten Theile des Spectrums zeigt sich eine Menge dunkler Linien, von denen man auf einem Papierschirme nicht die Spur wahrnehmen kann. Zu diesen Versuchen eignen sich die aus mehreren Glasprismen zusammengesetzten geradsichtigen Spectralapparate weniger gut, als einzelne Prismen, weil das Glas zu viel von den wirksamen Strahlen absorbirt. Aus demselben Grunde ist Schwefelkohlenstoff nicht anwendbar, dagegen ein Quarzprisma am besten. Siehe §. 147.

Stokes hat die am meisten charakteristischen dunklen Linien und Liniengruppen im ultravioletten Theil des Spectrums mit den Buchstaben L, M, N etc. bis S bezeichnet; dieselben treten auch in dem photographirten Spectrum, dessen Darstellung weiter unten besprochen werden wird, sehr deutlich auf. (Siehe auch Tafel III.)

Was die Farbe des besprochenen Lichtstreifens betrifft, welchen wir das durch die Chininlösung modificirte Spectrum nennen wollen, so weicht

sie wesentlich von der Farbe des auffallenden Lichtes ab, denn der ganze Streifen zeigt ein helles, sanftes, am Ende etwas ins Graue spielendes Blau, welches sehr gegen das tiefe Blau und Violett des auffallenden Lichtes contrastirt, wie man am besten sehen kann, wenn man dicht vor die vordere Fläche des Gefässes ein weisses Blatt Papier abwechselnd hinhält und wieder wegnimmt, so dass man das Spectrum bald auf dem Papier und dann auf der Chininlösung erblickt.

Der Chininlösung ganz ähnlich verhält sich der Aufguss der Kastanienrinde, nur beginnt der Streifen diffundirten Lichtes schon zwischen den dunklen Linien F und G.

Noch früher beginnt die Diffusion bei der Stechapfeltinctur, denn sie ist bei dem Streifen F schon sehr merklich und erstreckt sich gleichfalls weit über die violette Grenze des gewöhnlichen Spectrums. Das durch Stechapfeltinctur modificirte Spectrum bildet einen hellgrünen Lichtstreifen, so dass also die Fraunhofer'schen Linien sämmtlich auf grünlichem Grunde erscheinen. Man sieht also, dass blaue und violette Strahlen, ferner noch solche Strahlen, welche brechbarer als violett, unmittelbar im Auge keine merkliche Lichtempfindung hervorrufen können und die wir als ultraviolett bezeichnet haben, in der Stechapfeltinctur ein grünes Licht erzeugen.

Auf der Vorderfläche einer Lösung von Blattgrün erscheint das modificirte Spectrum als ein Lichtstreifen von rother Farbe. Er beginnt zwischen den Fraunhofer'schen Linien B und C und geht an dem anderen Ende des Spectrums weit über die Linien H hinaus. Sehr hell ist dieser rothe Streifen nur zwischen C und D, darauf folgt ein fast ganz dunkler Zwischenraum, welcher in der Nähe von F in eine carmoisinrothe Färbung übergeht; über H hinaus ist dann die Färbung des Spectralstreifens dunkel rothbraun. Bei dem durch Blattgrün modificirten Spectrum erscheinen also alle Fraunhofer'schen Linien auf dunkelrothem Grunde, weshalb sie auch nicht so gut sichtbar sind, als bei den vorher besprochenen Flüssigkeiten.

Eine Substanz von überraschend starker Fluorescenz ist, wie Goppelsröder gefunden hat, das aus dem Cubaholz zu gewinnende Morin. Die alkoholische Lösung des reinen Morins fluorescirt nicht; sobald sie aber mit der Lösung eines Thonerdesalzes, z. B. mit der des Alauns, versetzt wird, entsteht eine intensiv grüne Fluorescenz, deren Farbe an die des Malachits erinnert. Selbst bei bedeutender Verdünnung der Lösung zeigt dieselbe noch starke Fluorescenz. Wenn man zu der Lösung eines Thonerdesalzes, welche nur $^1/_{600}$ mg Thonerde in 1 ccm Wasser enthält, etwas Morinlösung zusetzt, so tritt noch eine deutlich wahrnehmbare grüne Fluorescenz auf, weshalb Goppelsröder die Morinlösung als höchst empfindliches Reagens auf Thonerde in Vorschlag gebracht hat (Fluorescenz-Analyse).

Wenn man das Spectrum durch die in einem Glastroge enthaltene, nicht allzu sehr verdünnte fluorescirende Morinlösung auffängt, so zeigen

sich die Fraunhofer'schen Linien von *F* bis *N* mit einer Schärfe, wie man sie noch bei keiner anderen Substanz beobachtet hat, namentlich aber auch viel schärfer, als beim Uranglas. Es mag dies wohl vorzugsweise daher rühren, dass bei der Morinlösung die ganze Fluorescenzwirkung auf die äusserste Oberfläche concentrirt ist, so dass sie nirgends auch nur $^1/_2$ mm weit in die Flüssigkeit eindringt.

Ganz ähnliche Erscheinungen, wie wir sie bisher betrachtet haben, zeigt auch ein mit Curcumatinctur bestrichenes Papier; wird ein solches ins Spectrum gehalten, so erscheint dasselbe weit über *H* hinaus verlängert. Vom rothen Ende des Spectrums bis gegen *F* hin bleiben die Farben des auffallenden Lichtes unverändert; von da an aber bildet das durch das Curcumapapier modificirte Spectrum einen schmutzig grünen Lichtstreifen, auf welchem die Linien *G*, *H* und die dem ultravioletten Theile des Spectrums angehörigen *L*, *M*, *N* u. s. w. mit grosser Deutlichkeit sichtbar sind.

Den Contrast des auffallenden blauen und violetten Lichtes gegen die grünliche Färbung des durch das Curcumapapier modificirten Lichtes kann man am besten wahrnehmen, wenn man einen Schirm von der auf S. 319, Fig. 223, besprochenen Art anwendet, dessen untere Hälfte mit Curcumatinctur gefärbt ist, und diesen Schirm so ins Spectrum bringt, dass die obere Hälfte des Spectrums auf das weisse Papier, die untere auf den angestrichenen Theil fällt.

Papiere, welche mit einer ziemlich concentrirten Lösung von Chinin oder mit dem Auszuge des Stechapfelsamens getränkt sind, verhalten sich auf ähnliche Weise wie das Curcumapapier; ganz besonders aber eignet sich zu diesen Versuchen ein mit einer concentrirten Lösung von Kaliumplatincyanür oder noch besser mit Baryumplatincyanür bestrichenes Papier; jedoch wirkt das mit diesem Salze bestrichene Papier erst dann fluorescirend, wenn es so stark imprägnirt wird, dass die Oberfläche mit feinen Krystallnädelchen überdeckt ist.

Lässt man Sonnenlicht durch ein gelbes Glas auf ein weisses Papierblatt fallen, welches mit obigem Salze beschrieben ist, so erscheint die Schrift, weil gelb auf gelbem Grunde, wenig sichtbar; sie leuchtet aber sofort auf, wenn man das gelbe Glas mit einem blauen vertauscht.

Prismatische Zerlegung der Fluorescenzfarben. Stokes'sche Regel. Stokes, welchem wir die Kenntniss aller der in den beiden letzten Paragraphen besprochenen Thatsachen verdanken, hat seine Untersuchungen über die Fluorescenz[1]) mit einer prismatischen Analyse des durch fluorescirende Körper modificirten Spectralstreifens beschlossen. 146

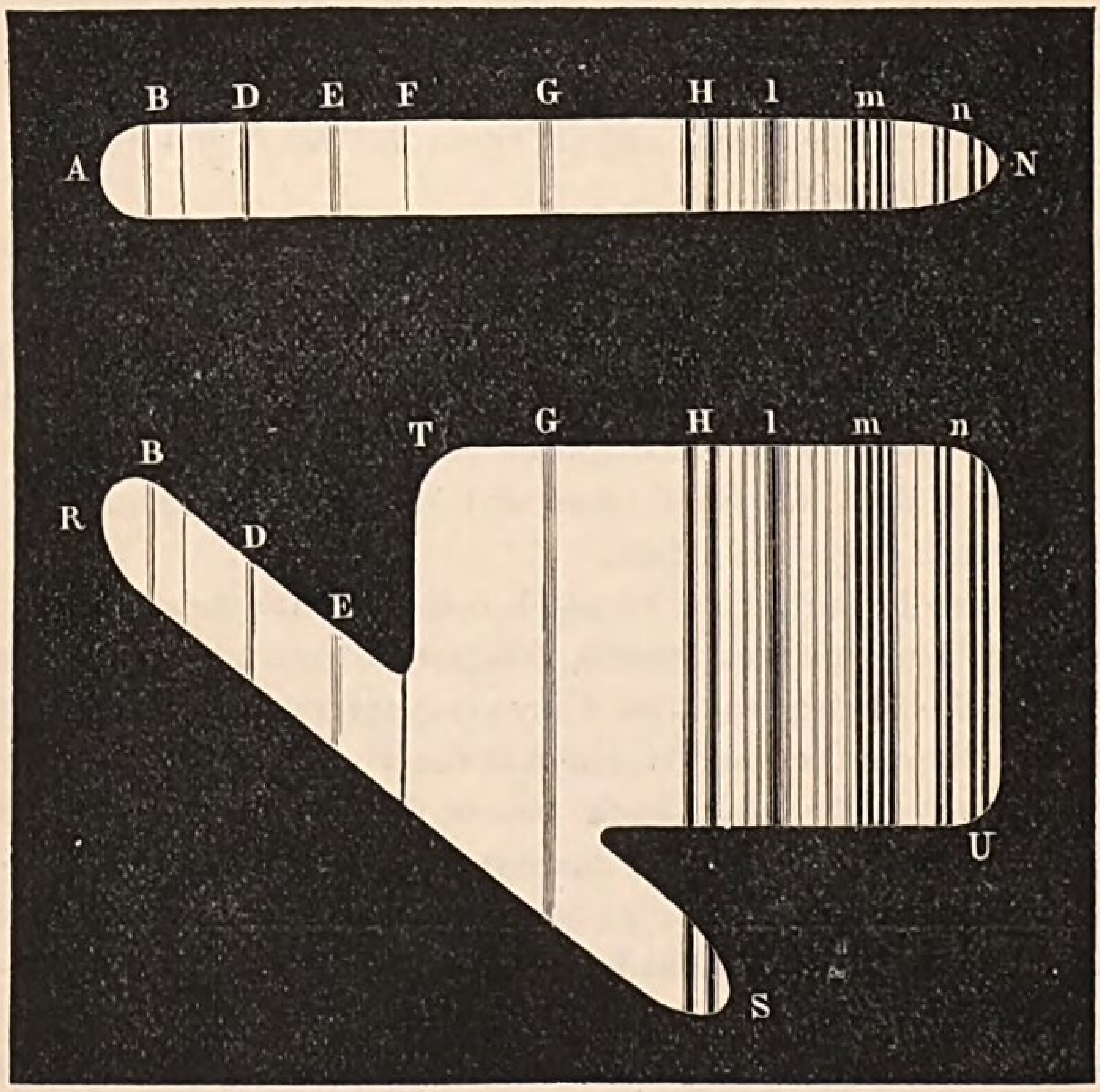
Untersucht man das auf Curcumapapier aufgefangene Spectrum durch ein zweites, horizontal gehaltenes Prisma nach der im §. 114 besprochenen Kundt'schen Methode der gekreuzten Spectra, so beobachtet man die in

[1]) Pogg. Ann., Ergänzungsband IV.

Fig. 244 dargestellte Erscheinung. *AN* stelle das auf dem Curcumapapier aufgefangene Spectrum sammt den wichtigsten Fraunhofer'schen Linien dar; von *F* bis *N* zeigt dieser Streifen eine schmutzig grüne Farbe. Durch das horizontale Prisma wird dieser Spectralstreifen *AN* gewissermaassen in zwei Theile zerlegt, nämlich in ein normales abgeleitetes Spectrum *RS* und in ein zweites ganz eigenthümliches Spectrum *TU*, in welchem die Farben in horizontaler Richtung über einander liegen.

Diese Thatsache zeigt nun, dass die grünliche Färbung, welche sich da zeigt, wo die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen auffallen,

Fig. 244.



keine homogene, sondern eine zusammengesetzte ist, und zwar, dass sie rothe, gelbe, grüne und blaue Strahlen enthält.

Die Fraunhofer'schen Linien des ersten Spectrums sind auch in diesem zweiten abgeleiteten Spectrum *TU* sehr gut sichtbar, jede derselben durchsetzt aber begreiflicher Weise alle Farben, so dass also z. B. die Streifen *H* im abgelenkten Spectrum durch Roth, Gelb, Grün und Blau gehen.

Je nach dem Farbentone des modificirten Spectrums *AN* wird auch das Verhältniss der Bestandtheile des zweiten abgelenkten Spectrums *TU* ein anderes werden; beim Blattgrün z. B. bildet Roth den wesentlichsten Bestandtheil, die übrigen Farben sind schwach und das blaue Ende fehlt beinahe ganz; bei der Chininlösung dagegen herrscht im secundären

abgelenkten Spectrum TU das Blau vor, während das rothe Ende fast gänzlich verschwindet.

Dass man bei Anwendung des Curcumapapiers das erste abgelenkte Spectrum RS so hell sieht, rührt daher, dass ein solches Papier noch viel unmodificirtes Licht zurückwirft; ist dies nicht der Fall, wie z. B. bei einer Chininlösung oder bei der Stechapfeltinctur, so wird dieses erste abgelenkte Spectrum RS fast ganz fehlen.

Die zuletzt beschriebene Beobachtungsmethode ist nun die geeignetste, um zu untersuchen, ob ein Körper fluorescirend sei oder nicht. Ist letzteres der Fall, so fehlt das zweite abgelenkte Spectrum TU, wie dies z. B. beim weissen Porcellan der Fall ist. Betrachtet man das auf weissem Papier aufgefangene Spectrum durch ein zweites Prisma, so ist das secundäre Spectrum TU, wenn auch nur ganz schwach, sichtbar, woraus hervorgeht, dass das Papier schwach fluorescirt.

Stokes hat auf diese Weise gefunden, dass eine grosse Anzahl von Körpern mit einem geringen Grade von Fluorescenz begabt sind.

Besondere Wichtigkeit für die theoretische Erklärung der Fluorescenzerscheinungen hat die Frage gewonnen, wie sich die Brechbarkeit des Fluorescenzlichtes zu dem des erregenden Lichtes verhält.

Stokes hat darüber die Regel aufgestellt, dass das Fluorescenzlicht nie brechbarere Lichtstrahlen enthalte, als das erregende Licht. Licht irgend einer Farbe kann demnach nur solche Lichtsorten hervorrufen, deren Farben von der erregenden an gegen das rothe Ende des Spectrums zu liegen, nicht aber solche, welche von der erregenden Farbe gegen das violette Ende im Spectrum vorkommen.

Gegen diese Stokes'sche Regel behauptet Lommel, Substanzen aufgefunden zu haben, welche auch brechbareres als das erregende Licht als Fluorescenzlicht aussenden.

Nach ihm giebt es zwei Arten von Fluorescenz. Bei der ersten Art ruft jeder erregungsfähige homogene Lichtstrahl, der vermöge seiner Brechbarkeit innerhalb der Grenzen des Fluorescenzspectrums oder eines bestimmten Gebietes desselben fällt, nicht bloss Strahlen von grösserer und gleich grosser, sondern auch solche von kleinerer Wellenlänge hervor, und zwar letztere, soweit sie dem betreffenden Gebiete angehören. Bei der zweiten Art ruft jeder erregungsfähige homogene Lichtstrahl nur diejenigen Strahlen des Fluorescenzspectrums hervor, welche eine grössere oder mindestens gleich grosse Wellenlänge besitzen, als er selbst.

Lommel theilt demnach sämmtliche fluorescirende Körper in drei Classen:

I. Classe: Körper, bei welchen jeder erregungsfähige homogene Lichtstrahl das ganze Fluorescenzspectrum hervorruft. (Fluorescenz erster Art.)

Hierher gehören: Chlorophyll, Naphtalinroth, Brasileïn mit Soda, Purpurin mit Alaun, Safflorcarmin, Eosin, Purpurin in ätherischer

Lösung, Fluoresceïn, Uranglas. Die Körper dieser Classe haben alle sehr starke Absorptionsstreifen in ihrem Spectrum, von welchem einer auch bei grosser Verdünnung noch sichtbar bleibt. Damit hängt es auch zusammen, dass sie lebhaft und intensiv gefärbt sind (grün, roth, orange, gelb). Das fluorescirende Spectrum dieser Körper ist überall gleichfarbig.

II. Classe: Körper, bei welchen jeder erregungsfähige Lichtstrahl nur diejenigen Strahlen des Fluorescenzspectrums hervorruft, welche eine geringere oder höchstens gleich grosse Brechbarkeit besitzen, als er selbst. (Fluorescenz zweiter Art.)

Hierher gehören: Thiomelansäure, Sandarak, Kienrussauszug mit Schwefelkohlenstoff, Kienrussauszug mit Terpentinöl, Kienrussauszug mit Aether, Phosphorsäureäther des Thymols, Sulfoanthracensäure, Diphenylamin, Malzzucker, Curcumatinctur, Quassiatinctur, Stechapfelsamenauszug, Morinthonerdelösung, Sandelholzauszug mit Soda, Guajak, salpetersaures Uran, farbloses Glas, Anthracen in Alkohollösung, schwefelsaures Chinin, Petroleum, Fraxin, Aesculin, Sulfochloranthracensäure, Bichloranthracen, Flussspath.

Alle diese Körper, von denen die meisten schon von Hagenbach untersucht wurden, folgen der Stokes'schen Regel, sie zeigen nur eine einseitige Absorption des brechbareren Endes ihres Spectrums und erscheinen deshalb gelb, braun oder farblos, letzteres nämlich dann, wenn nur das äusserste lichtschwache Violett oder das Ultraviolett absorbirt wird. Das fluorescirende Spectrum derselben ist ungleichfarbig mit allmählicher Aenderung des Farbentons, und wird erst gleichfarbig von jener Stelle an, wo das Spectrum des Fluorescenzlichtes endigt.

III. Classe: Körper, deren Fluorescenzspectrum aus zwei Theilen besteht, deren einem die Fluorescenz erster Art, deren anderem die Fluorescenz zweiter Art eigen ist. (Zusammengesetzte Fluorescenz.)

Hierher gehören: Chamäleïngrün, Chamäleïnblau, Chamäleïnroth, Orseille, Lackmus, Fluoranilin, Brasileïn. Die Körper dieser Classe zeigen, wie die ersten, starke Absorptionsstreifen und lebhafte Farben (grün, blau, violett, roth, orange). Ihr fluorescirendes Spectrum besteht aus zwei Theilen, einem (weniger brechbaren) in seiner ganzen Erstreckung gleichfarbigen, und aus einem (brechbareren) anders gefärbten mit allmählicher Farbenänderung, welcher erst gleichfarbig wird von der Stelle an, wo das Gesammtspectrum des Fluorescenzlichtes aufhört. Diese Körper verhalten sich wie Mischungen aus einer Substanz der ersten mit einer solchen der zweiten Classe. Bei vielen derselben ist nachweisbar, dass sie solche Gemische sind, auch sind solche künstlich herstellbar. Es ist aber noch nicht entschieden, ob alle Körper der dritten Classe Mischungen sind.

Mischungen je zweier Körper erster Classe sind leicht erkennbar, solche zweiter Classe unter sich aber nicht, es wäre daher auch möglich, dass unter den aufgezählten solche Mischungen vorkommen.

Stokes sowohl als Lommel haben theoretische Erklärungen der Fluorescenzerscheinungen ersonnen. Insbesondere ist es Lommel gelungen, eine Theorie auszubilden, welche die beobachteten Erscheinungen der Fluorescenz und der Absorption bis ins Einzelne zu erklären vermag [1]).

Absorption Fluorescenz erregender Strahlen. Wenn man auf die Vorderfläche der zwischen parallelen Glasflächen eingeschlossenen Chininlösung ein Spectrum fallen lässt und dann die Flüssigkeit von oben her betrachtet, so sieht man, dass an der Stelle, wo die Fluorescenz beginnt, der blaue Lichtschimmer durch die ganze Dicke der Flüssigkeit hindurchzieht, wenn dieselbe 5 bis 7 cm beträgt; alsbald aber nimmt die Dicke, bis zu welcher der Lichtschimmer in die Flüssigkeit eindringt, sehr rasch ab, so dass sie bei den Linien H, je nach dem Concentrationsgrade der Chininlösung, nur noch 2 bis 4 mm beträgt, während weiter hinaus der Lichtschimmer nur noch an der äussersten Oberfläche der Flüssigkeit auftritt. 147

Lässt man überhaupt Licht durch eine genügend dicke Schicht irgend eines fluorescirenden Körpers gehen, so hat dasselbe nachher das Vermögen, Fluorescenz hervorzurufen, vollständig verloren. Wir können daher als Regel aufstellen:

Ein der Fluorescenz fähiger Körper wird zum Fluoresciren gebracht durch dieselben Strahlen, welche er absorbirt. Daraus folgt denn auch, dass das Fluorescenzspectrum einer Substanz gerade dort am hellsten ist, wo das Absorptionsspectrum derselben Substanz am dunkelsten ist

Wenn man auf Curcumapapier ein Spectrum erzeugt hat, so verschwindet der ultraviolette Theil desselben sogleich, wenn man ein Gefäss mit Schwefelkohlenstoff gefüllt dicht hinter den Spalt bringt, durch welchen die Sonnenstrahlen in das dunkle Zimmer eintreten. So vollkommen also auch der Schwefelkohlenstoff alle sichtbaren Strahlen des Spectrums durchlässt, so absorbirt er doch die ultravioletten; man dürfte deshalb in den oben beschriebenen Versuchen das Flintglasprisma nicht durch ein mit Schwefelkohlenstoff gefülltes Hohlprisma ersetzen.

Dasselbe ist, nach J. Müller, auch beim Benzol der Fall.

Dagegen lässt der Quarz die ultravioletten Strahlen weit vollständiger durch als Glas; wenn man daher die Sonnenstrahlen durch einen Metallspiegel ins dunkle Zimmer reflectirt, wenn man ferner statt des Flintglasprismas ein Quarzprisma anwendet, welches so geschliffen und gestellt ist, dass die durchgehenden Strahlen dasselbe in der Richtung der optischen Axe durchlaufen (bei anderer Richtung würde die Doppelbrechung stören), wenn man endlich die dicht hinter dem Prisma auf-

[1]) Sitzungsberichte der physik.-med. Societät zu Erlangen 1877, Pogg. Ann., Bd. 143.

gestellte Glaslinse mit einer senkrecht zur Axe geschliffenen Linse von Bergkrystall vertauscht, so fällt die Verlängerung des Spectrums auf fluorescirenden Papieren viel bedeutender und lichtstärker aus, als wenn man Glasprisma und Glaslinse anwendet.

Wenn das Spectrum durch Glasapparate erzeugt wird, so erstreckt sich der ultraviolette Theil desselben kaum über die Linie *N* (Tafel III), während er über *R* hinausreicht, wenn man Quarzapparate angewandt hat.

Um das ganze durch Metallspiegel, Quarzlinse und Quarzprisma in Flüssigkeiten erzeugte Fluorescenzspectrum darzustellen, dürfen dieselben nicht in Glaströgen enthalten sein, weil das Glas zu viel Fluorescenz erregende Strahlen absorbirt. Tröge mit Quarzwänden sind aber einestheils sehr kostspielig, andererseits liefern aber auch sie kein ganz reines Fluorescenzspectrum, weil das an der vorderen Wandfläche zum Theil unverändert reflectirte Licht störend in die Erscheinung eingreift.

Fig. 245.

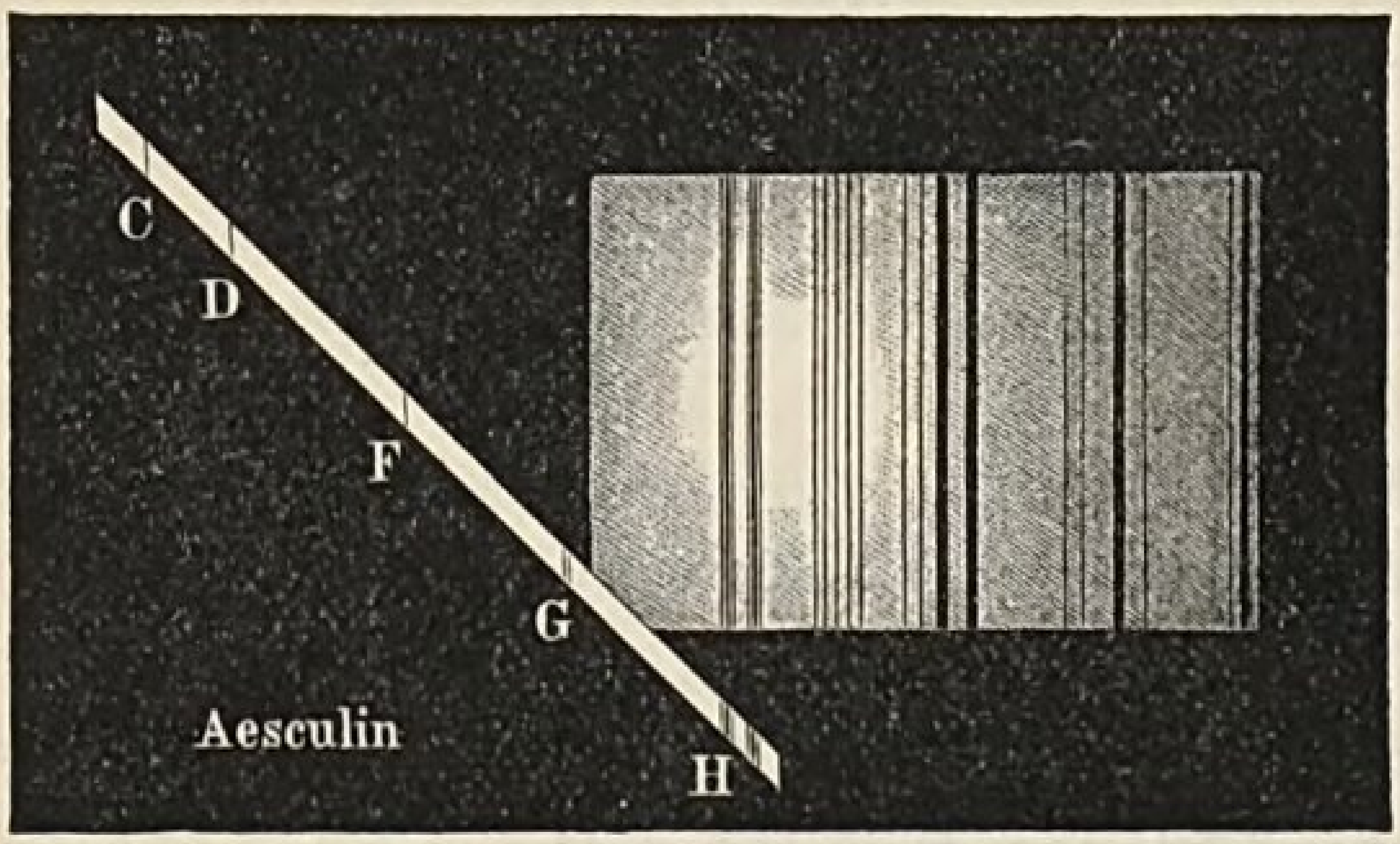
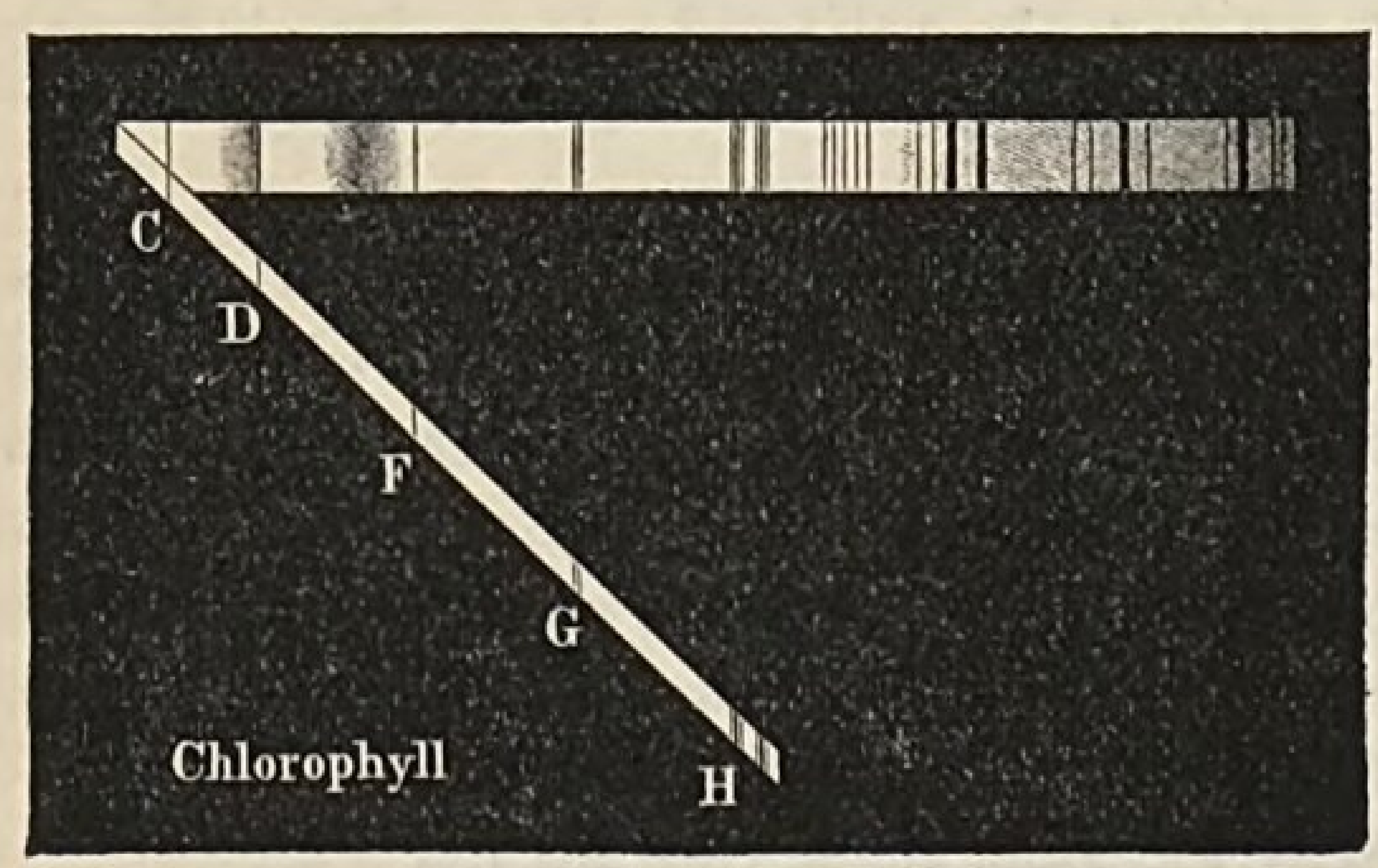


Fig. 246.



Diesem Uebelstande hat Pierre[1]) auf eine sehr einfache Weise abgeholfen. Er fing nämlich das durch Linse und Prisma aus Bergkrystall erzeugte Spectrum mit einem ebenen Metallspiegel auf, um es durch denselben auf die freie horizontale Oberfläche der fluorescirenden Flüssigkeit zu projiciren, welche sich in einer Wanne von Hyalithglas befand.

Durch eine in einem horizontalen Schirme befindliche Cylinderlinse (natürlich auch von Quarz), deren Axe den Längendimensionen des Spectrums parallel war, wurde das Spectrum zu einem linearen Spectralstreifen concentrirt.

[1]) Sitzungsberichte d. Wiener Akad. 1866, Bd. 53.

Das so erhaltene lineare Spectrum wird nun nach der in §. 146 erläuterten Methode durch ein zweites ihm paralleles Prisma betrachtet.

Die Figuren 245 bis 249 zeigen das auf diese Weise beobachtete abgeleitete secundäre Spectrum mehrerer fluorescirender Substanzen. Der besseren Orientirung wegen ist das abgeleitete primäre Spectrum beigefügt, wie es erscheinen würde, wenn das lineare Spectrum nicht auf einer fluorescirenden Substanz, sondern auf weissem Papier aufgefangen worden wäre.

Fig. 247.

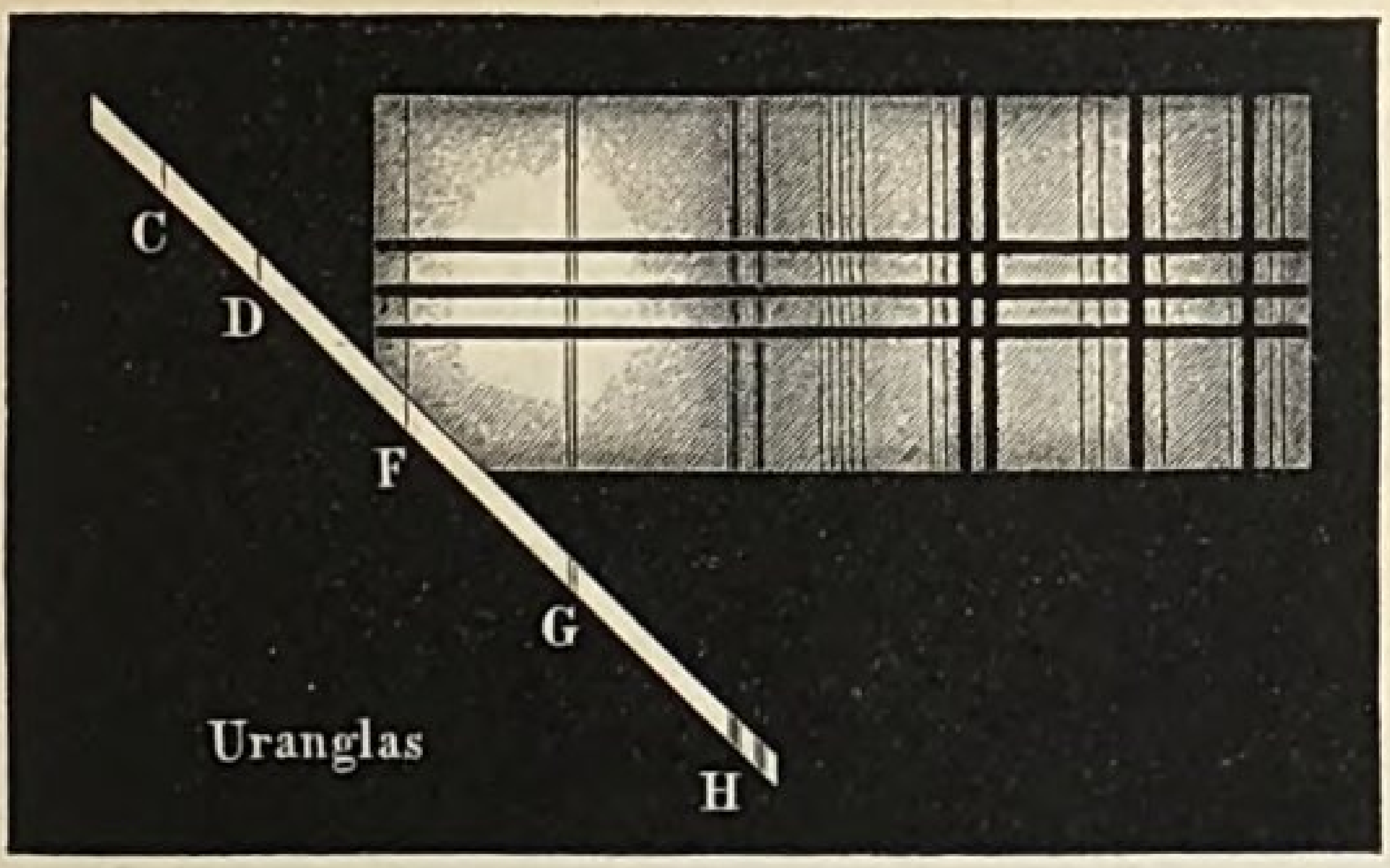


Fig. 248.

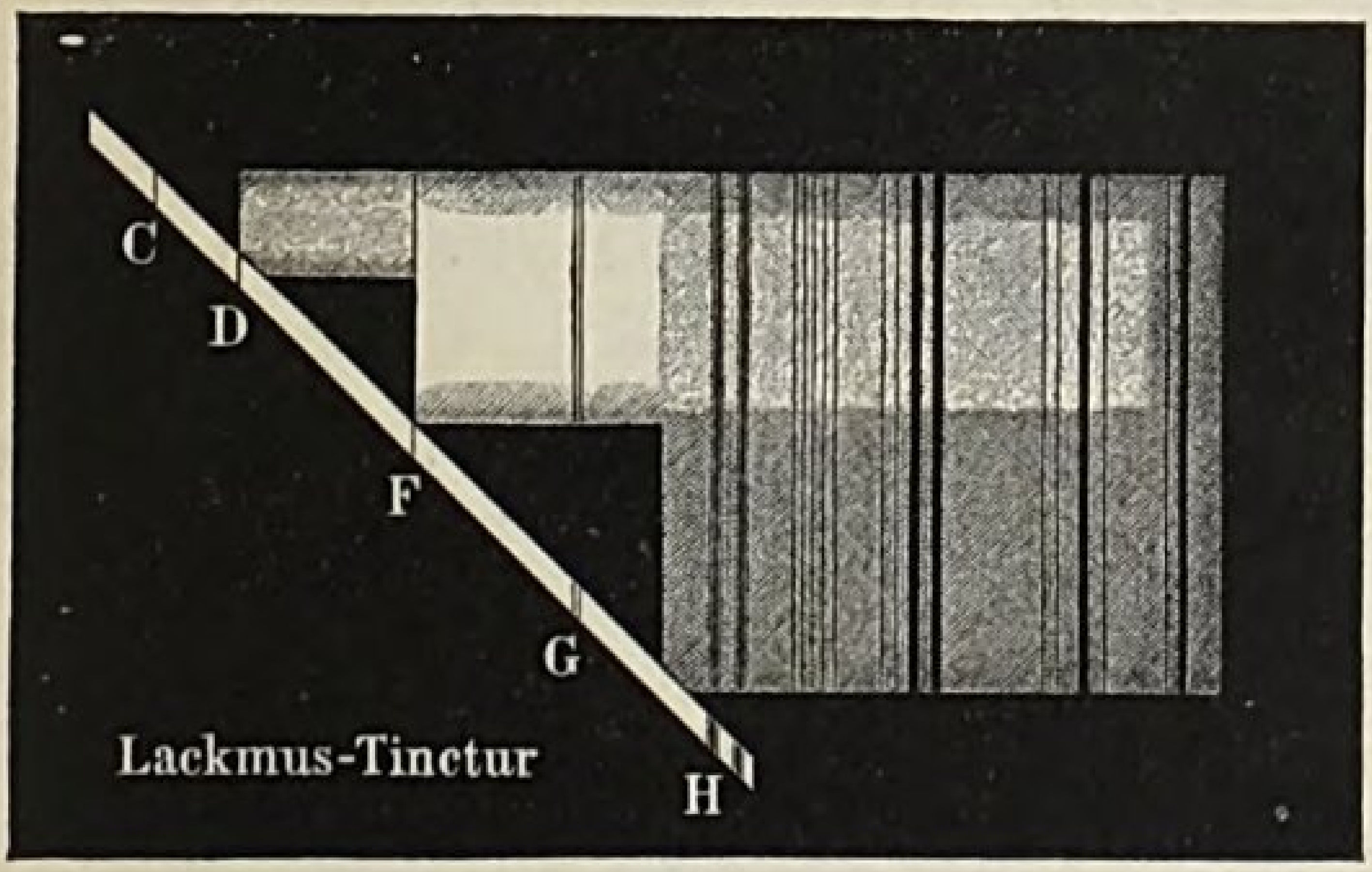
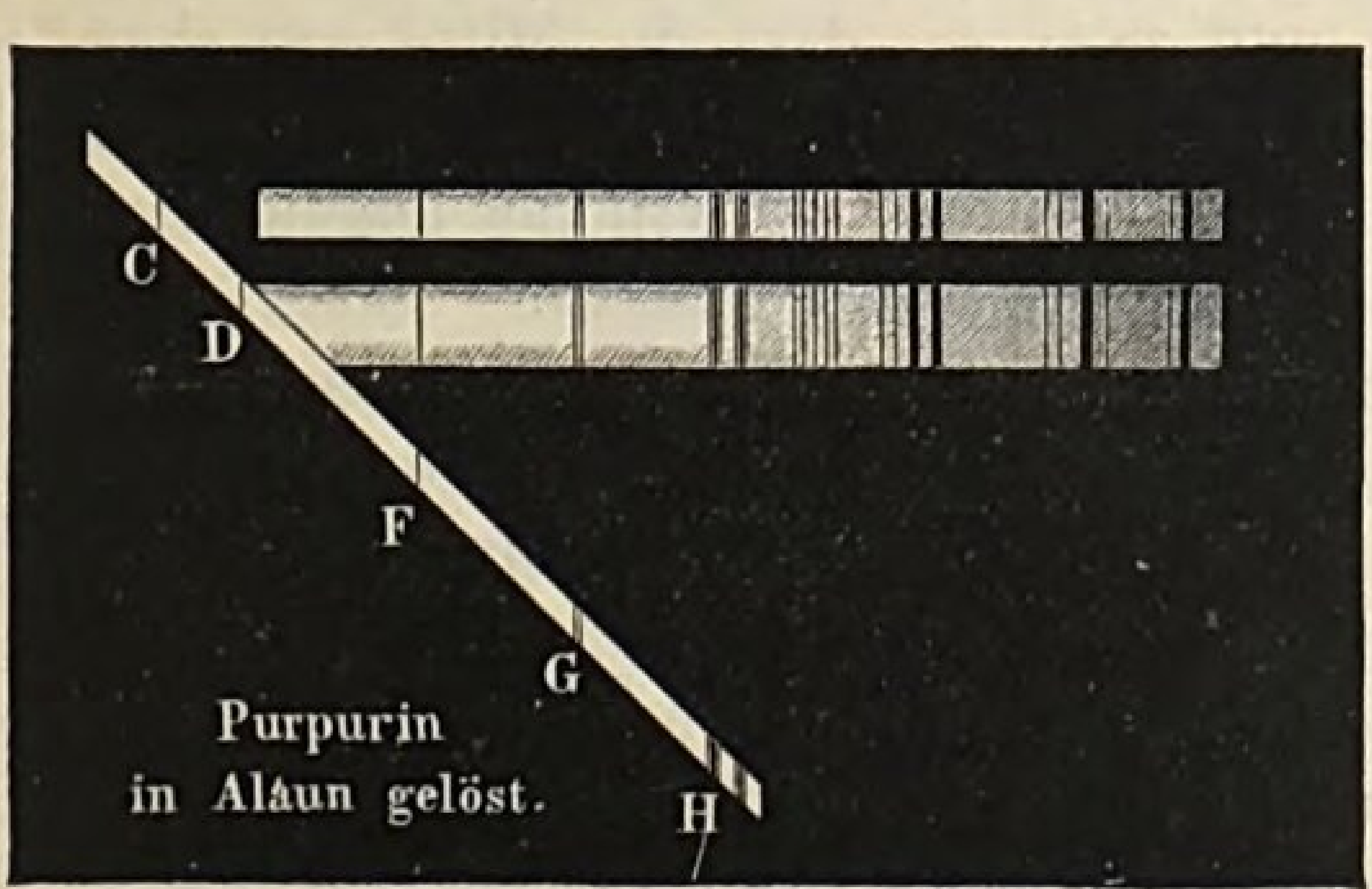


Fig. 249.

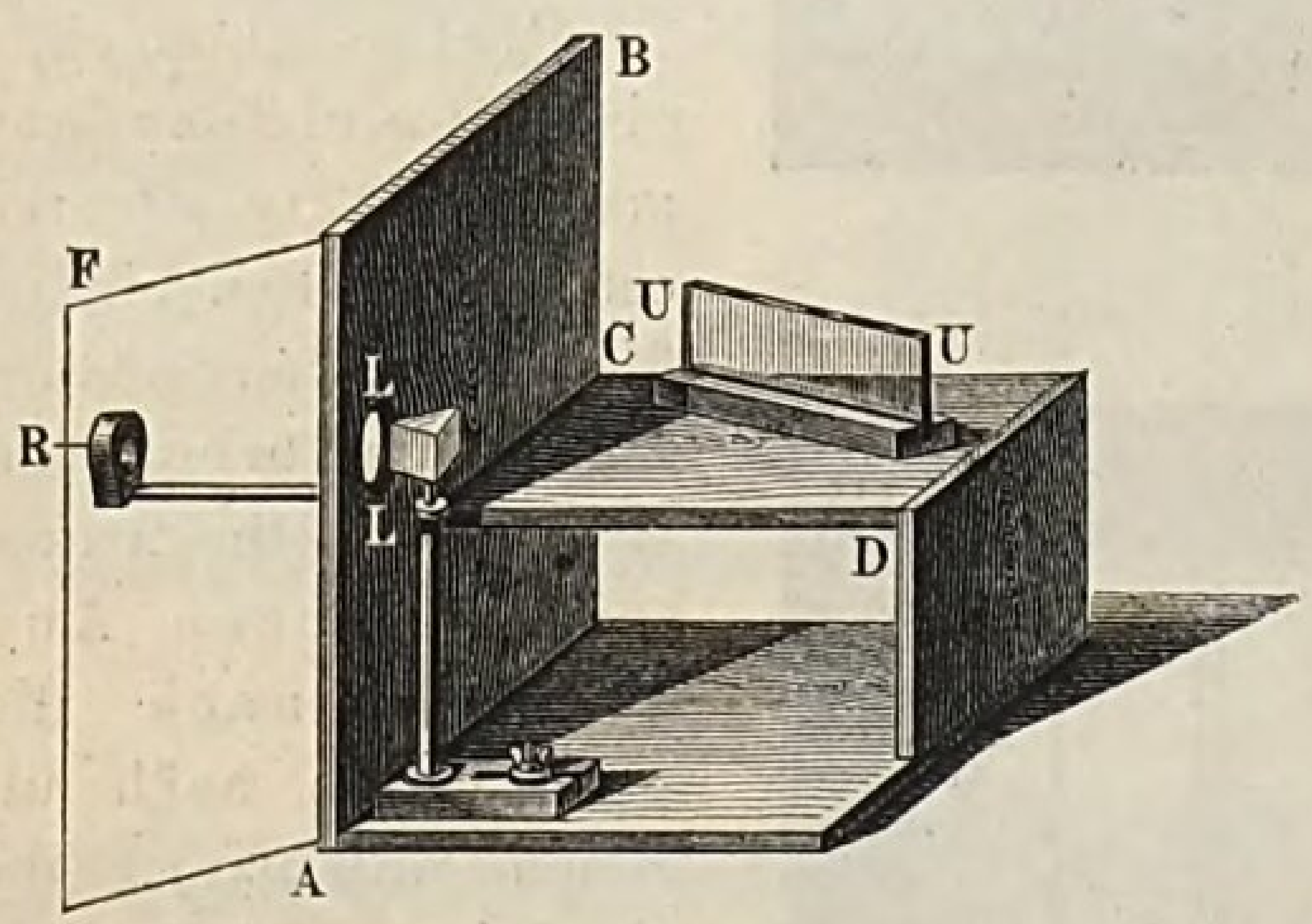


Pierre unterschied einfache und zusammengesetzte Fluorescenz. Bei den einfach fluorescirenden Substanzen ist die Färbung des Fluorescenzspectrums seiner ganzen Ausdehnung nach dieselbe (wenn auch ungleich intensiv), das abgeleitete secundäre Spectrum zeigt also auch überall die gleiche Zusammensetzung, wie dies z. B. für Aesculin, für Chlorophyll, für Uranglas und für eine Lösung von Purpurin in Alaun der Fall ist. Wenn man es aber mit einer zusammengesetzten Fluorescenz zu thun hat, so zeigt das Fluorescenzspectrum an verschiedenen Stellen verschiedene Färbung und das abgeleitete secundäre Spectrum zeigt dann auch für verschiedene Stellen verschiedene Zusammensetzung, wie dies z. B. bei der Lackmustinctur der Fall ist.

148 **Das Fluorescenzspectrum des elektrischen Lichtes.** Mit Hülfe der Fluorescenz hat Stokes nachgewiesen, dass der ultraviolette Theil des Fluorescenzspectrums für das elektrische Licht noch weit ausgedehnter ist als für Sonnenlicht, dass also das elektrische Licht noch viele Strahlen enthält, welche noch weit brechbarer sind, als die brechbarsten Strahlen der Sonne.

Um wenigstens die bedeutende Länge des Spectrums des elektrischen Lichtes zu zeigen, kann man nach J. Müller nachstehenden, in Fig. 250 in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse dargestellten Apparat benutzen. In dem verticalen Brett AB ist ein rundes Loch eingeschnitten, welches zur Aufnahme der Quarzlinse dient; dieselbe ist zu 11 cm Brennweite angenommen; für grössere Brennweite der Linse müsste auch der ganze Apparat entsprechend vergrössert werden. Dicht hinter der Quarzlinse ist ein Quarzprisma von 60° aufgestellt, und zwar so, wie es ungefähr dem Minimum der Ablenkung entspricht.

Fig. 250.



Auf der äusseren Seite des Brettes AB ist, rechtwinklig auf seiner Ebene stehend, ein starker Streifen von Eisenblech befestigt, dessen freies Ende den Holzring R trägt. Der Mittelpunkt des Ringes R und des Loches L befindet sich in gleicher Höhe. Als Lichtquelle wird der zwischen zwei Metallspitzen, die 1 bis 2 mm von einander abstehen, überspringende Funken des später näher zu besprechenden Ruhmkorff'schen Apparates benutzt. Diese Spitzen werden dicht an die äussere Fläche des Ringes R herangeschoben, und zwar so, dass die Mitte zwischen den Spitzen in gleicher Höhe mit dem Mittelpunkte des Ringes R liegt. Die Dimensionen müssen so gewählt sein, dass der Funken ungefähr um die doppelte Brennweite der Linse von derselben absteht.

Um das Spectrum aufzufangen, dient die Uranglasplatte UU, welche, in einen Holzfuss eingelassen, auf dem horizontalen Brett CD steht, von welchem man sie so lange verschieben kann, bis das Spectrum möglichst scharf erscheint.

Um das blendende Licht des Funkens von dem Auge des Beobachters abzuhalten, ist ein Schirm AF von Schwarzblech (in unserer Figur nur durch die Grenzlinien angedeutet) angebracht, welcher an die Aussenseite des Brettes AB angeschraubt ist.

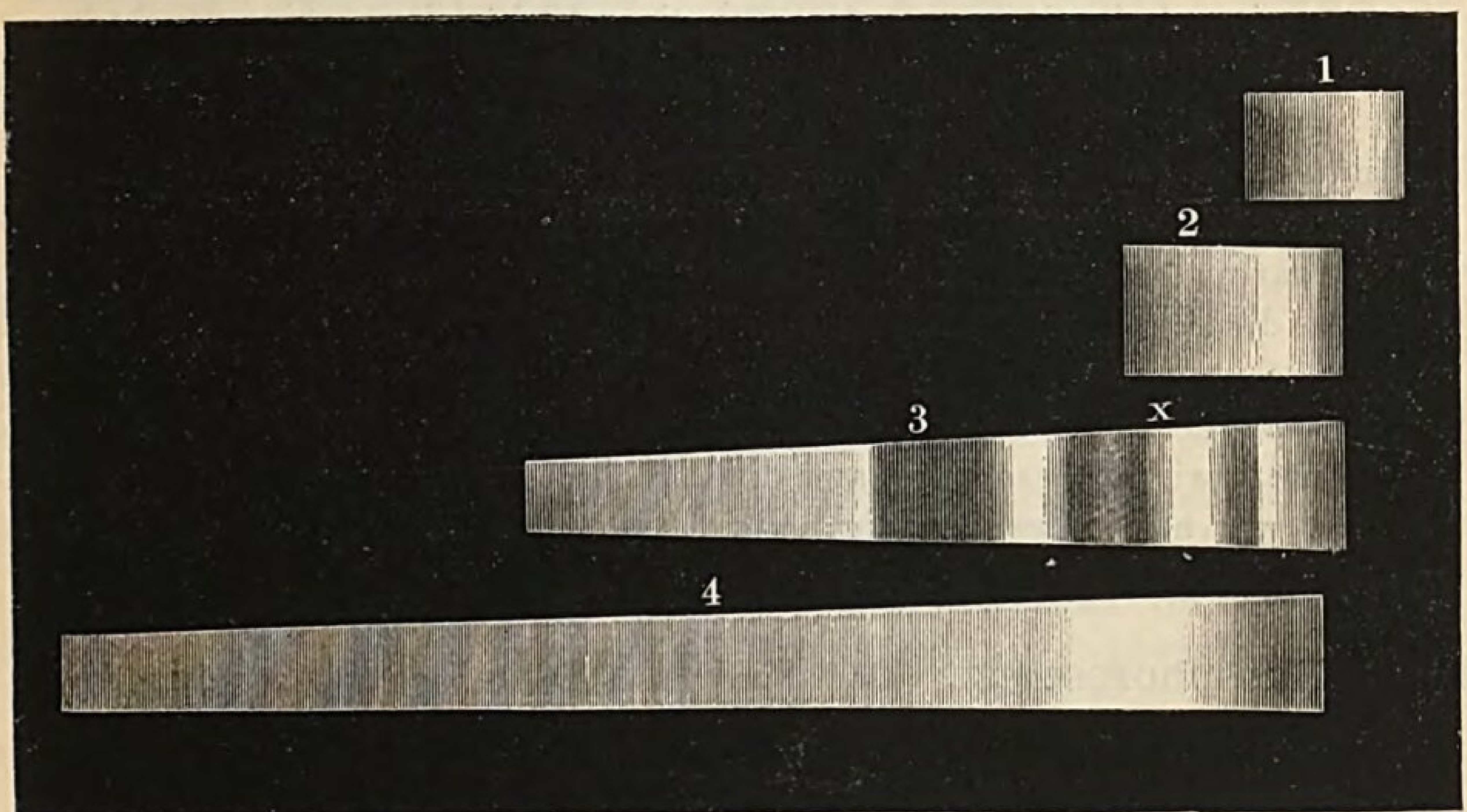
Wenn der Funken zwischen Zinkspitzen überschlägt, wird das bei Nr. 3 (Fig. 251) in seiner wahren Länge abgebildete Spectrum beob-

achtet, welches, wie alle auf dem Uranglas aufgefangenen, seiner ganzen Ausdehnung nach grün erscheint. Um die Ausdehnung des ohne Fluorescenz sichtbaren Spectrums zu ermitteln, wird die Glasplatte an der Stelle, wo die obere Hälfte des Fluorescenzspectrums hinfällt, durch Papier bedeckt, und nun zeigt das Spectrum vom Roth bis zum Violett die in Nr. 1 dargestellte Ausdehnung.

Das Fluorescenzspectrum des zwischen Zinkspitzen überschlagenden Funkens ist also fast sechsmal so lang, als das ohne Fluorescenz sichtbare Spectrum.

Noch grösser wird die Länge des Fluorescenzspectrums, wenn die Zinkspitzen durch Aluminiumspitzen ersetzt werden. Es hat dann die in Nr. 4 dargestellte Ausdehnung.

Fig. 251.



Um das Spectrum des elektrischen Lichtes mit dem des Sonnenlichtes zu vergleichen, wird in den Holzring *R* eine gegen $^1/_2$ mm breite Spalte eingesetzt und auf diese ein Bündel Sonnenstrahlen geleitet, welches von dem Metallspiegel eines Silbermann'schen Heliostaten reflectirt wird. Auf dem Uranglase zeigt sich nun der seiner ganzen Ausdehnung nach grüne Spectralstreifen Nr. 2.

Eine Vergleichung von Nr. 2 mit Nr. 3 und Nr. 4 zeigt, wie das Fluorescenzspectrum des elektrischen Lichtes bedeutend ausgedehnter ist, als das des Sonnenlichtes.

Eine annähernd genaue Bestimmung J. Müller's ergab für die brechbarsten Strahlen des Aluminiumlichtes als Minimum der Ablenkung 64°. Das Quarzprisma, welches im Fall der kleinsten Ablenkung in der Richtung der optischen Axe durchlaufen wurde, hatte einen brechenden

Winkel von 60°. Danach ergiebt sich für die äussersten ultravioletten Strahlen des elektrischen Lichtes der Brechungsquotient 1,766.

Als der Funken zwischen Zinkspitzen überschlug, wurde eine Platte des reinsten Spiegelglases zwischen den Ring *R* und die Quarzlinie gehalten. Augenblicklich verschwand der brechbarere Theil des Spectrums von der mit *x* bezeichneten Stelle an, ein Beweis, wie stark das Glas die stärker brechbaren Strahlen absorbirt.

Die stark fluorescirende Wirkung des Lichtes der elektrischen Entladung in verdünnten Gasen hat Dr. Geissler zur Herstellung einer Anzahl von Apparaten benutzt, mit welchen man prachtvolle Fluorescenzerscheinungen hervorrufen kann. Dieselben bestehen aus verschieden geformten, allerlei Figuren oder Namenszüge bildenden Geissler'schen Röhren, welche entweder mit fluorescirenden Glassorten oder eben solchen Flüssigkeiten umgeben sind. Beim Hindurchleiten des Funkenstroms eines Inductionsapparates oder einer Elektrisirmaschine leuchten diese Apparate in überraschend schönem Lichte.

Dr. Geissler's Nachfolger (Müller in Bonn) fertigt auch mit verdünnter Luft gefüllte fluorescirende Glasröhren, welche dadurch zum Leuchten kommen, dass man sie von aussen mit Seide reibt, oder dass man darin eingeschlossenes Quecksilber schüttelt. In beiden Fällen bringt die Reibung elektrische Entladungen hervor, deren Licht die Fluorescenz hervorruft.

Bezüglich der theoretischen Erklärung der Fluorescenzerscheinungen verweisen wir insbesondere auf die Arbeiten von Lommel[1]), deren Inhalt wir hier wegen beschränkten Raumes leider nicht aufnehmen können.

149 **Phosphorescenz.** Der Name dieser Erscheinung stammt ursprünglich vom Phosphor, welcher selbst seinen Namen, auf deutsch Lichtträger, von der Eigenschaft erhalten hat, im Dunkeln zu leuchten, wenn er mit Luft in Berührung kommt und vom Sauerstoff derselben allmählich oxydirt wird. Von da hat man dann den Ausdruck Phosphorescenz auf alle Fälle übertragen, wo Körper leuchten, ohne zu glühen oder zu brennen.

Nach der im §. 142 mitgetheilten Terminologie von E. Wiedemann ist jedoch gerade das Leuchten des Phosphors nicht als Phosphorescenz, sondern als Chemiluminescenz zu bezeichnen. Dasselbe ist beim Leuchten des faulen Holzes, faulender Fische, der Johanniswürmchen und zahlreicher leuchtender Seethiere der Fall, wo überall chemische Processe die Ursache des Leuchtens sein dürften.

Nach E. Wiedemann wären sogar solche Fälle von der Phosphorescenz auszuschliessen und der Chemiluminescenz zuzurechnen, bei welchen durch die Bestrahlung mit Licht eine chemische Veränderung

[1]) Sitzungsber. d. phys.-med. Societät zu Erlangen 1877; Pogg. Ann., Bd. 143.

vor sich geht, deren gleichzeitige und insbesondere nachfolgende Rückbildung dann das Leuchten verursacht. Dies ist nach E. Wiedemann z. B. bei der Balmain'schen Leuchtfarbe der Fall.

Wir wollen aber hier unter Phosphorescenz alle jene Fälle zusammenfassen, bei welchen Körper durch Belichtung veranlasst werden, auch noch nach dem Aufhören der Belichtung Licht auszusenden.

Die ausgedehntesten Untersuchungen über Phosphorescenz verdanken wir E. Becquerel [1]).

Die einfachste Art, die Phosphorescenz durch Insolation zu beobachten, besteht darin, dass man den zu beobachtenden Körper, nachdem er eine Zeit lang den Sonnenstrahlen ausgesetzt war, so rasch als möglich in einen verfinsterten Raum bringt. Um das Auge selbst für ganz schwache Grade der Phosphorescenz empfänglich zu machen, muss man längere Zeit in einem vollkommen verfinsterten Zimmer verweilen und die Augen schliessen, während eine zweite Person den zu insolirenden Körper durch eine (gleich nach dem Hereinziehen wieder zu schliessende) Oeffnung im Laden des dunklen Zimmers hinaushält.

Unter den in der Natur vorkommenden Körpern, welche durch Insolation leuchtend werden, sind vor allen die auch durch Erwärmung leuchtend werdenden Varietäten von Diamant und Flussspath zu nennen. Eine mit schön grünem Lichte phosphorescirende Varietät von Flussspath ist unter dem Namen Chlorophan bekannt.

Keiner der durch Insolation phosphorescirenden Körper zeigt aber die Erscheinung schöner, als die sogenannten künstlichen Leuchtsteine, deren Bereitung Becquerel in der erwähnten Abhandlung ausführlich bespricht. Diese künstlichen Leuchtsteine sind Verbindungen von Schwefel mit dem metallischen Bestandtheil einer der drei alkalischen Erden, also Schwefelcalcium, Schwefelstrontium oder Schwefelbaryum.

Diese Verbindungen müssen, wenn sie phosphorescirend sein sollen, auf trockenem Wege und unter dem Einfluss hoher Temperatur hergestellt sein. Man kann zu ihrer Darstellung drei verschiedene Methoden anwenden:

1) Die kaustische Erde oder ihr kohlensaures Salz wird mit Schwefel gemengt in einem Tiegel geglüht. Hierher gehört Canton's Leuchtstein, welcher durch Glühen von Austerschalen mit Schwefel erhalten wird.

2) Der Schwefel kann bei dieser Operation durch eine Schwefelverbindung, etwa durch Schwefelantimon oder Realgar, ersetzt werden; so erhält man den Osann'schen Leuchtstein durch Glühen von Austerschalen mit Realgar.

3) Erhält man den Leuchtstein durch Reduction der schwefelsauren Erde, also des Gypses, des Baryum- oder des Strontiumsulphats,

[1]) Annales de chimie et de physique (3. Série, T. LV u. LVII).

mittelst Kohle. In diese Kategorie gehört der aus Schwerspath dargestellte Bologneser Leuchtstein.

Um gute Leuchtsteine von Schwefelcalcium darzustellen, muss die Masse ungefähr $^1/_2$ Stunde lang einer Temperatur von 800 bis 900° C. ausgesetzt werden. Die Baryumphosphore bedürfen einer noch höheren Temperatur, während für die Strontianphosphore eine weit niedrigere Temperatur genügt.

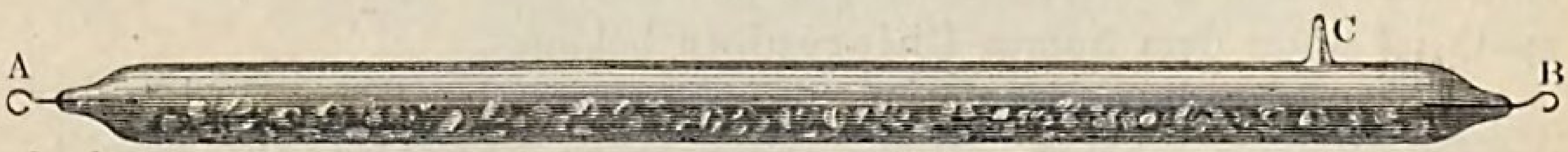
Die Farbe, mit welcher die künstlichen Phosphore leuchten, hängt von der Bereitungsweise ab.

So strahlt z. B. der Bologneser Leuchtstein (Schwerspath mit Kohle geglüht) ein orangefarbenes Licht aus, während man einen grünlich leuchtenden Phosphor erhält, wenn man gefällte schwefelsaure Baryterde mit Kohle glüht.

Wenn man Aetzkalk mit Schwefel glüht, so erhält man einen rothgelb strahlenden Phosphor, wenn der Aetzkalk von isländischem Kalkspath, einen grün leuchtenden, wenn er vom Arragonit stammt.

Wenn man Aetzkalk, welcher aus Arragonit erhalten worden ist, in Salpetersäure löst, aus der Lösung mittelst kohlensauren Ammoniaks kohlensauren Kalk fällt und diesen dann mit Schwefel glüht, so erhält

Fig. 252.



man einen sehr schön grün leuchtenden Phosphor; wenn man dagegen die Lösung des salpetersauren Kalkes dadurch herstellt, dass man die Salpetersäure direct auf den Arragonit einwirken lässt, im Uebrigen aber ganz auf die eben angegebene Weise verfährt, so erhält man einen rothgelb oder violett leuchtenden Phosphor.

Durch Einwirkung von Schwefel auf kaustische Strontianerde erhält man einen gelb leuchtenden Phosphor, wenn die Temperatur, welcher das Gemenge ausgesetzt war, unter 500° C. geblieben, dagegen einen violett leuchtenden, wenn sie über 500° C. gestiegen war.

Die Reduction des schwefelsauren Strontians durch Kohle liefert einen blau leuchtenden Phosphor; ebenso die Einwirkung des Schwefels auf kohlensaures Strontian.

Auf die gehörige Weise bereitet, sind die eben genannten Substanzen so stark phosphorescirend, dass sie im Dunkeln herrlich leuchten, wenn sie auch nur kurze Zeit dem diffusen Tageslicht, selbst bei bedecktem Himmel, ausgesetzt waren. In feuchter Luft verlieren sie aber allmählich ihre phosphorescirende Eigenschaft, weshalb man sie alsbald nach ihrer Präparation in Glasröhren einschmelzen muss.

Dr. Geissler's Nachfolger (Fr. Müller in Bonn) liefert in einem Etui vereinigt eine Sammlung solcher in verschiedenen Farben leuch-

tender künstlicher Leuchtsteine, welche in flache Glasröhren eingeschlossen sind.

Um die durch elektrisches Licht hervorgebrachten Phänomene der Phosphorescenz zu studiren, verdünnte Becquerel die Luft in einer 2 bis 3 cm weiten, 40 bis 50 cm langen Glasröhre, in der sich die phosphorescirenden Substanzen befanden. An den Enden der Röhre sind die Platindrähte A und B, Fig. 252, eingeschmolzen. Das ausgezogene Röhrchen C dient dazu, die Röhre mittelst einer Luftpumpe zu evacuiren und alsdann zuzuschmelzen. Lässt man im Dunkeln durch den luftleeren Raum der horizontal gehaltenen Röhre den Entladungsfunken einer Leydener Flasche, oder den continuirlichen Funkenstrom der Elektrisirmaschine, oder endlich den Funkenstrom des Ruhmkorff'schen Inductionsapparates hindurchgehen, so leuchtet die eingeschmolzene Substanz noch eine Zeit lang nach dem Aufhören der elektrischen Entladung.

Die Farbe, welche die künstlichen Phosphore ausstrahlen, ändert sich mit der Temperatur, welche sie während der Insolation besitzen. Am auffallendsten zeigt sich dies beim Schwefelstrontium, welches durch Einwirkung des Schwefels auf Strontianerde bei einer über 500 bis 600° C. gehenden Temperatur dargestellt wurde. Das ausgestrahlte Licht ist bei gewöhnlicher Temperatur violett, es wird dunkelviolett bei — 20°, hellblau bei + 40°, bläulichgrün bei + 70°, grünlichgelb bei 100° und rothgelb von schwacher Leuchtkraft bei 200° C.

Dauer der Phosphorescenz. Zwischen der Intensität der Phosphorescenz und ihrer Dauer war keine einfache Beziehung aufzufinden. Der insolirte Arragonit strahlt im Dunkeln ein lebhaft grünes Licht aus, welches aber schon nach 20 Secunden vollständig erloschen ist, während die schwächere Phosphorescenz des Chlorophans oft nach einer Stunde noch wahrnehmbar ist. 150

Die Phosphorescenz der insolirten künstlichen Leuchtsteine ist selbst nach einigen Stunden noch wahrnehmbar.

Die meisten Mineralien und Salze zeigen die Erscheinung der Phosphorescenz nur wenige Secunden, höchstens einige Minuten nach dem Aufhören der Insolation, und selbst während dieser kurzen Zeit bei der gewöhnlichen Beobachtungsweise nur so schwach, dass sie nur wahrgenommen werden kann, wenn man mindestens $^1/_4$ Stunde im Dunkeln zugebracht und dadurch die Netzhaut zur Wahrnehmung der schwächsten Lichteindrücke fähig gemacht hat.

Um die Erscheinungen der Phosphorescenz auch an solchen Körpern beobachten zu können, bei welchen dieselbe in sehr kurzer Zeit verschwindet, hat Becquerel einen sinnreichen Apparat construirt, welchen er Phosphoroskop nannte, und dessen Zweck der ist, die Zeit, welche zwischen den Momenten der Insolation und der Beobachtung vergeht, bis auf Bruchtheile einer Secunde abzukürzen.

Fig. 253 stellt Becquerel's Phosphoroskop dar, wie es von Duboscq ausgeführt wurde. A ist eine cylindrische Büchse von geschwärztem Messingblech. In der vorderen ebenen Grenzfläche der Büchse befindet sich die Oeffnung C, welche die Form eines Kreisausschnittes hat. Eine ganz gleiche Oeffnung befindet sich auf der Rückwand der Büchse, der Oeffnung C gerade gegenüber. Durch die Mitte der Büchse geht eine drehbare Axe, auf welche zwei kreisförmige Scheiben RR und TT, Fig. 254, von geschwärztem Messingblech befestigt sind, die sich im Inneren der Büchse um jene Axe drehen lassen. Jede dieser Scheiben

Fig. 253.

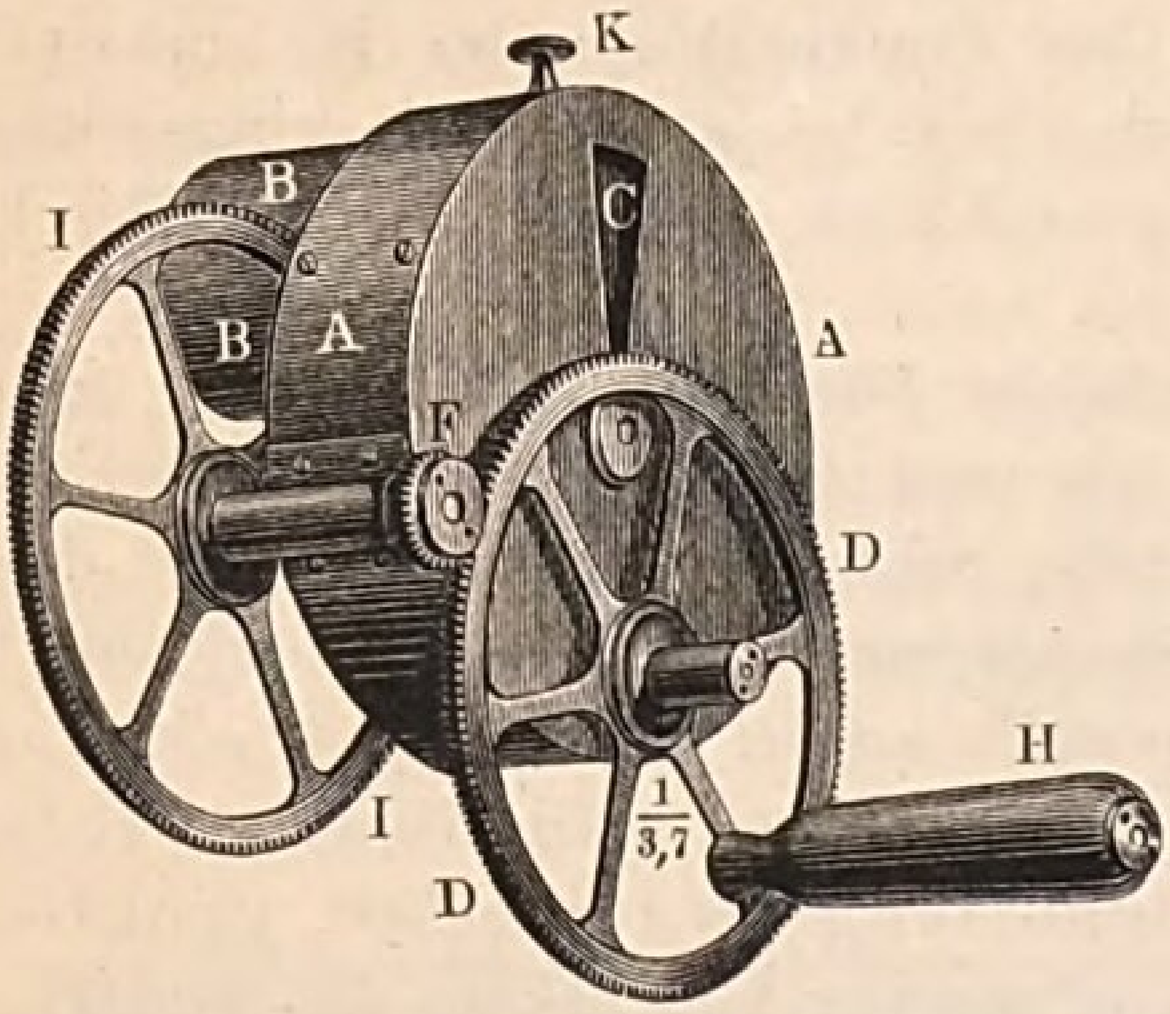
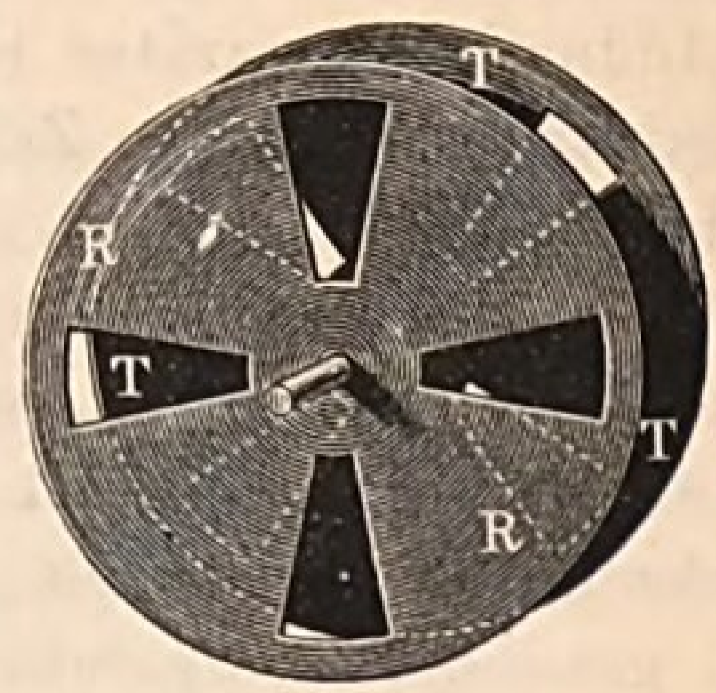


Fig. 254.



hat vier Oeffnungen von der Form der Oeffnung C in der vorderen Platte der Büchse; die Oeffnungen der beiden Scheiben sind aber alternirend gestellt, so dass jede Oeffnung der einen Scheibe einer vollen Partie der anderen entspricht.

Die Umdrehung des Scheibenpaares wird durch Zahnräder in folgender Weise vermittelt. Das durch den Handgriff H in Bewegung zu setzende Zahnrad D greift in den Trieb F ein, an dessen Axe ein zweites Zahnrad I befestigt ist. Das Zahnrad I greift aber in einen zweiten Trieb ein, welcher auf der Rückseite der Büchse auf der centralen Axe sitzt, auf welcher die beiden im Inneren der Büchse rotirenden Scheiben R und T befestigt sind. Jede Umdrehung des Rades D bewirkt 25 Umdrehungen der Scheiben R und T um ihre Axe [1]).

Fig. 255.

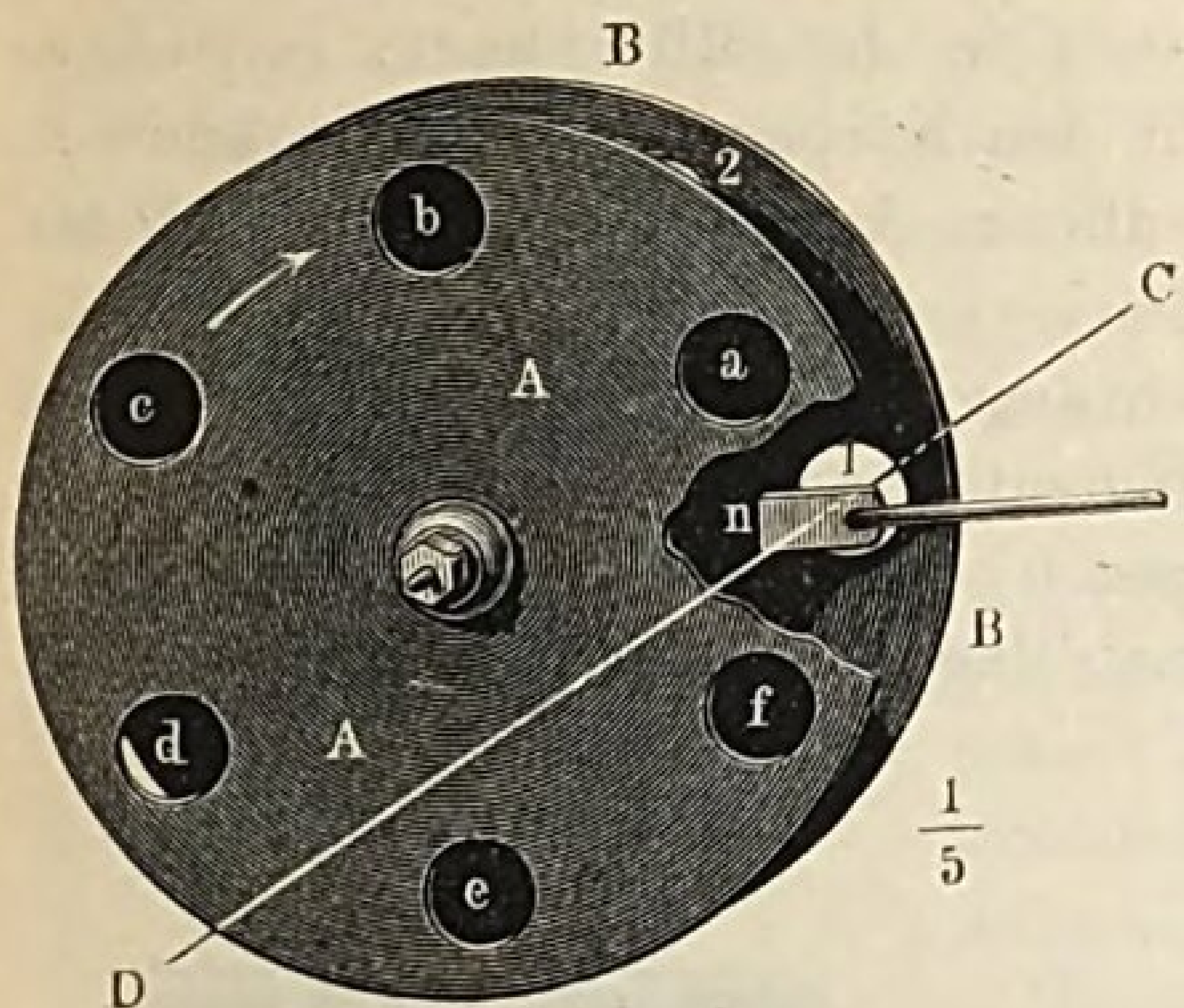


Um einen Körper im Phosphoroskop zu untersuchen, wird derselbe mit etwas Wachs in dem Rähmchen Fig. 255 befestigt, und dasselbe mittelst des Knopfes K von oben her in die Büchse A eingesetzt, so dass sich das Rähmchen sammt dem darauf befestigten, auf seine Phosphorescenz zu prüfenden Körper zwischen den rotirenden Scheiben befindet.

[1]) Ein sehr geeignetes Phosphoroskop mit Triebwerk hat E. Wiedemann angegeben, Wiedem. Ann., Bd. XXXIV, S. 452.

Das ganze Instrument wird endlich mittelst des auf der Rückwand der Büchse aufgeschraubten Rohres *B* auf diejenige Röhre (etwa die Beleuchtungsröhre eines Sonnenmikroskops) aufgeschoben, durch welche die Sonnenstrahlen in das dunkle Zimmer eintreten.

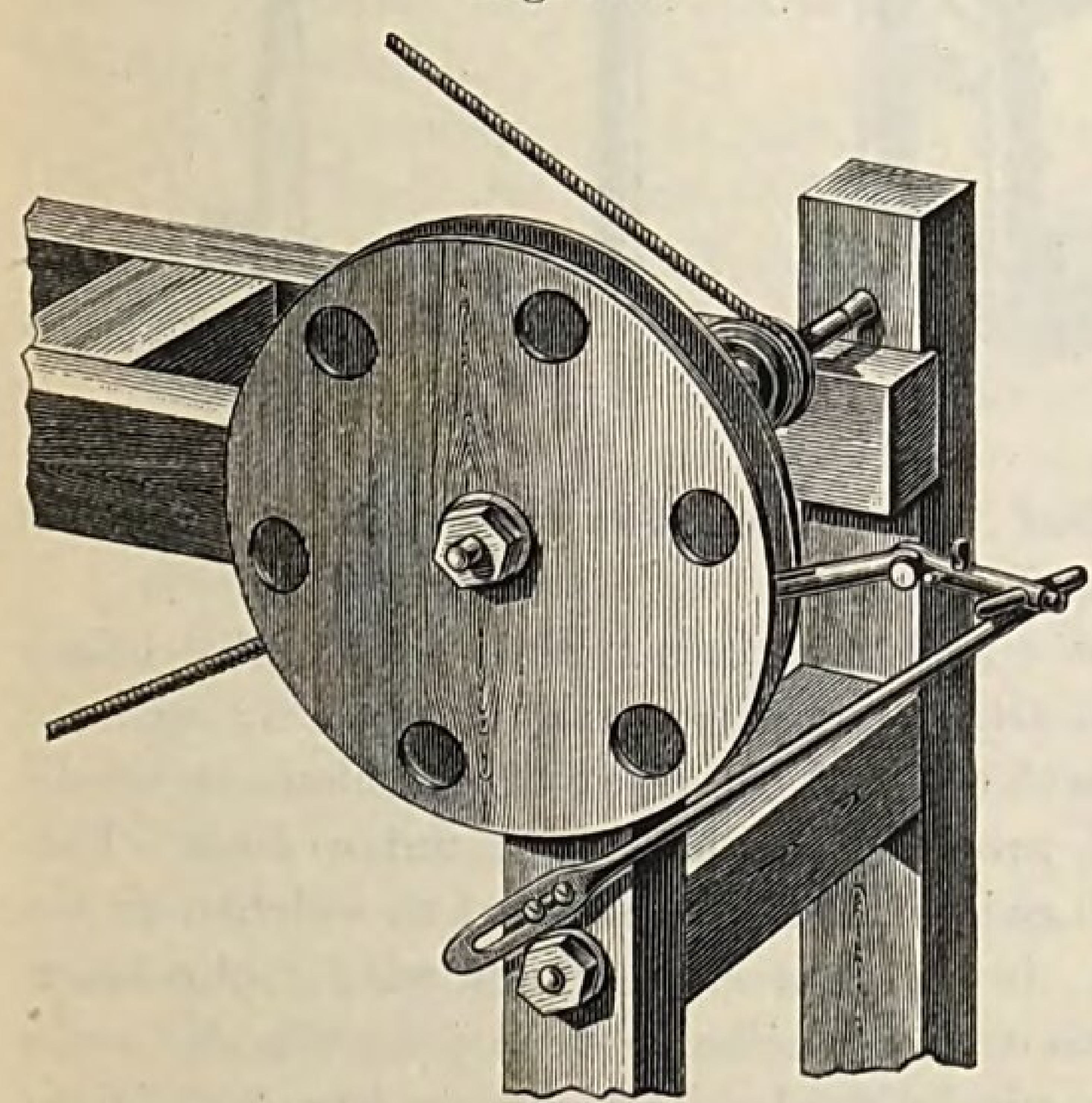
Fig. 256.



Da sich nun aber in jedem physikalischen Cabinet eine Vorrichtung befindet, um eine Axe rasch in Rotation zu versetzen, so kann man dieselbe zur Construction des Phosphoroskops benutzen, und dadurch das etwas theure Räderwerk entbehrlich machen, indem man den Apparat in folgender Weise construirt:

Fig. 256 zeigt zwei Scheiben *A* und *B*, welche, wie beim Becquerel'schen Phosphoroskop, auf einer und derselben Axe in unveränderlicher gegenseitiger Stellung ungefähr 2,5 cm von einander stehend befestigt sind. Jede dieser Scheiben ist gegen den Rand hin mit sechs gleich weit von einander abstehenden Löchern versehen, und die Scheiben von starkem Metallblech oder auch von Pappe sind so gegen einander gestellt, dass ein von dem Mittelpunkte eines Loches der Scheibe *A* auf die Ebene der anderen Scheibe gefälltes Perpendikel die Scheibe *B* in einem Punkte trifft, welcher in der Mitte zwischen zwei auf einander folgenden Löchern liegt.

Fig. 257.



Die Fig. 257 und 258 in grösserem Maassstabe zeigen, wie dieses Scheibenpaar auf einer einfachen Rotationsvorrichtung angebracht ist (auch die Schwungmaschine liesse sich dazu verwenden).

Diese Vorrichtung wird nun so aufgestellt, dass die Rotationsaxe des Scheibenpaares parallel ist mit der Richtung *CD* (Fig. 256) der

durch die Oeffnung im Laden des dunklen Zimmers eintretenden Sonnenstrahlen, und dass dieses Strahlenbündel die Scheibe *A* an einer Stelle ihres Löcherkreises trifft. Ist nun das Scheibenpaar gerade so gestellt, wie Fig. 256 zeigt, so wird ein in der Richtung von *D* nach *C* sich fortpflanzendes Strahlenbündel die Scheibe *A* an einer Stelle treffen, welche zwischen den Löchern *a* und *f* in der Mitte liegt, in diesem Moment wird also kein Sonnenstrahl den Körper bei *n* treffen können, obgleich derselbe für ein bei *C* befindliches Auge durch das Loch 1 der Scheibe *B* sichtbar ist.

Werden die Scheiben in der Richtung des Pfeiles gedreht, so fallen in rasch auf einander folgenden Momenten Sonnenstrahlen durch die Oeffnungen *a*, *b*, *c* etc. auf den Körper *n*, welcher in diesen Momenten von *C* aus nicht gesehen werden kann; dagegen ist *n* in den Zwischen-

Fig. 258.

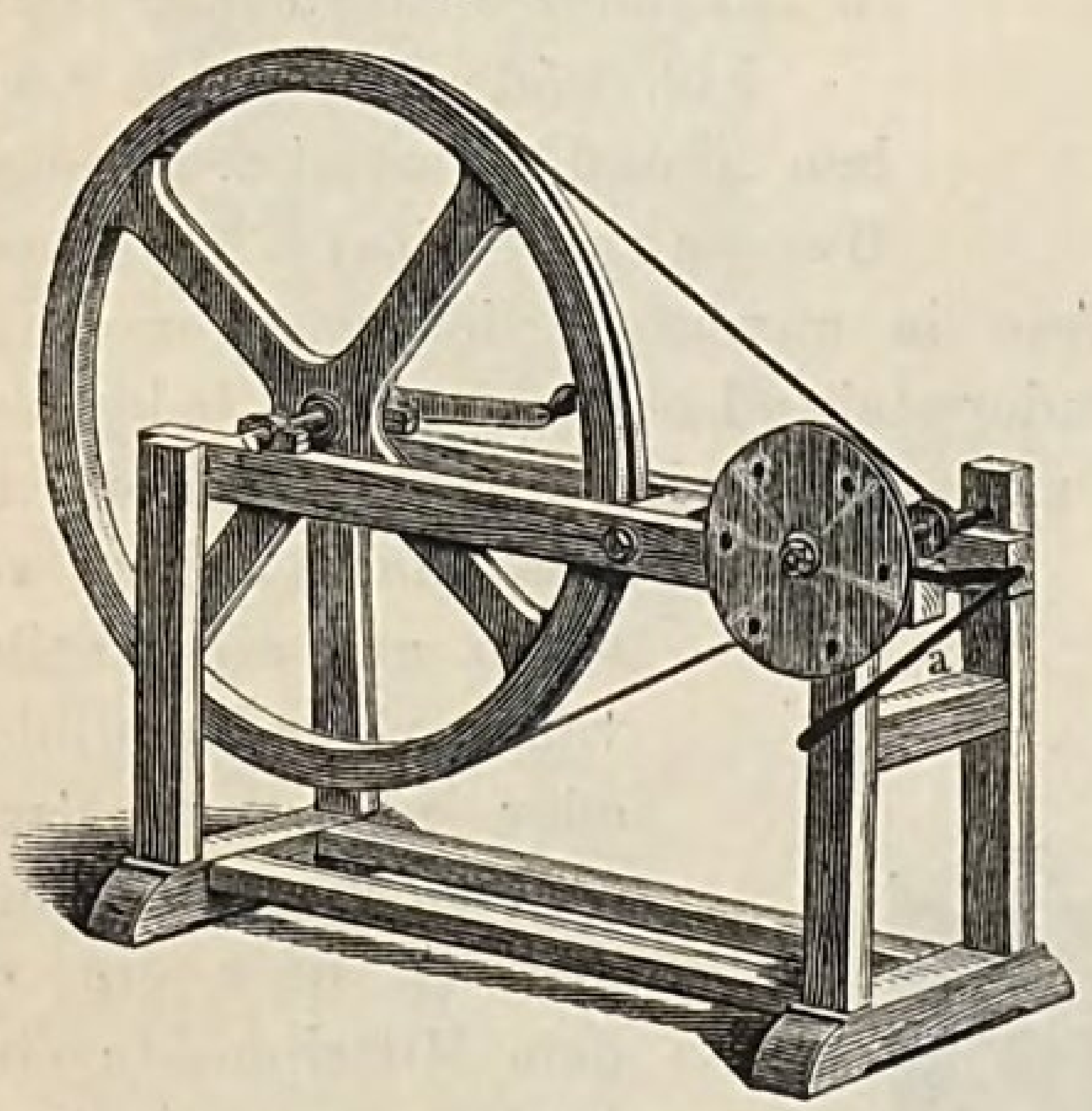
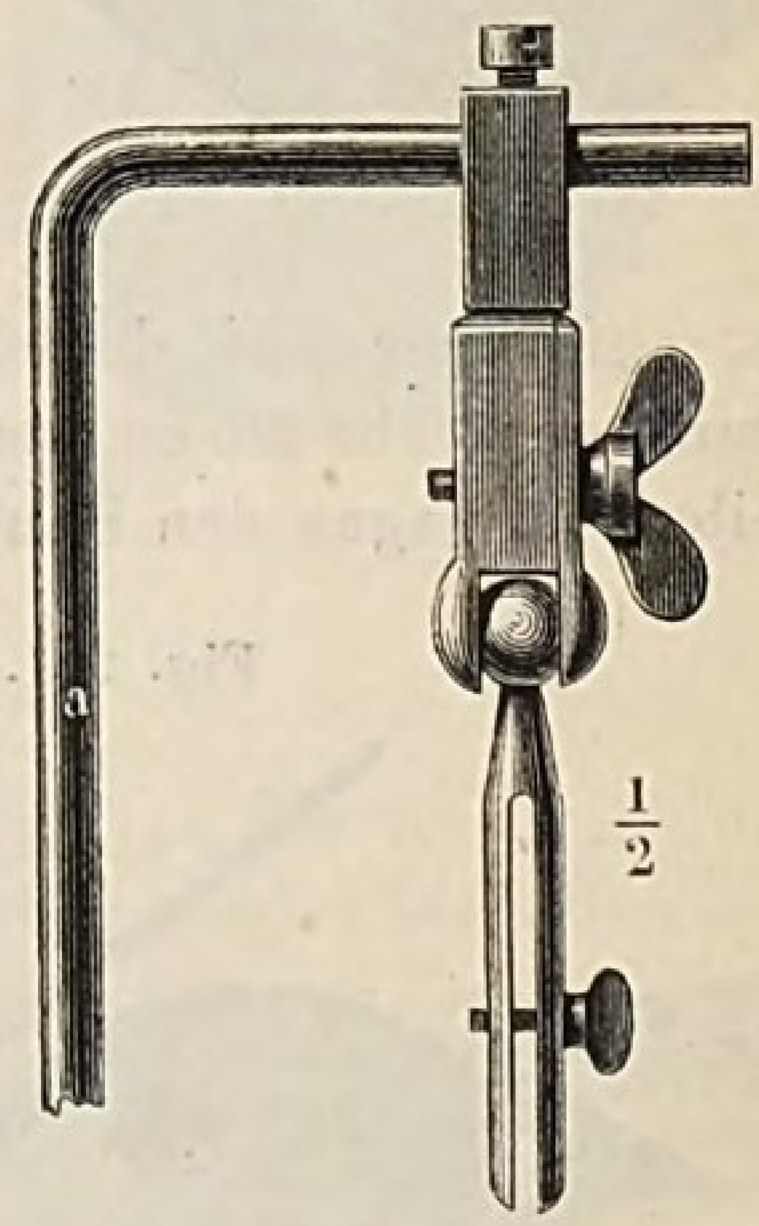


Fig. 259.



momenten von *C* aus sichtbar, in welchen dieser Körper gerade nicht von den Sonnenstrahlen getroffen wird.

Befindet sich nun in *n* ein durchscheinender oder durchsichtiger Körper, etwa ein Stückchen Glas, eine Platte Kalkspath etc., so sieht man ihn mit e i n e m e i g e n t h ü m l i c h e n L i c h t e strahlen, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit gross genug ist, denn unter diesen Umständen ist das Zeitintervall zwischen den Momenten, in welchen er bestrahlt, und den Momenten, in welchen er beschaut wird, sehr klein. Es beträgt $^1/_{12}$ der Umlaufszeit der Scheiben, wenn jede Scheibe sechs Löcher hat, und da man es mit Hülfe der Vorrichtung Fig. 253 leicht dahin bringen kann, dass die Scheiben 50 Umdrehungen in der Secunde machen, so vergeht für diesen Fall zwischen Insolation und Beobachtung nur eine Zeit von $^1/_{600}$ Secunde.

Fig. 259 stellt die Vorrichtung, mittelst deren die zu untersuchenden Körper zwischen den rotirenden Scheiben gehalten werden, in $^1/_3$

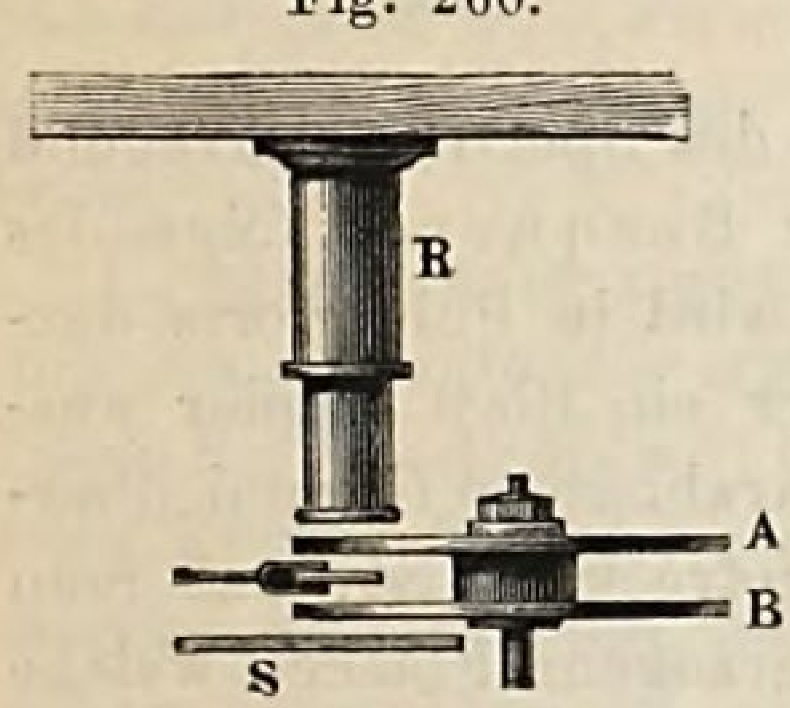
der natürlichen Grösse dar. Der Metallstab *a*, von welchem Fig. 259 nur das obere Ende zeigt, ist an das hölzerne Gestell angeschraubt, wie man Fig. 258 sieht.

Um möglichst gute Effecte zu erhalten, muss man das einfallende Bündel Sonnenstrahlen durch eine Linse auf den Körper *n* concentriren und alles störende Licht möglichst abhalten.

Bei dem Becquerel'schen Phosphoroskop ist dies dadurch erreicht, dass das rotirende Scheibenpaar in einer geschwärzten Büchse enthalten ist; bei der in Fig. 258 dargestellten Vorrichtung kann dieser Zweck durch folgende Anordnung erreicht werden.

In dem Laden des dunklen Zimmers ist das Beleuchtungsrohr *R*, Fig. 260, eines Sonnenmikroskops eingeschraubt und der Rotationsapparat so aufgestellt, dass das Scheibenpaar dicht vor der vorderen Linse des Beleuchtungsrohres rotirt. Vor den rotirenden Scheiben *A* und *B* wird aber noch ein beiderseits geschwärzter Schirm *S* aufgestellt, welcher nur eine einzige Oeffnung hat, deren Mittelpunkt in die Verlängerung des Rohres *R* fällt, und welche nur wenig grösser ist, als eines der Löcher in den rotirenden Scheiben. Durch diese Oeffnung im Schirm *S* schaut der Beobachter aus einer Entfernung von mehreren Schritten hindurch.

Fig. 260.



Im Phosphoroskop sieht man eine grosse Menge von Körpern leuchten, welche nach der gewöhnlichen Beobachtungsweise keine Spur von Phosphorescenz zeigen, weil eben bei ihnen die Dauer der Phosphorescenz nur eine sehr kurze ist.

Schon bei geringer Umdrehungsgeschwindigkeit sieht man den Kalkspath im Phosphoroskop mit orangefarbenem Lichte strahlen, während der Arragonit ein grünliches Licht giebt.

Glas, namentlich bleihaltiges Glas, leuchtet mit grünlichem Licht. Besonders schöne Effecte geben uranhaltige Substanzen, wie Uranglas und Krystalle von salpetersaurem Uranoxyd. Die letzteren werden im Phosphoroskop mit lebhaft grünem Lichte sichtbar, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit der Art ist, dass die Beschauung $^1/_{30}$ bis $^1/_{25}$ Secunde nach der Bestrahlung stattfindet, das Maximum des Effectes tritt aber ein, wenn dieses Intervall $^1/_{300}$ bis $^1/_{250}$ Secunde beträgt.

Thonerde in Gestalt von Korund, Saphir oder Rubin strahlt im Phosphoroskop mit einem sehr lebhaften und reinen rothen Lichte. Dieselbe Farbe zeigt Thonerde, welche vor dem Knallgasgebläse geschmolzen worden ist, sowie Thonerde, welche aus der Lösung eines Thonerdesalzes niedergeschlagen und längere Zeit bei hoher Temperatur calcinirt worden ist. Um das letztere Präparat in dem Phosphoroskop zu beobachten, befestigt man das Pulver auf ein Glimmerblatt.

Auch verschiedene thonerdehaltige Mineralien, wie Spinell, Disthen und in geringerem Grade Topas, leuchten im Phosphoroskop mit rothem Lichte.

151 **Farbe des erregenden und des ausgestrahlten Lichtes.** Vergleicht man die Farbe der Strahlen, welche die Phosphorescenz zu erregen im Stande sind, mit der Farbe derjenigen, welche der Körper im Dunkeln ausstrahlt, so findet man ähnliche Beziehungen, wie wir sie bei der Fluorescenz kennen lernten. Im Allgemeinen ist die Farbe des ausgestrahlten Lichtes verschieden von der des erregenden. Bei der Phosphorescenz wie bei der Fluorescenz sind vorzugsweise die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen die erregenden, während das Licht, mit welchem der phosphorescirende Körper im Dunkeln leuchtet, aus Strahlen von geringerer Brechbarkeit besteht.

Um genauer zu untersuchen, welche Theile des Spectrums erregend auf die künstlichen Phosphore wirken, wandte Becquerel folgendes Verfahren an: Die phosphorescirende Substanz wird in Pulverform dargestellt und mit Hülfe eines feinen Siebes über ein Blatt Papier ausgestreut, welches mit einer dünnen Schicht von arabischem Gummi überstrichen ist. Nachdem das Blatt vollständig getrocknet ist, hat man eine mit einer phosphorescirenden Substanz überzogene Fläche, welche man einem Spectrum aussetzen kann. Das Spectrum, mit welchem Becquerel experimentirte, war 5 bis 6 mm hoch, während sein sichtbarer Theil eine Länge von 4 bis 5 cm hatte.

Auf diese Weise ergeben sich unter anderen folgende interessante Resultate.

Ein roth und ein blau leuchtendes Schwefelstrontium, sowie ein gelb leuchtendes Schwefelbaryum wurden nur im ultravioletten Theile des Spectrums phosphorescirend. Der ganze sichtbare Theil des Spectrums wirkte nicht erregend auf diese Substanzen.

Ein grün leuchtendes Schwefelcalcium wurde phosphorescirend in dem Theile des Spectrums, welcher zwischen die Fraunhofer'schen Linien G und H fällt, und dann wieder im ultravioletten Theile des Spectrums durch die Partie, welche zwischen den dunklen Linien M und Q (siehe Tafel III) liegt. Die Partie zwischen H und M brachte fast keine erregende Wirkung hervor.

Besonders interessant ist aber die Beobachtung, dass ein Spectrum, welches auf der Oberfläche einer vorher zum schwachen Leuchten gebrachten phosphorescirenden Substanz, z. B. auf einem mit der käuflichen Balmain'schen Leuchtfarbe bestrichenen Schirm, entworfen wird, auf jenen Theilen, wo das Blau und Violett hinfällt, zu erhöhtem Leuchten anregt, während es an den übrigen Theilen das bereits vorhandene Phosphorescenzlicht mehr oder weniger auslöscht, nachdem es dasselbe vorübergehend stärker erregt hat.

Es entsteht daher auf dem leuchtenden Grunde eine „Phosphorographie" des Spectrums, welche an den von erregenden Strahlen getroffenen Stellen heller, an den von den auslöschenden Strahlen getroffenen Stellen dunkler erscheint, als der schwach leuchtende Grund.

Die im Spectrum enthaltenen Fraunhofer'schen Linien müssten dabei in dem Gebiete der erregenden Strahlen dunkel auf hellem Grunde, in dem übrigen Gebiete hell auf dunklem Grunde erscheinen. Sie sind aber direct nur sehr schwer sichtbar. Bedeckt man aber nach Draper das phosphorographische Spectrum mit einer lichtempfindlichen Trockenplatte (Bromsilbergelatine), so erhält man eine Photographie, auf welcher wenigstens die in das Auslöschungsgebiet fallenden Fraunhofer'schen Linien deutlich sichtbar erscheinen. Auf diese Weise hat L. Fromm auf Anregung E. Lommel's auch die in das Ultraroth bis zur Wellenlänge 950 $\mu\mu$ fallenden Fraunhofer'schen Linien zum Abdruck gebracht [1]).

Phosphorescenz und Fluorescenz sind sehr verwandte Erscheinungen, und man könnte die erstere als eine verlängerte Fluorescenz auffassen. Nach E. Wiedemann zeigen aber nur Flüssigkeiten Fluorescenz, nur feste Körper Phosphorescenz; fast alle Substanzen, welche Fluorescenz zeigen, zeigen dann im festen Zustande Phosphorescenz. Man bringt sie aus dem flüssigen in den festen Zustand, indem man ihre Lösungen mit Gelatine versetzt und dann eintrocknet. E. Wiedemann erklärt dieses Verhalten durch die Annahme, dass das schnelle Abklingen der Fluorescenz auf den Zusammenstössen der frei beweglichen Moleküle beruhe, während das Leuchten andauern wird, wenn man die freie Beweglichkeit derselben mehr und mehr beschränkt.

Umwandlung des Lichtes in chemische Energie, Photochemie. 152 Sowie durch chemische Vorgänge unter Verbrauch von chemischer Energie (Affinität) neben Wärme auch Licht hervorgebracht werden kann, so kann auch umgekehrt durch Verbrauch von Licht chemische Energie gewonnen werden. Dieselbe äussert sich insbesondere in dem Vermögen des absorbirten Lichtes, chemische Verbindungen zu zersetzen. Ausnahmsweise können aber durch das Licht auch chemische Verbindungsvorgänge eingeleitet werden; endlich bringt das Licht unter Umständen auch molekulare Umwandlungen hervor. Diese Wirkungen des Lichtes werden im Allgemeinen als photochemische oder aktinische Wirkungen bezeichnet. Diejenigen Lichtstrahlen, welche vorzugsweise solche Wirkungen hervorbringen, werden chemisch wirksame oder aktinische Strahlen genannt. Wenn auch im Allgemeinen die brechbareren, dem violetten Ende des Spectrums naheliegenden, sowie die ultravioletten Strahlen die chemisch wirksamsten

[1]) Lommel, Phosphorophotographie des ultrarothen Spectrums. Sitzungsberichte d. math.-physik. Classe d. k. bayr. Akad. d. Wissensch. XVIII, 397.

sind, so kommen doch auch den weniger brechbaren gelben und rothen, ja sogar auch den ultrarothen Strahlen aktinische Eigenschaften zu.

Als Beispiele der zersetzenden Wirkung des absorbirten Lichtes [1]) sind anzuführen:

Wasserstoffsuperoxyd zerfällt im Sonnenlichte, Chlorwasser zerfällt im Lichte in Sauerstoff und Chlorwasserstoff, ebenso Bromwasser. Jodstickstoff und Chlorstickstoff zerfallen im Lichte, letzteres nach Umständen unter Explosion. Salpetersäure zerfällt in Sauerstoff und Untersalpetersäure, und wird dadurch rothgelb gefärbt. Jodsalze werden ebenfalls durch Ausscheidung von Jod gelb gefärbt.

Ebenso zerfallen mehrere Oxydationsstufen des Chlors. Phosphorwasserstoff wird unter Ausscheidung von Phosphor zersetzt; Schwefelkohlenstoff färbt sich im Lichte unter Ausscheidung von Kohlensulfid dunkel.

Die Salze der Chromsäure sind für sich allein lichtbeständig, werden aber bei Gegenwart von organischen Substanzen reducirt. Eisenchlorid wird ebenfalls zu Chlorür reducirt, insbesondere in alkoholischer oder ätherischer Lösung oder bei Gegenwart anderer organischer Verbindungen, wie Oxalsäure, Weinsäure etc.

Auch die übrigen Eisensalze erfahren solche Zersetzungen, welche beim photographischen Processe benutzt werden. Uransalze werden unter ähnlichen Umständen reducirt. Kupferchlorid wird in alkoholischer oder ätherischer Lösung im Lichte zu Chlorür reducirt; ebenso andere Kupfersalze organischer Säuren. Bleisuperoxyd entfärbt sich im rothen und gelben Lichte, indem Mennige entsteht, Jodblei giebt Jod ab. Quecksilberchlorid zerfällt in wässeriger Lösung im Lichte in Chlorür, Salzsäure und Sauerstoff. Noch rascher geschieht dies in alkoholischer oder ätherischer Lösung oder bei Gegenwart organischer Säuren. Ebenso werden Quecksilberjodid und die Quecksilberoxyde reducirt und unter Ausscheidung von Quecksilber dunkel gefärbt. Ganz besonders zersetzlich sind die Verbindungen der edlen Metalle, Gold, Silber und Platin mit den Halogenen Chlor, Brom und Jod, sowie auch die meisten übrigen Salze dieser Metalle.

Die Zersetzung des Chlorsilbers ist für die Photographie besonders wichtig geworden. Nach eingehenden Untersuchungen wird dabei kein metallisches Silber abgeschieden. Die durch Einwirkung des Lichtes erhaltene violette Masse entspricht der Zusammensetzung Ag_3Cl_2 und enthält wahrscheinlich Silbersubchlorid, Ag_2Cl, oder ein Oxychlorid. Dass kein metallisches Silber ausgeschieden wird, folgt aus dem Umstande, dass man mittelst Salpetersäure kein Silber extrahiren kann.

Erst durch Behandeln mit Ammoniak, Cyankalium oder unterschwefligsaurem Natron wird das Subchlorid in Silber und Chlorid ge-

[1]) Eine vollständige Zusammenstellung der aktinischen Wirkungen des Lichtes findet man in D. J. M. Eder's Handb. d. Photographie, Bd. I, S. 149.

spalten, welches letztere gelöst wird. Dies geschieht beim Fixiren der photographischen Bilder.

Belichtetes Chlor-, Brom- oder Jodsilber erhält durch die Belichtung, lange, bevor es sichtbar zersetzt wird, die Eigenschaft, aus einer mit reducirenden Substanzen versetzten Lösung von Silbernitrat schwarzes pulveriges Silber auszufällen (physikalische Entwickelung). Chlor- und Bromsilber erhält schon durch sehr kurze Belichtung die Eigenschaft, durch reducirende Agentien (Pyrogallussäure, Eisenoxalat etc.) reducirt zu werden (chemische Entwickelung). Merkwürdigerweise wird diese insbesondere durch die brechbareren Strahlen hervorgebrachte Wirkung durch intensive, weniger brechbare Strahlen wieder aufgehoben, worauf die den Photographen bekannte Erscheinung der Solarisation beruht.

Auch die meisten übrigen Silbersalze zersetzen sich im Lichte unter Schwärzung.

Unter den organischen chemischen Verbindungen sind insbesondere die mit Halogenen oder der Nitrogruppe verbundenen im Lichte zersetzlich. So z. B. Salpeteräther, welcher gelb wird.

Der Dampf des salpetrigsauren Amyls, einer Verbindung nach der Formel $C_5H_{11}NO_2$, ist nach Tyndall besonders geeignet, die zersetzende Wirkung des Lichtes zu zeigen. Füllt man eine Röhre mit Luft, welche Dämpfe dieser Verbindung enthält, und sendet ein Strahlenbündel Sonnenlicht oder elektrisches Licht durch dieselbe hindurch, so bildet sich in dem vorher ganz durchsichtigen Gasgemische alsbald eine helle weisse Wolke, indem die zersetzten Bestandtheile sich zu Flüssigkeit condensiren und das Licht zerstreut reflectiren. Das hindurchgegangene Licht hingegen äussert auf die nämlichen Dämpfe keine Wirkung mehr, woraus wir schliessen, dass nicht alle Lichtsorten an der Zersetzung mitwirken, oder in gleichem Grade wirksam seien und dass jene Lichtsorten, welche zersetzend gewirkt haben, dabei verbraucht worden sind.

Der grossartigste Zersetzungsprocess durch das Licht findet beim Wachsen der Pflanzen statt. Es ist über allen Zweifel sicher gestellt, dass die grossen Massen von Kohlenstoff und Wasserstoff, welche in den Pflanzenkörpern in Form von sogenannten organischen Verbindungen aufgespeichert werden, ihr Material aus der Kohlensäure der Atmosphäre und aus dem Wasser entnehmen und dass dabei das Licht, welches von den grünen Pflanzentheilen absorbirt wird, als reducirendes Agens thätig ist. Allerdings geht dabei die Zersetzung nicht bis zur völligen Isolirung von Kohlenstoff und Wasserstoff, auch sind uns die Einzelheiten des Processes noch dunkel und unbekannt, das Gesammtergebniss steht aber fest. Es besteht darin, dass die Producte des Pflanzenlebens, z. B. die Cellulose, das Amylum etc., weniger Sauerstoff enthalten, als die Kohlensäure und das Wasser, aus dem sie entstehen, dass daher eine Quantität Sauerstoff aus diesen Verbindungen abgetrennt und frei der Atmosphäre zurückgegeben wird, und dass dieser Process unter dem Einflusse und

unter Verbrauch des Sonnenlichtes stattfindet. Dabei haben die einzelnen Lichtsorten ungleiche Wirksamkeit, doch hat sich die seinerzeit viel verbreitete Vermuthung, dass nur, oder vorwiegend, die ultravioletten Strahlen dabei thätig seien, nicht bestätigt. Das Aequivalent für das verschwundene Sonnenlicht haben wir in der chemischen Energie der getrennten Bestandtheile zu suchen. Lassen wir den vom Sauerstoff abgetrennten Kohlenstoff und Wasserstoff sich mit diesem wieder vereinigen, so können wir diese Energie in Form von Wärme, ja theilweise auch von Licht wieder gewinnen. Wenn wir Petroleum oder Steinkohlengas verbrennen, so erhalten wir gewissermaassen jenes Licht zurück, welches die Sonne in früheren Zeitepochen zum Wachsthum einer inzwischen untergegangenen Pflanzenwelt gespendet hat.

Dass sehr viele organische Farbstoffe, besonders die Anilinfarbstoffe, durch den Einfluss des Sonnenlichtes gebleicht werden, ist allbekannt. Man kann im Allgemeinen die Regel aufstellen, dass die brechbareren Strahlen (Blau, Violett, Ultraviolett) Reductionsprocesse, die weniger brechbaren Strahlen Oxydationsprocesse hervorrufen. Die letzteren scheinen aber seltener und in geringerem Maasse vor sich zu gehen.

Beispiele von durch das Licht bewirkten Verbindungsvorgängen sind folgende:

Ein im Dunkeln hergestelltes Gemisch von gleichen Volumen Chlor und Wasserstoff vereinigt sich im directen Sonnenlichte unter heftiger Explosion zu Chlorwasserstoff. Dasselbe geschieht im stark aktinischen Lichte des brennenden Magnesiums, des elektrischen Flammenbogens, des in Stickoxydgas brennenden Schwefelkohlenstoffs etc. In weniger aktinischem, z. B. dem diffusen Tageslichte, erfolgt die Verbindung allmählich ohne Explosion. Die Explosion erfolgt nicht in rothem Lichte, wohl aber in blauem. Sie erfolgt viel leichter in feuchtem Gasgemische als in trockenem. Im Moment vor der Explosion erfolgt eine plötzlich auftretende Volumvermehrung des Gasgemisches. Es ist nun wahrscheinlich, dass die Wirkung des Lichtes in diesem Falle zunächst keine verbindende, sondern vielmehr eine zersetzende ist.

Die Moleküle des Chlors und Wasserstoffs sind nach der Lehre der Chemiker je aus zwei Atomen zusammengesetzt, also entsprechend der Formel

$$\left.\begin{matrix}Cl\\Cl\end{matrix}\right\} \quad \text{und} \quad \left.\begin{matrix}H\\H\end{matrix}\right\}$$

welche sich bei der Vereinigung in zwei Moleküle Chlorwasserstoff von der Zusammensetzung

$$\left.\begin{matrix}Cl\\H\end{matrix}\right\} \quad \text{und} \quad \left.\begin{matrix}Cl\\H\end{matrix}\right\}$$

umsetzen. Dieser Umsetzung muss eine Trennung oder Lockerung der zuerst vorhandenen Moleküle vorangehen, und diese Wirkung übt das

Licht aus. Es wirkt also auch in diesem Falle zersetzend und veranlasst nur indirect eine Verbindung.

Es verhält sich also dabei ähnlich, wie mit der Wirkung des Fingers beim Abschiessen einer Armbrust, deren Bogen bereits gespannt ist. Der Druck des Fingers giebt dem Pfeil nicht die Flugkraft, diese liefert vielmehr der Bogen, der im gespannten Zustande Energie enthält, die er dann auf den Pfeil überträgt. Der Druck des Fingers bewirkt nur die Auslösung, welche nöthig ist, damit die Energie des Bogens übertragen wird. Chlor und Wasserstoff befinden sich neben einander in gespanntem Zustande, das Licht löst das Hinderniss ihrer Vereinigung.

Nach Pringsheim spielt der beigemischte Wasserdampf eine Rolle, welcher zersetzt werden soll und dann die Verbindung einleitet.

Die Einwirkung des Chlors auf organische Substanzen wird durch Sonnenlicht stark befördert. Auch Oxydationen der Metalle gehen im Lichte rascher vor sich, sowie auch Chlorüre in Oxychloride übergeführt werden. Da in allen diesen Fällen Gegenwart von Wasser erforderlich zu sein scheint, so liegt auch hier die Erklärung nahe, dass das Licht zunächst das Wasser zersetzt und der frei werdende active Sauerstoff dann die Oxydation bewirkt. In dieser Weise wäre auch die Oxydation des Schwefelwasserstoffwassers, der wässerigen schwefligen Säure, zu erklären. Auch viele organische Substanzen werden im Lichte rascher oxydirt als im Dunkeln, so z. B. Kohlenwasserstoffe, Aether, Terpentinöl, fette Oele, Leinölfirniss, Fette etc., welche dadurch sauer, harzig, beziehungsweise ranzig werden. Auch die meisten Harze werden oxydirt und dadurch in ihrer Farbe verändert (gebleicht oder verdunkelt). Hierher gehört die bleichende Wirkung des Sonnenlichtes auf organische Farbstoffe (Leinen, Wachs). Dagegen wird die rothe Farbe des antiken Purpurs unter dem Einfluss des Lichtes auf den ursprünglich nur blassgelben Saft der Purpurschnecke hervorgebracht.

Als Beispiele von durch das Licht bewirkten Aenderungen des Molekularzustandes wären folgende anzuführen:

Weisser Phosphor geht im Lichte in die rothe Modification über; Schwefel wird unter gewissen Bedingungen in die unlösliche Modification übergeführt. Besonders interessant und weiter verwerthet ist die Einwirkung des Lichtes auf amorphes Selen. Dasselbe wird durch Belichtung allmählich krystallinisch und hat in diesem Zustande die wichtige (von May 1872 entdeckte) Eigenschaft, während der Belichtung die Elektricität besser zu leiten als im Dunkeln. Wie Siemens gezeigt, haben dünne, auf 200^0 erhitzte und wieder abgekühlte Scheibchen von Selen diese Eigenschaft in besonders hohem Grade.

Darauf beruht das von Bell construirte Photophon.

Ein gut leitender dünner Draht wird in vielen Windungen oder Zickzackzügen, die sämmtlich in einer Ebene liegen, so befestigt, dass sich seine Theile nirgends berühren. Diese Windungen werden mit einer dünnen Schicht krystallinischen Selens bedeckt, so dass also die Selen-

masse die einzelnen Drahtabtheilungen quer verbindet. Diese Selenplatte wird mit den beiden Drahtenden in einen elektrischen Stromkreis eingeschaltet, welcher eine Stromquelle und ein Telephon enthält. Lässt man nun durch die gleich weit abstehenden Oeffnungen einer rotirenden Scheibe periodisch Sonnenlicht auf die Selenplatte fallen, so wird abwechselnd der Widerstand des Stromkreises vermindert und erhöht; denn so oft das Selen belichtet wird, vermindert sich der Widerstand der durch das Selen gegebenen Querverbindung der Drahtwindungen, und ebenso oft erhöht sich dem Ohm'schen Gesetze gemäss die Stromstärke. Es muss daher die Eisenmembran des Telephons in demselben Rhythmus angezogen werden, in welchem die Belichtung wiederkehrt. Dadurch muss ein Ton entstehen, der dieselbe Höhe hat wie jener, der durch das Anblasen der Löcherreihe in der rotirenden Scheibe entstehen würde. Spricht man von rückwärts auf einen sehr dünnen Spiegel, so wird er durch die Schwingungen abwechselnd convex und concav. Er concentrirt dann das auf ihn fallende Licht bald weniger, bald mehr auf der Selenplatte. Der Spiegel kann dabei 250 m von der letzteren entfernt sein.

Wie man sieht, ist es auf diese Weise möglich, Töne und andere akustische Zeichen auf Entfernungen zu übertragen.

Zu erwähnen wären noch folgende Wirkungen:

Rother Zinnober wird im Lichte schwarz, rother Realgar verliert im Lichte die Durchsichtigkeit und wird gelb, Rothspiessglanzerz wird ebenfalls undurchsichtig. Hyacinth, Achat, Feldspath ändern im Lichte die Farbe und werden dunkler. Auch die meisten Gläser, so insbesondere die Fensterscheiben, werden nach und nach dunkler gefärbt. Gewisse Krystalle, z. B. von Jodsilber, zerfallen im Lichte zu Pulver.

Viele Substanzen erfahren eine Aenderung ihrer Löslichkeit, wobei allerdings auch chemische Veränderung (Oxydation) mit einhergehen mag. So z. B. wurden dünne Schichten von Asphalt durch Belichtung unlöslich in Benzol, Terpentinöl etc. Fester Kautschuk wird ebenfalls durch Licht unlöslich in Benzol und Terpentinöl, dagegen löslich in Alkohol. Eine analoge Wirkung auf Chromgelatine bildet die Grundlage eines wichtigen Reproductionsverfahrens.

Wie aus Obigem erhellt, sind die Wirkungen des Lichtes ausserordentlich zahlreich und mannigfach, so dass man wohl sagen kann, dass die Anzahl der vollkommen lichtbeständigen Substanzen geringer ist, als die der durch das Licht veränderlichen.

153 **Photochemische Wirkung der verschiedenen Spectralbezirke, Aktinometer, Sensitometer.** Um die photochemische Wirkung der verschiedenen im weissen Sonnenlichte enthaltenen Strahlen zu messen, sind zahlreiche Untersuchungen angestellt worden. Dieselben wurden meist in der Weise ausgeführt, dass auf einer lichtempfindlichen photographischen Platte ein Spectrum entworfen, das

entstandene Bild hervorgerufen und fixirt wurde, wie dies im nächsten Paragraphen beschrieben werden soll. Es ergab sich bei Anwendung einer gewöhnlichen Platte im Allgemeinen das Resultat, dass die rothen Strahlen von *A* bis *C* keine, die Strahlen von *C* bis *E* (wo das Grün bereits begonnen hat) nur eine geringe Wirkung äussern, dass von dort an die Wirkung rasch ansteigt, im Blauen zwischen *G* und *H* das Maximum erreicht, dann bis *H* wieder abnimmt, dann über das sichtbare Spectrum hinaus bis *J* wieder zunimmt, um hinter *L* ganz aufzuhören. Dieses Resultat kann aber durch eine Reihe von Umständen mehr oder weniger beeinflusst oder verändert werden.

Zunächst ist es gar nicht gleichgültig, auf welche Weise das Spectrum erzeugt wird. Da nämlich die relative Dispersion verschiedener Glassorten verschieden gross ist, und überdies die Glassorten verschiedene Lichtarten verschieden stark absorbiren, so ist auch die Helligkeit und demnach die chemische Wirkung des Spectrums von einem Prisma zum anderen eine verschieden vertheilte. Erzeugt man das Spectrum mittelst eines Gitters ohne Intervention von Linsen, so ist man von diesen Verschiedenheiten der Glassorten unabhängig.

Zweitens hängt die chemische Wirkung von der Natur der empfindlichen Schicht und der Bereitungsweise ab, da verschieden zubereitete empfindliche Platten nicht die gleiche relative Empfindlichkeit für die verschiedenen Farben besitzen. Insbesondere wird dieselbe durch Zusätze (Sensibilisatoren) wesentlich abgeändert, wovon unten weiter die Rede sein wird. Auch die Natur des Entwicklers ist dabei von Einfluss.

Drittens hängt die Wirkung der einzelnen Spectralbezirke auf die Platte sehr von der Natur des Lichtes ab, welche mit der Jahreszeit, mit der Dicke der durchstrahlten Erdatmosphäre und der Beschaffenheit derselben wechselt. Durch die Atmosphäre werden insbesondere die brechbarsten Lichtsorten am meisten absorbirt.

Aus diesen Thatsachen geht der Schluss hervor, dass die Frage nach der relativen chemischen Wirksamkeit der einzelnen farbigen Lichtsorten eine ganz unbestimmte ist und keine allgemeine Beantwortung finden kann. Es kommt stets auf die speciellen Umstände an, welche bei dem jeweiligen Versuche herrschen.

Um die chemische Wirkung (Aktinität) des unzerlegten weissen Lichtes zu messen, sind verschiedene Aktinometer erdacht und construirt worden, welche aber ebenfalls an einigen der erwähnten Unbestimmtheiten leiden. Draper und nach ihm Bunsen und Roscoe haben dazu die oben besprochene Wirkung des Lichtes auf Mischungen von Chlor und Wasserstoff benutzt. Indem das Licht je nach seiner Aktinität mehr oder weniger dieser Gase zu Chlorwasserstoff verbindet, welches dann von Wasser absorbirt wird, tritt eine grössere oder kleinere Volumverminderung ein, welche dann als relativeres Maass der Aktinität gelten kann. Eine andere Methode dieser Forscher beruhte auf der Dunkelfärbung des Chlorsilberpapiers. Lässt man auf verschiedene Ab-

schnitte eines solchen Papierstreifens ein und dasselbe Licht verschieden lange Zeit einwirken, so erhält man dadurch eine Vergleichsscala, welche zu weiteren Messungen dienen kann.

Bunsen und Roscoe zeigten, dass die Schwärzung dann gleiche Grade erreicht, wenn das Product aus Lichtstärke und Belichtungsdauer den gleichen Werth hat.

Sie zeigten auch, wie man ein photographisches Normalpapier von stets gleicher Empfindlichkeit herstellen kann.

Statt durch verschiedene Belichtungsdauer die Grade der Schwärzung abzustufen, kann man auch nach H. Vogel eine Anzahl von transparenten Blättern Seidenpapier terrassenförmig über einander schichten, so dass die verschiedenen Abschnitte des lichtempfindlichen Papiers vom Licht getroffen werden, das durch Absorption je eines einzigen, oder je zweier oder dreier Blätter des Seidenpapiers in stufenweise stärkerem Grade abgeschwächt worden ist. Hat man eine constante Lichtquelle von immer gleicher Aktinität zur Verfügung, so kann dasselbe Princip zur Messung der relativen Empfindlichkeit einer photographischen Platte benutzt werden. Ein solches Instrument ist von Warnerke als Sensitometer construirt und wird gegenwärtig zur Auswerthung der Empfindlichkeit der im Handel vorkommenden Trockenplatten vielfach verwendet. Als constante Lichtquelle wird dabei eine mit phosphorescirender Leuchtfarbe bedeckte und durch ein brennendes Magnesiumband von $2^1/_2$ cm Länge aus nächster Nähe beleuchtete und so zum Leuchten gebrachte Glasplatte benutzt. Unter diese Glasplatte kommt zunächst die in 25 Felder von stufenweise zunehmender Undurchsichtigkeit getheilte Scala, deren einzelne Felder mit dunklen Nummern bedeckt sind. Das wenigst durchsichtige Feld trägt die höchste Nummer. Unter die leuchtende Platte legt man genau nach einer Minute die zu untersuchende empfindliche Platte. Nach Verlauf von 30 Secunden Expositionszeit wird die leuchtende Platte abgenommen, die empfindliche Platte entwickelt und fixirt und dann die höchste noch deutlich sichtbare Nummer abgelesen. Die gebräuchlichen Trockenplatten haben nach dieser Scala die Empfindlichkeiten von ungefähr 18 bis 25 Sensitometergraden Warnerke. Näheres hierüber findet man in photographischen Lehrbüchern, z. B. in dem Handbuche der Photographie von J. M. Eder, Bd. I, S. 430.

Die künstlichen Lichtquellen wirken auf die photographische Platte durchaus nicht im Verhältniss ihrer sichtbaren (optischen) Lichtstärke ein, da sie sehr ungleich sind in Bezug auf den Gehalt an aktinischen Strahlen.

Wir geben nachstehend eine Tabelle nach Prof. Eder über die relative optische und chemische Helligkeit verschiedener Lichtquellen. Die Angaben sind auf eine Belichtungsdauer von 1 Secunde reducirt und beziehen sich auf Bromsilberplatten.

Lichtquelle in 1 m Distanz	Relative optische Helligkeit	Relative chemische Helligkeit	Verhältniss
Hefner-Alteneck's Amylacetatlampe	1	1	1
Gaslicht, Argandbrenner	16	28	1,8
Drummond'sches Licht	70	260	3,7
Magnesiumband, wovon 9,6 cm 0,05 g wiegen und in 7 Secunden verbrennen	80	1628	20,3
Magnesiumpulver in Petroleumflamme verbrennend, 1 g pro Secunde	—	7960	—
Magnesiumpulver 1,5 g mit Kaliumchlorat und Perchlorat gemischt, in $^1/_{25}$ Secunde verbrennend, auf 1 Secunde Dauer umgerechnet	—	5 000 000	—
Elektrisches Bogenlicht, 4 Lampen à 2000 Kerzen	8000	100 000—300 000	12,5—37,5
Elektrisches Glühlicht	10	86,6	8,7
Gutes diffuses Licht im photographischen Atelier	—	50 000—100 000	—
Directes Sonnenlicht in Wien am 24. October 9 Uhr Vormittags bei fast wolkenlosem Himmel senkrecht auffallend	70 000	450 000	—
Mondlicht (nach Krone)	—	8	—

Diese Tabelle lehrt, dass das Magnesiumlicht und das elektrische Bogenlicht über 20 mal mehr aktinisch wirksam ist, als ein optisch gleich helles Lampenlicht.

Photographie. Die Photographie, d. i. der Inbegriff der Methoden, mittelst der chemischen Wirkungen des Lichtes Abbildungen der das Licht aussendenden bezw. reflectirenden oder durchlassenden Körper herzustellen, ist in den letzten Decennien zu einer selbständigen, umfangreichen Disciplin herangewachsen. Es ist daher unmöglich, in diesem Lehrbuche mehr als die Hauptpunkte zu besprechen, da schon allein die Geschichte der Photographie weit über den verfügbaren Raum hinausgehen würde. 154

Schon 1827 entdeckte der deutsche Arzt J. H. Schulze in Halle a. S. die Lichtempfindlichkeit von Silbersalzen und stellte Copien von Papierschablonen auf denselben her.

Wedgwood kam 1802 auf den Gedanken, die Schwärzung des Chlorsilbers zu benutzen, um die Bilder der Camera obscura zu fixiren, und in der That stellte Davy mittelst eines Sonnenmikroskops die

Bilder kleiner Gegenstände auf Chlorsilberpapier dar; sie wurden aber bald durch die fortdauernde Einwirkung des Lichtes auf das Chlorsilber wieder vernichtet. Niepce brachte es in der Kunst, solche Lichtbilder zu fixiren, schon weiter; allein erst Daguerre fand nach vielen mühsamen Versuchen ein Verfahren, welches in dieser Hinsicht Befriedigendes leistete.

Das Material, auf welchem die Daguerre'schen Lichtbilder dargestellt werden, ist eine plattirte, d. h. eine mit einer dünnen Silberschicht überzogene Kupferplatte. Nachdem sie gehörig gereinigt worden ist, wird sie auf eine viereckige Porcellanschale gelegt, welche eine wässerige Lösung von Chlorjod enthält, und hier so lange den Dämpfen des Jods ausgesetzt, bis sich eine goldgelbe oder violette Schicht von Jodsilber auf der Platte gebildet hat. Nun wird die Platte, vor jeder fremden Einwirkung des Lichtes geschützt, genau an der Stelle in die Camera obscura eingesetzt, an welcher ein scharfes Bild des abzubildenden Gegenstandes entsteht. Nach einiger Zeit, deren Dauer von mannigfachen Umständen abhängt, wird die Platte aus der Camera obscura weggenommen. Man sieht jetzt noch keine Spur eines Bildes; dasselbe tritt aber alsbald hervor, wenn man sie Quecksilberdämpfen aussetzt. Sobald das Bild hinlänglich ausgeprägt ist, wird die Platte in eine Lösung von unterschwefligsaurem Natron gelegt, wodurch der Ueberzug von Jodsilber aufgelöst und so eine fernere Einwirkung des Lichtes unmöglich gemacht wird.

An den Stellen der jodirten Platte, auf welche die hellen Partien des Bildes der Camera obscura gefallen waren, hat das Licht schon eine Einwirkung hervorgebracht, bevor dieselbe dem Auge sichtbar wird; diejenigen Stellen der Platte nämlich, welche dem Lichte am meisten ausgesetzt waren, haben die Eigenschaft erhalten, Quecksilberdämpfe zu condensiren; hier schlägt sich also Quecksilber in ausserordentlich feinen Perlchen nieder, während da, wo das Licht nicht eingewirkt hat, kein solcher Niederschlag stattfindet. Nachdem nun an den letzteren Stellen das völlig unveränderte Silberjodid abgewaschen worden ist, hat man an den hellen Partien des Bildes den feinen Quecksilberstaub, da, wo das Licht nicht eingewirkt hat, den glänzenden Silberspiegel; und wenn man die Platte so hält, dass der Spiegel solche Strahlen in das Auge reflectirt, welche von dunklen Gegenständen kommen, so bildet dieser Silberspiegel den dunklen Grund, auf welchem die hellen Partien durch das von den Quecksilberkügelchen nach allen Seiten hin zerstreute Licht hervortreten.

Wenn man die Platte länger in der Camera obscura lässt, so wird die Wirkung des Lichtes auf der jodirten Platte ohne Weiteres sichtbar, indem das Jodsilber da geschwärzt wird, wo das Licht am kräftigsten wirkt; das auf diese Weise entstehende Bild ist ein negatives, d. h. den hellen Stellen des Gegenstandes entsprechen die dunklen Stellen des Bildes und umgekehrt.

Wenn man die Platte so lange in der Camera obscura gelassen hat, dass die Lichtwirkung auf derselben sichtbar wird, so ist der zur Erzeugung eines Daguerre'schen Bildes geeignete Moment schon vorüber.

Das eben beschriebene Verfahren hat nur noch historisches Interesse und ist längst durch ein anderes verdrängt, welches von Talbot 1840 begründet und 1847 von Niepce de St. Victor wesentlich vervollkommnet wurde. Es beruht auf der Herstellung eines durchsichtigen Negativbildes und der darauf folgenden Anfertigung von positiven Copien auf Papier. Talbot erzeugte das Negativ ursprünglich ebenfalls auf Papier, welches er dann durch Tränken mit Wachs durchscheinend machte; Niepce führte zuerst an Stelle des Papiernegativs mit Albumin oder mit Eiweiss überzogene Glasplatten ein. Die empfindliche Schicht erhielt er, indem er dem Eiweiss Jodkalium beifügte und dann die Platte in Silberlösung tauchte. Dadurch wird in der Eiweissschicht Jodsilber gefällt. In der Camera obscura exponirt, verändert sich das Jodsilber dort, wo es vom Lichte getroffen wird, ohne dass man eine Wirkung sehen kann, in der Weise, dass es nun leicht durch reducirende Reagentien, sogenannte Entwickler (als welche ursprünglich Gallussäure diente), zersetzt wird, während die nicht vom Lichte getroffenen Stellen unverändert bleiben. Das durch die Zersetzung ausgeschiedene metallische Silber erscheint nun dunkel an den Stellen, welche den hellen Stellen des Objectes entsprechen und umgekehrt; dadurch entsteht das negative Bild. Hat man darauf das unzersetzte Jodsilber durch ein passsendes Lösungsmittel aufgelöst und dadurch das Negativ „fixirt", so dass es sich im Lichte nicht mehr ändern kann, so legt man nun unter dasselbe ein mit Chlorsilber imprägnirtes Papier, welches nunmehr an den Stellen vom Lichte getroffen und geschwärzt wird, welche im Negativ hell durchsichtig sind und umgekehrt. Es entsteht also jetzt ein positives Bild, welches nur noch fixirt zu werden braucht. Von einer einzigen Aufnahme resp. einem einzigen Negativ können also beliebig viele Copien gefertigt werden, was gegenüber dem Daguerre'schen Verfahren ein immenser Vortheil ist.

Eine weitere Verbesserung war die Einführung des Collodiums (einer Lösung von Schiessbaumwolle in Aether-Alkohol) an Stelle des Eiweisses durch Le Gray 1850 und die Ersetzung der Gallussäure als Entwickler durch Eisenvitriol (Hunt 1844) und durch Pyrogallussäure (Régnault 1850). Der letzte bedeutende Fortschritt, der das Verfahren insbesondere bequem und deshalb populär gemacht hat, ist die Einführung der Trockenplatten aus Bromsilbergelatine durch Harrison 1868 und Maddon 1871.

Das heute vorzugsweise übliche Verfahren setzt sich nun aus folgenden Operationen zusammen:

1. Die Anfertigung der Trockenplatten. Gelatine wird in Wasser warm gelöst, mit Bromkalium- und etwas Jodkaliumlösung vermischt, dann Silberlösung in dünnem Strahle eingeführt und durch

starkes Schütteln (Quirlen) das gefällte Brom- und Jodsilber zu einer Emulsion aufgeschüttelt. Durch Digeriren mit etwas Ammoniak bei 50° wird die Masse lichtempfindlicher gemacht. Nach dem Erkalten wird dieselbe fein zerschnitten und durch Waschen mit Wasser von den löslichen Salzen, die durch die Wechselzersetzung entstanden sind, befreit. Hierauf wird die Masse wieder geschmolzen, unter Druck durch Leder filtrirt und noch warm auf die wohlgereinigten, horizontal gelegten Glasplatten aufgegossen, wo sie sich flach in dünner Schicht ausbreitet und erstarrt. Hierauf werden die Platten rasch getrocknet. Alle diese Operationen sind im Dunkeln oder bei schwachem rothen Lichte auszuführen. Solche Trockenplatten werden in verschiedenen Formaten und mit verschiedenen Graden der Empfindlichkeit von eigenen Fabriken hergestellt und in den Handel gebracht. Sie halten sich im dunklen und trockenen Raume Jahre lang.

2. Die Exposition. Die Trockenplatte wird bei schwachem rothen Lichte in eine Cassette mit Schieber eingelegt, welche an Stelle des matten Glases in der Camera obscura eingesetzt werden kann. Nach Aufziehen des Schiebers wird der Objectivdeckel geöffnet und das Bild auf der empfindlichen Platte entworfen. Die Exposition dauert je nach Helligkeit und Beschaffenheit des Objectes, Lichtstärke des Objectivs, Empfindlichkeit der Platte zwischen $^1/_{100}$ Secunde und mehreren Minuten. Hierauf wird der Objectivdeckel und der Schieber wieder geschlossen und die Cassette von der Camera obscura entfernt.

3. Die Entwickelung des negativen Bildes. Beliebige Zeit nach der Exposition wird die belichtete Platte in einer verdunkelten Kammer bei schwachem rothen Lichte aus der Cassette genommen, wobei sie keine Veränderung zeigt. Hierauf wird sie in einer flachen viereckigen Tasse mit dem Entwickler übergossen. Als solcher dient entweder eine Mischung von Eisenvitriol mit oxalsaurem Kali (Eisenoxalatentwickler) oder eine Lösung von Pyrogallussäure, welcher man zur grösseren Haltbarkeit schwefligsaures Natron zugesetzt hatte, gemischt mit einem kohlensauren Alkali, oder eine ähnlich zusammengesetzte Mischung von Hydrochinon oder Eikonogen, oder irgend ein anderer der in neuerer Zeit zahlreich auftauchenden Entwickler (Amidol, Methol, Glycin, Rodinal etc.). Nach einer halben Minute bis fünf Minuten ungefähr erscheint allmählich das negative Bild. Man wartet, bis dasselbe die richtige Stärke erlangt hat, mässigt allenfalls allzu rasche Entwickelung durch Zusatz von Bromkaliumlösung und unterbricht die Operation durch Abwaschen der Platte.

4. Das Fixiren des Negativs. Man legt die Platte mit der Schicht nach oben in eine Tasse mit einer Lösung von unterschwefligsaurem Natron, dem man etwas schwefligsaures Natron mit überschüssiger Säure beigefügt hat (saures Fixirbad). In diesem Bade löst sich binnen wenigen Minuten das noch unzersetzte Bromsilber auf. Die auf der Kehrseite ursprünglich gelblichweisse Platte wird durchsichtig

und glasklar. Dieselbe wird nun durch eine Stunde in Wasser gewaschen, getrocknet und oft auch lackirt.

5. Die Herstellung der positiven Copien. Papier, welches mit einem Ueberzug von Albumin, Gelatine oder Collodium überzogen und durch Chlorsalze und Silberlösung mit Chlorsilber imprägnirt worden ist (dasselbe wird fabrikmässig dargestellt und als gesilbertes Albumin-, Aristo-, Celloidinpapier in den Handel gebracht), wird in einem „Copierrahmen" unter der Negativplatte dem Sonnen- oder zerstreutem Tageslichte ausgesetzt. In wenigen Minuten bis einer Stunde ist die Copie fertig. Sie muss nun ebenfalls fixirt werden, was in einer Lösung von unterschwefligsaurem Natron binnen einigen Minuten bewerkstelligt wird. Um den unangenehmen Farbenton der Copie zu verbessern, kommt dieselbe vorher noch in eine geeignet zusammengesetzte schwache Gold- oder Platinlösung, oder es wird die letztere zugleich mit der Fixirlösung (Goldtonfixirbad) angewendet. Durch einen chemischen Process wird an Stelle des Silbers eine dünne Gold- oder Platinschicht von angenehmem Farbenton niedergeschlagen. Hierauf wird das Bild gut gewaschen, getrocknet, eventuell aufgezogen und satinirt.

Ueber die Details dieser Operationen und die anzuwendenden Vorsichtsmaassregeln giebt jedes Lehrbuch der Photographie Aufschluss. An Stelle der schweren und zerbrechlichen Glasplatten werden neuestens auch Platten aus Glimmer, Gelatine oder Celluloid (Composition aus Schiessbaumwolle und Kampfer) angewendet.

Orthochromatische Photographie, Sensibilisatoren. Aus 155
der in §. 153 mitgetheilten Thatsache, dass die Lichtstrahlen verschiedener Farbe eine sehr ungleich starke chemische Wirkung äussern, ergiebt sich die fatale Folgerung, dass eine Photographie auf einer gewöhnlichen empfindlichen Platte die Grade der Helligkeit verschieden gefärbter Theile eines Objectes durchaus nicht in demselben Verhältnisse wiederzugeben vermag, wie sie in dem Originale vorhanden sind. Daher kommt es denn auch, dass z. B. die roth gefärbten Gesichtstheile auf photographischen Porträts als dunkle Flecken erscheinen und den Eindruck im Schatten liegender Vertiefungen hervorrufen, dass dunkle blaue Kleider sehr hell, dagegen helle gelbe oder rothe Kleider dunkel erscheinen, dass auf Landschaftsphotographien der blaue Himmel sich ebenso hell abbildet, wie die weissen Wolken oder wie Schneeberge, wogegen die viel gelbes Licht ausstrahlenden Laubmassen und Wiesen sehr dunkel erscheinen. Es ist daher nur bei sehr kurzer Exposition (Momentaufnahmen) eine Abbildung der Wolken zu erhalten, wobei der Vordergrund in Folge zu kurzer Exposition dunkel und ohne Detail sich abbildet. Die blauen Fernen der Landschaft erzeugen auf dem Bilde eine schleierartige Helligkeit, welche die Formen verdeckt u. s. w. Reproductionen von Gemälden geben noch mehr Schwierigkeiten. Mit einem Worte, die gewöhnlichen empfindlichen Platten sind nicht orthochromatisch.

Diesen erheblichen Missständen hat zum grossen Theile eine wichtige Entdeckung von H. W. Vogel in Berlin 1873 abgeholfen, welcher gezeigt hat, dass man durch Zusatz von gewissen Farbstoffen, genannt Sensibilisatoren, zum Bromsilber der Platte, dieselbe für jene farbigen Lichtsorten vorzugsweise empfindlich machen könne, welche von den Sensibilisatoren absorbirt werden. J. M. Eder in Wien hat über diesen Gegenstand ebenfalls eingehende Studien angestellt und das Verzeichniss der verwendbaren Farbstoffe wesentlich bereichert [1]). Die Farbstoffe werden entweder schon bei Bereitung der Trockenplatten zugegeben oder es werden die gewöhnlichen Trockenplatten nachträglich in den Lösungen der Farbstoffe gebadet (orthochromatische Badeplatten).

Um Platten für Gelb, Gelbgrün und Grün empfindlich zu machen, bedient man sich des Erythrosins (Tetra-Jod-Fluoresceïnnatrium), welches Eder als Sensibilisator entdeckt hat. In einer wässerigen, etwas ammoniakhaltigen, sehr verdünnten Lösung dieses Farbstoffes werden die Platten durch eine Minute gebadet und dann rasch getrocknet.

Um rothempfindliche Platten herzustellen, verwendet man Chinolinroth. Um den angestrebten Zweck, der Platte für alle Farben des Spectrums die gleiche Empfindlichkeit zu geben, mit grösserer Annäherung zu erreichen, ist aber noch nöthig, die übermässig starke Wirkung des blauen und violetten Lichtes durch eine Scheibe aus gelbem Glase (Strahlenfilter), welche vor oder hinter dem Objectiv (oder in der Blende desselben) eingeschaltet wird, abzuschwächen. Hierdurch wird zwar keine vollkommene, aber doch eine praktisch ausreichende Orthochromasie erreicht. Die Expositionszeit muss dann freilich entsprechend (auf das Vier- bis Zehnfache) verlängert werden.

Die Art und Weise, wie der Farbstoff die Erhöhung der Empfindlichkeit bewirkt, ist noch nicht ganz aufgeklärt [2]). Ein noch nicht gehobener Missstand ist, dass solche orthochromatische Platten nicht so lange haltbar sind, wie die gewöhnlichen Trockenplatten, sondern meist nach 8 bis 14 Tagen verderben [3]). Rothempfindliche Platten dürfen natürlich in der Dunkelkammer nicht rothem Lichte ausgesetzt werden, dasselbe muss wenigstens sehr stark gedämpft werden, was durch Vorsetzung einer grünen Glasplatte erreicht wird.

156 **Photographie in Farben (Photochromie). Stehende Lichtwellen.** Unter den so bezeichneten Methoden sind zwei wesentlich verschiedene Verfahrungsweisen zu unterscheiden, die indirecte und die directe. Die indirecte Methode der Herstellung farbiger Photo-

[1]) Wiener Akad. Ber. 1884, 1885, 1886.

[2]) Grundzüge einer Theorie der Sensibilisatoren hat Eder in den Wiener Akad. Ber. 1884 mitgetheilt. Siehe auch dessen Handbuch der Photographie, 2. Aufl., I, S. 258.

[3]) Die isochromatischen Platten von Edwards in London und die Eosinsilberplatten von Schattera in Wien sind Monate lang haltbar.

graphien (wohl zu unterscheiden von der Colorirung fertiger Lichtbilder) wurde zuerst 1865 von dem Oesterreicher Baron Ranconnet ausgedacht und beruhte ursprünglich darauf, drei Aufnahmen des farbigen Objectes unter Vorsetzung eines rothen, gelben und blauen Glases zu machen, dieselben dann photolithographisch zu übertragen und unter Anwendung entsprechend gewählter Farben auf demselben Blatte Papier über einander zu drucken.

Die Durchführung dieser Idee wurde aber erst möglich, nachdem H. W. Vogel die im vorigen Paragraphen besprochenen Sensibilisatoren entdeckt hatte, deren Zahl später durch J. M. Eder wesentlich bereichert wurde. In Frankreich wurde diese „Dreifarbenmethode" durch Cros und Ducos de Hauron, in Deutschland durch Jos. Albert in München mit Erfolg angewendet, woher sie auch den Namen Albertotypie erhalten hat. Da beim Umdruck des Negativs auf die Gelatineschicht des Steines dasselbe in ein Positiv verwandelt wird, so sollte als Walzenfarbe die complementäre Farbe zu jener des angewandten Strahlenfilters verwendet werden. Allein diese von Ducos angegebene Regel hat, wie Vogel erkannt hat, nur für die Spectralfarben, nicht aber für die Pigmentfarben Geltung, und giebt daher nicht die besten Resultate. H. W. Vogel hat daher das Verfahren in folgender Weise verbessert. Er verwendet für jede Platte einen besonderen Sensibilisator, macht also z. B. eine Aufnahme mit einer rothempfindlichen, eine mit einer gelbempfindlichen, eine mit einer grünempfindlichen Platte u. s. f. und verwendet dann als jeweilige Druckfarbe eine solche, welche mit der Farbe des Sensibilisators spectroskopisch möglichst übereinstimmt. Die Druckfarbe reflectirt also dann dieselben Farbenstrahlen, welche von der betreffenden farbenempfindlichen Platte nicht verschluckt werden.

Diese Methode wird gegenwärtig von der Gesellschaft für Naturfarbenlichtdruck in Berlin ausgeübt. E. Albert in München wendet dieselbe für den Zinkdruck an. Vidal in Paris hat, einem ähnlichen Ideengange folgend, die Methode für Projectionsbilder in Anwendung gebracht, indem er mit drei Projectionsapparaten gleichzeitig auf denselben Schirm die drei verschiedenfarbigen Bilder projicirte, deren Farben sich dann auf dem Schirme zu dem bunten Bilde zusammensetzten.

Wesentlich verschieden hiervon und im Ziele viel höher stehend, jedoch in der Praxis noch nicht so weit vorgeschritten, ist die directe Methode der Photographie in Farben.

Die ersten einigermaassen gelungenen, aber noch nicht haltbaren Photographien in Farben (Aufnahmen des Sonnenspectrums) rühren von Edm. Becquerel und Niepce de St. Victor her[1]). Eine spiegelnde

[1]) Siehe hierüber, wie über vereinzelte Beobachtungen von Seebeck und J. Herschel das Lehrbuch der Photochromie von W. Zenker, Berlin 1868.

Silberplatte wird durch ein geeignetes Verfahren mit einer dünnen Schicht Chlorsilber, $AgCl$, überzogen, diese dem Lichte ausgesetzt, bis sie dunkelrothbraun geworden ist, wobei sie sich allem Anschein nach in Silberchlorür, Ag_2Cl, verwandelt.

Die so präparirte Platte wird nun in der Camera obscura der Einwirkung des Lichtes des aufzunehmenden farbigen Objectes, bei Aufnahme des Spectrums direct demselben ausgesetzt. Nach einiger Zeit wird dann auf dem rothbraunen Grunde ein deutliches farbiges Abbild des Spectrums sichtbar. Im Lichte, sowie beim Behandeln mit den gebräuchlichen Fixirlösungen verschwindet das Bild wieder. Poitivin hat ein ähnliches Verfahren auf Papier in Ausführung gebracht.

Die Erklärung dieser Erscheinung ist durchaus nicht einfach. Man möchte es von vornherein überhaupt für unmöglich halten, farbige Aufnahmen zu erzielen; denn wenn die Wirkung der verschiedenfarbigen Lichtstrahlen die ist, dass (durch den Entwickler) metallisches Silber abgeschieden wird und sie sich nur durch die Intensität unterscheiden, mit welcher sie diese chemische Wirkung ausüben, so ist (wie es scheint) immer nur ein schwarzweiss abschattirtes Bild, nie aber die Entstehung eines farbigen zu erwarten. Die Erklärung des Entstehens eines farbigen Bildes wurde zuerst von W. Zenker 1868 in dem oben citirten Buche gegeben. Sie beruht auf der Interferenz des Lichtes, welche wir erst später besprechen werden. Trotzdem wollen wir, auf die Analogie mit den Schallwellen gestützt, schon hier die Grundzüge der Erklärung mittheilen. Sobald Lichtwellen auf einen Spiegel fallen, werden sie reflectirt. Durch Interferenz der directen und der reflectirten Wellen entsteht ein System von stehenden Lichtwellen. Dieselben enthalten in Abständen gleich einer halben Wellenlänge Knoten (Ruhepunkte), dazwischen Bäuche (Stellen grösster Elongationen). Befindet sich nun vor dem Spiegel als durchsichtiges oder doch durchscheinendes Medium eine Substanz, welche durch die Aetherschwingungen eine chemische Zersetzung, z. B. Ausscheidung von Silber, erleiden kann, so wird diese Ausscheidung vor Allem in den Punkten grösster Schwingungsweite stattfinden, dagegen an den Ruhepunkten des Lichtäthers ausbleiben. In einer rückwärts durch einen Spiegel begrenzten empfindlichen Schicht müssen daher durch senkrechten Auffall von Lichtstrahlen, deren Wellenlänge λ beträgt, in einer Schaar von dem Spiegel parallelen Ebenen, welche unter sich einen Abstand $= \frac{\lambda}{2}$ haben, Silberausscheidungen stattfinden. Da für verschiedenfarbige Strahlen der Werth von λ verschieden ist, so sind auch die Abstände dieser Ebenen mit Silberausscheidung verschieden gross. Angenommen nun, es sei diese Wirkung durch rothes Licht erfolgt und es fällt später dasselbe rothe Licht auf dieses System reflectirender Ebenen senkrecht auf, so werden die Lichtwellen zum Theil an der ersten, zum Theil an der zweiten, dritten . . . Silberebene reflectirt. Da der Weg von einer solchen Ebene zur zunächst dahinter

gelegenen und wieder zurück gleich der Wellenlänge λ des rothen Lichtes ist, so treffen die an den verschiedenen Ebenen reflectirten Wellen zuletzt beim Verlassen der Platte alle mit gleicher Phase zusammen und unterstützen sich gegenseitig. Das reflectirte Licht ist daher wieder roth. Trifft aber eine andere, z. B. grüne Lichtsorte, deren Wellenlänge kleiner ist als λ, auf dieselbe Platte auf, so können die reflectirten Wellen nicht mit gleichen Phasen zusammentreffen, werden sich daher gegenseitig mehr oder weniger schwächen oder aufheben. Trifft daher weisses, aus allen Farben bestehendes Licht auf dieselbe Platte, so wird das Roth viel stärker reflectirt als alle anderen Farben. Photographirt man mithin ein Spectrum auf einer solchen Platte, so haben die Ebenen reducirten Silbers an verschiedenen Stellen des Spectrums überall Abstände, welche der halben Wellenlänge der betreffenden Farben entsprechen, und es wird auch an diesen Stellen der Platte die betreffende Farbe vorzugsweise reflectirt werden. Wir werden eine ganz ähnliche Erscheinung weiter unten unter „Farben dünner Blättchen" (Seifenblasen) näher besprechen.

Bei dem von Becquerel stammenden Verfahren, wo die empfindliche Substanz aus Silberchlorür besteht, war eine Fixirung der Bilder nicht möglich, weil hierbei das Silberchlorür nach der Gleichung $Ag_2Cl = AgCl + Ag$ zerfällt, also überall metallisches Silber ausgeschieden wird.

Dass die stehenden Wellen und die parallelen Ebenen ausgeschiedenen Silbers wirklich entstehen, hat Wiener in Strassburg[1]) direct nachgewiesen. Derselbe brachte ein äusserst dünnes, auf Glas aufliegendes Chlorsilbercollodiumhäutchen, dessen Dicke nur $^1/_{30}$ der Wellenlänge des Natriumlichtes = 20 milliontel Millimeter betrug, so vor eine Spiegelfläche, dass es mit derselben einen kleinen Winkel bildete, und beleuchtete diese mit elektrischem Bogenlichte. Die empfindliche Schicht durchschnitt also die Ebenen, in denen die Punkte grösster Elongation der stehenden Lichtwellen lagen. Durch diese Durchschneidung musste ein System unter sich und mit dem Spiegel paralleler gerader Linien entstehen, welche desto näher an einander lagen, je grösser der Winkel zwischen Spiegel und Häutchen war. Der Versuch gelang vollständig und ist einer der directesten und schönsten Beweise für die Wellentheorie des Lichtes, sowie für die Richtigkeit der Zenker'schen Erklärung der farbigen Photographien. In letzter Zeit hat Lippmann diese Methode mit Erfolg wieder aufgenommen und so abgeändert, dass haltbare farbige Bilder von Spectren, sowie von farbigen Objecten (Glasgemälden, Fahnen, Papageien, Blumen, Obst etc.) hergestellt werden konnten. Er wählte als empfindliche Schicht eine durchsichtige und kornlose jod- und bromsilberhaltige Collodiumalbuminschicht, die er auf Quecksilber legte, welches den Spiegel bildete. Die Belichtung der einzelnen Farben wird durch Strahlenfilter verschieden lang vorgenommen, so z. B. das Roth und

[1]) Wiedem. Ann. XL, 1890, S. 203.

Gelb durch eine Cuvette mit Helianthin eine Stunde lang, Grün durch doppeltchromsaures Kali 5 bis 10 Minuten, Blau durch eine verdünnte Lösung von chromsaurem Kali (um Ultraviolett abzuhalten) 20 bis 30 Secunden, darauf wird mit Pyrogallussäure entwickelt und mit unterschwefligsaurem Natron fixirt. H. Krone in Dresden ersetzte den Quecksilberspiegel durch die reflectirende Glasfläche. Gelungene Versuche sind auch von Lumière in Paris und von Valenta in Wien ausgeführt.

Eine derartige Spectrumsphotographie hat aber besondere Eigenschaften, durch die sie sich von anderen farbigen Bildern wesentlich unterscheidet. Schaut man mehr schief auf dieselbe, so wandern die Farben, was sich leicht erklärt, da dann die Lichtstrahlen von Schicht zu Schicht einen längeren Weg haben, daher auch Licht von grösserer Wellenlänge an die Stelle des früher reflectirten treten muss. Haucht man das Bild an, so quillt die Masse auf, die Abstände der Silberschichten werden grösser, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eine andere, folglich auch die passende Wellenlänge; die Farben müssen sich also verändern. Ein auf diese Weise aufgenommenes Porträt könnte also allenfalls erröthen, wenn man es schief anschaut oder anhaucht. Es ist das keine günstige Eigenschaft dieser Bilder, und da sie überdies nicht copierfähig sind, so haben sie gegenwärtig mehr wissenschaftlichen als praktischen Werth.

Siebentes Capitel.

Die Wellenlehre des Lichtes und die daraus hergeleiteten Grundgesetze der geometrischen Optik.

Einleitung und Geschichtliches. Schon im ersten Capitel wurde darauf hingewiesen, dass dem Satze von der geradlinigen Ausbreitung des Lichtes und der Unabhängigkeit der einzelnen Lichtstrahlen von einander nur beschränkte Gültigkeit zukommt. In gewissen Fällen wird das Licht nämlich „gebeugt", so dass es thatsächlich um die Ecke geht; hier kann also von geraden Lichtstrahlen nicht mehr die Rede sein. 157

In diesem Capitel wollen wir zunächst erörtern, welche objective Gültigkeit den Grundgesetzen der geometrischen Optik zukommt, falls wir lediglich die Annahme machen, dass das Licht eine Wellenbewegung des Lichtäthers sei, die vom Erschütterungscentrum kugelförmig sich ausbreitet. Unter Benutzung des Huyghens'schen Princips der einhüllenden Flächen und des Princips von der Interferenz des Lichtes werden wir sodann erkennen, in welchen Fällen die Annahme von Lichtstrahlen zu richtigen Resultaten führt und wie die aus den geometrischen Grundgesetzen hergeleiteten Resultate modificirt werden, wenn man mit Lichtstrahlen nicht mehr operiren darf.

Als Huyghens seine Theorie von der Wellenbewegung des Lichtes aufstellte, verglichen seine Gegner die Lichtfortpflanzung mit derjenigen des Schalles und fanden dabei einen Widerspruch.

Da man nämlich den Schall auch dann hört, wenn sich in der geraden Verbindungslinie zwischen Schallquelle und Ohr eine für den Schall undurchdringliche Wand befindet, der Schall also auch um die Ecke herum sich fortpflanzen kann, so ergiebt sich die Frage, warum dies nicht auch beim Lichte stattfinden kann. Diese so berechtigte Frage

konnte nicht beantwortet werden, ehe man die einschlägigen Erscheinungen näher studirt hatte. Heute wissen wir, dass einerseits auch das Licht um die Ecke herumgeht, dass andererseits auch der Schall einen (Schall-)Schatten werfen kann, also sich geradlinig fortpflanzt, wie das Licht. Ob das Eine oder Andere eintritt, hängt lediglich von den Dimensionen der Gegenstände ab, welche sich der Ausbreitung der Licht- oder Schallwellen entgegenstellen.

Wiewohl Huyghens in seinem classischen Werke: „Traité de la lumière" [1]) in scharfsinniger Weise die Gesetze der geradlinigen Ausbreitung, der Reflexion und der Brechung des Lichtes auf Grund einer wellenförmigen Bewegung des Lichtes dargethan hatte, vermochte er doch nicht, seine Zeitgenossen zu überzeugen. Fast allgemein acceptirte man die von Newton ausgebaute Emissionstheorie.

Die von Grimaldi [2]) 1665 beobachtete Beugung des Lichtes, gemäss welcher bei genügender Kleinheit des schattenwerfenden Körpers der Schatten von der geometrischen Construction abweicht und seine Grenze mit abwechselnd hellen und dunklen Streifen versehen erscheint, fand wenig Beachtung. Erst viel später, nachdem der berühmte englische Arzt Thomas Young [3]) das Princip der Interferenz aufgestellt hatte, neigte man wieder mehr der Wellentheorie des Lichtes zu.

Inzwischen hatte Euler (1707 bis 1783) die Periodicität der Lichtwellen erkannt und die Farbe des Lichtes auf die Schwingungsdauer zurückgeführt. Huyghens hatte nämlich noch geglaubt, dass die Lichtwellen von einzelnen auf einander folgenden gleich beschaffenen Impulsen herrührten. Ein neues Hinderniss, welches anfangs unüberwindlich schien, stellte sich der Wellenlehre 1808 entgegen, als Malus die sogenannte Polarisation des Lichtes entdeckte. Diese liess sich nicht erklären, so lange man mit Euler und Young annahm, dass die Lichtwellen auf Longitudinalschwingungen beruhen, wie es beim Schall als richtig erkannt war. Erst als Fresnel die Transversalschwingungen in die Wellenlehre einführte und durch die geniale Combination des Huyghens'schen Princips der Elementarwellen mit dem Interferenzprincip von Young auch die Beugung des Lichtes zu erklären wusste, da trug die Wellenlehre endgültig den Sieg über Newton's Emissionstheorie davon.

Die Mängel der Fresnel'schen Theorie wurden von W. Voigt beleuchtet, von G. Kirchhoff endgültig beseitigt.

158 **Huyghen's Princip der Elementarwellen und einhüllenden Flächen.** Was die Fortpflanzung des Lichtes anbetrifft

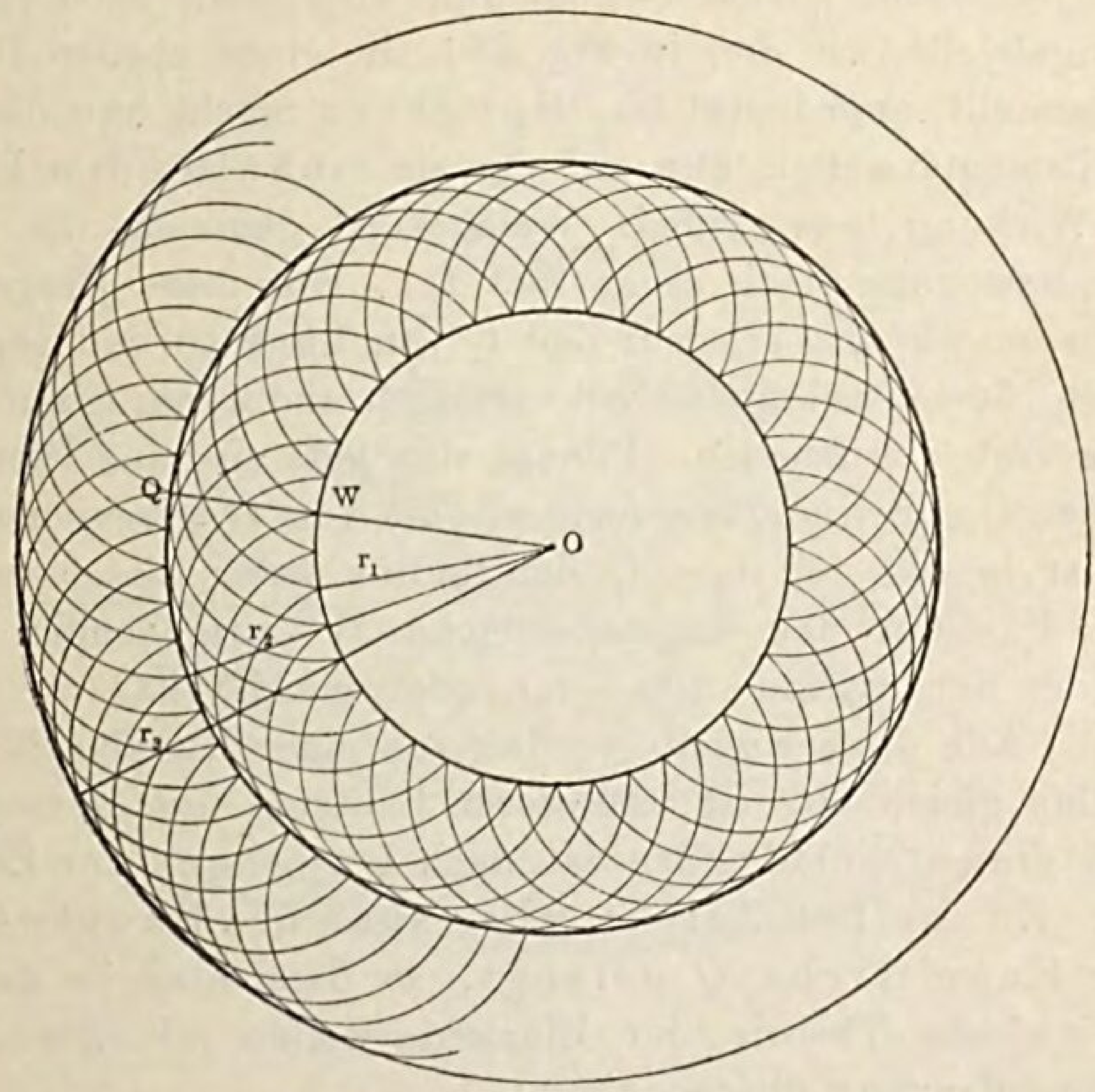
[1]) Dasselbe erschien erst 1690 in Leyden, obgleich Huyghens seine Wellentheorie schon 1678 der Pariser Akademie vorgetragen hatte.

[2]) Grimaldi, „Physico-mathesis de lumine, coloribus et iride." Bologna 1665.

[3]) Thomas Young, „On the theory of light and colours." Philos. Trans. 1802.

so nimmt Huyghens an, dass die Vibrationsbewegung der leuchtenden und sichtbaren Körper keine Gesammtbewegung sei, wie die der tönenden Körper, sondern dass die einzelnen Moleküle der leuchtenden Objecte für sich schwingen. Da diese Schwingung sich unserem Auge auch durch den leeren Raum hindurch mittheilt, so schliesst Huyghens, dass es einen Stoff, den „Lichtäther", geben müsse, der alle Körper durchdringt, den ganzen Weltenraum bis zu den fernsten Fixsternen ausfüllt und so überall hin die Lichterschütterungen fortzupflanzen vermag; um die ungeheure Geschwindigkeit begreiflich zu machen, welche das Licht besitzt, erläutert er die Fortpflanzung des Stosses in einer Reihe sich

Fig. 261.



berührender elastischer Kugeln. Dabei zieht er den Schluss, dass das Licht Zeit brauche, um sich fortzupflanzen, und dass sich in einem elastischen Medium, wie der angenommene Lichtäther, gleichzeitig zwei Impulse in entgegengesetzter Richtung ausbreiten können, ohne sich gegenseitig zu stören. Aber die Erschütterung eines bewegten Aethertheilchens theilt sich nicht allein denjenigen Theilchen des Aethers mit, welche auf einer geraden, vom Lichtpunkt gezogenen Linie liegen, sondern alle das vibrirende Aethertheilchen berührenden und seiner Bewegung Widerstand leistenden Theilchen werden in Mitschwingung versetzt.

Wie der ins Wasser geworfene Stein nach einander alle Oberflächentheilchen erregt und kreisförmige Wellen erzeugt, so theilt sich die Bewegung eines Lichtpunktes dem ganzen umliegenden Aethermeere mit, kugelförmig vom Lichtpunkte sich ausbreitend. Es sei O (Fig. 261) der Lichtpunkt und seine Bewegung sei in der Zeit t_1 bis zu einer Kugel-

oberfläche W mit dem Radius $OW = r_1$ fortgeschritten. Ist v die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Lichtes, so wird die Bewegung in einer späteren Zeit t_2 um die Strecke $v(t_2 - t_1)$ weitergeschritten sein, etwa bis zur Kugeloberfläche Q mit dem Radius $OQ = r_2$. Die von O ausgegangene Bewegung kommt zu der Kugelfläche Q durch Vermittlung des Schwingungszustandes auf der Kugel W. Huyghens sucht beide aus einander abzuleiten, indem er folgendermaassen schliesst.

Da jedes schwingende Aethertheilchen die Bewegung an alle umliegenden mittheilt, so kann man jedes vom Lichtpunkte O erregte Theilchen als neues Erschütterungscentrum auffassen. Ist also die Bewegung von O in der Zeit t_1 bis zur Kugeloberfläche W fortgeschritten, so wird jedes Theilchen dieser Fläche bewegt und wird somit wiederum Centrum je einer Kugelwelle, wie dies in Fig. 261, die einen ebenen Durchschnitt durch O darstellt, angedeutet ist. Huyghens macht nun die Annahme, dass alle Elementarwellen nur auf der sie einhüllenden Fläche eine merkliche Wirkung hervorrufen. Welches ist demnach die von O ausgegangene Bewegung nach einer Zeit t_2? Um diese Frage zu beantworten, müssen wir also alle zur Zeit t_1 von Punkten der Kugelfläche W ausgehenden Elementarkugelwellen verfolgen und deren Einhüllende nach Verlauf der Zeit t_2 aufsuchen. Pflanzt sich jede einzelne Elementarwelle mit derselben Geschwindigkeit fort, wie die von O ausgegangene Hauptwelle, so ist in der Zeit $t_2 - t_1$ der Radius jeder dieser von den verschiedenen Punkten der Kugeloberfläche W ausgehenden Elementarwellen gleich der Strecke $v(t_2 - t_1)$, oder gleich $WQ = OQ - OW = r_2 - r_1$. Alle diese Kugeln werden von einer Kugelfläche eingehüllt, deren Radius gleich OQ ist und deren Centrum mit O zusammenfällt. Ausserhalb dieser Einhüllenden ist nach Huyghens zur Zeit t_2 keine Bewegung. Zur selben Zeit ist aber auch die Hauptwelle von O nach der Kugelfläche Q gelangt, so dass also in der That die Huyghens'sche Theorie der Elementarwellen mit der Theorie der directen Fortpflanzung übereinstimmt.

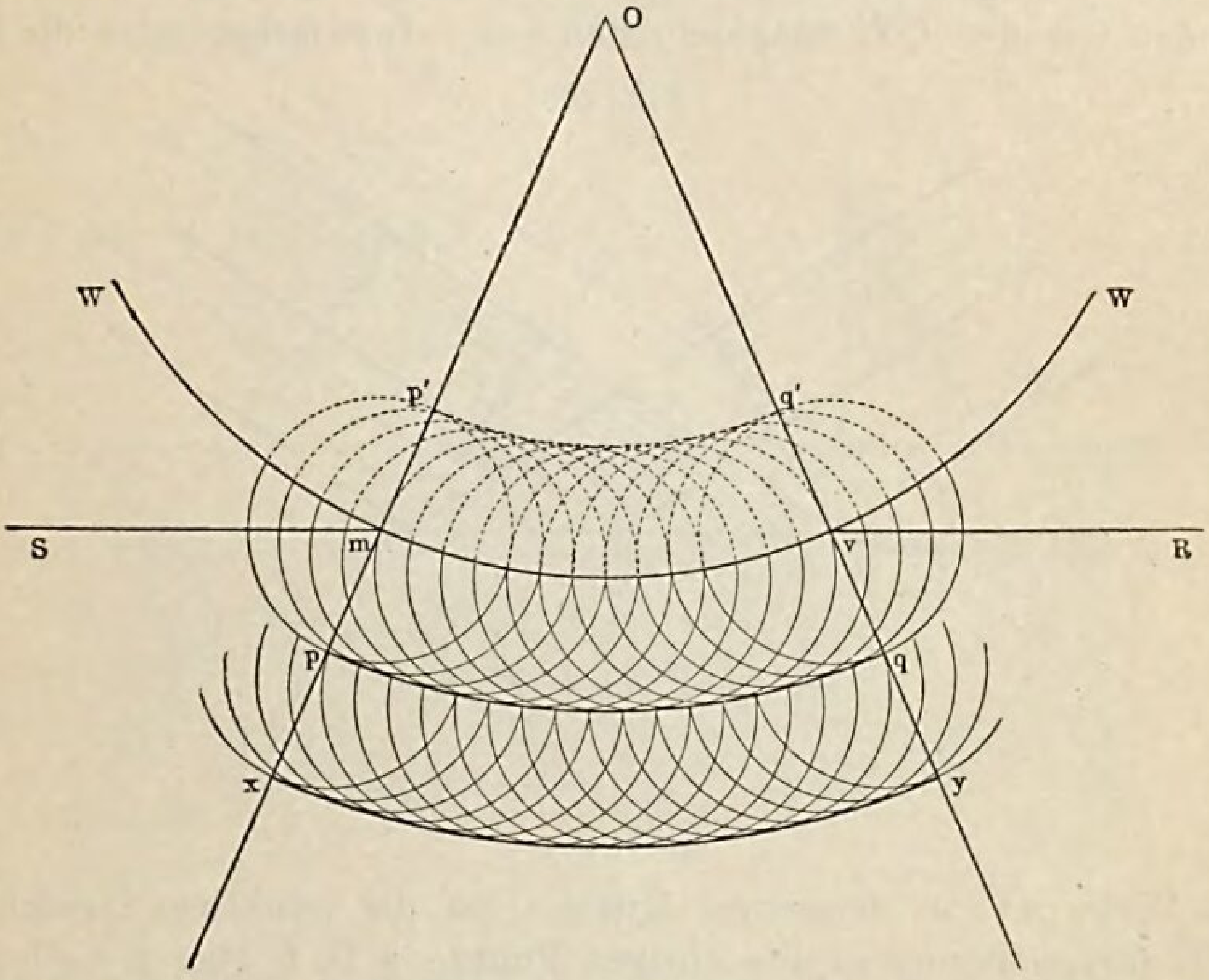
Betrachten wir wieder jeden Punkt der Kugelwelle Q als neues Erschütterungscentrum, so ergiebt sich als Einhüllende aller dieser neuen Elementarwellen wieder eine neue mit O concentrische Kugeloberfläche, so dass wir also auch nach Huyghens eine kugelförmige Ausbreitung des Lichtes gemäss der Wellenlehre erhalten.

Die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes bei gestörter Ausbreitung ergiebt sich nach Huyghens wie folgt. Es treffe die von O (Fig. 262) kommende Welle W auf den dunklen Schirm SR mit der Oeffnung mv. Nur die von Punkten des Wellenstückes mv ausgehenden Elementarwellen treten durch die Oeffnung; wir beschreiben also Kugeln mit gleich grossem Radius um jeden Punkt der Strecke mv und construiren die einhüllende Fläche aller Elementarkugeln. Wir erhalten auf diese Weise Stücke von Kugelflächen, welche alle begrenzt werden durch die von O aus nach den Grenzpunkten m und v der Oeffnung

gezogenen Geraden. Diese bilden aber einen Kegelmantel, dessen Spitze im Lichtpunkte O liegt. Nach dem Huyghens'schen Princip der einhüllenden Flächen steht also der geometrische Schatten im Einklang mit der Wellenlehre. Dieser Theorie haften aber verschiedene Mängel an. Erstens erklärt sie nicht, warum bei enger Oeffnung mv die geradlinige Fortpflanzung aufhört und Beugung des Lichtes eintritt, wie es die Versuche von Grimaldi, Young u. A. lehren.

Zweitens bleibt zu erklären, warum die Welle mv nicht auch eine rückwärts schreitende Welle $p'q'$ erzeugt, da doch die Elementarkugeln, deren Einhüllende pq ist, auch noch bei $p'q'$ eine Einhüllende

Fig. 262.



besitzen, und schliesslich, warum jede Bewegung in geringer Distanz einer einhüllenden Fläche verschwindet.

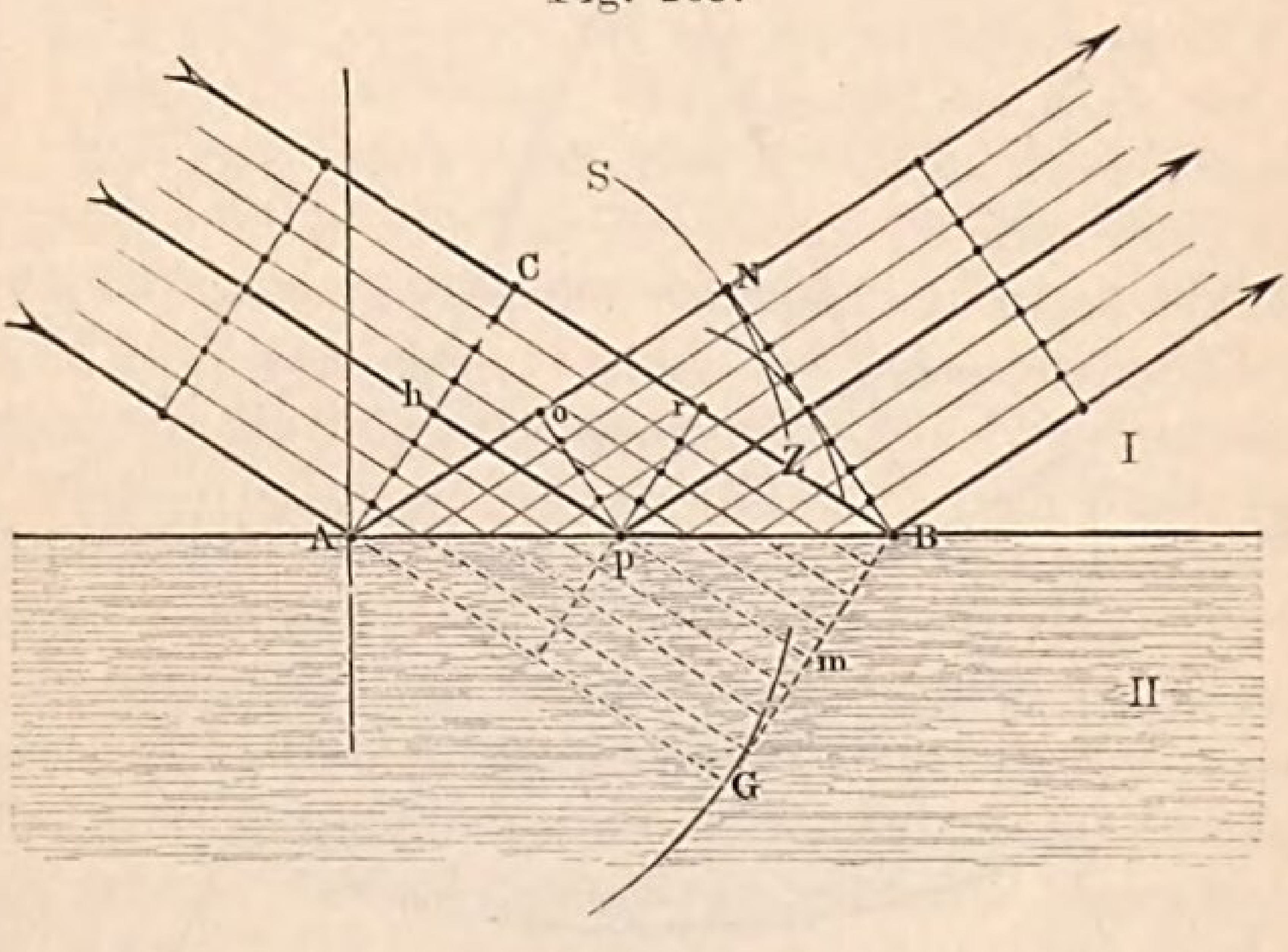
Auf diese Einwände antwortet Huyghens in seinem berühmten Traité de la lumière, p. 18: „tout cecy ne doit pas sembler estre recherché avec trop de soin ni de subtilité ...“; „auch könne man ja, wie man weiter sehen wird, alle Eigenschaften des Lichtes, im Besonderen, was die Reflexion und Brechung der Lichtstrahlen betreffe, durch sein Princip der einhüllenden Flächen erklären.“

Alle die Mängel des Huyghens'schen Princips wurden durch Fresnel gehoben, indem er annahm, dass die Elementarwellen sich bei ihrem Durchkreuzen gemäss dem Interferenzprincip von Th. Young beeinflussen, dass also nicht auf der Einhüllenden, sondern überall da Licht auftritt, wo sich die Elementarwellen verstärken, dagegen da Dunkelheit, wo sie sich vernichten. Ehe wir das zum Verständniss hierzu

nothwendige Princip der Interferenz behandeln, wiederholen wir die von Huyghens gegebenen Ableitungen des Reflexions- und Brechungsgesetzes aus dem Princip der einhüllenden Flächen.

159 **Gesetze der Reflexion und Brechung, entwickelt aus Huyghens' Theorie der einhüllenden Wellen.** Wir folgen den Ausführungen von Huyghens (Traité de la lumière, p. 19 u. 20 ff.). Die Zeichnungsebene gehe durch das unendlich weit entfernte Centrum einer Kugelwelle und stehe senkrecht auf der ebenen Fläche AB (Fig. 263), welche zwei verschieden brechende Medien I und II von einander trennt. Es sei AC ein als eben zu betrachtendes Stück der Kugelwelle. In einer gewissen Zeit wird C bis B längs der auf AC senkrecht stehenden Geraden CB fortgeschritten sein. Inzwischen wäre die Stelle

Fig. 263.

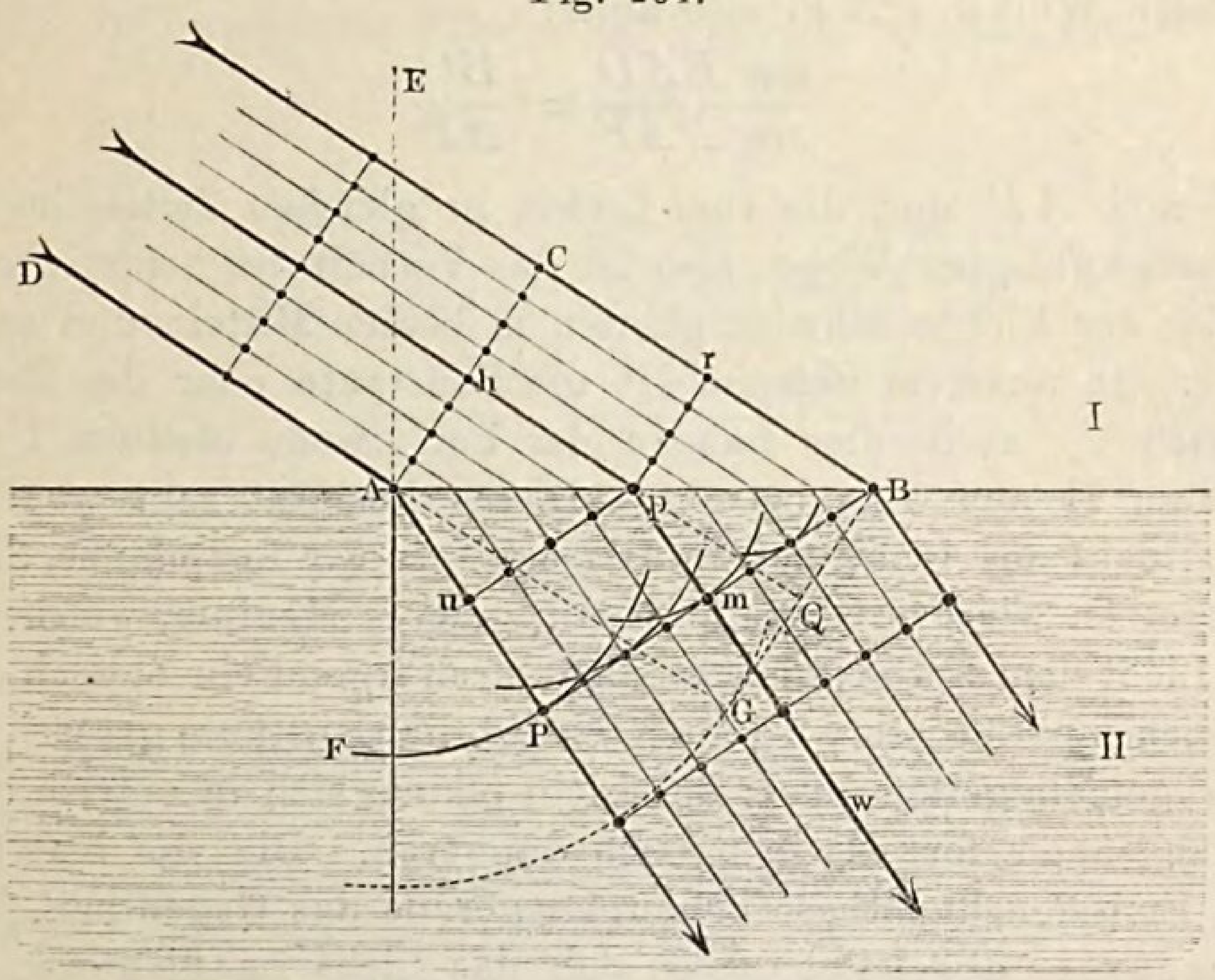


A der Welle AC in demselben Mittel I um die punktirte Strecke $AG = CB$ fortgeeilt und so alle übrigen Punkte, z. B. h über p nach m, so dass bei Gleichheit von I und II die ebene Welle AC nach BG parallel zu sich fortgeschritten wäre. In der Trennungsfläche AB bringt jedoch ein ankommender Impuls ein neues Erschütterungscentrum hervor, welches seine eigenen Kugelwellen aussendet, die mit derselben Geschwindigkeit im Medium I, aber mit einer davon verschiedenen im Medium II sich ausbreiten. Betrachten wir erst die reflectirten im Mittel I entstehenden Elementarwellen. Wir beschreiben von A einen Kreis SNZ und von p u. s. w. Kreise mit den Halbmessern pm u. s. w. Die von B an SNZ gelegte Tangente BN wird auch von allen anderen Elementarkreisen berührt. Durch die Trennungsfläche AB ist somit die Welle NB entstanden, welche nun wieder parallel mit sich fortschreitet. Fällen wir von p die Lothe pr und po auf CB und AN, so sieht man, wie die ebene Welle AC durch die geknickten Wellen opr erst bei BN wieder in die ebene Welle übergeht. Dass der Reflexionswinkel $\widehat{NAB}$ gleich dem Einfalls-

winkel $\widehat{CBA}$ ist, folgt aus der Congruenz der gleichnamigen Dreiecke. Dieselben haben die Seite AB gemein, bei C und N rechte Winkel und die gleich grossen Seiten $AN = BC$. Da CB und AN die Richtung der auf ihnen $\perp$ stehenden Wellen AC und BN bezeichnen, so ist bewiesen, dass der reflectirte und einfallende Strahl mit der reflectirenden Fläche AB gleiche Winkel bilden.

Wir kommen zur Brechung des Lichtes. Der in den verschiedenen Medien zwischen den materiellen Partikelchen gelagerte Aether wird die Wellenimpulse mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen. Würde das Mittel II (Fig. 264) die Lichtimpulse mit gleicher Geschwindigkeit

Fig. 264.



fortleiten, wie Mittel I, so wäre BG die gebrochene Welle, d. h. es wäre keine Brechung des Lichtes an der Trennungsfläche eingetreten. Es sei II ein Medium, welches das Licht langsamer fortpflanzt als das Medium I. Während C nach B gekommen ist, wird sich die Elementarwelle vom Centrum A aus im Mittel II auf einer Kugelwelle ausgebreitet haben, deren Radius kleiner als $AG = BC$ ist. Er sei nur $^2/_3\,AG = AP$; an diesen Kreis ziehen wir von B eine Tangente, welche ersteren in P berühren möge. Dieselbe wird von allen Kreisen berührt, welche um die Punkte p als Centren mit den Radien $pm = {^2/_3}\,pQ$ gezogen werden. Es ist also die Einhüllende BP die gebrochene Welle, welche aus der einfallenden AC entstanden ist.

Fällen wir Lothe von p auf den Strahl AP und BC, so sehen wir, dass die ebene Welle AC durch die geknickte Welle rpu hindurchgegangen ist, um erst dann wieder in eine ebene Welle BP überzugehen, nachdem sämmtliche Punkte der einfallenden Welle die Trennungsfläche

erreicht haben. Von jetzt an schreitet BP parallel zu sich längs der dazu Senkrechten AP im Mittel II fort. Es fragt sich, ob die Ablenkung resp. Brechung, welche die Lichtstrahlen an der Fläche AB erfahren haben, für alle Einfallswinkel EAD eine dem Brechungsgesetz entsprechende ist. Wie die Figur lehrt, ist:

$$\sin \widehat{BAC} = BC/AB$$

und:

$$\sin \widehat{ABP} = AP/AB$$

demnach:

$$\frac{\sin BAC}{\sin ABP} = \frac{BC}{AP}.$$

Aber Winkel BAC ist gleich dem Winkel EAD und ebenso Winkel ABP gleich Winkel PAF, also auch:

$$\frac{\sin EAD}{\sin PAF} = \frac{BC}{AP}.$$

BC und AP sind die vom Lichte in gleichen Zeiten im Mittel I und II zurückgelegten Wege, also ist das Verhältniss beider gleich dem Verhältniss der Lichtgeschwindigkeiten in beiden Mitteln und somit eine Constante. In unserem Beispiel ist die Constante oder der Brechungsindex gleich $^3/_2$; es ist dies nahezu der Fall, wenn Medium I aus Luft und Medium II aus Glas besteht. Dieses Resultat sagt somit gleichzeitig aus, dass das Licht sich im Glase langsamer fortpflanzt, als in der Luft. Ersetzen wir das Glas durch ein anderes Medium, welches gleichfalls das Licht dem Lothe zubricht, also durch irgend ein optisch dichteres im Vergleich zur Luft, so wird auch wieder die Constante grösser als Eins, so dass allgemein gelten muss: das Licht pflanzt sich in optisch dichteren Medien langsamer fort als in optisch dünneren. Die von Newton vertheidigte Emissionshypothese behauptet gerade das Gegentheil. Aus ihr hatte Descartes abgeleitet, dass sich das Licht im dichteren Medium schneller fortpflanzt als im dünneren. Die im I. Cap., S. 16 ff. beschriebenen Versuche von Foucault entscheiden zu Gunsten von Huyghens, also zu Gunsten der Wellentheorie, insofern aus ihnen folgt, dass in einem stärker brechenden Mittel der Widerstand gegen die Lichtfortpflanzung grösser ist als in einem schwächer brechenden.

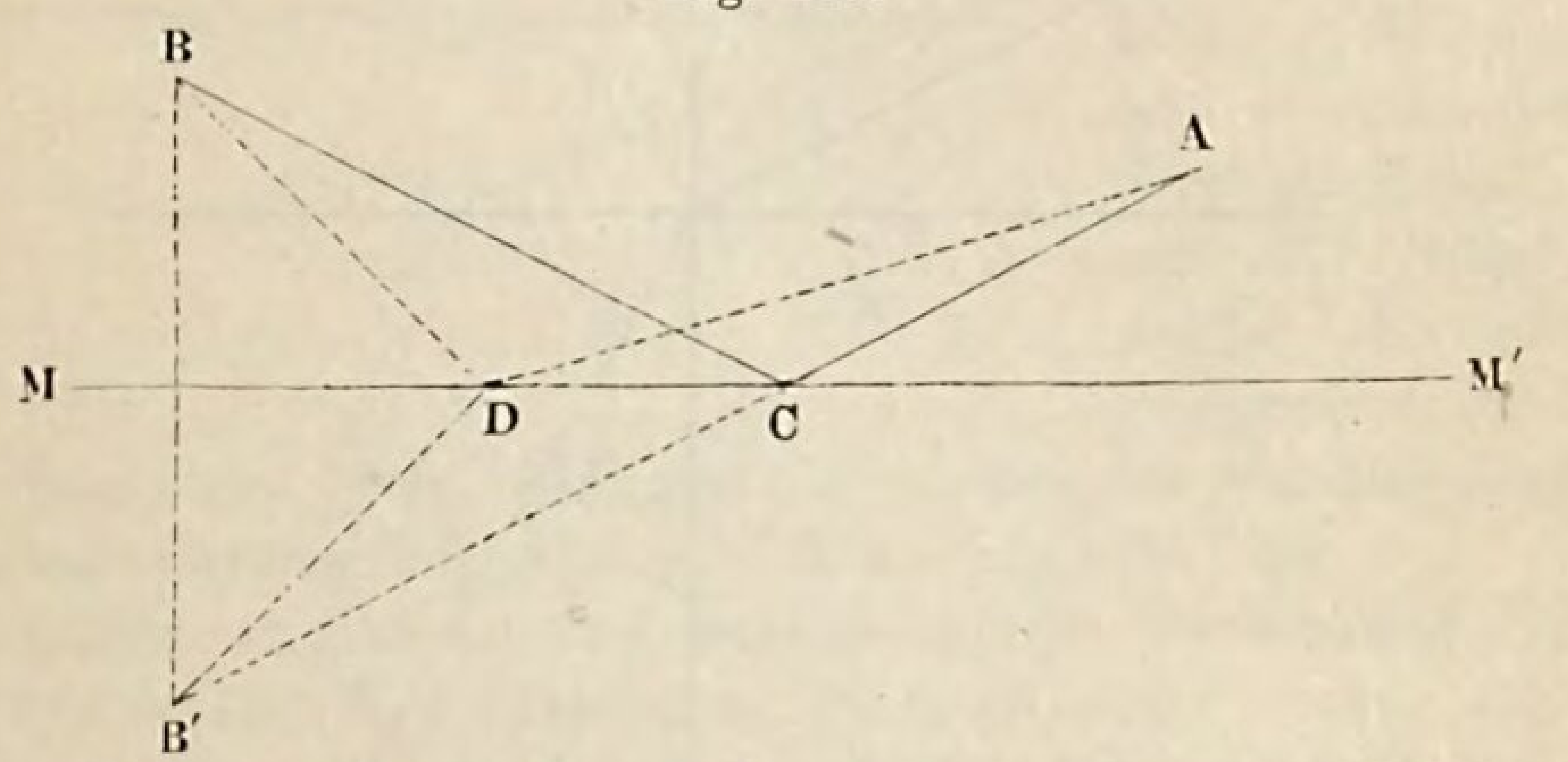
Schon vor Huyghens war Fermat, von einem anderen Princip ausgehend, zu demselben Resultat gekommen.

Dieses Princip wurde zuerst von Lachambre (1662) für gespiegelte Strahlen aufgestellt, und von Fermat (1608 bis 1665) auf die Brechung ausgedehnt. Indem wir diese Sätze hier einfügen, wollen wir eine rein mechanische Deutung derselben versuchen. Für die Brechung werde der von Huyghens gegebene Beweis wiederholt. Bei Erweiterung des Fermat'schen Satzes auf beliebig viele gekrümmte spiegelnde oder brechende Flächen lernen wir sodann den Begriff der „optischen Länge" kennen, welcher von H. v. Helmholtz in die Optik eingeführt ist und uns später von grossem Nutzen sein wird.

Neue Form für die Reflexions- und Brechungsgesetze, mechanische Bedeutung derselben. Sätze von Lachambre und Fermat. 160 Die Gesetze über die Reflexion und die Brechung des Lichtes, welche wir zuerst als empirische Regeln kennen gelernt, dann durch die Undulationstheorie erklärt haben, lassen sich in eine sehr einfache gemeinschaftliche Fassung bringen, welche für die Reflexion zuerst von Lachambre, für die Brechung von Fermat ausgesprochen wurde. In dieser Fassung lautet das Gesetz folgendermaassen: Das Licht, welches durch Spiegelung oder Brechung von einem Punkte zu einem anderen gelangt, geht dabei denjenigen Weg, welcher am schnellsten zum Ziele führt.

Bei der Reflexion ist dies unmittelbar einleuchtend. Stellt MM' in Fig. 265 die spiegelnde Fläche dar, A den Ausgangspunkt, B den

Fig. 265.



Zielpunkt, B' das Spiegelbild von B, so ist die Gerade AB' die kürzeste Verbindung von A und B', also auch $AC + CB$ die kürzeste durch Reflexion zurückzulegende Wegstrecke zwischen A und B; denn jeder andere Weg, z. B. $AD + DB = AD + DB'$ umfasst zwei Seiten des Dreiecks ADB', welche zusammengenommen stets länger sind, als die dritte Seite AB'. Bei der Reflexion ist also der vom Lichte zurückgelegte Weg der kürzeste und wegen der nach allen Richtungen gleichen Geschwindigkeit in isotropen Medien auch der schnellste.

Für die Brechung ist der vom Lichtstrahl zurückgelegte Weg nur zeitlich, nicht auch räumlich der kürzeste. Wir wiederholen den von Huyghens gegebenen Beweis. Es sei KF (Fig. 266 a. f. S.) die ebene Trennungsfläche der beiden Medien I und II, von denen das letztere das stärker brechende sei. Der vom leuchtenden Punkte A ausgehende Strahl AB werde bei B gemäss dem Brechungsgesetz nach C gebrochen. Sind die Lichtgeschwindigkeiten in den Medien I resp. II gleich v_1 resp. v_2, so gilt also:

$$\frac{\sin ABP}{\sin CBQ} = \frac{v_1}{v_2} = constans;$$

wir wollen beweisen, dass dann der Weg $AB + BC$ der zeitlich kürzeste ist, resp. vom Licht schneller durchlaufen wird, als jeder andere

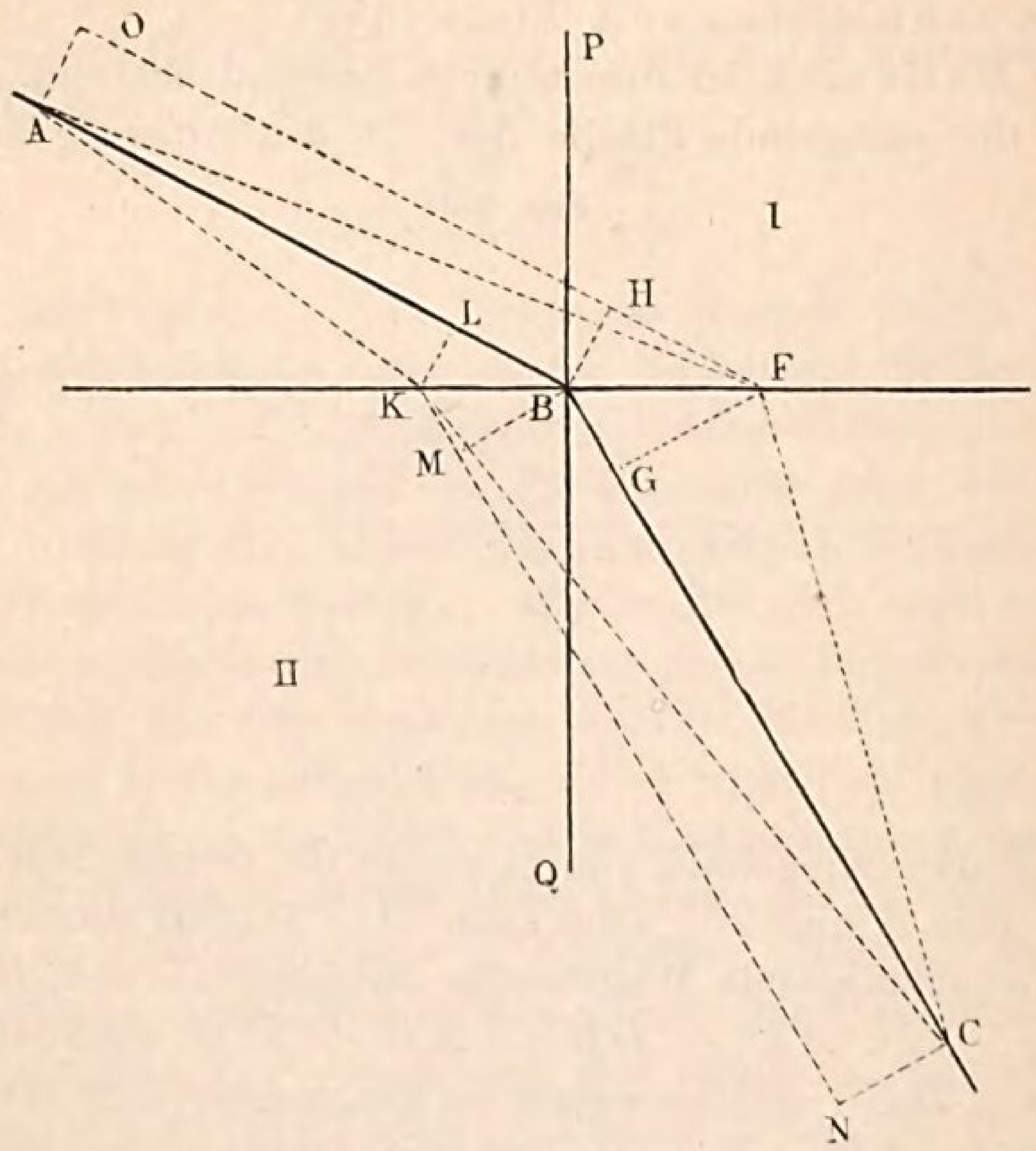
Weg $AF + FC$ oder $AK + KC$. Dazu ziehen wir $OF \parallel AB$ und zu beiden senkrecht die Strecken AO und BH; ferner $FG \perp BC$.

Es gilt dann: $\sphericalangle PBA = \sphericalangle HBF$
$\sphericalangle CBQ = \sphericalangle BFG$

also auch: $$\frac{\sin HBF}{\sin BFG} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{HF}{BG}.$$

Die Strecke HF legt das Licht also in derselben Zeit zurück, wie die Strecke BG; da nun $OH = AB$, so ist für $OH + HF$ dieselbe

Fig. 266.



Zeit nöthig, wie für $AB + BG$, demnach für die Strecke $AF > OF$ mehr Zeit. Ebenso ist $FC > GC$ und somit ist bewiesen, dass $AB + BC$ weniger Zeit erfordert als $AF + FC$.

Wir nehmen jetzt den Fall, dass das Licht den Weg $AK + KC$ eingeschlagen habe. Es werde jetzt $KN \parallel BC$ und zu beiden BM und CN senkrecht genommen; ferner sei $KL \perp AB$. Es gilt dann:

$$\frac{\sin LKB}{\sin KBM} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{BL}{KM}$$

und der Zeit nach sind die Strecken $LB = KM$, also auch $CB + BL = NM + MK$; aber da $CK > NK$ und $AK > AL$, so ist $AK + KC > AB + BC$, was zu beweisen war.

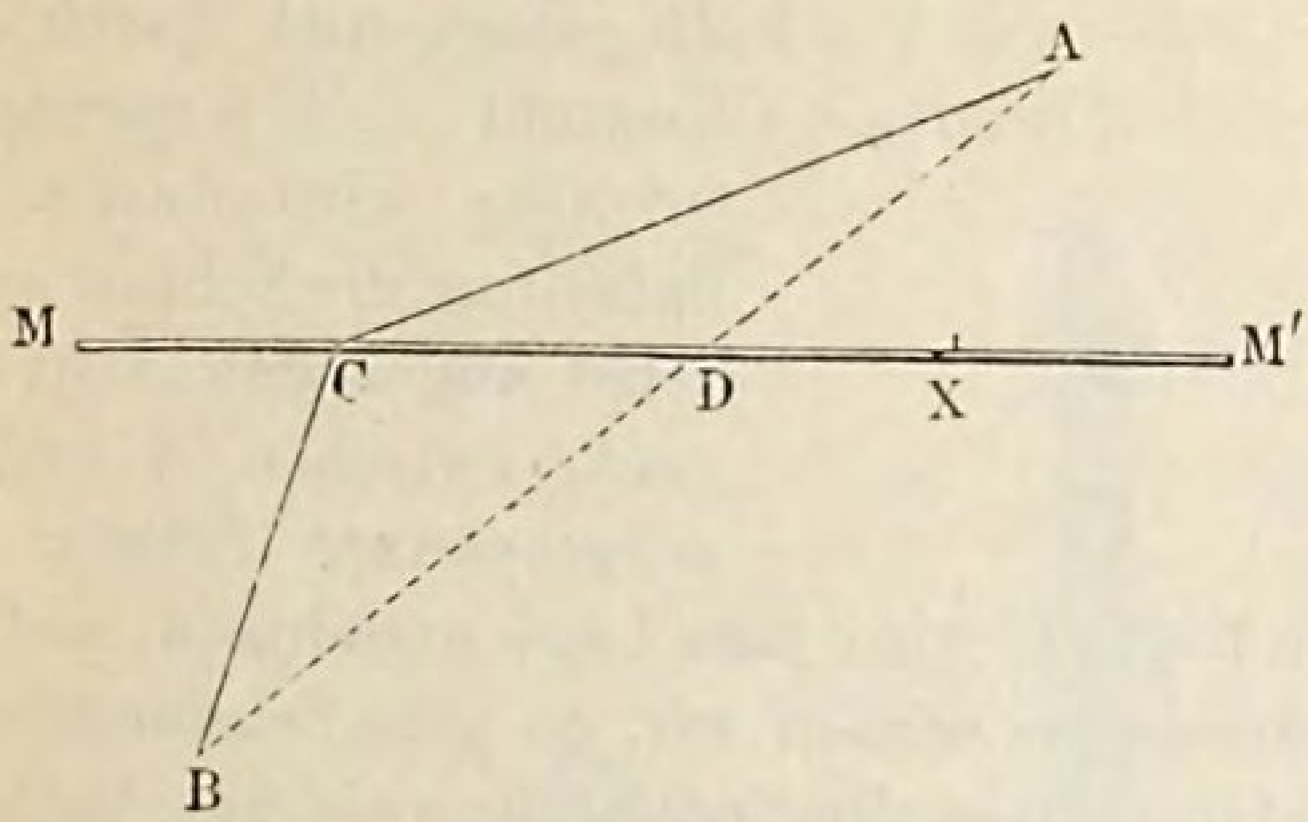
Bei diesem Beweise gingen wir von dem als richtig angenommenen Satze aus, dass die Geschwindigkeit im dichteren Medium die kleinere

sei und leiteten aus dem Brechungsgesetz den Fermat'schen Satz ab. Fermat verfuhr umgekehrt und erhielt als Nebenresultat den Descartes' Behauptung widersprechenden Satz, dass sich ein Lichtstrahl um so langsamer fortpflanzt, je dichter das von ihm durcheilte Medium ist.

Eine deutlichere Vorstellung vom Wesen des Fermat'schen Theorems giebt uns folgende Aufgabe, deren Behandlung uns zugleich eine interessante Beziehung zu einem mechanischen Problem kennen lehrt.

MM', Fig. 267, sei ein schmaler, geradliniger Canal auf freiem Felde. Ein in A befindlicher Mann solle in der möglichst kürzesten Zeit nach einem beliebigen Punkte X am Canale und von dort nach B eilen. Es werde ferner angenommen, dass das Terrain jenseits der Linie MM' unwegsamer sei, so dass deshalb die Geschwindigkeit von C an auf ein Drittel reducirt werde. Es soll also der geeignetste Punkt C zur Uebersetzung der Linie MM' gesucht werden, für welchen die Zeitdauer auf beiden Wegstrecken $AC + CB$ am kleinsten ist.

Fig. 267.

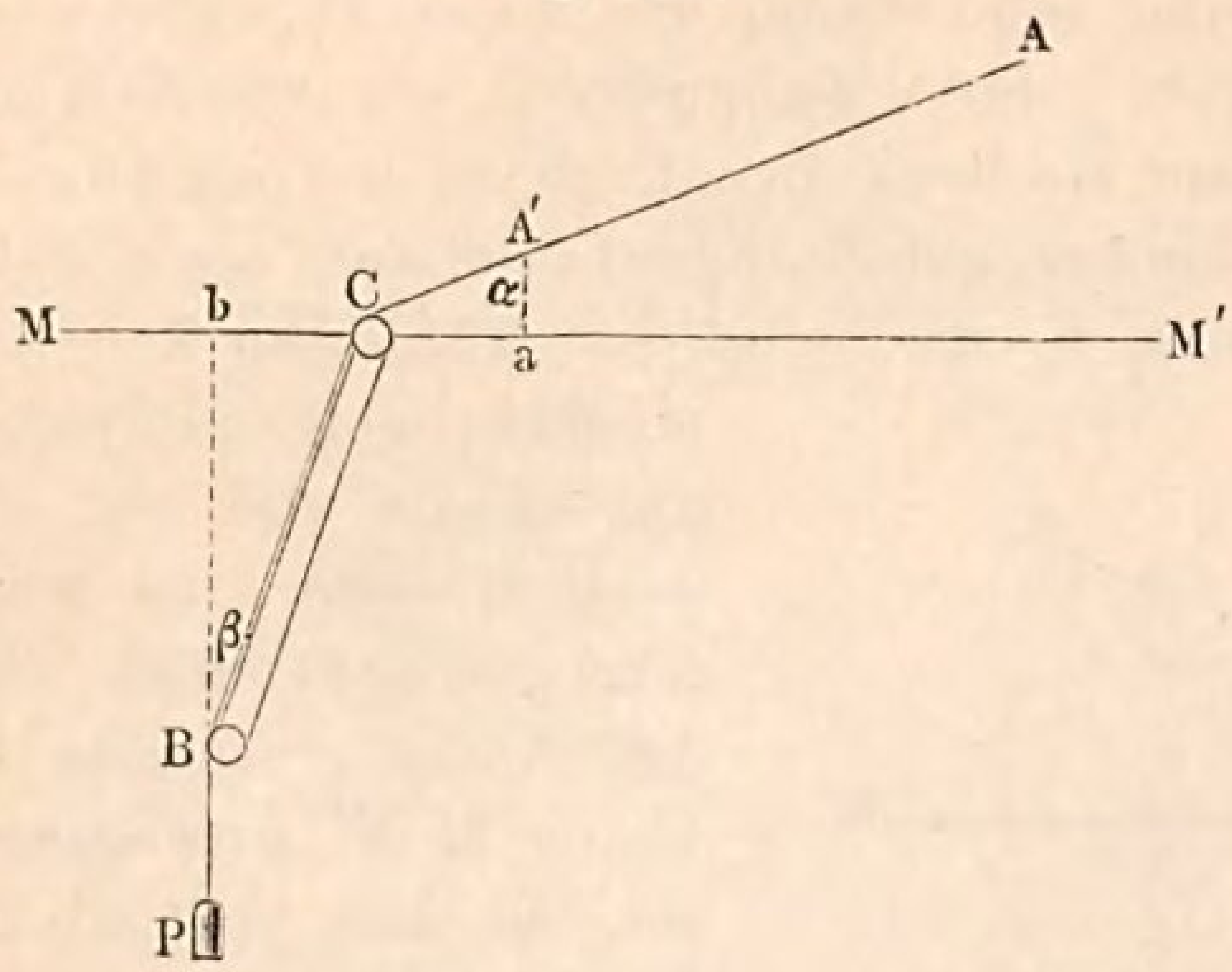


Zunächst ist einleuchtend, dass die gerade Verbindung AB, welche den kürzesten Weg darstellt, diesmal nicht mehr zugleich der schnellste Weg ist, wenn nicht zufällig AB senkrecht auf MM' zu liegen kommt. Rückt man nämlich den Durchschneidungspunkt D allmählich in der Richtung gegen M, so wird die Summe der Wege $AD + DB$ zwar grösser, aber während die schneller passirbare Strecke AD zunimmt, wird die schwieriger passirbare Strecke DB kürzer. Der letztere Vortheil überragt den ersteren Nachtheil. Rückt man den Punkt D immer weiter, so kommt er endlich in eine Lage C, von wo an umgekehrt die Zeitversäumniss in Folge der Verlängerung von AD überwiegend werden würde über die Zeitersparniss in Folge der Verkürzung von DB.

Wir können uns nun die Bedingung, dass die Geschwindigkeit längs CB nur $v_2 = \frac{v_1}{3}$ sei, während sie längs $AC = v_1$ ist, ersetzt denken durch die andere Bedingung, dass der Weg CB dreimal zurückzulegen sei, hingegen der Weg AC nur einmal, wobei die Geschwindigkeit beide Male gleich v sei. In Bezug auf die verbrauchte Zeit ist es ja einerlei, ob ein Weg dreimal oder nur einmal, aber mit $^1/_3$ der Geschwindigkeit, zurückgelegt werde. Wir könnten also die Aufgabe so fassen, dass der Mann von A aus nach C, von dort nach B, dann zurück nach C, dann nochmals nach B zu gehen habe. Seine Geschwindigkeit bleibe dabei constant. Es soll die Lage von C gesucht werden, damit die Summe

dieser Wege am kleinsten, mithin die Zeit am kürzesten ausfalle. Diese Aufgabe können wir nun durch ein mechanisches Hülfsmittel folgendermaassen lösen. Längs der Horizontalen MM' (Fig. 268) sei eine Rolle C frei beweglich. Eine in A vertical über MM' befestigte Schnur werde über die Rolle C, dann über die fixe Rolle B, dann zurück und nochmals um die Rolle C, dann wieder über B gelegt und durch ein Gewicht P gespannt. Offenbar wird durch die Belastung die Schnur möglichst angezogen, also das ganze zwischen A und B ausgespannte Stück so kurz als möglich gemacht. Die Rolle C wird jene Lage annehmen, welche dieser Bedingung genügt. Andererseits wissen wir, da jede Schnurstrecke die gleiche Spannung $= P$ erfährt, dass die Spannung zwischen Rolle C und Punkt A gleich P, die zwischen Rolle C und Punkt $B = 3\,P$ ist. Die beiden Spannungen P und $3\,P$ müssen nun längs CM' und CM gleiche Componenten haben, sobald Gleichgewicht eintreten soll, mithin muss, wenn wir diese gleichen Componenten durch $Ca = Cb$ darstellen, die Grösse von P und $3\,P$ durch die Strecken CA' und CB gegeben sein, und es muss gelten:

Fig. 268.



$$P.\sin\alpha = 3\,P\sin\beta, \text{ also } \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 3.$$

Fig. 269 zeigt in perspectivischer Ansicht den von Prof. Mach[1]) zur Versinnlichung dieses Satzes construirten Apparat, der nach dem Angeführten genügend verständlich ist. Soll der Versuch gut gelingen, so müssen die Rollen B und C aus so vielen einzelnen unabhängig drehbaren Scheiben bestehen, als Schnurtheile darüber gezogen werden, weil jede Scheibe mit einer anderen Geschwindigkeit gedreht wird. Man sieht sogleich, wie der Versuch abzuändern wäre, um für ein anderes Geschwindigkeitsverhältniss als 3 : 1 zu gelten. Auch das Reflexionsgesetz lässt sich damit darstellen, indem man die Schnur einfach von B über C nach A' spannt.

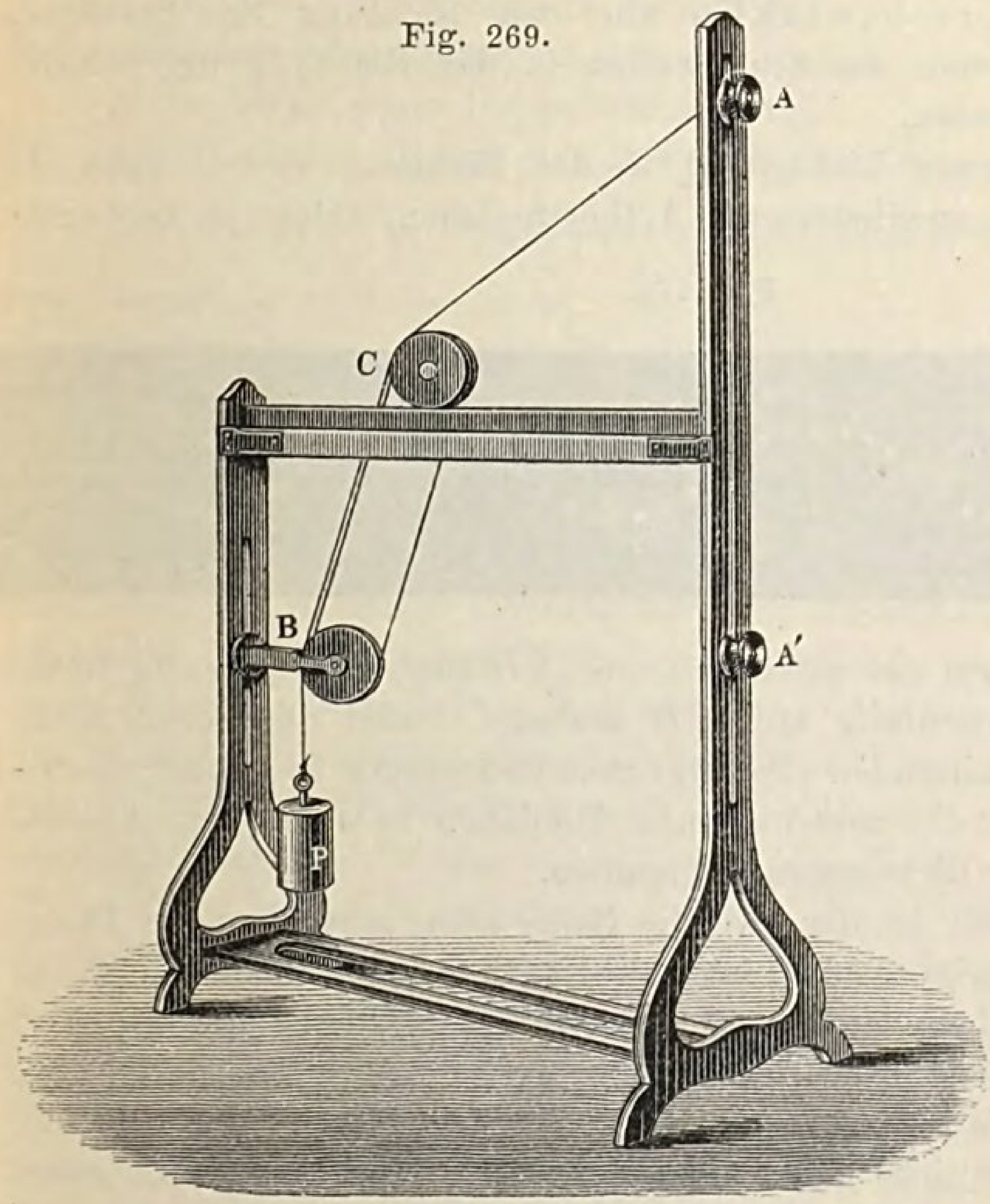
Der Rückschluss von diesem mechanischen Versuche zum optischen Gesetze der Brechung ist nun sehr einfach. Würde das Licht im oberen Medium den Weg AC einmal, im unteren mit gleicher Geschwindigkeit den Weg CB dreimal machen müssen, so käme es ebenfalls am schnellsten

[1]) Carl's Rep., Bd. 7, S. 376.

von A nach B, wenn $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 3$ ist. Statt dessen denken wir uns dann dieselben Wege nur je einmal, aber dafür den Weg CB mit $^1/_3$ der Geschwindigkeit gemacht; es muss dann dieselbe Bedingung für die kürzeste Zeit gelten. Setzen wir dann allgemein statt des Geschwindigkeitsverhältnisses 3 : 1 das Verhältniss $n : 1$, so folgt als Bedingung für das Minimum der Zeit: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$, wobei n den Brechungsquotienten, das ist das Verhältniss der Lichtgeschwindigkeiten $\frac{v_1}{v_2}$ im 1. und 2. Medium, bedeutet.

Wenn wir sagen würden, dass das Licht bei der Reflexion und Brechung stets nur den Weg kürzester Zeit betrete, so wäre dies, strenge genommen, nicht ganz richtig. Mit Rücksicht auf das oben erörterte Huyghens'sche Princip müssen wir vielmehr sagen: Das Licht betritt alle Wege und kann auf jedem Wege von einem Punkte zum anderen gelangen, aber nur jene Lichtbewegungen kommen am Ziele zur Geltung, welche den Weg kürzester Zeit eingeschlagen haben, da die anderen sich durch Interferenz aufheben (s. §. 164 dieses Capitels). Wer wird dabei nicht an das allgemeine Gesetz erinnert, dass in der Natur stets unendlich viele Keime zu unendlich vielen Wirkungen gegeben seien, von denen aber nur ein relativ kleiner Theil zur Entwickelung gelangt, nämlich jener, dessen Existenzbedingungen günstig sind, während die übrigen im „Kampf ums Dasein" untergehen.

Fig. 269.



Elemente der Wellenlehre. Wir geben hier im Zusammenhange die gegenwärtig gültigen Anschauungen über die Wellenlehre wieder, um im Anschluss daran die bei der Ausbreitung des Lichtes im 161

Aether hervorgerufenen Schwingungszustände in mathematische Form zu kleiden.

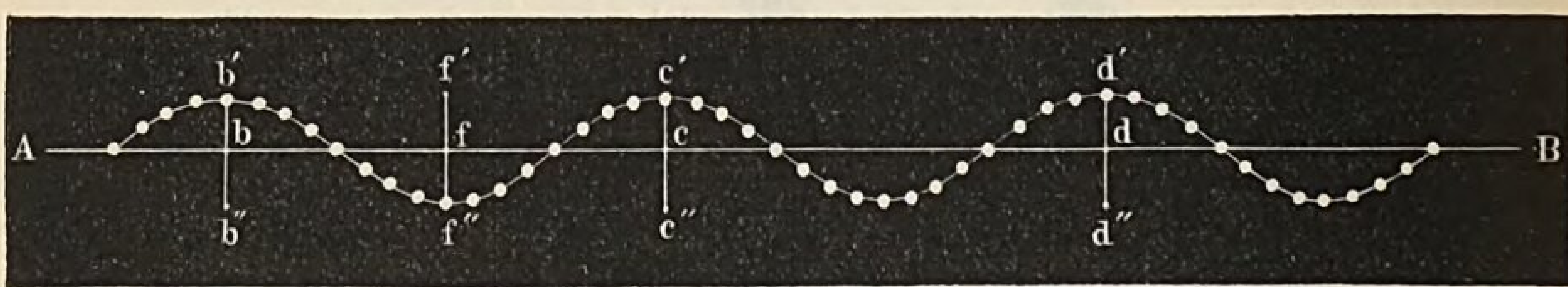
Während der Schall durch die stehenden Schwingungen elastischer Körper erzeugt wird, entsteht das Licht durch eine ungleich raschere Vibrationsbewegung der einzelnen kleinsten Theilchen bezw. des die materiellen Theilchen umgebenden hypothetischen Lichtäthers, aus welchen der leuchtende Körper zusammengesetzt ist.

Während sich der Schall durch eine Wellenbewegung ponderabeler Medien verbreitet, werden die Lichtstrahlen durch eine Wellenbewegung des bereits besprochenen Aethers fortgepflanzt.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen Lichtwellen und Schallwellen besteht ausserdem darin, dass die Vibrationen, welche die Lichtwellen fortpflanzen, rechtwinklig sind zur Richtung des Strahles, während die Vibrationen der Schallwellen in der Richtung der Schallstrahlen selbst stattfinden.

Wenn sich also ein Lichtstrahl in der Richtung von A nach B (Fig. 270) fortpflanzt, so vibriren alle Aethertheilchen, welche im Zustande

Fig. 270.



des Gleichgewichtes auf der geraden Linie AB liegen würden, in Richtungen, welche rechtwinklig auf AB stehen. Dabei durchläuft jedes Aethertheilchen nach einander alle möglichen Richtungen in seiner Schwingungsebene, so dass die verschiedenen Theilchen in demselben Augenblicke alle beliebigen Richtungen einnehmen.

Ein specieller Fall ist der, wo die Bahn aller schwingenden Theilchen in ein und derselben den Lichtstrahl enthaltenden Ebene liegt, so dass jedes einzelne Theilchen immer in derselben geraden Linie hin- und herläuft. Dieser Fall ist verwirklicht beim geradlinig polarisirten Licht. Die Schwingungsweise eines polarisirten Lichtstrahles ist in der Fig. 270 dargestellt, wenn das Licht monochromatisch ist. Das Theilchen, dessen Gleichgewichtslage in b ist, vibrirt beständig zwischen den Punkten b' und b''. In b' ist seine Geschwindigkeit Null, je mehr sich aber das Theilchen der Gleichgewichtslage nähert, desto mehr wächst seine Geschwindigkeit, welche ihr Maximum in dem Momente erreicht, in welchem das Aethertheilchen die Gleichgewichtslage passirt; von nun an nimmt die Geschwindigkeit wieder ab, bis sie endlich in b'' wieder Null wird, worauf dann die Bewegung nach entgegengesetzter Richtung beginnt. Unter der Annahme, dass diese Schwingungsweise gleich derjenigen des Pendels (siehe §. 43 des I. Bandes) vor sich geht, so dass die einzelne Schwin-

gung eine einfache Sinusschwingung [1]) ist, erhalten wir gemäss §. 189 des I. Bandes folgende Gleichungen.

Für die Excursion oder Elongation

$$y = a \,.\, sin\, 2\pi \frac{t}{T} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad 1)$$

und für die Geschwindigkeit

$$v = v_0 \,.\, cos\, 2\pi \frac{t}{T} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad 2)$$

Dabei bedeuten

$a = bb' = bb''$ die Amplitude,

y den momentanen Abstand des schwingenden Theilchens von der Axe (nach aufwärts positiv, nach abwärts negativ),

v_0 die Geschwindigkeit im Punkte b,

v die Geschwindigkeit im Abstande y,

T die Dauer einer Doppelschwingung,

t die Zeit seit Beginn der Bewegung von b nach aufwärts.

Der Quotient $\frac{t}{T}$ drückt aus, wie viel Oscillationen seit dem Anfang der Bewegung verflossen sind.

Obgleich sich das Licht mit ausserordentlicher Geschwindigkeit fortpflanzt, so geschieht diese Fortpflanzung doch nicht momentan; die Vibrationen eines Aethertheilchens theilen sich also auch nicht momentan den in der Richtung des Strahles ihm folgenden Theilchen mit. Stellen wir uns vor, die ganze Reihe von Aethertheilchen auf der Linie AB, Fig. 270, sei in Ruhe. Wenn nun das Theilchen in b in einem bestimmten Momente seine Vibrationen beginnt, so werden alle weiter nach B hin liegenden Theilchen später zu vibriren beginnen, und zwar um so später, je weiter sie von b liegen; während das Theilchen von b eine vollständige Oscillation macht, d. h. während es von b' nach b'' und wieder zurück nach b' sich bewegt, wird sich die Bewegung bis zu irgend einem Theilchen c fortpflanzen, so dass dieses Theilchen seine erste Vibration in demselben Momente beginnt, in welchem b seine zweite anfängt. Von nun an werden die Theilchen b und c stets in gleichen Schwingungszuständen sich befinden, d. h. sie werden gleichzeitig, nach derselben Seite hin sich bewegend, die Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig das Maximum der Ausweichung auf der einen und auf der anderen Seite von AB erreichen.

Die Entfernung bc von einem Aethertheilchen b bis zum nächsten c, welches sich mit b stets in gleichen Schwingungszuständen befindet, heisst, wie wir schon früher bemerkt haben, eine Wellenlänge. Wenn

[1]) Laut §. 221 des I. Bandes gilt: „Jede Welle, was für eine Form sie auch haben möge, lässt sich als die Resultirende einer Reihe von Sinuswellen darstellen, welche dem Grundtone von derselben Wellenlänge und seinen Obertönen angehören.“ Mathematisch dargestellt wird dieser Vorgang durch die Fourier'sche Reihe (siehe §. 221, S. 806 des I. Bandes).

der Abstand cd auch eine Wellenlänge ist, so wird das Theilchen d seine erste Oscillation in demselben Augenblicke beginnen, in welchem c seine zweite und b seine dritte Oscillation beginnt; d wird von nun an mit c und b sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden.

Wenn f in der Mitte zwischen b und c liegt, d. h. wenn es um eine halbe Wellenlänge von b entfernt ist, so befindet sich das Theilchen in f stets in Schwingungszuständen, welche denen der Theilchen in b und c entgegengesetzt sind. Wenn b und c das Maximum der Ausweichung oberhalb AB erreichen, so erreicht f das Maximum nach der entgegengesetzten Seite. Das Theilchen f passirt mit b und c gleichzeitig die Gleichgewichtslage, allein in entgegengesetzter Richtung sich bewegend.

Wenn zwei Aetheriheilchen auf dem Wege eines Lichtstrahles um $^1/_2$ Wellenlänge von einander entfernt sind, so sind sie stets in gleichen, aber entgegengesetzten Geschwindigkeiten begriffen.

Dasselbe gilt von solchen Theilchen, die um $^3/_2$, $^5/_2$, $^7/_2$ u. s. w. Wellenlängen von einander abstehen.

Wir überzeugen uns auf rechnerischem Wege hiervon, indem wir die Werthe von y und v für ein beliebiges, z. B. um die Strecke x vom Punkte b entferntes Aethertheilchen aufstellen.

Bedeuten C die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle und λ die Wellenlänge, so gilt gemäss §. 183 des I. Bandes die Beziehung:

$$\lambda = C \, . \, T \quad \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

In einem Abstande x vom Punkte b an nach rechts kommt die Welle somit in der Zeit $t = \frac{x}{C}$ an und zu dieser Zeit beträgt die Elongation für den Punkt b:

$$y = a \, . \, sin \, 2 \pi \frac{t}{T} = a \, sin \, 2 \pi \frac{x}{CT} = a \, sin \, 2 \pi \frac{x}{\lambda},$$

während sie für den Punkt im Abstande x noch Null ist. Um diesen Betrag von y ist daher letzterer Punkt in Bezug auf die Elongation verzögert.

Nehmen wir daher allgemein als Nullpunkt der Fortpflanzungsrichtung AB einen Punkt, welcher in der Zeit t erreicht wird, für welchen also $y = a \, sin \, 2 \pi \frac{t}{T}$ ist, so gilt für den um die Strecke x weiter entfernten Punkt:

$$y = a \, . \, sin \, 2 \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

und analog

$$v = v_0 \, cos \, 2 \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \ldots \ldots \quad 5)$$

Aus beiden Gleichungen ergiebt sich der oben ausgesprochene Satz. Setzt man z. B. $x = \lambda$ oder gleich einem ganzen Vielfachen davon, so wird $\frac{x}{\lambda} = 1$ bezw. eine ganze Zahl, also y gleich $a \, . \, sin \, 2 \pi \frac{t}{T}$, d. h. es

herrscht in den Punkten $x = \lambda$, 2λ etc. der gleiche Schwingungszustand wie im Anfangspunkte.

Wird dagegen $x = \frac{\lambda}{2}$ oder ein ungerades Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$, so ist $\frac{x}{\lambda} = \frac{1}{2}$ bezw. $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ etc. und es wird:

$$y = -a \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

d. h. es herrscht in den Punkten $x = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}$ etc. der entgegengesetzte Schwingungszustand wie im Anfangspunkte.

Da von der Grösse $\frac{x}{\lambda}$ die Phase der Bewegung abhängt, in der zwei Theilchen der Welle sich gleichzeitig befinden, so heisst dieselbe Schwingungsphase.

Die Phase charakterisirt die momentane Lage und Richtung eines schwingenden Aethertheilchens.

Die Wellenlänge λ ist der Abstand zwischen zwei in gleicher Schwingungsphase befindlichen Theilchen; in unserer Figur also gleich $bc = cd$ etc. Sie variirt mit der Farbe des Lichtes und ist für die violetten Lichtstrahlen kleiner als für die rothen.

Die Schwingungszahl n ist die Anzahl der Schwingungen eines Aethertheilchens in der Secunde.

Dieselbe steht mit der Schwingungsdauer in der Beziehung:

$$n = \frac{1}{T},$$

so dass wir in Verbindung mit der Gleichung 3) $\lambda = C \, . \, T$ erhalten:

$$n\lambda = C \qquad \qquad 6)$$

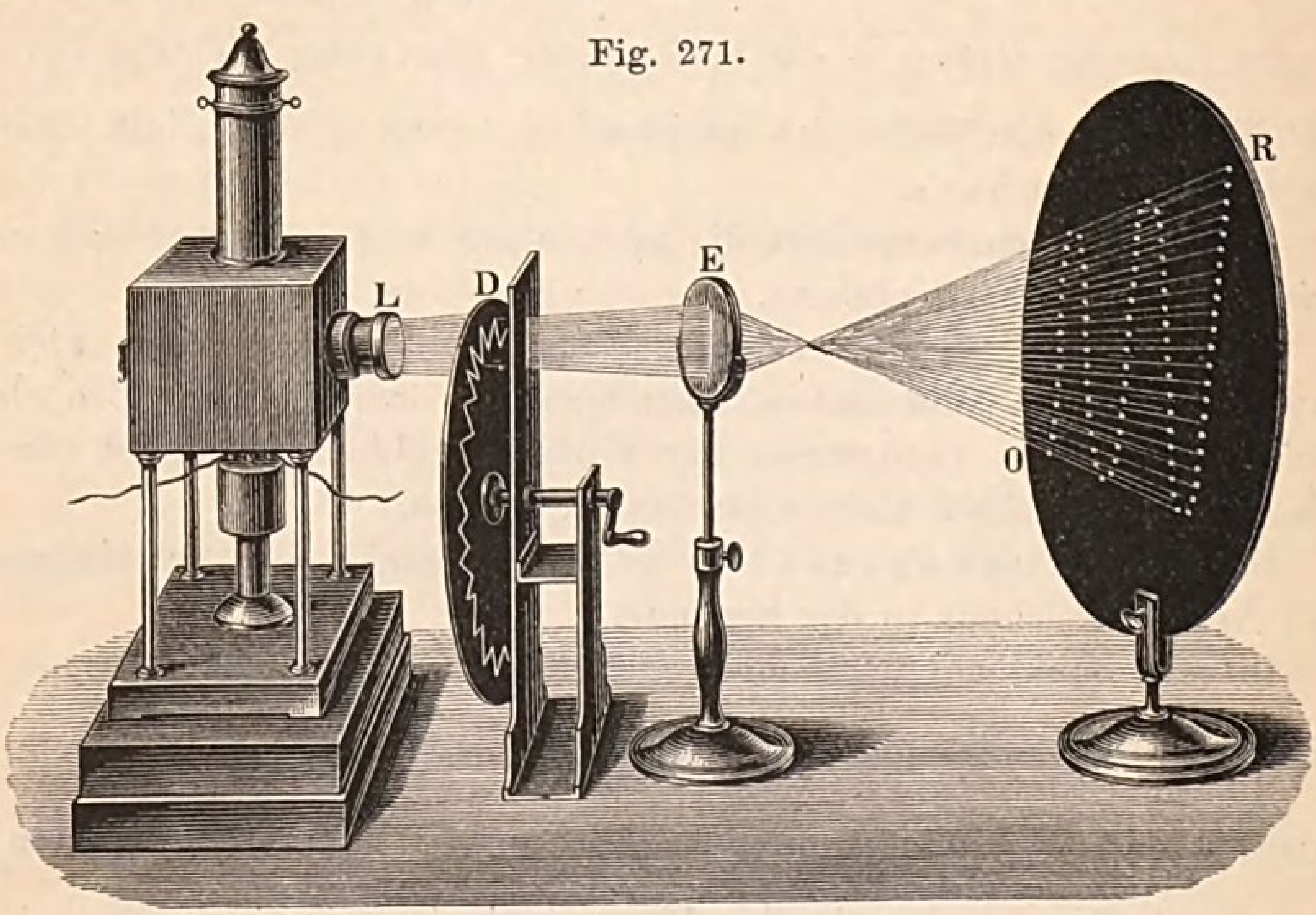
Ist demnach die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und die Wellenlänge gegeben, so kann man mittelst der letzten Gleichung die Schwingungszahl n berechnen. Da sich im luftleeren Raume alle die verschiedenen Farben mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen, so variirt in Folge der verschiedenen Grösse der Wellenlängen für die verschiedenen Farben auch die Schwingungszahl mit der Farbe des Lichtes. Die Gleichung 6) ergiebt, dass für die violetten Strahlen n grösser ist als für die rothen.

Ausser den genannten Grössen n, λ, C und T spielt hier noch die Energie oder Intensität eine wichtige Rolle. Die Intensität bez. Energie eines leuchtenden Punktes hängt ab von der Stärke, mit welcher das Aethertheilchen am Orte des Lichtpunktes vibrirt, d. h. von der Geschwindigkeit mit der dasselbe seine Gleichgewichtslage passirt. Vergleichen wir das Aethertheilchen mit einem Massentheilchen, so ist die lebendige Kraft eines solchen mit der Geschwindigkeit (v) bewegten Theilchens (m) gleich $m \frac{v^2}{2}$. Was beim bewegten Aethertheilchen als Lichtstärke zur

Geltung kommt, kann aber nur die lebendige Kraft des bewegten Aethertheilchens sein. Dabei wäre dann die mittlere lebendige Kraft aller Theilchen zu bilden. Da wir aber über die Masse eines Aethertheilchens selbst nichts aussagen können, setzen wir die Intensität eines schwingenden Aethertheilchens proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen die Gleichgewichtslage durcheilt [1]).

Je grösser diese Geschwindigkeit, um so weiter wird das Theilchen von seiner Gleichgewichtslage fortgetrieben, um so grösser ist die Amplitude. Es verhält sich eben hier ganz wie beim Pendel. Wir können also in unserer Proportionalitätsgleichung die Geschwindigkeit durch die Amplitude ersetzen und erhalten den Satz:

Fig. 271.



Die Intensität oder Energie eines Lichtpunktes ist dem Quadrate der Amplitude des daselbst schwingenden Aethertheilchens proportional.

Wir können als Maass für die Intensität der durch die Gleichung 4) ausgedrückten Schwingung demnach die Grösse a^2 nehmen.

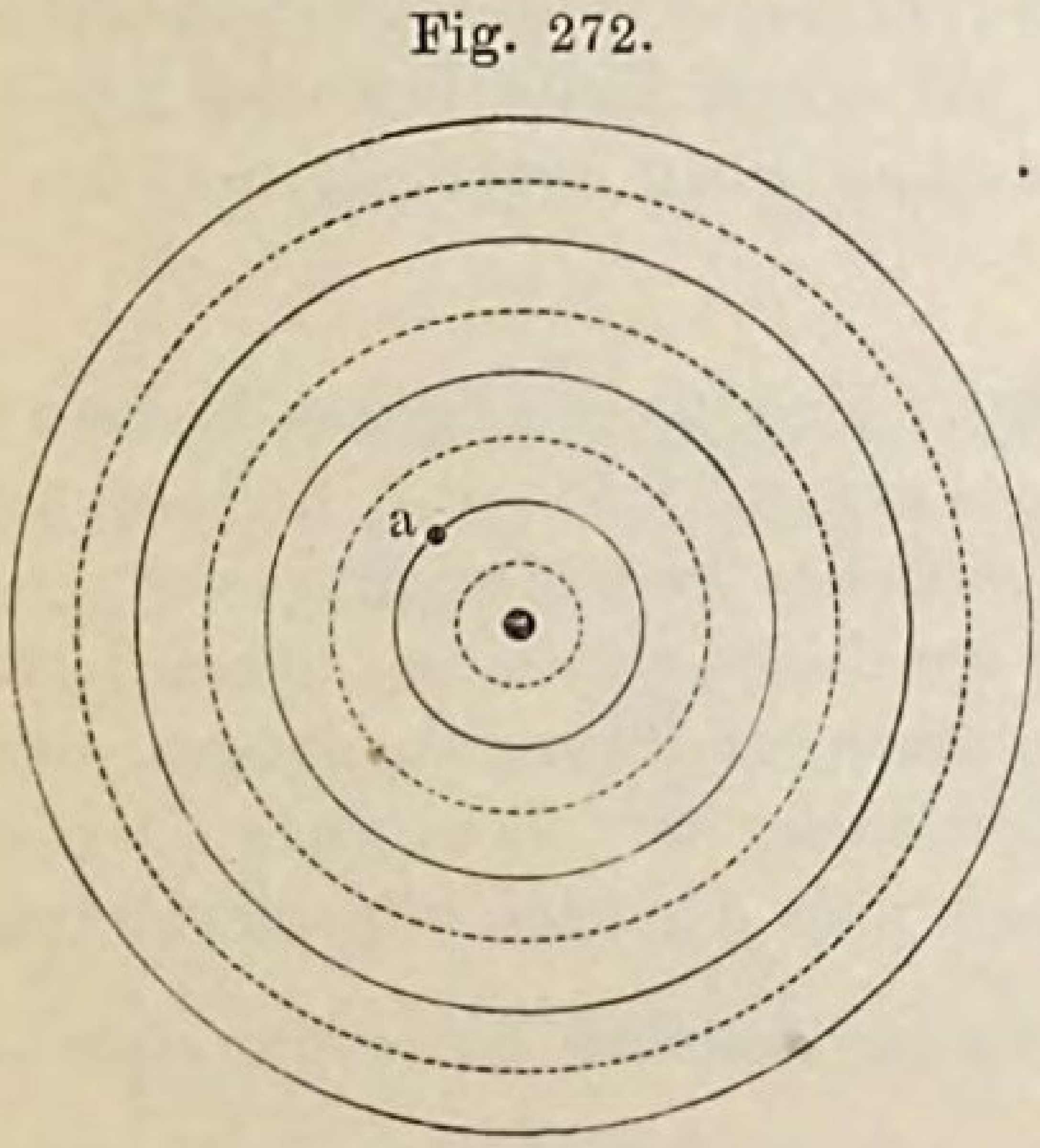
Um die Art der Bewegungen des Aethers in Vorträgen demonstriren zu können, haben Wheatstone, Plücker, Mach u. A. mannigfache Apparate, sogen. „Wellenmaschinen“, construirt, welche auch in der Akustik Anwendung finden können. Wir werden eine vom Mechaniker Fessel in Köln ausgeführte Wellenmaschine später an geeigneter Stelle beschreiben. Einfacher ist die auf optischen Hülfsmitteln beruhende Wellenmaschine von Crova.

[1]) Bei dieser Proportionalitätsgleichung ist es gleich, ob wir die mittlere Geschwindigkeit aller Theilchen setzen oder wie oben geschehen; letzteres ist einfacher.

Die Anordnung des mit dieser Maschine anzustellenden Versuches ist in der Fig. 271 skizzirt. Die aus der Projectionslaterne L austretenden Strahlen fallen auf die geschwärzte Glasscheibe D, welche am Umfange eine Wellencurve eingezeichnet enthält, so dass hier das Licht durch die Scheibe hindurchtreten kann. Von hier fällt das Licht auf einen schmalen verticalen Spalt. Bei jeder Stellung der Scheibe treten die Lichtstrahlen nur da durch den Spalt hindurch, wo er gerade die Wellencurve schneidet. Es zeigt also das durch die Linse E entworfene Bild des Spaltes nicht den ganzen Spalt leuchtend, sondern nur je ein Stück desselben, der bei den richtig gewählten Dimensionen als Punkt erscheint. Sobald man die Scheibe D langsam dreht, geht der Bildpunkt auf- und abwärts, und zwar ist seine Geschwindigkeit bei den Umkehrpunkten Null, in der Mitte am grössten. Bringt man neben dem Spalt noch einen zweiten Spalt an, so bringt dieser ebenfalls einen auf- und abwärts schwingenden Punkt unmittelbar neben dem Bildpunkt des ersten Spaltes hervor. Beide Lichtpunkte befinden sich aber in verschiedener Schwingungsphase, welche von der Entfernung der beiden Spalte im Vergleich zur Wellenlänge abhängt, welche bei der Wellencurve zu Grunde gelegt wurde. Eine ganze Reihe schmaler, paralleler Spalte erzeugt demnach ein getreues Abbild der Wellencurve selbst, deren Fortschreiten beobachtet werden kann.

Die Wellenfläche. Von der Art und Weise, wie sich von 162
einem leuchtenden Punkte aus die Lichtwellen ringsum verbreiten, kann man sich ein recht deutliches Bild machen, indem man die Wellen betrachtet, welche auf der Wasseroberfläche entstehen, wenn man einen Stein hineinwirft. Von der Stelle aus, an welcher der Stein in das Wasser einsank, verbreiten sich ringsum kreisförmige Wellen. Das Fortschreiten dieser Wellen von dem Mittelpunkte der Bewegung aus rührt aber nicht daher, dass die einzelnen Wassertheilchen eine solche fortschreitende Bewegung haben; denn wenn ein leichter Körper, etwa ein Stückchen Holz, in dem Bereiche der Wellenbewegung auf dem Wasser schwimmt, so sieht man dasselbe nur auf- und niedergehen. An der Stelle, an welcher der Stein ins Wasser fiel, gehen die Wassertheilchen abwechselnd auf und nieder, und diese Bewegung pflanzt sich ringsum mit gleicher Geschwindigkeit fort; alle Wassertheilchen also, welche gleichweit von dem Mittelpunkte entfernt sind, werden sich in gleichen Schwingungszuständen befinden, d. h. sie

Fig. 272.



werden gleichzeitig ihre höchste und gleichzeitig ihre tiefste Stellung erreichen, es werden sich also concentrische Wellenberge und Wellenthäler bilden, wie durch Fig. 272 (a. v. S.) anschaulich gemacht werden soll. Wenn für einen bestimmten Moment die ausgezogenen Kreise den Wellenbergen, die punktirten aber den Wellenthälern entsprechen, so werden die Wellenberge nach aussen hin in der Weise fortschreiten, dass nach einer kurzen Zeit gerade an den punktirten Stellen sich die Wellenberge befinden, die Thäler aber in den ausgezogenen Kreisen.

Sämmtliche Wassertheilchen, welche zwischen zwei auf einander folgenden Wellenbergen oder zwei benachbarten Wellenthälern liegen, bilden eine Welle.

Die Gesammtheit aller Aethertheilchen, welche gleichzeitig von der Vibrationsbewegung ergriffen werden, die sich von einem leuchtenden Punkte aus verbreitet, bildet die **Wellenfläche.** Auf ihr ist der Schwingungszustand überall derselbe, auch in Bezug auf die Phase. In einem isotropen Mittel, d. h. in einem solchen, in welchem die Dichtigkeit und Elasticität des Aethers nach allen Seiten hin dieselbe ist, ist die Wellenfläche kugelförmig. Wir werden später sehen, welche Modificationen die Wellenfläche erleidet, wenn die Welle aus einem Medium in ein anderes von grösserer oder geringerer Aetherdichtigkeit übergeht, und wie sie sich in solchen Medien gestaltet, in welchen die Elasticität des Aethers nicht nach allen Richtungen dieselbe ist.

In hinlänglicher Entfernung von der Lichtquelle kann man ein nicht zu grosses Stück der Wellenoberfläche stets als eben betrachten.

Denken wir uns von irgend einem Punkte der Wellenfläche eine gerade Linie nach der punktförmigen Lichtquelle gezogen, so bilden die in ihrem Gleichgewichtszustande auf dieser Linie liegenden, rechtwinklig zu ihr vibrirenden Aethertheilchen einen sogen. elementaren Lichtstrahl [1]).

163 **Gleichung der Wellenfläche.** Erweiterung des Fermat'schen Satzes. Begriff der optischen Länge. Sätze von Helmholtz. Ist die Trennungsfläche zwischen zwei Medien gekrümmt, so ist die Zeit für den Weg, welchen das Licht wählt, um unter Berührung der Fläche von einem Punkte zu einem anderen zu gelangen, nicht immer ein Minimum, sondern im Allgemeinen ein Maximum oder ein Minimum [2]); in anderen Worten kann man demnach allgemein sagen:

[1]) Näheres über die Existenz und die physikalische Bedeutung eines elementaren Lichtstrahles siehe §. 173.

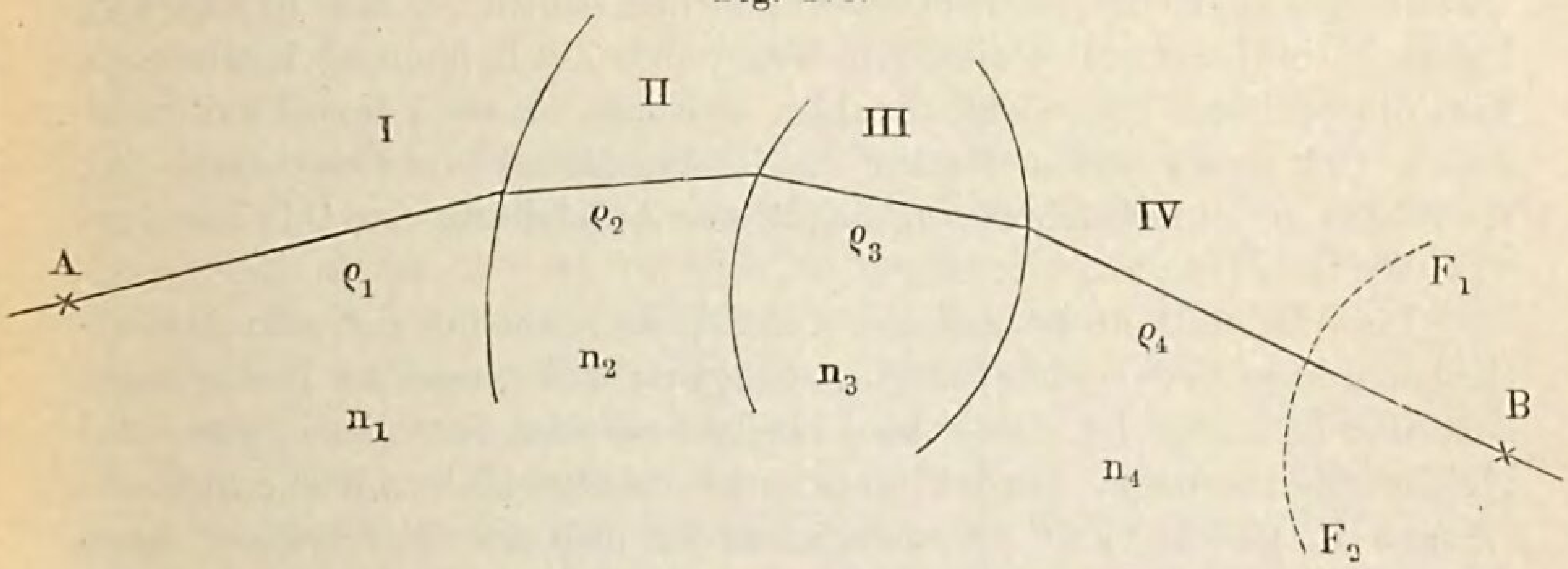
[2]) Ist ein Brennpunkt eines Rotationsellipsoids leuchtend, so werden alle von ihm ausgehenden Strahlen vom Ellipsoid nach dem anderen Brennpunkte gespiegelt und es ist für jeden Punkt des Ellipsoids die Summe der beiden Strahlen bezw. die Zeit, welche das Licht von einem Brennpunkte zum anderen braucht, dieselbe. Demnach ist sie für eine das Ellipsoid von innen berührende Fläche ein Maximum.

Es ist die Variation der Zeit für den Punkt der Reflexion oder Brechung der Null gleich.

Helmholtz hat den Fermat'schen Satz auf beliebig viele Trennungsflächen ausgedehnt. Um diesen Satz in kurzer Form aussprechen zu können, müssen wir etwas näher auf den Begriff der „optischen Länge“ [1]) eingehen.

Definition der optischen Länge: Wenn ein Lichtstrahl durch verschieden brechende Mittel hindurchgeht, und man die Länge seines Weges in jedem einzelnen Mittel mit dem absoluten Brechungsindex dieses Mittels multiplicirt, und alle diese Producte addirt, so nennt

Fig. 273.



man diese Summe die „optische Länge“ des Strahles oder seine auf den leeren Raum „reducirte Länge“.

Es seien ϱ_1, ϱ_2 u. s. w. (Fig. 273) die Weglängen des Strahles im ersten, zweiten . . . Mittel und n_1, n_2, . . . die zugehörigen Brechungsindices, so ist die optische Länge

$$R = n_1\varrho_1 + n_2\varrho_2 + n_3\varrho_3 + \cdots n_m\varrho_m$$
$$R = \Sigma\, n\varrho.$$

Nennen wir die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raume v_0, in dem ersten, zweiten etc. . . . brechenden Mittel dagegen v_1, v_2 etc. . . ., so ist bekanntlich (siehe S. 407):

$$n_1 = \frac{v_0}{v_1};\; n_2 = \frac{v_0}{v_2};\; \cdots\; n_m = \frac{v_0}{v_m}$$

und

$$R = v_0\left[\frac{\varrho_1}{v_1} + \frac{\varrho_2}{v_2} + \cdots \frac{\varrho_m}{v_m}\right];$$

die in Klammern stehende Summe ist aber die Zeit, welche das Licht braucht, um vom Anfang bis zum Ende des hier betrachteten Weges zu gelangen. Wird dieselbe mit T bezeichnet, so gilt:

[1]) Helmholtz, „Wissensch. Abhandl.“, Bd. II, S. 148.

$$R = v_0 T,$$

d. h. es ist die „optische Länge" proportional der Zeit, in der das Licht die Länge des Strahles durchläuft, und ist gleich dem Wege, welchen das Licht in derselben Zeit im leeren Raume zurückgelegt haben würde.

Es lässt sich hiernach das Brechungsgesetz durch die Bedingung ausdrücken, dass die optische Länge des Strahles zwischen einem ihm angehörigen Punkte im ersten und zweiten Mittel ein Grenzwerth (Maximum oder Minimum) sein solle. Dasselbe gilt nach Helmholtz, wenn ein Lichtstrahl durch eine beliebige Anzahl von brechenden Mitteln hindurchgegangen ist, welche durch Flächen continuirlicher Krümmung begrenzt sind; stets lässt sich sein Weg durch die Bedingung bestimmen, dass die optische Länge des Strahles zwischen einem seiner Punkte im ersten und einem seiner Punkte im letzten Mittel ein Grenzwerth ist. Es führen diese Betrachtungen direct zur Aufstellung der Gleichung der Wellenfläche.

Die Wellenfläche ist dadurch definirt, dass auf ihr sich alle Aethertheilchen in ganz derselben Schwingungsphase und demselben Bewegungszustande befinden. Da eine solche Fläche von allen Strahlen in ganz der gleichen Zeit erreicht werden muss, und da das Licht gleiche optische Längen in gleicher Zeit zurücklegt, so ist also die Wellenfläche auch so zu definiren: Die Wellenfläche verbindet alle diejenigen Punkte, für welche die optische Länge einen constanten Werth hat.

Die Gleichung der Wellenfläche lautet demnach:

$$R = \Sigma n \varrho = constans \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Für die von einem leuchtenden Punkte A (Fig. 273, a. v. S.) ausgegangenen Strahlen ist die Wellenfläche der im gleichen, hier ersten, Medium verlaufenden Strahlen eine Kugeloberfläche. Auf dieser stehen sämmtliche Strahlen senkrecht. Es lässt sich beweisen, dass stets die von einem Punkte A ausgegangenen Lichtstrahlen nach der Brechung durch beliebig viele Flächen von continuirlicher Krümmung senkrecht stehen auf jeder Fläche, für welche $\Sigma n \varrho = const.$ ist, d. h. also senkrecht auf der Wellenfläche. Es sei $F_1 F_2$ in Fig. 273 die Wellenfläche im letzten Medium für die von A kommenden Strahlen; also schneiden sich die auf $F_1 F_2$ senkrecht stehenden Lichtstrahlen nur dann in einem Punkte, falls $F_1 F_2$ eine Kugelfläche ist. Der Schnittpunkt der Strahlen ist reell oder virtuell, je nachdem die Kugel-Wellenfläche, vom Bildpunkte B aus gesehen, concav oder convex ist. Wir kommen auf diese Verhältnisse ausführlich zurück im nächsten Capitel: „Die Abbildung im Sinne der Wellenlehre".

Einiges über die Interferenz des Lichtes; Superposition kleinster Bewegungen. Th. Young bewies, dass zwei Lichtstrahlen, welche sehr nahe einander parallel laufen, bei ihrem Zusammentreffen nicht immer zur Verstärkung der Erleuchtung beitragen, sondern dass sie unter Umständen gegenseitig ihre Wirkung vernichten können. Er beobachtete im Schatten eines schmalen Schirmes eine Reihe dunkler und heller Streifen, welche verschwanden, wenn er das Licht auf der einen Seite des Schirmes abblendete. Young bezeichnete diese gegenseitige Einwirkung der Lichtstrahlen mit dem Namen der Interferenz; er erkannte, dass sich nur durch die Annahme der Lichtfortpflanzung mittels Wellenbewegung der höchst paradox klingende Satz erklären lasse: Licht zu Licht gehäuft, giebt unter Umständen Dunkelheit. Einen einwandsfreieren experimentellen Beweis für diesen Satz hat erst Fresnel gegeben. Bei Young's Versuch sind es die an den Rändern des Schirmes gebeugten Strahlen, welche interferiren; um zu beweisen, dass auch ungebeugte Strahlen interferenzfähig sind, wenn sie nach verschieden langen Wegen unter sehr spitzem Winkel zusammentreffen, stellte Fresnel seinen berühmten Spiegelversuch an, welcher später ausführlich beschrieben werden wird [1]. Hier interessirt uns nur die Thatsache, dass die von zwei Lichtpunkten, deren Schwingungszustände in jeder Hinsicht die nämlichen sind (beim Fresnel'schen Versuch sind es die beiden Spiegelbilder eines leuchtenden Punktes), kommenden Wellen bei ihrem Zusammentreffen interferenzfähig sind und unter Umständen auf einem von beiden beleuchteten Schirme abwechselnd helle und dunkle Streifen erzeugen. Gehören die Lichtpunkte verschiedenen Lichtquellen an, oder auch verschiedenen Stellen ein und derselben Flamme, so sind sie nicht mehr interferenzfähig. Solche Strahlen heissen incohärent, die interferenzfähigen dagegen cohärent. 164

Bei den von uns über die wellenförmige Bewegung des Lichtes gemachten Annahmen sind wir leicht im Stande, den Bewegungszustand eines beliebigen Punktes zu berechnen, wenn mehrere leuchtende Punkte vorhanden sind, von denen cohärente Strahlen ausgehen. Wir benutzen dabei folgenden Satz von der Superposition kleinster Bewegungen.

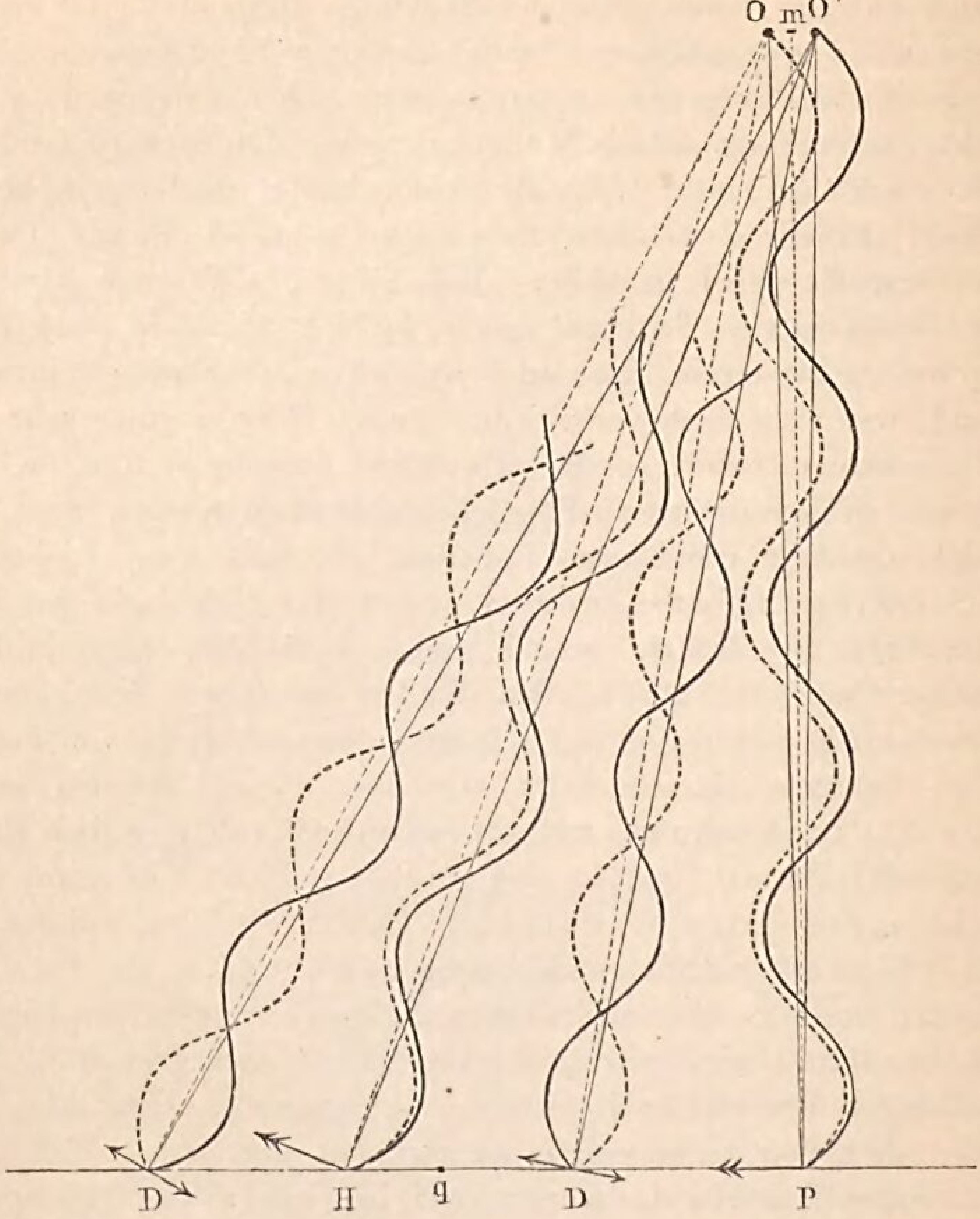
Wenn ein Mittel gleichzeitig der Wirkung der von verschiedenen Vibrationscentren ausgehenden Wellen ausgesetzt ist, so kann die Verschiebung eines Theilchens betrachtet werden als die geometrische Resultante derjenigen Verschiebungen, welche nach einander einzeln durch die verschiedenen Wellen hervorgebracht würden. Ist also ein Mittel schon durch verschiedene Erschütterungsquellen erregt, so ist die durch eine neue Quelle hervorgerufene Bewegung eines Aethertheilchens

[1]) Freilich spielt auch beim Fresnel'schen Spiegelversuche die Beugung des Lichtes eine Rolle; ganz einwandsfrei sind dagegen die Interferenzerscheinungen an dicken Platten, wie solche von Fizeau, Mascart, Lummer, Michelson, Zehnder, Mach u. A. beschrieben wurden.

dieselbe, als ob sie allein nur vorhanden sei, vorausgesetzt, dass alle betrachteten Bewegungen sehr klein sind.

Es möge der Einfachheit wegen angenommen werden, dass die Punkte O und O' (Fig. 274) zwei ganz gleichmässig schwingende Lichtpunkte seien, von denen Strahlen einerlei Farbe und einerlei Schwingungsrichtung ausgehen; die Entfernung OO' sei klein im Vergleich zur Ent-

Fig. 274.



fernung des Punktes q, dessen Schwingungszustand, hervorgerufen durch O und O', wir aufsuchen bezw. berechnen wollen.

Bei der gemachten Annahme sind die von O und O' herrührenden Wellenzüge im Treffpunkte q als ebene Wellen von nahe paralleler Richtung zu betrachten. Da sie auch in der Schwingungsrichtung übereinstimmen, so unterscheiden sie sich somit nur in Bezug auf die Phase, in welcher sie den Punkt q erreichen. Da die Phase von der Zeit abhängt, welche die Wellenbewegung braucht, um von O bezw. O' nach q zu gelangen oder, insofern alle Punkte in demselben isotropen Medium liegen, lediglich von der Weglänge Oq bezw. $O'q$, so herrscht zunächst

in allen denjenigen Punkten gleiche Phase, für welche $Oq = O'q$ oder $O'q - Oq = 0$ ist, d. h. für welche die Wegdifferenz gleich Null ist. Diese Punkte liegen auf der im Mittelpunkte m der Geraden OO' senkrecht errichteten Ebene; beschränken wir uns auf die Betrachtung in der Zeichnungsebene, so liegen alle diese Punkte auf der zu OO' Senkrechten mP. Hier suchen überall die beiden Wellenzüge ein und dasselbe Aethertheilchen, z. B. P, in demselben Moment in gleicher Weise zu erregen, sowohl was Stärke als Richtung der Bewegung anlangt.

Da sich die Bewegungen superponiren, so muss das Aethertheilchen P einen doppelt so grossen Ausschlag machen, als wenn es nur von einem der beiden Lichtpunkte angegriffen würde.

Da sich nun längs jeden Wellenzuges in Abständen von je einer ganzen Wellenlänge der nämliche Schwingungszustand wiederholt, so müssen die beiden von O und O' herrührenden Wellenzüge auch dann noch einen Punkt (q) gleichmässig beeinflussen, wenn für diesen die Wegdifferenz $O'q - Oq$ eine, zwei, drei etc. Wellenlängen, kurz, eine ganze Anzahl von Wellenlängen (λ) beträgt. Gehen wir auf der Geraden $qP \perp Pm$ von P aus nach q hin, so wird für diese Punkte die Wegdifferenz $O'q - Oq$ immer grösser und grösser und durchläuft bei geeigneten Dimensionen von OO' und mP nach einander die Werthe λ, 2λ, 3λ etc. In allen diesen Punkten H ist die Bewegung also dieselbe wie im Punkte P, d. h. doppelt so gross, als wenn O oder O' allein leuchtete.

Da die Wegdifferenz für die Punkte längs Pq von Null an wächst, so muss sie auch einmal den Werth $\lambda/2$, $3\lambda/2$, $5\lambda/2$ etc. annehmen. Es sei D der Punkt, wo $O'D - OD = \lambda/2$ ist; bei D werden die beiden Wellenzüge demnach mit gerade entgegengesetzter Phase ankommen; während die längs $O'D$ gerichtete Wellenbewegung das Aethertheilchen bei D etwa nach links zu treiben sucht, strebt der längs OD gerichtete Wellenzug dasselbe gerade nach rechts zu bewegen. In Folge der Annahme, dass OD nahe parallel $O'D$ und dass die Amplituden beider Bewegungen bei D einander gleich sind, heben sich die beiden auf D einwirkenden Kräfte auf und der Aether bei D bleibt in Ruhe [1]).

[1]) Damit eine vollständige Interferenz bezw. Vernichtung der beiden Wellenzüge OD und $O'D$ eintreten kann, müssen sie dieselbe Richtung haben. Ist dies nur annähernd der Fall, wie in Fig 274, so heben sich die beiden Bewegungen nur theilweise auf.

Nach den schönen Versuchen von O. Wiener (Tagebl. d. Naturforsch. Versamml. zu Strassburg 1885, Wied. Ann. 1890, Bd. XL, S. 203) ist dabei der Sinn der Bewegungsrichtung der Wellenzüge gleichgültig. Läuft in ein und derselben Richtung die eine Welle genau entgegengesetzt einer zweiten (etwa wie im Punkte m, wo sich die Wellenzüge OO' und $O'O$ treffen) so entsteht ebenfalls Interferenz, und zwar eine Art stehender Wellen.

Dasselbe findet statt an den Punkten, wo die Wegdifferenz $\frac{3\lambda}{2}$, $\frac{5\lambda}{2}$, kurz, eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen beträgt.

Längs qP sind also die Stellen H eben so hell als P, die Stellen D dagegen dunkel. Sowie man O oder O' unterdrückt, sind alle Punkte der Geraden qP gleich hell, und zwar halb so hell als die Maxima P bezw. H, in dem Falle, dass O und O' gleichzeitig leuchten.

In den Punkten zwischen den Maximis P bezw. H und den Minimis D haben die beiden Wellenzüge weder eine Phasendifferenz von einer ganzen noch von einer halben Wellenlänge, sondern es variirt dieselbe z. B. zwischen P und D von Null bis $\lambda/2$, zwischen D und H von $\lambda/2$ bis λ u. s. w. Welches ist dort der Bewegungszustand der Aethertheilchen bezw. die Helligkeit? A priori ist klar, dass weder eine vollkommene Vernichtung der beiden angreifenden Bewegungen noch eine Verdoppelung derselben eintreten kann. Die Helligkeit variirt somit zwischen Null und derjenigen der Maxima.

Mathematisch können wir uns hiervon leicht Rechenschaft geben, wenn wir den Satz von der Superposition anwenden.

Es sei

$$y = a \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right)$$

die Elongation, welche in einem bestimmten Momente ein Aethertheilchen durch den einen, und

$$y' = a \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

die Elongation, welche dasselbe Aethertheilchen gleichzeitig durch einen zweiten Lichtstrahl erfährt, welcher mit dem ersten gleiche Amplitude hat, aber gegen denselben um die Strecke x zurückgeblieben ist. Nach dem Princip der Superposition kleiner Bewegungen ist dann die Elongation des Theilchens unter dem gleichzeitigen Einfluss beider Strahlen

$$Y = y + y' = a \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

oder

$$Y = a \sin \alpha + a \sin(\alpha - \beta),$$

wenn man der Kürze halber α für $2\pi \frac{t}{T}$ und β für $2\pi \frac{x}{\lambda}$ setzt. Dieser letztere Werth von Y lässt sich aber leicht umwandeln in

$$Y = a(1 + \cos\beta)\sin\alpha - a \sin\beta \cos\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Um zu erfahren, welches die Amplitude des fraglichen, unter dem Einfluss der beiden Strahlen vibrirenden Aethertheilchens ist, muss man die Gleichung bei 1) auf die Form

$$Y = A \,.\, \sin(\alpha - \gamma) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

zu bringen suchen, wo dann A die gesuchte Amplitude ist.

Aus Gleichung 2) ergiebt sich

$$Y = A \,.\, sin\, \alpha \,.\, cos\, \gamma - A \,.\, cos\, \alpha \,.\, sin\, \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Setzen wir den Werth von Y bei 1) gleich dem Werth von Y bei 3), so ergiebt sich:

$$A\, cos\, \gamma = a\, (1 + cos\, \beta) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

$$A\, sin\, \gamma = a \,.\, sin\, \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

Addirt man die Quadrate der Gleichungen 4) und 5), so kommt

$$A^2 = a^2\, (2 + 2\, cos\, \beta),$$

also erhält man schliesslich für die resultirende Amplitude:

$$A = a \sqrt{2 + 2\, cos\, 2\, \pi\, \frac{x}{\lambda}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Es wird $A = 2\,a$, wenn $x = 0$, $x = \lambda$, $x = 2\,\lambda$, $x = 3\,\lambda$ etc.

Wenn dagegen $x = \frac{1}{2}\,\lambda$, so wird

$$A = 0.$$

Denselben Werth erhält A auch für den Fall, dass $x = \frac{3}{2}\,\lambda$, $x = \frac{5}{2}\,\lambda$ u. s. w. Für $x = \frac{1}{4}\,\lambda$ wird

$$A = a \sqrt{2.}$$

Wir haben bisher nur den einfacheren Fall betrachtet, dass die Amplitude der beiden interferirenden Strahlen dieselbe ist. Ist nun aber a die Amplitude des einen, b die des andern, also

$$y = a\, sin\left(2\,\pi\, \frac{t}{T}\right)$$

die Elongation, welche in einem bestimmten Moment ein Aethertheilchen durch den einen, und

$$y' = b\, sin\, 2\,\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

die Elongation, welche dasselbe Aethertheilchen gleichzeitig durch den anderen Strahl erfährt, so ergiebt sich aus einer der obigen ganz entsprechenden Entwickelungsweise, dass die Amplitude A des resultirenden Strahles ist

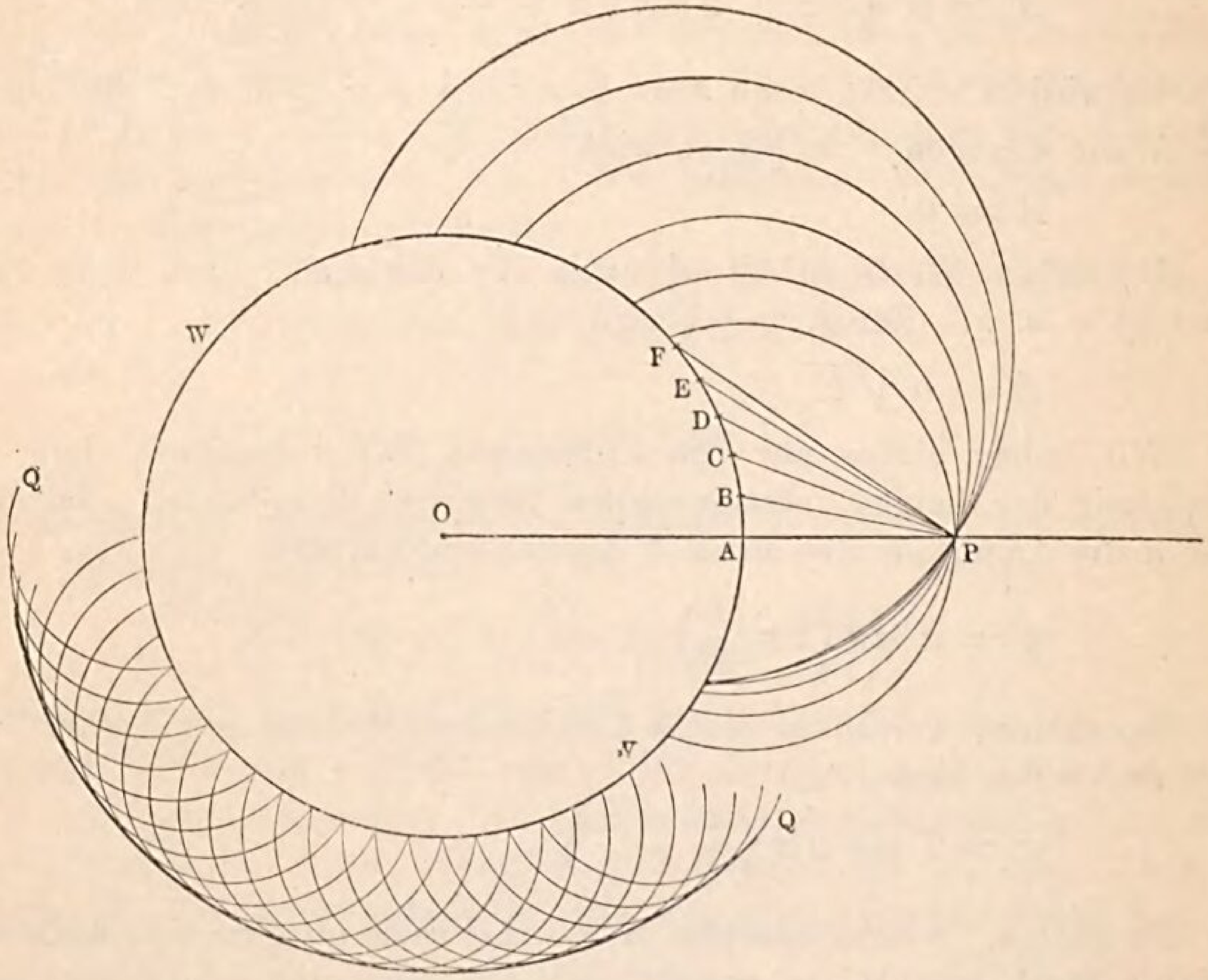
$$A = \sqrt{a^2 + b^2 + 2\,ab\, cos\, 2\,\pi\, \frac{x}{\lambda}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

Ein Werth, welcher in den bei 6) übergeht, wenn $b = a$ wird.

Das Huyghens-Fresnel'sche Princip von der Interferenz der Elementarwellen. Wir haben im §. 158, S. 403, hervorgehoben, dass Huyghens' Princip der Elementarwellen und einhüllenden Flächen mehrere Einwände unbeantwortet lässt und vor Allem von der Beugung des Lichtes keine Rechenschaft giebt, welche beim geometrischen Schatten zuerst von Grimaldi beobachtet worden war. 165

Indem Fresnel das Princip von Huyghens mit dem Interferenzprincip verknüpfte, löste er mit einem Schlage jene Schwierigkeiten und zeigte, dass sich aus der Interferenz der Elementarwellen die Beugung ebenso wie die Fortpflanzung, die Reflexion und die Brechung des Lichtes gleich gut ableiten lassen. Selten war ein Princip fruchtbringender, als das Fresnel-Huyghens'sche, welches jetzt gewöhnlich als das verallgemeinerte Huyghens'sche oder kurz als das Huyghens'sche Princip bezeichnet wird. Zur Erläuterung desselben gehen wir zurück auf die Huyghens'sche Anschauung von der Fortpflanzung des Lichtes. Es sei O (Fig. 275) ein Lichtpunkt

Fig. 275.

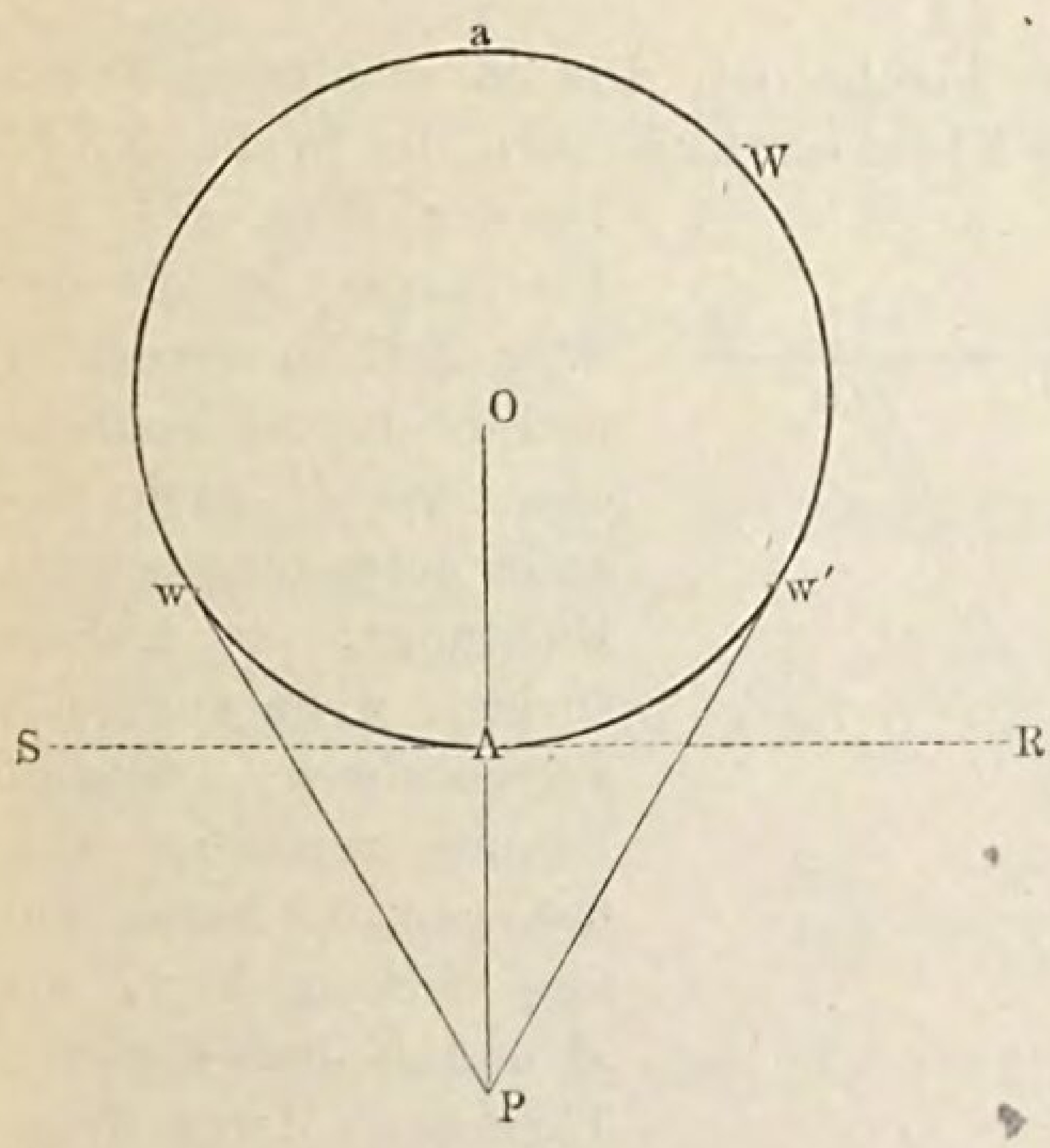


in einem isotropen Medium, und die Bewegung sei in der Zeit t bis zur Kugelwelle W mit dem Radius $WO = r$ vorgeschritten. Nach einer gewissen Zeit t_2 ist die Bewegung bis zur Kugeloberfläche Q geeilt. Fresnel nimmt mit Huyghens an, dass die von O auf einen ausserhalb der Kugelwelle W gelegenen Punkt ausgeübte Wirkung hervorgebracht werden muss durch Vermittelung aller Elementarwellen, deren Centren auf W liegen. Statt aber, wie Huyghens, die Wirkung der Elementarwellen nur längs der diese einhüllenden Fläche, z. B. Q, zu untersuchen, löst Fresnel die allgemeinere Frage, was denn die Elementarwellen an einem beliebig gelegenen Punkte P für eine Wirkung hervorbringen. Da jeder Punkt von allen Elementarwellen erreicht wird oder werden kann, so muss die Wirkung daselbst auch

durch das Zusammenwirken aller der von der Kugelwelle W kommenden Elementarwellen AP, BP, CP etc. entstanden sein, und zwar, wie Fresnel annimmt, durch die Interferenz aller dieser Elementarwellen. Denn da die Bewegungen auf W von einem einzigen Punkte O herrühren, bezw. einer und derselben Wellenfläche W angehören, so müssen die Elementarwellen als cohärent und interferenzfähig angesehen werden. Nur in dem Falle, dass der Punkt O ein nicht selbstleuchtender Punkt (etwa ein von der Rückseite beleuchtetes enges Diaphragma) ist, sind die von ihm kommenden Wellen incohärent und nicht interferenzfähig. Wir kommen auf diese Dinge im nächsten Capitel ausführlich zu sprechen.

Wir nehmen mit Fresnel also an, dass von jedem Punkte A, B, C etc. einer sich fortpflanzenden Welle W (hier Kugelwelle) Elementarwellen ausgehen, welche bei ihrem Zusammentreffen mit einander interferiren; je nachdem sich die Elementarwellen mit gleicher oder ungleicher Phase treffen, ist die Bewegung am Treffpunkte gross oder gering. Wie gross sie ist, kann nur eine jedesmal angestellte Rechnung ergeben.

Fig. 276.



Fresnel nimmt zunächst an, dass eine Wellenoberfläche W (Fig. 276) nach rückwärts keine Vibrationen aussendet (Pogg. Ann. Bd. 30, S. 150), so dass er also absieht von der Wirkung desjenigen Wellentheiles $w'aw$, welcher von P abliegt und durch die von P an W gelegten Tangenten Pw und Pw' begrenzt wird. Man kann sodann zeigen, dass schon ein ganz kleiner Theil der übrigbleibenden Fläche wAw' genügt, um in einem Punkte P, gegen den sich die Welle hinbewegt, diejenige Wirkung hervorzubringen, welche O selbst äussern würde.

Wir wollen bei der Berechnung annehmen, dass O im Unendlichen liegt, so dass die Wellenfläche W bei A als eben zu betrachten ist und in die bei A an W gelegte Tangentialebene SR übergeht. Der Einfachheit wegen behandeln wir das Problem der Lichtvertheilung in der Zeichnungsebene, so dass sich die ebene Welle auf eine gerade Linie beschränkt, welche mit cohärenten leuchtenden Punkten bedeckt ist, deren Wirkung auf einen Punkt P der Zeichnungsebene bestimmt werden soll. Wir entnehmen diese Berechnung dem vortrefflichen, von Exner übersetzten

und vervollständigten Buche von E. Verdet[1]) und verweisen ferner auf die Optik von Mascart[2]).

166 **Wirkung einer Welle von geradlinigem Querschnitt auf einen äusseren Punkt.** Die Welle SR (Fig. 277) sei unendlich lang; A der Pol von SR in Bezug auf den Punkt P. Jetzt theile man die Strecke AR so ein, dass

$$BP - AP = \frac{\lambda}{2}$$

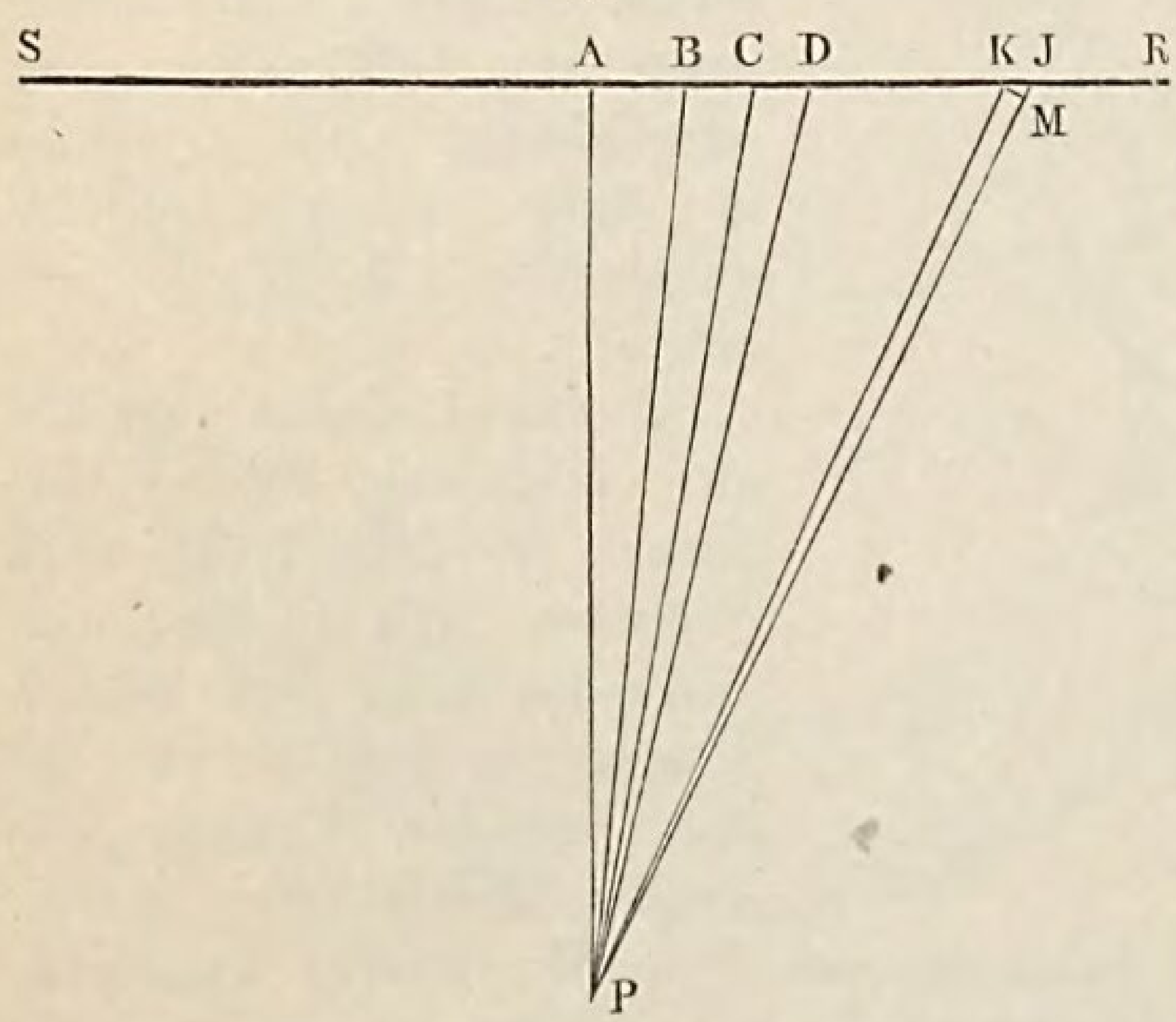
$$CP - BP = \frac{\lambda}{2}$$

$$DP - CP = \frac{\lambda}{2}$$

.

sei, wenn λ die Wellenlänge des Lichtes ist. Die so erhaltenen Zonen AB, BC, CD etc. heissen die Elementarzonen der Welle SAR.

Fig. 277.



Da der Weg BP um $\lambda/2$ länger ist als der Weg AP, so werden A und B das Aethertheilchen bei P nach einander entgegengesetzten Richtungen zu treiben suchen, wenn auch mit verschiedener Stärke. Ebenso zerstören sich fast ganz in Bezug auf ihre Wirkung bei P die A und B benachbarten Theilchen, deren Wegdifferenz gerade $\lambda/2$ ist, kurz die beiden Zonen AB und BC brächten bei P gar keine Bewegung hervor, wenn nicht die Stärke der durch AB bezw. BC bei P erzeugten Bewegungen verschieden wären. Kennen wir diese Stärke von jeder Elementarzone, so ergiebt sich die Wirkung aller Zonen auf P einfach durch algebraische Summation der Wirkungen jeder einzelnen. Um die Stärke kennen zu lernen, berechnen wir vorerst die Grösse der Elementarzonen.

[1]) E. Verdet, Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichtes. Deutsche Bearbeitung von K. Exner, Braunschweig, Friedr. Vieweg u. Sohn, 1881, S. 124 ff.

[2]) M. E. Mascart, „Traité d'optique". Paris 1889, Tome I, p. 20 ff.

Es sei $AP = b$, $AB = x_1$, $AC = x_2$, $AD = x_3$ etc., so wird:

$$PB = b + \frac{\lambda}{2}; \; PC = b + 2\frac{\lambda}{2}; \; PD = b + 3\frac{\lambda}{2} \text{ etc.}$$

und

$$b^2 + x_1^2 = \left(b + \frac{\lambda}{2}\right)^2 = b^2 + b\lambda + \frac{\lambda^2}{4};$$

unter Vernachlässigung des Quadrates der Wellenlänge gegenüber λ wird also:

$$x_1 = \sqrt{b\lambda}$$

und analog

$$x_2 = \sqrt{2b\lambda}$$

$$x_3 = \sqrt{3b\lambda} \text{ etc.}$$

Demnach:

$$\begin{aligned} AB &= x_1 &&= \sqrt{b\lambda} &&= \sqrt{b\lambda} \\ BC &= x_2 - x_1 &&= (\sqrt{2} - \sqrt{1})\sqrt{b\lambda} &&= 0{,}414\sqrt{b\lambda} \\ CD &= x_3 - x_2 &&= (\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{b\lambda} &&= 0{,}316\sqrt{b\lambda} \\ DE &= x_4 - x_3 &&= (\sqrt{4} - \sqrt{3})\sqrt{b\lambda} &&= 0{,}268\sqrt{b\lambda} \\ &\ldots \end{aligned}$$

Es nimmt die Länge der ersten Elementarzonen also vom Pole aus nach beiden Seiten hin rasch ab.

Die Länge einer vom Pole weit entfernten Zone KJ finden wir folgendermaassen: Es sei $KM \perp PJ$ und $PJ = \varrho$; dann gilt, da $\Delta\, APJ \backsim \Delta\, MJK$ ist:

$$\frac{KJ}{MJ} = \frac{PJ}{AJ}.$$

Näherungsweise ist aber $MJ = PJ - PK = \frac{\lambda}{2}$, also auch

$$KJ = \frac{\lambda}{2} \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2 - b^2}}.$$

Dies ist ein mit wachsendem ϱ der Grenze $\frac{\lambda}{2}$ sich nähernder Ausdruck. Die entfernteren Zonen sind also merklich einander gleich, gegen die dem Pole benachbarten aber sehr klein.

Bei der Zusammensetzung der Einzelbewegungen, welche von den verschiedenen Zonen auf P übertragen werden, nehmen wir an, dass die Wirkung einer Zone

1. proportional ihrer Länge,
2. umgekehrt proportional ihrer Entfernung vom Pol,
3. ein Maximum in der Richtung der auf der Zone errichteten Normalen

sei. Es folgt daraus, dass die Zonen eine um so kleinere Geschwindigkeit auf P übertragen, je weiter sie vom Pole A entfernt liegen. Setzen wir die von den Zonen AB, BC, CD etc. herrührenden Geschwindigkeiten gleich u_1, u_2, u_3 etc., so wird die resultirende Geschwindigkeit von P, da je 2 benachbarte Zonen einander entgegenwirken:

$$u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \cdots\cdots$$

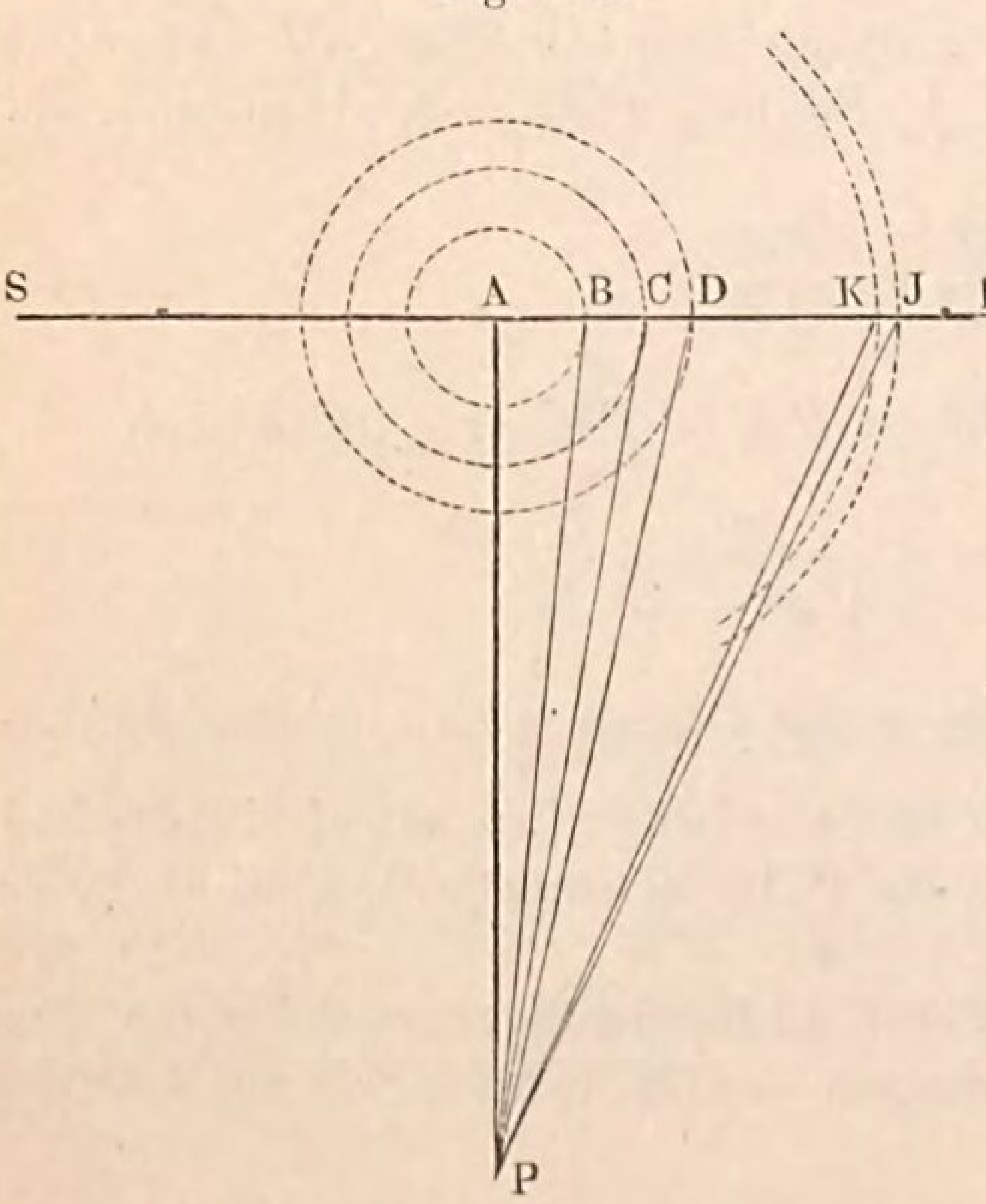
Es hat eine solche Reihe abwechselnd positiver und negativer Glieder von abnehmender Grösse die Eigenschaft, dass jedes Glied numerisch grösser ist, als die Summe aller folgenden. Demnach reducirt sich der Werth der Reihe auf die Summe der ersten Glieder, und zwar liegt er zwischen u_1 und $u_1 - u_2$; Analoges gilt von der anderen Hälfte AS der Welle, so dass wir das Resultat erhalten:

Die Wirkung der unendlich langen geradlinigen Welle auf einen äusseren Punkt reducirt sich auf die Wirkung weniger dem Pole benachbarter Elementarzonen. Die Grösse der Wirkung ist dieselbe, wie wenn statt der ganzen Welle nur ein Bruchtheil der ersten Elementarzone den Punkt beeinflusst, welche zu beiden Seiten des Poles sich befindet.

Wir betrachten jetzt den Vorgang im Raume.

167 **Wirkung einer ebenen Welle auf einen äusseren Punkt.** Der Fusspunkt des vom erleuchteten Punkte P auf die ebene Welle gefällten Lothes sei A, und heisse wieder der Pol der Welle in Bezug auf P. Es liege das Loth PA in der Ebene der Fig. 278; dann steht die ebene Welle bei A senkrecht auf der Papierebene. Auf ersterer wollen wir concentrische Kreise ziehen, deren gemeinschaftliches Centrum A ist und deren Entfernungen von P (also BP, CP etc.) je um $\frac{\lambda}{2}$ zunehmen. Die so erhaltenen Kreisringe nennen wir wieder Elementarzonen der ebenen Welle. Es bringen also auch hier die benachbarten Zonen einander entgegengesetzte Wirkungen in P hervor und unter denselben Annahmen, wie im vorigen Falle, ist die Wirkung um so kleiner, je weiter die betreffende Zone vom Pole A entfernt ist.

Fig. 278.



Die Flächen der Zonen werden, wenn wieder $AP = b$ gesetzt und wie im vorhergehenden Abschnitt

$$AB = x_1 = \sqrt{b\lambda};\; AC = x_2 = \sqrt{2b\lambda} \text{ etc.}$$

genommen wird

$$x_1^2 \pi = \pi b \lambda$$
$$(x_2^2 - x_1^2)\pi = \pi (2b\lambda - b\lambda) = \pi b \lambda$$
$$(x_3^2 - x_2^2)\pi = \pi (3b\lambda - 2b\lambda) = \pi b \lambda$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Es sind also bei Vernachlässigung von λ^2 gegen λ hier schon die dem Pole benachbarten Elementarzonen einander an Flächeninhalt gleich. Wir suchen jetzt den Inhalt einer sehr entfernten Zone KJ; ihre Entfernung sei wieder ϱ; ihre Breite ist laut Rechnung auf v. S. $KJ = \frac{\lambda}{2} \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2 - b^2}}$; ihr Umfang ist aber $2\pi\, AJ = 2\pi \sqrt{\varrho^2 - b^2}$; demnach wird der gesuchte Flächeninhalt $\pi \lambda \varrho$.

Die Wirkung dieser Zone ist also $\frac{\pi \lambda \varrho}{\varrho} = \pi \lambda$, d. h. genau die gleiche, wie jene der am Pole gelegenen Zonen. Also nur dadurch, dass die entfernteren Zonen gegen die Wirkungsrichtung mehr geneigt sind, werden laut unseren Annahmen ihre Wirkungen mit wachsendem Abstande vom Pole geringer und nähern sich schliesslich der Null. Die Gesammtwirkung aller Zonen auf den äusseren Punkt P wird wieder ausgedrückt durch die Reihe

$$u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \cdots$$

wenn wieder u_1, u_2, u_3 ... die von der ersten, zweiten ... Zone herrührenden, auf P übertragenen Geschwindigkeiten bedeuten. Die ersten Glieder der Reihe nehmen langsam an Grösse ab, die letzten verschwinden ganz. Bringen wir die Reihe auf die Form:

$$\tfrac{1}{2} u_1 + (\tfrac{1}{2} u_1 - \tfrac{1}{2} u_2) - (\tfrac{1}{2} u_2 - \tfrac{1}{2} u_3) + \cdots$$

so sehen wir, dass in Folge der abwechselnden Vorzeichen der Klammergrössen der Werth der ganzen Reihe sich auf das erste Glied $\frac{u_1}{2}$ reducirt. Directer ergiebt sich dasselbe Resultat, indem man bedenkt, dass die Wirkung der zweiten Zone wesentlich aufgehoben wird durch diejenige der halben ersten und halben dritten, die Wirkung der vierten durch diejenige der halben dritten und halben fünften etc. bis ins Unendliche. Es bleibt somit nur die halbe erste und die Hälfte der letzten übrig, welche ihrerseits unendlich wenig auf P einwirkt. Unser Resultat lautet also:

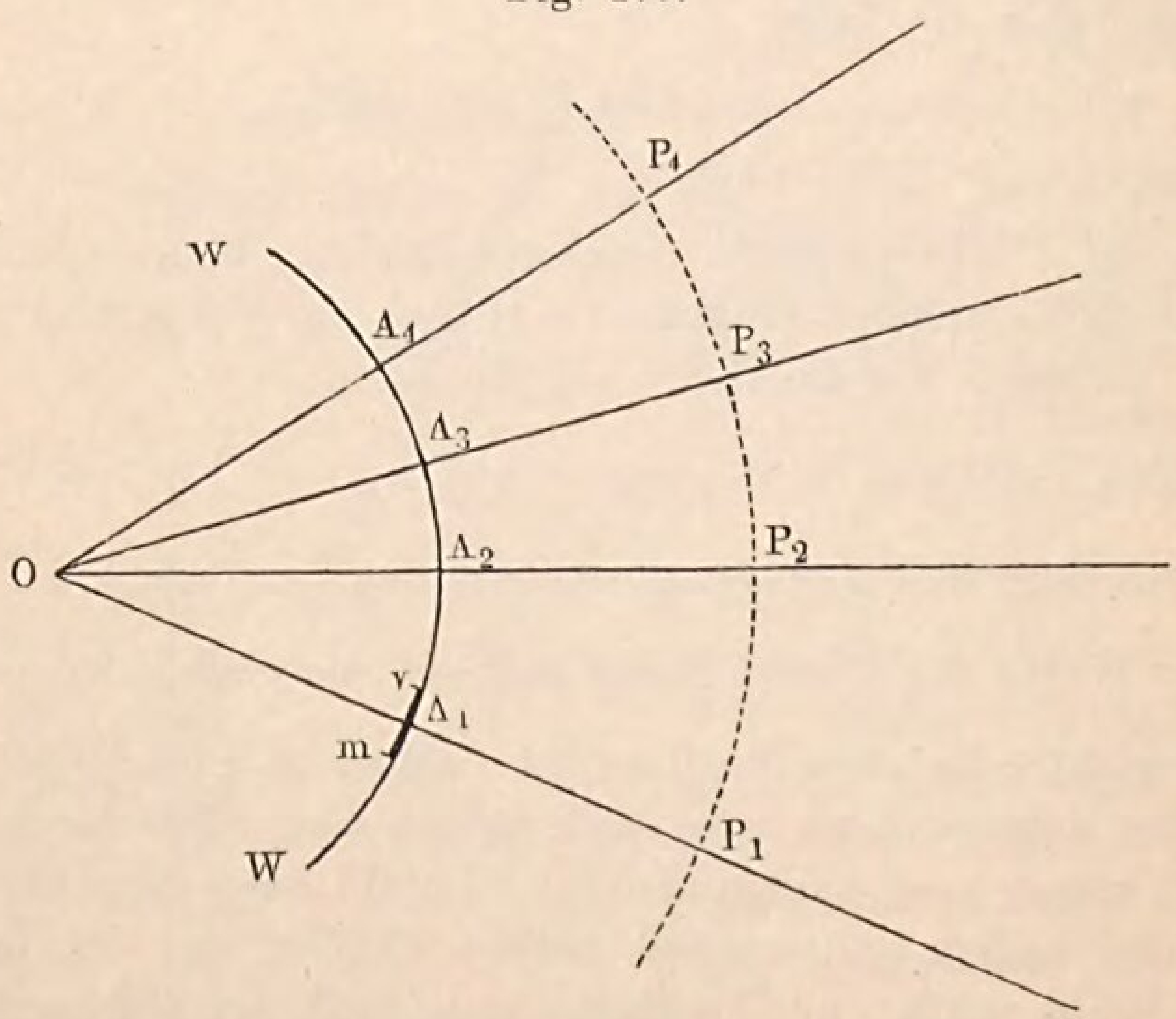
Die von einer unendlich ausgedehnten ebenen Welle auf einen äusseren Punkt übertragene Wirkung ist identisch mit derjenigen, welche die Hälfte der ersten Elementarzone, den Pol als Centrum enthaltend, ausübt.

Man kann auf ähnliche Weise auch die Wirkung einer Kreis- bezw. Kugelwelle auf einen äusseren Punkt bestimmen. Die Wirkung der Kreiswelle W (Fig. 279) reducirt sich auf diejenige eines Bruchtheiles des dem Pole benachbarten ersten Elementarbogens. Die Wirkung einer Kugelwelle W auf einen äusseren Punkt P dagegen kommt der halben Wirkung einer Kugelcalotte gleich, welche sich sehr wenig von einer ebenen Kreisfläche unterscheidet, deren Mittelpunkt der Pol A in Bezug auf P und deren Umfang einen um $\lambda/2$ grösseren Abstand von P hat, als dessen Pol.

Auf Grund dieser Resultate sind wir im Stande, die Art der Lichtausbreitung zu untersuchen, welche stattfindet einerseits, wenn das Licht sich ungestört in einem isotropen und homogenen Medium bewegen kann, andererseits, wenn das Licht auf einen Schirm auffällt bezw. durch eine Oeffnung hindurchgeht. Im ersteren Falle lehrt auch unsere jetzige wellentheoretische Betrachtung, dass die Ausbreitung sich von der geradlinigen nicht merklich unterscheidet; im zweiten Falle dagegen führt die Wellenlehre zu Widersprüchen mit der geometrischen Strahlentheorie.

168 Ueber die Gültigkeit der geometrischen Gesetze von der Ausbreitung des Lichtes. Beugungserscheinungen.

Fig. 279.



Wir haben gesehen, dass sich die vom Lichtpunkte O (Fig. 279) auf den im gleichen Medium gelegenen Punkt P_1 ausgeübte Licht-

wirkung zurückführen lässt auf die Wirkung eines kleinen Theiles der Welle W. Dieser „wirksame Wellentheil" liegt rings um den Pol A_1 der Welle W in Bezug auf den beeinflussten Punkt P_1. Ist W wie in Fig. 279 eine Kugelwelle, so ist OP_1 zugleich Kugelradius; da, wo OP_1 die Fläche W schneidet, liegt der Pol A_1 von P_1. Hält man also zwischen O und P_1 einen Schirm, welcher den für P_1 wirksamen Wellentheil[1]) mv bei A_1 abblendet, so ist im Punkte P_1 Dunkelheit. Was für P_1 gilt, hat auch für die auf der Geraden A_1P_1 gelegenen Punkte Gültigkeit. Auf dieser Geraden herrscht Dunkelheit, wenn mv durch den Schirm verdeckt ist, dagegen Helligkeit, wenn der Schirm fortgenommen wird. Letztere bleibt andererseits ungeändert, wenn man die ganze Welle W bis auf den wirksamen Wellentheil mv bei A_1 abblendet. Es führt also die Interferenztheorie der Elementarwellen zu einer etwas erweiterten Theorie von der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes.

In allen den Punkten A_1, A_2, A_3 etc. ausserhalb W, für welche ja der betreffende wirksame Theil der Welle in Thätigkeit treten kann, ist also die Bewegung nach der Interferenztheorie der Elementarwellen genau dieselbe, als wenn das Licht sich direct vom Lichtpunkte O gemäss der Strahlentheorie geradlinig ausgebreitet hätte. Da die Punkte A_1, A_2 etc. einer Wellenfläche angehören, und da OA_1P_1 bezw. OA_2P_2 Geraden sind, also die Bewegung in P_1 von A_1 diejenige in P_2 von A_2 herrührt, da ferner die von allen Punkten der Welle W ausgesandten Elementarwellen in gleicher Zeit den gleichen Weg zurücklegen, so gehören P_1, P_2 etc. einer neuen Wellenfläche an, wenn $A_1P_1 = A_2P_2$ etc. ist, und diese neue Wellenfläche ist wieder eine Kugelfläche mit dem Centrum O.

Es breitet sich somit das Licht in einem isotropen und homogenen Medium strahlenförmig auf concentrischen Kugeloberflächen aus.

Geometrischer Schatten (Beugungsstreifen an der Schattengrenze).

Wir wollen jetzt den vorhin erwähnten Fall etwas genauer behandeln, dass nämlich zwischen dem beleuchteten Punkte P und dem Lichtpunkte O (Fig. 280 a. f. S.) ein dunkler Schirm mit einer Oeffnung mv gesetzt werde. Wie dort erwähnt, ändert dieser Schirm die Beleuchtung des Punktes P gar nicht, falls er den für P wirksamen Wellentheil von W beim Pole A passiren lässt. Wie aber verhält es sich mit der Helligkeit in den anderen Punkten des Raumes $SRED$? Ist in allen diesen

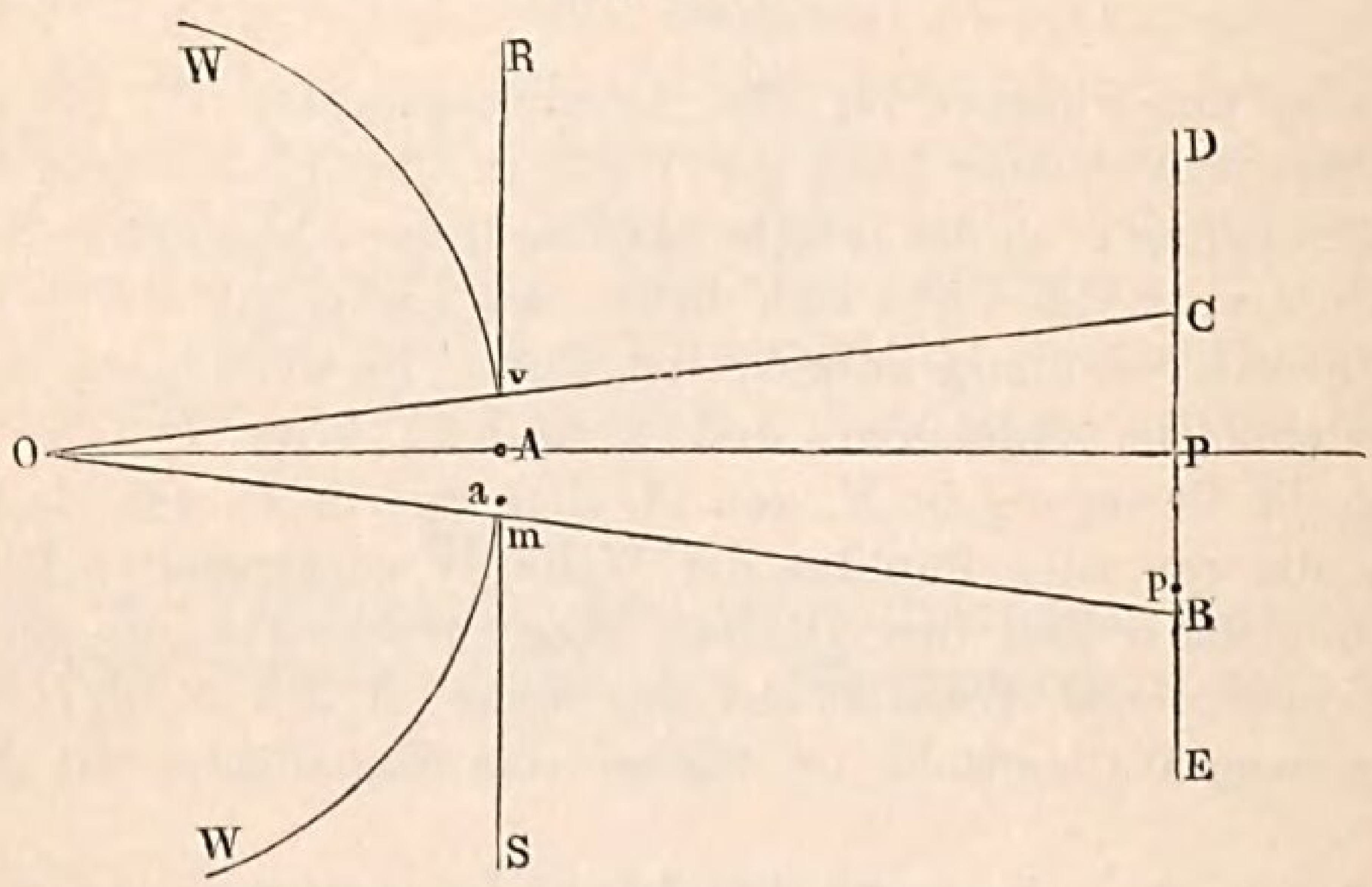
[1]) Ist die Entfernung A_1P_1 gleich 50 mm und der Durchmesser des kreisrunden Schirmes gleich 10 mm, so verdeckt letzterer gegen 2000 Elementarzonen, also weit mehr als von der Welle W in Bezug auf P_1 wirksam sind.

Punkten ebenfalls die Lichtvertheilung nach der Wellenlehre die gleiche, wie nach den Gesetzen der geradlinigen Fortpflanzung? Die geometrische Strahlentheorie sagt aus, dass der Lichtpunkt überall da Licht hinsendet, wo die gerade Verbindungslinie durch den Schirm nicht verdeckt ist, d. h. innerhalb des Kegels, dessen Spitze L ist und dessen Seiten durch den Rand der Oeffnung mv gehen, ist Licht, ausserhalb dieses Kegels oft Dunkelheit. Diese Lichtvertheilung ist unabhängig von der Grösse der Oeffnung.

Anders lautet das Resultat der Wellentheorie, aus der wir jetzt die relative Helligkeit in den Punkten der durch P senkrecht zu OP gelegten Ebene herleiten wollen.

Zuerst sei die Oeffnung so gross, dass für den Axenpunkt P des geometrischen Lichtkegels die Wegdifferenz $vP - AP$ eine beträcht-

Fig. 280.



liche Anzahl von Wellenlängen betrage. Es enthält dann die Oeffnung mv für den Punkt P und die ihm benachbarten Punkte eine grosse Anzahl von Elementarzonen; ist $Av = 10$ mm, $AP = 50$ mm und liegt O im Unendlichen, so enthält die ebene Kreisfläche mv gerade 4000 Elementarzonen, falls der Lichtpunkt Licht von der Wellenlänge 0,0005 mm aussendet. Für die Punkte in der Nähe von P ist in diesem Falle trotz Anwesenheit des Schirmes SR die Erleuchtung dieselbe, als ob die Gesammtwelle W wirksam wäre, da die durch den Schirm unterdrückten Zonen keine irgendwie merkliche Wirkung ausüben würden. Für alle solche Punkte, deren Pole also vom Rande der Oeffnung durch eine grosse Anzahl von Zonen getrennt sind, ist die Erleuchtung die, als ob der Schirm nicht da wäre, d. h. genau wie es die geradlinige Ausbreitung des Lichtes fordert. Innerhalb des Lichtkegels d. h. in der Nähe von OAP gelten die Gesetze der Strahlentheorie.

Anders gestaltet sich die Lichtvertheilung in der Nähe des geometrischen Schattens OvC und OmB. Es sei p ein Punkt nahe an der geometrischen Schattengrenze B, sein Pol sei a. Derselbe liege vom

Rande v der Oeffnung um Tausende Elementarzonen entfernt, vom Rande m nur um einige wenige. Nach den früheren Resultaten ist die Wirkung des Theiles av der Oeffnung gleich der Wirkung der Hälfte der nullten Elementarzone beim Pole a. Die Wirkung des Theiles ma dagegen ist verschieden gross, je nachdem ma eine gerade oder ungerade Anzahl von Elementarzonen enthält. Da die ersten Zonen an Grösse der Wirkung einander gleichzusetzen sind, so wird die Wirkung jeder Zone durch die halbe Wirkung der beiden benachbarten Zonen aufgehoben. Nach der im vorigen Paragraphen eingeführten Bezeichnungsweise ist die Wirkung der ersten n Zonen gleich

$$u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \cdots \pm u_n,$$

oder anders geschrieben:

$$\begin{aligned} &{}^1/_2\, u_1 + ({}^1/_2\, u_1 - {}^1/_2\, u_2) - ({}^1/_2\, u_2 - {}^1/_2\, u_3) + ({}^1/_2\, u_3 - {}^1/_2\, u_4) \\ &\qquad - {}^1/_2\, u_4 + \cdots \mp ({}^1/_2\, u_{n-1} - {}^1/_2\, u_n) \pm {}^1/_2\, u_n. \end{aligned}$$

Stets reducirt sich die Reihe auf die Wirkung der Hälfte von der ersten und letzten Zone. Enthält das Stück ma nur drei Zonen, so ist die Wirkung ${}^1/_2\, u_1 + {}^1/_2\, u_3$, enthält es fünf Zonen, so ist die Wirkung ${}^1/_2\, u_1 + {}^1/_2\, u_5$. Kurz, bei einer ungeraden Anzahl von Elementarzonen verstärken sich die beiden Wirkungen. Enthält ma aber vier bezw. sechs Zonen, so ist die Wirkung ${}^1/_2\, u_1 - {}^1/_2\, u_4$ bezw. ${}^1/_2\, u_1 - {}^1/_2\, u_6$, so dass bei gerader Anzahl von Zonen die Wirkungen sich aufheben. Da nun der Theil av seiner Wirkung nach constant bleibt, wenn a sich der Grenze m nähert, dagegen die Wirkung des Theiles ma sich ändert, jedesmal, wenn derselbe um eine Elementarzone abnimmt, so muss auch die Wirkung im Punkte p je nach der Entfernung pB abwechselnd grösser oder kleiner werden.

Bei einfarbigem Lichte treten daher am Rande des geometrischen Schattens abwechselnd helle und dunkle Streifen auf, welche bei weissem Lichte in Folge der in ihm enthaltenen verschiedenfarbigen Bestandtheile farbig sind. Die Gesetze dieser sogenannten „Beugungsfransen" werden wir im Capitel über die Beugung des Lichtes näher erläutern.

Rückt jetzt p über B nach E hin, so nimmt von B an seine Helligkeit stetig, aber sehr schnell ab. Ist die Wirkung B gleich der unendlichen Reihe:

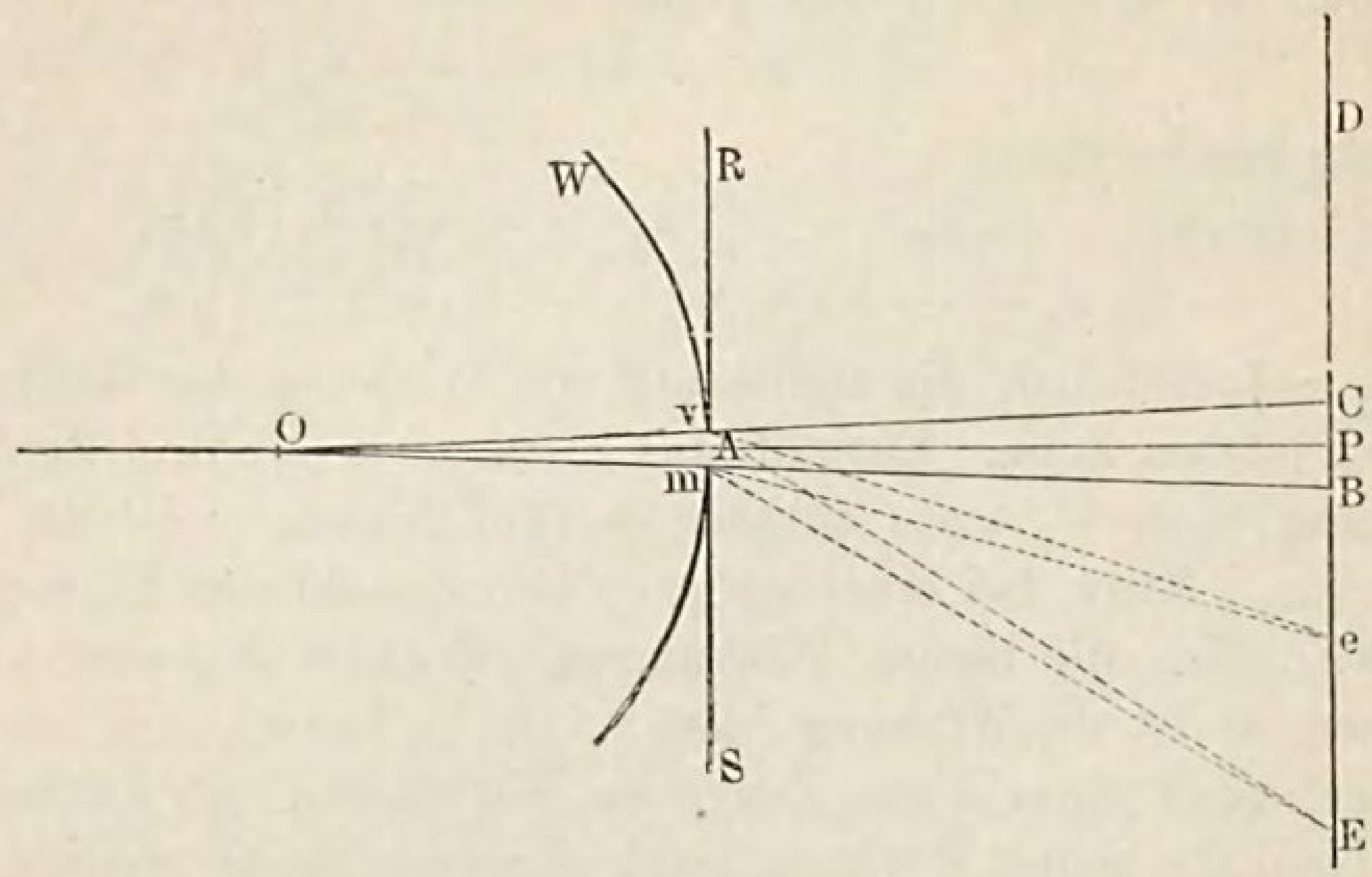
$$u_0 - u_1 + u_2 - u_3 + u_4 \ldots u_\infty,$$

so fallen von dieser unendlichen Reihe um so mehr Anfangsglieder fort, je weiter p von B nach E zu rückt. Die Wirkung wird also immer kleiner, um schnell ganz zu verschwinden. Maxima und Minima treten aber innerhalb des geometrischen Schattens nicht auf.

Sowohl diese Lichtausbreitung in den Schatten hinein, als auch die abwechselnd hellen und dunkleren Streifen an der Schattengrenze widersprechen den Gesetzen der Strahlentheorie. Ganz und gar abweichend davon gestalten sich die Erscheinungen bei sehr enger Oeffnung.

169 **Beugung des Lichtes bei kleiner Oeffnung.** Es sei jetzt *mv* (Fig. 281) so klein, dass sie nur eine geringe Anzahl von Elementarzonen enthalte. Was für Punkt *p* an der Schattengrenze im vorigen Falle galt, ist jetzt für alle Punkte innerhalb des geometrischen Schattens gültig. Es muss die Helligkeit also von Punkt zu Punkt variiren und der ganze Raum *B C* mit Beugungsstreifen erfüllt sein. Für den Mittelpunkt *P* kann absolute Dunkelheit eintreten, wenn *mv* eine gerade Anzahl von Elementarwellen enthält. Denn falls nur sechs Zonen vor-

Fig. 281.



handen sind, reducirt sich sowohl *mA* als auch *vA* auf die Wirkung $\frac{1}{2} u_1 - \frac{1}{2} u_6 = 0$.

Die Anzahl der Zonen für den Punkt *P* hängt ab von der Grösse der Oeffnung sowohl, wie von der Entfernung *AP*. Mit Veränderung der Entfernung *AP* muss demnach ebenfalls die Helligkeit von *P* abwechselnd grösser und kleiner werden.

Bei einfarbigem Lichte durchwandert der Punkt *P* Maxima und Minima, bei weissem Lichte erscheint er je nach der Entfernung von *A* verschieden gefärbt. Hängt doch die Anzahl der Elementarzonen bei gewisser Lage des Punktes *P* und gewisser Grösse der Oeffnung *mv* noch von der Wellenlänge des Lichtes ab.

170 **Diffusion des Lichtes.** Wird die Oeffnung *mv* noch kleiner, so wird der Fall eintreten, dass die Wegdifferenz *me* — *ve* für alle Punkte *e* der Ebene *ED* weit unter einer halben Wellenlänge bleibt. Dann werden sich die von *mv* ausgehenden Elementarwellen in allen Punkten der Ebene *ED* verstärken, überall wird die gleiche Helligkeit herrschen, verschieden höchstens durch die verschiedene Entfernung der Punkte *e* und die verschiedene Neigung der Elementarstrahlen gegen die Normale *OP*. Statt eines kleinen Lichtpunktes bei *P*, wie es die Strahlentheorie vorschreibt, erzeugt eine so kleine Oeffnung die Beleuchtung des ganzen Schirmes *ED*. Man bezeichnet diese Erscheinung als

Diffusion des Lichtes, weil das Licht nach allen Seiten diffundirt. Es hat jetzt die Oeffnung die Eigenschaft eines leuchtenden Punktes, welcher Licht nach allen Seiten aussendet. Die Erfahrung steht mit diesen Deductionen aus der Wellentheorie im Einklang, welche zeigen, dass den Lichtstrahlen absolut keine physikalische Existenz zukommt.

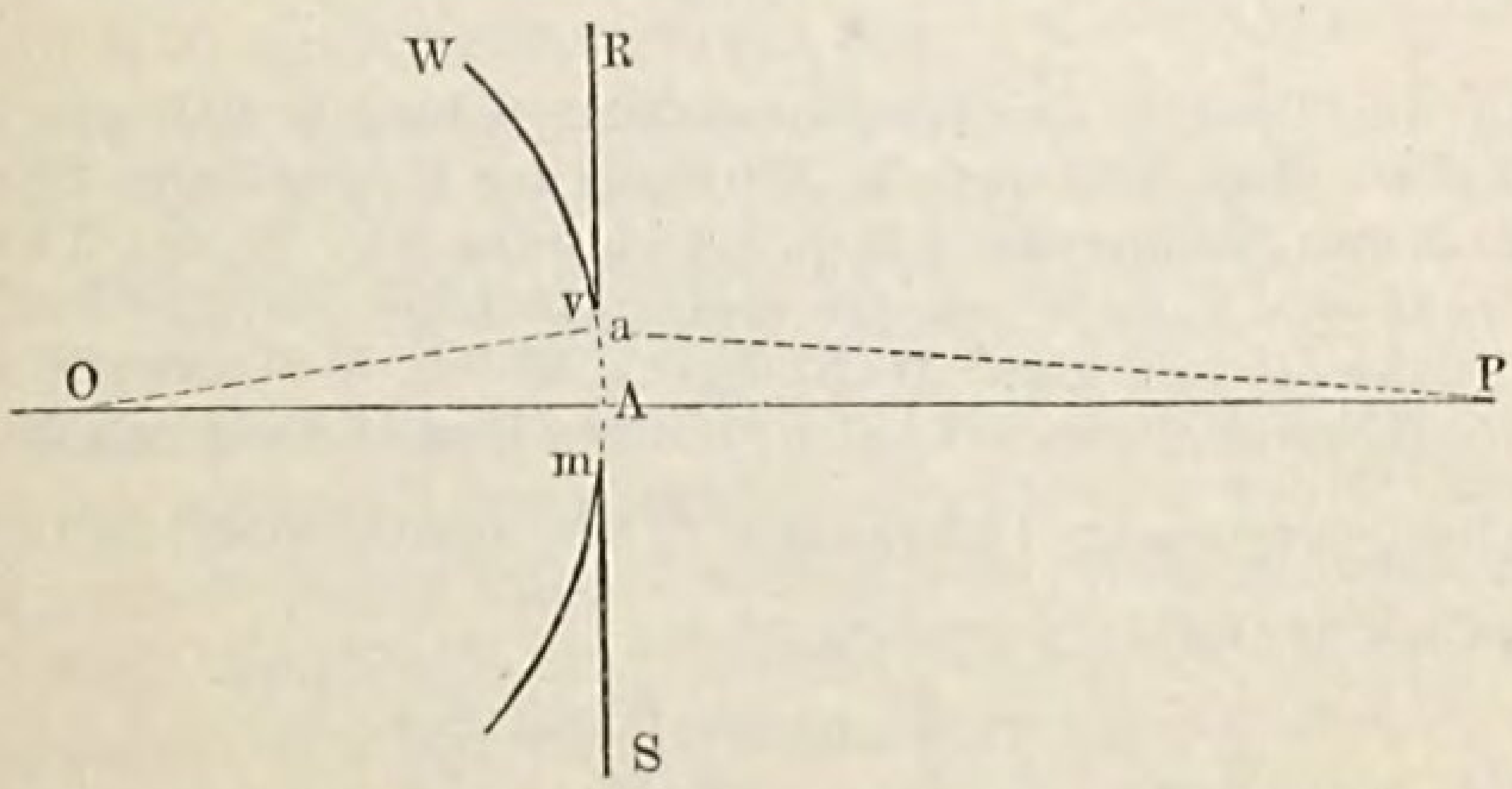
Je enger man ein sehr enges Strahlenbündel macht, um einen einzelnen Lichtstrahl zu isoliren, um so grösser wird die Lichtdiffusion. Das Bestreben der Anhänger der Emissionslehre, einen einzelnen Lichtstrahl herzustellen, war also nutzlos, da nur einem ganzen Bündel von Lichtstrahlen Existenzberechtigung zukommt.

Was wir für enge Oeffnungen nachgewiesen haben, hat sein Analogon bei kleinen schattenwerfenden Körpern. Es sei hier nur darauf hingewiesen, dass, falls ein undurchsichtiger Schirm so klein ist, dass er einen kleinen Theil der ersten Elementarzone bedeckt, der Schirm gar keinen Schatten wirft und die Lichtvertheilung hinter dem Schirme die gleiche ist, als wäre derselbe nicht da.

Mängel der Lehre von der Interferenz der Elementarwellen. Die bisher besprochene Lehre von den Elementarzonen giebt nur in qualitativer Weise Aufschluss über die Lichtvertheilung bei ungestörter und gestörter Lichtfortpflanzung. Um die genauere Lage der Beugungsstreifen und deren Entfernung von einander zu bestimmen, verfuhr Fresnel rechnerisch. Wir wollen hier nicht weiter darauf eingehen, wohl aber hinweisen auf die Mängel der Fresnel'schen Theorie. 171

Es sei in Fig. 282 wieder W die vom Lichtpunkte O herrührende Kugelwelle, welche auf den Schirm SR mit der Oeffnung mv falle; um

Fig. 282.



die Lichtvertheilung im Punkte P zu suchen, verfährt Fresnel dann so. Er bestimmt den Schwingungszustand jedes Punktes a der innerhalb der Oeffnung mv gelegenen Kugelwelle W, betrachtet diese einzelnen Punkte des Wellentheiles mv als selbstleuchtend aber cohärent und berechnet die Interferenzwirkung aller von denselben nach P kommenden Elementarwellen.

In der That findet er, wie wir später beim Capitel über die Beugung des Lichtes erkennen werden, dass die so berechnete Intensitätsvertheilung bei P mit der Erfahrung im Einklang steht. Die am geometrischen Schatten, bei enger Oeffnung etc. berechneten Orte der Beugungsstreifen stimmen mit den Experimenten Fresnel's und anderer Physiker vollkommen überein. Nur in einem Punkte führt Fresnel's Theorie auf einen Widerspruch, nämlich in Bezug auf die Phase der fortgepflanzten Schwingungen. Berechnet man nach Fresnel einmal die von O aus auf den Punkt P gesandte Bewegung direct als hervorgebracht durch O, und das andere Mal als vermittelt durch die Elementarwellen von W, so ergeben beide Berechnungen eine und dieselbe Bewegung, nur verschieden in Bezug auf die Phase, und zwar um $\pi/2$, entsprechend einer Wegdifferenz von einer viertel Wellenlänge [1]).

W. Voigt [2]) sagt daher mit Recht: „Es ist also die Fresnel'sche Theorie streng genommen eine geistreich errathene Regel zur Berechnung der Intensitäten; um sie auch für die Bestimmung der Phasen anwendbar zu machen, wird man die verlorene Viertelwellenlänge zufügen müssen.“

Um diesen Uebelstand der Fresnel'schen Theorie zu beseitigen, leitete Voigt aus der Elasticitätstheorie, in der das Huyghens'sche Princip ebenfalls unbestrittene Gültigkeit hat, unter Benutzung eines für elastische Medien gültigen Satzes die Berechnung der Lichtvertheilung hinter dem Schirme ab und erhielt auch Uebereinstimmung in Bezug auf die Phase. Später hat Kirchhoff durch seine Abhandlung „Zur Theorie der Lichtstrahlen“ (Berl. Akad. Ber. 1882, S. 353 bis 381) eine nahe vollkommen befriedigende Theorie der Beugung, Reflexion, Brechung und Fortpflanzung aus den Hypothesen der Undulationstheorie entwickelt. Er giebt dem Huyghens'schen Princip eine schärfere und allgemeinere

[1]) Nach der Theorie der Elementarzonen reducirte sich die ganze Oeffnungswirkung mv (Fig. 282) auf die Wirkung der Calotte beim Pole A, deren Umfang von P um die Strecke $AP + \lambda/4$ entfernt ist. In der That kommen also nach Fresnel's Theorie von der wirksamen Elementarzone Schwingungen, welche im Punkte P mit einer Wegdifferenz bis zu $\lambda/4$ eintreffen, d. h. mit einer Phasenverzögerung von $\pi/2$. Den strengen Beweis kann nur die Rechnung liefern. Ist die Bewegung im Lichtpunkte O dargestellt durch: $u_0 = A \sin 2\pi \frac{t}{T}$, so ist sie nach Fresnel's Annahme in a:

$$u_a = \frac{A}{r} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$$

und im Punkte P vermittelt durch das Flächenelement a der Welle mv:

$$u_P = \frac{A}{r\varrho} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r+\varrho}{\lambda}\right),$$

wenn man $r = OA = Oa$ und $\varrho = aP$ bezeichnet. Um die gesammte Wirkung aller Elemente a der Welle mv zu erhalten, muss man mittelst höherer Rechnung die Summation bezw. Integration von u_P über alle Punkte a ausführen

[2]) Wied. Ann. 1878, 3, 535.

Fassung, indem er die Flächenelemente einer Wellenfläche nicht als selbstleuchtende Punkte auffasst, sondern lediglich als Vermittelungsglieder der Bewegung vom Lichtpunkte zum beleuchteten Punkte. Aus der Annahme, dass der Aether ein fester, elastischer, isotroper und homogener Körper ist, auf den sich die Gleichungen der Elasticitätstheorie anwenden lassen, erhält er eine Gleichung für die Bewegung eines Punktes P, vermittelt durch eine Schicht von leuchtenden Punkten auf einer beliebigen, den Lichtpunkt O umschliessenden Fläche, welche im Punkte P dieselbe Bewegung auch der Phase nach ergiebt, wie wenn die Bewegung direct von O ausgehend berechnet wird [1]). Aber ferner weist diese Gleichung auch nach, dass eine solche Huyghens'sche Fläche keine Bewegung im Innern hervorbringt, also keine Bewegung nach rückwärts sendet.

Aus Kirchhoff's Formeln lassen sich mit Leichtigkeit die geradlinige Ausbreitung im Inneren des geometrischen Schattens, die Beugung an der Grenze desselben und bei kleiner Oeffnung, ferner die Reflexions- und Brechungsgesetze ableiten.

Wir benutzen hier zur Herleitung der letzteren auf elementarem Wege wiederum die Fresnel'sche Theorie der Elementarzonen.

Reflexions- und Brechungsgesetz, entwickelt aus dem Huyghens-Fresnel'schen Princip. Ungültigkeit derselben in gewissen Fällen. Wir betrachten jetzt den Fall zweier Medien von verschiedenem Brechungsindex, und geben den Weg an, auf dem Fresnel das Reflexions- und Brechungsgesetz mittelst der Interferenz der Elementarwellen ableitete. 172

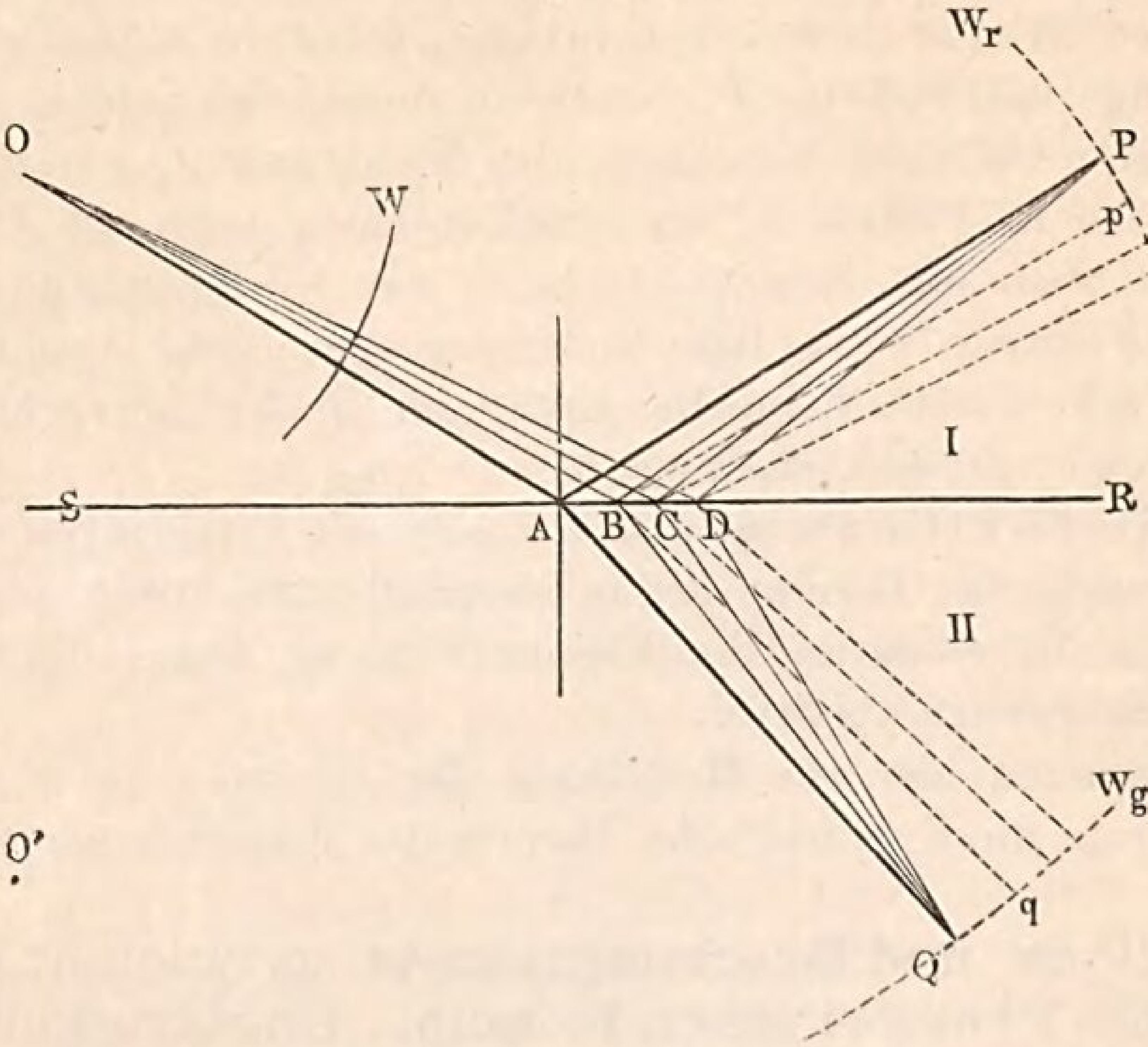
Es seien zwei isotrope Medien I und II (Fig. 283 a. f. S.) durch die unendlich grosse und ebene Trennungsfläche SR getrennt, auf welche die Lichtquelle O Wellen sendet. Diese werden theils in das zweite Medium eindringen, theils in das erste zurückgeworfen werden. Um die reflectirte Bewegung in einem Punkte P oder Q zu bestimmen, denkt man sich alle Punkte der Fläche SR als selbständig leuchtende Wellencentren und berechnet die Interferenzwirkung aller dieser cohärenten Elementarwellen in Bezug auf P oder Q. Hier sind aber diese Centren nicht mehr Punkte einer Wellenfläche, also auch in verschiedenen Stadien des Schwingungszustandes, insofern die von O ausgehende Welle W die verschiedenen Punkte von SR in verschiedenen Zeiten erreicht. Auch ist die Amplitude einer Aenderung an der Grenzfläche RS unterworfen, welche vom Winkel abhängt, unter welchem die Strahlen auffallen.

Während wir bei der Wirkung einer Welle auf einen Punkt im gleichen Medium den Pol als den Fusspunkt des vom beeinflussten

[1]) Eine Durchführung der Rechnung nach der Kirchhoff'schen Formel für den einfachen in Fig. 282 skizzirten Fall einer kugelförmigen Wellenfläche, hat Feussner in Winkelmann's Handbuch d. Phys., Bd. Optik, S. 615 gegeben.

Punkte auf die Welle gefällten Lothes definirten, wollen wir jetzt den Pol durch die Bestimmung definiren, dass in Bezug auf P der Weg $OA + AP$, und in Bezug auf Q der Weg $OA + AQ$ vom Licht in der kürzesten Zeit zurückgelegt werde. Man theile dann die brechende

Fig. 283.



Fläche um den Pol A in Elementarzonen. Bei der Reflexion also bestimme man die Punkte B, C etc. so, dass gilt:

$$OB + BP - (OA + AP) = \frac{\lambda}{2}$$

$$CB + OC - (OB + BP) = \frac{\lambda}{2}$$

.

bei der Brechung dagegen so, dass gilt:

$$\frac{OB}{v_1} + \frac{BQ}{v_2} - \left(\frac{OA}{v_1} + \frac{AQ}{v_2}\right) = \frac{\lambda}{2}$$

$$\frac{OC}{v_1} + \frac{CQ}{v_2} - \left(\frac{OB}{v_1} + \frac{BQ}{v_2}\right) = \frac{\lambda}{2}$$

.

worin v_1 bezw. v_2 die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Mediums I bezw. II bedeutet.

Dann lässt sich ganz ähnlich wie früher zeigen, dass die Wirkung aller von der Grenzfläche SR ausgehenden Elementarwellen sich durch theilweise Interferenz reduciren auf die Wirkung, welche hervorgebracht würde durch die halbe auf OA gelegene Zone der Wellenfläche W oder durch die correspondirende halbe Zone mit dem Punkte A zum Pole.

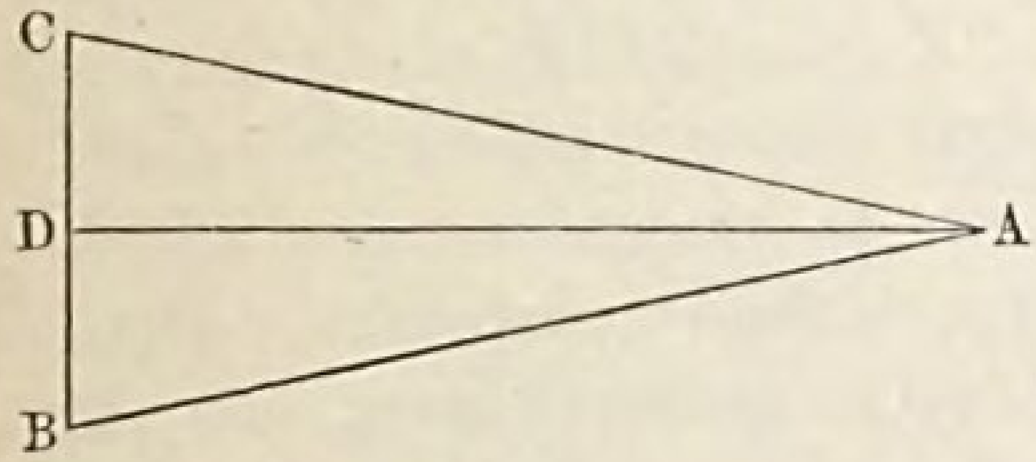
Das Gesetz der regelmässigen Reflexion und Brechung ist somit für den Fall einer unendlich ausgedehnten ebenen Fläche als erwiesen zu betrachten. Denn dass nur der Pol A der Fläche SR für die Beleuchtung des Punktes P bezw. Q in Betracht kommt, für welchen die Wege $OA + AP$ sowohl als $OA + AQ$ unter allen zwischen O und P bezw. zwischen O und Q möglichen Wegen für das Licht die kürzesten sind, heisst nichts Anderes, als dass die lichtvermittelnden Strahlen dem Reflexionsgesetze einerseits und dem Brechungsgesetze andererseits folgen (siehe die Sätze von Lachambre und Fermat, §. 160 d. Cap.).

So kann man auch die Gesetze der Reflexion und Brechung an krummen Flächen als wellentheoretisch richtig nachweisen.

Es senden nur jene Theile A einer krummen Fläche mit Erfolg Licht vom Lichtpunkte O nach einem Punkte P, für den der Weg OAP ein Minimum oder Maximum ist.

Die reflectirte bezw. gebrochene Wellenfläche W_r bezw. W_g construirt man, indem man vom leuchtenden Punkte aus längs jedem regelmässig reflectirten bezw. gebrochenen Strahle AP, Bp etc. bezw. AQ, Bq etc. gleiche optische Längen abträgt. Die so erhaltenen Endpunkte P, p etc. bezw. Q, q etc. werden vom Lichte in gleichen Zeiten erreicht; die sie verbindende Fläche ist die Wellenfläche.

Fig. 284.



Wenn die Trennungsfläche SR (Fig. 283) nicht unendlich gross ist, so gelten auch die Gesetze der regelmässigen Reflexion und Brechung nicht mehr und es führt die Interferenztheorie der Elementarwellen zu anderen Resultaten wie die Strahlentheorie. Man überzeugt sich von dieser Behauptung leicht durch folgenden Versuch von Fresnel. Man lässt parallele Lichtstrahlen an einem ebenen Stück Spiegelglas von der Form des gleichschenkligen Dreiecks ABC (Fig. 284) reflectiren und fängt die gespiegelten Strahlen auf einem Schirme auf. Die Einfallsebene stehe senkrecht auf der Winkelhalbirenden AD. Nach der geometrischen Strahlenreflexion müsste der Querschnitt des reflectirten Büschels stets ein scharf begrenztes Dreieck sein; in Wirklichkeit und gemäss der Wellentheorie dagegen ist die Erscheinung folgende.

In der Nähe von BC erscheint das reflectirte Strahlenbüschel wohl scharf begrenzt, aber an den Rändern farbig gesäumt. Je weiter man sich der Spitze A nähert, um so verwaschener wird die Grenze, um so weiter erstrecken sich die Beugungsstreifen auf den vom reflectirten Lichte erhellten Raum, und von dem an der Spitze A reflectirten Büschel ist überhaupt keine Grenze wahrzunehmen, da hier das Licht nach allen Seiten (senkrecht zu AD) diffundirt wird, ähnlich wie beim Durchgang durch eine enge Oeffnung. Die Herleitung dieser von der regelmässigen

Reflexion so abweichenden Resultate lässt sich in ähnlicher Weise führen, wie bei der Ausbreitung des Lichtes durch eine Oeffnung. Wir wollen nicht näher auf diese Erscheinungen eingehen, deren genaue Berechnung allein mittelst höherer Mathematik möglich ist. Nur einen Fall wollen wir noch ausführlich betrachten, den Fall nämlich, dass die von einem Objectpunkte ausgehenden Strahlen nach den Gesetzen der geometrischen Optik von einem optischen System brechender oder spiegelnder Flächen so gebrochen werden, dass sie im Bildraume sich wieder in einem Punkte schneiden. Wir wollen wissen, ob in diesem Falle die Wellenlehre zu dem gleichen Resultate führt, wie die geometrische Optik.

Achtes Capitel.

Abbildung im Sinne der Wellentheorie[1]).

Bedingungen für die Gültigkeit der geometrischen 173
Abbildungsgesetze. Wir wollen jetzt die Schlussfolgerung der im vorigen Capitel angestellten Betrachtungen ziehen und erläutern, was denn eine punktweise Abbildung, hervorgebracht durch ein optisches System, im Sinne der Wellentheorie bedeutet. Denn da den Lichtstrahlen keine reale Existenz zukommt, so wird ebenso wie dem Gesetze von der geradlinigen Ausbreitung und den Grundgesetzen der geometrischen Optik, auch den geometrischen Abbildungsgesetzen erst dann die rechte Wahrheit und Bedeutung gegeben, wenn sie als Folgesätze aus dem Princip der Wellentheorie erwiesen sind. Sie können dann als die einfachste und verständlichste Erklärungsform der Erscheinungen in allen den Fällen benutzt werden, in denen sie zum gleichen Resultat führen, wie die viel complicirtere Wellentheorie. Hieraus erhellt aber ferner die Nothwendigkeit, nach den Bedingungen und Voraussetzungen zu fragen, die erfüllt sein müssen, damit die geometrischen Gesetze gelten.

Die Frage lautet also:

Welches sind die Voraussetzungen, auf welche hin die Wellentheorie die Vorstellung von der Entstehung optischer Bilder gemäss der geometrischen Optik deckt und rechtfertigt?

Die geometrische Optik nennt denjenigen Schnittpunkt, in welchem sich die von einem Punkte O herkommenden Strahlen nach beliebig vielen Brechungen und Spiegelungen wieder schneiden, den Bildpunkt von O. Man bezeichnet die Verwandlung eines homocentrischen Büschels

[1]) Bei der Behandlung dieses Themas halte ich mich oft wörtlich an eine von Professor Abbe in Jena gegebene Darstellung in einem leider nicht erschienenen Werke, dessen erste sechs Bogen mir vom Verf. gütigst zur Verfügung gestellt worden sind. Auch im Dippel'schen „Handbuch der Allgemeinen Mikroskopie", 2. Aufl., Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn, 1882, S. 89 ff., sind die hier enthaltenen Abbe'schen Lehren dargestellt.

in ein wieder homocentrisches Büschel mit dem Namen „Abbildung“. Es ist eine punktweise Abbildung vorhanden, wenn jedem Punkte eines Objectes, von dem ein Strahlenkegel divergirt, ein zugehöriger Bildpunkt entspricht, dargestellt durch das reelle oder virtuelle Centrum des aus ersterem entstandenen Strahlenkegels. Dabei ist es ganz gleich, ob der Objectpunkt ein selbstleuchtender ist, also cohärente Strahlen aussendet, oder der Durchschnittspunkt verschiedener von verschiedenen Lichtpunkten herrührender Strahlen, wie es die Punkte einer von hinten beleuchteten matten Scheibe sind; diese besteht aus nichtselbstleuchtenden Punkten, welche incohärente Strahlen aussenden. Der geometrischen Optik genügt es, wenn man überhaupt büschelförmig von den einzelnen Objectpunkten divergirende Strahlen nachweisen kann.

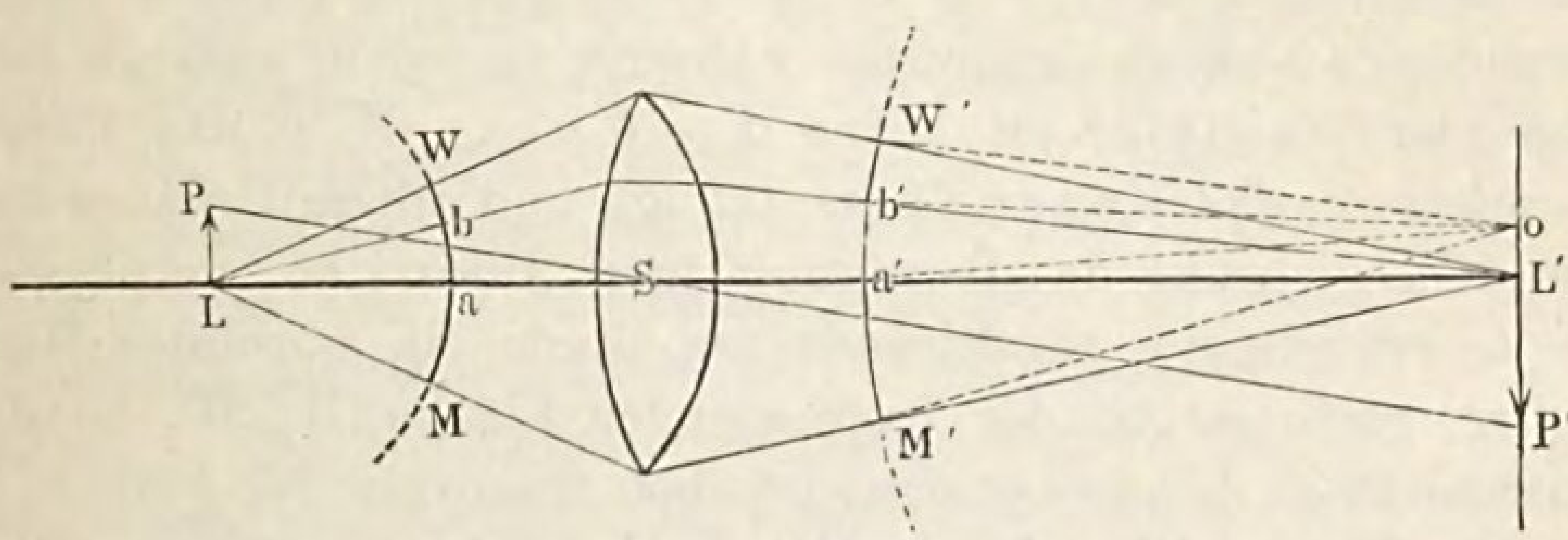
Um uns klar zu machen, wie die physische Optik nach den Principien der Wellentheorie Rechenschaft von der Thatsache der Bildentstehung giebt, recapituliren wir zunächst, was wir gefunden haben.

Im Sinne der Wellenlehre ist ein leuchtender Punkt das Erschütterungscentrum einer Aetherbewegung, welche sich in Form kugelförmiger Wellen in das umgebende Medium fortpflanzt. Ein Strahlenbüschel, das von dem leuchtenden Punkte ausgeht, ist ein kegelförmig begrenzter Theil der Kugelwelle. Die Gestalt der fortschreitenden, und zwar reflectirten oder gebrochenen Welle — die Wellenfläche zu einer gewissen Zeit — ist auf dem ganzen Wege bestimmt durch den geometrischen Ort der Endpunkte aller kürzesten Wege, denen vom Lichtpunkte oder von irgend einer vorangehenden Wellenfläche aus gemessen, eine gleiche optische Länge zukommt. Auf der diese Endpunkte verbindenden Wellenfläche entsteht ein übereinstimmender Oscillationszustand mit endlicher Amplitude, also die dem betreffenden Augenblick zukommende Welle. In dem System der einander folgenden Wellen stellen jene kürzesten Wege die senkrechten Schnittlinien zu den sämmtlichen Wellenflächen dar.

So lange die Bewegung innerhalb des ursprünglichen homogenen und isotropen Mediums bleibt, in welchem der Lichtpunkt sich befindet, sind die Schnittlinien gerade Linien und die Wellenflächen concentrische Kugelflächen. In diesem Falle breitet sich die Lichtbewegung auf immer grösseren Kugelflächen aus, je weiter sie vom leuchtenden Punkte fortschreitet. Soll der Wellenfläche eine andere Lage oder Gestalt gegeben werden, so müssen die Fortpflanzungsbedingungen geändert werden. Bei der Spiegelung und Brechung ist solches der Fall. Je nachdem dann die Fortpflanzungsbedingungen sich plötzlich oder stetig ändern, werden die Schnittlinien gebrochene oder krumme Linien, und die Wellenfläche nimmt plötzlich oder stetig eine andere Lage oder Gestalt an. Bei der Abbildung von leuchtenden Objecten sollen die von jedem Punkte ausgehenden Strahlen wieder in einem Punkte concentrirt werden. Die Systeme spiegelnder oder brechender Flächen müssen demnach kugelförmige Wellen umgestalten in wieder kugelförmige Wellen mit an-

ders gelegenem Centrum. Wandelt das optische System convexe Kugelflächen in concave um, so entsteht ein reeller Bildpunkt im Centrum der concaven Kugelfläche. Was nun die geometrische Optik „Lichtstrahlen“ nennt, sind jene kürzesten Wege der Lichtfortpflanzung oder die senkrechten Schnittlinien der Wellenflächen. Eine physische Bedeutung kommt aber diesen Lichtstrahlen nur insoweit zu, als es wahr ist, dass der Bewegungszustand an irgend einer Stelle eines solchen Strahles völlig bestimmt ist durch die Bewegungszustände, welche successive an allen vorangehenden Punkten desselben Strahles bestanden haben, also unabhängig bleibt von den Bewegungszuständen auf dem Wege anderer Strahlen. Bei der Ableitung der geradlinigen Fortpflanzung aus dem Fresnel-Huyghens'schen Princip haben wir gesehen, dass diese Unabhängigkeit nur für einen Strahl zutrifft, welcher im Innern des Strahlenkegels liegt, also überall in beträchtlicher Entfernung von den **Grenzen** des Wellenzuges bleibt, dem er angehört. Also eine gewissermaassen „reale“ Existenz hat der Lichtstrahl nur im Innern eines Strahlenbündels von endlichem Divergenzwinkel. Sobald er als **einzelner** Strahl erfasst oder physisch isolirt werden soll, hört er auf zu sein.

Fig. 285.



Wir gehen jetzt auf die durch ein centrirtes System brechender oder spiegelnder Kugelflächen bewirkte Abbildung näher ein. Das Charakteristische daran ist, dass ein solches System kugelförmige Wellen in wieder kugelförmige Wellen mit anders gelegenem Centrum umwandelt. Es vereinige ein solches System S (in Fig. 285 durch eine einfache Linse S dargestellt) alle vom Axenpunkte L den geometrischen Gesetzen gemäss in einem reellen, wieder auf der Axe gelegenen Punkte L'. Nach Sätzen von Helmholtz (s. §. 163) erfüllt also das System unter dem Gesichtspunkte der Wellenlehre betrachtet, die Bedingung, dass im Punkte L' alle von L aus verfolgten kürzesten Lichtwege mit gleicher optischer Länge zusammentreffen. Schlagen wir um L bezw. L' als Centrum die Kugelfläche WM bezw. $W'M'$, so stehen diese senkrecht auf den kürzesten Wegen; die optischen Längen der in das Bildmedium führenden kürzesten Wege zwischen der Kugelfläche WM und der Kugelfläche $W'M'$ sind einander gleich, so dass also alle die um L' als Centrum beschriebenen Kugelflächen zugleich Wellenflächen der in das

Bildmedium übergegangenen Bewegung darstellen. Es ist dies eine Folge der ungleichen Fortpflanzungsverhältnisse, die auf den verschiedenen Wegen $a\,a'$, $b\,b'$ innerhalb des optischen Systems bestehen.

Die von L ausgegangene Welle wird begrenzt in Fig. 285 vom Rande der Linse, im Bildmedium also von denjenigen Theilen $W'M'$ der mit L' concentrischen Kugeloberflächen, welche von den letzteren durch das austretende Strahlenbüschel ausgeschnitten werden. Wir können demnach die von L durch Vermittelung des optischen Systems S auf irgend einen Punkt o des Bildmediums übertragene Bewegungswirkung ersetzen durch die Wirkung der Wellenfläche $W'M'$, und letztere berechnen nach dem Fresnel-Huyghens'schen Princip durch die Interferenz aller von den Punkten der Welle $W'M'$ kommenden Elementarwellen. Wir wollen hier nur für diejenigen Punkte die ungefähre Lichtvertheilung bestimmen, welche in der Mittelpunktsebene liegen, d. h. also in der durch L' senkrecht zur Axe $L\,L'$ gelegten Ebene. Dabei ergiebt sich, wie unmittelbar einzusehen ist, dass im Centrum L' der Kugelwelle alle die von ihr ausgehenden Elementarwellen zufolge der gleichen Weglängen $a'L'$, $b'L'$... $W'L'$ in gleicher Phase zusammentreffen und sich einfach summiren, während in jedem anderen Punkte o in Folge der ungleichen Wege $a'o$, $b'o$. . . $W'o$ das Zusammentreffen mit verschiedener Phase erfolgt und überall eine wenigstens theilweise Vernichtung der Bewegung durch Interferenz verursacht. Im Punkte L' erreicht die resultirende Amplitude ein absolutes Maximum, welches proportional ist der begrenzenden Fläche $W'M'$, so dass die Lichtintensität in L' proportional ist dem Quadrate der Fläche $W'M'$. Aber auch die resultirende Amplitude in jedem seitlichen Punkte o ändert sich mit der Ausdehnung und Begrenzung der wirksamen Kugelwelle $W'M'$.

Es ist Aufgabe der Interferenz- und Beugungstheorie, die Art der Lichtvertheilung im Bildraume zu berechnen und vollständig nur durch complicirte höhere Rechnungsmethoden lösbar. Für uns genüge hier das Resultat, dass bei kreisförmiger Begrenzung der Welle $W'M'$ sich die Lichtvertheilung in der Mittelpunktsebene als ein helles kreisrundes Scheibchen bei L' darstellt, welches von abwechselnd dunklen und hellen Ringen von schnell abnehmender Intensität umgeben ist. Jede andere Art der Begrenzung des Strahlenkegels bringt bei Q eine andere Abstufung des Lichteffectes hervor (die stets dem Fraunhofer'schen Beugungsspectrum eines leuchtenden Punktes für die betreffende Oeffnung ähnlich ist; siehe später den Paragraphen über „Fraunhofer'sche Beugungserscheinungen"). Je grössere Ausdehnung aber die wirksame Fläche der Kugelwelle (also die Oeffnung des Systems S) erhält, desto rascher erfolgt bei jeder Form der Begrenzung der Intensitätsabfall um den Punkt Q herum, desto mehr reducirt sich demnach die ganze beleuchtete Fläche in der Mittelpunktsebene auf ein verschwindend kleines Flächenelement um Q herum, in welchem nun

die ganze lebendige Kraft des ausstrahlenden Elementes oder Lichtpunktes P, die vorher auf den verschiedenen Wellenflächen ausgebreitet war, wieder zusammenströmt. So entsteht der zu P gehörige Bildpunkt Q als die ideelle Grenze, welcher sich die resultirende Lichtvertheilung in der Mittelpunktsebene der aus dem optischen System S austretenden Kugelwelle in dem Maasse nähert, als die wirksame Wellenfläche grössere Ausdehnung gewinnt.

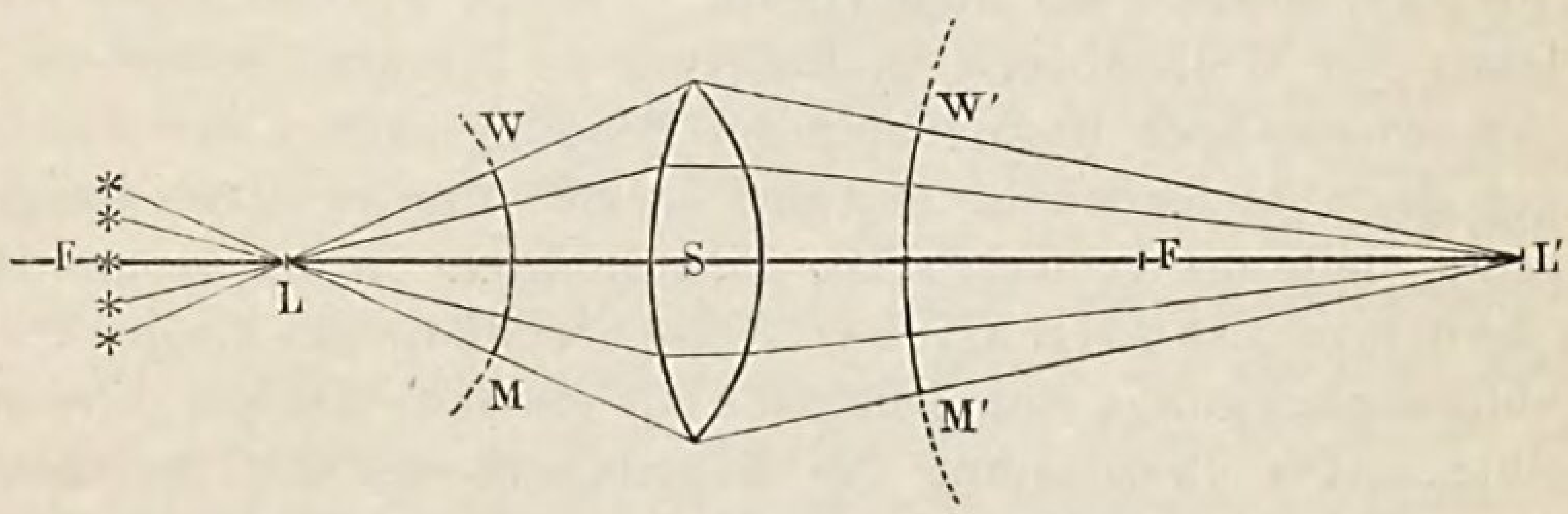
Die physische Optik kennt keinen anderen Begriff von Bildpunkt.

Man nennt schlechtweg den Einfluss der Begrenzung auf den Lichteffect innerhalb der Mittelpunktsebene die Beugungswirkung der Oeffnung. Wir wollen das Verhältniss dieser Beugungswirkung zum Lichtpunkte erörtern.

Selbst wenn also ein optisches System das von einem Objectpunkte ausgehende Strahlenbüschel so bricht oder spiegelt, dass dasselbe wieder in einem Punkte vereinigt wird, so ist daselbst in Wirklichkeit kein Lichtpunkt, sondern ein Lichtfleck. Um die geometrischen Gesetze mit denen der Wellentheorie in Einklang zu bringen, bedarf es daher noch der jedesmaligen Bestimmung des Beugungseffectes der wirksamen Oeffnung des abbildenden Systems und der Substitution dieses Beugungseffectes an Stelle des geometrischen Lichtpunktes. In der geometrischen Optik fasst man also fälschlicher Weise den Bildpunkt als das Primäre im Abbildungsvorgange auf, jedenfalls als ein selbständiges Element in demselben. Die Bestimmung des Beugungseffectes der Oeffnung des Systemes wird nachträglich abgemacht, als ob es gälte, gleichsam ein störendes Nebenphänomen abzuthun. Das ist auch vom mathematischen Standpunkte aus erlaubt; in Wirklichkeit ist es umgekehrt. Der Bildpunkt ist die Folge der Beugungsfigur. Ohne eine Beugungsfigur kann niemals ein Bildpunkt entstehen, da er ja nur die ideelle Grenze der ersteren ist. Da sich die Wirkung einer Kugelwelle bei irgend welcher Begrenzungsform auf ihr Centrum beschränkt, sobald nur ihre Ausdehnung im Vergleich zum Radius gross genug ist, so kann man also auch nur in denjenigen Fällen der geometrischen Optik von Bildpunkten reden, wo das Oeffnungsverhältniss (Querschnitt dividirt durch den Abstand vom Mittelpunkte) der abbildenden Strahlenkegel genügend gross ist. Die Betrachtungen des dritten Capitels lehren, dass eine einfache Kugelfläche und im Allgemeinen auch ein centrisches System von Kugelflächen nur dann homocentrische Strahlen in wieder homocentrische Strahlen verwandelt, wenn die Strahlen einen sehr kleinen Winkel mit einander und mit der Axe bilden. Hier ist das Oeffnungsverhältniss sehr klein. Wir werden in den beiden nächsten Capiteln sehen, welche Mittel es giebt bezw. welche Bedingungen erfüllt sein müssen, damit praktisch auch weitgeöffnete Strahlenbüschel wieder in einem Punkte vereinigt werden; erst dann deckt sich das Resultat der geometrischen Optik nahe mit demjenigen der physischen

Optik; es reducirt sich das Beugungsscheibchen auf einen Lichtpunkt. Aber erwähnt sei gleich hier, dass, wenn sich laut geometrischer Strahlentheorie die Lichtstrahlen nicht in einem Punkte schneiden, die dann stattfindende wirkliche Lichtvertheilung sich nicht durch die Construction der geometrischen Strahlen finden lässt, sondern einzig und allein durch Aufsuchen der Wellenfläche im letzten Medium und durch Berechnung der Interferenzwirkung aller von ihr ausgehenden Elementarwellen. Wenn, wie bei einer einzigen brechenden Kugelfläche, sphärische Aberration auftritt, so heisst das nichts Anderes, als dass die vom Lichtpunkte kommende Kugelwelle beim Uebertritt in das letzte Medium in eine von der Kugel abweichende Rotationsfläche übergeht. In diesem Falle giebt es keinen Punkt, in dem sich alle Elementarwellen summiren, es findet überall eine theilweise Vernichtung ihrer Bewegungen durch Interferenz statt, und auch bei grossem Oeffnungsverhältniss schrumpft der Lichteffect nicht auf einen Punkt

Fig. 286.



zusammen, sondern er bleibt stets auf einen grösseren oder kleineren Raum vertheilt, an dessen Rande erst dunkle und helle Stellen auftreten. Das ist der Zerstreuungskreis der sphärischen Aberration. Soll eine punktweise Abbildung stattfinden, so muss man das abbildende System so wählen oder corrigiren, dass die austretende Wellenfläche eine Kugelwelle ist und eine grosse Oeffnung hat. Aber diese Kugelwelle muss ausserdem zugleich Wellenfläche sein und interferenzfähige Elementarwellen aussenden.

Es ist dies eine weitere Folgerung aus der Thatsache, dass die physische Optik keinen anderen Begriff von Bildpunkt hat, als die ideelle Grenze, welcher sich die Beugungsfigur der wirksamen Kugelwelle mit deren Vergrösserung nähert. Diese Bedingung lautet anders ausgedrückt: Der Objectpunkt muss cohärente Strahlen aussenden, er muss also ein selbstleuchtender sein.

Wenn irgendwo und irgend wann einmal Strahlenbüschel vorkommen, deren Begrenzung keine Beugungswirkung nach sich zieht, so ist die Erzeugung von Bildpunkten durch solche Büschel eo ipso ausgeschlossen.

Kreuzen sich z. B. im Punkte L (Fig. 286) Strahlen von allen Punkten der Lichtquelle P, so gehen von L nur incohärente Strahlen

aus. Das von L kommende Büschel werde durch das optische System S gemäss dem Brechungsgesetz im Punkte L' wieder vereinigt. Beschreiben wir um L' als Centrum die Kugelfläche $W'M'$, so enthält diese zwar die Endpunkte aller kürzesten Wege von je gleicher Länge, gerechnet vom Objectpunkte L, aber sie ist nicht zugleich Wellenfläche, da auf ihr von Punkt zu Punkt ein anderer Schwingungszustand herrscht; von ihren Punkten gehen keine interferenzfähigen Elementarwellen aus. Diese Elementarwellen können also auch in der Mittelpunktsebene keine von der Begrenzung der Welle $M'W'$ abhängige Beugungswirkung, also auch im Grenzfalle keinen Bildpunkt hervorbringen. Denn auf dieser Voraussetzung beruhte die Entstehung eines Lichtscheibchens bezw. eines Lichtpunktes, und nur wo die Voraussetzungen für die physische Abbildung bestehen, können, und auch dann nur in gewissen Fällen, die Gesetze der geometrischen Optik benutzt werden. Im Falle, dass ein Object nur solche von der Lichtquelle transmittirten Strahlenbüschel aussendet, ist eine Abbildung im Sinne der geometrischen Optik ausgeschlossen. Findet dennoch im Allgemeinen eine Abbildung nicht selbstleuchtender Objecte, und zwar, wie es in vielen Fällen zutrifft, scheinbar ganz übereinstimmend mit den Gesetzen der geometrischen Optik statt [1]), so müsste trotzdem als Consequenz der allgemein angenommenen Theorie des Lichtes behauptet werden, dass die Abbildung nicht selbstleuchtender Objecte im Princip verschieden ist von der Abbildung selbstleuchtender, dass dieselbe nicht auf dieselbe Art erklärt werden kann, sondern einer selbständigen Erklärung und Bestimmung bedarf. Diese von E. Abbe angestellten Ueberlegungen zeigten ihm zugleich den Weg, auf welchem er das für die theoretische Optik neue Problem lösen konnte:

Nachzuweisen, wie und nach welchen Gesetzen die Bilder von nicht selbstleuchtenden Objecten erzeugt werden. Es stellt sich dabei heraus, dass das Bild L' von L eine secundäre Erscheinung, und zwar eine Begleiterscheinung der directen Abbildung der Lichtquelle durch das System S ist. Letztere geht nach den bisher besprochenen Regeln vor sich und wird darum primäre Abbildung genannt; erstere als Folge dieser wird als secundäre bezeichnet [2]).

Wir verlassen vorläufig dieses Thema, auf welches wir bei der mikroskopischen Abbildung näher eingehen, und kehren zurück zur Abbildung von selbstleuchtenden Punkten, wie sie die Flächenelemente einer Flamme darbieten. Wir wollen hier die gleichzeitige Abbildung meh-

[1]) Wir werden später zeigen, dass bei den mikroskopischen Abbildungen von einem Gitter oder dergl. Objecten Bilder entstehen können, welche nach der geometrischen Optik dem Object ähnlich sein sollten, aber in Wirklichkeit demselben ganz unähnlich sind.

[2]) Man bezeichnet die Lehre von der Abbildung nicht selbstleuchtender Objecte, wie es z. B. die meisten mikroskopischen Präparate sind, als die Abbe'sche Theorie der mikroskopischen Bilderzeugung.

rerer Lichtpunkte betrachten, um die Bedingungen aufzufinden, unter denen die Gesetze der geometrischen Optik auch für die Abbildung von Objecten gelten.

174 **Abbildung selbstleuchtender Objecte.** Es sei ausser dem Axenpunkte L (Fig. 285) noch ein zweiter, seitlich gelegener Lichtpunkt P vorhanden. Auch von ihm erzeuge das System S einen Bildpunkt in P', indem es alle von P ausgehenden Strahlen nach dem Punkte P' breche [1]). Dann ist auch für diesen Punkt P die Bedingung erfüllt, dass er Kugelwellen aussendet, welche durch das optische System S wiederum in Kugelwellen mit anders gelegenem Centrum (P') verwandelt werden.

Da die kugelförmige Wellenfläche WM in ihrer ganzen Ausdehnung übereinstimmenden Schwingungszustand hat, so sendet sie interferenzfähige Elementarwellen aus, welche sich im Punkte P' der Mittelpunktsebene zu eben derselben Lichtausbreitung zusammensetzen, wie die von der Welle $W'M'$ ausgehenden Elementarwellenzüge im Punkte P'; auch sie reducirt sich mit zunehmender Grösse der Oeffnung des Systems S auf nahe einen Lichtpunkt bei P'.

Sind statt der zwei Punkte P und L auf der Strecke LP unendlich viele vorhanden, d. h. ist LP ein selbstleuchtendes Object, welches den geometrischen Gesetzen gemäss punktweise vom System S im Bilde $L'P'$ abgebildet wird, so gilt für jeden einzelnen Punkt und sein Bild das oben für L und L' bezw. P und P' Gesagte. Die physische Optik rechtfertigt also aus ihren Principien auch die Abbildung eines flächenhaften Objectes in dem Sinne, dass sie zu jedem einzelnen Objectpunkte eine gewisse, aber für alle die gleiche Lichtausbreitung in der Bildebene von LP nachweist, und diese Lichtausbreitung mit zunehmender Grösse der Oeffnung für alle gleichzeitig auf leuchtende Punkte sich reduciren lässt.

Damit sich aber der Vorgang so abspielt, muss noch folgende Bedingung erfüllt werden: Es müssen die verschiedenen Objectpunkte von einander unabhängige Erschütterungscentra sein. Nur in diesem Falle enthalten die den verschiedenen Objectpunkten zugehörigen Kugelwellen im Bildmedium incohärente Bewegungszustände, so dass diese sich gegenseitig nicht stören, und die von ihnen einzeln erzeugten Beugungslichtscheibchen sich einfach superponiren und unabhängig von einander mit Erweiterung der Oeffnung zu Lichtpunkten zusammenschrumpfen. Diese Bedingung ist bei selbstleuchtenden Objecten, wie es die Flammen sind, von selbst erfüllt. Ist sie nicht erfüllt, so sind alle den verschiedenen Objectpunkten entsprechenden Kugelwellen cohärent, und die Elementarwellen nicht bloss jeder einzelnen,

[1]) Die geometrische Bedingung dafür, dass alle von P ausgehenden Strahlen in P' ohne sphärische Abweichung vereinigt werden, ist die sogen. „Sinusbedingung“; wir kommen im Cap. X darauf zurück.

sondern aller dieser Kugelwellen sind unter einander interferenzfähig. Der Effect dieser Interferenz wäre ein ganz anderer als vorher, da ja in jedem Punkte P', L' etc. sich die sämmtlichen Elementarwellen sämmtlicher Kugelflächen beeinflussten. Dabei könnte recht wohl eintreten, dass im geometrischen Bildpunkte L', wo die Kugelwelle, vom Objectpunkte L ausgehend, ein Maximum der Intensität herbeiführt, durch die hinzukommenden Elementarwellen der von P etc. herrührenden Kugelwellen die resultirende Bewegung Null würde, dass also da eine dunkle Stelle wäre, wo sonst eine helle auftreten würde. Wir sind somit zu folgendem Resultat gelangt:

Die nach den Regeln der geometrischen Optik bestimmte punktweise Abbildung eines Objectes (mit nachträglichem Hinzufügen einer der Oeffnung des Systems entsprechenden Beugungsmodification der Bildpunkte in Form von sich superponirenden Zerstreuungskreisen) steht in Uebereinstimmung mit den Grundsätzen der Undulationstheorie, falls die beiden Voraussetzungen erfüllt sind,

1. dass die von den Objectpunkten ausgehenden Strahlenbüschel Kugelwellen sind, so dass alle Strahlen je eines Büschels in gleichem Abstande vom Centrum übereinstimmenden Schwingungszustand repräsentiren, und

2. dass die von benachbarten Objectpunkten ausgehenden Strahlen incohärent sind, also von einander unabhängigen Kugelwellen zugehören.

Die im dritten Capitel für centrirte Systeme brechender oder spiegelnder Kugelflächen von sehr kleiner Oeffnung abgeleiteten Abbildungsgesetze gelten demnach auch in Wirklichkeit [1]) für den Fall, dass man es mit selbstleuchtenden Objecten zu thun hat und dass man jeden Bildpunkt durch die der Begrenzung entsprechende Beugungserscheinung ersetzt.

[1]) Wenigstens soweit die Wellentheorie des Lichtes die optischen Erscheinungen wiedergiebt.

Neuntes Capitel.

Aberrationsfreie spiegelnde und brechende Flächen, caustische Curven, Astigmatismus.

175 **Definition und Gleichung der „aberrationsfreien" Flächen.** Die bisher gewonnenen Resultate über die „Abbildung" stehen theilweise in Widerspruch zu einander. Die ersten drei Capitel, welche die eigentliche geometrische Optik umfassen, lehren, dass durch ein optisches System centrirter Kugelflächen eine punktweise Abbildung nur dann stattfindet, wenn die abbildenden Strahlen mit der Axe des Systems unendlich kleine Winkel bilden, d. h. wenn das Oeffnungsverhältniss der abbildenden Strahlenbüschel unendlich klein ist. Nur in diesem speciellen Falle werden homocentrische Strahlen auch nach dem Durchgange des Systems wieder homocentrisch und treffen sich in einem Punkte.

Nach der Wellenlehre vom Licht (Cap. 7 und 8) dagegen genügt zur „Abbildung" die homocentrische Strahlenvereinigung noch nicht. Denn ausser der Bedingung, dass die Wellenfläche im Bildmedium eine Kugelfläche sei, d. h. dass die Lichtstrahlen sich in einem Punkte schneiden, fordert sie, dass die wirksame Wellenfläche möglichst gross sei zum Radius derselben, d. h. dass die abbildenden Strahlenbüschel ein grosses Oeffnungsverhältniss besitzen. Denn nur dann reducirt sich die Lichtwirkung im Centrum der Kugelwelle auf nahe einen Punkt, und die Abbildung ist eine punktweise.

Aber noch aus einem anderen Grunde will man die Abbildung durch weitgeöffnete Strahlenbüschel vermitteln. Sind letztere nothwendig zur Deutlichkeit der Bildentstehung, so sind sie erwünscht, um möglichst helle Bilder zu erzielen. Je mehr Strahlen sich in einem Punkte treffen, d. h. je grösser die Oeffnung des Systems bezw. die Begrenzung der Wellenfläche ist, um so grösser ist die Helligkeit im Schnittpunkte der Strahlen.

Wollen wir der wellentheoretischen und der praktischen Forderung zugleich Rechnung tragen, so müssen wir also zur Abbildung optische

Systeme verwenden, welche weitgeöffnete Strahlenkegel in einem Punkte vereinigen, bezw. die Systeme centrischer Kugelflächen so berechnen, dass sie ausser den Nullstrahlen auch noch die unter endlichem Winkel gegen die Axe geneigten Strahlen im Bildpunkte vereinigen.

Letztere Aufgabe ist gleichbedeutend damit, die sogen. sphärischen und chromatischen Aberrationen zu bestimmen, welche ein weit geöffnetes oder schief einfallendes weisses, homocentrisches Strahlenbündel bei der Brechung bezw. Spiegelung an einer Kugelfläche erfährt, und ferner die Bedingungen bezw. Hilfsmittel aufzusuchen, durch welche man jene Aberrationen aufhebt. Ehe wir diese Aufgabe behandeln (siehe d. nächste Capitel), wollen wir untersuchen, ob es optische Systeme giebt, welche ohne Weiteres die obengestellten Bedingungen erfüllen.

Schon früher (S. 63 ff.) haben wir gesehen, dass eine ebene spiegelnde Fläche ein solches System ist, welches alle von einem beliebig gelegenen Punkte herkommenden Strahlen so spiegelt, dass sie von einem einzigen Punkte auszugehen scheinen. Es ist dies die einzige Fläche, welche beliebig ausgedehnte Objecte durch beliebig weit geöffnete Büschel abbildet. Es giebt aber noch eine andere Klasse spiegelnder und brechender Flächen, die sogen. „aberrationsfreien“ Flächen[1]), welche eine homocentrische Vereinigung weit geöffneter Büschel, wenigstens für gewisse Lagen des Objectpunktes, ermöglichen. Die conjugirten Punkte solcher Flächen mögen entsprechend „aberrationsfreie“ Punkte heissen. Eine „aberrationsfreie“ spiegelnde oder brechende Fläche hat also die Eigenschaft, alle von einem bestimmten Lichtpunkte ausgehenden Strahlen wieder in einem Punkte zu vereinigen.

Der grosse Geometer Descartes (1596 bis 1650) suchte zuerst die „aberrationsfreien“ Flächen und zwar auf geometrischem Wege zu ergründen. Er fand so die „Cartesianischen Ovalen“, Rotationsflächen, deren Axenschnitte im Allgemeinen Linien vierter Ordnung sind, welche alle in Ellipsen oder Hyperbeln übergehen, sobald die auffallenden Strahlen einander parallel laufen. Für die praktische Optik blieben seine Entdeckungen unfruchtbar.

Um die Gestalt solcher Flächen zu finden, bedenken wir, dass die optische Länge aller vom Objectpunkt zum Bildpunkt unter Vermittlung der spiegelnden bezw. brechenden Fläche gehenden Strahlen die gleiche sein muss, weil nur dann die Wellenfläche des austretenden Strahlenbüschels eine Kugelfläche ist.

Bezeichnen wir wie früher (S. 419) mit ϱ die von dem Lichtstrahl im Medium n zurückgelegte Weglänge, so ist die optische Länge R eines von P nach Q gehenden Strahles:

$$R = \Sigma (n \varrho).$$

[1]) Diese Flächen wurden früher als „aplanatische“ bezeichnet; doch werden wir mit Abbe das Wort aplanatisch in einem engeren Sinne gebrauchen für optische Systeme, welche Flächenelemente mittelst weitgeöffneter Büschel abbilden, vergl. das nächste Capitel.

Die aberrationsfreie Fläche muss demnach so beschaffen sein, dass für ihre sämmtlichen Punkte die Bedingung erfüllt ist:

$$R = \Sigma (n \varrho) = const.,$$

wo bei der Reflexion $n = -1$ zu setzen ist.

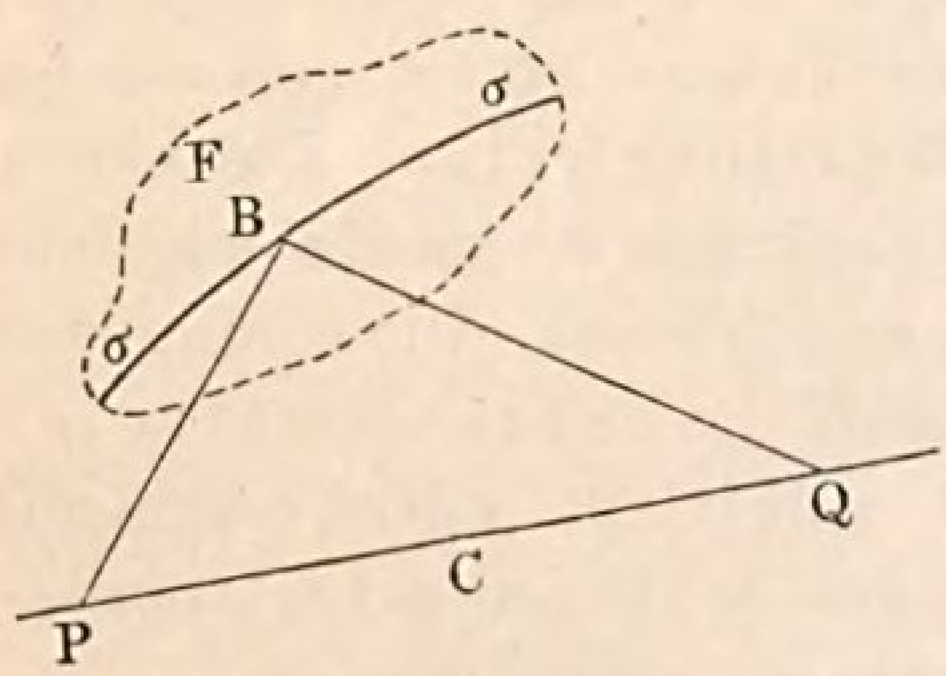
Wir wollen jetzt die Gestalt und zwar zunächst der spiegelnden Flächen bestimmen, welche dieser Gleichung genügen.

176 **Gestalt spiegelnder aberrationsfreier Flächen.** Ist in Fig. 287 F die spiegelnde Fläche, welche alle von P ausgehenden Lichtstrahlen nach Q reflectiren soll, so muss für ihre sämmtlichen Punkte B gelten:

$$PB + QB = const.$$

Da der einfallende Strahl PB und ebenso die in B auf der Fläche F errichtete Normale in derselben Ebene wie der reflectirte Strahl QB liegt, so müssen alle in der Zeichnungsebene von P ausfahrenden Strahlen die Fläche F in einer Curve σ treffen, für deren sämmtliche Punkte die Summe ihrer Abstände von P und Q eine Constante ist. Die Fläche F wird daher die Rotationsfläche sein, welche entsteht, wenn σ um PQ als Axe rotirt.

Fig. 287.



Die Curve, für deren sämmtliche Punkte die Summe $PB + QB$ einen constanten Werth hat, ist aber die Ellipse, welche P und Q zu Brennpunkten hat.

Fällt der Punkt Q mit P zusammen, etwa nach C, so geht die Bedingung $PB + QB = const.$ über in die folgende: $CB + BC = const.$ Es ist dies erfüllt für einen Kreis, dessen Centrum C ist. In der That geht auch die Ellipse in einen Kreis über, wenn die beiden Brennpunkte zusammenfallen. Das Centrum einer Kugelfläche ist also Object- und Bildpunkt zugleich; alle von ihm ausgehenden Strahlen werden wieder dorthin zurückgeworfen.

Ein anderer Specialfall ist der, wo P oder Q ins Unendliche rückt. Die analytische Geometrie lehrt, dass dann die Ellipse in eine Parabel übergeht, deren Brennpunkt der Punkt Q oder P ist. Aber auch vermittelst unserer Bedingung $R = const.$ finden wir dieses Resultat. Da Q im Unendlichen liegt, so sollen die von P ausgehenden, an der Curve σ (Fig. 288) reflectirten Strahlen parallel der Verbindungslinie PQ verlaufen; es ist also eine auf PQ gefällte senkrechte Gerade CG Wellenfläche der reflectirten Strahlen. Nennen wir die Schnittpunkte der letzteren mit dem Lothe GC allgemein J, so lautet unsere Bedingung für die Curve σ:

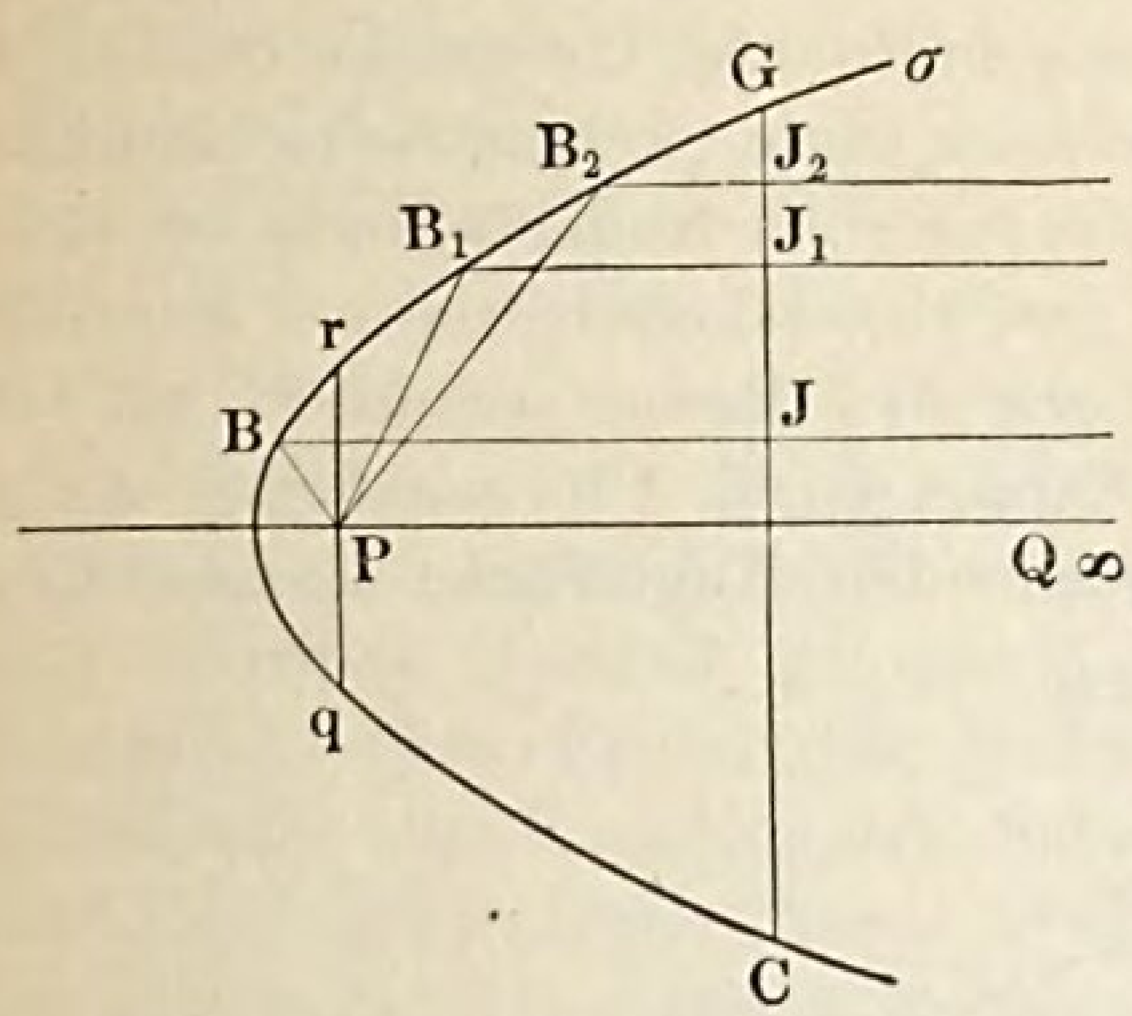
$$PB + BJ = const.$$

Es muss also sein:

$$PB_1 + B_1 J_1 = PB_2 + B_2 J_2 = const.,$$

d. h. die Punkte B liegen auf einer Parabel, deren Brennpunkt P ist, deren Axe senkrecht auf $G\,C$ steht und deren Parameter gleich $r\,q$ ist. Durch Rotation derselben um $P\,Q$ als Axe entsteht ein Rotationsparaboloid, welches alle von $Q\,\infty$ kommenden Strahlen nach P reflectirt oder umgekehrt alle von P ausgegangenen Strahlen einander parallel macht.

Fig. 288.

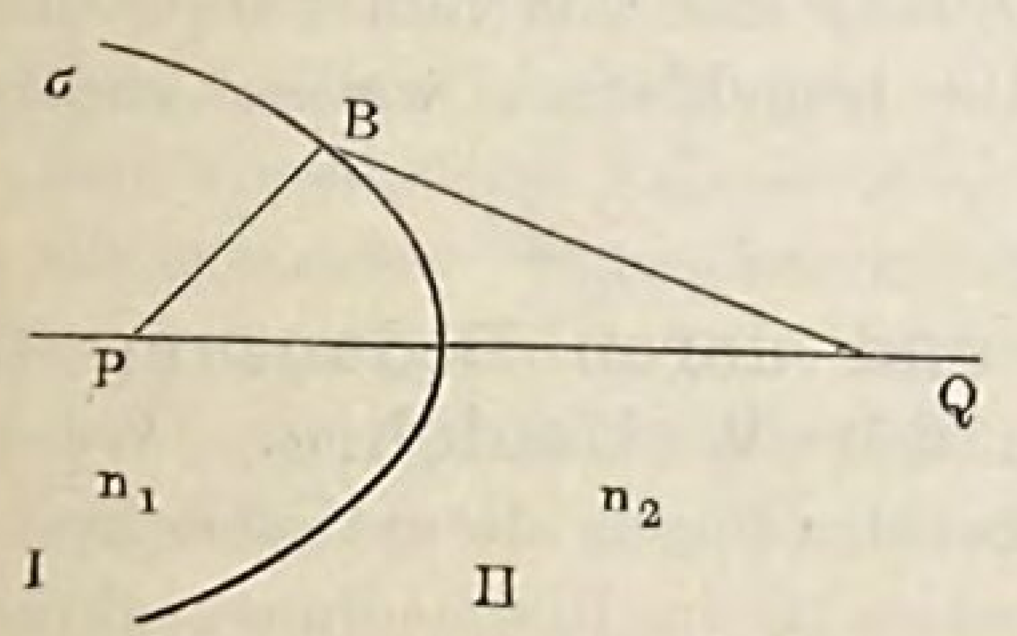


Da bei einem parallelen Strahlenbüschel der Querschnitt überall derselbe ist, kann auch mit der Entfernung keine Lichtabnahme stattfinden. Man benutzt daher die Parabolspiegel meist da, wo Licht auf weite Entfernungen übertragen werden soll, wie bei Signalapparaten und Leuchtthürmen; neuerdings findet der Parabolspiegel vielfach Verwendung bei den sogenannten elektrischen Scheinwerfern.

Ausser der Kugel, dem Ellipsoid und Paraboloid giebt es nur noch eine aberrationsfreie spiegelnde Fläche, das Hyperboloid. Dasselbe spiegelt die von dem einen Brennpunkte herkommenden Strahlen so, dass sie sich rückwärts verlängert in dem zweiten Brennpunkte schneiden.

Gestalt brechender aberrationsfreier Flächen. Es werde jetzt die Fläche F gesucht, welche alle von P kommenden Strahlen nach dem Punkte Q bricht. Ist B (Fig. 289) ein Punkt dieser Fläche, so muss für jede Lage des Punktes B auf der Fläche F die Gleichung erfüllt sein: 177

Fig. 289.



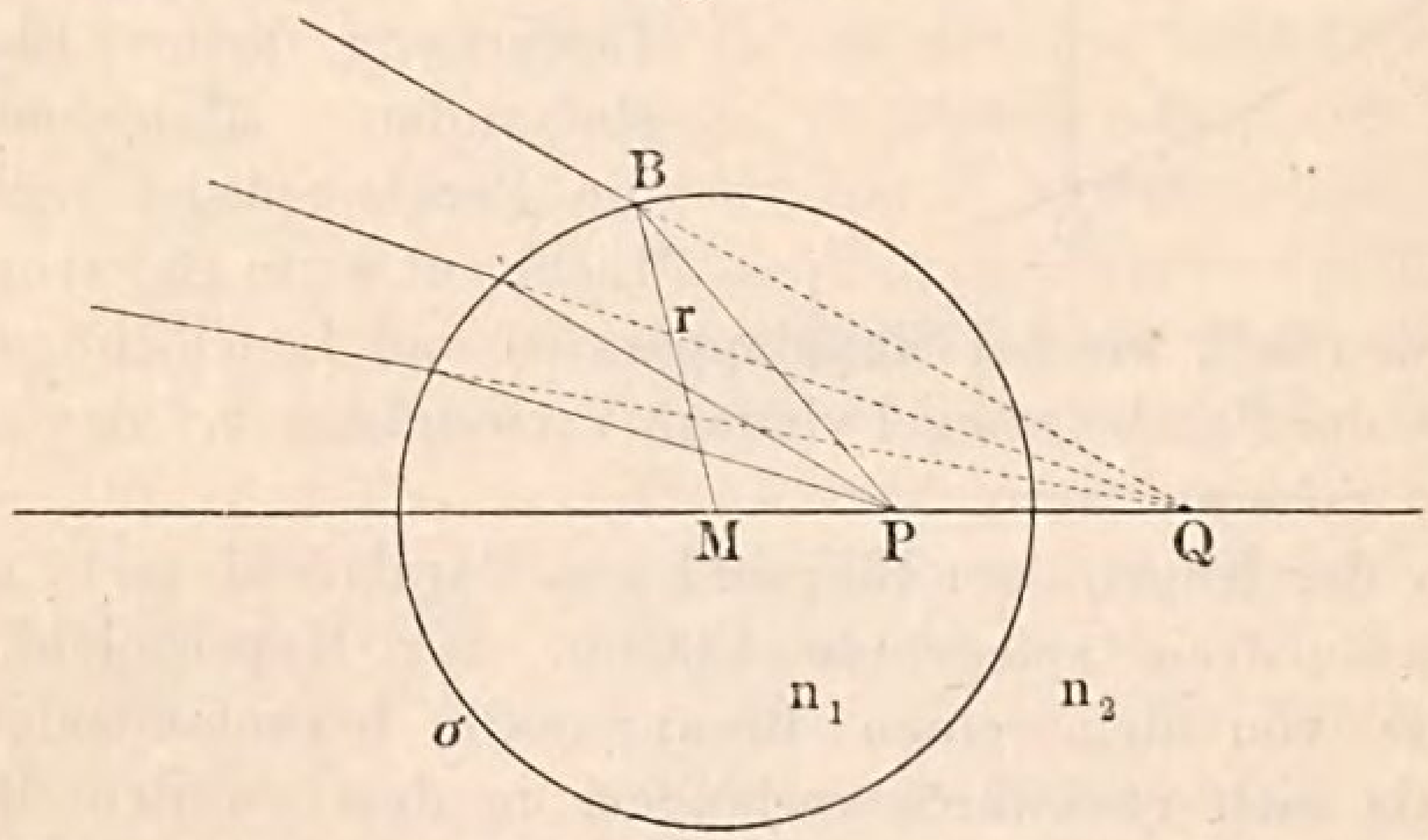
$$n_1 \,.\, PB + n_2 \,.\, Q\,B = const.,$$

wenn n_1 und n_2 die Brechungsindices der beiden durch die Fläche σ getrennten Medien I und II bedeuten. Auch hier verbleiben die in der Zeichnungsebene ausfahrenden Strahlen nach der Brechung in derselben Ebene. Ist σ die ebene Curve, für deren Punkt B obige Gleichung erfüllt ist, so erhält man wieder durch Rotation derselben um $P\,Q$ als Axe die gesuchte Fläche F. Obige Gleichung stellt eine ebene Curve vierter Ordnung dar; letztere wird als das Cartesische Oval bezeichnet, dessen Brennpunkte P und Q

sind. Nur für den Grenzfall, dass der eine Punkt Q im Unendlichen liegt, geht die Curve in einen Kegelschnitt über, dessen Brennpunkt der andere Punkt (P) ist. Wir gehen auf diese für die praktische Optik weniger wichtigen brechenden aberrationsfreien Flächen nicht ein.

Uns interessirt hier nur der schon früher behandelte Fall, wo die brechende Fläche die Gestalt einer Kugelfläche annimmt. Hier giebt es eine besondere Lage der beiden conjugirten Punkte, für welche dieselben „aberrationsfreie" oder wie man früher auch sagte „aplanatische" Punkte werden. Dieses aberrationsfreie Punktepaar einer Kugelfläche spielt eine wichtige Rolle bei der Construction der Mikroskopobjective. Für die Existenz dieses Punktepaares haben wir den Beweis schon S. 86 erbracht. (Ein neuer Beweis wird im Capitel 10, §. 190 gegeben.) Alle von P (Fig. 290) innerhalb der brechenden Kugelfläche kommenden

Fig. 290.



Strahlen PB werden so gebrochen, dass sie sich rückwärts verlängert im Axenpunkte Q schneiden, wenn nämlich

$$PM = \frac{n_2}{n_1}\, r \quad \text{und} \quad QM = \frac{n_1}{n_2}\, r$$

ist, wo r den Radius der Kugel bedeutet. Ausserdem entspricht sich natürlich auch der Kugelmittelpunkt selbst; alle von ihm ausgehenden Strahlen gehen ungebrochen durch die Kugelfläche, welche zugleich Wellenfläche ist.

178 **Ueber caustische Flächen und deren Bedeutung für die Lichtvertheilung im Sinne der Wellenlehre.** Werden die von einem Punkte ausgegangenen Strahlen durch ein optisches System wieder in einem Punkte vereinigt, so stehen sie im Bildmedium senkrecht zu einer Kugelfläche, und diese ist die Wellenfläche im Bildmedium. Dies ist der Fall bei den vorher besprochenen aberrationsfreien Flächen, jedoch nur bei ganz bestimmter Lage der conjugirten Punkte. Für anders gelegene Objectpunkte ist dies nicht mehr der Fall. Hier ist die Wellenfläche eine nicht sphärische Fläche, und darum schneiden sich die Strahlen nicht mehr in einem Punkte. Bleiben wir vorläufig auf

dem Boden der Strahlentheorie stehen und nehmen wir an, dass überall da Licht sei, wo Lichtstrahlen sich schneiden. Welches ist jetzt der Ort der Schnittpunkte der Strahlen im Bildraume? Um den Verlauf der Strahlen in diesem Falle zu finden, bedenken wir, dass die von einem Punkte ausgehenden Strahlen nach beliebig vielen Spiegelungen oder Brechungen an continuirlich gekrümmten Flächen stets senkrecht stehen auf einer Fläche, der Normalfläche der Strahlen, oder im Sinne der Wellenlehre auf der Wellenfläche, weil jeder Strahl die Normalfläche in gleicher Zeit und mit gleicher Phase erreicht. Welches auch die Gestalt der Normal- oder Wellenfläche im Bildmedium sein möge, die Lichtstrahlen stehen auf ihr senkrecht und sind identisch mit den Normalen der Fläche.

Aus der Theorie der Normalen stetig gekrümmter Flächen, welche also auch für unser Strahlenbüschel gilt, folgt aber, dass eine durch eine beliebige Normale gelegte Ebene die Wellenfläche in einer Curve schneidet, deren Krümmung je nach Lage der Ebene verschieden ist; dabei steht die Ebene, deren Schnittcurve die grösste Krümmung besitzt, auf derjenigen Ebene senkrecht, welche die Wellenfläche in der Curve der kleinsten Krümmung schneidet. Nur die in diesen beiden Ebenen verlaufenden, unmittelbar benachbarten Normalen schneiden den beiden Ebenen gemeinsamen Strahl (Hauptstrahl genannt), und zwar im Centrum bezw. des grössten und kleinsten Krümmungskreises; es giebt daher auf jedem Strahle zwei Brennpunkte, in denen er von unmittelbar benachbarten Strahlen geschnitten wird [1]).

Was für die eine Flächennormale gilt, hat auch für jede andere Giltigkeit. Auf jeder Flächennormale giebt es daher zwei bevorzugte Punkte, die Brennpunkte derselben, in denen sie von denjenigen unendlich benachbarten Normalen getroffen wird, welche in den beiden Hauptnormalebenen verlaufen. Bestimmt man nach der oben angegebenen Regel diese bevorzugten Punkte für jede Flächennormale, so bildet die Gesammtheit aller dieser Brennpunkte die Brennfläche. Dieselbe besteht aus zwei Schalen, zu denen jede Flächennormale gemeinschaftliche Tangente ist. Im nächsten Capitel ist die Brennfläche für den allgemeinen Fall abgebildet, dass ein leuchtender Punkt Licht auf ein centrirtes System brechender Kugelflächen sendet, der nicht auf der Systemaxe, sondern eine endliche Strecke davon entfernt liegt.

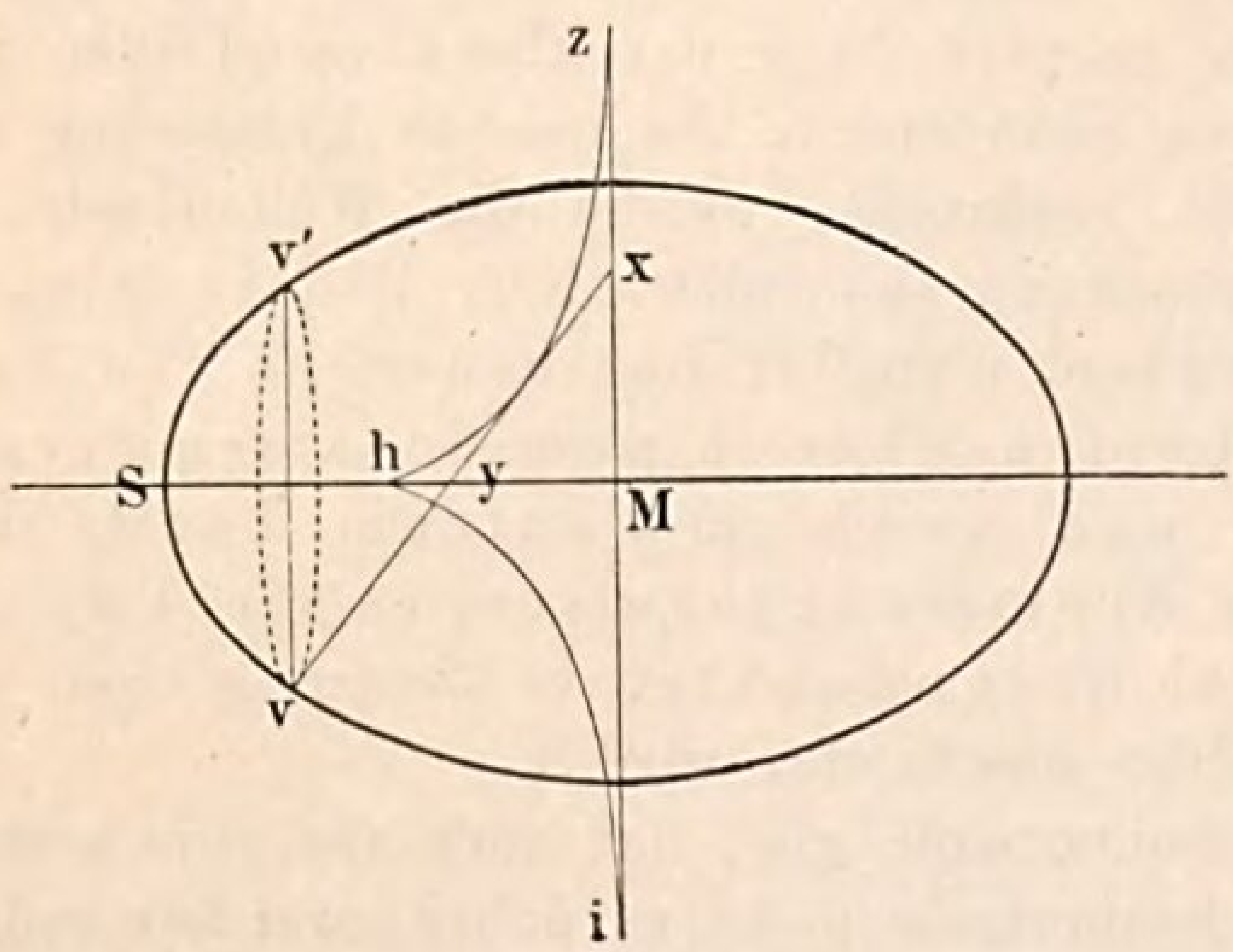
Sehr viel einfacher gestaltet sich der Verlauf der Strahlen, wenn die Wellenfläche eine Rotationsfläche ist, d. h. symmetrisch in Bezug auf

[1]) Die in den anderen Ebenen verlaufenden unendlich nahen Strahlen treffen den Hauptstrahl also nicht; die successiven Schnittpunkte dieser Strahlen liegen auf zwei unendlich kleinen Geraden, welche einzeln durch je einen der beiden Brennpunkte des Hauptstrahles gehen, auf diesem senkrecht stehen und in den beiden Hauptebenen liegen (siehe H. von Helmholtz, „Wissenschaftliche Abhandlungen", Bd. II, S. 1161). Die nähere Behandlung dieses Problems siehe im §. 183.

eine Axe, die Rotationsaxe, angeordnet ist. Es ist dies der Fall, wenn der leuchtende Punkt auf der Axe eines centrirten Systems brechender Kugelflächen liegt. Falls die Wellenfläche eine Rotationsfläche ist, verwandelt sich die eine Schale der Brennfläche ebenfalls in eine Rotationsfläche, während die andere in ein Stück dieser Axe zusammenschrumpft. Man sagt dann, es sei die eine Schale in eine Gerade degenerirt.

Verweilen wir bei diesem speciellen Falle und nehmen wir an, dass die Wellenfläche ein Rotationsellipsoid sei; es schneidet dann jede durch die Rotationsaxe *SM* (Fig. 291) gelegte Ebene die Rotationsfläche in ein und derselben Curve (hier Ellipse). Bilden die auf der einen Hälfte einer Ellipse senkrechten Strahlen *xyv* die Brenncurve *zhi* (welche ebenfalls symmetrisch zur Axe *SM* sein muss), so erhalten wir also die eine Brennfläche einfach durch Rotation der Fig. 291 um die Axe *SM*.

Fig. 291.



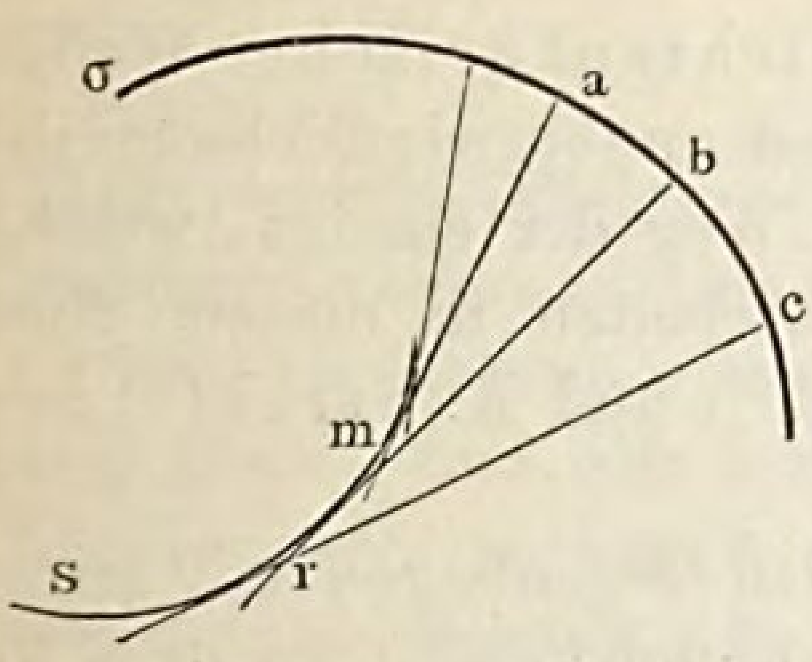
Ausser der so entstandenen Brennfläche giebt es aber noch eine zweite, welche der anderen Schaar von Krümmungslinien entspricht, in denen die Rotationsfläche von den Ebenen geschnitten wird, welche senkrecht auf den Axenebenen stehen. Diese Krümmungslinien sind hier Kreise *vv'*, deren Centren auf der Rotationsaxe *SM* liegen; alle Flächennormalen längs einer solchen Kreislinie schneiden sich in einem Punkte *y* der Axe selbst. Denn jeder Strahl *yv* beschreibt bei der Rotation der Figur um *SM* als Axe den Mantel eines geraden Kreiskegels, dessen Spitze in der Axe bei *y* liegt und dessen Grundfläche der von *v* beschriebene Kreis ist; alle von diesem Kreise kommenden Strahlen schneiden sich im Axenpunkte *y*; die den verschiedenen Parallelkreisen entsprechenden Schnittpunkte bilden also die Brennlinie *hM*.

Die Gesammtheit aller Normalstrahlen zum Ellipsoid kann man also in zweierlei Art durchlaufen, und zwar als Flächennormalen längs zwei Schaaren von Curven: Einmal als Senkrechte längs den Meridionalschnittcurven, hier den Ellipsen; als solche bilden sie die erste Brennfläche, welche aus der Rotation der caustischen Curve dieser Ellipse entsteht. Das andere Mal als Flächennormalen entlang sämmtlichen Parallelkreisen (den Aequatorialschnittcurven); als solche bilden sie die hier in eine Gerade (ein Stück der Rotationsaxe selbst) degenerirte zweite Brennfläche.

Wie in der Flächentheorie weiter gelehrt wird, stehen die Wellenflächen zu ihren Brennflächen in folgender Beziehung: Während alle Normalstrahlen zur Wellenfläche die Brennfläche einhüllen, erhält man aus der Brennfläche die Wellenfläche durch Abwickelung; dasselbe gilt von der Wellenlinie und seiner caustischen Curve. Man bezeichnet daher die caustische Curve mit dem Namen Evolute und die Wellenlinie als Evolvente.

Es sei *abc* (Fig. 292) ein unendlich kleines Stück einer Wellencurve σ und *am* bezw. *cr* seien die Krümmungsradien in den Punkten *a* bezw. *c*; schneidet die Verbindungslinie *rm* die Curve σ im Punkte *b*, so gilt $br = cr$ und $am = bm$, also auch: $mr = cr - am$. Ist *s* die Verbindungslinie der Krümmungscentren *m*, *r* etc., d. h. die von den Normalstrahlen *am*, *cr* etc. eingehüllte Curve, so gilt also der Satz:

Fig. 292.



Die Differenz zwischen zwei Krümmungsradien ist gleich dem Bogen der Eingehüllten, genommen zwischen den entsprechenden Krümmungscentren.

Aus diesem Grunde nennt man die Curve *s* die Evolute von σ; denn denkt man sich einen Faden auf *s* aufgelegt, dessen eines Ende fest mit *s* verbunden ist und dessen zweites Ende von *m* nach *a* gespannt wird, so beschreibt dieses freie Ende die Wellencurve σ, wenn man den Faden so auf *s* auf- oder abwickelt, dass stets das nicht auf *s* aufliegende Stück straff gespannt ist. Die Wellencurve heisst daher auch die Evolvente der Evolute.

Um also bei nichtsphärischen Rotationsflächen die Schnittpunkte unendlich benachbarter Strahlen zu finden, construirt man einfach die Evoluten zu den Wellenflächen. Nur wenn die letzteren Kugelflächen sind, reduciren sich die Brennflächen auf den Mittelpunkt der Kugelfläche.

Nach der Strahlentheorie genügt es also, in jedem einzelnen Falle eines gegebenen optischen Systems die zur Wellenfläche gehörige Evolute zu suchen, um die Lichtconcentration des Systems kennen zu lernen. In wie weit aber die so berechnete Lichtvertheilung der Wirklichkeit nahe kommt, kann lediglich mittelst der Wellenlehre gefunden werden. Da den Lichtstrahlen keine reale Existenz zukommt, und gemäss der Wellenlehre im Schnittpunkt zweier Lichtstrahlen statt der Helligkeit ebenso gut Dunkelheit herrschen kann, so bedürfen auch hier wieder die aus der Strahlentheorie hergeleiteten Resultate einer Prüfung bezw. Correction durch zweckentsprechende Untersuchungen nach den Principien der Wellenlehre. Laut dieser finden wir die durch eine Wellenfläche erzeugte Lichtvertheilung in jedem Punkte als die Interferenzwirkung aller Elementarwellen, welche ihre Centren auf der Wellenfläche haben. Ist letztere eine Kugelfläche, so reducirt sich die gesammte Licht-

vertheilung nahezu auf das Centrum dieser Kugel; die Art der Lichtvertheilung ist die Fraunhofer'sche Beugungserscheinung, welche bei kreisförmiger Begrenzung sich als ein Lichtscheibchen mit centrischen Ringen darstellt. Ist dagegen die Wellenfläche keine Kugelwelle, so ist auch die Lichtvertheilung eine von der vorigen abweichende.

In diesem Falle giebt es keinen Ort, in dem sich alle Elementarwellen summiren, es findet überall eine theilweise Vernichtung ihrer Bewegungen durch Interferenz statt und auch bei grossem Oeffnungsverhältniss schrumpft der Lichteffect nicht auf einen Punkt zusammen, sondern er bleibt stets auf einen grösseren oder kleineren Raum vertheilt. Das ist der Zerstreuungskreis der sphärischen Aberration (vergl. §. 173, S. 448 des vor. Capitels).

Die Berechnung der Interferenzwirkung nichtsphärischer Wellenflächen auf einen beliebigen Punkt stösst auf fast unüberwindliche mathematische Schwierigkeiten, und doch ist dieser Weg der einzige, welcher die wahre Lichtvertheilung erkennen lehrt. Arbeiten in diesem Sinne sind bisher nur von Airy [1]), Lord Rayleigh [2]) und K. Strehl [3]) ausgeführt worden.

Airy zeigt, dass erst die Wellentheorie den Regenbogen mit seinen überzähligen Bögen zu erklären im Stande ist und kommt zu dem Resultat, dass jede Caustik von Interferenzstreifen (bezw. lichtärmeren Wiederholungen der caustischen Curve) begleitet sein muss. Lord Rayleigh sucht das Problem der Helligkeitsvertheilung zu lösen, welche eine nichtsphärische Rotationsfläche im axialen Bildpunkte hervorruft, indem er die Grösse feststellt, um welche die Wellenfläche von der Kugelfläche abweichen darf, damit die Helligkeit im Bildpunkte der Wellenfläche noch einen gewissen Bruchtheil von derjenigen im Centrum der Kugelfläche beträgt.

Neuerdings hat K. Strehl direct die Interferenzwirkung einer nichtsphärischen Wellenfläche auch für ausseraxiale Punkte berechnet.

Was die Gestalt der caustischen Curve als den Ort aller Krümmungscentren einer Wellencurve anlangt, so führt bei elementarer Betrachtung auch die Wellenlehre zum gleichen Resultate wie die Strahlentheorie. Es sei usv (Fig. 293) ein so kleines Theilchen des Durchschnittes der nichtsphärischen Wellenfläche mit der Papierebene, dass es als Kreisbogen aufgefasst werden kann, dessen Centrum mit demjenigen m des Schmiegungs- oder Krümmungskreises zusammenfällt, den man bei s an die Wellencurve gelegt hat. Alle die von diesem Kreisbogen ausgehenden Elementarwellen verstärken ihre Wirkung im Centrum m,

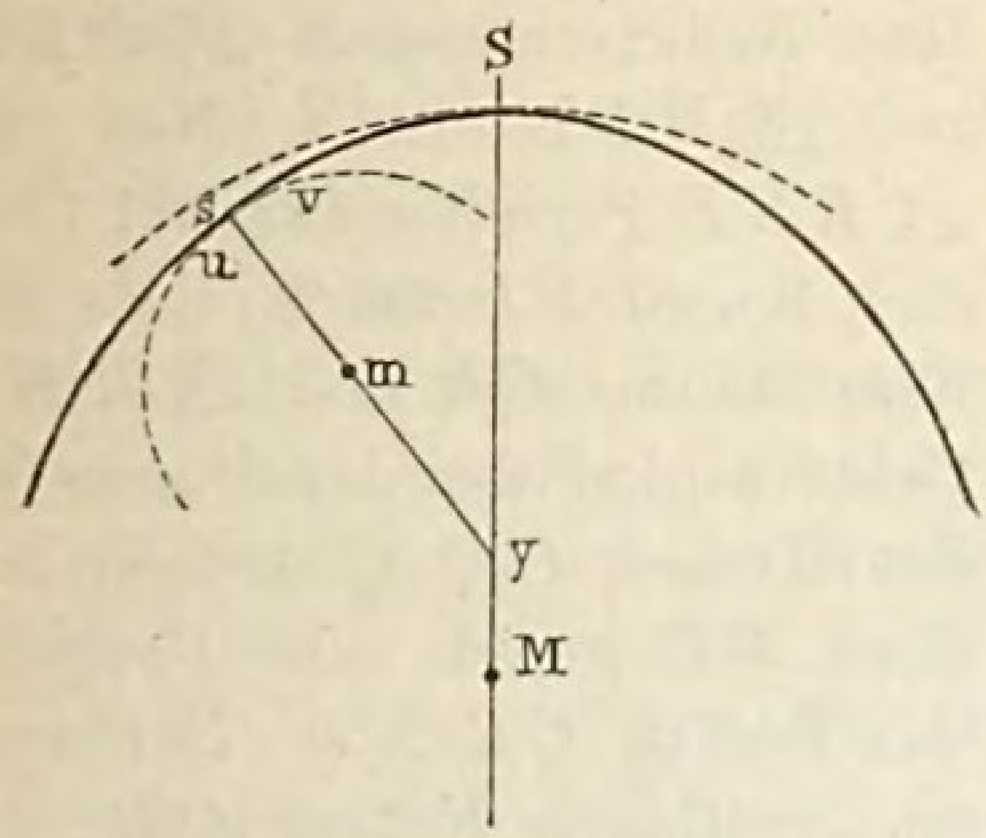
[1]) Cambridge Phil. Trans., 6, 379, 1838; siehe auch Verdet, Wellenlehre des Lichtes, deutsch von Karl Exner, Bd. I, S. 317, 1881.

[2]) Phil. Mag. 9, 410, 1879. Optical papers.

[3]) K. Strehl, Theorie des Fernrohres auf Grund der Beugung des Lichtes. I. Theil. Leipzig 1894. Verlag von Joh. Ambr. Barth.

Interferenz-Maxima und -Minima zu beiden Seiten erzeugend. Aehnlich wird die Lichtvertheilung sein, welche das unendlich kleine Stück *usv* der Wellencurve im Punkte *m* hervorruft. Theilen wir letztere in Elementarzonen in Bezug auf Punkt *m* ein, so wird man auch leicht zeigen können, dass die von *s* entfernteren Zonen nichts zur Helligkeit bei *m* beitragen. Somit reducirt sich die Wirkung jedes Theiles der Wellencurve auf den Mittelpunkt seines Schmiegungskreises, und die Verbindungslinie dieser Mittelpunkte bezeichnet den Ort, wo die Wirkung der ganzen Wellencurve ein Maximum ist. Ausserdem ist sie begleitet von Parallelcurven, insofern jeder Punkt *m* zu beiden Seiten des Krümmungsradius *sm* Maxima und Minima aufweist.

Fig. 293.



Bei der Rotation von σ um SM als Axe beschreibt der Punkt *s* einen Kreis, und alle von ihm kommenden gleichlangen Strahlen *sy* schneiden sich im Axenpunkte *y*; die von den sämmtlichen Punkten der Kreislinie ausgehenden Elementarwellen müssen sich daher im Punkt *y* summiren, so dass auch nach der Wellenlehre ein Stück der Axe als Brennfläche auftritt.

Wir gehen jetzt über zur Bestimmung der Gestalt der caustischen Curven für einige spiegelnde und brechende Flächen. Erstere heissen katacaustische, letztere diacaustische Curven.

Brennfläche (Katacaustik) für spiegelnde Kugelflächen. 179

Da wir ohne höhere Analysis diese Aufgabe nicht allgemein lösen können, so wollen wir auf elementarem Wege für zwei einfache Fälle die Gestalt der caustischen Curve zu bestimmen versuchen [1]). Es seien vorerst die einfallenden Strahlen einander parallel, d. h. es liege P (Fig. 294) im Unendlichen. Der bei B auffallende Strahl $P\infty B$ werde in der Richtung BF zurückgeworfen; man verbinde B mit M, suche den Halbirungspunkt R dieser Strecke und errichte über der Hälfte BR als Durchmesser einen Kreis. Dessen Centrum sei C und sein Umfang schneide den reflectirten Strahl im Punkte F. Dann ist die Caustik des Halbkreises KSK_1 die Epicycloide $KFQF_1K_1$, welche durch das Rollen des Kreises BFR auf dem Kreise GQH vom Punkte F beschrieben wird, wobei folgende Relation der Radien stattfindet:

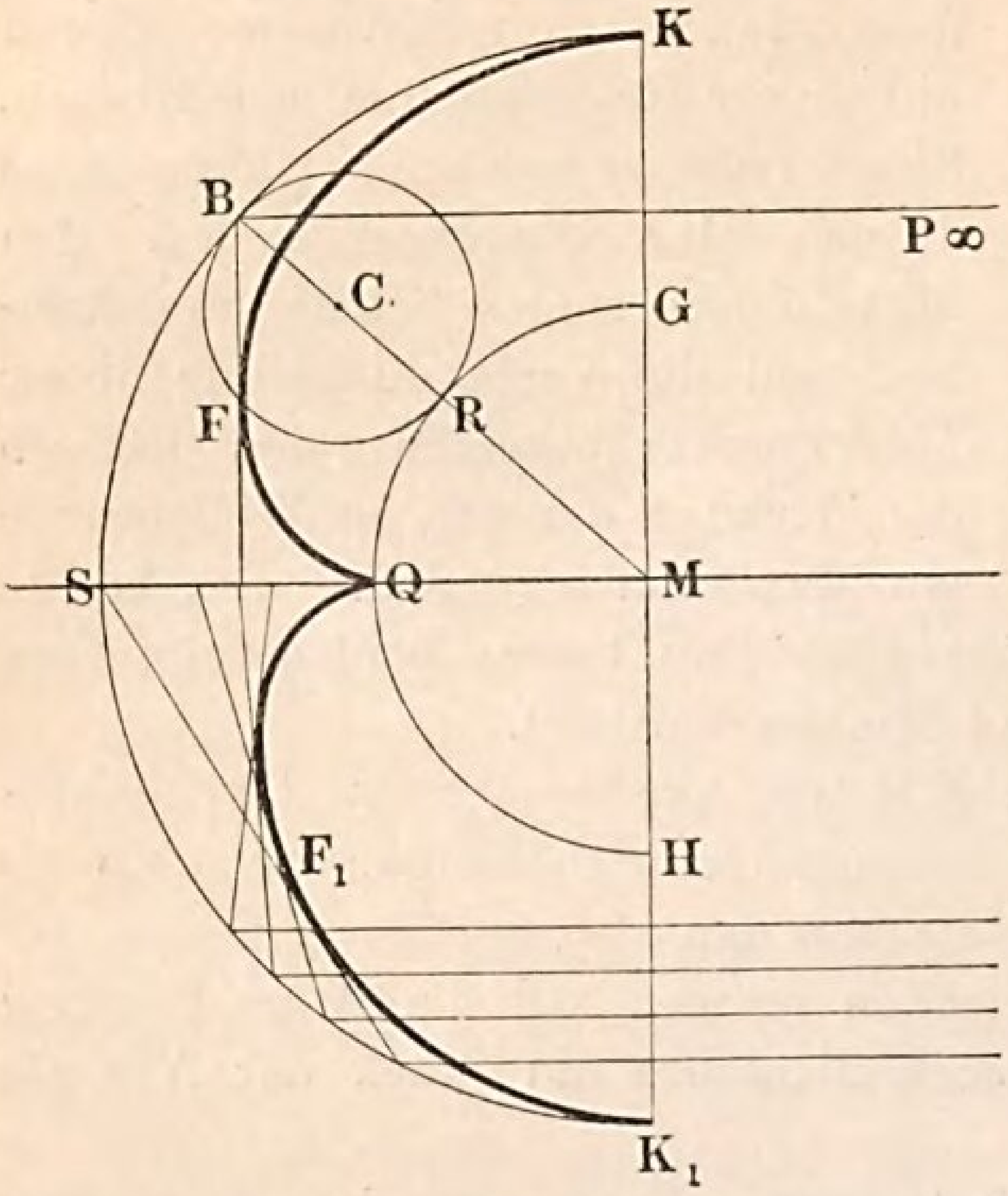
$$QM = \frac{1}{2}SM = 2\,CR.$$

Wenn MS parallel PB, so ist BM die Halbirende des Winkels PBF, den der einfallende Strahl PB mit dem reflectirten Strahle BF

[1]) Siehe S. Parkinson, A Treatise on Optics 1870, S. 66 ff. und R. S. Heath, A Treatise on Geometrical Optics 1887, S. 115 ff.

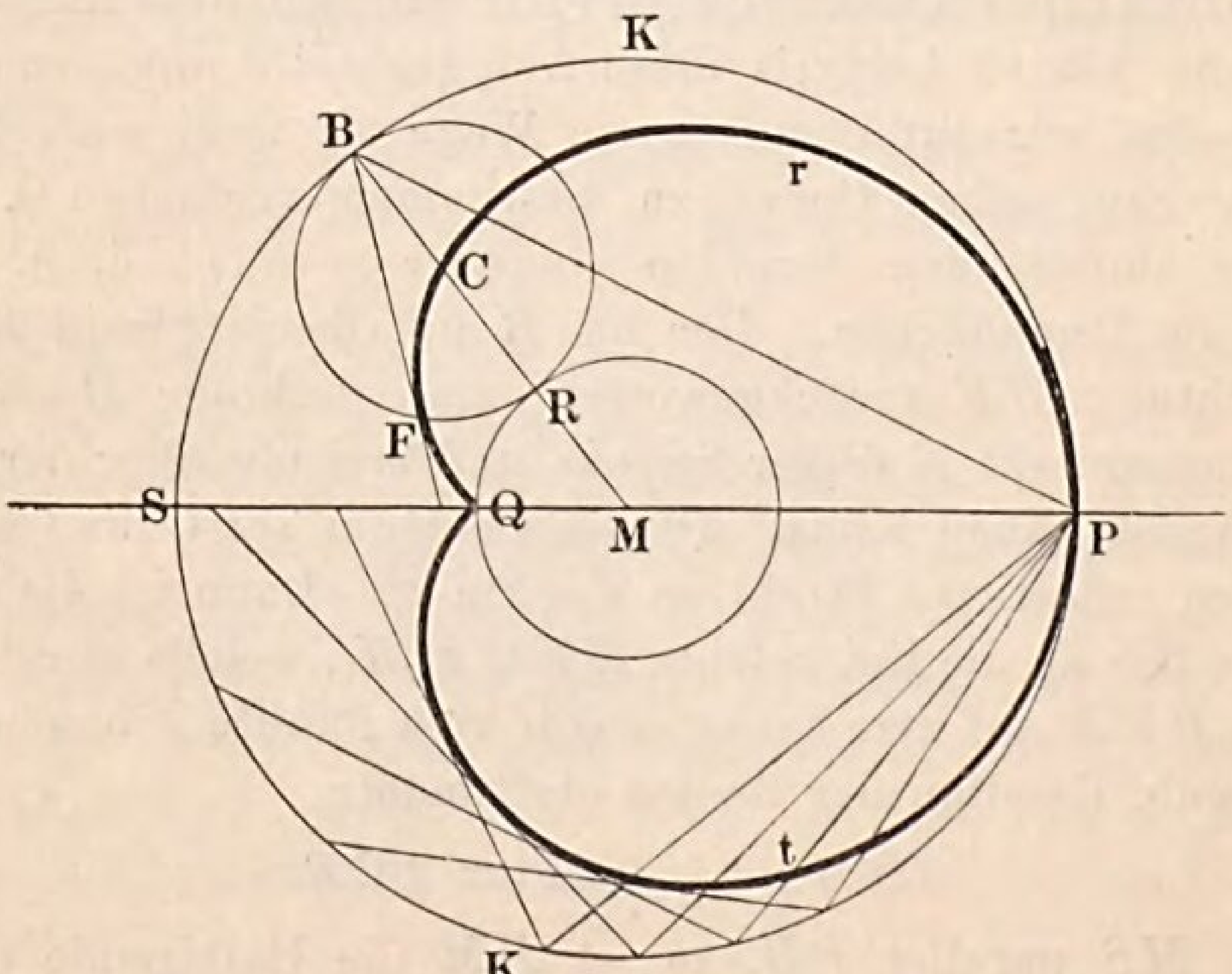
bildet. Man denke sich noch den Punkt R mit dem Schnittpunkte F verbunden. Es soll bewiesen werden, dass der Bogen FR gleich ist dem Bogen QR. Da $BP \parallel QM$, so $\sphericalangle PBM = \sphericalangle BMQ$, also auch $\sphericalangle RMQ = \sphericalangle RBF$, da ja laut Reflexionsgesetz $\sphericalangle PBM = \sphericalangle MBF$ ist. Nun ist $\sphericalangle RBF$ Peripheriewinkel über dem Bogen FR des Kreises mit dem Radius CR und $\sphericalangle RMQ$ Centriwinkel über dem Bogen QR des Kreises GQH, dessen Radius MR gerade das Doppelte des Radius CR ist. Demnach ist der Bogen $FR = QR$; daher fällt schliesslich der Punkt F beim Rollen des Kreises längs RQ mit Q zusammen. Dass die von F beschriebene Curve wirklich die caustische Curve ist, welche von allen gespiegelten Strahlen eingehüllt wird, erkennt man leicht wie folgt. Es beginne der Kreis eben zu rollen.

Fig. 294.



Während der Berührungspunkt R im ersten Moment fest zu stehen scheint, macht F eine unendlich kleine Bewegung; dieselbe ist also noth-

Fig. 295.



wendig senkrecht zur Richtung FR, weil FR „momentaner Drehungsradius“ ist. Da nun $\sphericalangle BFR$ als Peripheriewinkel über dem Durchmesser gleich einem Rechten ist, also BF auf FR senkrecht steht, so

berührt der gespiegelte Strahl BF das von F beim Rollen des Kreises BFR im ersten Moment beschriebene Curvenelement.

Dies findet für jede Lage des Punktes B statt, also wird die von F beschriebene Curve von allen gespiegelten Strahlen tangirt bezw. eingehüllt und wir erhalten das Resultat: Die caustische Curve ist die vom Punkte F beim Rollen beschriebene Epicycloide $KFQF_1K_1$.

Ein zweiter einfacher Fall ist der, dass der leuchtende Punkt P (Fig. 295) auf dem Umfange des reflectirenden Kreises liegt; hier ist die caustische Curve eine Cardioide. In anderen Worten heisst dies, die caustische Curve des Kreises $PKSK_1$ ist eine Epicycloide $PrQt$, welche durch Rollen des Kreises RFB auf dem gleich grossen Kreise mit dem Centrum M vom Punkte F beschrieben wird; dabei ist Punkt F der Schnittpunkt des bei B gespiegelten Strahles BF mit dem Kreise BFR, dessen Centrum auf der Geraden BM liegt, und dessen Radius gleich dem dritten Theile von BM ist; es gilt also:

$$MQ = CR = {}^1/_3\, MS.$$

Der von P kommende Strahl werde längs BF reflectirt, und F sei, wie erwähnt, der Schnittpunkt des reflectirten Strahles mit dem rollenden Kreise;

Fig. 296.

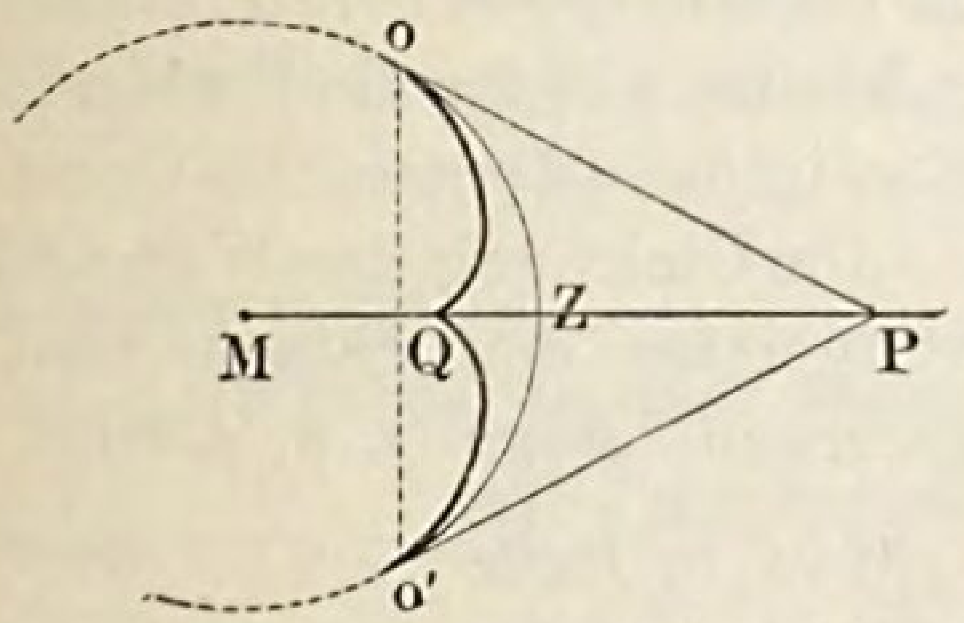


Fig. 297.

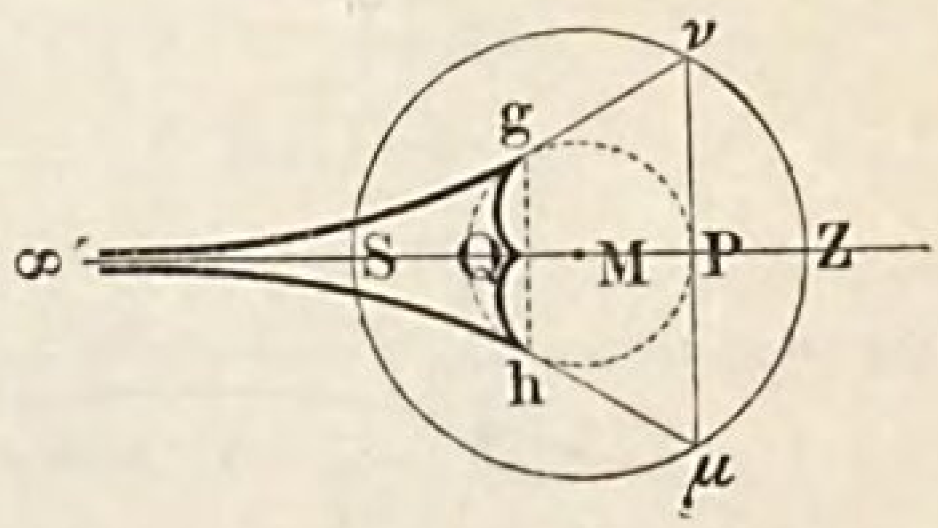
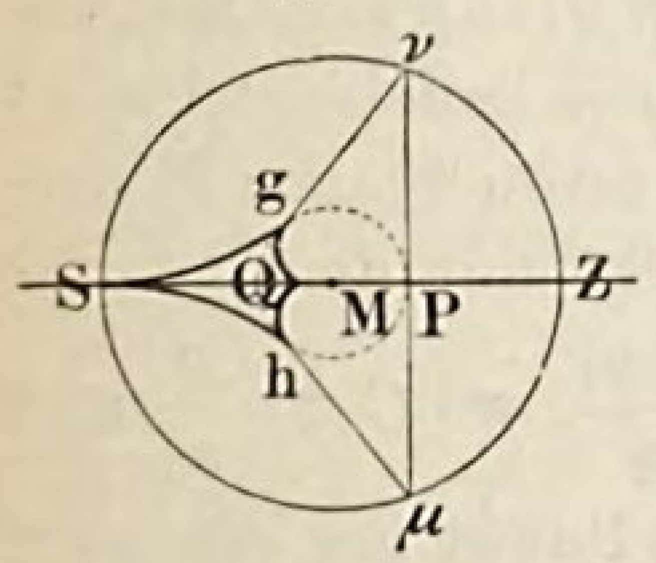


Fig. 298.



wir ziehen $MRCB$ und verbinden R mit F (in Figur nicht ausgeführt). Der Aussenwinkel RMQ des gleichschenkeligen Dreieckes MBP ist doppelt so gross wie $\measuredangle PBM$, welcher nach dem Reflexionsgesetz $= \measuredangle FBR$ ist. Denkt man sich noch das Centrum C des rollenden Kreises mit F verbunden, so sieht man, dass $\measuredangle FCR = 2 \measuredangle FBR$ ist, dass also auch $\measuredangle FCR = \measuredangle QMR$ oder der Bogen FR gleich dem Bogen QR ist. Rollt der Kreis C längs RQ, so fällt schliesslich F mit Q zusammen, und rollt er von hier aus weiter, so kommt er über t nach P etc. Der Beweis, dass das von F beschriebene Curvenelement jedesmal senkrecht steht auf der Verbindungslinie FR und somit von dem gespiegelten Strahle BF berührt wird, ist genau ebenso zu führen wie im vorhergehenden Falle. Es wird somit die von F beim Rollen des Kreises BFR beschriebene Cardioide von den sämmtlichen gespiegelten Strahlen eingehüllt; sie ist also in der That die caustische Curve.

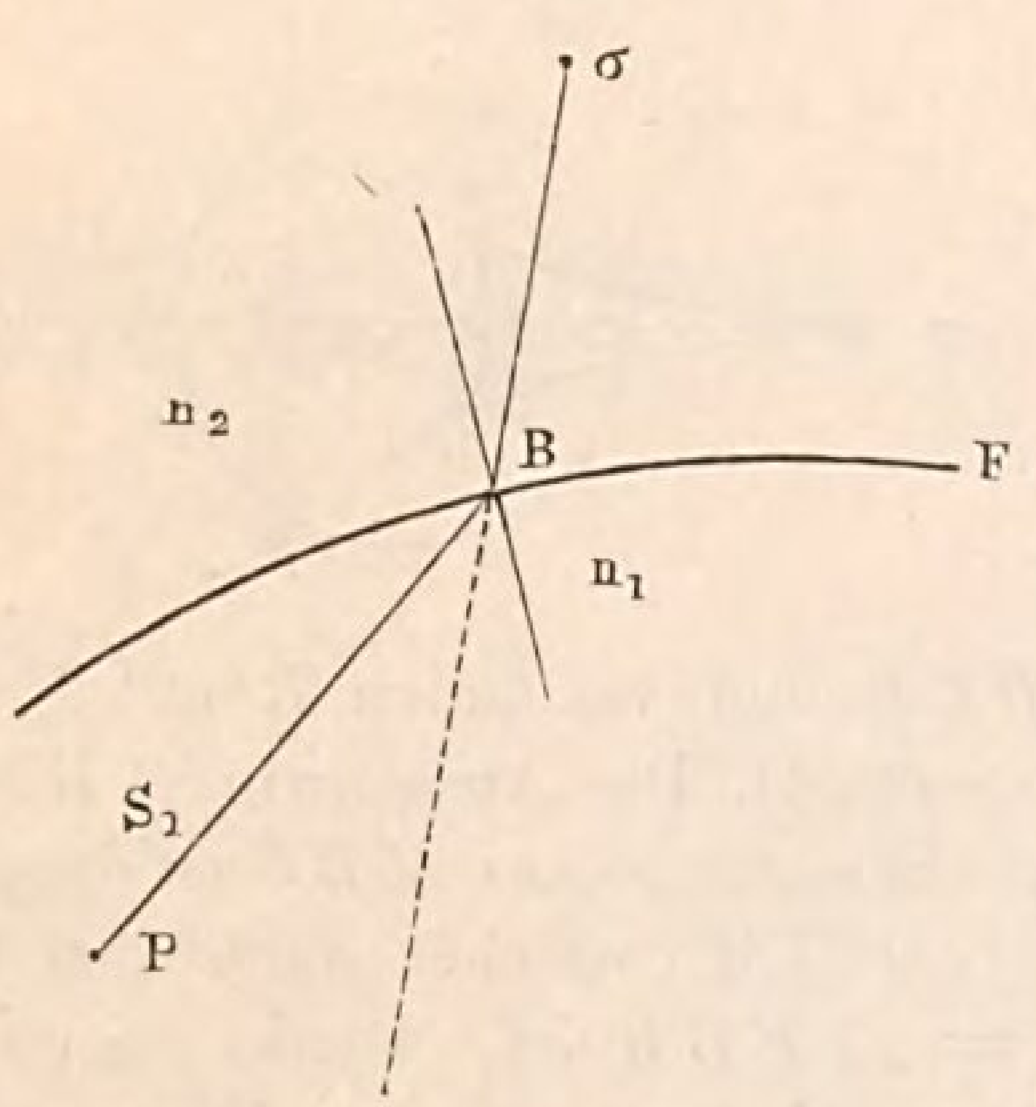
Liegt der Punkt P, wie in Fig. 296 (a. v. S.), ausserhalb des spiegelnden Kreises, aber im Endlichen, so würde die Katacaustik des Stückes $O\,O'$ der Spiegelfläche, welches die von P an dieselbe gelegten Tangenten ausschneiden, etwa die Curve $o\,Q\,o'$ ergeben, und liegt P im Innern und um den halben Radius vom Mittelpunkte entfernt, wie in Fig. 297 (a. v. S.), so ist die vom spiegelnden Theile $\nu\,S\,\mu$ herrührende Brennlinie die Curve $g\,\infty\,h$, während der übrige Theil $\nu\,Z\,\mu$ die Brennlinie $g\,Q\,h$ erzeugt; dabei ist $Q\,M$ gleich dem vierten Theile des Radius $S\,M$. Je näher der leuchtende Punkt P dem Mittelpunkte der Kugel rückt, um so näher liegt der vorher unendliche Punkt der Brennlinie dem Kreise. Für $MP = {}^1\!/_3\,MZ$ fällt die Spitze mit S zusammen (Fig. 298 a. v. S.).

Sehr schön sieht man die Brennlinie (Fig. 294), wenn man Sonnenstrahlen schräg gegen einen ganz niedrigen hohlen, innen polirten Metallcylinder fallen lässt; es zeichnet sich die caustische Curve auf der Unterlage deutlich ab.

180 Brennfläche (Diacaustik) gebrochener Strahlenbüschel.

Anstatt die Caustik der an der Fläche F (Fig. 299) gebrochenen Strahlen, welche von P ausgehen, direct zu bestimmen, suchen wir die Gestalt der Wellenfläche auf und leiten aus ihr die Evolute ab; diese ist dann die gesuchte Caustik.

Fig. 299.



Die Gleichung der Wellenfläche ist gemäss den Sätzen von der optischen Länge (s. S. 420)

$$n_1\,\varrho_1 + n_2\,\varrho_2 = c = const.;$$

man construirt demnach einen Punkt σ der Wellenfläche, indem man um einen beliebigen Punkt B der brechenden Fläche F eine Kugel beschreibt mit dem Radius

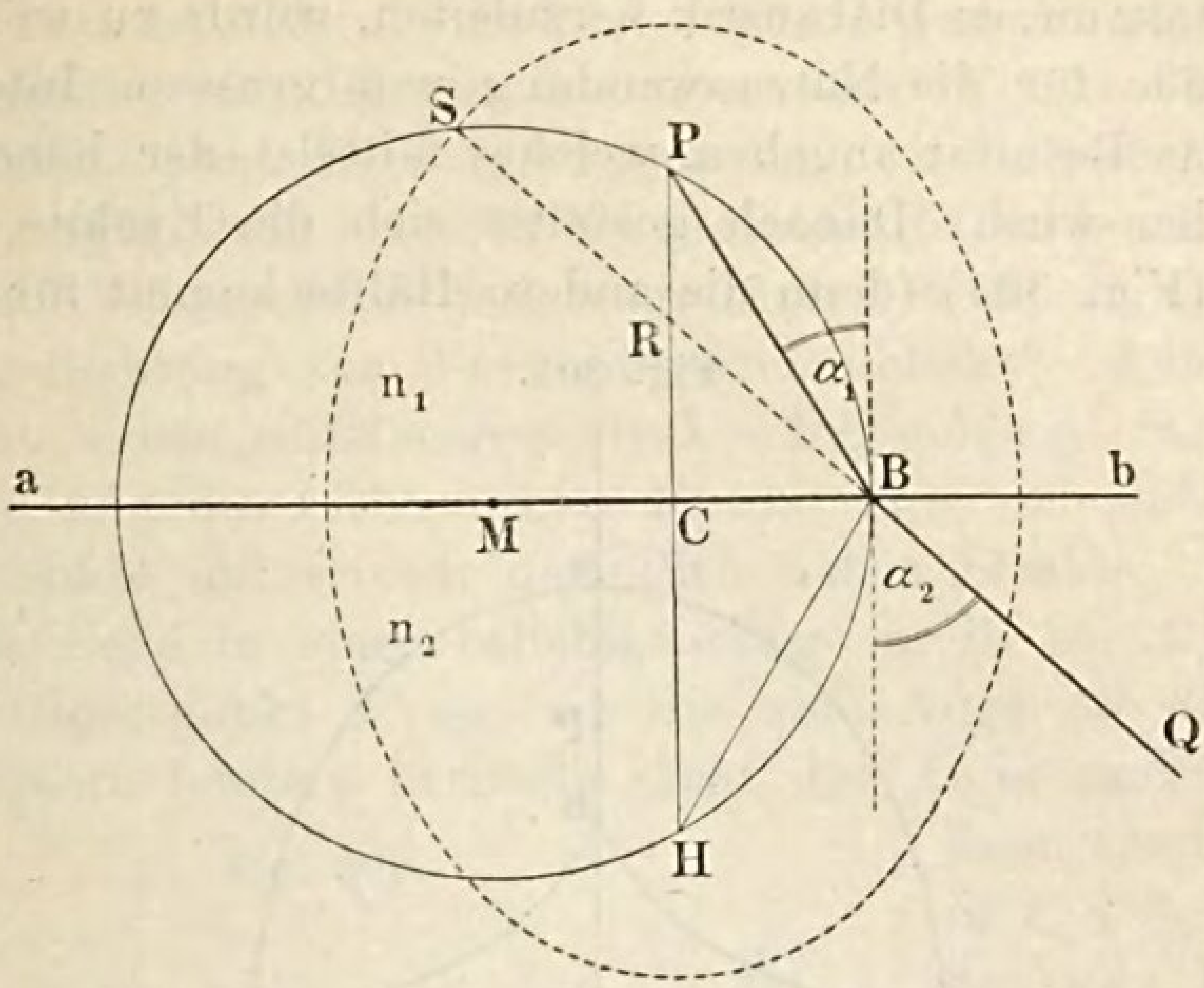
$$\varrho_2 = C - \frac{n_1\,\varrho_1}{n_2},\ \text{wo}\ C = \frac{c}{n_2}\ \text{und}$$

$\varrho_1 = PB$ ist; führt man diese Construction für jeden Punkt der Fläche F aus, so ist die Einhüllende zu diesen Kugeln die gesuchte Wellenfläche.

Wir wollen die Caustik bezw. die Gestalt der Wellenfläche für den einfachsten Fall bestimmen, dass nämlich die brechende Fläche eine Ebene sei. Da sich alles symmetrisch verhält um das vom leuchtenden Punkte P auf die Ebene gefällte Loth PC (Fig. 300), so brauchen wir die Construction nur in einer Lothebene zu betrachten; diese schneide die brechende Fläche längs der Geraden ab; ein beliebiger Strahl PB werde längs BQ gebrochen. Um den Ort der zu allen gebrochenen Strahlen senkrecht stehenden Wellenfläche zu finden, verlängert man das

Loth PC um sich selbst bis H, beschreibt über den gleichgrossen Strecken PB und BH als Sehnen einen Kreis, welcher die Verlängerung des gebrochenen Strahles QB im Punkte S schneide. Der Schnittpunkt zwischen BS und PC sei R. Ist α_1 bezw. α_2 der Einfalls- bezw.

Fig. 300.



Brechungswinkel bei B, sind n_1 bezw. n_2 die Brechungsquotienten der beiden Medien, so gilt zunächst, da $\measuredangle\, BPC = \alpha_1$ ist:

$$\measuredangle\, HPB = \measuredangle\, HSB = \measuredangle\, BSP = \alpha_1$$

als Peripheriewinkel über gleichgrossen Kreisbögen ($BP = BH$); ferner ist $\measuredangle\, PRS = \alpha_2$, so dass wir im $\triangle\, SPR$ laut dem Sinussatz erhalten:

$$PR : SP = \sin\alpha_1 : \sin\alpha_2 = n_2 : n_1,$$

also

$$n_1 PR = n_2 \,.\, SP \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Wegen der Halbirung des Winkels HSP durch den Strahl SRB gilt:

$$HR : PR = HS : PS,$$

also laut Gleichung 1) auch:

$$HR : HS = n_2 : n_1$$

oder

$$n_1 HR = n_2 HS \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Durch Addition von 1) und 2) wird schliesslich:

$$n_1 (HR + RP) = n_2 (HS + PS)$$

oder

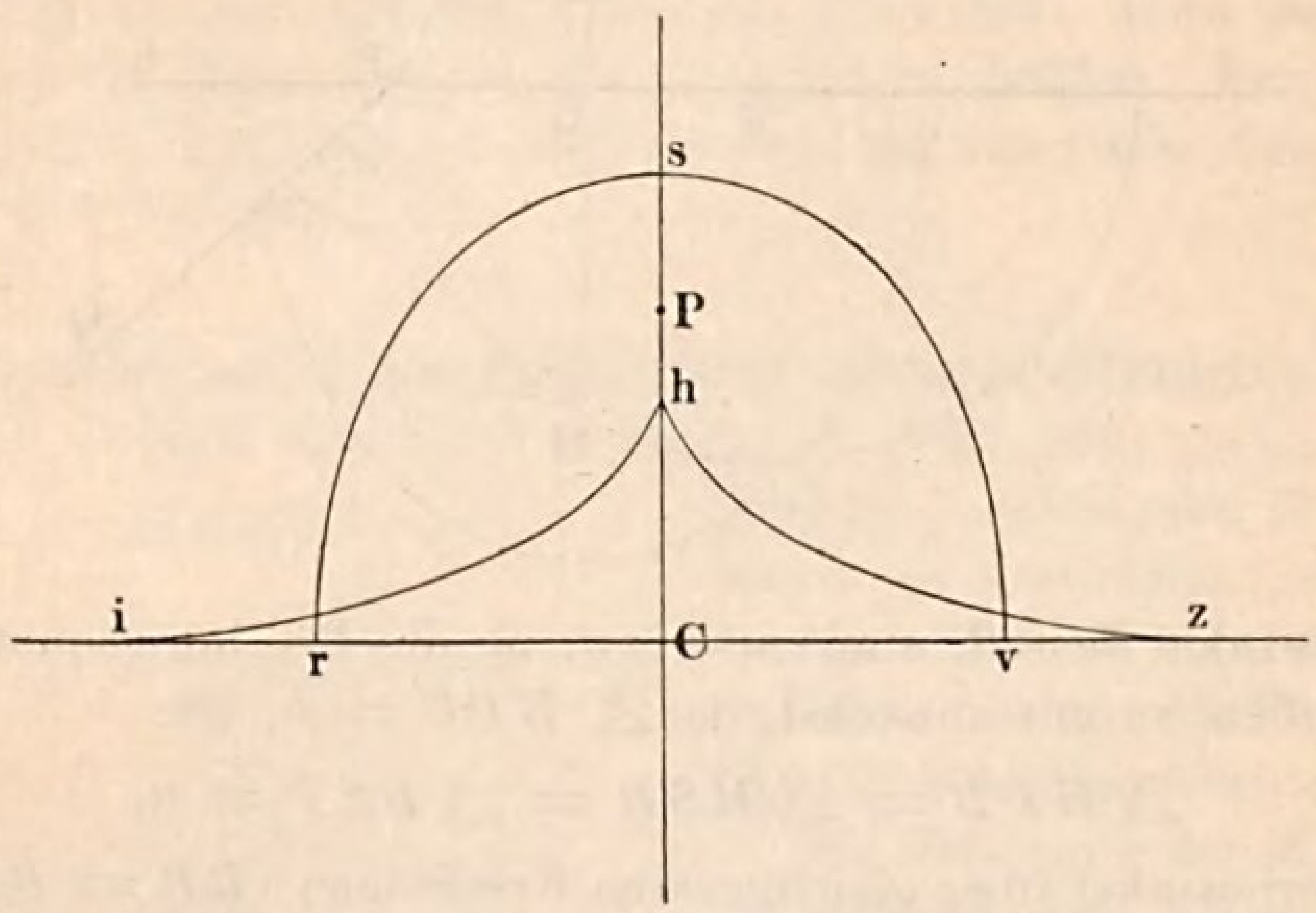
$$HS + PS = \frac{n_1}{n_2}\, PH = const. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Diese Gleichung gilt für jede Lage des Punktes B auf der brechenden Grenzlinie ab; stets ist bei gleich ausgeführter Construction der Punkt S so gelegen, dass die Summe seiner Entfernungen von den festen Punkten P und H eine Constante ist. Es beschreibt demnach S

eine Ellipse, deren Brennpunkte P und H sind. Da aber der gebrochene Strahl (bezw. dessen Verlängerung BS) senkrecht auf der von S beschriebenen Ellipse steht (als Halbirende des Winkels HSP), so ist die Ellipse die Wellenlinie und ihre Evolute die caustische Curve der gebrochenen Strahlen [1]).

Die Gestalt dieser Diacaustik herzuleiten, würde zu weit führen; da sie aber gerade für die Nutzanwendung von grossem Interesse ist, so wollen wir das Resultat angeben, welches mittelst der höheren Analysis leicht gefunden wird. Danach gestaltet sich die Evolute einer halben Ellipse rsv (Fig. 301) (denn die andere Hälfte kommt für uns nicht in

Fig. 301.



Betracht, da ja, wie Fig. 300 lehrt, Punkt S nothwendig oberhalb der brechenden Ebene bleiben muss), etwa wie die Curve ihz, wo $hC = PC \cdot \frac{n_2}{n_1}$ und

$$Cz = \frac{PC}{\sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 - 1}}$$

ist; für den Fall, dass der leuchtende Punkt im Wasser sich befindet, wird $\frac{n_1}{n_2} = {}^4/_3$ und daher:

$$Ch = {}^3/_4 PC$$

$$Cz = \frac{PC}{\sqrt{^7/_9}} = 1{,}14\ PC.$$

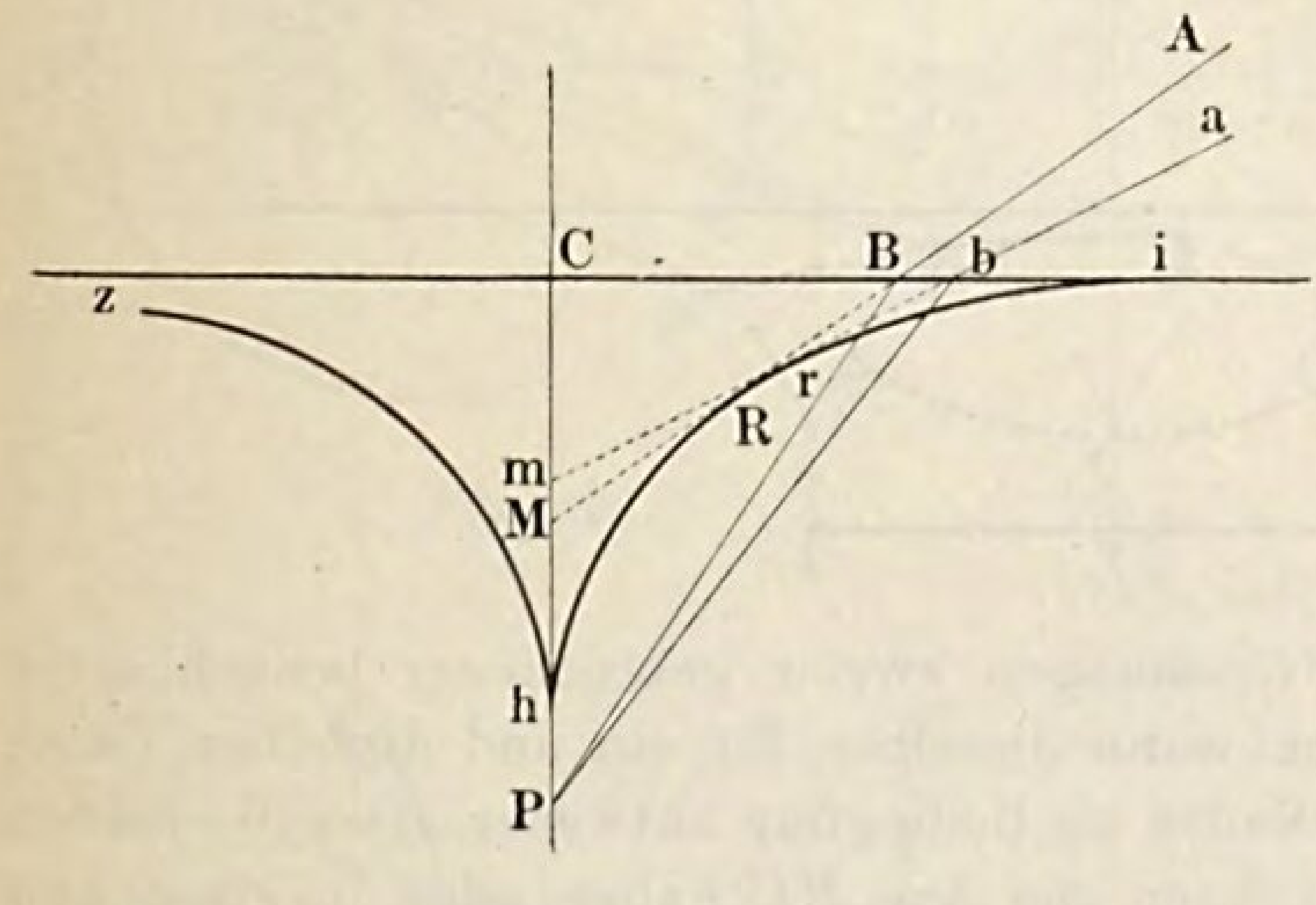
Lassen wir diese caustische Curve ihz und die Ellipse vsr um PC als Axe rotiren, so ist erstere Rotationsfläche die caustische Fläche, letztere die Wellenfläche zu den sämmtlichen von P ausgegangenen und

1) Wäre das Medium II stärkerbrechend als I (also $n_2 > n_1$), so würde die Caustik die Evolute einer Hyperbel sein, deren Brennpunkte wiederum P und H sind.

aus der brechenden ebenen Fläche austretenden Strahlen. Ausserdem ist, wie bei jeder Rotationsfläche (s. S. 458), ein Stück der Axe (hier $h\,C$, Fig. 301) die degenerirte caustische Fläche zweiter Art.

Optische Consequenzen. a. Beobachtung eines in Wasser gelegenen leuchtenden Punktes durch das Auge. Wir ziehen aus der Kenntniss der Gestalt der caustischen Fläche für eine ebene brechende Fläche jetzt die Folgerungen für den Fall, dass ein menschliches Auge A (Fig. 302) einen in Wasser befindlichen leuchtenden Punkt P beobachtet. Wo erscheint dem Auge A der Punkt P, wenn das Auge in beliebiger Richtung zur Wasseroberfläche blickt? Jeder gebrochene Strahl BA zu einem einfallenden Strahle PB gehörig, berührt die caustische Curve zhi des Lichtpunktes P, und zwar schneidet er sich im Berührungspunkte mit seinem unendlich nahen Strahle. Befindet sich demnach das Auge in einer beliebigen Lage z. B. bei A, so erscheint diesem der Objectpunkt P da, wo die vom Auge an die Curve zhi gelegte Tangente letztere berührt; steht das Auge senkrecht über P, 181

Fig. 302.



dann erscheint das Bild in h, d. h. um $^1/_4$ der Strecke PC gehoben. Blickt man schief gegen die Wasseroberfläche in der Richtung AB, so erscheint das Bild in R, d. h. gehoben und zugleich seitlich verschoben. Je tiefer sich das Auge A zur Wasserfläche senkt, so dass die wirksamen Strahlen sich der streifenden Incidenz nähern, um so näher rückt der Bildpunkt R längs der caustischen Curve nach i; daraus folgt also, dass alle Strahlen, welche von P ausgehen und die caustische Curve nicht treffen, wegen Totalreflexion ins Wasser zurückkehren (vergl. Fig. 33, S. 47).

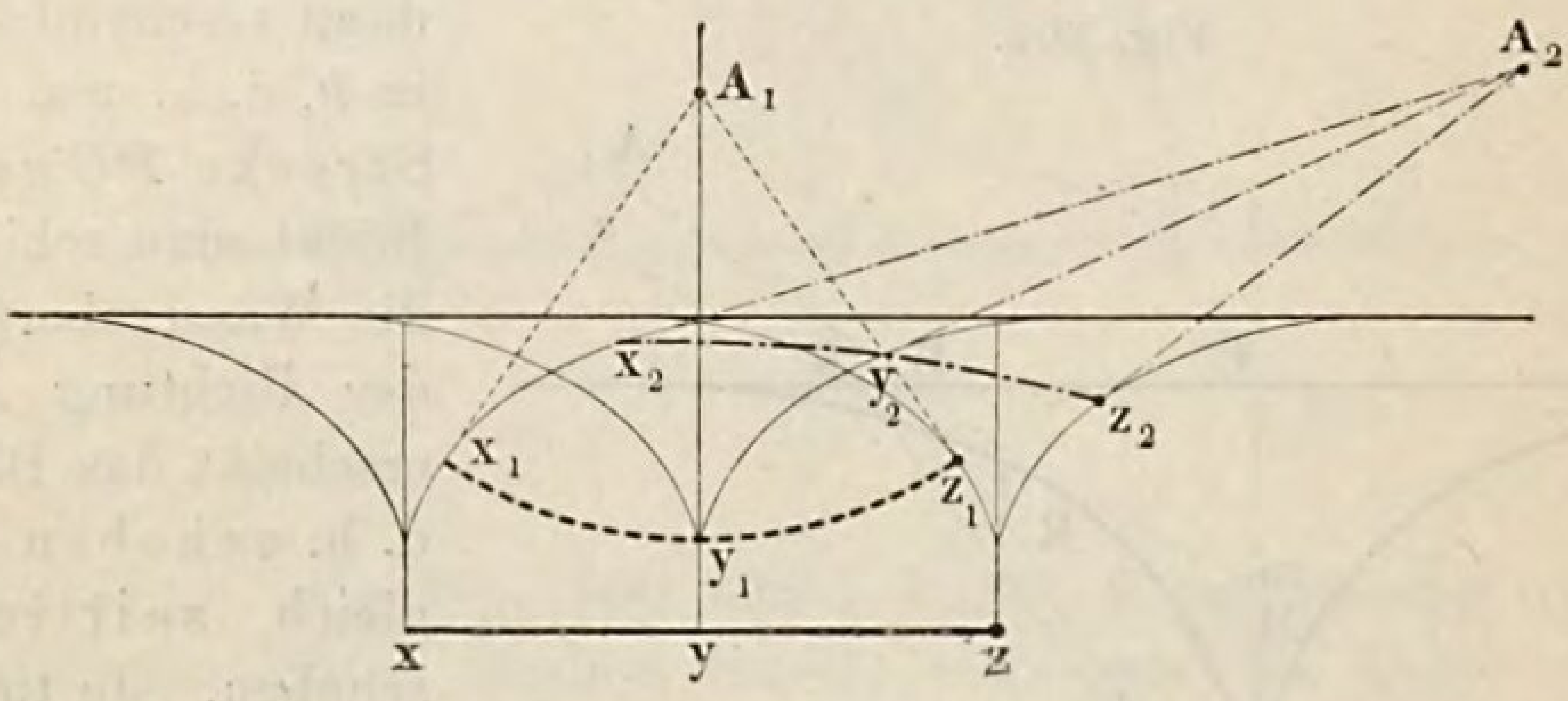
Es entsteht aber vom Objectpunkt nur dann wieder ein Bildpunkt, sobald vom Punkte P stets nur einige wenige unendlich benachbarte Strahlen ins Auge gelangen; nur in solchem Falle überblickt man gleichsam stets nur ein unendlich kleines Flächentheilchen der Caustik. In Wirklichkeit aber kommen eine ganze Anzahl Strahlen ins Auge, welche die Caustik in zwei zu einander senkrechten, unendlich kleinen Geraden berühren. Man kann sich davon leicht durch folgende Ueberlegung überzeugen. Wir erhalten alle von P kommenden Strahlen, indem wir die in der Papierebene verlaufenden um CP als Axe rotiren lassen. Die auf dem Kegelmantel PB liegen-

den Strahlen schneiden sich nach der Brechung rückwärts verlängert alle im Punkte M; es kommen nun diese Strahlen nicht alle ins Auge, sondern wegen der Kleinheit der Pupille nur ein kleines Stück der Peripherie B, immerhin aber so viele, dass man mehrere Punkte R neben einander erblickt, d. h. statt eines Bildpunktes eine kleine, auf der Papierebene senkrecht stehende gerade Lichtlinie.

Ferner gelangen aber auch von den Strahlen PB in der Papierebene mehrere ins Auge; es seien dies die zwischen PB und Pb verlaufenden. Da alle Strahlen Pb nach dem Austritt von m zu kommen scheinen, so geht die Gesammtheit aller ins Auge gelangenden Strahlen rückwärts verlängert durch die Linie Mm, und das Auge sieht bei Mm eine kleine, zur ersten Lichtlinie bei R senkrechte (da in der Papierebene gelegen) zweite Lichtlinie. Beide Lichtlinien schrumpfen zu einem Punkte zusammen, wenn man senkrecht auf P hinabsieht längs CP.

Dass sich die Gesammtheit der ins Auge gelangenden Strahlen wirklich nur in jenen zwei Lichtlinien schneiden, lässt sich mathematisch

Fig. 303.



beweisen, indem man die Gleichungen zweier gebrochener benachbarter Strahlen aufstellt und sieht, wann dieselben für ein und dieselben Coordinaten erfüllt sind. Man findet als Bedingung entweder, dass die beiden Strahlen gleiche Neigung gegen die Axe PC haben oder in einer und derselben Axenebene PCB liegen müssen.

b) Subjective Beobachtung eines in Wasser befindlichen Objectes. Es werde jetzt die Pupille als unendlich klein angenommen. Man betrachte einen leuchtenden Gegenstand xyz (Fig. 303) unter Wasser. Um für eine beliebige Lage des Auges das Bild von xyz zu finden, denkt man sich das Object aus lauter leuchtenden Punkten zusammengesetzt, construirt für jeden derselben die Diacaustik und zieht Tangenten vom Auge an diese Curven. Die Verbindungslinie aller dieser Berührungspunkte ist das gesuchte Bild von xyz. In Fig. 303 ist $x_1 y_1 z_1$ das Bild für die Stellung A_1 des Auges, $x_2 y_2 z_2$ diejenige für die Stellung A_2.

c) Subjective Beobachtung der vom Kugelspiegel entworfenen Bilder. Wir wollen noch den Fall der Spiegelung an Kugelspiegeln betrachten, und zwar bei Beobachtung mittelst des Auges.

Auch hier braucht man nur die Katacaustik für jeden Objectpunkt zu construiren und vom Auge aus Tangenten an dieselben zu legen, um das gesehene Spiegelbild zu erhalten. In den Figuren 304 bis 306 sind einige specielle Fälle gezeichnet.

In Fig. 304 ist als Object ein Stück xyz des spiegelnden Kreisbogens selbst gedacht. Erblickt ein in M befindliches Auge das Bild in $x_0\, y_0\, z_0$ als Stück eines Kreises um M mit dem Radius $\frac{SM}{4}$, so nimmt das Bild eine entgegengesetzte Krümmung an, je weiter das Auge von M fortrückt nach y zu (der Punkt y_0 bleibt stets derselbe).

Ist, wie in Fig. 305, das Object xyz ein Stück eines zum Spiegel concentrischen Kreises mit einem Radius kleiner als $\frac{MZ}{2}$, so ist für das

Fig. 304.

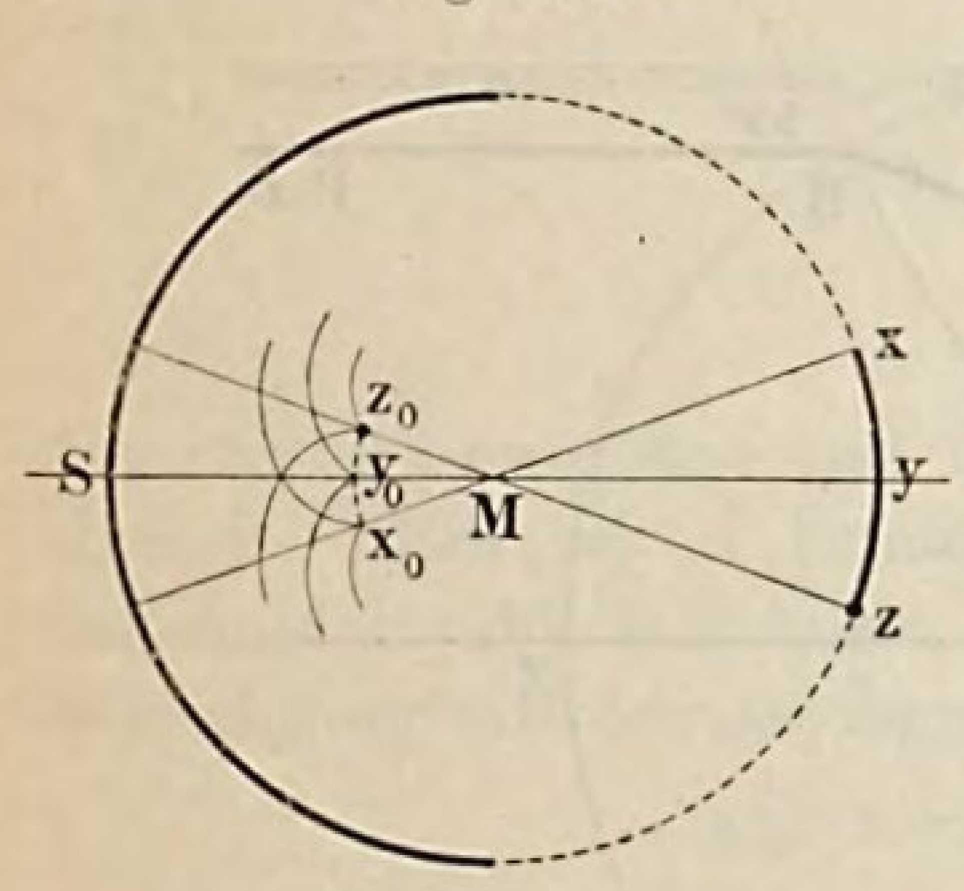


Fig. 305.

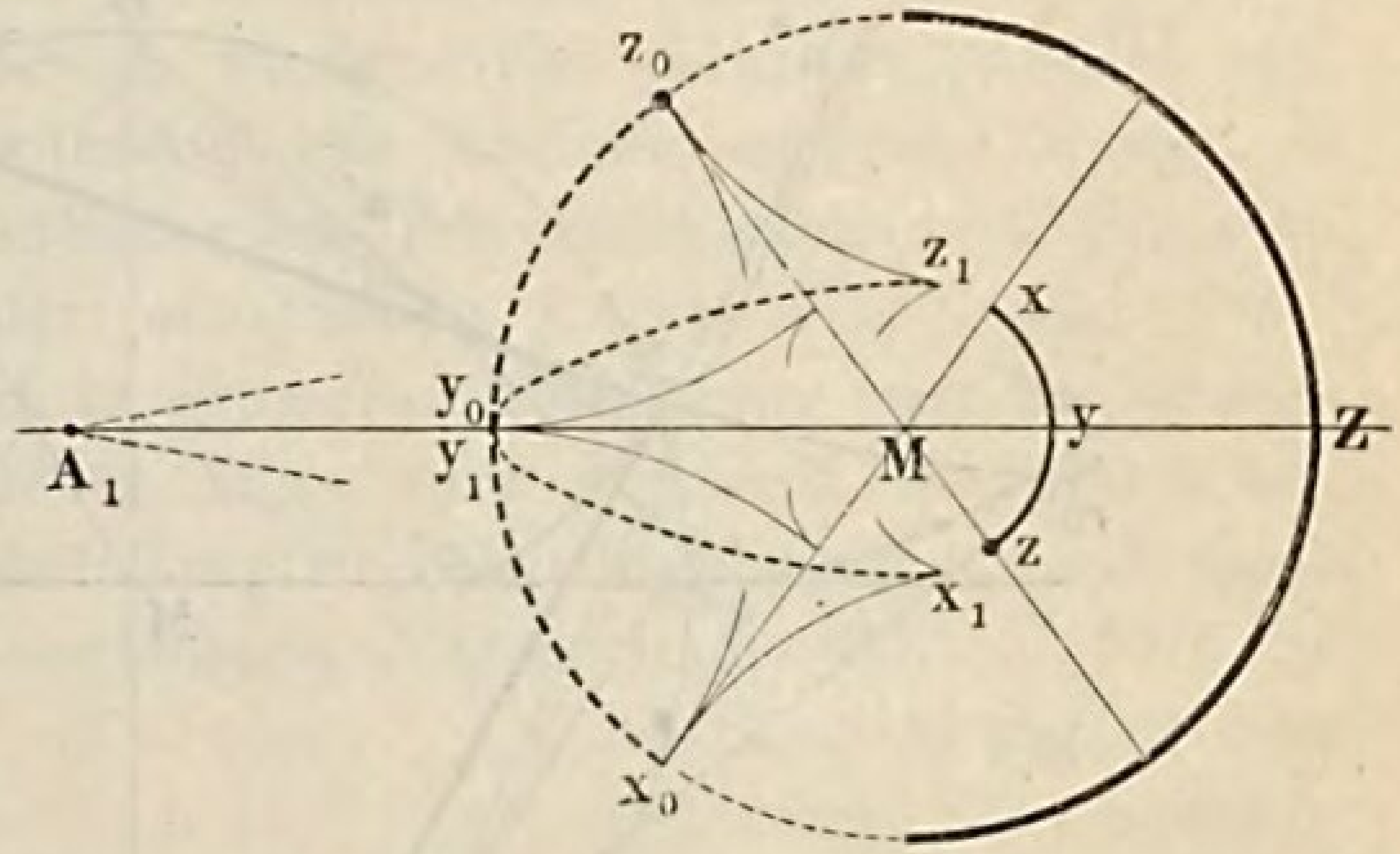
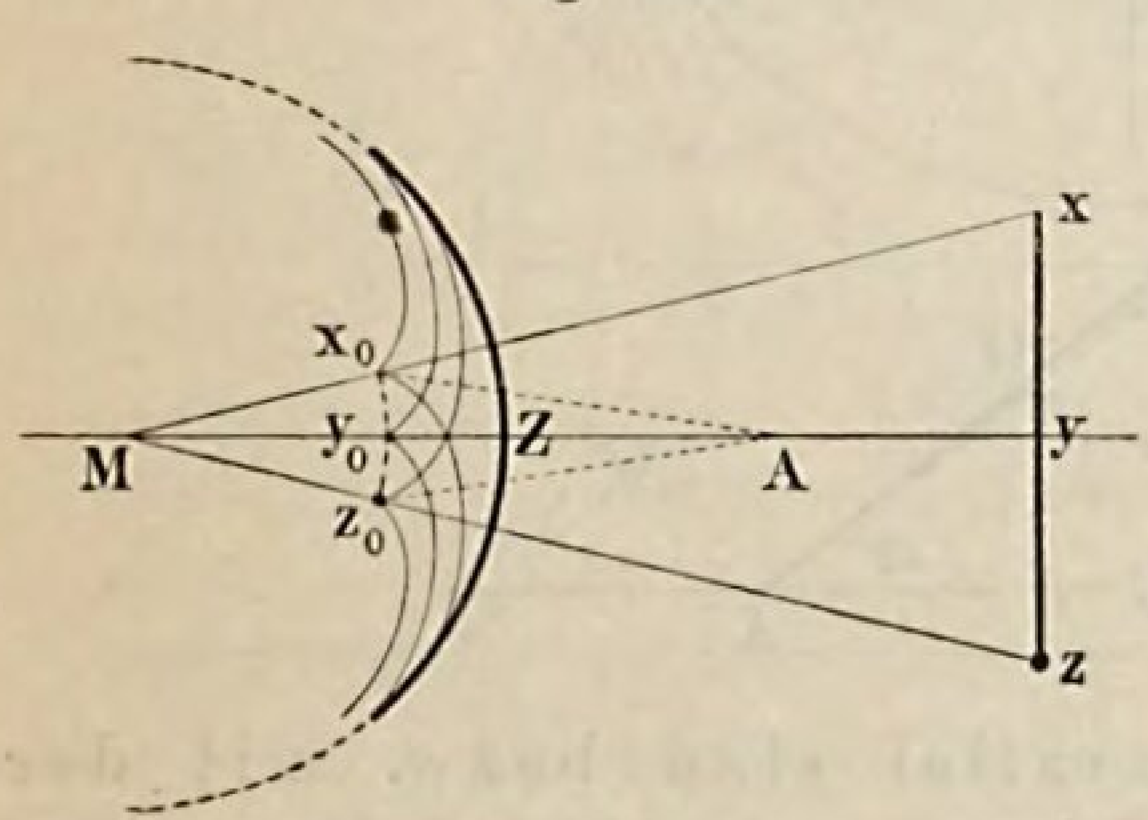


Fig. 306.



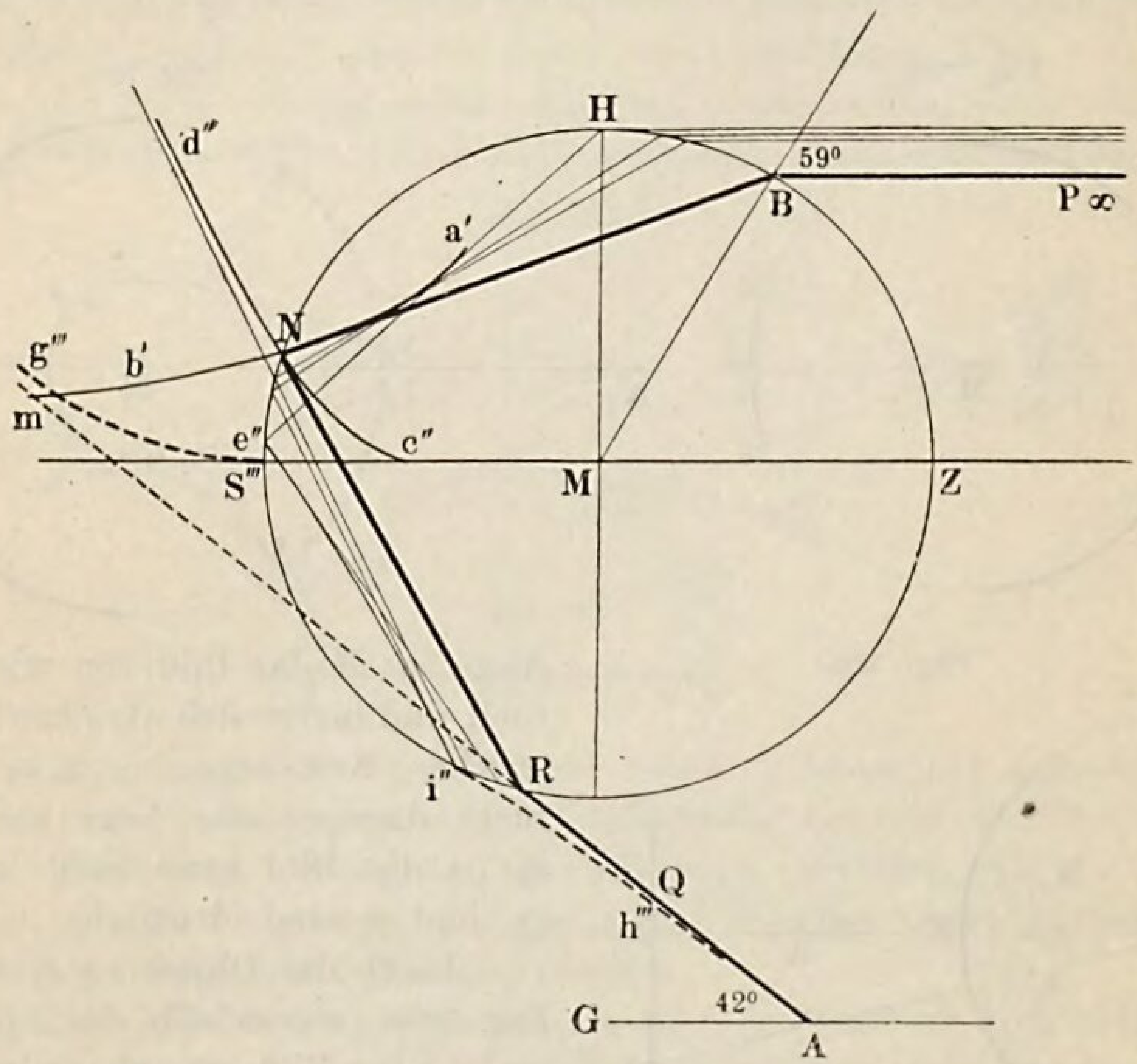
Auge in M das Bild von xyz virtuell und bietet sich als ein concentrischer Kreisbogen $x_0\, y_0\, z_0$ dar; rückt dagegen das Auge nach A_1, so ist das Bild etwa nahe $z_1\, y_1\, x_1$ (y_0 und y_1 sind identisch).

Liegt das Object xyz, wie in Fig. 306, ausserhalb des Spiegels, so ist das Bild ein virtuelles verkleinertes Bild $x_0\, y_0\, z_0$, welches immer kleiner wird und schliesslich zu einem Punkt zusammenschmilzt, je weiter das Object abrückt, dagegen von der Entfernung des Auges A auf der Axe nahe unabhängig ist.

Theorie des Regenbogens (Caustik der durch einen Wassertropfen gegangenen Sonnenstrahlen). Kennt man die caustische Curve 182
der von einem Objectpunkt ausgegangenen und von einer Fläche gebrochenen Strahlen, so findet man die Lage des gesehenen Bildpunktes, indem man vom Auge Tangenten an die Caustik legt. Da sich im Punkte einer Caustik nur je zwei benachbarte Strahlen schneiden, welche dann

divergiren, so muss sich das Auge möglichst nahe der Caustik befinden, soll es vom Orte des Bildpunktes möglichst viele Strahlen empfangen. Je weiter das Auge entfernt ist, um so weniger Strahlen gelangen in dasselbe, um so lichtschwächer erscheint die Caustik und somit der Bildpunkt. Bei grosser Entfernung wird das Auge nur noch denjenigen Theil der Caustik wahrnehmen können, von welchem **parallele** Strahlen kommen, weil diese ihre Intensität fast ungeändert beibehalten. Beim Regenbogen ist der Fall vorhanden, dass die das Sonnenbild liefernden Regentropfen vom Auge weit abstehen. Man kann also ohne Weiteres schliessen, dass nur diejenigen gebrochenen bezw. den Wassertropfen verlassenden Sonnenstrahlen zum Regenbogen

Fig. 307.



beitragen, welche einander parallel sind bezw. mit der Asymptote der caustischen Curve zusammenfallen, oder dass nur dann ein Regenbogen möglich ist, wenn ein austretender Strahl Asymptote zur caustischen Curve aller aus den Tropfen austretenden Strahlen ist; denn nur längs der Asymptote austretende Strahlen sind einander parallel. Verfolgt man nun die auf einen brechenden Kreis mit dem Centrum M (Fig. 307) auffallenden Sonnenstrahlen $P_\infty B$, so ergiebt sich mittelst der höheren Analysis der in der Figur verzeichnete Strahlenverlauf. Alle zwischen Z und H auffallenden Strahlen bilden nach ihrer ersten Brechung die Caustik $a'Nb'$, welche sich asymptotisch der zur Strahlenrichtung parallelen Axe ZM

nähert; da man aber den Regenbogen nur sieht, wenn man den Regentropfen vor sich, die Sonne hinter sich hat, so kann er sein Entstehen nicht den einmal gebrochenen Strahlen verdanken; wir verfolgen darum die an der inneren Kugelfläche NS reflectirten Strahlen weiter. Von diesen werden die beiden Curven $c''d''$ und $e''i''$ eingehüllt, welche beide von einem bestimmten gespiegelten Strahle im Unendlichen berührt werden. Beim Austritt aus der Kugelfläche bilden diese Strahlen die caustische Curve $S'''g'''$ und $i''h'''$, und der bei R austretende Strahl RQ ist Asymptote zur caustischen Curve; derselbe bildet mit seinem zugehörigen einfallenden Strahl BP einen Winkel von 42^0, während PB einen Einfallswinkel von 59^0 mit dem Kugelradius einschliesst. Die nahe bei B einfallenden Sonnenstrahlen treten bei R wieder nahe einander parallel aus, während alle übrigen zwischen Z und H auffallenden Sonnenstrahlen von Punkten der caustischen Curve $S'''g'''$ und $i''h'''$ divergent ausgehen und sich in grösserer Entfernung vom Kreise zerstreuen. Ein bei A befindliches Auge wird demnach nur dann ein Sonnenbild erblicken bezw. den Tropfen erleuchtet sehen, wenn seine Sehrichtung mit der Asymptotenrichtung RQ zusammenfällt, d. h. wenn die Sehrichtung mit der Richtung der Sonnenstrahlen einen Winkel von 42^0 einschliesst.

Fig. 308.

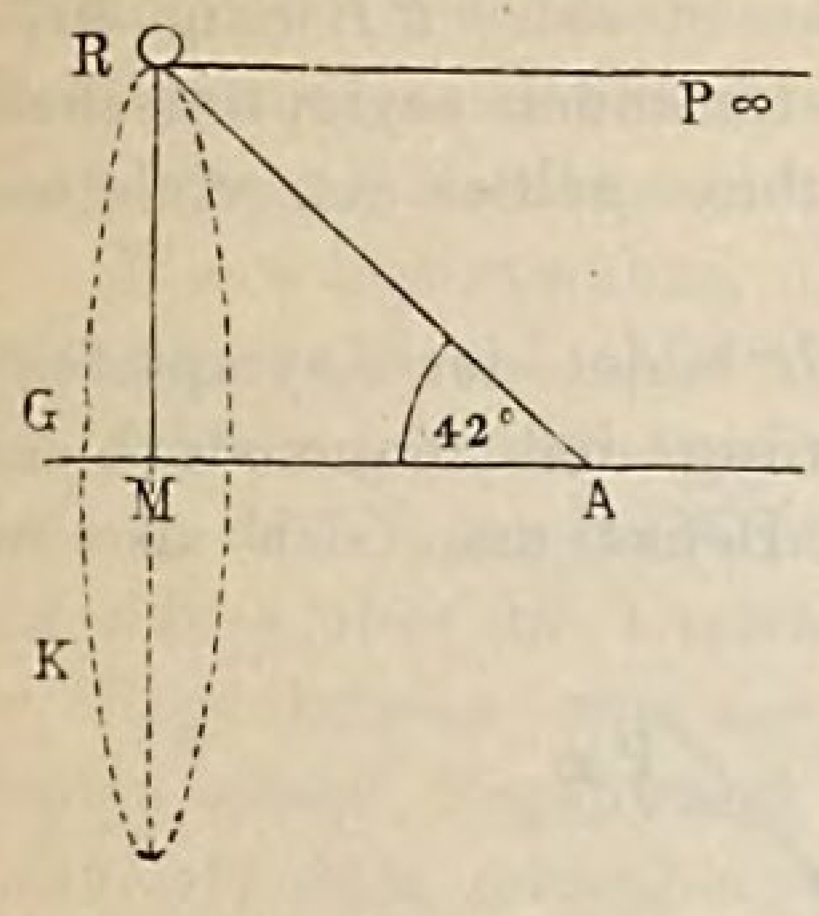
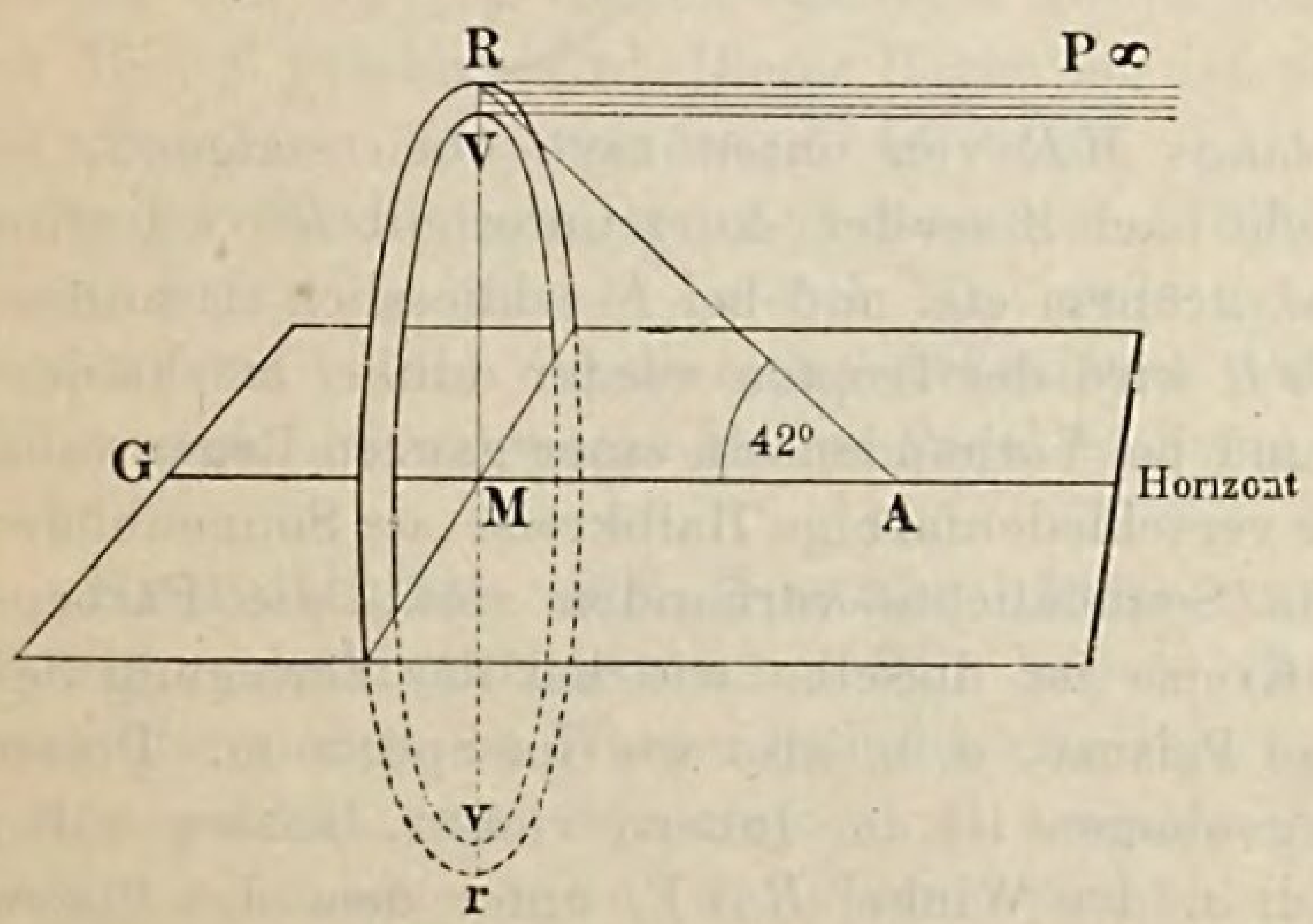


Fig. 309.



Es werde jetzt angenommen, dass die Sonnenstrahlen PR (Fig. 308) parallel zum Horizont AG seien und der Tropfen so weit entfernt sei, dass die in Fig. 307 getrennten Punkte R, B und N jetzt (Fig. 308) zusammenfallen. Lassen wir nun Fig. 308 um die Horizontallinie AG als Axe rotiren, so beschreibt der Tropfen R einen Kreis mit dem Centrum M auf der Axe, die Sehrichtung AR einen Kegelmantel mit der Spitze A, und RP einen Cylindermantel. Denkt man sich also bei RM eine Regenwand mit ihren unzählig vielen Tröpfchen, so werden nur diejenigen Tropfen ein paralleles Strahlenbündelchen zum Auge A senden, welche auf dem Kreise RK liegen, bezw. deren Verbindungslinien RA einen Winkel von 42^0 mit der zur Sonnen-

strahlenrichtung parallelen Axe AG bilden. Statt eines Bildpunktes R wird jetzt das Auge also einen Lichtkreis als Bild der Sonne P erblicken. Da die durch AG (Fig. 309) gelegte Horizontalebene diesen Kreis in zwei Theile trennt, und da die unter dem Horizont befindlichen Tropfen keine reellen Strahlen in das Auge senden können, so wird man nur einen Halbkreis als Sonnenbild wahrnehmen; man bezeichnet diesen hellen Bogen als **Regenbogen.**

Da das Sonnenlicht bei der Brechung zerlegt wird in seine farbigen Bestandtheile, so ändert sich auch der Verlauf des Strahles PB (Fig. 307) und damit die Richtung RQ der parallel austretenden asymptotischen Strahlen, je nachdem wir der Berechnung rothes, gelbes etc. violettes Licht zu Grunde legen.

Für Licht der Fraunhofer'schen Linie B bildet der Asymptotenstrahl RA den Winkel $42^0\,2'$ mit der Richtung der Sonnenstrahlen, für violettes Licht der Linie G nur $40^0\,16'$. Denkt man sich also in

Fig. 310.

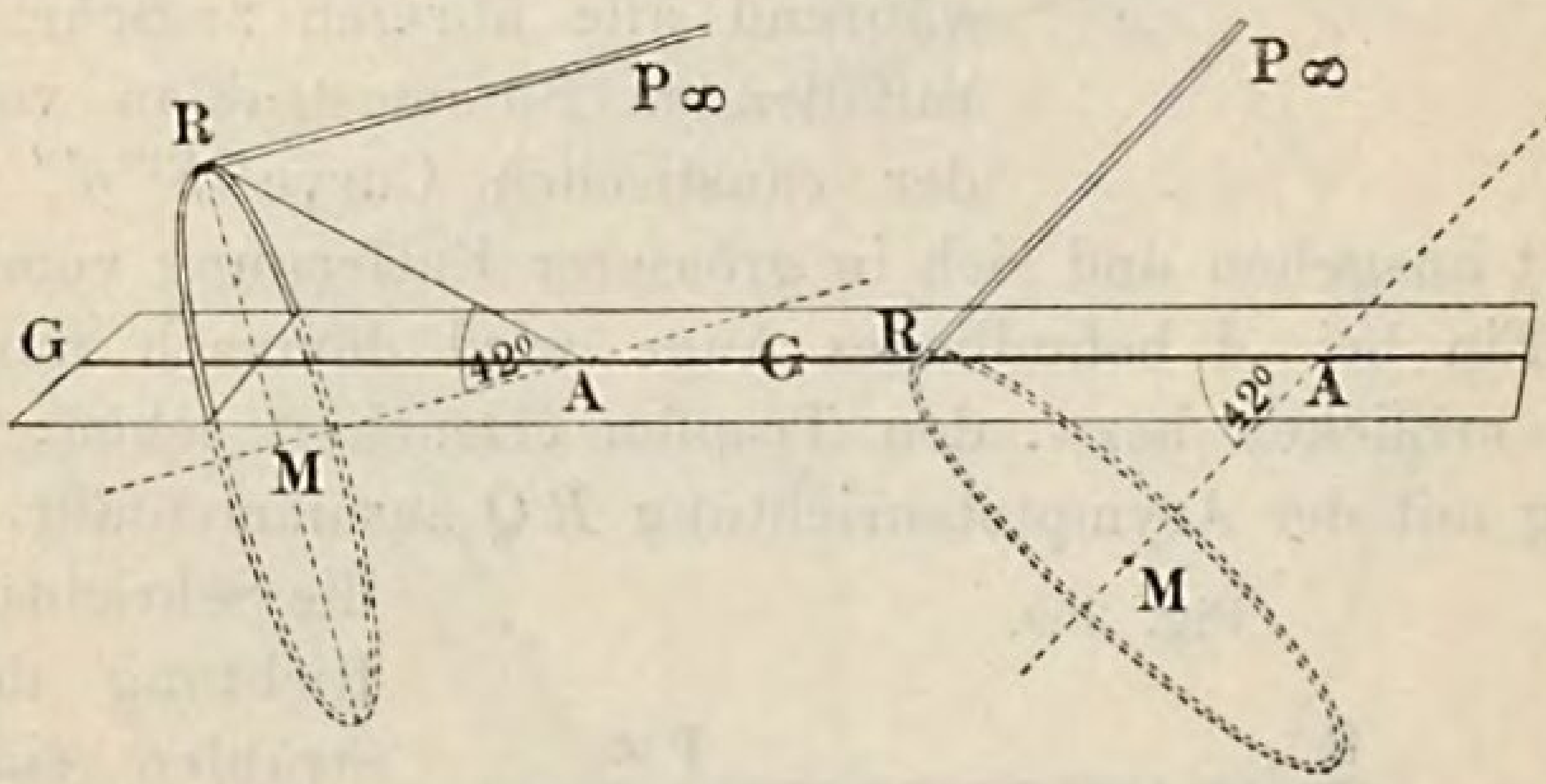


Fig. 308 einen Tropfen längs MR von unten nach oben steigend, so wird er zuerst gar kein Licht nach A senden, kurz unterhalb R wird er in violettem, dann in blauem, grünem etc. und bei R schliesslich in rothem Lichte leuchten. Oberhalb R wird der Tropfen wieder dunkel erscheinen.

Bei weissem Lichte und bei Vorhandensein einer ganzen Regenwand werden also eben so viele verschiedenfarbige Halbkreise als Sonnenbilder auftreten, wie Farben im Sonnenlichte vorhanden sind; die Farbenfolge der verschiedenen Kreise ist dieselbe wie bei der Zerlegung des weissen Lichtes durch das Prisma, d. h. also wie im Spectrum. Dieser so entstehende bunte Regenbogen ist im Innern violett, aussen roth; seine scheinbare Breite, d. h. der Winkel RAV, unter dem der Bogen erscheint, beträgt etwa $1^0\,46'$ [1]). Er stellt sich als Halbkreis dar, wenn die Sonnenstrahlen PR parallel dem Horizont sind; dies ist bei Sonnenaufgang der Fall. Der Regenbogen ist nur das Stück eines Halbkreises,

[1]) Dies wäre aber nur der Fall, wenn die Sonne als leuchtender Punkt anzunehmen wäre. Da die von den Rändern der Sonne kommenden Strahlen einen Winkel von etwa $32'$ mit einander bilden, so entwickelt jeder Sonnenpunkt seinen eigenen Regenbogen, welche sich so überlagern, dass die scheinbare Breite des gesammten Bogens $1^0\,46' + 32' = 2^0\,18'$ beträgt.

wenn, wie in Fig. 310, die Richtung der Sonnenstrahlen gegen den Horizont AG geneigt ist. Stets finden wir die Lage des Bogens, wenn wir durch das Auge A eine zur Richtung der Sonnenstrahlen parallele Linie AM ziehen und in Bezug auf diese Gerade dieselbe Construction ausführen, wie in Fig. 307 und 308 in Bezug auf den Horizont AG. Wo der Bildkreis den Horizont schneidet, endet der sichtbare Regenbogen. Steht die Sonne also so hoch, dass ihre Verbindungslinie mit dem Auge einen Winkel von 42^0 mit dem Horizont bildet, dann senden nur die am Horizont befindlichen Wassertropfen Licht zum Auge, und man erblickt nur den Scheitel R des Regenbogens; steigt sie noch höher, dann sehen wir gar nichts mehr vom Regenbogen.

Wie schon erwähnt, haben diese Resultate, hergeleitet aus der Vorstellung von den Lichtstrahlen, nur in soweit Gültigkeit, als sie von der Wellenlehre gestützt werden. Nun werden zwar die angeführten Ergebnisse in der Natur im Wesentlichen bestätigt, sie geben uns aber keinen Aufschluss über die Thatsache, dass die Deutlichkeit und Farbenpracht des Regenbogens von der Grösse und Gleichmässigkeit aller Wassertropfen einer Regenwand abhängen, dass der Regenbogen manchmal weiss ist, dass derselbe von Interferenzfransen, den sogenannten vielfachen Bögen begleitet ist u. s. w. Näheres siehe E. Mascart, „Traité d'optique" I, 382—405.

Wohl aber kann man auf demselben dioptrischen Wege noch ausrechnen, dass ein zweiter Regenbogen mit umgekehrter Reihenfolge der Farben zu sehen sein muss, dessen äusserster violetter Kreis unter einem Winkel von $54^0\,10'$, dessen innerster rother Kreis unter einem Winkel von $50^0\,58'$ gesehen wird. Dieser Bogen ist demnach $3^0\,12'$ und in Folge der scheinbaren Sonnengrösse $3^0\,44'$ breit. Er verdankt sein Entstehen denjenigen Strahlen, welche, auf die untere Hälfte der Regentropfen auffallen, sodann gebrochen, zwei Mal reflectirt und wieder gebrochen worden sind. Die durch mehr Reflexionen entstehenden Regenbögen sind wegen Lichtschwäche in der Regel nicht zu sehen.

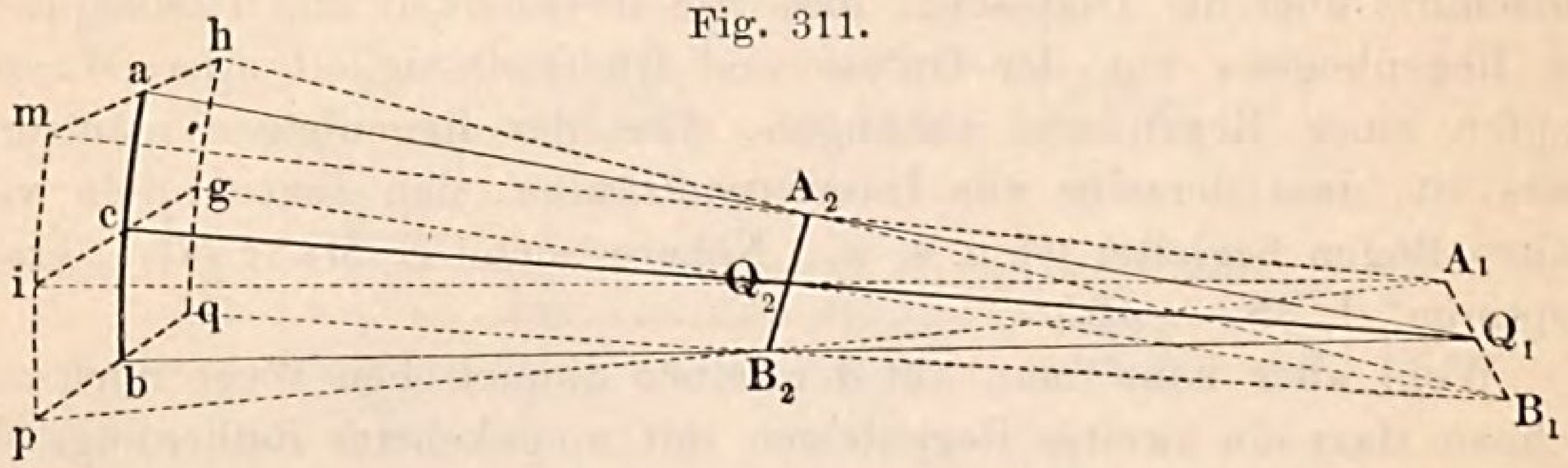
Brennlinien und Gestalt eines unendlich engen Büschels. Astigmatismus. 183 Wir haben schon im §. 181 bei der Betrachtung eines im Wasser befindlichen Objectes mit Hülfe der Caustik kennen gelernt, dass ein enges und schiefes Strahlenbündel nach der Brechung an einer ebenen Fläche von zwei kleinen Brennlinien zu kommen scheint. Hier werde der Verlauf eines unendlich dünnen Strahlenbüschels etwas allgemeiner betrachtet; aus der Theorie der Normalen stetig gekrümmter Flächen folgt ohne Weiteres die Natur eines solchen Büschels nach der Spiegelung oder Brechung an continuirlich gekrümmten, speciell an centrirten Kugelflächen.

Es seien in Fig. 311, a. f. S., Q_1 und Q_2 die Krümmungsmittelpunkte der beiden zur Flächennormale $c\,Q_2\,Q_1$ gehörigen Hauptnormalschnitte und acb bezw. icg die unendlich kleinen Stücke der betreffenden Schnitt-

curven grösster und kleinster Krümmung. Beide stehen senkrecht zu einander. Dann ist Q_1 der erste Brennpunkt des durch c gehenden Strahles, d. h. die von acb ausgehenden Strahlen schneiden den Strahl in Q_1; Q_2 ist der zweite Brennpunkt des Strahles, und in ihm schneiden sich die von icg kommenden Strahlen. Wo liegen nun die Schnittpunkte je zweier unendlich benachbarter Flächennormalen der übrigen unmittelbar bei c verlaufenden Normalen zur Wellenfläche? In anderen Worten: Welches ist die Gestalt der Brennfläche, die von einem unendlich engen Strahlenbüschel gebildet wird?

Dazu ziehen wir vorerst in den Punkten a und b der Wellenfläche die Schnittcurven kleinster Krümmung, deren unendlich kleine Stücke mh und pq als zu ig parallel [1]) betrachtet werden dürfen. Der Brennpunkt aller von mah kommenden Strahlen liegt jedenfalls auf dem mittleren Strahle aQ_1, während derjenige von pq auf Strahl bQ_1 liegen muss. Verlaufen die Strahlen mah in der Ebene mQ_1h, so die Strahlen

Fig. 311.



pbq in der Ebene pQ_1q; beide Ebenen stehen auf der Ebene aQ_1b senkrecht. Wo also auch der Schnittpunkt A_2 bezw. B_2 liegen mag, die durch sie gehenden ebenen Strahlenbüschel mA_2h und pB_2q schneiden die Ebene iQ_2g in ein und derselben Geraden $A_1Q_1B_1$, welche erstens senkrecht zum Strahle cQ_2Q_1, dem Hauptstrahle des ganzen Büschels $mhqp$, und zweitens senkrecht zur Ebene aQ_1b liegen. Wir wollen die gemeinsame Gerade $A_1Q_1B_1$ der Büschel mah, icg, pbq der Curven kleinster Krümmung (Büschel zweiter Art) als die erste Brennlinie bezeichnen.

Ferner ziehen wir in den Punkten i und g die Schnittcurven grösster Krümmung, deren unendlich kleine Stücke mp und hq als parallel [1]) zu ab angesehen werden dürfen. Alle Strahlen von mp bezw. hq schneiden den mittleren Strahl iQ_2 bezw. gQ_2, sie verlaufen also in einer Ebene, welche mp bezw. hq und den Strahl iQ_2 bezw. gQ_2 enthält. Da diese Ebenen senkrecht zur Ebene iQ_2g der kleinsten Krümmung und somit zum Hauptstrahl cQ_2Q_1 senkrecht stehen, so schneiden sie sich in einer Geraden $A_2Q_2B_2$, welche senkrecht zum Hauptstrahle cQ_2Q_1 und zur ersten Brennebene $A_1Q_1B_1$ steht.

Die Gerade $A_2Q_2B_2$ heisst die zweite Brennlinie. Wir haben also das Gesammtbüschel $mhqp$ in zwei Schaaren ebener Büschel ge-

[1]) Unter Vernachlässigung unendlich kleiner Grössen höherer Ordnung.

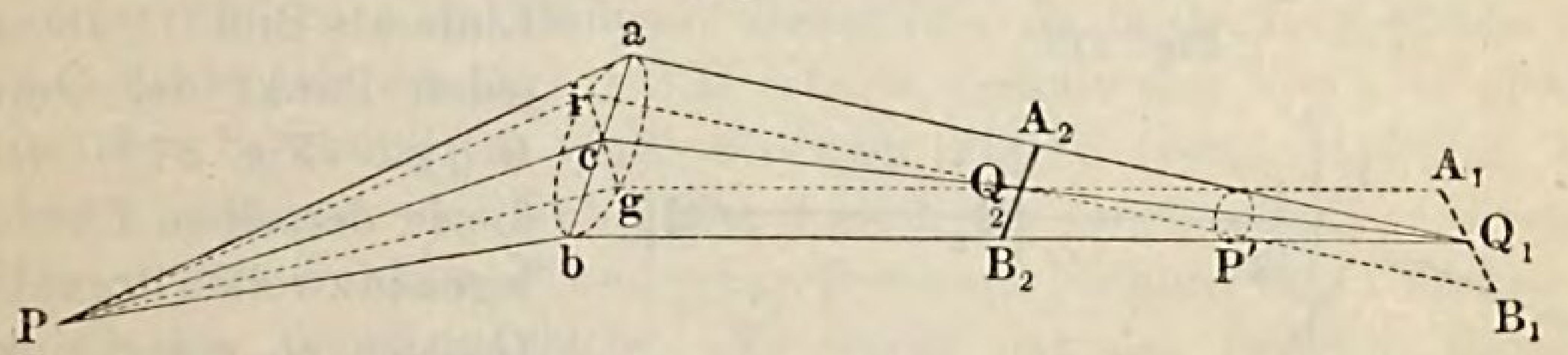
theilt; nennen wir die der Zeichnungsebene parallelen Büschel *mip*, *acb*, *hgq* die Büschel erster Art, die zur Papierebene senkrechten Büschel *mip*, *acb*, *hgq* dagegen diejenigen der zweiten Art, so lautet unser Resultat:

Beide Arten ebener Büschel schneiden sich in je einer Brennlinie senkrecht zum Hauptstrahl. Während aber die Brennlinie der Büschel erster Art in der Ebene des zweiten Hauptschnittes liegt, ist umgekehrt die Brennlinie zweiter Art im ersten Hauptschnitte gelegen. Die beiden Brennlinien liegen also ausserdem in zu einander senkrechten Ebenen.

Kennt man die Lage der beiden Brennlinien $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$ zum Hauptstrahl $Q_2 Q_1$, so kann man durch Verbindung je eines Punktes der einen Brennlinie mit je einem Punkte der anderen das ganze Büschel construiren.

Führt man Querschnitte senkrecht zum Hauptstrahl an verschiedenen Stellen des gebrochenen Büschels, so findet man ebenfalls die Gestalt des ganzen Büschels. Auf theoretischem Wege lässt sich der Verlauf der Strahlen in einem unendlich dünnen Büschel leicht ableiten, wenn man annimmt, dass dasselbe die Wellenfläche in einer Kreislinie schneidet. Es sei in Fig. 312 *agbi* die Kreislinie, welche der von P ausgegangene Strahlenkegel etwa nach schiefem Durchgange durch ein centrirtes System von Kugelflächen aus der Wellenfläche ausschneide; Q_1 und Q_2 seien die

Fig. 312.



Krümmungsmittelpunkte der beiden Hauptnormalschnittcurven *ab* und *ig*; $A_1 Q_1 B_1$ und $A_2 Q_2 B_2$ die unendlich kleinen Brennlinien des Büschels. Dann gilt gemäss der Theorie, dass an einer bestimmten Stelle P' zwischen den Brennlinien der Querschnitt des Büschels wieder ein Kreis ist, an den übrigen Stellen dagegen eine Ellipse, welche am Orte der Brennlinien selbst in gerade Linien übergeht. Dabei sind die grösseren Axen der elliptischen Querschnitte, welche zwischen den beiden kreisförmigen Querschnitten gelegt werden, parallel zur ebenda gelegenen Brennlinie $A_2 Q_2 B_2$, die grösseren Axen der anderswo befindlichen Querschnitte parallel zur Brennlinie $A_1 Q_1 B_1$, also im Allgemeinen senkrecht zu denen der ersteren. H. Helmholtz, „Wissenschaftl. Abhdln.", Bd. II, S. 159 bis 162, 1883.

Man bezeichnet diese Art der Strahlenvereinigung mit dem Namen Astigmatismus und nennt ein Strahlenbüschel ein astigmatisches, wenn es zwei Brennlinien statt eines Brennpunktes aufweist.

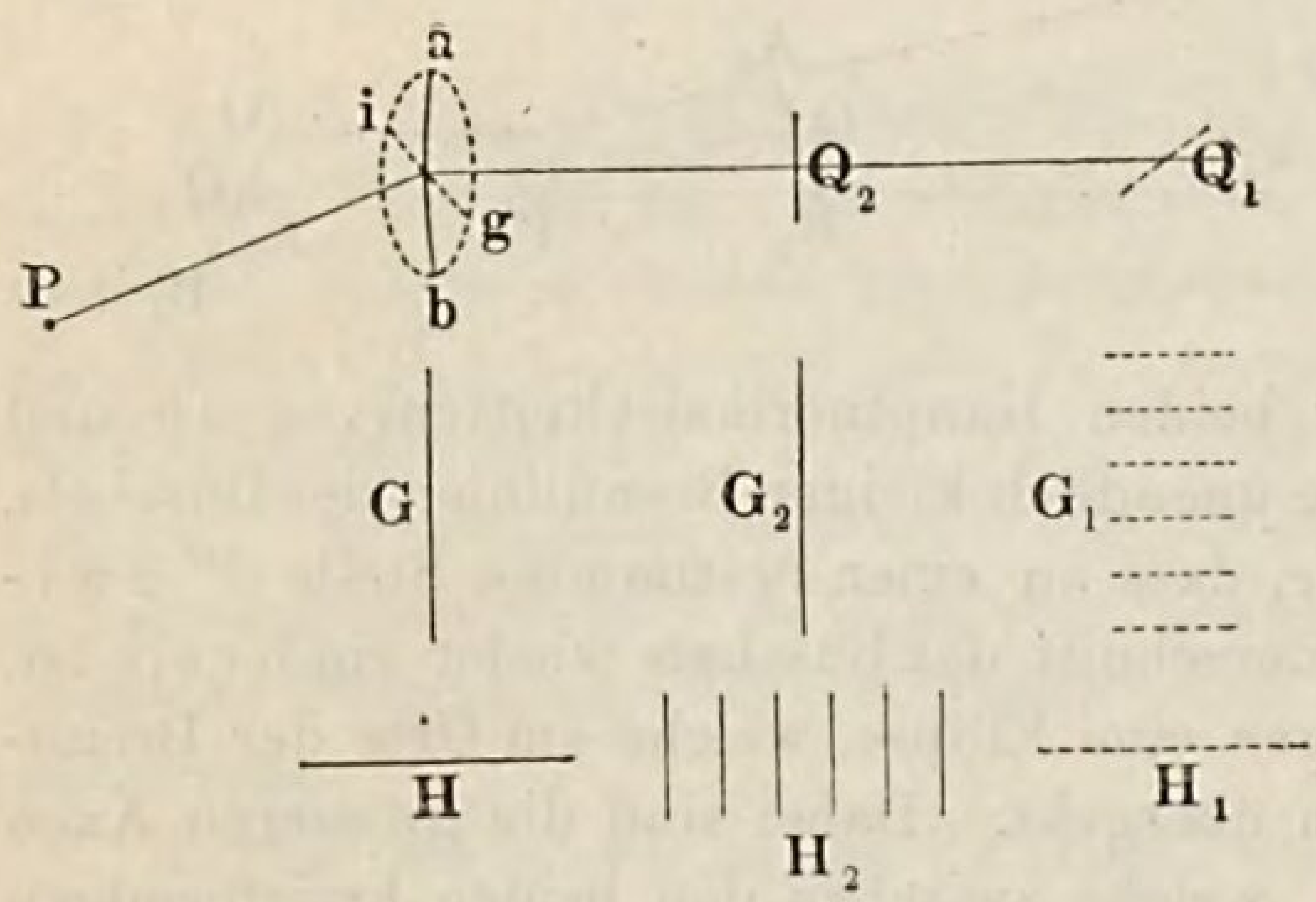
Bei einer brechenden oder spiegelnden Kugelfläche ist von allen den vielen unendlich engen Büscheln, in die man das von einem Objectpunkt auffallende weite Büschel zerlegen kann, nur dasjenige nicht

astigmatisch (d. h. also anastigmatisch), welches die Axe der Kugelfläche enthält, also nach dem Mittelpunkt der Fläche zielt. Nur dieses Axenbüschel allein hat die Eigenschaft, dass alle durch den Hauptstrahl gelegten Ebenen die brechende Fläche und die Wellenfläche in Curven gleicher Krümmung schneiden. Es verhält sich somit um den Hauptstrahl herum alles symmetrisch und die Vereinigung ist eine punktweise. Bei jedem anderen Elementarbüschel ist Astigmatismus vorhanden, und um so mehr, je grösser der Winkel ist, den sein Hauptstrahl mit demjenigen des Axenbüschels bildet, kurz je schiefer das Elementarbüschel ist, um so ausgeprägter ist der Astigmatismus.

Die Stelle P' (Fig. 312) eines astigmatischen Büschels bezeichnet man als den Kreis der kleinsten Confusion; unwillkürlich wird man diese Stelle als das Bild von P betrachten und auf sie einstellen. Sind ausser P noch seitlich davon liegende Objectpunkte vorhanden, so überlagern sich die denselben entsprechenden verschiedenen Bildscheibchen, so dass das Bild eines kleinen Objectes in Folge der Ueberlagerung der verschiedenen Bildscheibchen ein undeutliches Aussehen erhält.

Nur falls das durch ein astigmatisches Büschel abzubildende Object eine sehr kleine, zum Hauptstrahl senkrechte gerade Linie ist und parallel zur Richtung ig oder ab (den Schnittcurven der kleinsten und grössten Krümmung) läuft, entsteht wieder eine gerade und deutliche Linie als Bild[1]). Denn für jeden Punkt der Geraden $G \parallel ab$ (Fig. 313) werden die in derselben Ebene gelegenen zweiten Brennlinien G_2 sich zu einer einzigen zusammenfügen, während die ersten Brennlinien G_1 einander parallel zu liegen kommen und ein verschwommenes bandförmiges Abbild geben. Für die Punkte der Linie H ist es umgekehrt; es zerstören sich die Brennlinien H_2, es addiren sich dagegen die Brennlinien H_1, so dass wir stets auf die dem Object parallelen Brennlinien als deutliches Abbild einstellen werden. Besteht das Objectchen also aus einem Gitter mit senkrecht zu einander verlaufenden Stäben, so wird entweder nur die eine oder die andere Schaar der Stäbe deutlich abgebildet, und zwar jede nur am Orte der zu ihr parallelen Brennlinie. Sind die Gitterstäbe nicht schaarenweise parallel zu je einer der beiden Brennlinien, so werden beide Schaaren undeutlich abgebildet.

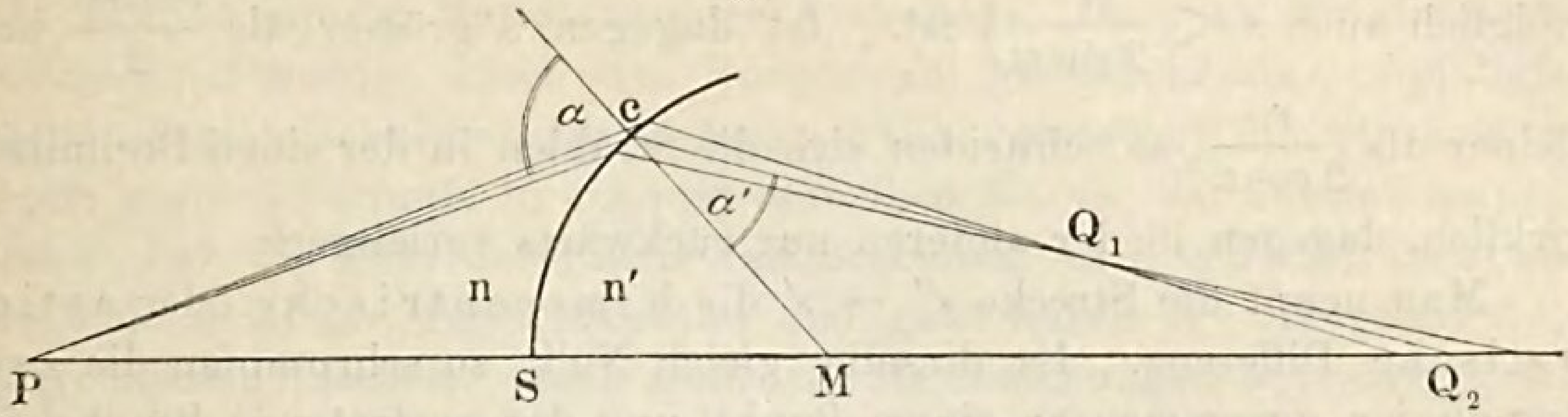
Fig. 313.



1) Vergleiche das bei der prismatischen Abbildung S. 67 und 68 Gesagte.

Beziehung zwischen den Abständen des Objectpunktes und seiner beiden Brennlinien von der brechenden Kugelfläche. Punktweise Abbildung in den beiden Hauptschnitten, vermittelt durch ebene schiefe Büschel. 184 Wir betrachten die Brechung eines unendlich engen schiefen Büschels an einer Kugelfläche (Fig. 314); die in einer Axenebene (Meridianebene oder erster Hauptschnitt) verlaufenden Strahlen schneiden sich in einem Punkte Q_1

Fig. 314.



der Caustik, die in der Ebene senkrecht zur Meridianebene verlaufenden Strahlen dagegen in einem Punkte Q_2 der Axe selbst; letztere Ebenen heissen Aequatorial- oder Sagittalebenen und die ihnen zugehörigen Strahlen Sagittalstrahlen. Die Meridionalstrahlen bilden bei Q_1 eine zur Papierebene senkrecht stehende Brennlinie, die Sagittalstrahlen eine bei Q_2 mit der Axe zusammenfallende Brennlinie, da ja die Kugelfläche eine Rotationsfläche mit der Axe PSM ist; es verhält sich hier also ähnlich wie bei der Brechung an einer ebenen Fläche (vergl. S. 467). Uns interessirt jetzt nur der Ort dieser Linien für einen gewissen Abstand des leuchtenden Punktes P und einer gewissen Neigung des Büschels Pc gegen die Axe der Kugelfläche. Es werde nur das Resultat gegeben. Bezw. der Herleitung siehe: R. S. Heath, „A treatise on geometrical Optics", Cambridge 1887, S. 168 ff.

Man setze: $Pc = s$; $Q_1 c = s'$; $Q_2 c = s''$. Ist $SM = r$ der Radius der Kugelfläche, und bedeuten α bezw. α' den Einfalls- bezw. Brechungswinkel, n bezw. n' den Brechungsquotienten des Object- bezw. Bildmediums, so erhält man für die Meridionalstrahlen:

$$\frac{n' \cos^2 \alpha'}{s'} - \frac{n \cos^2 \alpha}{s} = \frac{n' \cos \alpha' - n \cos \alpha}{r} \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

dagegen für die Sagittalstrahlen:

$$\frac{n'}{s''} - \frac{n}{s} = \frac{n' \cos \alpha' - n \cos \alpha}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Im Falle der Spiegelung an einer Kugelfläche wird $n' = -n$, also auch $\alpha' = -\alpha$, und wir erhalten als Beziehung zwischen den Entfernungen des Objectpunktes und seiner Bildpunkte in der Meridianebene:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r \cos \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

und im Sagittalschnitt:

$$\frac{1}{s''} + \frac{1}{s} = \frac{2\cos\alpha}{r} \quad \text{.} \quad 4)$$

Aus den Formeln 3) und 4) folgt, dass die gespiegelten Strahlen sich wirklich oder nur rückwärts verlängert in beiden Brennlinien schneiden, je nachdem $s > \frac{r}{2\cos\alpha}$ $\left(\text{folglich auch } s > \frac{r\cos\alpha}{2}\right)$ oder $s < \frac{r\cos\alpha}{2}$ $\left(\text{folglich auch } s < \frac{r}{2\cos\alpha}\right)$ ist. Ist dagegen s grösser als $\frac{r\cos\alpha}{2}$ und kleiner als $\frac{r}{2\cos\alpha}$, so schneiden sich die Strahlen in der einen Brennlinie wirklich, dagegen in der anderen nur rückwärts verlängert.

Man nennt die Strecke $s'' - s'$ die homocentrische oder astigmatische Differenz. Ist dieselbe gleich Null, so schrumpfen die zwei Brennlinien zusammen zu einem Punkt, und das austretende Büschel ist homocentrisch (vergl. S. 67, Bilder entworfen durch Prismen). Damit dies für schiefe Büschel der Fall ist, muss sowohl Gleichung 1) wie 2) denselben Werth für s' wie für s'' ergeben. Ziehen wir Gleichung 1) von Gleichung 2) ab und setzen $s'' = s'$, so erhalten wir aber:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'\cos^2\alpha'}{s'} - \frac{n\cos^2\alpha}{s}$$

oder

$$\frac{n'}{s'}(1 - \cos^2\alpha') = \frac{n}{s}(1 - \cos^2\alpha)$$

$$\frac{n'}{s'}\sin^2\alpha' = \frac{n}{s}\sin^2\alpha,$$

und da $n\sin\alpha = n'\sin\alpha'$, also auch $\sin^2\alpha = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 . \sin^2\alpha'$ ist, so folgt schliesslich:

$$n's' = ns,$$

d. h. dieselbe Bedingung, welche wir S. 456 für aberrationsfreie Flächen aufgestellt und §. 40, S. 87, bewiesen haben.

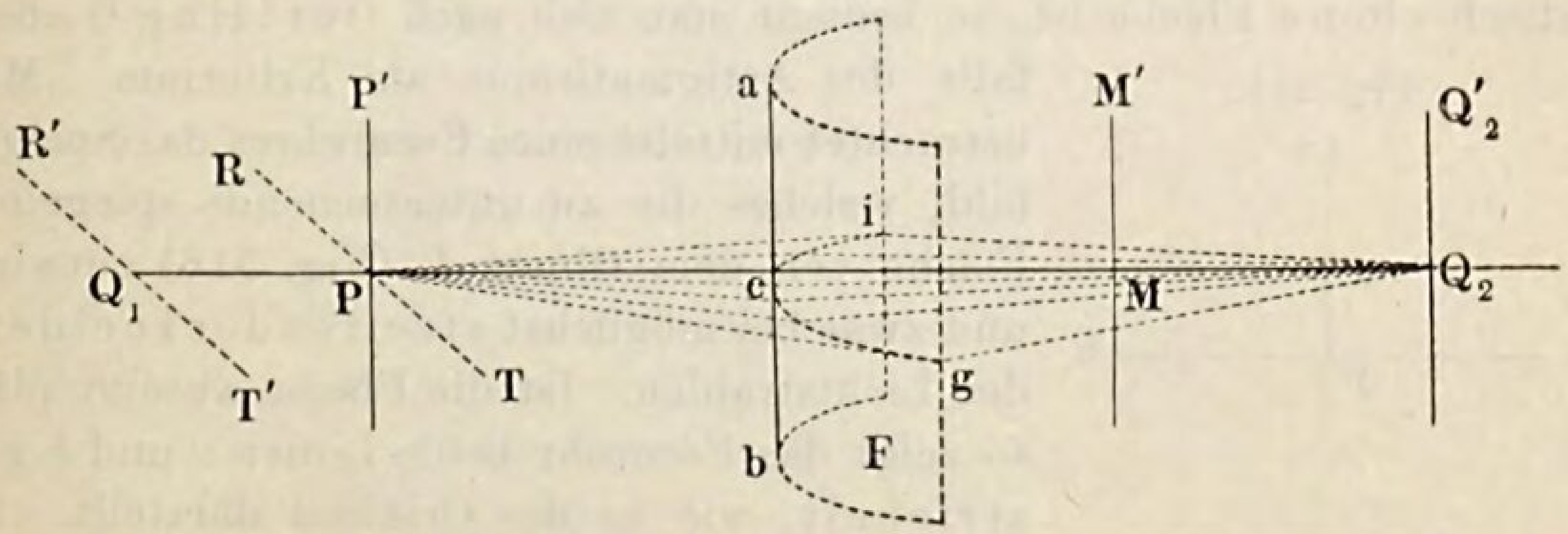
Ausserdem gehen für $\alpha = 0$ die beiden Gleichungen 1) und 2) über in die Gleichung $\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$ (vergl. S. 94), während 3) und 4) übergehen in: $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}$ (s. S. 107), dieselben Gleichungen, wie sie für die Nullstrahlen gelten.

Das Abbildungsgebiet, vermittelt durch Nullstrahlen, beschränkt sich auf den die Axe umschliessenden engen cylindrischen Raum; hier entspricht dem einen Strahl des einen ein Strahl des anderen Raumes, und jedem Objectpunkt wieder ein Bildpunkt. Sollen diese Beziehungen auch bei der Brechung schiefer Büschel gelten, so müssen wir noch mehr Beschränkungen einführen. Entsprechen doch einem Punkte unendlich

nahe dem Hauptstrahle des einfallenden Büschels stets zwei unendlich kleine Linien im Raume, benachbart dem Hauptstrahl des gebrochenen Büschels. Hier findet also nicht einmal in den die Hauptstrahlen des schiefen Büschels einschliessenden unendlich engen cylindrischen Räumen eine eindeutige Abbildung statt. Erst wenn wir uns beschränken auf ebene Büschel und auf die Betrachtung in der Ebene, können wir auch bei schiefen Büscheln von einer „Abbildung" in dem früher gebrauchten Sinne reden. Eine solche punktweise eindeutige Beziehung gilt sowohl für die Meridian- oder Axenebene, als auch für die darauf senkrecht stehende, durch den Hauptstrahl gelegte Ebene (Aequatorialebene, Sagittalschnitt). Im ersteren Falle verbleiben die Strahlen auf ihrem ganzen Verlaufe in ein und derselben Ebene. Im zweiten dagegen ändert sich die Lage der Ebene von Brechung zu Brechung; stets aber steht sie senkrecht zur Axenebene und geht durch den Hauptstrahl des gebrochenen Büschels. Auch sind, wie die Gleichungen auf voriger Seite lehren, die Maassbeziehungen in den beiden Arten der flächenhaften Abbildung verschieden. Es lässt sich aber zeigen, dass für diese beschränkten Abbildungsarten die gleichen Gesetze gelten, welche wir bei der Abbildung durch Nullstrahlen abgeleitet haben, und die als Folge der punktweisen collinearen Beziehung zweier Gebilde dargestellt werden können. Näheres hierüber siehe in Czapski's Darstellung der Abbe'schen Abbildungslehren und in Lippich's Abhandlungen [1]).

Experimenteller Nachweis von vorhandenem Astigmatismus (Cylinderlinse, Auge, Prüfung ebener Flächen). Die astigmatische Brechung kommt nicht nur bei schiefem Durchgang enger Strahlenbüschel durch Kugelflächen vor, sondern auch bei senkrechtem Durchgang durch continuirlich gekrümmte Flächen, wenn nämlich die durch die Axe des einfallenden Büschels gelegten Ebenen Curven verschiedener Krümmung ausschneiden. Als Hauptrepräsentant derartiger 185

Fig. 315.



in der Optik verwertheter Flächen sei die Cylinderfläche F (Fig. 315) genannt; dieselbe werde von einem normal einfallenden Strahle bei c

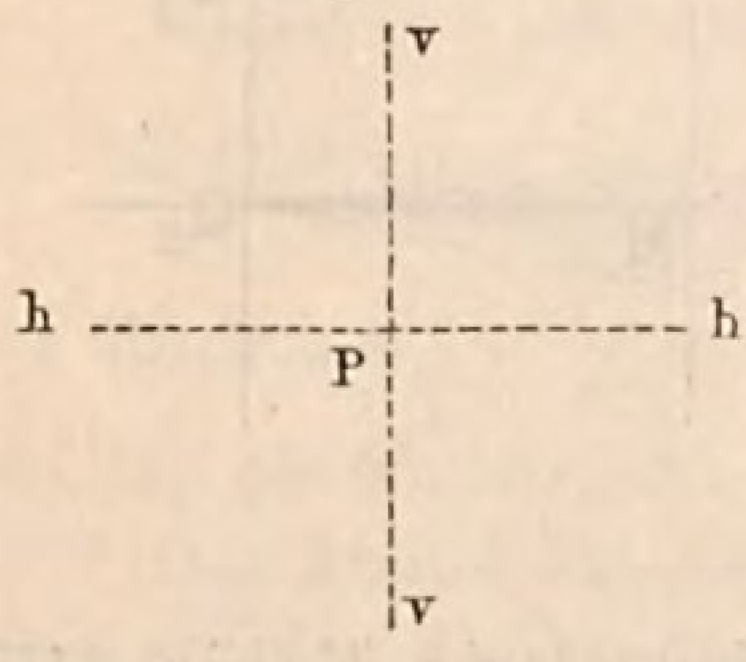
[1]) Lippich: Ueber den Gang der Lichtstrahlen in einer homogenen Kugel. Wien. Akad. Ber., Bd. 79, II. Abthl., S. 516, 1879.

getroffen, welcher ungebrochen nach M, einem Punkte der Cylinderaxe, weitergeht. Legt man eine Ebene durch diesen Strahl und die Cylinderaxe MM', so schneidet diese die Cylinderfläche in einer Geraden $ab \parallel MM'$; eine durch PM gehende Ebene, welche senkrecht zur Cylinderaxe gelegt ist, schneidet die Cylinderfläche dagegen in einem Kreisbogen icg, dessen Mittelpunkt M auf der Axe des Cylinders liegt. Die in beiden Ebenen verlaufenden Strahlen schneiden sich demnach in verschiedenen Punkten des Hauptstrahles PcM; von einer Lichtlinie PP' parallel zur Cylinderaxe entsteht aber wieder eine Bildlinie $Q_2 Q_2'$ parallel zur Cylinderaxe, und zwar da, wo die bei icg auffallenden Strahlen vereinigt werden; eine zur Axenebene senkrechte Lichtlinie RT wird wieder in einer eben so gelegenen Bildlinie $R'T'$ abgebildet, und zwar da, wo das Strahlenbüschel Pab seinen virtuellen Schnittpunkt Q_1 hat. Man verwendet in der Praxis Cylinderlinsen, um einerseits von Lichtlinien möglichst exacte Bildlinien zu erhalten, oder um den Astigmatismus eines Systems aufzuheben. So besitzt das menschliche Auge oft die Eigenschaft des Astigmatismus, und man verwendet Cylinderlinsen, denselben zu vermindern. Bei normalsichtigen Personen dient hierzu eine plancylindrische Linse; bei Fern- oder Kurzsichtigen wird die Linse von einer geeigneten Kugelfläche einerseits und einer Cylinderfläche andererseits begrenzt. Näheres hierüber siehe im Cap. 11.

Um den Astigmatismus des Auges nachzuweisen, betrachte man ein System sich rechtwinkelig kreuzender dunkler Linien auf hellem Grunde. Ist das Auge frei von Astigmatismus, so wird es beide Liniensysteme bei jeder Lage derselben gleichdeutlich erblicken. Im anderen Falle erscheinen im Allgemeinen beide Systeme undeutlich, auch wenn man genau fixirt hat; ändert man aber die Lage des Kreuzgitters, indem man es um die Sehrichtung dreht, so wächst die Schärfe des einen Streifensystems, während die Deutlichkeit des anderen abnimmt. Dreht man um 90° weiter, so tritt die umgekehrte Erscheinung ein.

Will man sehen, ob eine vorgelegte spiegelnde Fläche eine mathematisch ebene Fläche ist, so bedient man sich nach Oertling[1]) ebenfalls des Astigmatismus als Kriterium. Man betrachtet mittelst eines Fernrohres das Spiegelbild, welches die zu untersuchende spiegelnde Fläche von dem Object P (Fig. 316) entwirft, und zwar bei möglichst streifender Incidenz der Lichtstrahlen. Ist die Fläche absolut plan, so zeigt das Fernrohr beide Linien v und h gestrichelt, wie es das Original darstellt. Ist die Fläche gekrümmt, so giebt es eine Lage des Objectes, wo nur die eine Gerade (z. B. h) gestrichelt erscheint, während die andere Gerade (v) als ununterbrochene Linie gesehen wird.

Fig. 316.



[1]) Verhandl. d. Vereins z. Beförder. d. Gewerbefleisses 1843. Pogg. Ann. Bd. 59.

Aendert man jetzt die Einstellung des Fernrohres, bis man die andere Gerade *v* gestrichelt sieht, so erscheint die Linie *v* als ununterbrochene Gerade.

Wie empfindlich diese Methode ist, geht aus folgender Berechnung hervor [1]). Lässt man an einem Quecksilberspiegel ein vorhin beschriebenes Kreuzgitter spiegeln, so kann man mit geeigneten Mitteln den Astigmatismus wahrnehmen, welcher dadurch hervorgerufen wird, dass das Quecksilberniveau in Folge der Krümmung der Erde die Kugelgestalt annimmt. Betrachtet man nämlich das Spiegelbild des im Unendlichen befindlichen Kreuzgitters mittelst eines Fernrohres von 7,5 m Brennweite (Oeffnung etwa 0,5 m), so ist die astigmatische Differenz gleich 0,1 mm, d. h. es sind die Orte, wo das eine oder andere System von Gitterstäben deutlich ist, um 0,1 mm von einander getrennt. Wendete man aber gar das Riesenfernrohr des Lick-Observatoriums in Californien zur Beobachtung an, so würde jene Differenz bis auf 0,7 mm steigen.

Eine schöne experimentelle Prüfung der Gesetze über die Strahlenbrechung schiefer Büschel hat G. Quincke [2]) an einer einfachen Linse durchgeführt.

Störend wirkt der Astigmatismus bei der Abbildung ausgedehnter Objecte durch photographische Objective. Je weiter ein Punkt des Objectes von der Objectivaxe abliegt, um so grösser ist die homocentrische Differenz des von ihm ausgegangenen Strahlenbündels im Bildmedium. Aber auch bei geringer Ausdehnung des Objectes tritt der Astigmatismus störend auf, wenn die Oeffnung des Objectivs sehr gross gewählt wird, wie bei Momentaufnahmen geschieht, wo die Helligkeit die grösstmögliche sein soll. Wir kommen hierauf im nächsten Capitel, §. 194, zurück.

[1]) S. Czapski, Theorie der opt. Instr. nach E. Abbe, S. 77.

[2]) G. Quincke, Berl. Akad. Berichte 1862, S. 498, und Pogg. Ann. **117**, S. 563.

Zehntes Capitel.

Erweiterung des Abbildungsgebietes bei centrirten optischen Systemen.

A. Die bei einfarbigem Lichte auftretenden Abbildungsfehler. Sphärische Aberration, Aplanatismus, Astigmatismus, Verzerrung, Orthoskopie.

186 **Einleitung.** Wir kommen jetzt zu der für die praktische Optik wichtigsten Aufgabe, welche wir zu Anfang des vorigen Capitels aufgestellt haben: das Abbildungsgebiet künstlich zu erweitern. Das heisst, wir wollen sehen, ob es nicht möglich ist, durch geeignete Wahl des optischen Systems centrirter Kugelflächen eine punktweise Abbildung herzustellen der durch das System getrennten, beliebig ausgedehnten Räume, und zwar vermittelt durch weit geöffnete Büschel, obgleich wir wissen, dass jede einzelne brechende oder spiegelnde Fläche des Systems nur eine punktweise Abbildung längs des fadenförmigen axialen Raumes vermittelt durch Nullstrahlen liefert. Es wird sich zeigen, dass es mit Ausnahme der Spiegelung an ebenen Spiegeln theoretisch und praktisch ganz unmöglich ist, mittelst centrirter Systeme einen beliebig grossen Raum durch beliebig weit geöffnete Strahlenbüschel abzubilden. Die Erweiterung der Abbildungsgrenzen läuft vielmehr auf eine Theilung der Arbeit und auf einen Compromiss hinaus.

Wir wollen fortan die im dritten Capitel behandelte Abbildung an centrirten Systemen, soweit sie durch Null- oder Axenstrahlen verwirklicht wird, die Gauss'sche Abbildung nennen, weil sie von Gauss zuerst unter allgemeinen Gesichtspunkten betrachtet und durch einige wenige Gesetze vollkommen bestimmt worden ist.

Wir haben schon Fälle kennen gelernt, wo die Grenzen der Gauss'schen Abbildung von selbst und ohne unser Zuthun eine Erweiterung erfahren haben. Dahin gehört die Spiegelung an ebenen Flächen, die Brechung an einer Kugelfläche, wenn der leuchtende Punkt mit dem

aplanatischen Punkte zusammenfällt, §. 190, und vor Allem die Reflexion und Brechung an den aberrationsfreien Flächen. Kraft ihrer Gestalt vermögen die aberrationsfreien Flächen beliebig weit geöffnete Büschel wieder in einem Punkte zu vereinigen, wenn der leuchtende Punkt identisch ist mit dem einen der beiden Brennpunkte. Für jeden anderen Punkt giebt diese Art Flächen aber eine so starke Abweichung von der punktförmigen Vereinigung, dass eine deutliche und scharfe Abbildung auch nur von Flächenelementen unerreichbar ist [1]. Die durch sie erzielte Erweiterung der Abbildungsgrenzen in Bezug auf die Oeffnung hat also eine Beschränkung des Gesichtsfeldes im Gefolge, da ja nur der Brennpunkt deutlich abgebildet wird. Die Anwendung dieser Flächen ist in der Praxis daher auch nur da von Werth, wo, wie bei Scheinwerfern, alles von einem Lichtpunkte ausgesandte Licht in einem anderen Punkte zum Vorschein kommen soll.

Was nun eine brechende Kugelfläche für ihre aplanatischen Punkte leistet, kann man mittelst eines Systems brechender Kugelflächen bei geeigneter Combination für jede beliebige Lage des Objectpunktes auf der Axe erreichen; freilich ist das System je nach der Lage des Punktes ein etwas anderes. Aber noch mehr, man kann das System so construiren, dass es nicht nur einen Axenpunkt mittelst weitgeöffneter Büschel abbildet, sondern gleichzeitig ein zur Axe senkrechtes Flächenelement correct und scharf zeichnet. Bei diesen Systemen ist die Abbildung in Bezug auf die Oeffnung erweitert, ohne dass dem Gesichtsfeld engere Grenzen gezogen sind, als sie der Gauss'schen Abbildung gesteckt sind. Ein solches System benutzt man als Mikroskopobjectiv bezw. Fernrohrobjectiv.

Im Allgemeinen sind diese Systeme dann nicht geeignet zur Abbildung von grösseren Flächen, selbst wenn man sich auf sehr enge Büschel beschränken wollte. Aber auch ein Typus, welcher bei kleiner Oeffnung ein beliebig grosses Gesichtsfeld hat, ist durch geeignete Wahl der Kugelflächen theoretisch und praktisch ausführbar. Ein solches System benutzt man als Ocular.

Neuerdings ist es schliesslich gelungen, optische Systeme zu berechnen, welche, unter Verzicht freilich auf allzu hohe Ansprüche an die Güte der Correction, auch bei grosser Oeffnung ein ausgedehntes Gesichtsfeld besitzen, bei denen also ausgedehnte Flächen mittelst weitgeöffneter Büschel punktweise abgebildet werden. (Photographische Systeme.)

Bloss beiläufig sei hier noch erwähnt, dass man durch Combination der verschiedenen Typen ihrerseits unter einander zu den sogenannten

[1] Dies ist der wesentliche Grund, weshalb man von den aberrationsfreien Flächen in der Praxis absieht; nicht aber der, welchen man oft nennen hört, dass die Optiker nicht im Stande seien, andere Flächen so gut herzustellen wie die Kugelflächen. Von allen Flächen sind vielmehr die Kugelflächen, wenn deren viele zusammenwirken, die geeignetsten, um möglichst vielen Bedingungen gerecht zu werden.

„optischen Apparaten“ gelangt, bei denen nach dem Princip der Arbeitstheilung der eine Theil (Objectiv) Flächenelemente mittelst weit geöffneter Büschel abbildet, der andere Theil (Ocular) mittelst enger Büschel das vom Objectiv entworfene Bild auf eine grosse Fläche ausdehnt. Auf diese Wechselbeziehung zwischen Objectiv und Ocular kommen wir ausführlicher zurück, wenn wir die Wirkungsweise und den Zweck der optischen Apparate behandeln. Unsere jetzige Aufgabe ist lediglich, die Mittel und Wege kennen zu lernen, durch die jene oben aufgeführten Typen verwirklicht werden, und die Bedingungen aufzustellen dafür, dass optische Systeme den gestellten Anforderungen an ein erweitertes Abbildungsgebiet genügen.

Ein Umstand kommt uns bei diesen Bestrebungen zu statten. Das ist die Unvollkommenheit des menschlichen Auges. Wie im nächsten Capitel gezeigt werden wird, vermag das Auge zwei Lichtpunkte schon dann nicht mehr als getrennt zu unterscheiden, wenn sie ihm unter einem Sehwinkel von etwa einer Winkelminute erscheinen. Dieses geringe Unterscheidungsvermögen des Auges hat zur Folge, dass auch die optischen künstlichen Systeme die Punkte nicht absolut als Punkte abzubilden brauchen, sollen die von ihnen entworfenen Bilder ebenso deutlich erscheinen, wie die vom Auge direct gesehenen Objecte. Da in letzter Linie alle irgend wie erzeugten Bilder nur als Objecte in anderer Lage oder Form dem Auge dienen sollen, so wäre es mindestens überflüssiges, wenn nicht unsinniges Beginnen, die Abbildung schärfer bewirken zu wollen, als es die Sehschärfe des menschlichen Auges erheischt, um als vollkommen beurtheilt zu werden. Dabei werde als Norm festgehalten, dass das optische System alle diejenigen Einzelheiten dem Auge unter einem Winkel von mindestens einer Bogenminute darbieten muss, welche vom Auge noch getrennt wahrgenommen werden sollen. Ein System braucht demnach nur so beschaffen bezw. corrigirt zu sein, dass statt der Lichtpunkte Lichtflecke entstehen von solcher Grösse bezw. mit solcher Lichtvertheilung, dass sie bei der angewandten bezw. vorgesehenen Vergrösserung noch vom Auge als getrennt empfunden werden.

Bei der Festsetzung der jedesmal erlaubten Grösse der Zerstreuungskreise spielt die schon erwähnte Art der Lichtvertheilung innerhalb des Zerstreuungskreises eine grosse Rolle. Wir werden trigonometrische Rechnungsmethoden kennen lernen, durch welche jene Lichtvertheilung angenähert gefunden wird. In letzter Instanz freilich und bis in die letzten Einzelheiten kann man der Frage nach der Lichtvertheilung im Zerstreuungskreise nur auf wellentheoretischem Wege beikommen (vergl. das S. 447 und 448 Gesagte).

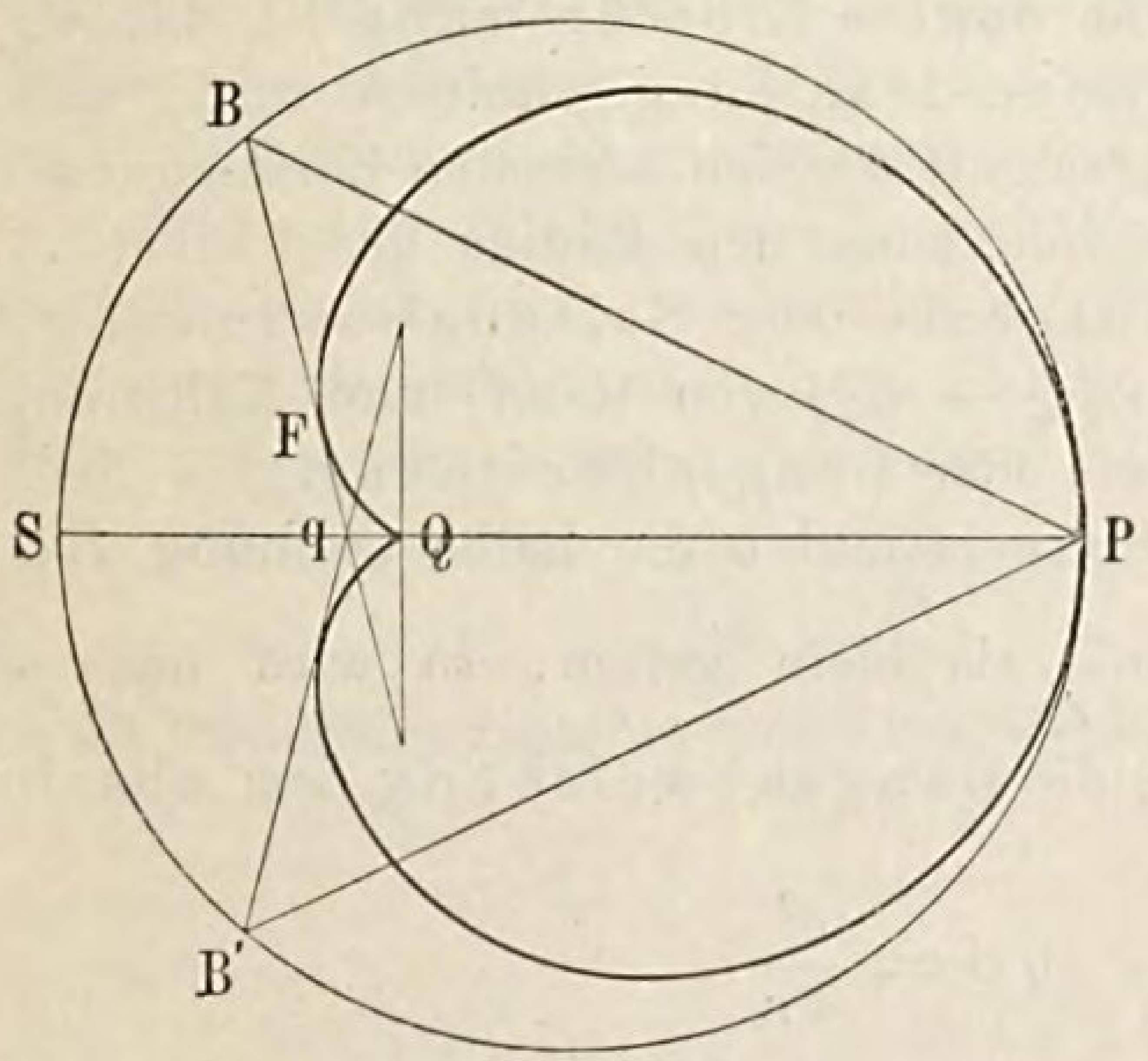
Wir gehen jetzt zu unserem Thema über und suchen zunächst die Bedingung dafür, dass ein centrirtes System einen Axenpunkt mittelst weit geöffneter Büschel deutlich als Punkt abbildet. Zu dem Zwecke untersuchen wir zunächst näher als bisher die Strahlenvereinigung durch

eine brechende Fläche, wenn ausser den Nullstrahlen auch noch weiter abliegende Strahlen auffallen, und zwar für den Fall, dass der leuchtende Punkt auf der Axe liegt und mit einfarbigem Lichte leuchtet. Die hierbei auftretende Abweichung von der punktförmigen Vereinigung heisst die „Abweichung wegen der Kugelgestalt“ oder die „sphärische Aberration“.

Ueber die sphärische Aberration. Aus der Theorie der Brennflächen und der Gestalt derselben bei einer bestimmten spiegelnden oder brechenden Fläche kann man ohne weiteres auf die Lichtvertheilung im Bildraum schliessen bezw. den Vereinigungsort gewisser Partieen des gesammten einfallenden Strahlencomplexes nach der Spiegelung oder Brechung angeben. 187

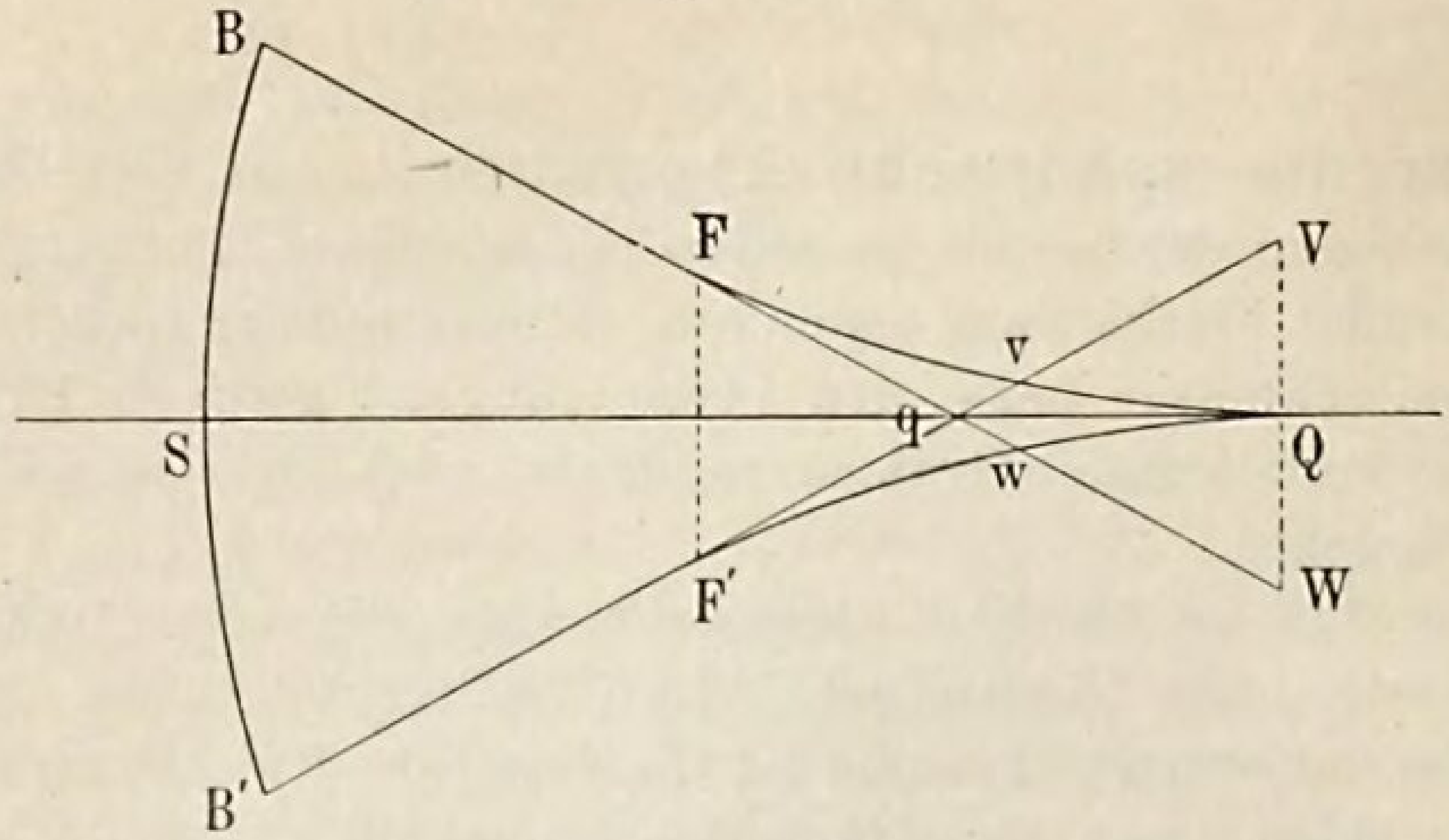
In Fig. 317 ist der Fall dargestellt, dass die vom Punkt P kommenden Strahlen am Hohlspiegel $PBSB'$ reflectirt werden. Die Katacaustik aller reflectirten Strahlen ist die Cardiode $PFQP$; dieselbe wird von den Strahlen nach ihrer Reflexion eingehüllt. Vom Lichtpunkt P entsteht also kein Bildpunkt, sondern eine Bildfläche, welche durch Rotation der Katacaustik um die Centrale PQS als Axe entsteht. Je mehr wir uns aber auf die dieser Axe benachbarten Strahlen PB beschränken, um so mehr schrumpft die Brennfläche auf die conoidische Spitze bei Q zusammen. Alle zwischen dem Scheitel S und B auffallenden Strahlen bilden das Stück FQ der Caustik. Ist q der Schnittpunkt des reflectirten Strahles BF mit der Axe SP, so ist das Stück qQ derselben die degenerirte zweite Brennfläche aller der innerhalb BSB' gespiegelten Strahlen. Gemäss diesem Resultat erzeugt der Hohlspiegel BSB' vom Lichtpunkt P folgende Lichtvertheilung auf einem Schirme senkrecht zur Axe SP: stets ist das Licht auf einer Kreisfläche vertheilt, dessen Centrum auf der Axe SP liegt; während aber bei F ein heller Ring mit schnell nach der Mitte zu abnehmender Helligkeit entsteht, nimmt bei Q die Helligkeit vom Centrum aus schnell nach aussen ab. Dazwischen ist eine Stelle, wo die gesammten Strahlen den kleinsten Raum einnehmen und wo die Helligkeit etwas gleichmässiger vertheilt ist.

Fig. 317.



Deutlicher sind diese Verhältnisse in Fig. 318 zu erkennen, wo q wieder der Schnittpunkt des Randstrahles, Q derjenige des Axenstrahles und FQ die Caustik der an SB gespiegelten Strahlen ist. Dieses Stück der caustischen Curve nahe der Spitze hat die Gestalt einer semi-

Fig. 318.



cubischen Parabel, welche, wie erwähnt, von den sie erzeugenden Strahlen eingehüllt wird. Die engste Einschnürung ist da, wo die caustische Curve von den Randstrahlen geschnitten wird, also bei vw; es stellt somit der Querschnitt vw den kleinsten Zerstreuungskreis dar. Ganz allgemein bezeichnet man den Radius des kleinsten Zerstreuungskreises als die Lateral- oder Seitenabweichung, die Differenz der Schnittweiten (SQ — Sq) von Rand- und Nullstrahl dagegen als die Longitudinal- oder Längsabweichung.

Ist r der Radius des Spiegels und o die halbe Oeffnung BS des wirksamen Theils und kann $\frac{o}{r}$ als klein gelten, so wird nach einer Rechnung von Herschel[1]) die Längsabweichung dem absoluten Werthe nach:

$$qQ = \frac{o^2}{4r}$$

und die Seitenabweichung bezw. der Radius des kleinsten Zerstreuungskreises:

$$\frac{wv}{2} = \frac{o^3}{8r^2},$$

und zwar gleich dem vierten Theil des Zerstreuungskreises $\frac{FF'}{2}$ der Randstrahlen.

Dabei liegt vw um $^3/_4\, qQ$ näher dem Spiegel als der Brennpunkt Q. In dem oben gewählten Falle ist die Schnittweite der Nullstrahlen grösser

[1]) J. F. W. Herschel, „Vom Licht". Deutsch von Dr. E. Schmidt. Stuttgart und Tübingen 1831, S. 66 ff.

als diejenige der Randstrahlen; in solchem Falle ist $qQ = Sq - SQ$ negativ, die caustische Curve hat die Form eines dem ankommenden Lichte zu offenen Kelches $>$, und die Strahlenvereinigung ist eine reelle.

Es lässt sich nun zeigen, dass bei einer einzelnen brechenden Fläche und ebenso bei dünnen Linsen stets [1]) die Randstrahlen eine kleinere Vereinigungsweite haben, als die Nullstrahlen, wenn sie collectiv wirken, also die auffallenden Strahlen factisch zur Vereinigung bringen. In diesem Falle spricht man von einer sphärischen Untercorrection. Umgekehrt sagt man, die Systeme sind sphärisch übercorrigirt, wenn die Schnittweite der Randstrahlen grösser ist, als diejenige der Nullstrahlen, die Längsabweichung also positives Vorzeichen hat und die Form der Caustik einem umgekehrt gelegenen Kelch $<$ ähnelt. Dieser Strahlengang findet im Allgemeinen bei dispansiven Linsen statt.

Auf Grund dieser einfachen Ueberlegung sieht man wohl jetzt schon ein, dass man durch Combination eines über- und untercorrigirten Systems ein Gesammtsystem erhalten muss, dessen Zerstreuungskreis dem absoluten Werthe nach kleiner ist, als der jedes Einzelsystems.

Grösse der sphärischen Längs- und Seitenabweichung. 188

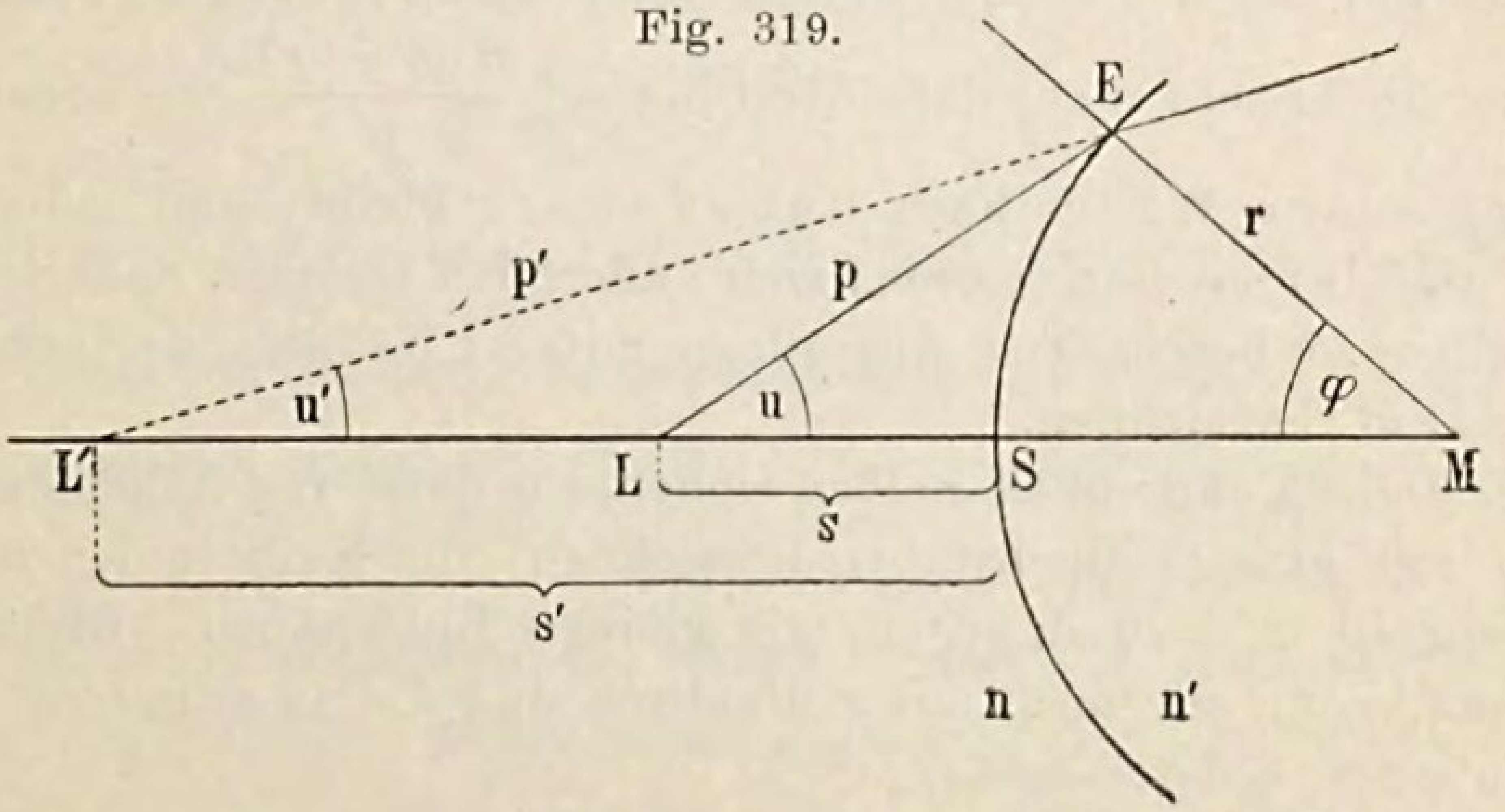
Wir wollen die Grösse der spärischen Längs- und Seitenabweichung jetzt auf rechnerischem Wege bestimmen und nach dem Vorgange von Abbe eine Formel ableiten, welche gestattet, diese Grösse bei einem System von beliebig vielen brechenden Kugelflächen von endlichem Abstande bequem zu berechnen, wenn auch nur in erster Annäherung.

Dazu gehen wir zurück auf die Seite 89 abgeleitete Gleichung:

$$\frac{LM}{L'M} \cdot \frac{L'E}{LE} = \frac{n'}{n} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

welche die Beziehung zwischen den Schnittweiten des einfallenden Strahles

Fig. 319.



LE (Fig. 319) und des zugehörigen gebrochenen Strahles $L'E$ vom Mittelpunkt M der brechenden Kugelfläche SE darstellt, und zwar für

[1]) Wenigstens für parallel einfallende Strahlen. (Näheres siehe §. 190 dies. Capitels.)

jeden Divergenzwinkel u bezw. Oeffnungswinkel φ. Bezeichnet man die Strecken gemäss der Fig. 319 und führt für sie die Vorzeichen gemäss der Seite 95 gegebenen Definition ein, so wird Gleichung 1) jetzt:

$$\frac{s-r}{s'-r} \cdot \frac{p'}{p} = \frac{n'}{n}$$

oder auch:

$$\frac{n(s-r)}{p} = \frac{n'(s'-r)}{p'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Drückt man hierin p bezw. p' mittelst der Dreiecke LEM und $L'EM$ aus in s, r und φ und entwickelt nach Potenzen von φ, so erhält man schliesslich s' ausgedrückt durch eine nach Potenzen von φ fortschreitende Reihe[1]). Nun ist klar, dass symmetrisch zur Axe verlaufende Strahlen gleiche Schnittweite haben, d. h. dass einem gleichgrossen + und — Werth von φ gleiche Werthe von s' zukommen. Es werden also in der nach Potenzen von φ fortschreitenden Reihe nur gerade Potenzen von φ auftreten; sie wird also von der Form sein:

$$s' = S' + A'\varphi^2 + B'\varphi^4 + C'\varphi^6 + \cdot \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

wo S' die Schnittweite des gebrochenen Strahles bedeutet für den Fall, dass $\varphi = 0$ ist, d. h. dass nur Nullstrahlen einfallen.

Es ist klar, dass um so mehr Glieder der Reihe zu berücksichtigen sind, je grösser der Werth von φ ist, d. h. je weiter geöffnete Büschel zur Abbildung benutzt werden.

Wir wollen annehmen, dass alle Glieder von φ^4 an zu vernachlässigen seien; es ist dies der Fall, wo, wie bei Fernrohrobjectiven, die Oeffnung relativ klein ist, aber doch gross genug, um nicht bloss Nullstrahlen zur Wirkung kommen zu lassen. Es soll also nur das Glied $A\varphi^2$ im Vergleich zu S' einen nennenswerthen Werth besitzen. Ganz allgemein gilt die Beziehung, welche durch die Gleichung 2) ausgedrückt ist. Aus ihr ersieht man, dass der Quotient $\frac{n(s-r)}{p}$ von Brechung zu Brechung seinem Werthe nach ungeändert bleibt, und lediglich die Indices der bei einer Brechung sich ändernden Grössen andere werden. Wir wollen so beschaffene Ausdrücke mit Abbe als „optische Invarianten" bezeichnen.

Der Uebersichtlichkeit halber wollen wir jetzt für Randstrahlen die Grössen mit grossen Buchstaben bezeichnen, für Nullstrahlen bezw. für den Grenzfall $\varphi = 0$ dagegen mit kleinen Buchstaben. Gleichung 2) wird dann, wenn wir noch mit r dividiren und die so erhaltene optische Invariante mit Q bezeichnen:

$$Q = \frac{n(S-r)}{Pr} = \frac{n'(S'-r)}{P'r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

wo der Grenzwerth J von Q ($J = lim.\, Q$) für $\varphi = 0$ wird:

[1]) Diese Entwickelung wird auf S. 491 in erster Annäherung gegeben.

$$J = lim.\ Q = \frac{n\,(s - r)}{s\,r} = \frac{n'\,(s' - r)}{s'\,r}$$

oder umgeformt:

$$J = n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

da ja für $\varphi = 0$ auch $p = s$ und $p' = s'$ wird.

Um eine Beziehung zu gewinnen zwischen den Grössen $S' - s'$ und $S - s$, verfahren wir wie folgt. Wir entwickeln die Invariante Q nach Potenzen von φ; je nachdem wir hierbei den Werth $\frac{n\,(S - r)}{P\,r}$ oder $\frac{n'\,(S' - r)}{P'\,r}$, d. h. die ungestrichenen oder gestrichenen Buchstaben zu Grunde legen, erhalten wir:

oder:
$$\left.\begin{aligned} Q &= J + m\,\varphi^2 \\ Q' &= J' + m'\,\varphi^2 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

wo $J = n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right)$ und $J' = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'}\right)$ bedeutet. In der That geht Q für $\varphi = 0$ in J bezw. Q' in J' über und behält seinen Werth für gleichgrosse aber mit entgegengesetztem Vorzeichen versehene Werthe von φ.

Aus Gleichung 6) folgt aber nun, da $Q = Q'$ und $J = J'$ ist, dass auch $m = m'$ sein muss. Diese Gleichung, welche uns die gesuchte Relation liefert, müssen wir jetzt bilden; dazu führen wir die Entwickelung von Q nach Potenzen von φ wirklich aus, wobei wir der Annahme gemäss alle höheren Potenzen als φ^2 vernachlässigen.

Die Gleichung 4) umgeformt giebt:

$$Q = n\ \frac{S}{P}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{S}\right);$$

$$Q' = n'\ \frac{S'}{P'}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{S'}\right).$$

Wir brauchen nur eine von beiden Grössen zu behandeln, da beide gleichmässig gebildet sind. Es muss sowohl $\frac{S}{P}$ als auch $\frac{1}{S}$ nach Potenzen von φ entwickelt werden. Aus dem Dreieck *LEM* folgt:

$$P^2 = (S - r)^2 + r^2 + 2\,r\,(S - r)\,cos\,\varphi;$$

führt man die rechte Seite aus, setzt $1 - cos\,\varphi = {}^1/_2\,\varphi^2$, so erhält man:

$$P^2 = S^2 - r\,\varphi^2\,(S - r)$$

oder

$$P^2 = S^2\left[1 - \frac{r\,\varphi^2}{S^2}\,(S - r)\right] = S^2\left[1 - \frac{r\,\varphi^2}{S} + \frac{r^2\,\varphi^2}{S^2}\right].$$

Laut Gleichung 3) ist nun $S' = s' - A'\,\varphi^2$, da ja die vierten Potenzen von φ vernachlässigt worden sind; analog möge sein $S = s - A\,\varphi^2$;

man erkennt somit, dass bei den hier gemachten Vernachlässigungen in den Klammerausdrücken der letzten Gleichung statt S überall s gesetzt werden darf, da hierdurch nur Glieder von φ^4 wegfallen. Es wird demnach:

$$P^2 = S^2\left[1 - \frac{r\,\varphi^2}{s} + \frac{r^2\,\varphi^2}{s^2}\right] = S^2 \cdot \left[1 - \frac{r\,\varphi^2}{s^2}\,(s - r)\right].$$

Laut Gleichung 5) ist $\frac{s - r}{s} = \frac{r}{n} \cdot J$, also auch:

$$P^2 = S^2\left(1 - \frac{r^2}{sn}\,J\varphi^2\right)$$

oder

$$P = S\sqrt{1 - \frac{r^2}{s}\,\frac{J}{n}\,\varphi^2},$$

also schliesslich:

und analog

$$\left.\begin{aligned} \frac{S}{P} &= 1 + \frac{1}{2}\,\frac{r^2}{sn}\,J \cdot \varphi^2 \\ \frac{S'}{P'} &= 1 + \frac{1}{2}\,\frac{r^2}{s'n}\,J' \cdot \varphi^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

Um den Werth für $\frac{1}{S}$ zu bestimmen, wollen wir den Werth S nach Potenzen vom Winkel u entwickeln. Hier ist aber in formaler Beziehung Folgendes zu erwähnen; falls L ein leuchtender Objectpunkt ist, wird $S = s$ zu setzen sein, während S' von s' verschieden ist. Wir müssten also $\frac{1}{S'}$ entwickeln nach Potenzen von φ. Nehmen wir aber an, es sei L ein Bildpunkt, entworfen von einem optischen System, also schon behaftet mit sphärischer Aberration, so wird auch $S \gtreqless s$ sein. Wir wollen letzteren Fall als vorhanden annehmen. Es wird dann, da jedenfalls S mit u sich ändert, und zwar gleichviel für $\pm u$, zu setzen sein:

$$S = s + a \,.\, u^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

andererseits gilt im Dreieck LEM:

$$\sin u = \frac{r}{P}\,\sin\varphi,$$

also auch:

$$u^2 = \left(\frac{r}{P}\right)^2 \varphi^2.$$

Ebenso ist aber $P = S$ plus einer Function von φ^2 und $S = s$ plus einer Function von φ^2, so dass wir schreiben können

$$u^2 = \left(\frac{r}{s}\right)^2 \cdot \varphi^2,$$

wenn wir die vierten und höheren Potenzen von φ vernachlässigen. Wir erhalten demnach:

$$S = s + a \,.\, u^2 = s + a \cdot \frac{r^2}{s^2} \cdot \varphi^2$$

$$S = s\left(1 + a\,\frac{r^2}{s^3}\,\varphi^2\right)$$

und

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{s}\left(1 - a\,\frac{r^2}{s^3} \cdot \varphi^2\right) = \frac{1}{s} - a\,\frac{r^2}{s^4}\,\varphi^2;$$

also können wir jetzt $Q = n\,\frac{S}{P}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{S}\right)$ schreiben:

$$Q = \left(n + \frac{1}{2}\,\frac{r^2}{s}\,J\varphi^2\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} + a\,\frac{r^2}{s^4}\,\varphi^2\right)$$

oder reducirt, Gleichung 5) benutzt und φ^4 fortgelassen:

$$Q = n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) + \left(\frac{1}{2}\,\frac{J^2}{n}\,\frac{r^2}{s} + na\,\frac{r^2}{s^4}\right)\varphi^2 = J + m\varphi^2;$$

und analog

$$Q' = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'}\right) + \left(\frac{1}{2}\,\frac{J'^2}{n'} \cdot \frac{r^2}{s'} + n'a' \cdot \frac{r^2}{s'^4}\right)\varphi^2 = J' + m'\varphi^2.$$

Setzen wir jetzt $m = m'$, s. S. 489, so erhalten wir die Bedingung:

$$\frac{1}{2}\,\frac{J^2}{n} \cdot \frac{r^2}{s} + na\,\frac{r^2}{s^4} = \frac{1}{2}\,\frac{J'^2}{n'}\,\frac{r^2}{s'} + n'a'\,\frac{r^2}{s'^4},$$

also auch

$$\frac{2\,n'a'}{s'^4} - \frac{2\,n\,a}{s^4} = -\left(\frac{J'^2}{n's'} - \frac{J^2}{n\,s}\right),$$

und da $J' = J$ ist:

$$\frac{2\,n'a'}{s'^4} - \frac{2\,n\,a}{s^4} = -J^2\left(\frac{1}{n's'} - \frac{1}{n\,s}\right) \quad \ldots \quad 9)$$

Bezeichnen wir mit Abbe die Differenz der Werthe einer Grösse vor und nach der Brechung an einer Fläche durch ein vorgesetztes $\varDelta$, so können wir die erhaltene Bedingung endlich schreiben:

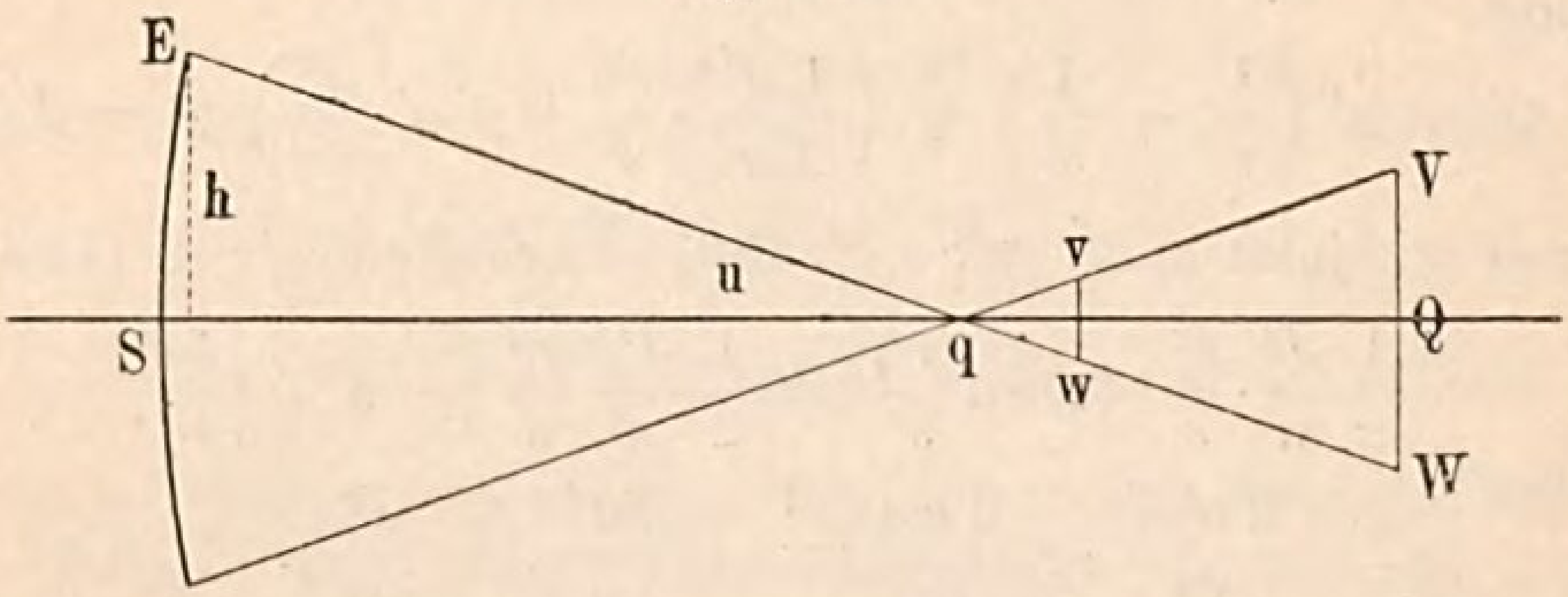
$$\varDelta\left(\frac{2\,n\,a}{s^4}\right) = -J^2\,\varDelta\left(\frac{1}{n\,s}\right) \quad \ldots\ldots \quad 10)$$

Ist L ein Objectpunkt, von dem die Strahlen ausgehen, so ist im ersten Medium natürlich keine sphärische Aberration vorhanden, also auch $a = 0$, und Gleichung 9) bezw. 10) giebt direct den Werth von $a' = \frac{S' - s'}{u^2}$ (Gleichung 8); diese Grösse ist für ein und denselben Werth von u, also für gleichweite Büschel, direct ein Maass für die Longitudinalabweichung oder die Differenz der Schnittweiten des Rand- und Axenstrahles. Aus dem Vorzeichen von a' bezw. a ist also direct zu schliessen, ob an einer brechenden Fläche das Büschel eine Ueber- oder Untercorrection erfahren hat. Ist a' positiv, so ist $S' > s'$ und demnach das Büschel übercorrigirt; ist a' negativ, so ist $S' < s'$

und das Büschel untercorrigirt. In ersterem Falle hat die Brenncurve in der Nähe der Axe die Form $<$, im Falle der Untercorrection die Gestalt $>$ (vergl. S. 487). Ist a' dagegen gleich Null, so ist $S' = s'$; dies ist der Fall, wenn die Bedingung 10) erfüllt ist. Dann vereinigen sich alle Strahlen, wenigstens soweit sie hier betrachtet worden sind, in einem Punkte.

So gut man nun laut Formel 10) die Längsaberration an einer brechenden Fläche bestimmen kann, findet man durch wiederholte Anwendung dieser Formel auch die Aberration eines Strahlenbüschels beim Durchgang durch ein System beliebig vieler brechender Flächen. Ehe wir zu einem System übergehen, wollen wir jedoch statt der Längsabweichung die Seitenabweichung einführen, also die Grösse des Zerstreuungskreises aufsuchen; dabei kommt es uns bloss darauf an, ein Maass zu finden für relative Vergleichungen. Wir können in solchem

Fig. 320.



Falle statt der engsten Einschnürung vw als Durchmesser des Zerstreuungskreises auch die Entfernung VW (Fig. 320) nehmen, welche die Randstrahlen in der Bildebene Q der Nullstrahlen haben.

Laut Fig. 320 ist der Durchmesser $VW = d'$ des Zerstreuungskreises, wenn u den Axenwinkel des Randstrahles und $qQ = s - S$ die Längsaberration bedeutet, gegeben durch die Gleichung:

$$\frac{d'}{2u} = s - S$$

$$d' = 2u(s - S).$$

Laut Gleichung 8) ist aber $S = s + au^2$, also wird:

$$d' = -2au^3; \quad a = -\frac{d'}{2u^3},$$

diesen Werth von a setzen wir ein in den Quotienten $\frac{2na}{s^4}$ und erhalten

$$\frac{2na}{s^4} = -\frac{nd'}{u^3 s^4} = -\frac{nu}{u^4 s^4} \cdot d',$$

oder da bei den hier gemachten Annahmen $h = u \cdot s$ gesetzt werden kann:

$$\frac{2na}{s^4} = -\frac{nu}{h^4} \cdot d' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

Analog erhalten wir:

$$\frac{2n'a'}{s'^4} = -\frac{n'u'.d'}{h^4} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 12)$$

da ja h vor und nach jeder Brechung denselben Werth hat. Verbindet man also mit dieser Formel die Gleichung 10), so wird:

$$\Delta\,(n u . d) = -h^4 \Delta\left(\frac{2na}{s^4}\right) = h^4 J^2 \Delta\left(\frac{1}{ns}\right) \cdot \quad \ldots \quad 13)$$

Die in Folge der sphärischen Aberration eintretende Verundeutlichung des Objectes. 189 In Wirklichkeit will man oft gar nicht die Grösse des Zerstreuungskreises wissen, sondern vielmehr die durch denselben hervorgerufene *Verundeutlichung des Objectes*, d. h. man will erfahren, welche *Einzelheiten des Objectes* in Folge der sphärischen Aberration *nicht mehr getrennt* gesehen werden können.

Dazu müssen wir die dem Zerstreuungskreis entsprechende Strecke des Objectes aufsuchen, also die Grösse des *Bildes* bestimmen, welches das System von dem Zerstreuungskreis (im letzten Medium als Object gedacht) im ersten Medium entwerfen würde, falls eine punktweise Abbildung (durch Nullstrahlen) stattfindet. Es sei nach der Brechung an irgend einer Fläche (v) der Zerstreuungskreis gleich d' [1]), und zwar im Medium n'; das dazu gehörige Bild im ersten Medium (n_1) sei d_0. Sind u_1 und u' einander zugeordnete Axenwinkel im Medium n_1 und n', so gilt laut der verallgemeinerten *Lagrange*'schen Gleichung (vergl. S. 118):

$$d' u' n' = d_0 u_1 n_1,$$

und da $d' = -2a'u'^3$ ist, so wird:

$$d_0 = d' \cdot \frac{u'n'}{n_1 u_1} = -2\frac{a'u'^4 n'}{n_1 u_1}$$

oder

$$2a'n' = -\frac{n_1 u_1}{u'^4} d_0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

Wir bilden jetzt den Ausdruck $\frac{2an}{s^4}$ für dieselbe Fläche v; es wird aus Gleichung 14) erhalten:

$$\frac{2a'n'}{s'^4} = -\frac{n_1 u_1}{s'^4 u'^4} \cdot d_0 = -\frac{n_1 u_1}{h^4} \cdot d_0,$$

also auch laut Gleichung 12):

$$\Delta\left(\frac{2an}{s^4}\right) = -\frac{n_1 u_1}{h'^4}\,\Delta\, d_0 = -J^2 \Delta\left(\frac{1}{ns}\right)$$

oder

$$\Delta\,(d_0) = \frac{1}{n_1 u_1} \cdot h^4 J^2 \Delta\left(\frac{1}{ns}\right). \quad \ldots\ldots \quad 15)$$

[1]) Eigentlich müsste d' noch den Index v erhalten; der Einfachheit wegen werde er fortgelassen.

Da wir jetzt auf die Brechungen mehrerer Flächen übergehen, wollen wir zur grösseren Deutlichkeit die auf die Fläche v bezüglichen Terme mit dem Index v versehen und den durch sie erzeugten Zerstreuungskreis mit d'_v bezeichnen. Es wird dann Gleichung 15) zu schreiben sein:

$$\varDelta(d_0)_v = \frac{1}{n_1 u_1} \cdot h_v^4 J_v^2 \varDelta\left(\frac{1}{ns}\right)_v \quad \cdots\cdots \quad 16)$$

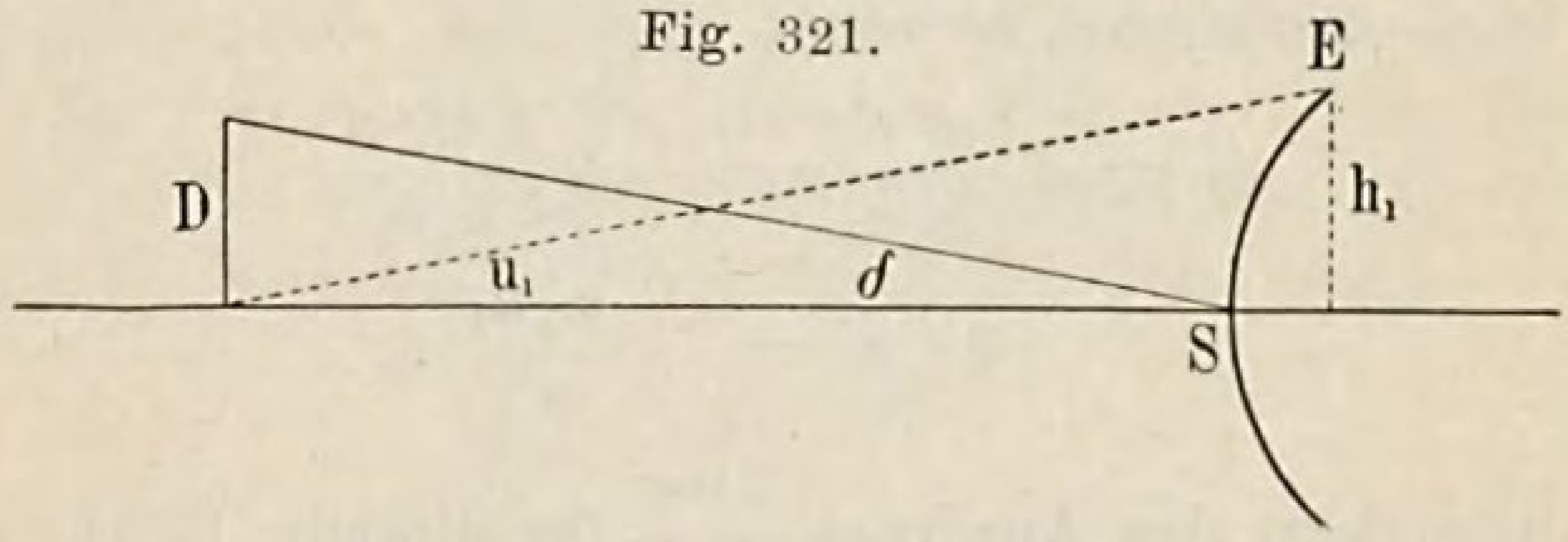
Die Gleichung liefert die Aenderung des Zerstreuungskreises (Verundeutlichung), gemessen am Objecte, soweit dieselbe von der Brechung an der vten Fläche herrührt. Geht man von der vten Fläche zur $(v+1)$ten über, so ändert sich in Gleichung 16) nur der Index v um in $v+1$. Will man demnach die durch v-Flächen erzeugte Verundeutlichung (D) des Objectes berechnen, so müssen wir so viele Gleichungen bilden, als brechende Flächen vorhanden sind und alle die einzelnen Gleichungen summiren. Es wird dann:

$$D = \Sigma \varDelta(d_0)_v = \frac{1}{n_1 u_1} \Sigma h_v^4 . J_v^2 \varDelta\left(\frac{1}{ns}\right)_v \quad \cdots\cdot \quad 17)$$

wo für v successive jeder Werth von 1 bis v zu setzen ist. In Gleichung 17) und den vorhergehenden Gleichungen begegnet uns das Product $(n_1 u_1)$, welches von Abbe die numerische Apertur eines Systems genannt worden ist und dessen grosse Bedeutung wir speciell beim Mikroskop kennen lernen werden.

Statt der Grösse D des am Object gemessenen Zerstreuungskreises werde schliesslich der Winkel berechnet, unter welchem die Strecke D vom Scheitel der ersten brechenden Fläche erscheint. Ist derselbe gleich δ, so können also zwei unter dem Winkel δ gesehene Objectpunkte im

Fig. 321.



Bilde nicht mehr getrennt werden. Diese Berechnung des Winkelwerthes δ ist vor Allem vorzunehmen bei sehr weit entfernten Objecten. Für diese wird aber laut Fig. 321, wenn die Objectdistanz mit s_1 bezeichnet wird:

$$\delta = \frac{D}{s_1} \quad \text{und} \quad u_1 = \frac{h_1}{s_1}$$

und es wird dem entsprechend:

$$\delta = \frac{1}{n_1 h_1} \cdot \Sigma h_v^4 \cdot J_v^2 \varDelta\left(\frac{1}{ns}\right)_v \cdot \quad \cdots\cdots \quad 18)$$

Um diese Formeln der praktischen Berechnung zugänglicher zu machen, setzt man anstatt $\frac{h_v^4}{n_1 u_1}$ den Ausdruck $\left(\frac{h_v}{n_1 u_1}\right)^4 \cdot (n_1 u_1)^3$ und für u_1 den

Werth $\frac{h_1}{s_1}$; ausserdem gilt aber bei den hier gemachten Annahmen über die Werthe der Büschel auch noch die Gleichung:

$$\frac{h_v}{h_1} = \frac{s_2}{s_1'} \cdot \frac{s_3}{s_2'} \cdots \cdot \frac{s_v}{s'_{v-1}} \quad \cdots \cdots \quad 19)$$

welche man durch successive Bildung der Gleichung $\frac{h_v}{h_{v-1}} = \frac{s_v}{s'_{v-1}}$ von Fläche zu Fläche und durch Multiplication der rechten und linken Seiten sämmtlicher Gleichungen erhält. Unter Benutzung dieser Relationen wird dann die Strecke der Verundeutlichung (D), gemessen am Object:

$$D = (n_1 u_1)^3 \left(\frac{s_1}{n_1}\right)^4 \Sigma \left(\frac{h_v}{h_1}\right)^4 \cdot J_v^2 \varDelta \left(\frac{1}{n s}\right)_v \quad \cdots \quad 20)$$

und deren angulärer Werth δ (Gleichung 18) für ein unendlich entferntes Object in Luft, wo $n_1 = 1$ ist:

$$\delta = \frac{D}{s_1} = h_1^3 \Sigma \left(\frac{h_v}{h_1}\right)^4 \cdot J_v^2 \varDelta \left(\frac{1}{n s}\right)_v \quad \cdots \quad 21)$$

Gleichung 20) sagt aus, dass der Einfluss der sphärischen Aberration auf die Schärfe des Bildes proportional ist der dritten Potenz der numerischen Apertur ($n_1 u_1$) des einfallenden Büschels.

Die für ein Fernrohrobjectiv gültige Gleichung 21) sagt aus, dass der durch die sphärische Aberration erzeugte Fehler wächst mit der dritten Potenz der linearen Oeffnung (h_1) des Objectivs.

Es werde der Werth der Summe in Gleichung 21) für die Brennweite Eins des Systems gleich K gesetzt, wo K lediglich von den Constanten des Systems, also den Krümmungsradien, Brechungsverhältnissen und Abständen der einzelnen Flächen von einander abhängt. Man erhält dann für eine Gesammtbrennweite f des Systems die Beziehung [1])

$$\delta = \left(\frac{h_1}{f}\right)^3 \cdot K \quad \cdots \cdots \quad 22)$$

Der Quotient $\left(\frac{h_1}{f}\right)$, welcher das Verhältniss zwischen der Einfallshöhe (h_1) eines axenparallelen Strahlenbüschels bezw. der Oeffnung des Systems zur Gesammtbrennweite darstellt, wird als die relative Oeffnung des Systems bezeichnet; wir können also unser Resultat auch so aussprechen:

Es ist der Winkelwerth δ des durch die sphärische Abweichung hervorgerufenen Zerstreuungskreises proportional der dritten Potenz der relativen Oeffnung, d. h. des Verhältnisses von Objectivradius und Brennweite, jedoch unabhängig von der absoluten Grösse der Brennweite selbst.

[1]) Betreffs der Ableitung siehe S. 544 die analoge Entwickelung für die Grösse des chromatischen Zerstreuungskreises nach.

Es bleibt also δ ungeändert, ob man $\frac{h_1}{f} = \frac{1\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m}}$ oder $\frac{1\,\mathrm{cm}}{10\,\mathrm{cm}}$ u. s. w. wählt.

Ehe wir unsere Gleichungen specialisiren, werde darauf hingewiesen, dass die so bestimmte sphärische Aberration stets gleich Null gemacht werden kann, wenn man nur eine genügende Anzahl verschieden brechender, von Kugelflächen begrenzter Medien combinirt. Unsere Formeln zur Berechnung der sphärischen Abweichung sind insofern bequem, als sie übersichtlich zeigen, welchen Antheil an der Aberration jede einzelne Fläche hat. Ist nach der Durchrechnung im letzten Medium der Zerstreuungskreis positiv bezw. negativ, so vermindert bezw. vermehrt man durch Aenderung des Radius den Einfluss derjenigen Fläche, welche positive Aberration bewirkt, bis schliesslich die Summe aller Aberrationen genügend klein bezw. Null ist. Es schneiden sich dann alle Strahlen, soweit sie hier in Betracht kommen, in einem Punkte, und an dieser Stelle entwickelt sich eine Intensitätsvertheilung, wie sie gemäss der Wellenlehre einer kugelförmigen Wellenoberfläche von der hier erlaubten Oeffnung zukommt. Selbst wenn also die sphärische Aberration Null ist, besteht das Bild eines Punktes aus einem Lichtscheibchen mit concentrischen Ringen.

Ja man benutzt geradezu das Auftreten dieser als Beugungserscheinung beim Fernrohr bekannten Lichtvertheilung als Kriterium für eine gute sphärische Correction [1]).

190 **Berechnung der sphärischen Aberration für specielle Fälle.** I. Grösse der Aberration an **einer** Kugelfläche. Die Gleichung 20) ergiebt für diesen Fall, da $\frac{h_v}{h_1} = \frac{h_1}{h_1} = 1$ wird:

$$D = (nu)^3 \cdot \left(\frac{s}{n}\right)^4 J^2 \varDelta\left(\frac{1}{ns}\right) \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 1)$$

also für J seinen Werth $n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right)$ eingesetzt und $\varDelta\left(\frac{1}{ns}\right)$ ausgeführt:

$$D = (nu)^3 \left(\frac{s}{n}\right)^4 n^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right)^2 \left(\frac{1}{n's'} - \frac{1}{ns}\right).$$

Das Vorzeichen der Aberration hängt einmal ab von demjenigen des letzten Factors, den wir laut Gleichung 5), S. 489, schreiben können:

$$\frac{1}{n's'} - \frac{1}{ns} = \frac{n' - n}{n'^2}\left(\frac{1}{r} - \frac{n' + n}{n} \cdot \frac{1}{s}\right).$$

Nur wenn $s = \infty$ wird, hat dieser Ausdruck stets einen positiven Werth für $n' > n$, d. h. für eine collective Brechung und

[1]) Natürlich muss man bei der Prüfung eines Fernrohrobjectivs in Bezug auf das Auftreten der Beugungsringe die nöthige Vergrösserung anwenden, damit die scheinbare Grösse des Ringabstandes mindestens eine Winkelminute beträgt (vergl. das S. 484 Gesagte).

stets einen negativen für $n' < n$, d. h. für eine dispansive Brechung. Im Allgemeinen aber kann bei endlichen Werthen von s obiger Ausdruck und damit die Aberration selbst positiv, negativ oder Null werden. Letzterer Fall tritt ein, d. h. es werden alle die vom Objectpunkt ausgehenden Strahlen wieder in einem Punkte vereinigt, wenn $\frac{1}{r} = \frac{n' + n}{n} \cdot \frac{1}{s}$ ist. In diesem Specialfalle wird

$$\left.\begin{aligned} s &= r + \frac{n'}{n} r \\ s' &= r + \frac{n}{n'} r \end{aligned}\right\} \quad \text{und} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

es sind dies die Entfernungen der beiden aberrationsfreien Punkte einer brechenden Kugelfläche, zu deren Kenntniss wir schon §. 40, S. 87 gelangt sind, wenn auch auf anderem Wege.

Aus Gleichung 1) folgt aber ferner, dass $D = 0$ wird, wenn $r = s$ ist, d. h. wenn der Objectpunkt mit dem Mittelpunkt der Kugel coincidirt; dann fällt auch der Bildpunkt dorthin.

Und schliesslich wird $D = 0$, wenn $s = 0$ ist, d. h. wenn der Objectpunkt in den Scheitelpunkt rückt; alsdann rückt der Bildpunkt ebenfalls dorthin.

II. Grösse der Aberration an zwei Kugelflächen, die sich im Scheitel berühren; unendlich dünne Linse.

Es sei n der relative Brechungsindex der unendlich dünnen Linse gegen das umgebende Medium, r_1 bezw. r_2 der Radius der ersten bezw. zweiten Kugelfläche und f die Brennweite der Linse. Dann gilt die Formel (vergl. S. 169):

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \cdot \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

Statt der Radien führen wir die Krümmungen $\varrho = \frac{1}{r_1}$ und $\varrho_2 = \frac{1}{r_2}$ und statt der Brennweite die Stärke bezw. Kraft $\varphi = \frac{1}{f}$ der Linse ein. Es nimmt dann Gleichung 1) die Form an:

$$\varphi = (n - 1)(\varrho_1 - \varrho_2) \cdot \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

Bildet man die Gleichung 21) für zwei sich berührende Kugelflächen und benutzt die jetzige Bezeichnung in Verbindung mit Formel 2), so erhält man für den angulären Werth des Zerstreuungskreises bei unendlich entferntem Objecte[1]):

$$\delta = h^3 \left[\frac{n + 2}{n} \varphi \varrho_1^2 - \frac{2n + 1}{n - 1} \varphi^2 \varrho_1 + \left(\frac{n}{n - 1}\right)^2 \varphi^3\right] \cdot \quad \cdot \quad 3)$$

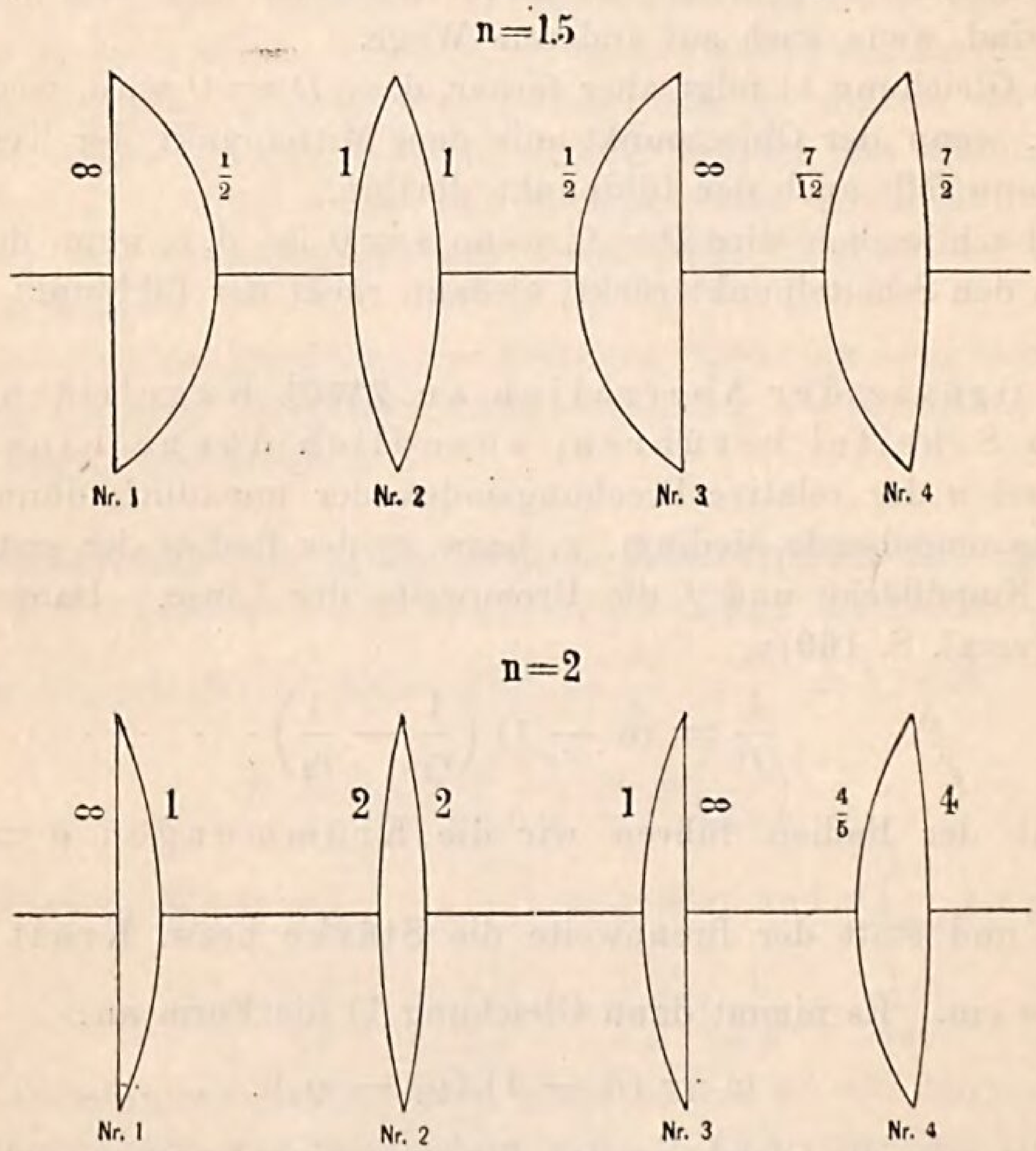
[1]) Vergl. Czapski, a. a. O., S. 93.

Wie sich leicht ergiebt, erreicht δ seinen Minimalwerth δ_m für $\varrho_1 = +\frac{1}{2}\,\frac{2n+1}{n-1}\cdot\frac{n}{n+2}\,\varphi$, und zwar wird derselbe:

$$\delta_m = (h\varphi)^3\,\frac{n\,(4\,n-1)}{(n-1)^2\,4\,(n+2)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Will man nur vergleichende Zahlen, so berechnet man die Grösse $\delta/(h\varphi)^3$; in folgender Tabelle sind die aus Gleichung 3) bezw. 4) berechneten Werthe von $\frac{\delta}{(h\varphi)^3}$ für vier verschiedene Linsenformen von gleicher Brennweite angegeben, einmal für den Brechungsquotienten $n = 1{,}5$ (gew. Crown-Glas), das andere Mal $n = 2{,}0$ (Diamant).

Fig. 322.



Die Form der Linsen und das Verhältniss der Radien ersieht man aus der Fig. 322, welche den wirklichen der Tabelle zu Grunde gelegten Annahmen entspricht, sobald man die Linsendicken der Null sich nähern lässt. Nr. 1 ist planconvex, Nr. 2 ist biconvex, Nr. 3 ist convexplan, Nr. 4 ist die günstigste Form. Dabei ist $\varphi = 1$ gesetzt worden.

n	1,5	2
Nr. 1	+ 9	+ 4
„ 2	+ $^{10}/_{3}$	+ 2
„ 3	+ $^{7}/_{3}$	+ 1
„ 4	+ $^{15}/_{7}$	+ $^{7}/_{8}$

Wir ersehen also aus der Tabelle Folgendes:

1. Für jede Linsenform vermindert sich mit dem Ansteigen des Brechungsquotienten die sphärische Aberration beträchtlich.

2. Die sphärische Aberration ist verschieden je nach der Form der unendlich dünnen Linse. Bei der günstigsten Form der Linse verhalten sich im Falle $n = 1{,}5$ die Krümmungsradien der beiden Flächen wie 1 : 6, im Falle $n = 2$ dagegen wie 1 : 5; kleine Aenderungen erfahren diese Zahlenverhältnisse, wenn der Objectpunkt nicht, wie hier angenommen, im Unendlichen, sondern im Endlichen liegt.

3. Bei gegebener Form einer Linse erhält man die geringere Aberration, wenn man die gekrümmtere Seite dem Lichte zukehrt.

III. Im Falle zweier Linsen oder bei einem System von Flächen, welches man sich in zwei Theile zerlegt denken kann (jeder ersetzt in seiner Wirkung durch eine Linse), führt folgender Weg zur Aufhebung der sphärischen Aberration bei unendlich entferntem Object:

Ist die Brennweite der ersten Linse gleich φ_1, so berechnet man die zweite Linse so, dass ihre Aberration für die aus der Entfernung $\frac{1}{\varphi_1}$ einfallenden Strahlen ebenso gross, aber von entgegengesetztem Vorzeichen ist, wie diejenige der ersten Linse für parallel einfallende Strahlen.

Im Allgemeinen ist diese Bedingung damit identisch, dass die eine Linse collectiv, die andere dispansiv wirkt. Dabei aber kann das Verhältniss der Brennweiten ihrem absoluten Werthe nach jeden Werth erhalten. Es giebt unendlich viele Linsenpaare, welche bei gleicher Gesammtbrennweite aberrationsfrei sind, ja zu jeder Form der einen Linse giebt es zwei Formen der anderen Linse, bei denen sie die Aberration der ersten aufhebt.

IV. Verminderung der Aberration einer einfachen Linse durch Anwendung mehrerer Linsen von gleicher Gesammtbrennweite wie die einfache Linse:

Wollte man eine einfache Linse construiren, welche bei grosser Oeffnung eine kleine Brennweite besitzt, so würden so hohe Glieder der Reihe $s' = S' + A'\varphi^2 + B'\varphi^4 + \cdots$ (s. S. 488) zur Geltung kommen, dass selbst bei der günstigsten Linsenform in Folge der sphärischen Aberration an eine auch nur annähernd punktweise Abbildung nicht zu denken wäre. Bedeutend günstiger gestalten sich die Verhältnisse, wenn

man die einfache Linse von starker Krümmung ersetzt durch mehrere Linsen schwächerer Krümmung von derselben Glassorte, derselben Form und von der Gesammtbrennweite, wie die einfache Linse. Je grösser man die Anzahl der Ersatzlinsen wählt, um so geringer wird die sphärische Aberration im Vergleich zu derjenigen der einfachen Linse. Wir wollen uns hier nicht auf den mathematischen Nachweis dieses Satzes einlassen; aber auch ohne einen solchen kann man die Richtigkeit begreifen, wenn man sich klar macht, dass bei der Vertheilung der Brechung eines weit geöffneten Büschels an einer Fläche von sehr starker Krümmung auf die Brechung an vielen Flächen sehr geringer Krümmung die Divergenz bezw. Convergenz des Büschels an jeder einzelnen Fläche kaum geändert zu werden braucht, um doch schliesslich denselben Effect zu erreichen. Wenn aber bei einer Brechung Null- und Randstrahlen ihre Divergenz kaum ändern, so können unmöglich höhere Glieder der Reihe zur Wirkung kommen; es brauchen dieselben demnach auch nicht erst beseitigt zu werden.

Um bei den Mikroskopobjectiven den hohen Betrag der sphärischen Aberration zu beseitigen, welcher durch den Oeffnungswechsel des einfallenden Strahlenbündels von 180^0 und darüber (bei Immersionssystemen) entsteht, verwendet man ausser dem eben genannten Princip die Eigenschaft der aplanatischen Punkte einer brechenden Kugelfläche.

Man wählt als erste Linse eine Halbkugel mit ihrer ebenen Fläche dem Object zugewandt, welches man bei der Oelimmersion in ein Medium einbettet vom gleichen Brechungsindex wie die Halbkugel und welches man möglichst in den einen aplanatischen Punkt der Kugeloberfläche bringt. Es treten dann die Strahlen ohne sphärische Aberration aus der Halbkugel aus, trotzdem sie eingeengt sind auf einen viel kleineren Raum als zuvor. Diese Strahlenbüschel von relativ geringer Divergenz schliesslich zur Convergenz in einen Punkt zu zwingen, gelingt dann immer, wenn man nur genügend viele brechende Kugelflächen zur Mitwirkung heranzieht. Erst durch diesen Kunstgriff gelang es, die Mikroskopobjective zur heutigen Leistungsfähigkeit zu steigern. Freilich bleibt es trotzdem sehr schwierig, mittelst trigonometrischer Durchrechnung (vergl. §. 199) das Objectivsystem so zu berechnen, dass die aus der Halbkugel austretenden Strahlen schliesslich zu einem Punkte vereinigt werden. Um diese Bedingung zu erfüllen und den Bedingungen der Aplanasie, zu denen wir jetzt übergehen, und Achromasie (vergl. Abschnitt B dieses Capitels) gerecht zu werden, sind nicht weniger als 14 bis 16 brechende Flächen nothwendig.

191 Abbildung eines Flächenelementes durch weit geöffnete Büschel. Aplanatische Punkte; Sinusbedingung.

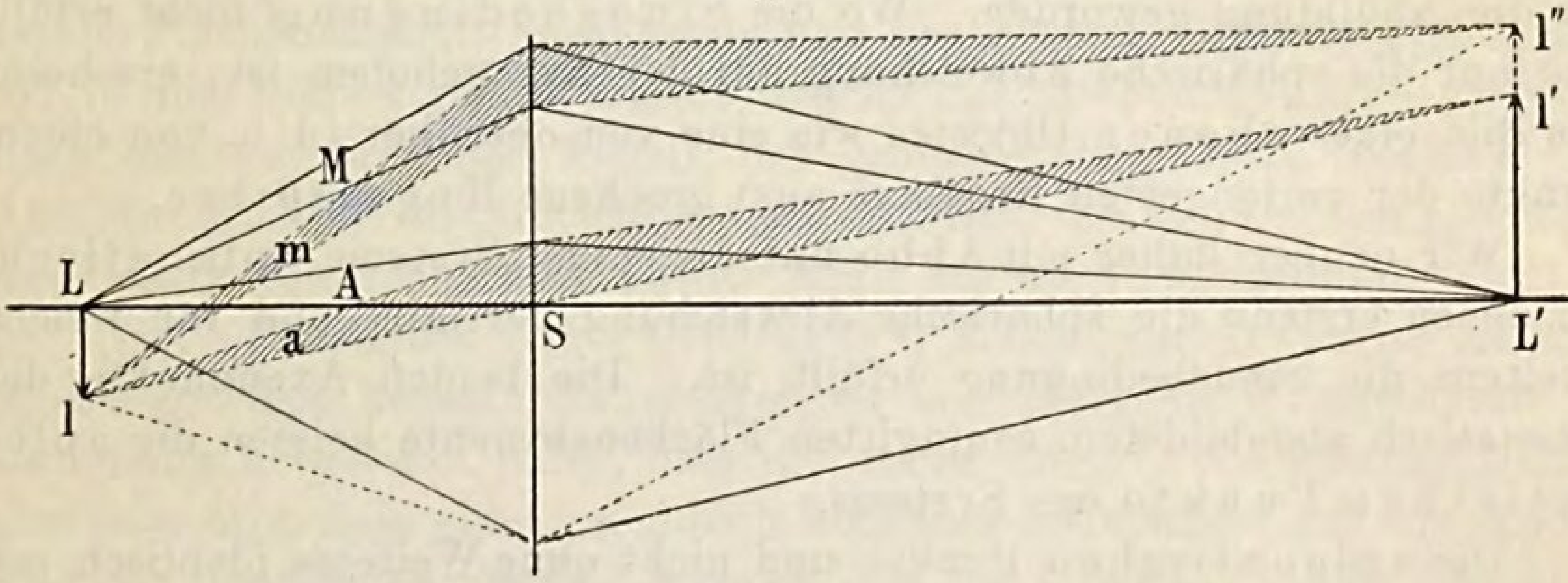
Nachdem wir kennen gelernt haben, dass man optische Systeme berechnen kann, welche einen Axenpunkt aberrationsfrei abbilden, auch wenn

das Strahlenbüschel weit geöffnet ist, suchen wir die Bedingung dafür auf, dass ein solches System ausser dem Axenpunkte auch ihm unendlich benachbarte Objectpunkte ebenso deutlich und mittelst eben derselben weit geöffneten Büschel abbilde. Da diese Bedingung bei kleiner Oeffnung des Systems von selbst erfüllt ist, glaubte man lange Zeit, sie sei auch bei grosser Oeffnung *eo ipso* erfüllt. Dies ist aber keineswegs der Fall. Selbst bei vollkommenster Aufhebung der sphärischen Aberration auf der Axe sind im Allgemeinen die unmittelbar benachbarten seitlichen Axenpunkte so undeutlich abgebildet, dass ihre Zerstreuungskreise von derselben Ordnung sind, wie der Abstand des Objectpunktes von der Axe.

Nach Abbe hat diese undeutliche Abbildung seitlicher Axenpunkte ihren Grund darin, dass die verschiedenen Theile (Zonen) des sphärisch corrigirten Systems von einem unendlich kleinen Flächenelement Bilder von verschiedener Linearvergrösserung entwerfen.

Dieser Vorgang werde durch die Fig. 323 illustrirt. Das System S sei so corrigirt, dass es alle vom Axenpunkte L ausgehenden Strahlen

Fig. 323.



im Bildpunkte L' vereinigt. Es wird dann sowohl das Randbüschel M wie das Axenbüschel A nach L' gebrochen. Anders ist es für den unmittelbar benachbarten Punkt l. Das von ihm ausgehende Axenbüschel (a) erzeugt den nach den Regeln der Abbildung mittelst Nullstrahlen leicht zu construirenden Bildpunkt l', während das Randbüschel m etwa nach l'' gelenkt wird und dort ein mehr oder weniger deutliches Abbild von l liefert. Es entstehen somit in solchem Falle vom Objectelement Ll ganz verschieden grosse Bilder[1] ($L'l'$ und $L'l''$), je nachdem die mittlere oder eine mehr dem Rande zu gelegene Zone des Objectives S wirkt. Wirken alle Zonen gleichzeitig, so entstehen alle diese ungleich grossen Bilder zugleich und überlagern sich, und zwar so, dass die mittleren Theile sich decken, während die seitlichen über einander hinausgreifen. Diese Differenzen zwischen der Vergrösserung des mitt-

[1]) Wenn von „Bildern" überhaupt noch die Rede sein kann.

leren und peripherischen Theiles eines Objectivs von grosser Oeffnung, z. B. eines Mikroskopobjectivs, können 50 Proc. und mehr betragen.

Solche Undeutlichkeiten wurden lange Zeit fälschlicherweise mit dem unzutreffenden Namen „Wölbung“ des Bildes bezw. „Unebenheit des Sehfeldes“ belegt; man wusste eben vor Abbe noch nicht, dass alle diese Fehler weit zurückstehen hinter demjenigen der ungleichen Vergrösserung verschiedener Zonen eines nur sphärisch corrigirten Systems.

Soll ein System in dem Abbe'schen Sinne aplanatisch sein, d. h. ein ebenes Flächenelement wieder als ebenes Flächenelement abbilden, so muss ausser der sphärischen Correction für den Axenpunkt auch noch die Vergösserung für sämmtliche Zonen die gleiche sein. Die nothwendige und hinreichende geometrische Bedingung dafür, dass jede Zone des Systems S vom Element Ll das gleich grosse Bild $L'l'$ entwirft, ist die folgende:

Es muss das Sinusverhältniss conjugirter Axenwinkel $\left(\frac{\sin u'}{\sin u}\right)$ für alle vom Axenpunkte L ausgegangenen und zum Bildpunkte L' gebrochenen Strahlen constant sein.

Diese als Sinusgesetz bekannte Regel ist von grosser Wichtigkeit für die Abbildung geworden. Wo die Sinusbedingung nicht erfüllt und nur die sphärische Abweichung auf der Axe gehoben ist, erscheint das Bild eines ebenen Objectes wie eine von oben her (d. h. von einem Punkte der verlängerten Kegelaxe aus) gesehene Kegelspitze.

Wir nennen daher mit Abbe nur diejenigen Systeme aplanatisch, bei denen erstens die sphärische Abweichung corrigirt und für welche zweitens die Sinusbedingung erfüllt ist. Die beiden Axenpunkte der aplanatisch abgebildeten, conjugirten Flächenelemente heissen die aplanatischen Punkte des Systems.

Die aplanatischen Punkte sind nicht ohne Weiteres identisch mit den von uns aberrationsfrei genannten Punkten (s. Cap. 9, §. 175). So sind für die von dem einen Brennpunkte einer Ellipse ausgehenden und nach dem anderen Brennpunkte reflectirten Strahlen die Verhältnisse der Sinus conjugirter Axenwinkel nicht dieselben, die Brennpunkte des Ellipsoids sind keine aplanatischen Punkte in dem Abbe'schen Sinne. Wohl aber sind es die drei Paare von aberrationsfreien Punkten einer brechenden Kugelfläche; sie sind zugleich aplanatische Punkte.

Wir werden im §. 197 ein Kriterium kennen lernen, welches erkennen lässt, ob bei einem optischen System die Sinusbedingung erfüllt ist oder nicht. Mit Hülfe dieses Kriteriums war es Abbe möglich nachzuweisen, dass die optische Praxis der theoretischen Forderung genügt hatte, schon lange ehe die Bedeutung des Sinusgesetzes erkannt und die Sinusbedingung aufgestellt war. Alle älteren Mikroskopobjective, welche wirklich aplanatisch sind, genügen auch der Bedingung: $\frac{\sin u'}{\sin u} = constans.$ In-

dem die älteren Mikroskopiker auf empirischem Wege so lange suchten, bis sie durch Combination der verschiedensten Linsen eine für das Auge möglichst deutliche Abbildung ihres mikroskopischen Versuchsobjectes erhielten, änderten sie das Mikroskopobjectiv unbewusst in dem Sinne, dass ausser der sphärischen Correction auch noch der Sinusbedingung genügt wurde.

So schritt auch hier, wie in so manchen anderen Fällen, z. B. in der Telephonie, die Empirie der Theorie voraus!

Herleitung des Sinusgesetzes. Beweis von John Hockin. 192 Um den Werth der Constante unserer Gleichung $\frac{\sin u'}{\sin u} = Const.$ zu erhalten, kann man verschiedene Wege einschlagen. Abbe[1]) leitet die Sinusbedingung und den Werth des Verhältnisses aus der Forderung ab, dass zwei conjugirte Flächenelemente durch alle Partialbüschel mit gleicher Vergrösserung in einander abgebildet werden, wenigstens unter Vernachlässigung von Grössen, welche unendlich klein sind gegen das abzubildende Element.

Gleichzeitig stellt Helmholtz[2]) die Constanz des Sinusverhältnisses conjugirter Axenwinkel auf als Bedingung dafür, dass alles von einem Flächenelement ausgehende und das System treffende Licht wirklich in dem Bilde vereinigt werde, welches das aberrationsfreie System nach den gewöhnlichen Regeln der geometrischen Optik (Gauss'sche Abbildungslehre) vom Objectelemente entwirft. Er wendet also gleichsam das Gesetz von der Erhaltung der Kraft auf die Lichtstrahlung an.

Viel allgemeiner hatte Clausius[3]) schon vor Helmholtz und Abbe aus dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie die Beziehung hergeleitet dafür, dass die ganze Energie von einem Flächenelemente innerhalb eines unendlich kleinen Kegelwinkels auf ein anderes Element übertragen werde. Wendet man die Clausius'sche Gleichung auf die Abbildung eines Flächenelementes durch ein optisches System mittelst weit geöffneter Strahlenbüschel an, so erhält man die Sinusbedingung und für die Constante denselben Werth, wie sie Abbe und Helmholtz gefunden haben. Näheres über die von Clausius gewonnene Beziehung ist im §. 205 dieses Capitels gegeben.

Wir theilen hier die neuerdings von John Hockin[4]) gegebene Herleitung der Sinusbedingung mit, weil sie am einfachsten und elementar gehalten ist. John Hockin geht davon aus, dass bei einem apla-

[1]) Arch. f. mikrosk. Anat. 1873, 9, 420 und Carl's Repert. f. Physik 1881, 16, 303.

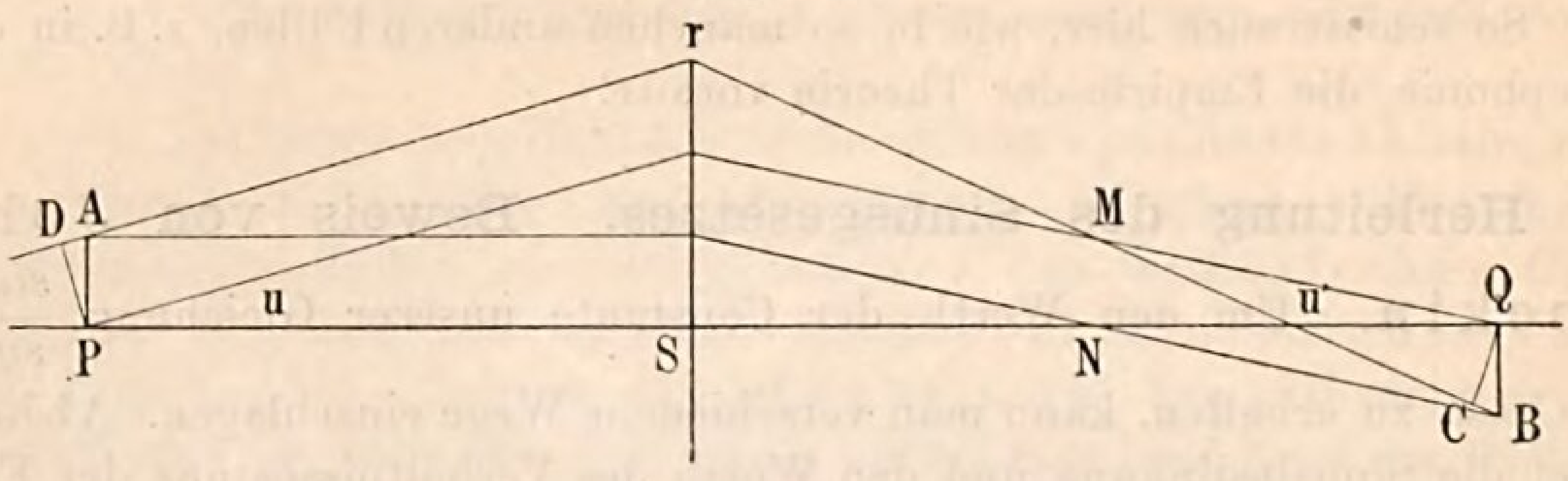
[2]) H. Helmholtz: Ueber die Grenze der Leistungsfähigkeit der Mikroskope. Pogg. Ann., Jubelband 1874, S. 557 bis 584 und Wissensch. Abhandlungen, Bd. II, S. 185 bis 212.

[3]) R. Clausius, Mechanische Wärmetheorie 1887, 3. Aufl., 1, 315.

[4]) Journ. Roy. Microscop. Soc. 1884, Ser. 2, 4, 337.

natischen System S (Fig. 324), welches das Element PA in QB mittelst beliebig weiter Büschel abbildet, die optischen Längen zwischen den conjugirten Punktepaaren auf allen möglichen Wegen einander gleich seien, natürlich auch hier wieder bis auf unendlich kleine zu vernachlässigende Grössen. Sein Kunstgriff besteht darin, dass er nur die von

Fig. 324.



A und P einander parallel ausgehenden Strahlen betrachtet, von denen die Axenstrahlen sich in N und die parallelen Randstrahlen in M schneiden mögen. Es ist dann die Gerade PA Wellenfläche zu den sich in N treffenden Strahlen und das von P auf den rückwärts verlängerten Strahl Ar gefällte Loth PD ist Wellenfläche zu den in M sich schneidenden Strahlen. Demnach ist die optische Länge:

$$PMQ = PNQ.$$

Da aber gilt:

$$AMB = ANB,$$

so auch:

$$AMB - PMQ = ANB - PNQ$$
$$= AN + NB - PN - NQ$$

oder da $AN = PN$ ist:

$$(AM + MB) - (PM + MQ) = NB - NQ,$$

und somit:

$$(AM - PM) + (MB - MQ) = NB - NQ.$$

Die auf der rechten Seite stehende Differenz geht für ein unendlich kleines Object AP in den Grenzwerth Null über.

Nennen wir noch den Divergenzwinkel conjugirter Strahlen u und u', die lineare Ausdehnung des unendlich kleinen Objectes und Bildes dy und dy' und die Wellenlänge bezw. den Brechungsindex im Objectraume λ bezw. n im Bildraume λ' bezw. n', so wird, wenn man die optische Länge einführt, also die Strecken auf den leeren Raum reducirt (vergl. §. 163):

$$AM - PM = -\frac{AD}{\lambda} = -\frac{dy \,.\, \sin u}{\lambda}$$

$$BM - QM = +\frac{BC}{\lambda'} = +\frac{dy \,.\, \sin u'}{\lambda'},$$

wenn C der Fusspunkt des von Q auf MB gefällten Lothes ist und bei der geringen Grösse der Strecke BQ gesetzt wird: $MC = MQ$. Wir erhalten demnach für unendlich kleine, mit weiten Büscheln abgebildete Flächenelemente die Bedingung:

$$-\frac{dy \,.\, \sin u}{\lambda} + \frac{dy' \,.\, \sin u'}{\lambda'} = 0$$

also:

$$\frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{dy}{dy'} \cdot \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{dy}{dy'} \cdot \frac{n}{n'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Da diese Bedingung für alle Werthepaare u und u' gelten muss, so auch für unendlich kleine Werthe. In diesem Falle ist aber $\frac{dy'}{dy} = \beta_0$, d. h. gleich der Linearvergrösserung für Nullstrahlen. Wir erhalten somit:

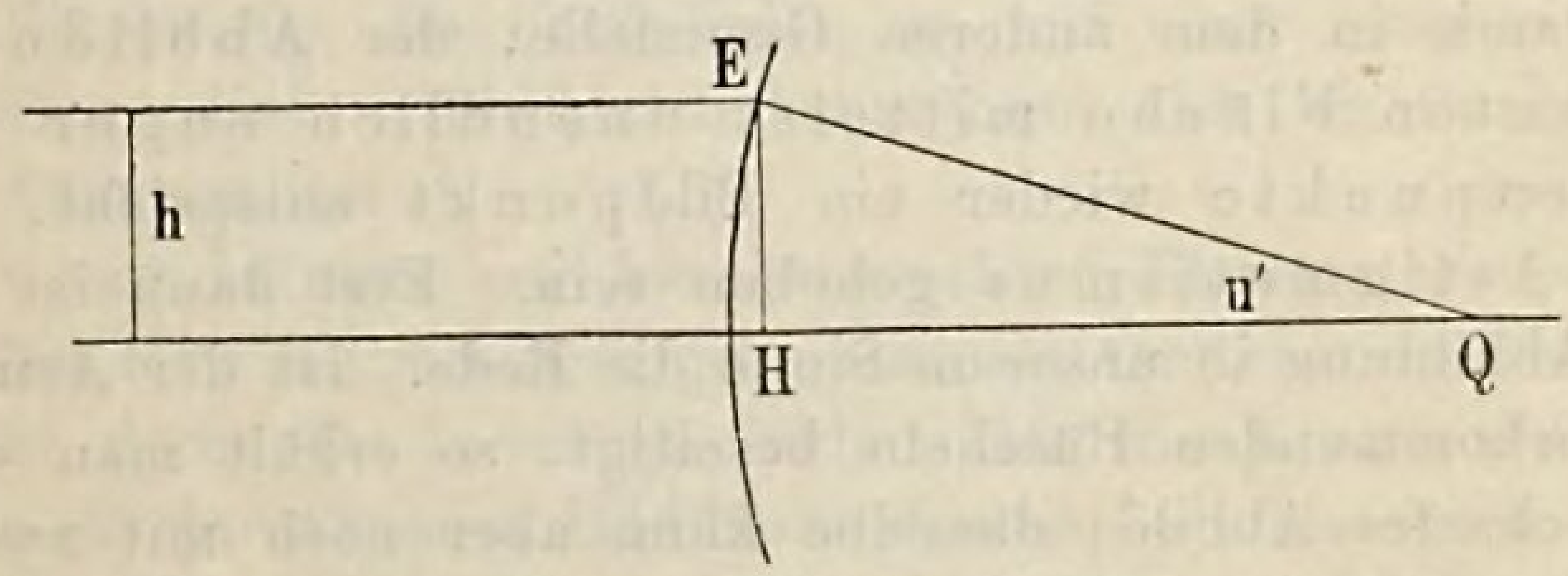
$$\frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Diese Gleichung nimmt eine noch einfachere Form an für den speciellen Fall, dass der Objectpunkt in unendliche Entfernung rückt, wie es beim Fernrohr der Fall ist. Wir erhalten dann anstatt $\frac{\sin u}{\sin u'}$ hier $\frac{h}{\sin u'} = const.$; da aber für Nullstrahlen zu setzen ist: $\frac{h}{\sin u'} = f_0'$ (laut Definition §. 61, S. 124), und da ferner aus dem Dreieck EQH (Fig. 325) folgt, dass $\sin u' = \frac{h}{EQ}$, also $EQ = \frac{h}{\sin u'}$ ist, so wird unsere Bedingung einfach:

$$EQ = const. = f_0',$$

d. h. aber: es liegen die Schnittpunkte der parallel einfallenden Strahlen und der zu ihnen conjugirten, austretenden

Fig. 325.



Strahlen auf einem Kreise, dessen Radius gleich der Brennweite für Nullstrahlen ist[1]).

Wenn die Sinusbedingung erfüllt ist, so wird ein Flächenelement mittelst beliebig weit geöffneter Büschel deutlich abgebildet, nicht jedoch eine ausgedehnte Fläche, noch auch zugleich mehrere Flächen-

[1]) Man bezeichnet daher die Schnittpunkte E als Hauptpunkte und die Strecken EQ als Brennweiten der betreffenden einzelnen Strahlen. Näheres siehe im §. 199 dieses Capitels.

elemente hinter einander. Es giebt demnach nur ein Paar aplanatischer Punkte, so dass ein Mikroskopobjectiv stets für dasjenige Punktepaar berechnet werden muss, für welches es gebraucht werden soll. Sowie man das Object aus dem aplanatischen Punkte heraus an eine andere Stelle der Axe bringt, ist sein Bild nicht mehr aplanatisch.

Aber selbst das bescheidene Verlangen, nur zwei verschiedene Axenpunkte aberrationsfrei abzubilden, kann nicht erfüllt werden, wenn die aplanatische Abbildung eines Flächenelementes hergestellt worden ist. Denn um jenes Verlangen zu befriedigen, muss, wie Czapski[1]) nach Analogie des Hockin'schen Verfahrens beweist, der Bedingung:

$$\frac{\sin\frac{u}{2}}{\sin\frac{u'}{2}} = const. = \beta_0\,\frac{n'}{n} \quad \cdots\cdots\cdots \quad 3)$$

genügt werden, welche im Widerspruch steht mit der Sinusbedingung für aplanatische Systeme $\left(\frac{\sin u}{\sin u'} = \beta_0 \cdot \frac{n'}{n}\right)$.

Aus beiden Bedingungen folgt, dass man mit allen Mitteln der praktischen Dioptrik sich höchstens folgendem theoretischen Ziele nähern kann, mittelst beliebig weit geöffneter Büschel entweder nur ein zur Axe senkrechtes Flächenelement oder ein unendlich kleines Stück der Axe selbst deutlich abzubilden.

Dagegen bleibt es praktisch unmöglich, ein unendlich kleines axiales Raumelement scharf abzubilden.

193 **Abbildung ausgedehnter Flächen mittelst unendlich enger Büschel: Astigmatismus, Bildwölbung, Verzerrung.** Damit in dem anderen Grenzfalle, der Abbildung einer ausgedehnten Fläche mittelst unendlich enger Büschel, einem Objectpunkte wieder ein Bildpunkt entspricht, muss vor Allem der Astigmatismus gehoben sein. Erst dann ist überhaupt von einer Abbildung in unserem Sinne die Rede. Ist der Astigmatismus in allen vorkommenden Büscheln beseitigt, so erhält man vom Object zwar ein scharfes Abbild; dasselbe kann aber noch mit zwei Fehlern behaftet sein. Der erste Fehler besteht darin, dass die Bildpunkte der auf einer zur Axe senkrechten Ebene gelegenen Objectpunkte nicht wieder auf einer zur Axe senkrechten Ebene liegen. Vielmehr ist der Ort aller Bildpunkte eine gekrümmte Fläche. Für diese Erscheinung hat man den Namen Bildwölbung oder Bildkrümmung eingeführt.

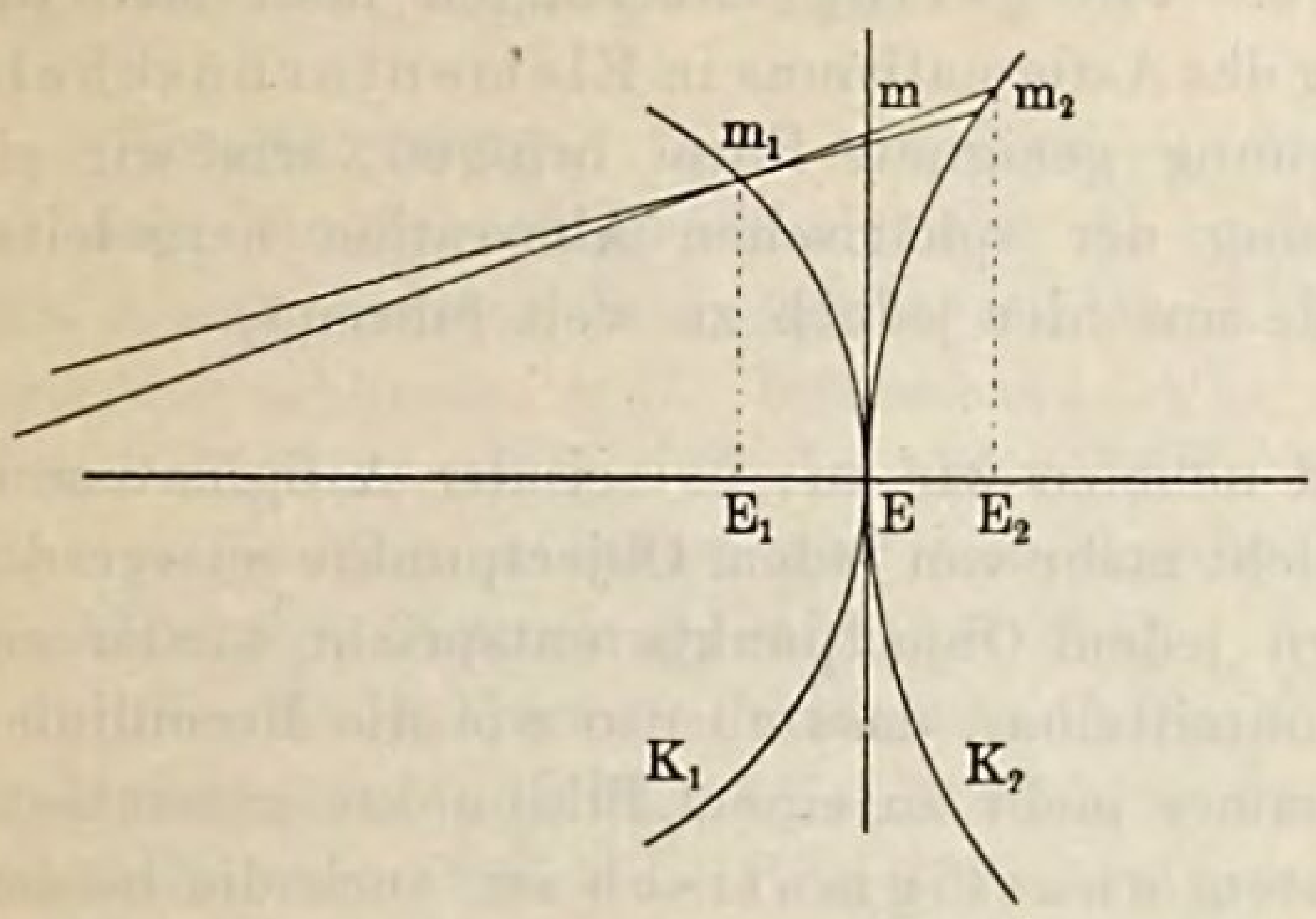
Ist auch dieser Fehler gehoben und Bildebenung erzielt, so kann noch ein Fehler in Bezug auf die Aehnlichkeit zwischen Bild und Object bestehen, d. h. eine Verzerrung.

1) A. a. O., S. 103 bis 105.

Es sind in dem jetzt betrachteten Falle demnach drei Fehler zu discutiren: 1. der Astigmatismus, 2. die Bildwölbung und 3. die Verzerrung. Wir werden dieselben einzeln besprechen.

Astigmatismus. Der Astigmatismus bewirkt, dass die Strahlen des schiefen unendlich engen Büschels sich statt in einem Punkte in zwei unendlich kleinen zu einander und zum Hauptstrahl senkrechten Brennlinien vereinigen (vergl. Cap. 10, §. 183). Statt eines Bildpunktes m (Fig. 326) in der Bildebene E des Axenbüschels (Nullstrahlen) entsteht eine kleine Bildlinie m_1 in einer Ebene E_1 und eine zweite Bildlinie m_2 in der Ebene E_2. In ersterer schneiden sich die Meridionalstrahlen (verlaufend in der Axenebene, welche die Systemaxe und die Büschelaxe enthält), in der Ebene E_2 dagegen die Sagittalstrahlen (verlaufend in der Ebene, welche zwar die Büschelaxe enthält, dagegen auf der Axenebene senkrecht steht). Die Abstände $m_1 m$ bezw. $m_2 m$ der Bildlinien vom Orte m wachsen mit der Neigung des Strahlenbüschels, d. h. mit der Entfernung des Objectpunktes von der Axe; sie werden dagegen Null für den Axenpunkt. Daraus folgt, dass die den verschiedenen Objectpunkten zukommenden Brennlinien m_1 auf einer Fläche K_1, die Brennlinien m_2 auf einer zweiten Fläche K_2 liegen müssen; diese „Bildflächen" berühren sich im Punkte E, dem Bilde des Axenpunktes [1]). 194

Fig. 326.



Wählt man in einer zur Axe senkrechten Ebene als Object 1) concentrische Kreise mit dem gemeinsamen Centrum auf der optischen Axe und 2) deren Radien, so bilden sich die Kreise auf der einen, die Radien auf der anderen Bildfläche deutlich ab. Ist doch jedes Kreiselement und das daselbst befindliche Element des Radius aufzufassen als unendlich kleine Gerade nahe senkrecht zum Hauptstrahl des vom Schnittpunkte beider Elemente ausgehenden Strahlenbüschels (vergl. §. 183). Auf der Bildebene E für Nullstrahlen entstehen weder von den Kreisen noch von den Radien deutliche Abbilder. Werden die astigmatischen Strahlenbüschel von ihr doch im Allgemeinen in Ellipsen geschnitten, deren Flächeninhalt um so grösser ist, je weiter man sich von der Axe entfernt, je grösser also der Winkel ist, den das schiefe Büschel

[1]) Beide Bildflächen sind Rotationsflächen.

mit der Axe bildet [1]). So lange die astigmatische Differenz von Null wesentlich verschieden ist, wächst also die Unschärfe des Bildes von der Mitte zum Rande. Will man also selbst bei unendlich kleiner Oeffnung des Objectivs ein grosses Gesichtsfeld erzielen, so muss vor Allem der Astigmatismus beseitigt sein. Es lässt sich auf theoretischem Wege kein Satz ableiten, der in gleicher Allgemeinheit, wie die Sinusbedingung, für den zuerst behandelten Grenzfall [2]) die Bedingung dafür enthielte, dass der Astigmatismus für sehr schief zur Axe geneigte Elementarbüschel beseitigt wäre. Für geringe Neigungen lässt sich die Bedingung für die Aufhebung des Astigmatismus in Elementarbüscheln in eine ähnliche zur Berechnung geeignete Form bringen, wie wir sie im §. 189 für die Beseitigung der sphärischen Aberration hergeleitet haben. Die Ableitung würde uns hier jedoch zu weit führen [3]).

195 **Bildwölbung.** Jetzt nehmen wir an, es sei der Astigmatismus beseitigt. Dann entstehen nicht mehr von jedem Objectpunkte ausser der Axe zwei Bildlinien, sondern jedem Objectpunkte entspricht wieder ein Bildpunkt. Daraus folgt unmittelbar, dass ebenso wie die Brennlinien eines jeden Objectpunktes immer mehr zu einem Bildpunkte zusammenschrumpfen, je mehr das System anastigmatisch ist, auch die beiden Bildflächen K_1 und K_2 (Fig. 326) in eine einzige verschmelzen. Dass der Scheitel dieser vereinigten Bildfläche mit dem Punkte E zusammenfallen muss, wo die Nullstrahlen des Axenpunktes sich vereinigen, ist leicht einzusehen. Je weiter man aber von der Axe sich entfernt, um so mehr weicht im Allgemeinen der Bildpunkt von der durch E senkrecht zur Axe gelegten Ebene ab, so dass das Bild gewölbt ist. Die Folge der Bildwölbung macht sich vor Allem da geltend, wo, wie bei photographischen Aufnahmen, das Bild auf einem ebenen Schirme aufgefangen wird. Sie bewirkt, dass das Bild von der Mitte zum Rande an Schärfe abnimmt, oder, wenn man eine mittlere Einstellebene wählt, dass alle Bildpunkte gleichmässig unscharf werden.

Erst wenn man statt der ebenen Platte einen geeignet gekrümmten Schirm anwendet, erhält man ein überall deutliches und scharfes Bild. Der in Folge der Bildwölbung entstehende Fehler stört also eigentlich nur die bequeme Versuchsanordnung [4]), nicht aber die genaue punktweise

[1]) Der Abstand der beiden Bildflächen von einander erreicht bei 50° Bildwinkel einen Betrag von $^1/_{15}$ der Brennweite, von $^1/_6$ bei 70° und von fast $^1/_3$ bei 90° Bildwinkel, wenn man als System einen Aplanat benutzt, dessen symmetrisch gebaute Hälften weit von einander abstehen. (Vergl. P. Rudolph: „Die Zeiss-Anastigmate“, Photogr. Wochenblatt, Nr. 18 bis 21, 1892.)

[2]) Abbildung unendlich kleiner Flächenelemente durch weit geöffnete Büschel (§. 191, S. 501).

[3]) Diese Ableitungen sind in Czapski's Theorie der opt. Instr. nach E. Abbe gegeben, sowohl für den Astigmatismus, wie für die Bildwölbung.

[4]) Bei subjectiver Betrachtung des Bildes (also mittelst des Auges) kann die Bildwölbung sogar nützen, wenn nämlich die Krümmung die geeignete ist.

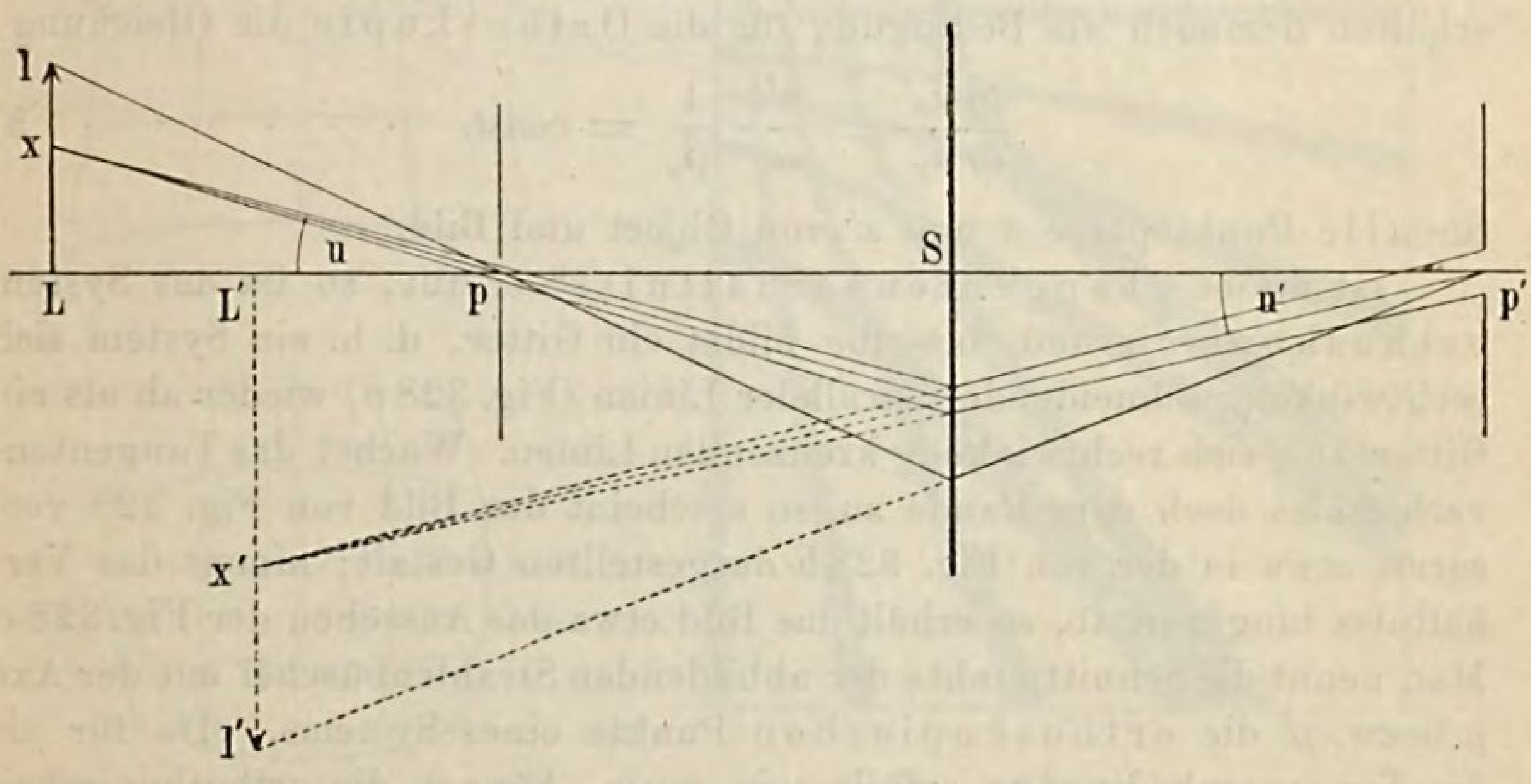
Abbildung. Die Störung fällt sofort weg, wenn man die Objectpunkte im Raume geeignet anordnen kann. Dies ist mehr oder weniger der Fall bei Gruppenaufnahmen. Am besten wird man hier die einzelnen Personen auf derjenigen Rotationsfläche anordnen, von welcher das Objectiv bei der vorgeschriebenen Entfernung ein ebenes Abbild liefern würde.

In Bezug auf die analytische Formulirung der Bedingung für die Aufhebung der Bildwölbung gilt dasselbe, was beim Astigmatismus gesagt wurde. Wir kommen später nochmals hierauf zurück.

Verzerrung. Die Verzerrung des geebneten scharfen Bildes ist mehr ein Schönheitsfehler. Nur da spielt er eine Rolle, wo man aus den Abständen von Bildpunkten auf die Abstände der Objectpunkte von einander schliessen will. Interessant ist es, dass sich für die Aufhebung dieses Fehlers eine einfache, für jede beliebige Ausdehnung des Objectes giltige und von der besonderen Wahl des Systems unabhängige Bedingung aufstellen lässt. **196**

Um die Bedingung der Orthoskopie, d. h. der winkelgetreuen und geometrisch ähnlichen Abbildung zu formuliren, nehmen wir an, dass alle vom Object Ll (Fig. 327) kommenden engen Strahlenkegel die Axe des Systems S an ein und derselben Stelle p schneiden und dass

Fig. 327.



ebenso die das Bild erzeugenden Büschel die Axe an ein und demselben Punkte p' durchsetzen. In Fig. 327 ist das Bild virtuell; man erreicht den geforderten Strahlengang dadurch, dass man bei p und p' Blenden einschiebt. Wir kommen auf den Einfluss der Blenden im Allgemeinen und die Beziehung zwischen p und p' im Besonderen bei Besprechung der „Strahlenbegrenzung" ausführlicher zurück.

Ist x ein beliebiger Punkt des Objects, x' sein Bildpunkt, sind u und u' die zugehörigen Axenwinkel der von ihnen ausgegangenen

Strahlen (-büschel [1]) und bezeichnet man Lp mit d und $L'p'$ mit d', so gilt:

$$xL = d \,.\, tg\, u_x$$
$$x'L' = d' \,.\, tg\, u_x'.$$

Analog gilt für ein zweites Punktepaar y und y':

$$yL = d \,.\, tg\, u_y$$
$$y'L' = d' \,.\, tg\, u_y'.$$

Soll das Object winkelgetreu und ohne Verzerrung abgebildet werden, so muss die Vergrösserung $l'L'/Ll$ für alle Punkte x dieselbe sein, d. h. es muss gelten:

$$\frac{x'L'}{xL} = \frac{y'L'}{yL} = \text{etc.} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

also auch:

$$\frac{tg\, u_x'}{tg\, u_x} = \frac{tg\, u_y'}{tg\, u_y} = \text{etc.} = \frac{tg\, u_0'}{tg\, u_0} \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

wenn man mit u_0' bezw. u_0 die entsprechenden Werthe für die Axen- oder Nullstrahlen bezeichnet. Für diese gilt aber gemäss der Gauss'schen Abbildungslehre der Lagrange-Helmholtz'sche Satz:

$$\frac{tg\, u_0}{tg\, u_0'} = \frac{n'}{n} \cdot \beta_0,$$

wo β_0 die Lateralvergrösserung in den Punkten p und p' bedeutet. Wir erhalten demnach als Bedingung für die Orthoskopie die Gleichung:

$$\frac{tg\, u_x'}{tg\, u_x} = \frac{n'}{n} \cdot \frac{1}{\beta_0} = const. \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

für alle Punktepaare x und x' von Object und Bild.

Ist dieses „Tangentenverhältniss" erfüllt, so ist das System orthoskopisch und dasselbe bildet ein Gitter, d. h. ein System sich rechtwinkelig schneidender paralleler Linien (Fig. 328 *a*) wieder ab als ein Gitter von sich rechtwinkelig kreuzenden Linien. Wächst das Tangentenverhältniss nach dem Rande zu, so erscheint das Bild von Fig. 328 verzerrt, etwa in der von Fig. 328 *b* dargestellten Gestalt; nimmt das Verhältniss hingegen ab, so erhält das Bild etwa das Aussehen der Fig. 328 *c*. Man nennt die Schnittpunkte der abbildenden Strahlenbüschel mit der Axe p bezw. p' die orthoskopischen Punkte eines Systems. Da für sie die Tangentenbedingung erfüllt sein muss, können die orthoskopischen Punkte nicht auch zu gleicher Zeit aplanatische Punkte sein. Nur für Nullstrahlen ist dies möglich, da hier

$$\frac{tg\, u_x'}{tg\, u_x} = \frac{sin\, u_x'}{sin\, u_x} = const.$$

gesetzt werden darf.

[1]) Eigentlich müsste der mittlere Strahl des unendlich engen Büschels gesetzt werden.

Abbe's Kriterium für vorhandenen Aplanatismus. 197

Wir können jetzt zur Beschreibung des Kriteriums übergehen, welches Abbe benutzte, um nachzuweisen, dass alle Mikroskopobjective, auch die ältesten, welche ein Flächenelement deutlich abbilden, auch der Sinusbedingung genügen.

Dazu suchen wir die Verzerrung auf, welche ein optisches System von einem ausgedehnten Object Ll (Fig. 327, S. 509) bewirkt, wenn die abbildenden Strahlenkegel die Axe sämmtlich in dem aplanatischen

Fig. 328.

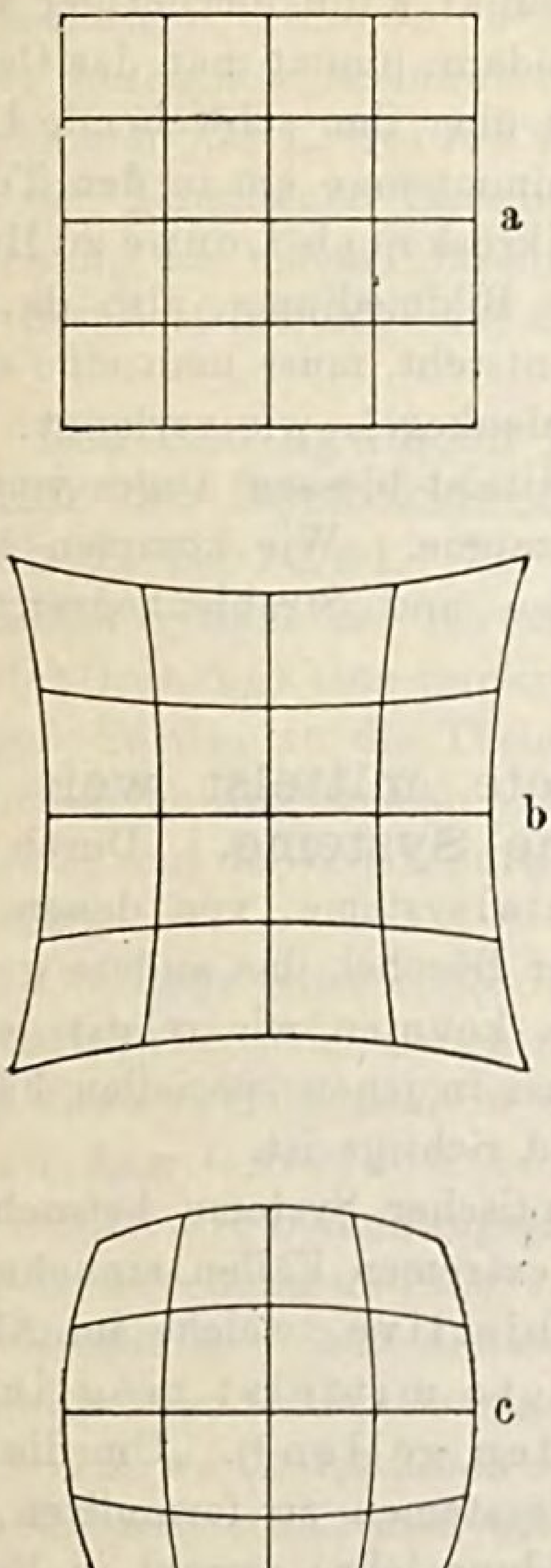
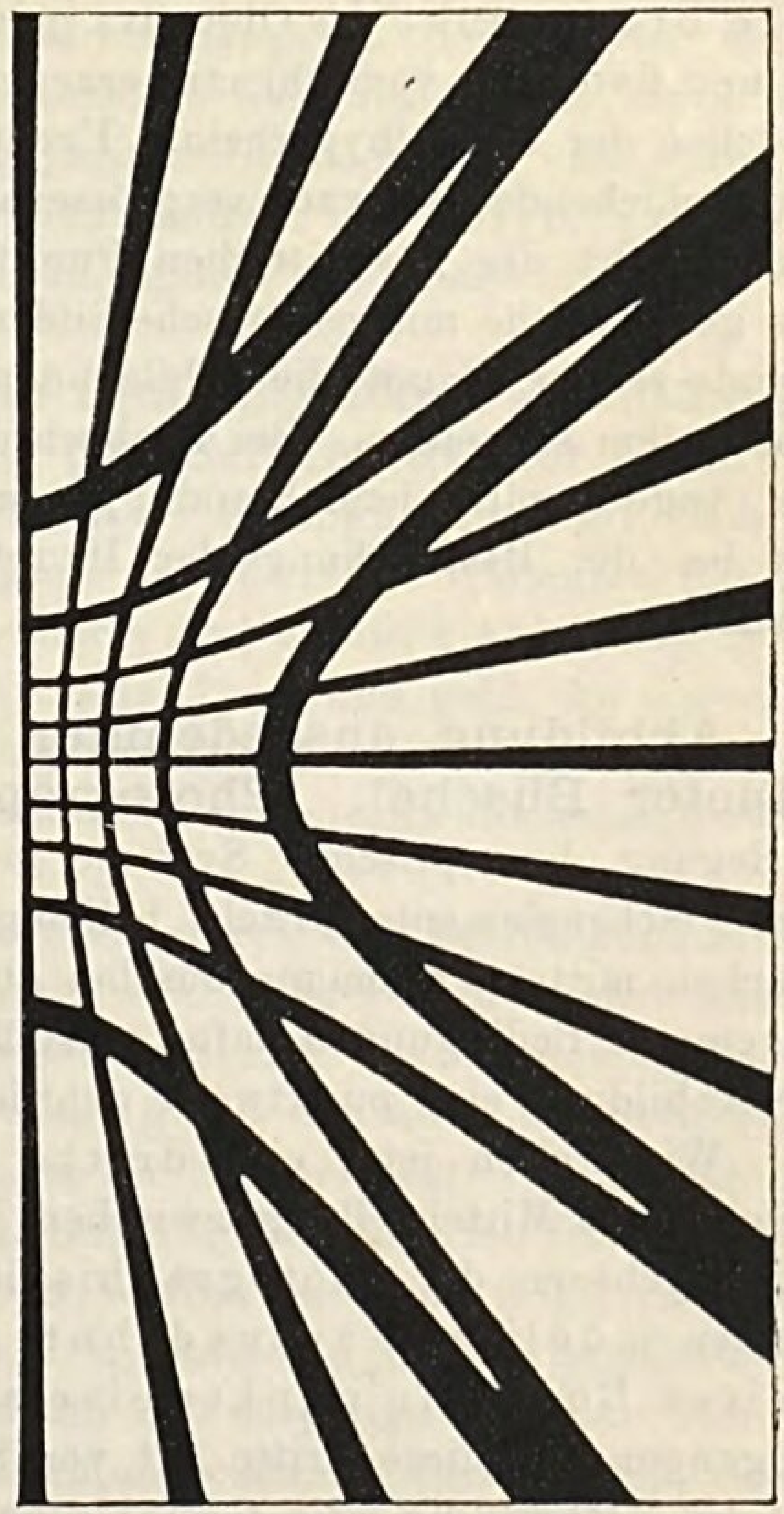


Fig. 329.



Punkte schneiden. Es sei jetzt also p und p' das aplanatische Punktepaar des Systems, für welche die Sinusbedingung erfüllt ist.

Unter gewissen Voraussetzungen lässt sich dann leicht berechnen, dass eine ganz bestimmte Doppelschaar von Hyperbeln (Fig. 329 [1]) mit gemeinsamem Mittelpunkte und gleicher Nebenaxe, aber verschieden

[1]) Entnommen aus E. Abbe, Ueber die Bedingungen des Aplanatismus der Linsensysteme. Carl's Repert. d. Phys. 1881, 16, 303, Taf. IX.

grossen Hauptaxen im Bilde als ein System rechtwinkelig sich schneidender und äquidistanter Geraden erscheint. Dabei ist zu beachten, dass die von Abbe gegebene Figur symmetrisch zur optischen Axe gerichtet sei und einen Abstand von dem aplanatischen Punkte im Objectraume habe, der gleich ist der gemeinsamen Nebenaxe der Hyperbelschaaren.

Man verfährt bei der Beobachtung dieser charakteristischen Abbildung folgendermaassen. Man legt die Fig. 329, a. v. S., auf den Mikroskoptisch, orientirt sie zur Axe des Objectivs von grosser Apertur und etwa einer Brennweite von mehreren Millimetern, und stellt den richtigen Abstand her. Als aplanatischer Punkt kann hierbei der vordere Brennpunkt des Objectivs gelten. Sodann nimmt man das Ocular ab und fixirt das vom Objectiv erzeugte und über ihm schwebende Luftbildchen der Doppelhyperbeln. Eventuell nimmt man ein in den Tubus einzuschiebendes, schwach vergrösserndes Mikroskop als Loupe zu Hülfe. An den Ort des aplanatischen Punktes des Bildmediums, also da, wo das gewöhnliche mikroskopische Bild sonst entsteht, muss man eine enge Blende setzen, damit die abbildenden Strahlenkegel, wie verlangt, sich alle in ihm schneiden. Bei Beobachtung mittelst blossen Auges vertritt die Augenpupille jene Blende p' im Bildraume. Wir kommen hierauf bei der Besprechung der Hauptstrahlen und Strahlenbegrenzung zurück.

198 **Abbildung ausgedehnter Objecte mittelst weit geöffneter Büschel. Photographische Systeme.** Durch die Zerlegung der optischen Systeme in Specialsysteme, von denen das eine Flächenelemente mittelst beliebig weiter Büschel, das andere grosse Flächen mittelst Elementarbüschel abbildet, konnten wir relativ leicht allgemeine Bedingungen dafür aufstellen, dass in jenen speciellen Fällen die Abbildung eine punktweise deutliche und richtige ist.

Wir wollen jetzt eine dritte Art optischer Systeme betrachten, welche eine Mittelstellung zwischen jenen extremen Fällen einnehmen; dahin gehören die photographischen Objective, welche im Allgemeinen möglichst ausgedehnte Objecte mittelst möglichst weiten Büscheln punktweise abbilden sollen [1]). Um die Bedingungen für diese dritte Art von Specialsystemen zu formuliren, ist es also nothwendig, die Gauss'sche Abbildungslehre sowohl in Bezug auf das Gesichtsfeld, als auch in Bezug auf die Oeffnung des Systems zu erweitern. Eine weitere interessante Frage ist dann die, ob und in wie weit es überhaupt möglich ist, eine beliebig ausgedehnte zur Axe senkrechte Ebene wiederum als Ebene senkrecht

[1]) Es sei gleich hier erwähnt, dass bei diesem Systemtypus die Strahlenvereinigung keine allzu strenge, mathematisch genaue zu sein braucht, da man das entworfene Bild meist nur geringen Vergrösserungen unterzieht. „Punktweise" Abbildung ist eben ein relativer Begriff, der bei jedem System einer besonderen Definition bedarf.

zur Axe scharf und ähnlich mittelst beliebig weit geöffneter Büschel abzubilden.

Der Erste, welcher die Gauss'sche Theorie nach beiden Richtungen erweiterte, war der um die rechnerische Optik hochverdiente Münchener Astronom L. Seidel; seine diesbezüglichen Arbeiten [1]) datiren aus dem Jahre 1855. Die Seidel'sche Abbildungstheorie umfasst alle diejenigen Strahlen, welche mit der Systemaxe einen so grossen Winkel einschliessen, dass in den nach aufsteigenden Potenzen des Winkels entwickelten Reihen für den Sinus und Cosinus auch noch die dritten Potenzen zu berücksichtigen, während die fünften und höheren Potenzen als das Resultat nicht wesentlich beeinflussend zu vernachlässigen sind. Unter diesen Annahmen hat L. Seidel seine Theorie so weit ausgebildet, dass man aus der gefundenen Beziehung conjugirter Strahlen vor und nach der Brechung an einem Linsensystem den Einfluss der Oeffnung sowohl wie des Gesichtsfeldes auf die Vollkommenheit des Bildes erkennt.

Die Bedingungen für die fünf möglichen Abbildungsfehler bei Berücksichtigung der Glieder dritter Ordnung nach L. Seidel. 199 Zur Herleitung der Bedingungen dafür, dass ein optisches System bei Berücksichtigung der dritten Potenzen (Glieder dritter Ordnung) eine punktweise scharfe und ähnliche Abbildung liefert, knüpft Seidel an die Theorie von Gauss [2]) an und geht von denselben Gleichungen aus, welche ganz streng aus den Elementen des einfallenden Strahles und der brechenden Fläche die Elemente des gebrochenen Strahles ergeben.

Die Lage einer Linie im Raume ist durch vier Bestimmungsstücke bestimmt; bei jeder neuen Ablenkung, welche der Strahl erfährt, ändern sich diese vier Grössen in der Weise, dass sich die neuen vier Werthe nach den Gesetzen der Brechung aus den alten ableiten lassen. Man erhält also Bedingungsgleichungen für die vier Constanten des Strahles vor der Brechung und den vier Constanten des conjugirten Strahles nach der Brechung. Statt der strengen Werthe einer jeden der vier einen Strahl bestimmenden Constanten, z. B. b, setze man jetzt die angenäherten $b_0 + \Delta b$, wo b_0 das Glied erster und Δb dasjenige dritter Ordnung sei; dadurch erhält man die gewünschten Beziehungsgleichungen, welche bis auf Fehler fünfter Ordnung richtig sind. Jede der neuen Gleichungen zerfällt sofort in zwei neue, da die Glieder erster Ordnung für sich links und rechts gleich sein müssen, ebenso die Glieder dritter Ordnung. Von diesen beiden Gleichungssystemen ist das erste (enthaltend nur die b_0, also die Glieder erster Ordnung) das von Gauss discutirte,

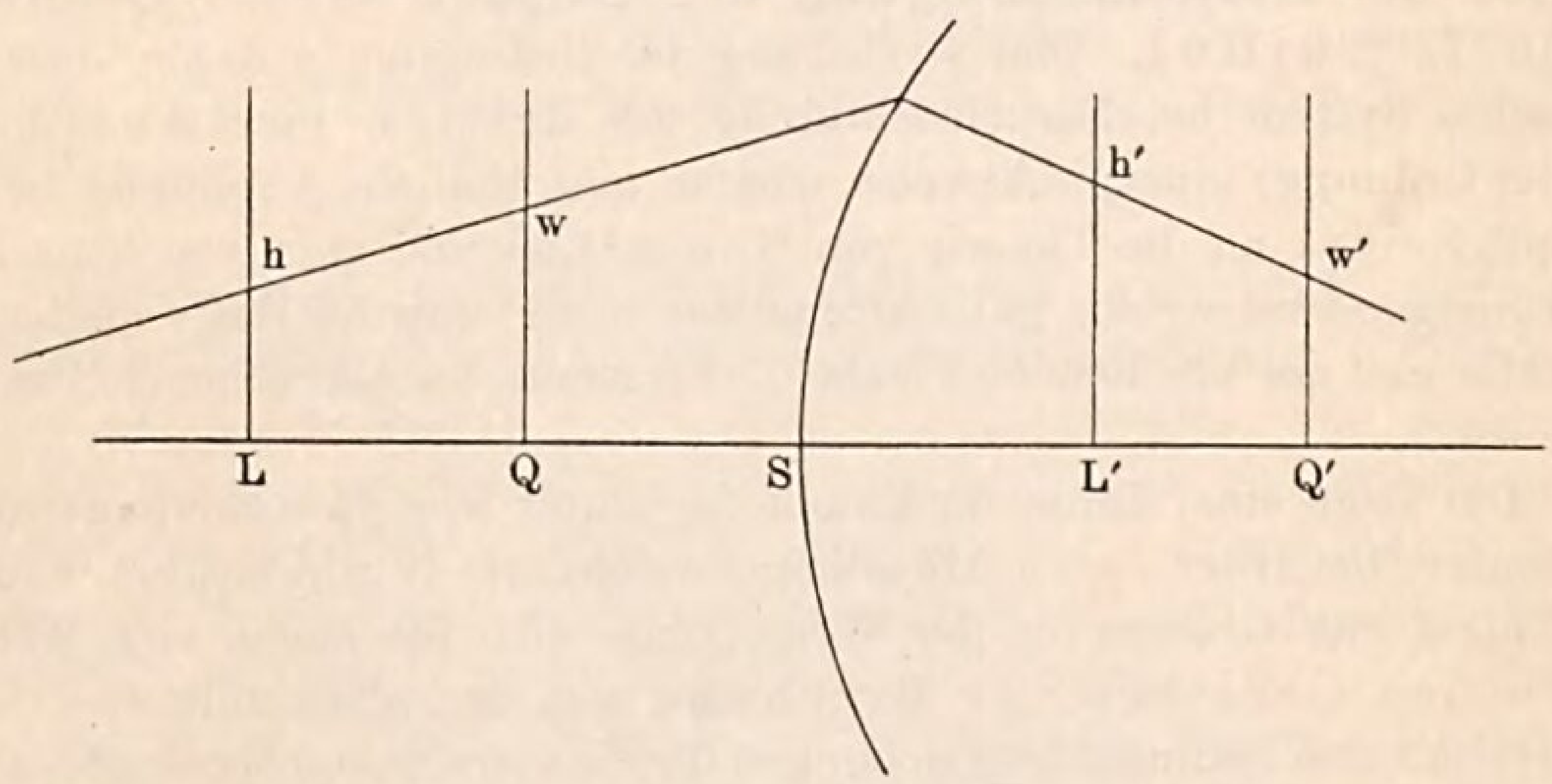
[1]) L. Seidel: Zur Dioptrik, Entwickelung aller Glieder dritter Ordnung, welche den Weg eines ausserhalb der Ebene einer Axe gelegenen Lichtstrahles durch ein System brechender Flächen bestimmen. Astr. Nachr., Nr. 1027 bis 1029 im Jahre 1856.

[2]) Gauss: „Dioptrische Untersuchungen".

welches die unter dem Namen der geometrischen Optik bekannte Abbildung, vermittelt durch Nullstrahlen, umfasst, das zweite System ist das neue durch die Berücksichtigung der Glieder dritter Ordnung dazukommende Seidel'sche System. Es enthält die Correctionsglieder; können dieselben als Null betrachtet werden, so bleiben allein die Gauss'schen Näherungswerthe (b_0) wirksam. Da nun die gesetzmässige Aenderung dieser Constanten in Folge der Gauss'schen Theorie als bekannt anzusehen sind, so bleiben die vier Correctionsglieder (Δb) allein der Gegenstand der neuen Untersuchung. Im Allgemeinen wird der Werth jeder solchen Grösse von den vier Werthen der ähnlichen Grössen abhängig sein, welche sich auf die unmittelbar vorausgehende Lage des Strahles beziehen. Indem man aber mit Seidel die vier Bestimmungsstücke eines Strahles geeignet auswählt, vereinfacht sich die scheinbar vorhandene Complication ganz erheblich.

Man denke sich die Lage des Strahles hw (Fig. 330) vor einer Brechung bestimmt durch zwei Paare von Coordinaten, in denen er die

Fig. 330.



zur Axe senkrechten Ebenen L und Q schneidet. Nach der Brechung werde die Lage des Strahles ($h'w'$) auf zwei andere Ebenen L' und Q', senkrecht zur Axe, bezogen, welche so gewählt seien, dass gemäss der Gauss'schen Abbildung L' das Bild von L und Q' dasjenige von Q ist. Es sind also L und L' bezw. Q und Q' conjugirte Punkte in Bezug auf die brechende Fläche S, wenn die Abbildung vermittelt wird durch Nullstrahlen. Dann ist klar, dass die Näherungswerthe der Coordinaten von h' nur von den Coordinaten des Punktes h abhängen, nicht aber von den Coordinaten des Punktes w. Denn nach den Gauss'schen Näherungsformeln werden alle homocentrischen Strahlen der Ebene L homocentrisch nach L' gebrochen, welches auch die Richtung der einzelnen Strahlen eines Büschels sind, d. h. aber welches auch die Coordinaten sind, in denen die Strahlen die Ebene Q treffen.

Geht man jetzt noch einen Schritt weiter und sagt: Wenn die Coordinaten rechtwinklig auf einander stehen, von Brechung zu Brechung einander parallel bleiben und von der Axe aus gerechnet werden, so wird aus der Aehnlichkeit zwischen Object und Bild und aus ihrer ähnlichen Lage zu folgern sein, dass man den Näherungswerth jeder der Coordinaten von h' angeben kann, sobald man denjenigen der analogen Coordinate von h kennt, unabhängig von der zweiten Coordinate. Resultat: Es ist der Gauss'sche Näherungswerth eines jeden der vier Bestimmungsstücke des gebrochenen Strahles nur noch abhängig von einer einzigen der vier vor der Brechung gültigen Grössen.

Geht man jetzt auf das Correctionsglied Δb über, welches am Näherungswerth von Gauss b_0 angebracht werden muss, sobald man die Grössen dritter Ordnung berücksichtigt, so gilt von diesem allerdings nicht mehr dasselbe, wie vom Näherungswerthe. Dagegen genügt eine rohe Kenntniss derjenigen drei Glieder, welche man beim Näherungswerth überhaupt nicht braucht, und eine genaue Kenntniss nur des vierten Bestimmungsstückes, um die Correctionsgrösse dieses nach der Brechung sehr genau zu kennen.

Denkt man sich nun die erste Hauptebene L als mit dem Object zusammenfallend, die zweite Q mit der Fassung der Linse bezw. dem Ort der wirksamen Blende, so sind die in der Seidel'schen Formel für ein Correctionsglied vorkommenden Näherungswerthe abhängig einerseits von der Entfernung, in welcher der Objectpunkt von der Axe liegt, d. h. vom Gesichtsfeld, und abhängig andererseits von der Entfernung, in welcher der einfallende Strahl die Blendenebene trifft, d. h. von der Oeffnung des Systems.

Soweit die Berücksichtigung bis zum Gliede dritter Ordnung die Vorgänge wiedergiebt, sind also die Seidel'schen Formeln geeignet, ein beliebig gegebenes centrirtes, optisches System auf seine Wirkung bei verschiedener Beanspruchung desselben in Bezug auf die Grösse des Gesichtsfeldes und der Oeffnung zu studiren.

Wir können natürlich hier jene Formeln nicht wiedergeben. Wohl aber wollen wir die Consequenzen daraus ziehen. In den Formeln für die Correctionsglieder, bezogen auf die zur Objectebene L gemäss der Gauss'schen Theorie conjugirte Bildebene im letzten Medium, kommen nur fünf nicht identische Summen vor, welche mit den von den Coordinaten des einfallenden Strahles abhängigen Gliedern multiplicirt sind. Um in der Bildebene die Fehler dritter Ordnung vollständig, d. h. für alle Combinationen der Coordinaten des einfallenden Strahles zum Verschwinden zu bringen, hat man also nur fünf Gleichungen zu erfüllen. Seien diese Summen S_1, S_2, S_3, S_4 und S_5, so wird das Abbild einer Ebene senkrecht zur Axe nur dann ein präcises, d.h. ein scharfes, ebenes und getreues, wenn

alle Summen S_1 bis S_5 verschwinden. Freilich können dann noch Fehler vorhanden sein, die durch die Glieder fünfter und höherer Ordnung erzeugt werden, welche keine Berücksichtigung gefunden haben und bei den neueren photographischen Objectiven sicher zur Abbildung beitragen.

$S_1 = 0$ bedeutet nun, dass die sphärische Aberration in der Axe aufgehoben ist. Ist gleichzeitig $S_1 = 0$ und $S_2 = 0$, dann ist reiner Astigmatismus vorhanden, d. h. alle von einem Objectpunkt ausgegangenen Strahlen schneiden eine gewisse Bildebene im letzten Medium in einer unendlich kleinen Geraden von gewisser Richtung, eine zweite Bildebene in einer zur ersten Geraden senkrechten unendlich kleinen Geraden [1]). Für die verschieden weit von der Axe entfernten Objectpunkte sind die beiden Bildebenen verschieden gelegen, so zwar, dass ihre Entfernung von einander um so kleiner ist, je näher der Objectpunkt der Axe liegt. Damit nun diese Bildebenen zusammenfallen, und damit die beiden Brennlinien zu einem Punkt zusammenschrumpfen, muss noch $S_3 = 0$ sein.

Jetzt erst entsteht von einem leuchtenden Punkt wieder ein Punkt. Die verschiedenen Bildpunkte liegen dabei aber immer noch nicht auf einer Ebene, sondern auf einer Rotationsfläche. Dieselbe geht über in eine Ebene für den Fall, dass noch $S_4 = 0$ wird, und zwar in die nach der Gauss'schen Theorie gefundene Bildebene, conjugirt zur Objectebene L. Der einzige Fehler dritter Ordnung, welchen das Abbild noch enthalten kann, ist eine Verzerrung der Aussentheile des Bildes, zu deren Beseitigung noch $S_5 = 0$ gemacht werden muss.

200 **Gestalt der Brennfläche für einen ausseraxialen Punkt. Gestaltänderung bezw. Entartung der Brennfläche bei Beseitigung gewisser Bildfehler nach S. Finsterwalder.** Schon L. Seidel hatte, ohne die Ableitung zu veröffentlichen, aus seinen Abbildungsformeln die Gleichung der Brennfläche abgeleitet, welche die von einem ausseraxialen Punkt kommenden Strahlen nach dem Durchgange durch ein centrirtes optisches System im letzten Medium bilden. Da bei der Herleitung der Seidel'schen Formeln nur Glieder bis zur dritten Ordnung incl. berücksichtigt werden, so umfasst natürlich auch die Brennfläche nur Strahlen, welche bei dieser Näherung noch wirksam sind. Die Gestalt der Brennfläche ist später von L. Schleiermacher [2]) discutirt und durch ein Modell veranschaulicht worden. Dieselbe besteht aus den beiden Schalen bezw. Mänteln (Fig. 331 und Fig. 332), welche, in einander gesteckt, die in Fig. 333 (S. 518) dargestellte Brennfläche ergeben.

[1]) Vergl. §. 183 des vorigen Capitels.

[2]) Mathematische Modelle, angefertigt im Mathemat. Institut d. königl. Polytechnicums zu München. II. Abthl. Unter Leitung von Prof. Dr. Brill.

S. Finsterwalder[1]) geht nun einen Schritt weiter und stellt sich die Aufgabe, mit Hülfe der Seidel'schen Formeln bezw. der von ihm

Fig. 331.

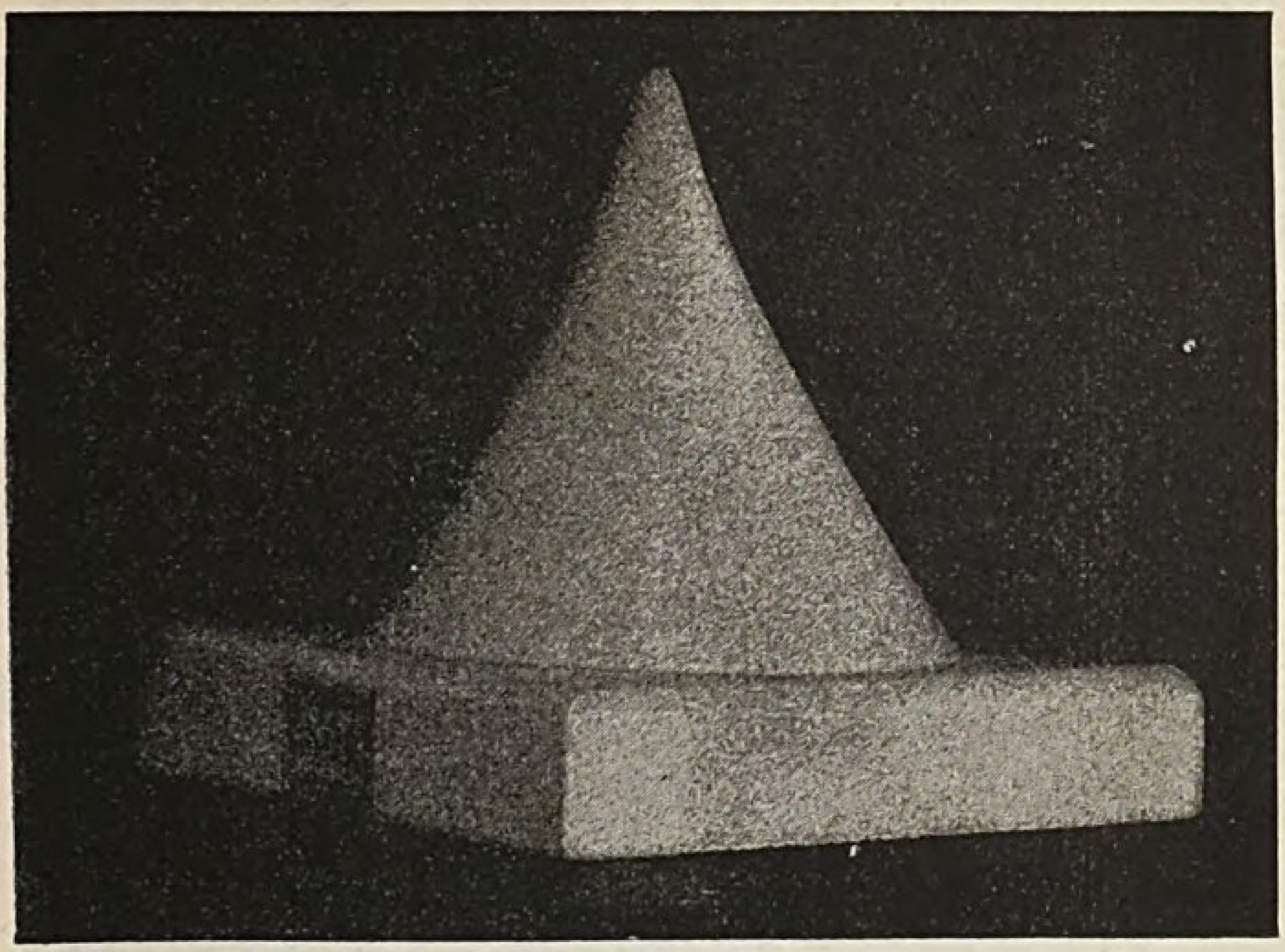
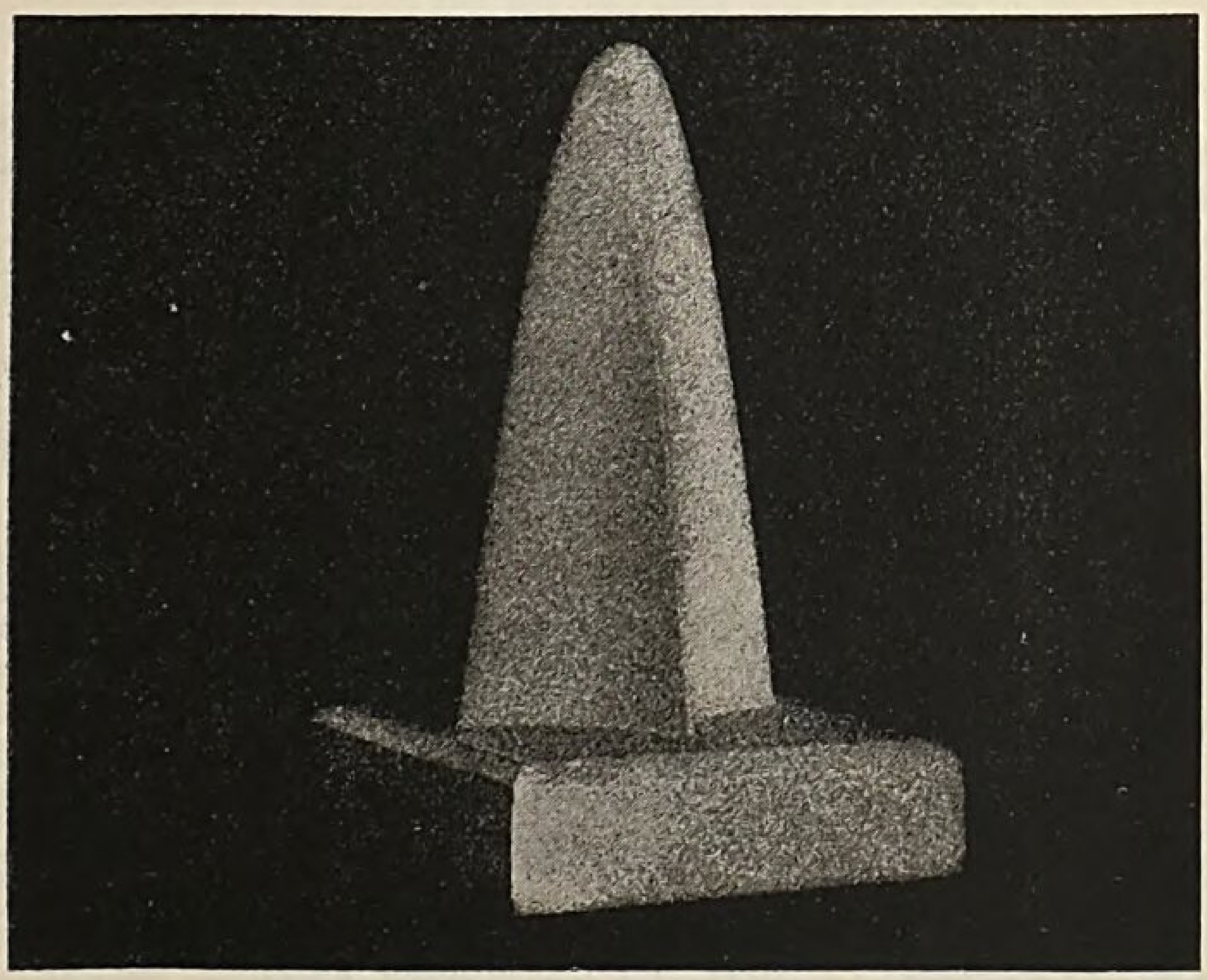


Fig. 332.



[1]) S. Finsterwalder, „Die von optischen Systemen grösserer Oeffnung und grösseren Gesichtsfeldes erzeugten Bilder". Auf Grund der Seidel'schen Formeln untersucht. Abhandl. d. königl. Bayer. Akad. d. Wissensch. II. Cl., XVII. Bd., III. Abthl., S. 519 bis 587. München, Verlag d. königl. Akademie, 1891.

Fig. 333.

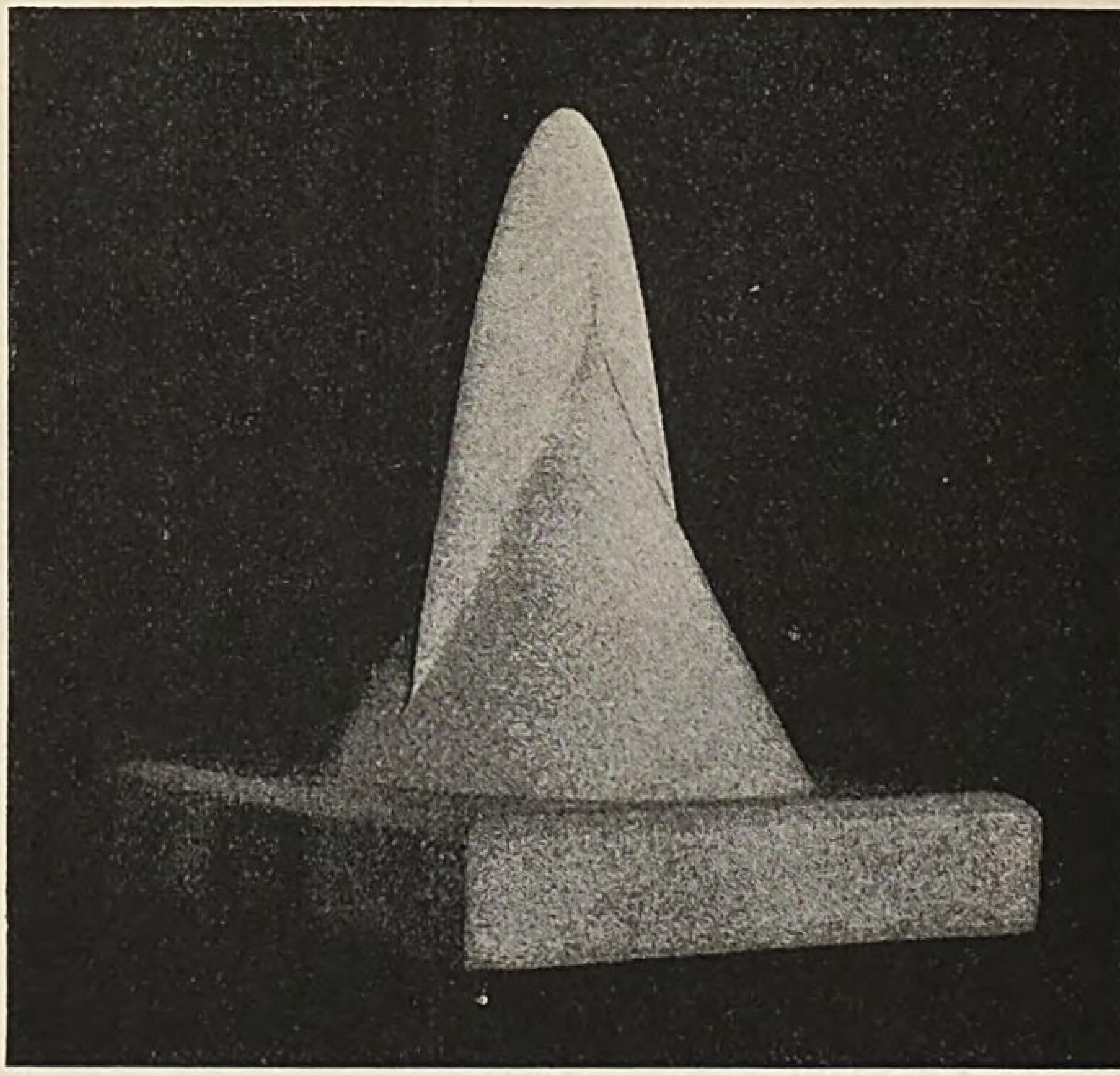
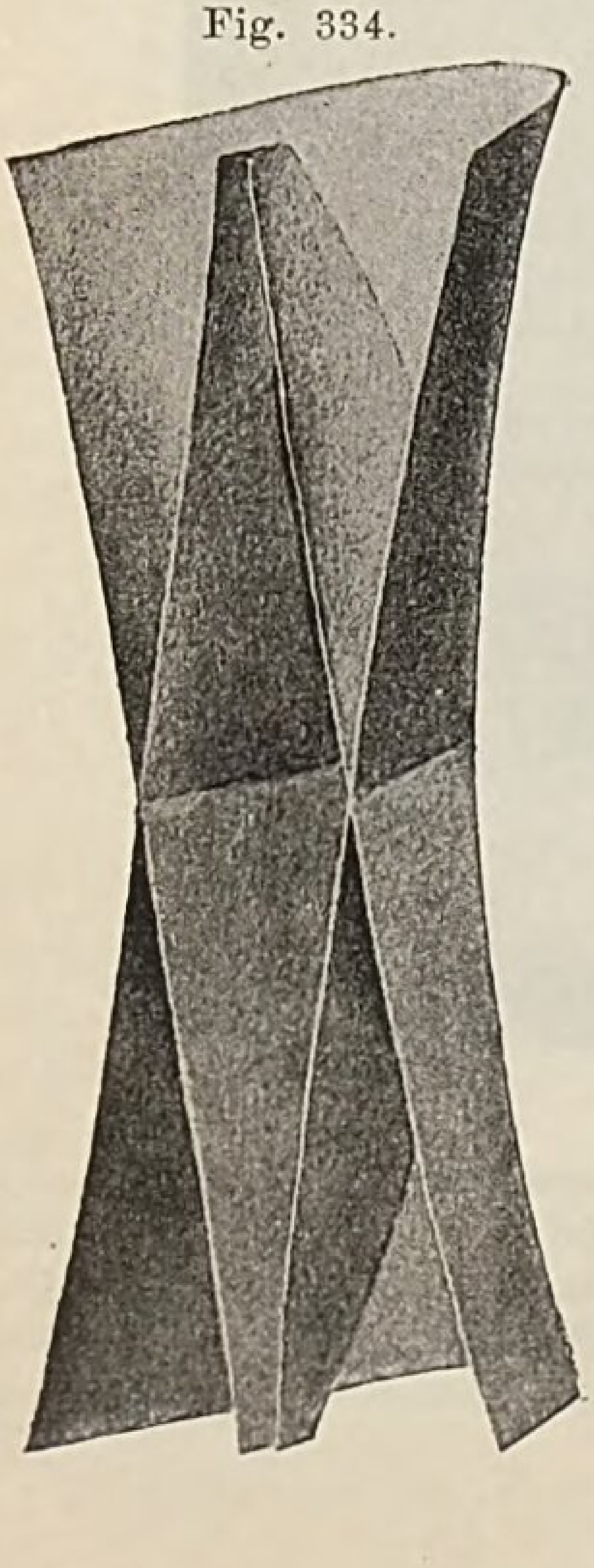


Fig. 334.



daraus abgeleiteten Gleichung der Brennfläche eine möglichst umfassende Darstellung der Abhängigkeit der durch centrirte Systeme entworfenen reellen Bilder (was Schärfe und Lichtvertheilung anlangt) von dem Gesichtsfelde, der Oeffnung bezw. Abblendung und von der Lage der Schirmebene, d. h. derjenigen Ebene, auf welcher man das Bild auffängt, zu geben.

Es mögen einige Resultate von Finsterwalder angeführt werden, welche neue Aufschlüsse über die Abbildungsvorgänge verbreiten.

Wie wir wissen, nimmt im Allgemeinen die Brennfläche nur dann die Gestalt einer Rotationsfläche an, wenn der Objectpunkt auf der Systemaxe gelegen ist. Finsterwalder zeigt, dass dies für jeden irgendwie gelegenen Objectpunkt der Fall ist, falls das System der Bedingung:

$$S_1 \,.\, S_3 - S_2^2 = 0$$

Genüge leistet. Dabei erhält man die Gestalt

der Brennflächen aus der Rotation einer Neil'schen oder semicubischen Parabel (vergl. §. 187); ausserdem sind alle Brennflächen einander congruent.

Eine weitere Vereinfachung ergiebt sich, falls ausser obiger Bedingung zwischen den Bildfehlern auch noch die Relation:

$$S_1 \,.\, S_4 - S_2^2 = 0$$

besteht. Dann liegen die Spitzen sämmtlicher Brennflächen auf einer Kugel.

Diese Resultate werden ungültig, wenn das System so beschaffen sein sollte, dass der Fehler S_1 gleichzeitig verschwindet, wenn die oben aufgestellte Bedingung $S_1 \,.\, S_3 - S_2^2 = 0$ erfüllt ist, d. h. wenn das System sphärisch corrigirt ist. Nur für Axenpunkte sind die Resultate gültig, auch wenn $S_1 = 0$ ist. Jedoch tritt dann gleichzeitig Folgendes ein. Der Parameter der Neil'schen Parabel wird unendlich gross, und es existirt überhaupt keine Brennfläche mehr, vielmehr schneiden sich alle vom Axenpunkte kommenden Strahlen wieder in einem Punkte. Da nur Glieder bis zur dritten Ordnung berücksichtigt sind, so ist die Strahlenvereinigung natürlich auch eine nur bis auf Abweichungen fünfter Ordnung punktweise. Also auch hier, aus der Entartung der Brennfläche hergeleitet, erhält man dasselbe Resultat wie bei Seidel: „Wenn $S_1 = 0$ wird, so ist der Kugelgestaltfehler des dioptrischen Systems in der Axe gehoben“.

Bei Aufhebung dieses Fehlers nimmt nun die Brennfläche auch für einen ausseraxialen Punkt eine besonders einfache Gestalt an. Die den verschiedenen Objectpunkten zukommenden Brennflächen werden nämlich von einer bestimmten Kugelfläche gleichzeitig in je zwei unendlich kleinen Stücken von Geraden geschnitten, die unter einem Winkel von 60° zusammenstossen. Es schneiden sich also die beiden Mäntel bezw. Schalen der Brennfläche in einem Geradenpaare, zu dessen Ebene die Brennfläche symmetrisch liegt. Die Gestalt der Brennfläche für diesen Fall ($S_1 = 0$) ist aus Fig. 334 zu ersehen, welche gleichzeitig einen Längsschnitt durch die Axe des austretenden Strahlenbüschels darstellt.

Verschwindet ausser S_1 auch noch S_2, so degenerirt die Brennfläche für alle Objectpunkte in zwei gerade Brennlinien. Es ist reiner Astigmatismus vorhanden.

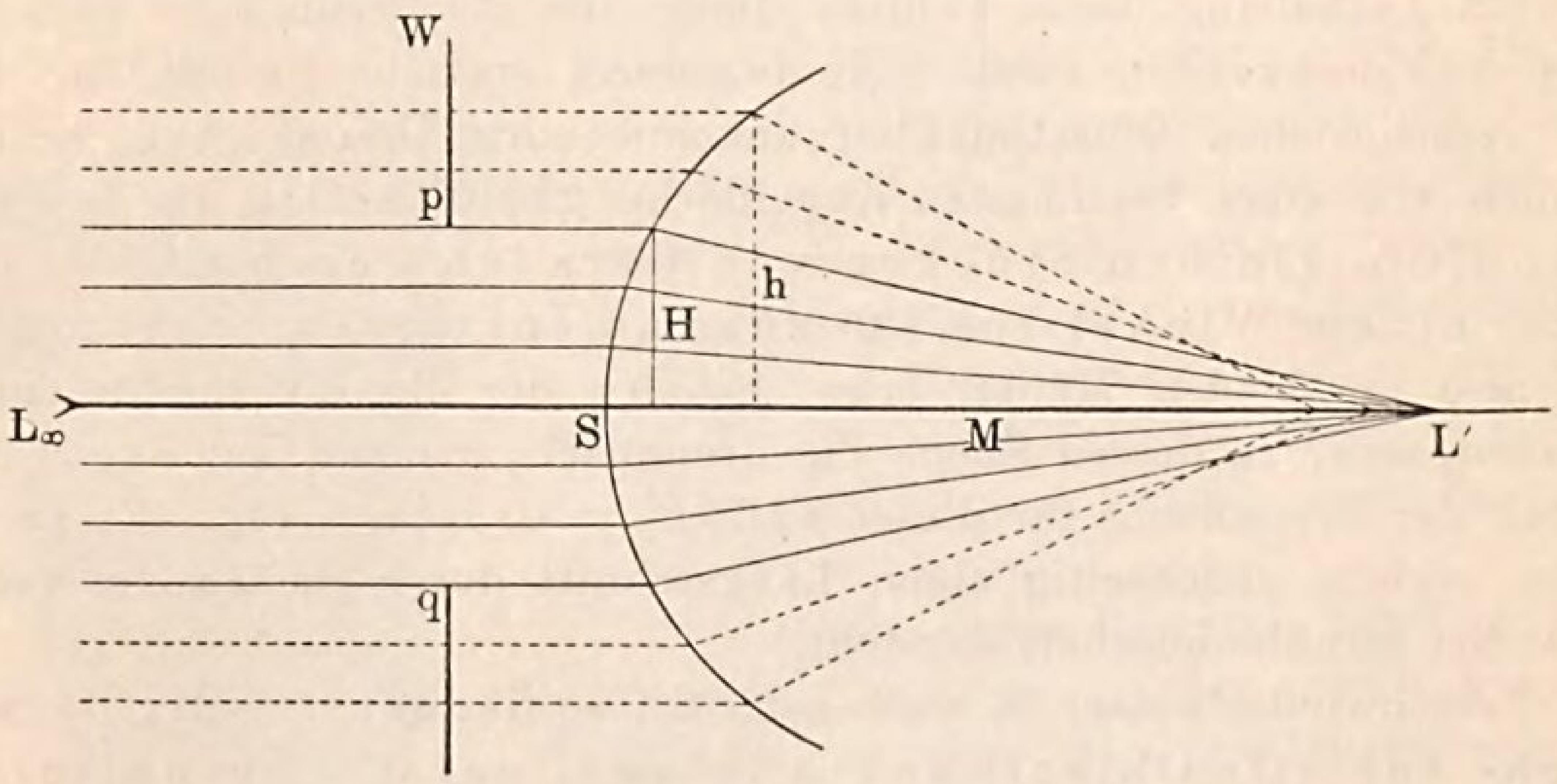
Die Entfernungen der Brennlinien von der Gauss'schen Bildebene sind dem Quadrate des Gesichtsfeldes proportional. Die Brennlinien aller leuchtenden Objectpunkte liegen auf zwei Kugelflächen, welche zusammenfallen in eine Kugelfläche, sobald ausser $S_1 = 0$ und $S_2 = 0$ auch noch $S_3 = 0$ wird. Diese Kugelfläche wird zur Ebene, sobald ausserdem auch $S_4 = 0$ wird, und die etwa noch vorhandene Verzerrung wird gehoben, wenn schliesslich auch noch $S_5 = 0$ gemacht wird, in Uebereinstimmung mit den von Seidel direct abgeleiteten Resultaten.

201 **Fraunhofer'sche Bedingung. Coma.** Auf eine Vermuthung Seidel's in Bezug auf die Correction des berühmten Heliometerobjectivs von Fraunhofer wollen wir noch etwas näher eingehen. Berechnet man aus den für das Objectiv angegebenen Constanten (Radien der Flächen, Abstände der letzteren von einander und Brechungsquotienten) die Summen S_1 bis S_5, so findet man, dass $S_1 = 0$ ist, und ebenso S_2 wie auch S_5 nahe gleich Null sind [1]). Dass S_5 sehr klein ist, hat keine Bedeutung, da die Verzerrung bei so dünnen Linsen und so kleinem Gesichtsfelde, wie es bei jenem Objectiv der Fall ist, von selbst gering ist. Dagegen ist mit Sicherheit zu behaupten, dass Fraunhofer, um seinem Objectiv ein gewisses Gesichtsfeld (etwa 2^0) zu geben, jedenfalls angestrebt hat, dasselbe auch für Punkte ausser der Axe zu corrigiren [2]). Die Bedingung $S_2 = 0$, welche identisch ist mit der Sinusbedingung für kleine Oeffnung des Systems, bezeichnet Seidel daher als Fraunhofer'sche Bedingung.

Sie ist gleichbedeutend damit, dass, wenn die sphärische Abweichung axenparalleler Strahlen gehoben ist ($S_1 = 0$), dieselbe auch für schiefe Büschel von demselben Querschnitt wie die Axenbüschel beseitigt ist.

Um uns auf geometrischem Wege eine Vorstellung von dem Fraunhofer'schen Bildfehler zu machen, gehen wir von der Annahme aus, dass die brechende Kugelfläche S (Fig. 335) das von dem unendlich ent-

Fig. 335.



fernten Axenpunkte L_∞ kommende Strahlenbüschel bis zu den Gliedern dritter Ordnung incl. vereinigt; dann ist $S_1 = 0$. Es möge diese Beschränkung der punktweisen Vereinigung durch die Grösse des Büschel-

[1]) Vergl. S. Finsterwalder, a. a. O., S. 585, wo die Werthe der Constanten des Heliometerobjectivs und der einzelnen Summen S_1 bis S_5 angegeben sind.

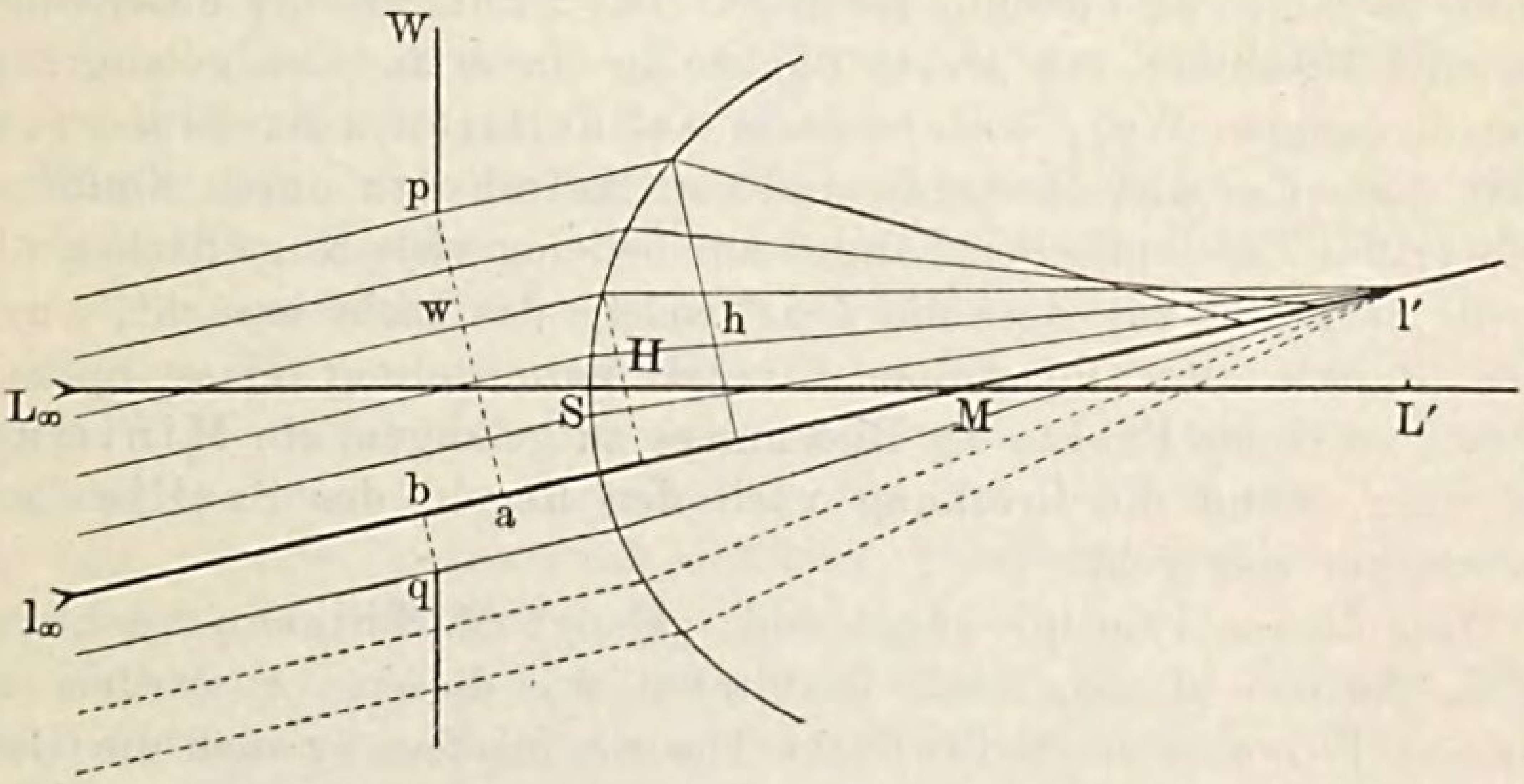
[2]) E. Abbe, Ueber die Bedingungen des Aplanatismus der Linsensysteme. Carl's Repertorium der Experimentalphysik, 1880. Bd. XVI, S. 309. C. Moser, „Ueber Fernrohrobjective", Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1887. Bd. VII, S. 312 u. 313.

querschnittes (pq) praktisch herbeigeführt werden. Eine Blende W mit dem Ausschnitte pq lässt demnach nur Strahlen von so kleiner Einfallshöhe H hindurch, dass sie sämmtlich streng nach einem einzigen Punkte L' gebrochen werden; die axenparallelen Strahlen von grösserer Einfallshöhe, in der Figur punktirt gezeichnet, würden sich dagegen nicht im Punkte L' vereinigen, da laut Annahme das System S für eine Oeffnung $h > H$ sphärisch nicht corrigirt ist. Die punktirten Strahlen würden demnach in ihrer Gesammtheit eine caustische Curve bilden, deren Spitze in L' liegt und welche symmetrisch zur Axe SML' angeordnet ist.

Wir wollen nun wissen, welches die Strahlenvereinigung eines schief zur Axe einfallenden und von der gleichen Blende begrenzten Strahlenbüschels ist. Der Hauptstrahl dieses Büschels ist der durch den Mittelpunkt M der brechenden Kugelfläche gehende Strahl $L_\infty M$ (Fig. 336).

Man erkennt mittelst der Fig. 336, dass der Hauptstrahl $l_\infty M$ das schiefe Büschel in zwei ungleiche Theile von verschieden grossem Querschnitt trennt. Der obere Theil ap enthält Strahlen mit einer Einfalls-

Fig. 336.



höhe $h > H$; der untere Theil qb dagegen nur Strahlen, deren Einfallshöhen kleiner als H sind. Bei der gemachten Annahme schneiden sich letztere alle in einem Punkte des Hauptstrahles $l_\infty M$, und zwar da, wo sich die dem Hauptstrahle unmittelbar benachbarten Strahlen vereinigen; dieser Punkt sei l'. Dorthin gelangen laut Voraussetzung aber auch alle diejenigen Strahlen des oberen Theiles pa, deren Einfallshöhen kleiner oder gleich H sind. Die übrigen Strahlen, welche also innerhalb des Querschnittes $pw = pa - H = pa - \frac{pq}{2}$ verlaufen, werden jedoch nicht nach l' gebrochen. Sie spielen in Fig. 336 dieselbe Rolle wie die punktirten in Fig. 335; je zwei unendlich benachbarte Strahlen des Büschels mit dem Querschnitt pw schneiden sich also successive in einem Punkte und die Gesammtheit aller bildet eine caustische Curve. Da aber die

analogen Strahlen auf der anderen Seite des Hauptstrahles fehlen, so ist die hier auftretende caustische Curve unsymmetrisch zum Hauptstrahl. Es entsteht also eine einseitige Lichtvertheilung, und zwar bildet sich, wie die Fig. 336 lehrt, ein Curvenstück, welches oberhalb des Hauptstrahles liegt und bei l' endigt. Man bezeichnet diese Art der Lichtvertheilung bezw. das entstehende Brenncurvenstück mit dem Namen „Coma". In erster Annäherung ist das Coma identisch mit einer unendlich kleinen geraden Linie. Die Bedingung dafür, dass diese Linie zu einem Punkte zusammenschrumpfe, ist identisch mit der Sinusbedingung für geringe Oeffnung der abbildenden Büschel.

Dieser Fehler der einseitigen Lichtvertheilung verschwindet, sobald ausser $S_1 = 0$ auch noch $S_2 = 0$ wird. Es tritt dann reiner Astigmatismus auf, der sich aber nur bei grösserem Gesichtsfelde bemerkbar macht.

202 **Die aus dem Fermat'schen Princip hergeleitete Abbildungstheorie von M. Thiesen. Sätze von R. Clausius.** Wir haben im §. 160 die Gesetze für die Reflexion und Brechung des Lichtes in folgender Fassung vereinigt: Das Licht, welches durch Spiegelung oder Brechung von einem Punkte zu einem anderen gelangt, geht dabei denjenigen Weg, welcher am schnellsten zum Ziele führt. Dieser nach Fermat benannte und von Helmholtz durch Einführung des Begriffes der „optischen Länge" auf beliebig viele Kugelflächen übertragene Satz sagt aus, dass die Zeit, welche das Licht braucht, um von einem Punkte des Objectraumes unter Vermittelung eines optischen Systems zu einem Punkte des Bildraumes zu gelangen, ein Minimum[1]) sein muss, wenn die Brechung nach den Regeln des Snellius'schen Gesetzes vor sich geht.

Von diesem Principe ausgehend, gelangt M. Thiesen unabhängig von L. Seidel zu ähnlichen Resultaten wie dieser. Ausserdem aber erweitert Thiesen die Seidel'sche Theorie, insofern er auch die Glieder fünfter Ordnung berücksichtigt; auch stellt er die Bedingungen dafür auf, dass ein optisches System brechender Medien (Diopter genannt) ganz allgemein ohne jede Vernachlässigung der höheren Potenzen eine ausgedehnte Fläche fehlerfrei abbildet.

Gemäss dem Fermat'schen Princip ist ein Diopter oder eine Reihe von durchsichtigen Medien in seiner Wirkungsweise als Ganzes vollständig durch die Zeit bestimmt, welche das Licht braucht, um von einem Punkte der einen Grenzfläche des Diopters zu einem Punkte der anderen Grenzfläche zu gelangen. Diese als Charakteristik des Diopters eingeführte Grösse ist im Allgemeinen eine Function von nur vier Variabeln, welche die Lage der Punkte in den beiden Grenzflächen be-

[1]) Genauer formulirt heisst das Fermat'sche Princip: Es soll die Variation der Zeit gleich Null sein, welche das Licht braucht u. s. w.

stimmen. Es lässt sich nun zeigen, dass, wenn ein Strahl gegeben ist, welcher aus einem optisch bekannten Medium in ein Diopter von gegebener Charakteristik eintritt, auch der zugehörige Strahl bekannt ist, welcher aus dem Diopter in ein bekanntes Medium austritt, während der Verlauf des Strahles in dem Diopter unbekannt bleibt. Auch kann man aus den Charakteristiken zweier Diopter diejenige des zusammengesetzten leicht ableiten. Für ein mit homogener Masse erfülltes Diopter ist die Charakteristik aber einfach die Zeit:

$$n_{12} \cdot \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2},$$

wo x_1, y_1, z_1 und x_2, y_2, z_2 rechtwinklige, demselben System angehörige Coordinaten sind, und n_{12} für isotrope Medien und bei passender Wahl der Einheiten dem Brechungsquotienten gleichzusetzen ist. Durch wiederholte Anwendung derselben Formel lässt sich leicht die Charakteristik von solchen Dioptern berechnen, welche aus verschiedenen homogenen, durch gegebene Flächen von einander getrennten Medien zusammengesetzt sind.

Nach diesen Grundsätzen entwickelt Thiesen zunächst die Theorie eines Diopters, welches eine Axe hat und in welchem die Strahlen mit derselben so kleine Winkel bilden, dass sich die Charakteristik nach Potenzen dieser Winkel entwickeln lässt.

Werden alle Potenzen bis auf die erste vernachlässigt, so ergeben sich wieder die bekannten Gesetze der Gauss'schen Dioptrik. Werden auch noch die zweiten Potenzen berücksichtigt, so erhält man die Theorie des Diopters bis zur zweiten Näherung und genau die Seidel'schen Formeln [1]). Es muss hier demnach auch das Resultat mit dem Seidel'schen übereinstimmen; in der That ergiebt sich, dass in zweiter Näherung eine scharfe, geometrisch ähnliche Abbildung zweier Ebenen in einander nur dann stattfindet, wenn fünf nicht identische Grössen E, F, G, H, I sämmtlich verschwinden, welche Grössen von Thiesen daher als die fünf Abbildungsfehler bezeichnet werden (vergl. §. 199).

Wir wollen auch hier nicht näher auf die Formeln eingehen, sondern nur einige daraus abgeleitete wichtige und interessante Resultate anführen.

Wir übergehen die Discussion der einzelnen Fehler in ihrer Abhängigkeit von der Grösse des Sehfeldes und der Systemöffnung.

Wird die Theorie bis zur zweiten Näherung für ein Linsensystem specialisirt, so erhält man Gleichungen für die fünf Bildfehler, welche zeigen, in welcher Weise die Abbildungsfehler eines Linsensystems abhängen von den Constanten des Systems und von der Vergrösserung, bei welcher das System benutzt wird. Bestimmt man also experimentell bei einer bestimmten Vergrösserung die Abbildungsfehler, so ist das System

[1]) Vergl. S. Finsterwalder, a. a. O., S. 16, wo aus den Seidel'schen Formeln diejenigen von M. Thiesen abgeleitet sind.

auch für jede andere Vergrösserung in Bezug auf seine Abbildungsfehler vollständig bestimmt; „es ist hiermit der Weg gezeigt, wie ein Objectiv mit Hülfe von endlich entfernten Objecten auf seine Brauchbarkeit für die Abbildung unendlich entfernter Objecte geprüft werden kann.“

Diese Gleichungen zeigen ferner, dass es unmöglich ist, ein körperliches Gebilde, welches sich in einem optisch-homogenen Medium befindet, in einem ähnlichen Medium scharf abzubilden.

Uebrigens ist das von Thiesen zur Bestimmung der Abbildungsfehler angewandte Princip schon von G. Kirchhoff[1]) zur Ableitung seines berühmten Gesetzes über die Absorption und Emission des Lichtes und nach ihm von Clausius[2]) benutzt worden, um die Gesetze zu finden, nach denen die gegenseitige Zustrahlung zweier Flächenelemente unter Vermittelung von optischen Systemen vor sich geht (vergl. §. 192). Zwei Sätze von fundamentaler Wichtigkeit sind es, zu denen Clausius gelangt. Das nach ihm benannte Strahlungsgesetz sagt aus, dass die Ausstrahlung eines leuchtenden Flächenelementes bei stets gleicher Temperatur proportional ist dem Quadrat des Brechungsquotienten desjenigen Mittels, in dem es strahlt[3]). Ein zweiter Satz giebt eine einfache Beziehung zwischen der Vergrösserung der beiden sich gegenseitig bestrahlenden Flächenelemente, von denen das eine das Bild des anderen ist, und dem Verhältnisse der körperlichen Winkel conjugirter Elementarstrahlenbüschel, d. h. der Oeffnungen der unendlich schmalen Kegel, welche das Strahlenbüschel am Ausgangs- und Vereinigungspunkte bildet. Aus ihm folgt eine wichtige Bedingung für den Fall, dass man verlangt, es solle die Flächenvergrösserung stets dieselbe sein, durch welches Elementarbüschel die Abbildung auch vermittelt werde. Es ergiebt sich als Forderung, dass das Verhältniss der Cosinus der Winkel, welche conjugirte Elementarbüschel mit den zugehörigen Flächennormalen bilden, für alle Paare conjugirter Elementarbüschel ein constantes sei. Für ein centrirtes System brechender Kugelflächen, zu dessen Axe die beiden Flächenelemente senkrecht stehen und welches diese Elemente mittelst beliebig weit geöffneter Büschel in einander abbilden soll, geht die Clausius'sche Bedingung über in die Sinusbedingung (vergl. §. 192).

Der Satz von Clausius giebt zwar eine nothwendige, aber keine hinreichende Bedingung für den Strahlengang bei vollkommener

[1]) G. Kirchhoff, „Ueber das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht“. Pogg. Ann. 1860. Bd. CIX, S. 275 bis 301.

[2]) R. Clausius, „Die Concentration von Wärme- und Lichtstrahlen und die Grenzen ihrer Wirkung“. Abschn. XII der Clausius'schen „Mechanische Wärmetheorie“, III. Aufl., Bd. I, S. 315 bis 354.

[3]) Als Folgesatz davon, dass die Wärme nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen kann.

Abbildung. Zu dieser letzteren gelangt erst Thiesen [1]), indem er die Charakteristik für den allgemeinsten Fall aufstellt, dass die Abbildung durch ein vollkommenes Diopter punktweise stattfindet, d. h. dass ohne Vernachlässigung irgend welcher höheren Glieder das Diopter eine Ebene, welche in einem isotropen homogenen Medium liegt, auf einer anderen conjugirt genannten Ebene vollkommen scharf und geometrisch ähnlich abbildet.

Trotzdem sich die Charakteristik vollkommener Diopter angeben lässt, so ist es streitig, ob sich die Forderung allgemein erfüllen lässt: Diejenige Reihe von durchsichtigen Medien anzugeben, deren Gesammtheit eine gegebene Charakteristik zukommt. Während Thiesen vollkommene Diopter für möglich hält, hat andererseits E. Abbe [2]) im Jahre 1880 die Behauptung aufgestellt, dass die Construction vollkommener Diopter unmöglich sei, wenigstens bei beliebig grosser Oeffnung des Systems. Wenn vollkommene Diopter ausführbar sind, so muss bei ihnen jedenfalls gleichzeitig die Sinusbedingung und die Tangentenbedingung erfüllt sein; erstere für die Winkel, deren Scheitel in der Bild- und in der Objectebene liegen, letztere für die Winkel, deren Oeffnung in den betreffenden Ebenen liegt. Nach den rechnerischen und praktischen Erfolgen auf dem Gebiete der photographischen Systeme zu schliessen, dürfte bei mässigen Ansprüchen an die Schärfe der punktweisen Abbildung in der That eine nahe vollkommene Abbildung im Bereiche der Möglichkeit liegen. Wir wollen im nächsten Paragraphen kurz auf den Weg und die Mittel hinweisen, durch die es praktisch gelungen ist, Systeme zu construiren, welche ausgedehnte Objecte mittelst weit geöffneter Büschel abbilden.

Anastigmatische Bildebenung. Bei der Discussion seiner 203
Abbildungsformeln gelangt L. Seidel (s. S. 516) zu dem Resultat, dass eine scharfe Abbildung schon nach Erfüllung der drei Bedingungen $S_1 = 0$, $S_2 = 0$ und $S_3 = 0$ hergestellt ist, dann liegen die Bildpunkte freilich noch auf einer Kugelfläche und das Bild ist verzerrt. Um wenigstens ein ebenes Abbild zu erhalten, muss noch $S_4 = 0$ werden. Obgleich diese Bedingung unabhängig ist von der Distanz der brechenden Flächen unter einander, vom Objectabstande und von der Reihenfolge der Flächen, so ist

[1]) M. Thiesen, „Ueber vollkommene Diopter". Verhandl. der Physikal. Gesellsch. zu Berlin, Jahrg. 11, Nr. 2, 1892.

[2]) E. Abbe, Ueber die Bedingungen des Aplanatismus bei Linsensystemen. Carl's Repert. für Experimentalphysik 1880, XVI. Bd., S. 303 bis 316. Hier sagt Abbe, S. 306: „Es lässt sich jedoch beweisen — und zwar ganz allgemein für jede Art von Systemen und für jede Gestalt der spiegelnden oder brechenden Flächen —, dass durch optische Mittel keine dem Object ähnliche Abbildung möglich ist, bei welcher eine ebene Fläche von endlicher Ausdehnung correct wiedergegeben würde durch Strahlenkegel, welche in demselben Raume endlichen Divergenzwinkel besitzen, es sei denn, dass die Vergrösserungsziffer gleich der Einheit bliebe." Unter endlich meint Abbe hier beliebig gross.

es doch sehr schwer, ein ebenes Bild zu erhalten. Nach Seidel kommt bei Vorhandensein nur einer Glassorte die Bedingung der Bildebenung auf die Forderung hinaus, dass der Apparat, alle seine Flächen an einander geschoben gedacht, unendlich grosse Brennweite haben, d. h. wie eine planparallele Platte wirken müsste. Wenig günstiger gestaltet sich die Sache, wenn man zweierlei Glassorten, wie beim Achromaten, wählt, welcher gewöhnlich aus Flint- und Crownglas besteht (vergl. §. 215). Denn es widerstreitet die Bedingung $S_4 = 0$ dann der bei weitem wichtigeren Forderung, die in Folge der Farbenzerstreuung auftretende Bildverschlechterung unschädlich zu machen. Nur bei relativ dicken Gläsern kann man hoffen, dem Widerspruche zu begegnen.

Neuerdings ist es nun gelungen, durch geeignete Wahl und Anordnung der Gläser bei beträchtlicher Oeffnung sowohl deutliche als auch ebene Bilder von ausgedehnten Objecten zu erzielen. Die „anastigmatische Ebenung", wie wir mit P. Rudolph [1]) die gleichzeitige Beseitigung des Astigmatismus und der Bildwölbung bei Aufhebung der übrigen Bildfehler bezeichnen wollen, wird im Wesentlichen erreicht durch eine „gegensätzliche Abstufung der Brechungsquotienten der Sammel- und Zerstreuungslinsen der einzelnen Glieder eines Doublets". Der Anastigmat von Zeiss ist, ähnlich dem Steinheil'schen Antiplanet, ein aus zwei getrennten Systemen verschiedener Beschaffenheit bestehendes Gesammtsystem; das eine Glied ist eine achromatische Doppellinse, bei welcher die Sammellinse einen kleineren Brechungsindex hat als die Zerstreuungslinse, beim anderen Gliede ist es umgekehrt. Nur in Folge Verwendung der neuen Jenaer Gläser von ziemlicher Dicke, bei denen hohe Dispersion mit niedrigem Brechungsindex und geringe Dispersion mit hohem Brechungsindex gepaart vorkommt [2]), ist eine anastigmatische Bildebenung ermöglicht worden.

204 **Formeln für die trigonometrische Durchrechnung einzelner Strahlen durch ein Linsensystem.** So nützlich nun alle jene Formeln sind, welche unter Vernachlässigung der höheren Glieder für die verschiedenen Bildfehler aufgestellt werden können, so können sie doch nur dazu dienen, die ungefähre Gestalt eines gewünschten

[1]) P. Rudolph, 1. „Die Zeiss-Anastigmate", Photogr. Wochenblatt 1892, Nr. 18 bis 21. — 2. „Die Zeiss-Anastigmate und deren Verwendbarkeit." Vortrag, gehalten im Verein zur Pflege der Photographie und verwandter Künste zu Frankfurt a. M. am 6. September 1893.

[2]) Es werden beim Zeiss'schen Anastigmat die Gläser mit folgenden Constanten benutzt:

$$\text{Natron-Bleiglas: } n_D = 1{,}5205;\quad n_{F-C} = 0{,}01956;$$

$$\text{Baryum-Silicat: } n_D = 1{,}6112;\quad n_{F-C} = 0{,}01747.$$

Bei den älteren Fraunhofer'schen Gläsern würde dem Brechungsquotienten 1,6112 eine Dispersion von etwa 0,027 (d. h. eine um 60 Proc. höhere) entsprechen.

Systems aufzufinden. Will man z. B. ein Mikroskopobjectiv construiren, welches Strahlenkegel von 180° Oeffnung zur punktweisen Vereinigung bringen soll, so helfen alle Näherungsformeln nichts; selbst wenn man auch die von uns vernachlässigten höheren Glieder berücksichtigen wollte. Uebrigens verlieren dann diese Formeln ihre rechnerische Einfachheit [1]). In allen solchen Fällen schlägt man daher einen anderen Weg ein, und zwar einen rein empirischen. Man probirt, sei es nun auf dem Papiere, sei es in Wirklichkeit. Vergleiche das am Ende des §. 191 Gesagte.

Was den letzteren Weg betrifft, so ändert man das System so lange, sei es durch Auswechseln einzelner Linsen, sei es durch Anwendung von Linsen anderen Materials, sei es durch Veränderung der Entfernung der verschiedenen Linsen von einander, bis das Probeobject deutlich und farbenfrei abgebildet wird. Auf diese Weise wurden grosse Erfolge erzielt. Ein Hauptvertreter dieser Verfahrungsweise war Professor Hartnack in Potsdam.

Bei grossen Fernrohrobjectiven verfährt man anders, wenn man praktisch-empirisch zum Ziele gelangen will. Man schleift auf Grund einer rohen, angenäherten Rechnung ein dem gewünschten Objectiv in seinen Leistungen nahekommendes. Dann stellt man das Instrument auf einen Fixstern ein und betrachtet dessen Bild mittelst einer stark vergrössernden Lupe in den verschiedenen Bildebenen. Jetzt schleift bezw. polirt man Zone für Zone des Objectivs bezw. einer Fläche desselben, bis jede von dem Objectpunkt in einer und derselben Bildebene ein gleich scharfes und farbenfreies Bild liefert. Der Hauptvertreter dieser Verfahrungsweise ist J. Clark in Boston.

Der empirische rechnerische Weg ist ein ebenfalls mühsamer; er zieht aber ganz andere Erfolge nach sich, denn er ermöglicht es, die einzelnen Fehler gegen einander abzuwägen und je nach dem Zwecke mehr den einen oder den anderen zu beseitigen. Auch führt er zu allgemeineren Resultaten und giebt Fingerzeige für die weitere zweckmässige Veränderung des Systems, um dem gewünschten Ziele Schritt für Schritt näher zu kommen.

Natürlich wird man auch hier zunächst mittelst Näherungsformeln, wie wir sie bei der sphärischen Aberration kennen gelernt haben und bei der chromatischen Aberration noch kennen lernen werden, ein System berechnen, welches für kleine Winkel die gestellten Bedingungen erfüllt [2]). Von jetzt an beginnt das Probiren. Man rechnet nämlich jetzt gewisse einzelne Strahlen des auffallenden Büschels durch alle Flächen durch und sieht, wo sie die Bildebene der Nullstrahlen schneiden. Hierzu bedient man sich der trigonometrischen Durchrechnung. Wegen

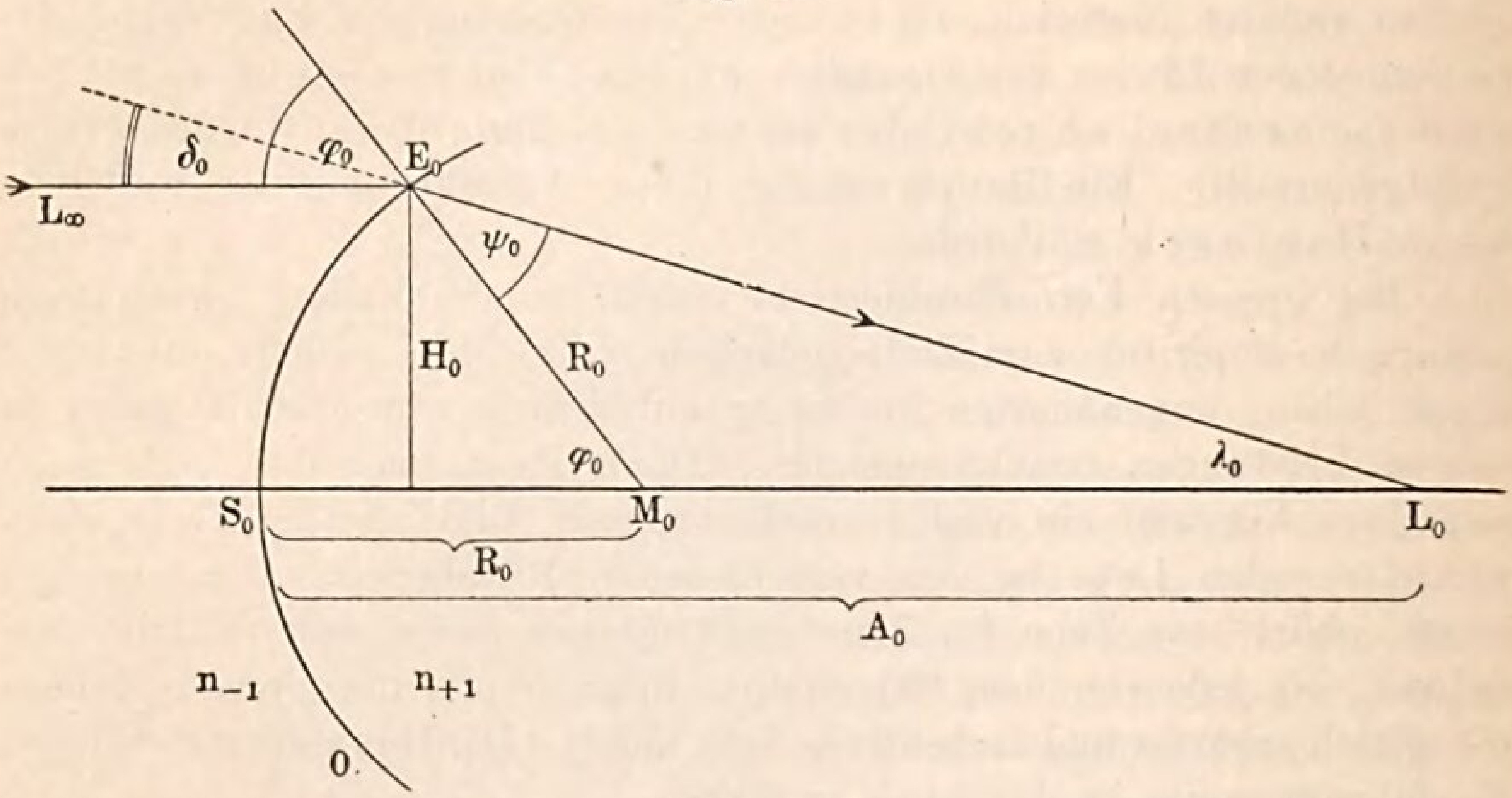
[1]) Vergl. Petzval: Bericht über opt. Unters., Wien. Sitzungsber., Bd. 24, S. 50, 1857. Entwickelung der Reihe bis zum neunten Grade.

[2]) Wir werden im nächsten Abschnitt (C) dieses Capitels kurz den Weg skizziren, auf welchem man zu der angenäherten Form des gewünschten Systems kommt und jene Näherungsformeln an einem Beispiel anwenden.

der Wichtigkeit dieses Verfahrens werde dasselbe wenigstens für den speciellen Fall dargestellt, dass der auffallende Strahl mit der Axe des Systems in ein und derselben Ebene liegt; dann bleibt er von Brechung zu Brechung stets in dieser Ebene.

Wir nehmen ferner an, dass der leuchtende Punkt L im Unendlichen auf der Axe $S_0 M_0$ [1]) der brechenden Kugelfläche $S_0 E_0$ (Fig. 337) liege, so dass sämmtliche auf letztere auffallenden Strahlen parallel zur Axe verlaufen. Dann ist einer der Strahlen dadurch charakterisirt, dass er die Fläche bei E_0 im Abstande H_0 von der Axe schneidet. Der zu ihm

Fig. 337.



conjugirte gebrochene Strahl $E_0 L_0$ treffe die Axe im Abstande A_0 vom Scheitel S_0. Gegeben sei der Radius $R_0 = S_0 M_0 = E_0 M_0$ der Fläche und die absoluten Brechungsindices n_{-1} und n_{+1} der Medien links und rechts von der Kugelfläche; dabei werde wie früher (§. 42) R positiv bezw. negativ genommen, wenn M rechts bezw. links von S liegt, und das Licht von links nach rechts geht. Wie aus der Figur ersichtlich ist, gilt dann:

$$\sin\varphi_0 = \frac{H_0}{\pm R_0} \quad \cdots\cdots\cdots \quad 1)$$

und gemäss dem Brechungsgesetz:

$$\sin\psi_0 = \frac{n_{-1}}{n_{+1}} \sin\varphi_0 \cdot \quad \cdots\cdots\cdots \quad 2)$$

ferner ist

$$\delta_0 = \varphi_0 - \psi_0 = \lambda_0 \cdot \quad \cdots\cdots\cdots \quad 3)$$

so dass aus dem Dreieck $E_0 L_0 M_0$ mittelst des Sinussatzes sich ergiebt:

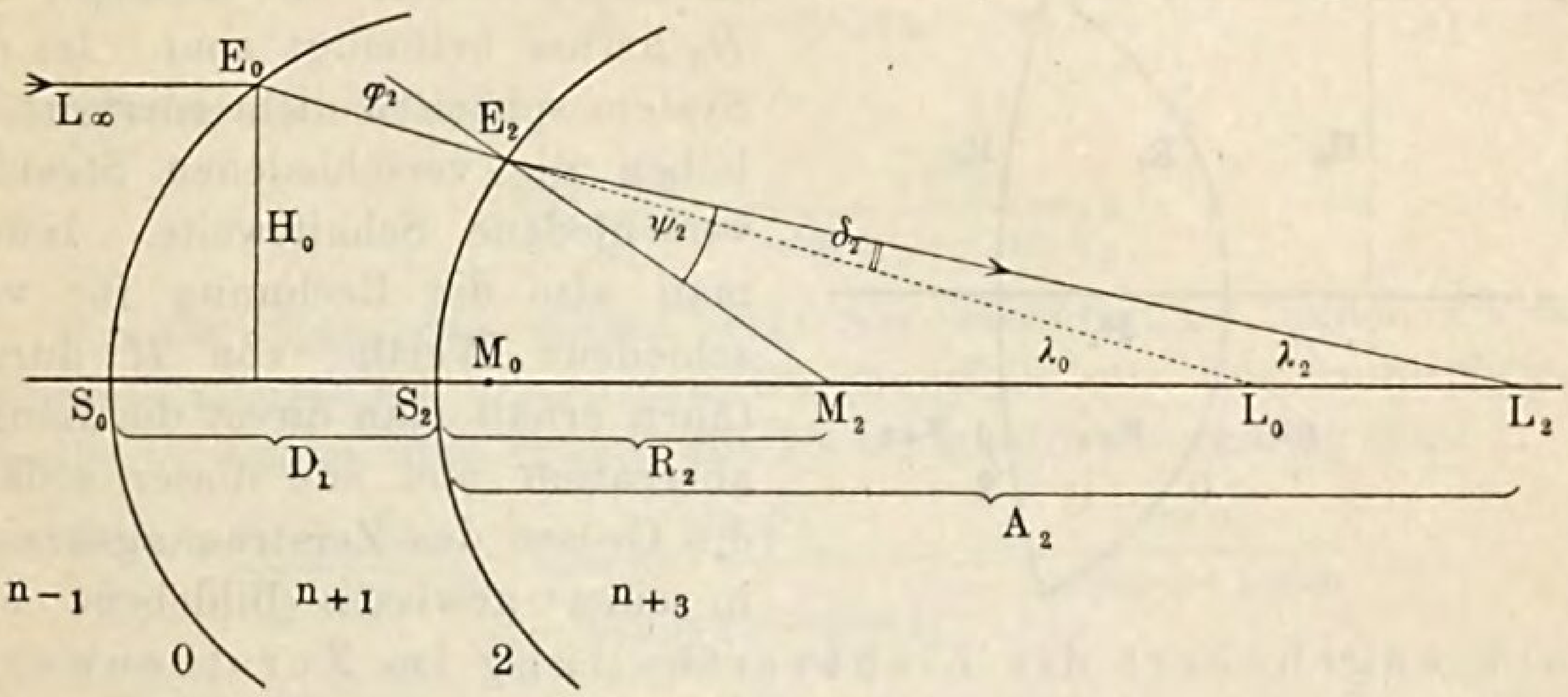
[1]) Wir schmiegen uns hier möglichst der von A. Steinheil und E. Voit in ihrem „Handbuch der praktischen Optik" gebrauchten Bezeichnungsweise an, um ein weiteres Eindringen in die daselbst gegebenen Rechnungen etc. zu erleichtern.

$$\frac{M_0 L_0}{E_0 M_0} = \frac{A_0 \mp R_0}{\pm R_0} = \frac{\sin \psi_0}{\sin \lambda_0} \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

Hat man so $A_0 \mp R_0$ gefunden, so ergiebt $A_0 \mp R_0 \pm R_0$ die Grösse A_0 selbst.

Sind statt der einen brechenden Fläche 0 zwei solche vorhanden, 0 und 2 (Fig. 338), so hat man zunächst den Einfallswinkel φ_2 an der zweiten Fläche zu bestimmen. Errichtet man im Schnittpunkt E_2 des

Fig. 338.



nach L_0 zielenden Strahles $E_0 L_0$ mit der Fläche 2 das Einfallsloth $E_2 M_2$ zu letzterer, so folgt aus dem Dreieck $E_2 M_2 L_0$ der gesuchte Winkel gemäss dem Sinussatz:

$$\sin \varphi_2 = \frac{M_2 L_0}{E_2 M_2} \sin \lambda_0 \quad \ldots \ldots \quad 5)$$

Bezeichnet man den Radius $S_2 M_2 = E_2 M_2$ der zweiten Fläche mit R_2, den Abstand $S_0 S_2$ der beiden Flächenscheitel von einander mit D_1, den absoluten Brechungsindex des Mediums rechts von 2 mit n_{+3}, so wird:

$$\sin \varphi_2 = \frac{A_0 \mp R_2 - D_1}{\pm R_2} \sin \lambda_0 \quad \ldots \ldots \quad 6)$$

und gemäss dem Brechungsgesetz:

$$\sin \psi_2 = \frac{n_{+1}}{n_{+3}} \sin \varphi_2 \quad \ldots \ldots \quad 7)$$

Analog, wie bei der ersten Brechung, folgt dann weiter:

$$\delta_2 = \varphi_2 - \psi_2 \quad \ldots \ldots \quad 8)$$

aber abweichend von vorher:

$$\lambda_0 = \lambda_2 - \delta_2 \quad \ldots \ldots \quad 9)$$

weil, wie in Fig. 338, $n_{+3} < n_{+1}$ also auch $\varphi_2 < \psi_2$ ist und δ_2 negativ wird. Aus dem Dreieck $L_2 E_2 M_2$ folgt gemäss dem Sinussatz nun weiter:

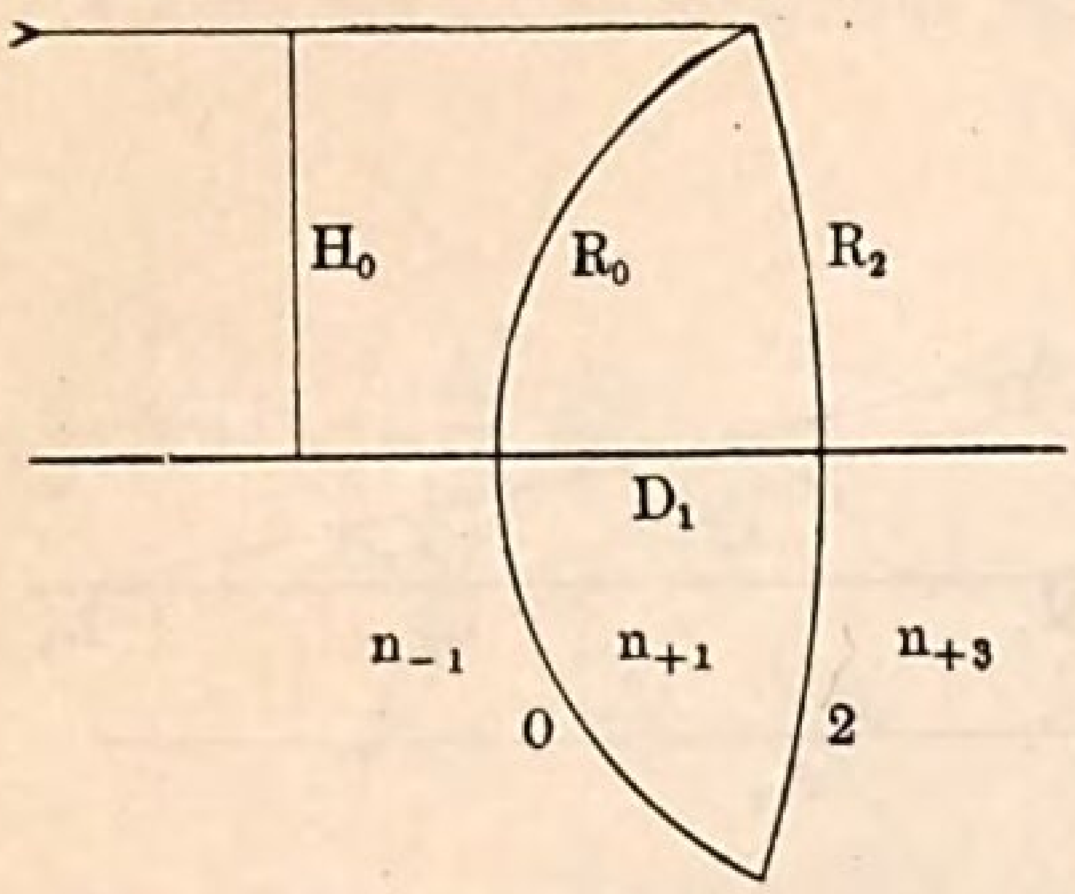
$$A_2 \mp R_2 = \pm R_2 \frac{\sin \psi_2}{\sin \varphi_2} \quad \ldots \ldots \quad 10)$$

so dass man durch Bildung von $A_2 \mp R_2 \pm R_2$ die Grösse A_2 selbst gefunden hat.

Folgen noch mehr brechende Flächen, so bestimmt man nach ganz demselben Rechnungsschema, wie bei Fläche 2, die Grössen φ, ψ, δ, λ und A für jede nachfolgende Fläche einzeln.

Die Schnittweite des zum einfallenden Strahl (H_0) gehörigen Strahles im letzten Medium giebt den Ort des Bildes, welchen das System vom unendlich entfernten Axenpunkte entwirft, soweit die Strahlen um H_0 herum betheiligt sind. Ist das System sphärisch nicht corrigirt, so haben die verschiedenen Strahlen verschiedene Schnittweite. Indem man also die Rechnung für verschiedene Werthe von H durchführt, erhält man direct die Längsaberration und aus dieser sodann die Grösse des Zerstreuungskreises in einer gewissen Bildebene und auch angenähert die Lichtvertheilung im Zerstreuungskreise.

Fig. 339.



205 **Numerisches Beispiel für die Durchrechnung eines axenparallelen Büschels durch eine einfache Linse. Sinusbedingung in einfachster Form.** Als Beispiel werde gewählt eine einfache Linse (Fig. 339), deren Constanten seien:

$$n_{-1} = 1$$
$$n_{+1} = 1,52964$$
$$D_1 = 8$$
$$R_0 = +\,69,250$$
$$R_2 = -\,216,195.$$

Wir wollen die Rechnung für den Randstrahl $H = 15$, den ($^2/_3$ Rand-) Strahl $H = 10$ und für den Axen- oder Nullstrahl ausführen.

Zum Verständniss der im Folgenden für den Axenstrahl gegebenen Durchrechnung müssen wir zurückgehen auf die Formel 4) des vorigen Paragraphen, welche wir in Folge der Kleinheit der Winkel für einen Nullstrahl mit unendlich kleiner Einfallshöhe H_0 schreiben können:

$$\frac{A_0 \mp R_0}{\pm R_0} = \frac{\psi_0}{\varphi_0 - \psi_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

ebenso gilt bei dieser Annahme $\frac{\psi_0}{\varphi_0} = \frac{n_{-1}}{n_{+1}}$, also erhalten wir:

$$\frac{A_0 \mp R_0}{\pm R_0} = \frac{\psi_0}{\frac{n_{+1}}{n_{-1}}\psi_0 - \psi_0} = \frac{1}{\frac{n_{+1}}{n_{-1}} - 1} \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

Von dieser Formel könnte man also bei den Axenstrahlen ausgehen, um aus den Constanten der Linse die Entfernung A_0 zu finden etc. Aber man wählt einen anderen Weg; man benutzt, wie nachfolgendes Beispiel lehrt, ganz dieselbe Rechnung bis zum $\log \sin \psi_0$; schlägt aber statt der Winkel die Numeri auf, d. h. also die Zahlen für die Sinus der Winkel, und operirt mit diesen weiter. Also in anderen Worten, man bildet statt $\varphi_0 - \psi_0$ einfach $\sin \varphi_0 - \sin \psi_0$ und benutzt somit statt der strengen Formel:

$$\frac{A_0 \mp R_0}{\pm R_0} = \frac{\sin \psi_0}{\sin(\varphi_0 - \psi_0)}$$

die einfachere Gleichung:

$$\frac{A_0 \mp R_0}{\pm R_0} = \frac{\sin \psi_0}{\sin \varphi_0 - \sin \psi_0} \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

Um zu zeigen, dass dieses Verfahren berechtigt ist, gehen wir von der für Nullstrahlen strengen Gleichung 2) aus und multipliciren dieselbe im Zähler und Nenner mit $\sin \psi$; hierdurch erhalten wir:

$$\frac{A_0 \mp R_0}{\pm R_0} = \frac{\sin \psi}{\frac{n_{+1}}{n_{-1}} \sin \psi - \sin \psi} = \frac{\sin \psi}{\sin \varphi - \sin \psi} \quad \ldots \quad 4)$$

also genau dieselbe Gleichung, wie Nr. 3, die wir thatsächlich anwenden, wenn wir die Rechnung für den Randstrahl benutzen und statt der Winkel die Sinus aufsuchen. So zeigt es sich, dass das ganze Verfahren nur als Zeitersparniss sich darstellt, weil ja die Werthe von $\log \sin \psi$ etc. für den Randstrahl schon bekannt sind.

	$H = 15$	$H = 10$	Axenstrahl
$\log H_0$	1,17609	1,00000	1,17609
$\log(1 : \mp R_0)$	8,15958	8,15958	8,15958
$\log \sin \varphi_0$	9,33567	9,15958	9,33567
$\log(n_{-1} : n_{+1})$	9,81541	9,81541	9,81541
$\log \sin \psi_0$	9,15108	8,97499	9,15108
φ_0	12° 30′ 35″	8° 18′ 10,0″	0,21661
$-\psi_0$	— 8° 8′ 27″	5° 25′ 1,2″	0,14161
$\delta_0 = \varphi_0 - \psi_0 = \lambda_0$. . .	4° 22′ 8″	2° 53′ 8,8″	0,07500
$\log \sin \lambda_0$	8,88183	8,70196	8,87506
$\log(1 : \sin \lambda_0)$	1,11817	1,29804	1,12494
$\log \sin \psi_0$	9,15108	8,97499	9,15108
$\log \pm R_0$	1,84042	1,84042	1,84042
$\log(A_0 \mp R_0)$	2,10967	2,11345	2,11644

	$H = 15$	$H = 10$	Axenstrahl
$A_0 \mp R_0$	128,727	129,852	130,75
$\pm R_0 \mp R_2 - D_1$	277,447	277,447	277,447
$A_0 \mp R_2 - D_1$	406,174	407,299	408,197
$log\,(A_0 \mp R_2 - D_1)$	2,60871	2,60991	2,61087
$log\,sin\,\lambda_0$	8,88183	8,70196	8,87506
$log\,(1:\pm R_2)$	— 7,66515	— 7,66515	— 7,66515
$log\,sin\,\varphi_0$	— 9,15569	— 8,97702	— 9,15108
$log\,(n_{+1}:n_{+3})$	0,18459	0,18459	0,18459
$log\,sin\,\psi_2$	— 9,34028	— 9,16161	— 9,33567
φ_2	— $8^0\,13'\,42''$	— $5^0\,26'\,32{,}9''$	— 0,14161
$-\psi_2$	$12^0\,38'\,44''$	$8^0\,20'\,31{,}1''$	+ 0,21661
$\delta_2 = \varphi_2 - \psi_2$	$4^0\,25'\,\ 2''$	$2^0\,53'\,58{,}2''$	0,07500
λ_0	$4^0\,22'\,\ 8''$	$2^0\,53'\,\ 8{,}8''$	0,07500
$\lambda_2 = \lambda_0 + \delta_2$	$8^0\,47'\,10''$	$5^0\,47'\,\ 7{,}0''$	0,15000
$log\,sin\,\lambda_2$	9,18397	9,00346	9,17609
$log\,(1:sin\,\lambda_2)$	0,81603	0,99654	0,82391
$log\,sin\,\psi_2$	— 9,34028	— 9,16161	— 9,33567
$log \pm R_2$	— 2,33485	— 2,33485	— 2,33485
$log\,(A_2 \mp R_2)$	2,49116	2,49300	2,49443
$A_2 \mp R_2$	309,856	311,172	312,20
$\pm R_2$	— 216,197	— 216,197	— 216,197
A_2	+ 93,659	+ 94,975	+ 96,003

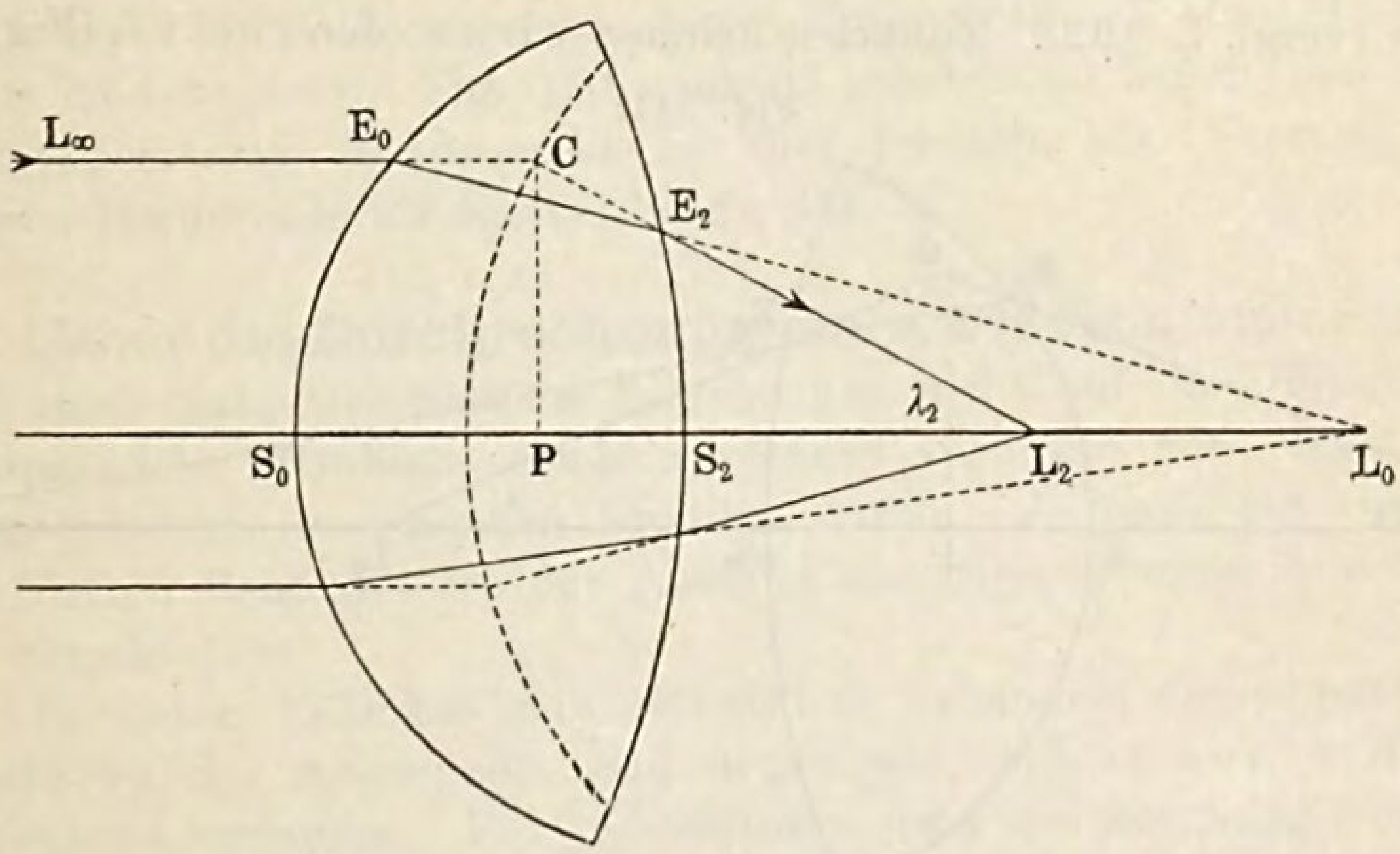
Durch die Berechnung haben wir gefunden einmal die Neigungswinkel λ_2 (Fig. 340) der einzelnen Strahlen gegen die Axe im Bildmedium und sodann deren Schnittweiten $S_2 L_2$, d. h. die Abstände von der letzten Fläche, in denen die Strahlen die Axe schneiden. Diese Schnittweiten sind nicht zu verwechseln mit den Brennweiten. Nach der Gauss'schen Theorie (vergl. §. 69) erhält man die Brennweite für die der Axe unendlich benachbarten Strahlen, indem man den austretenden Strahl $E_2 L_2$ (Fig. 340) rückwärts verlängert bis zum einfallenden Strahl $L_\infty E_0$ und vom Schnittpunkt C ein Loth auf die Axe fällt. Die Strecke PL_2 des Fusspunktes P des Lothes bis zum Schnittpunkt L_2 ist dann die Brennweite. Es heissen P der Hauptpunkt und L_2 der Brennpunkt. Beim Axenstrahl ist nun CL_2 gleich PL_2 eben wegen der Kleinheit des Winkels λ_2. Für die Strahlen mit grösserer Einfallshöhe dagegen ist CL_2 grösser als PL_2. Wir wollen zunächst beide Grössen für die drei durchgerechneten Strahlen bestimmen. Aus dem Dreieck CPL_2 folgt:

$$PL_2 = \frac{CP}{tg\,\lambda_2};$$

$$CL_2 = \frac{CP}{sin\,\lambda_2}.$$

Bezeichnen wir die Strecken PL_2 mit G und die Strecken CL_2 mit F, so ergiebt die Ausrechnung:

Fig. 340.



	$H_0 = 15$	$H_0 = 10$	Axe
$log\,H_0$	1,17609	1,00000	1,17609
$log\,(1 : tg\,\lambda_2)$	0,81090	0,99432	0,82391
$log\,G$	1,98699	1,99432	2,00000
G	97,05	98,70	100,00
$log\,H_0$	1,17609	1,00000	1,17609
$log\,(1 : sin\,\lambda_2)$	0,81603	0,99654	0,82391
$log\,F$	1,99212	1,99654	2,00000
F	98,20	99,21	100,00

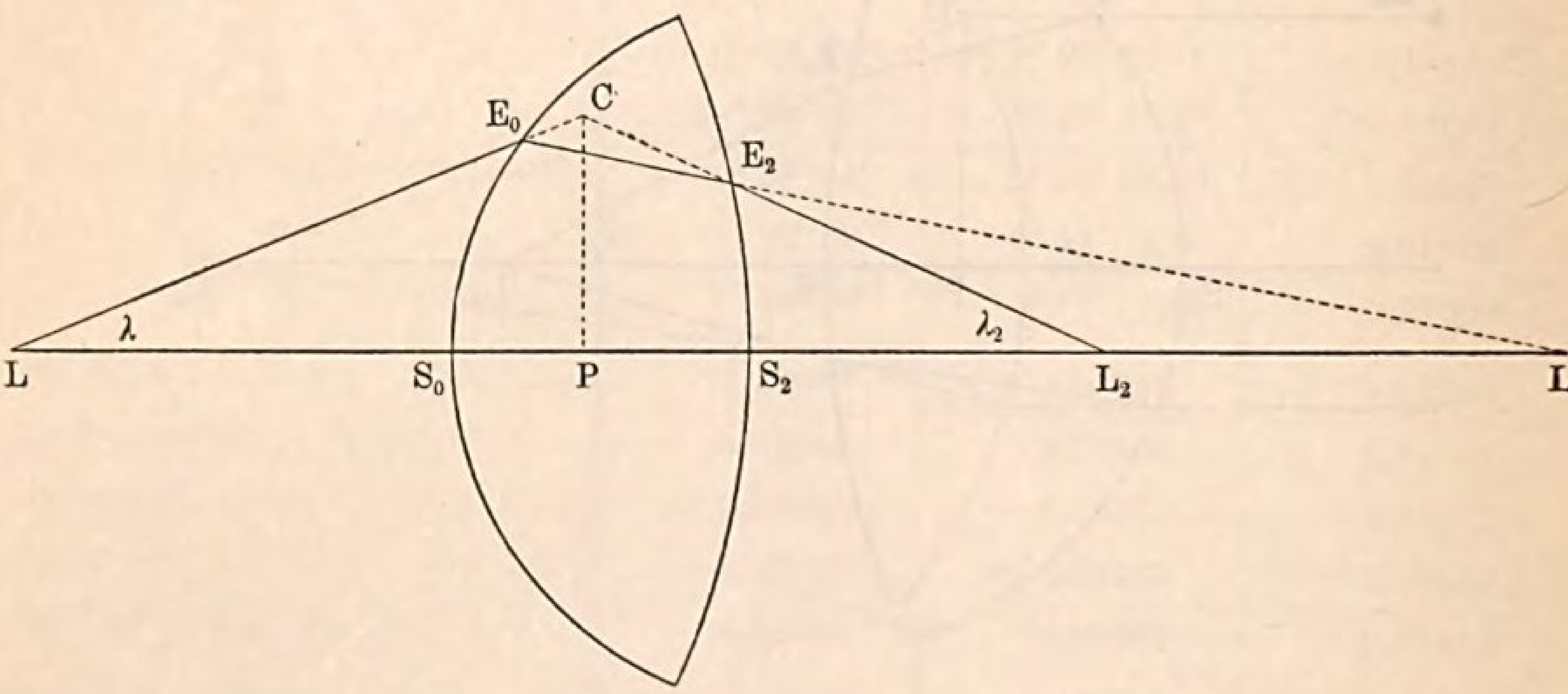
Man sieht, dass nur für den Axenstrahl der Werth von F mit demjenigen von G übereinstimmt. Was nun der Fusspunkt P des Lothes CP für die Nullstrahlen ist, das ist, wie wir nachher zeigen werden, der Schnittpunkt C für die anderen Strahlen mit e n d l i c h e r Einfallshöhe H. Man bezeichnet demnach die Schnittpunkte C als H a u p t p u n k t e der Strahlen, so dass die Strecke CL_2 die z u j e d e r E i n f a l l s h ö h e H

gehörige Brennweite bedeutet; die Brennweite der Axenstrahlen heisst zum Unterschiede „wahre Brennweite“ [1]).

Dass wirklich den Strecken $F = CL_2$ und nicht den Strecken $G = PL_2$ die Rolle der Brennweiten der einzelnen Strahlen bezw. Zonen zukommt, ergiebt sich aus einer Specialisirung der Sinusbedingung. Dieselbe sagt aus, dass, wenn die sphärische Aberration eines Systems gehoben ist und alle Zonen dieselbe Brennweite haben, dann das Verhältniss der Sinus conjugirter Axenwinkel constant ist [1]).

In dem von uns betrachteten Falle, wo der Objectpunkt auf der Axe im Unendlichen liegt, gestaltet sich die Sinusbedingung besonders einfach (vergl. §. 192). Zunächst nehmen wir an, der Punkt L (Fig. 341)

Fig. 341.



liege im Endlichen, er treffe in E_0 die erste brechende Fläche und werde im letzten Medium nach L_2 gebrochen. Ist C der Schnittpunkt des rückwärts verlängerten Strahles $L_2 E_2$ und CP das von C auf die Axe LL_2 gefällte Loth, so verlangt die Sinusbedingung:

$$\frac{\sin \lambda}{\sin \lambda_2} = const.,$$

oder wie leicht aus der Figur zu ersehen ist:

[1]) Wenn A. Steinheil in der Abhandlung „Zur Orientirung über Objective aus zwei Linsen und ihre Fehler“, Astr. Nachr., Bd. 109, 1884, S. 209 ff. als Bedingung für die Aufhebung der „Verzerrung“ angiebt, die Strecken $G = PL_2$ sollten für alle Strahlen constant sein, so heisst das, es solle das Tangentenverhältniss $\left(\frac{tg\,\lambda'}{tg\,\lambda}\right)$ einen constanten Werth haben. Dies ist nur dann richtig, wenn, wie es bei Fernrohrobjectiven meist der Fall, das Oeffnungsverhältniss so klein ist, dass $\frac{tg\,\lambda'}{tg\,\lambda} = \frac{\sin \lambda'}{\sin \lambda}$ gesetzt werden darf. Es fällt dann der Kreisbogen in Fig. 340 mit einer Ebene senkrecht zur Axe im Scheitel S zusammen. Dass A. Steinheil die Sinusbedingung gekannt und auch bei den photographischen Systemen mit grösserem Oeffnungsverhältniss angewendet hat, geht aus einer Bemerkung von R. Steinheil, Zeitschr. f. Instrumentenk., Bd. 15, 1895, S. 75, zu einer Notiz von S. Czapski, ebendaselbst, mit Sicherheit hervor.

$$\frac{sin\,\lambda}{sin\,\lambda_2} = \frac{CL_2}{CL} = const.$$

Rückt jetzt L mehr und mehr ins Unendliche, so wird die Strecke CL für alle Werthe von CP mehr und mehr dieselbe Grösse (CL_∞, Fig. 340) annehmen, und wir erhalten einfach:

$$CL_2 = const.,$$

d. h. laut der Sinusbedingung muss bei einem Fernrohrobjectiv die Strecke CL_2 aller Strahlen gleich der wahren Brennweite F sein. In anderen Worten heisst das, damit ein Fernrohrobjectiv ausser für den Axenpunkt auch noch für seitlich davon gelegene Objectpunkte corrigirt ist, müssen die Anfangspunkte bezw. Hauptpunkte C aller Strahlen auf einem Kreisbogen (in Fig. 340 punktirt gezeichnet) liegen, den man um den gemeinsamen Brennpunkt L_2 aller Strahlen als Centrum mit der wahren Brennweite als Radius beschreibt [1]).

Ueber die Durchrechnung eines windschiefen Strahles. 206

Man beschränkt sich aber im Allgemeinen nicht auf die Durchrechnung axenparalleler Strahlen, sondern rechnet auch die von einem ausseraxialen Punkte kommenden Strahlen durch. Je nach der Grösse des geforderten Sehfeldes ist der Abstand des Objectpunktes von der Axe ein verschiedener.

In diesem Falle hat man getrennt zu behandeln diejenigen Strahlen, welche in der Axenebene, und diejenigen, welche ausserhalb der Axenebene verlaufen. Für die ersteren geht die Brechung von Fläche zu Fläche stets in derselben Ebene vor sich, die man durch den Objectpunkt und die Systemaxe gelegt hat. Die Durchrechnung dieser Strahlen in der Axenebene ist daher wesentlich dieselbe, wie die für axenparallele Strahlen.

Viel complicirter sind die Formeln und entsprechend langwieriger die Rechnungen für einen ausserhalb der Axenebene verlaufenden Strahl. Ein solcher Strahl wechselt von Brechung zu Brechung, also von Fläche zu Fläche, seine Brechungsebene. Man hat diese Strahlen daher als windschiefe Strahlen bezeichnet. Sie spielen für einen ausseraxialen Objectpunkt insofern eine grosse Rolle, als sie an Anzahl die Axenebenen-Strahlen bedeutend überwiegen.

Man bedient sich zur Durchrechnung der windschiefen Strahlen mit Vortheil der von L. Seidel [2]) im Jahre 1866 aufgestellten Gleichungen.

[1]) A. Steinheil und E. Voit: „Handbuch der angewandten Optik". Leipzig 1891. S. 57.

[2]) L. Seidel, „Trigonometrische Formeln für den allgemeinsten Fall der Brechung des Lichtes an centrirten sphärischen Flächen". Sitzungsbericht der Münch. Akademie 1866. Die Seidel'sche Arbeit ist abgedruckt in A. Steinheil und E. Voit's „Handbuch der angewandten Optik" als Beilage III; während daselbst auf S. 133 ff. die Formeln für die Rechnung zusammengestellt sind.

L. Seidel bestimmt successive die Coordinaten, welche der gebrochene Strahl in der Ebene besitzt, welche man im Mittelpunkte der brechenden Fläche senkrecht zur Axe errichtet denkt, aus den entsprechenden Grössen vor der Brechung. Und zwar sind das: Der Abstand des Schnittpunktes von der Axe, die Neigung der durch diesen Schnittpunkt gelegten Axenebene gegen eine feste Axenebene und der Winkel, welchen der Strahl mit der Axe einschliesst. Verschiedene nach den Seidel'schen Formeln durchgerechnete Beispiele findet man ebenfalls in dem für diese Art empirischer rechnerischer Optik ganz vortrefflichen Handbuche von Steinheil und Voit. Für die von uns im vorigen Paragraphen durchgerechnete Linse ist daselbst auch die Durchrechnung eines windschiefen Strahles gegeben. (Siehe S. 136 ff. jenes Handbuches.)

Diese Methode der rechnerischen Empirie ist in Deutschland verbreitet; ihr verdanken wir Deutschen die grossen Erfolge auf dem Gebiete der wissenschaftlichen Optik. Auf rechnerischer Grundlage allein war es möglich, mit dem vorhandenen optischen Materiale die bestmögliche Leistung zu erzielen, bezw. neue Anforderungen an das Material zu formuliren.

B. Abbildungsfehler in Folge der Farbenzerstreuung (Dispersion) des Lichtes. Achromasie. Verschiedenfarbige Vergrösserung. Chromatische Differenz der sphärischen Aberration. Variation der Sinusbedingung.

207 **Die in Folge der Farbenzerstreuung auftretenden möglichen Abbildungsfehler.** Bei der Brechung des Lichtes an gekrümmten Flächen bezw. der Abbildung durch optische Systeme haben wir bisher stets einfarbiges Licht vorausgesetzt. Es wurde also stillschweigend angenommen, dass die leuchtenden Punkte Licht von nur einer Wellenlänge, also monochromatisches Licht aussenden; es wurde demgemäss auch nur von einem Brechungsindex jeder Substanz gesprochen. In Wirklichkeit leuchten die abzubildenden Objecte aber mit weissem Lichte, so dass von jedem Objectpunkte Licht von allen möglichen Farben kommt. Da nun mit der Brechung zugleich eine Farbenzerstreuung eintritt (vergl. Cap. IV) und der Brechungsquotient einer Substanz von Farbe zu Farbe variirt, so gestaltet sich die Abbildung eines weissleuchtenden Objectes ungleich complicirter als die eines einfarbigen Objectes. Denn es kann jetzt der Brechungsquotient nicht mehr für jede Substanz als constant angesehen werden; vielmehr haben wir dem Brechungsquotienten ebenso viele Werthe beizulegen, als farbige Strahlen vom abzubildenden Objecte ausgehen. Es nehmen jetzt also

alle diejenigen von n abhängigen Grössen vielfache Werthe an, welche bei einfarbigem Lichte constant waren. Dahin gehört vor Allem die Brennweite einer Linse, welche durch die Gleichung $\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ gegeben ist, wo r_1 und r_2 die Radien und n den Brechungsindex für eine gewisse Farbe bedeuten [1]). Variirt also n, so auch F und damit alle von F abhängigen Grössen. Gemäss den Fundamentalgleichungen: $xx' = F.F'$ und $y'/y = \frac{F}{x} = \frac{x'}{F'}$, welche die ganze Abbildung, vermittelt durch Nullstrahlen, oder die Gauss'sche Abbildung darstellen (vergl. §. 63, Cap. 3), variirt sonach mit F sowohl die Schnittweite x' für eine bestimmte Objectdistanz x als auch die Linearvergrösserung y'/y. Selbst bei der durch Nullstrahlen vermittelten Abbildung entsteht somit von einem weissen Object nur dann wieder für die verschiedenen im weissen Lichte enthaltenen Farben ein Bild an derselben Stelle und von gleicher Grösse, wenn die Brennweiten, d. h. also die Haupt- und Brennpunkte für alle Farben dieselben sind. Da das System durch die Kenntniss der vier genannten Punkte vollständig bestimmt ist, so wollen wir dieselben als die Abbildungsconstanten des Systems bezeichnen.

Ausser der Variation der Abbildungsconstanten des Systems treten aber noch weitere Complicationen in Folge der Farbenzerstreuung des Lichtes ein, wenn, wie es ja praktisch der Fall ist, zur Abbildung ausser den Nullstrahlen auch noch Strahlen beitragen, welche gegen die Axe des Systems beträchtlich geneigt sind. Bei Anwendung einfarbigen Lichtes konnte das Bild eines ausgedehnten Objectes, vermittelt durch weit geöffnete Büschel, mit fünf Fehlern behaftet sein. In Folge der Dispersion des Lichtes können auch diese fünf Fehler mit der Wellenlänge variiren, selbst wenn die Abbildungsconstanten des Systems für alle Wellenlängen dieselben sein sollten. Man bezeichnet die durch die Farbenzerstreuung hervorgerufenen Fehler als chromatische und nennt ein System achromatisch, wenn die chromatischen Fehler die Bildschärfe nicht beeinträchtigen.

Da es also eigentlich unendlich viele chromatische Bildfehler giebt, so kann man auch theoretisch nicht von einer Achromasie reden. Man sollte vielmehr von ebenso viel Achromasien sprechen, als Abbildungsconstanten zur Bestimmung eines Systems nothwendig und Fehler bei Vorschrift eines gewissen Sehfeldes und gewisser Oeffnung möglich sind.

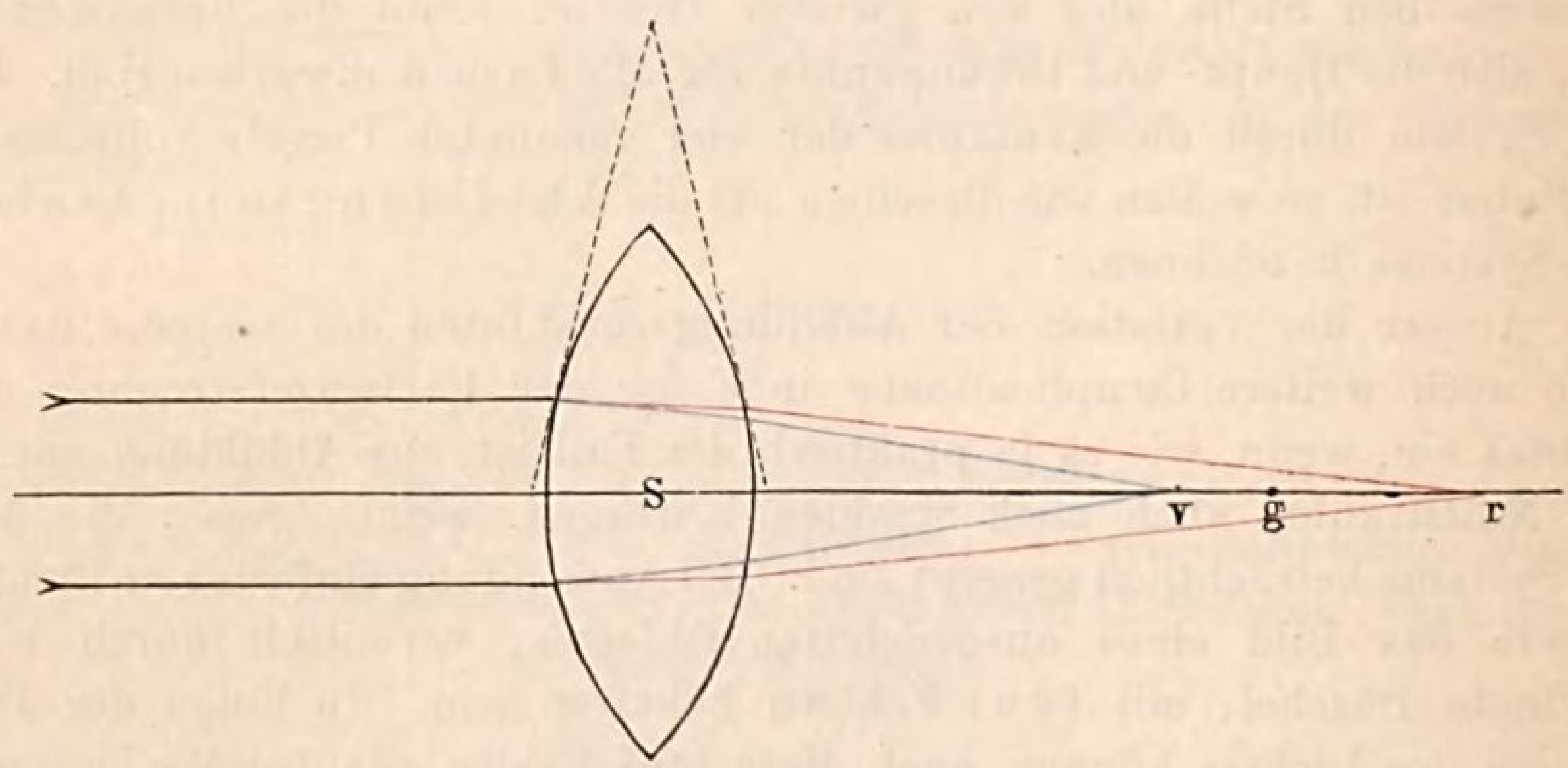
Da man unmöglich allen achromatischen Bedingungen gleichzeitig genügen kann, so ist man gezwungen, je nach den gestellten Ansprüchen und je nach dem Zwecke des Systems mehr Gewicht der einen oder der anderen beizulegen und verschiedene andere unbefriedigt zu lassen. Es

[1]) Vergl. §. 77, Gleichung 50.

kommt hier ebenfalls in jedem Falle auf einen Compromiss hinaus. Wir wollen nun einzeln die Art und Grösse der hauptsächlichsten achromatischen Bedingungen kennen lernen.

208 **Verschiedenheit des Bildortes in Folge der Abhängigkeit der Schnittweite von der Farbe (Chromasie der Vereinigungsweite).** Einer der wichtigsten Fehler in Folge der Farbenzerstreuung des Lichtes ist die verschieden grosse Schnittweite zweier (axenparallelen) Nullstrahlen von verschiedener Farbe oder die chromatische Abweichung in Bezug auf den Bildort bezw. Brennpunkt. Er ist deswegen von so grosser Bedeutung, weil er schon den Axenstrahlen anhaftet und somit selbst bei der Gauss'schen Abbildung die punktweise Vereinigung stört. Soll demnach bei Anwendung weissen Lichtes selbst den bescheidensten Ansprüchen genügt werden (unendlich kleines

Fig. 342.



Gesichtsfeld bei unendlich kleiner Oeffnung), so muss vor Allem das System die verschiedenfarbigen Nullstrahlen in einem Punkte vereinigen.

Mittelst einer dünnen [1]), einfachen Linse kann man sich leicht von dem Vorhandensein und der Schädlichkeit dieses Fehlers in Bezug auf die Schärfe der Abbildung überzeugen. Es möge die Linse (Fig. 342) bei genügender Abblendung ihrer Oeffnung, so dass die sphärische Aberration nicht störend eingreift, von einem Axenpunkte L einen deutlichen Bildpunkt entwerfen, sobald der Objectpunkt nur Licht einerlei Farbe aussendet [2]). Je nach der Farbe des Lichtpunktes ist der Ort des deutlichen

[1]) Wir werden im §. 217 zeigen, dass auch eine einfache Linse entweder in Bezug auf die Schnittweite oder in Bezug auf die Brennweite achromatisch sein kann, wenn sie nur dick genug ist und ihre Krümmungen geeignet gewählt werden. Nie aber können beide Bedingungen gleichzeitig erfüllt werden. Dazu sind zwei Linsen unbedingt erforderlich (vergl. F. Kessler, „Ueber Achromasie", Zeitschr. f. Mathem. u. Physik 1884, Bd. XXIX, S. 7 bis 24).

[2]) Man verwende eine enge Blende, die man von hinten mittelst einer monochromatischen Lichtquelle beleuchte.

Bildpunktes ein anderer; vereinigen sich die von L ausgehenden rothen Strahlen im Punkte r, so die gelben in einem anderen Punkte g und die violetten in wieder einem anderen Punkte v. Leuchtet also L mit weissem Lichte, so entstehen alle die monochromatischen Bildpunkte r, g und v gleichzeitig, d. h. statt eines weissen Bildpunktes tritt ein Bildscheibchen auf, dessen Rand je nach dem Orte der Einstellebene verschieden gefärbt erscheint. Bei einer einfachen collectiven, z. B. biconvexen Glaslinse, wie in Fig. 342, haben die violetten Strahlen die kürzeste, die rothen die längste Vereinigungsweite; es folgt dies schon aus der Analogie einer dünnen Linse mit einem Prisma. Das durch die Linse S von L entworfene Bildscheibchen wird also bei r am Rande violett und bei v am Rande roth gefärbt sein. Nach dem Innern zu decken sich die verschiedenen Farben, und es entsteht eine Mischfarbe. Da, wo die engste Einschnürung sich befindet, nimmt das Scheibchen eine weissliche Färbung an [1]).

Umgekehrt verhält es sich bei einer Zerstreuungslinse, z. B. bei einer Biconcavlinse. Ist der Vereinigungspunkt bezw. Brennpunkt eines Systems für rothe Strahlen grösser als für blaue, so heisst das System chromatisch untercorrigirt; im entgegengesetzten Falle chromatisch übercorrigirt. Man erkennt die Art der Achromatisirung, indem man das durch die Nullstrahlen entworfene Bild eines wirklichen oder künstlichen [2]) Sternes mittelst einer stark vergrössernden Lupe betrachtet und die Färbung am Rande des Bildscheibchens bei verschiedener Einstellung der Lupe beobachtet.

Die durch die Dispersion des Lichtes hervorgerufene Undeutlichkeit des Bildes bezeichnet man als chromatische Aberration und nennt das an Stelle eines Bildpunktes auftretende Bildscheibchen den Zerstreuungskreis in Folge der Farbenzerstreuung. Wir werden die Grösse desselben bezw. die durch ihn verursachte Verundeutlichung eines Objectes später numerisch berechnen, ähnlich wie wir es bei der Abweichung wegen der Kugelgestalt gethan haben (s. §. 188). Zuvor wollen wir kurz den Weg zeigen, auf dem man die Achromasie des Bildortes für zwei Farben herstellt.

Zunächst ist klar, dass man die chromatische Abweichung vermindert, indem man ein über- und ein untercorrigirtes System zu einem Gesammtsystem vereinigt. Im Allgemeinen werden collective Systeme unter- und dispansive Systeme übercorrigirt sein. Verbindet

1) Von L. Weber ist eine einfache Methode angegeben worden, diese Erscheinungen experimentell zu verfolgen. Man bedeckt die Linse mit einem undurchsichtigen Schirm, welcher nur an zwei zur Linsenmitte symmetrischen Stellen kleine Oeffnungen besitzt. Sieht man von v bezw. g bezw. r aus auf die von vorn beleuchtete Linse, so leuchten die Oeffnungen mit violettem bezw. gelbem bezw. rothem Lichte.

2) Als solcher dient das von einer Halbkugel aus schwarzem Glase, deren Radius 10 bis 20 mm beträgt, entworfene Sonnenbildchen.

man zwei solche Systeme zu einem einzigen, so wird mit der Farbenzerstreuung aber auch die Brechung und damit die Abbildung aufgehoben. Denn vergleichen wir die Linsen wieder mit Prismen, so können wir die Combination einer collectiven mit einer dispansiven Linse auffassen als eine Prismencombination, bei welcher die einzelnen Prismen eine entgegengesetzte Lage haben (vergl. Fig. 191, Cap. IV dies. Bds.). Sind beide Prismen aus der gleichen Substanz, so wird nur dann die Farbenzerstreuung aufgehoben, wenn beide Prismen gleiche brechende Winkel besitzen. Dann bildet die Prismencombination aber eine planparallele Platte und ändert die Divergenz eines Strahlenbüschels nicht im Geringsten. Erst wenn die Substanz beider Prismen verschieden ist, kann man je nach der Wahl der brechenden Winkel durch deren Combination eine Ablenkung ohne Zerstreuung oder eine Farbenzerstreuung ohne Ablenkung (der mittleren Farben) bewirken. Spielte bei den Prismencombinationen letzterer Fall die grössere Rolle, so ist hier bei Linsencombinationen die achromatische Vereinigung allein von Bedeutung.

Die Grundidee der Construction achromatischer Linsensysteme ist dieselbe, wie wir sie S. 266 für die Prismencombinationen ausgesprochen haben [1]). Man verwendet also zwei Linsen aus optisch in Bezug auf die Dispersion verschiedenen Substanzen von solcher brechenden Kraft (das Reciproke der Brennweite), dass die Zerstreuung (der chromatische Zerstreuungskreis) beider gleich gross, hingegen die Brennweite ungleich gross ist. Indem man die eine Linse collectiv, die andere dispansiv wählt, wird die Zerstreuung der ersten Linse durch die ebenso grosse entgegengesetzte Zerstreuung der zweiten Linse aufgehoben, während die Differenz der Brechungen einen endlichen Werth behält, so dass eine Divergenzänderung der Strahlenbüschel übrig bleibt. Je nach dem Grössenverhältniss der Einzelbrennweiten ist die Gesammtbrennweite positiv oder negativ, das Gesammtsystem collectiv oder dispansiv.

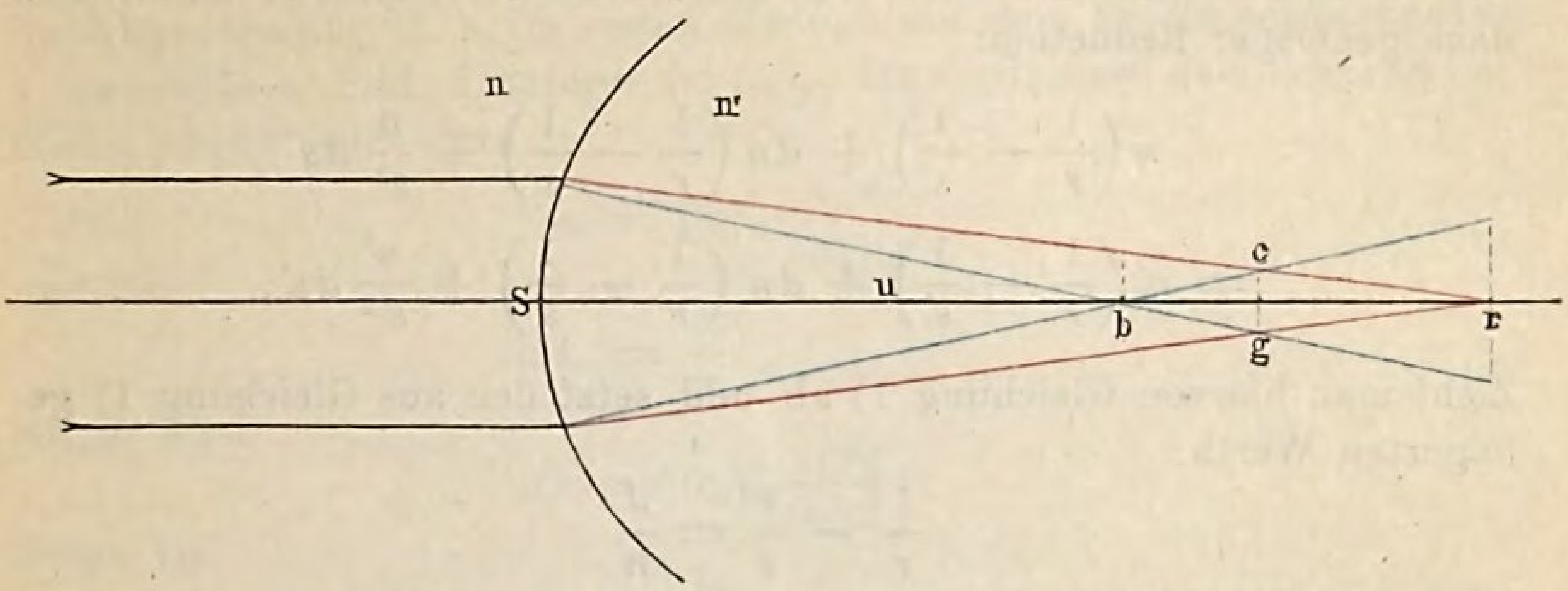
209 **Berechnung des chromatischen Zerstreuungskreises in Folge ungleich grosser verschiedenfarbiger Schnittweiten.** Bei den Fernrohrobjectiven aus nur zwei Linsen ist neben der Beseitigung der sphärischen Aberration die Vereinigung zweier verschiedenfarbiger Strahlen eine der wichtigsten Bedingungen. Ja, man nennt ein solches Objectiv schlechtweg achromatisch, wenn der Bildort bezw. Brennpunkt für zwei Farben derselbe ist. Dies ist der Grund, weshalb wir auf diesen chromatischen Fehler etwas ausführlicher eingehen und die durch ihn bedingte Grösse der Bildverschlechterung

[1]) Dies war auch der Grund, weswegen wir dort so ausführlich auf die für die Praxis nahezu bedeutungslosen achromatischen Prismencombinationen eingegangen sind. Alle dort gewonnenen Resultate in Bezug auf das Wesen der Achromasie und deren Verwirklichung mittelst der neuen Jenaer Gläser finden hier wieder Verwendung.

ableiten werden, ähnlich wie wir es bei der sphärischen Aberration gemacht haben.

Es sei S in Fig. 343 eine einfache brechende Kugelfläche, welche die rothen Nullstrahlen im Punkte r und die blauen in b vereinige. Bedeutet r den Radius der Fläche, s die Entfernung des Objectpunktes

Fig. 343.



und s' diejenige des Bildpunktes für eine beliebige Farbe, so gilt für die Brechung von Nullstrahlen an der Kugelfläche S (vergl. §. 188):

$$J = n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'}\right) = const. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wenn noch mit n bezw. n' der Brechungsquotient vor und hinter der Fläche S bezeichnet wird.

Wir wollen nun annehmen, dass auch der Objectabstand s mit der Farbe variire, und zwar sei er für einen bestimmten Brechungsindex n gleich s, für einen davon verschiedenen Brechungsindex $n + dn$ dagegen gleich $s + ds$; unsere Annahme ist gleichbedeutend damit, dass schon im ersten Medium eine Farbenzerstreuung stattgefunden habe. Ist der Objectpunkt ein selbstleuchtender, so ist freilich auch $ds = 0$; ist dagegen der Objectpunkt ein durch ein optisches System entworfener Bildpunkt, so kann der von uns angenommene Fall eintreten. Es käme auf dasselbe hinaus, wenn man z. B. in unserer Figur das zweite Medium als erstes und die Bildpunkte b und r als Objectpunkte betrachtete und nun zu einer neuen Brechung überginge.

Analog der Aenderung von s in $s + ds$ für eine zweite Farbe werde s' zu $s' + ds'$ und n' zu $n' + dn'$. Gesucht wird $s' + ds'$, wenn s, $s + ds$, n, $n + dn$, n' und $n' + dn'$ gegeben sind. Unsere Gleichung 1) geht für die zweite Farbe über in:

$$(n + dn)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s + ds}\right) = (n' + dn')\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s' + ds'}\right) \quad \cdot \quad 2)$$

oder:
$$\frac{1}{r}(n + dn) - (n + dn)(s + ds)^{-1}$$
$$= \frac{1}{r}(n' + dn') - (n' + dn')(s' + ds')^{-1}.$$

Nach dem binomischen Lehrsatz entwickelt, giebt:

$$(s + ds)^{-1} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2}\, ds,$$

wenn man die unendlich kleinen Glieder zweiter Ordnung gegenüber denen erster vernachlässigt. Setzt man diesen Werth in die letzte Gleichung ein, multiplicirt aus und lässt auch das Glied $dn.ds$ fort, so erhält man nach gehöriger Reduction:

$$n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) + dn\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) + \frac{n}{s^2}\, ds$$

$$= n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'}\right) + dn'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'}\right) + \frac{n'}{s'^2}\, ds';$$

Zieht man hiervon Gleichung 1) ab und setzt den aus Gleichung 1) gefolgerten Werth:

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{s} = \frac{J}{n}$$

ein, so erhält man:

$$J\frac{dn}{n} + n\frac{ds}{s^2} = J\frac{dn'}{n'} + n'\frac{ds'}{s'^2};$$

oder

$$J\left(\frac{dn'}{n'} - \frac{dn}{n}\right) = -\left[\frac{n'}{s'^2}\, ds' - \frac{n}{s^2}\, ds\right] \quad . \; . \; . \quad 3)$$

also in der früher S. 491 eingeführten Schreibweise:

$$J\Delta\left(\frac{dn}{n}\right) = -\Delta\left(\frac{n}{s^2}\, ds\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 4)$$

Aus diesen Gleichungen findet man direct die chromatische Längsaberration (ds'). Falls im ersten Medium keine Aberration vorhanden, d. h. der Objectpunkt ein leuchtender Punkt ist, so ist $ds = 0$ zu setzen.

Wir wollen aber wieder die Grösse des Zerstreuungskreises finden, welcher durch die chromatische Längsaberration hervorgerufen wird. Da es uns nur auf die relative Grösse desselben bei verschiedenen Systemen ankommt, so können wir denselben annehmen, wo wir wollen. Er werde gemessen am Orte der engsten Einschnürung der beiden farbigen Strahlenbüschel, welche in der Mitte der Vereinigungspunkte r und b liegt. Da wir nur Nullstrahlen betrachten, deren Axenwinkel u sehr klein sind, so wird demnach die Grösse e des Zerstreuungskreises cg laut Fig. 343 (a. v. S.):

$$e = \pm\, ds \,.\, u,$$

und analog nach der Brechung $e' = \pm\, ds' \,.\, u'$, wo das Vorzeichen beliebig zu wählen ist. Analog der Bezeichnungsweise bei der sphärischen Aberration wollen wir ds als positiv annehmen, wenn die Brechung collectiv ist, wobei sich also die rothen Strahlen in grösserem

Abstande schneiden als die blauen. Demnach wählen wir in unserem Falle das positive Vorzeichen.

Um wieder wie bei der sphärischen Aberration (vergl. §. 189) die Grösse desjenigen Objectkreises kennen zu lernen, welcher in Folge des chromatischen Bildzerstreuungskreises e_v undeutlich gesehen wird, betrachten wir e_v als Object und bestimmen rückwärts sein vom System im Objectraum, d. h. im ersten Medium mit dem Brechungsquotienten n_1 entworfenes Bild. Letzteres sei $(e_0)_v$; dann gilt nach dem Lagrange-Helmholtz'schen Satz:

$$e_v = (e_0)_v \cdot \frac{u_1 n_1}{u_v n_v};$$

und da

$$d s_v = \frac{e_v}{u_v}$$

ist, so wird

$$d s_v = (e_0)_v \frac{u_1 n_1}{n_v u_v^2};$$

ferner ist

$$u_v = \frac{h_v}{s_v},$$

also wird

$$d s_v = (e_0)_v \frac{u_1 n_1}{n_v} \cdot \left(\frac{s_v}{h_v}\right)^2$$

und analog

$$d s_v' = (e_0)_v' \frac{u_1 n_1}{n_v'} \cdot \left(\frac{s_v'}{h_v'}\right)^2,$$

wo wiederum $h_v' = h_v$ ist.

Unter Benutzung dieser Werthe nimmt die Gleichung 4) a. v. S. für die Fläche v folgende einfache Form an:

$$J_v \varDelta \left(\frac{dn}{n}\right)_v = - \frac{u_1 n_1}{h_v^2} \varDelta (e_0)_v,$$

oder umgeformt schliesslich:

$$\varDelta (e_0)_v = - \frac{h_v^2}{u_1 n_1} \cdot J_v \varDelta \left(\frac{dn}{n}\right)_v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

Es ist dieser Werth die durch die vte Brechung hervorgerufene Veränderung des Zerstreuungskreises, gemessen am Object selbst.

Man kann den Ausdruck auch schreiben:

$$\varDelta (e_0)_v = - u_1 n_1 \left(\frac{h_v}{u_1 n_1}\right)^2 J_v \varDelta \left(\frac{dn}{n}\right)_v$$

und erhält, indem man $u_1^2 = \left(\frac{h_1}{s_1}\right)^2$ setzt:

$$\varDelta (e_0)_v = - (n_1 u_1) \left(\frac{s_1}{n_1}\right)^2 \left(\frac{h_v}{h_1}\right)^2 J_v \varDelta \left(\frac{dn}{n}\right)_v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Sind im Ganzen m Brechungen vorhanden, so nimmt man die Summe aller dieser Ausdrücke von 1 bis m, da ja jeder einzelne nur die Variation des Zerstreuungskreises durch die Brechung an einer Fläche darstellt.

Es muss diese Summe gleich Null sein, soll das System achromatisch sein. Es werde $\sum \varDelta (e_0)_v$ mit e bezeichnet und $n_1 = 1$ gesetzt, d. h. als erstes Medium Luft genommen. Wir erhalten dann für einen im Endlichen gelegenen Objectpunkt:

$$e = - u_1 s_1^2 \cdot \sum \left(\frac{h_v}{h_1}\right)^2 \cdot J_v \varDelta \left(\frac{dn}{n}\right)_v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

Für einen unendlich entfernten Objectpunkt vereinfacht sich diese Gleichung noch. In diesem speciellen Falle ist $\frac{e}{s_1}$ der Winkel, unter dem der Objectzerstreuungskreis vom Scheitel der ersten Fläche aus gesehen erscheint; er werde mit ε bezeichnet. Indem man dann für s_1 setzt $-\frac{h_1}{u_1}$, insofern $h_1 = - u_1 s_1$ ist, erhält man:

$$\varepsilon = + h_1 \sum \left(\frac{h_v}{h_1}\right)^2 \cdot J_v \cdot \varDelta \left(\frac{dn}{n}\right)_v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

Es lehrt diese Gleichung, dass bei gegebener Brennweite die Grösse ε einfach proportional ist der ersten Potenz der Oeffnung des Systems. Führt man die Brennweite ein, welche durch die Gleichung $f = \frac{h_1}{tg\, u'}$ gegeben ist, und bezeichnet für den Werth $f = 1$ die in Gleichung 8) stehende Summe mit S, so erhält man schliesslich:

$$\varepsilon = \frac{h_1}{f} \cdot S \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9)$$

d. h. bei gegebenem System ist die durch die chromatische Aberration hervorgerufene Bildverschlechterung ε einfach proportional dem Verhältniss von Oeffnung zur Brennweite. Dabei ist auch hier (wie δ bei der sphärischen Aberration) ε unabhängig von der absoluten Grösse der Brennweite.

Wir werden im Abschnitt C. dieses Capitels den Gebrauch der Formel 8) mit ihrer Schwesterformel 21), §. 189, an der Hand eines Beispiels kennen lernen.

210 **Vergleich zwischen der sphärischen und chromatischen Aberration.** Wir wollen im Folgenden aus den aufgestellten Gesetzen für die sphärische und chromatische Aberration einige Folgerungen ziehen über die Art, wie diese Fehler in die Erscheinung treten, und ausserdem deren absolute Grössen für einfache Linsen bestimmen, um die Bedeutung derselben kennen zu lernen.

Wie ein optisches System auch beschaffen sei, immer wird man ein Oeffnungsverhältniss desselben angeben können, bei welchem die sphärische und chromatische Abweichung den gleichen absoluten Werth haben. Denn bilden wir den Quotienten beider, so erhalten wir:

$$\frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{h_1^2}{f^2} \cdot \frac{K}{S},$$

so dass stets $\delta = \varepsilon$ wird, wenn $\frac{h_1^2}{f^2} = \frac{S}{K}$ ist. Da δ der dritten Potenz, ε aber nur der ersten proportional ist, so wächst δ ungleich schneller, wenn $h_1/f > S/K$ wird, während andererseits ε ungleich langsamer abnimmt, wenn $h_1/f < S/K$ genommen wird. Geht man also von dem Verhältniss aus, bei welchem $\delta = \varepsilon$ ist, so ist der maassgebende und für die Correction hinderliche Factor die sphärische Aberration, wenn man das Verhältniss vergrössern will, dagegen die chromatische, wenn man zu niedrigerem Verhältniss schreiten muss. Letzteres tritt ein bei den einfachen Linsen, wo im Allgemeinen bei den gebräuchlichen Oeffnungsverhältnissen $\left(\text{z. B. } \frac{h_1}{f} = \frac{1}{10}\right)$ die chromatische Aberration einen sehr hohen Werth annimmt. Hieraus folgt dann, wegen der ungleich langsameren Abnahme von ε mit Verkleinerung von $\frac{h_1}{f}$, dass der durch die Dispersion des Lichtes verursachte Fehler bei der Abbildung mittelst einfacher Linsen eine viel grössere Unvollkommenheit bedingt, als der wegen der Kugelgestalt der Flächen eintretende Fehler.

Der Erste, welcher dies klar erkannte und aussprach, war Newton [1]). Vor ihm suchte man die Unvollkommenheit eines dioptrischen Fernrohres hauptsächlich in der Abweichung der Strahlen wegen der Kugelgestalt der Gläser, so dass Descartes glaubte dieselbe durch den Vorschlag, aberrationsfreie, d. h. elliptische und hyperbolische Gläser zu verwenden, vollständig beseitigt zu haben. Newton zeigte jedoch aus seiner Theorie der verschiedenen Brechbarkeit der Farben, dass die zu seiner Zeit existirenden dioptrischen Fernrohre lediglich in Folge der chromatischen Aberration so unvollkommene Bilder lieferten. Und in der That hatte man, auf ganz richtiger Grundlage aufbauend, den Farbenfehler dadurch zu verringern versucht, dass man die Brennweite im Vergleich zur Oeffnung recht lang machte. So wählte Huyghens ein sehr grosses Verhältniss und verwirklichte dasselbe, indem er Objectiv und Ocular trennte und ersteres auf hohem Gerüst in freiem Felde befestigte [2]). Newton berechnet die Grösse der beiderlei Zerstreuungskreise für eine einfache planconvexe Linse und findet, dass sie sich verhalten wie 1 : 150. Dass bei einer so bedeutenden Farbenzerstreuung die Bilder in den einfachen Fernrohren dennoch so deutlich sein können, wie sie es sind, erklärte schon Newton daraus, dass die Strahlen im Mittelpunkte und dessen Nähe unendlich viel dichter sind, als nahe dem Umfange des Zerstreuungskreises, und dass nicht alle homogenen Farben einen gleich

[1]) Siehe Poggendorff, „Geschichte der Optik".

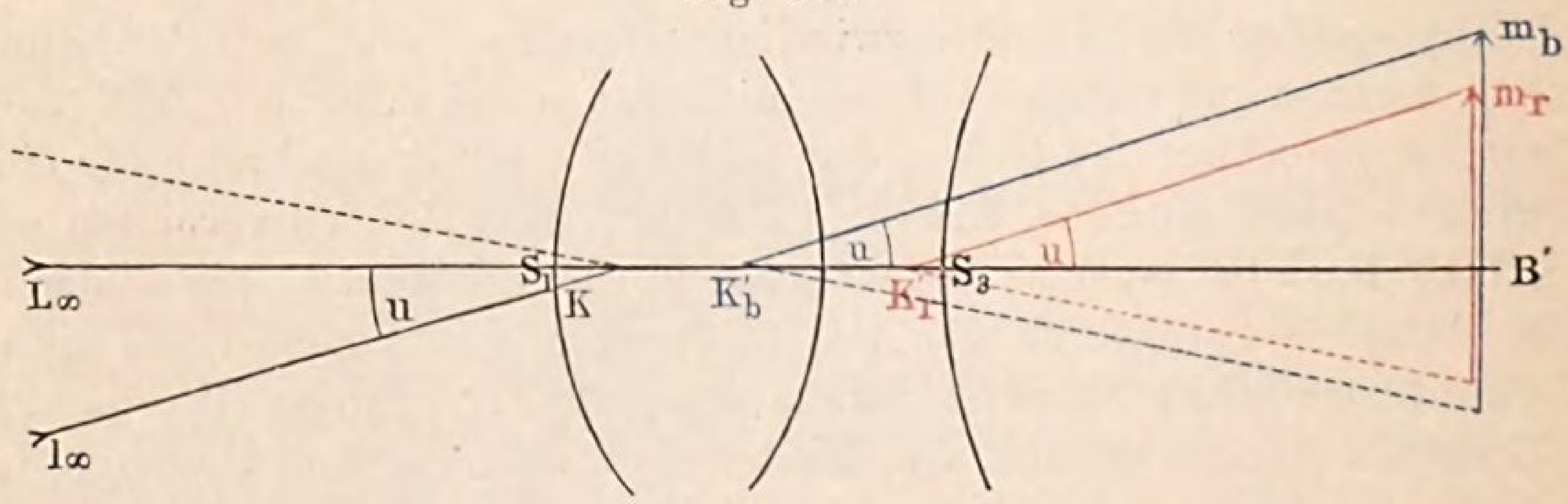
[2]) Christiani Hugenii Const. F. Astroscopia compendiaria, Tubi optici molimine liberata. Hagae-Comitum, apud Arnoldum Leers, Bibliopolam 1684. In dieser Abhandlung befindet sich eine Abbildung des oben erwähnten Fernrohres.

lebhaften Eindruck auf das Auge machen[1]). Unter Berücksichtigung des letzteren Umstandes erhielt Newton für obige planconvexe Linse für $\frac{\delta}{\varepsilon}$ statt $\frac{1}{150}$ immer noch $\frac{1}{33}$. Auf diesem Wege also, von der Rechnung mit untrüglicher Sicherheit geleitet, erkannte Newton, dass ein weiterer Fortschritt der dioptrischen Fernrohre vor Allem von der Beseitigung der Farben unter Beibehaltung der Kugelflächenform abhängig sei.

Wurde Newton schon durch die Grösse der farbigen Fehler zu der Meinung gebracht, dass es ausserhalb der Grenzen des technisch Erreichbaren liege, die Bilder der dioptrischen Fernrohre farblos zu machen, so wurde er in diesem Irrthume noch mehr bestärkt durch einen Versuch, bei welchem er ein gläsernes Prisma in ein prismatisches, mit Wasser gefülltes Gefäss gelegt hatte. Dieser Versuch war es, aus dem er schloss, dass beim Durchgang weissen Lichtes, auch durch beliebig viele verschiedene Substanzen, mit der Brechung stets eine Farbenzerstreuung verbunden wäre und somit die Achromasie beim dioptrischen Fernrohre unmöglich sei. Wir wissen, dass dieser schwere Irrthum lange Zeit verhängnissvoll gewirkt hat; gleichwohl hat er für die Optik auch erspriessliche Folgen gehabt. Consequent seinen logischen Schlüssen, wandte sich Newton für immer von dem dioptrischen Fernrohrbau, den er für unfruchtbar hielt, ab und liess es sich um so mehr angelegen sein, Gregory's Idee auszuführen; so verdanken wir ihm das erste Spiegelteleskop (1668) und die Vervollkommnung dieser Apparate.

211 **Chromatische Differenz der Vergrösserung eines Systems in Folge der Abhängigkeit der Brennweite von der Farbe (Chromasie der Brennweite).** Wir wollen jetzt den Einfluss des Fehlers auf die Bildschärfe betrachten, welcher durch die

Fig. 344.



Variation der Brennweite mit der Wellenlänge des Lichtes hervorgerufen wird. Dabei werde der Einfachheit wegen vorausgesetzt, dass

[1]) Ueber die geringe Wirkung der farbigen Zerstreuungskreise in Anbetracht ihrer beträchtlichen Grösse siehe Näheres bei H. v. Helmholtz, Wissensch. Abhandlungen, Bd. II, S. 126 bis 134.

das optische System achromatisch sei in Bezug auf die Schnittweite, so dass es von einem weissleuchtenden Objectpunkt die verschiedenfarbigen Bildpunkte an ein und demselben Orte entwirft. Ist, wie in Fig. 344, der Objectpunkt im Unendlichen liegend angenommen, so ist demnach der Brennpunkt B' für alle Farben derselbe und damit auch der Brennpunktsabstand $B'S_3$.

Die Brennweite ist nun gleich der Entfernung zwischen dem Brennpunkte und seinem zugehörigen Hauptpunkte. Da die Brennweite mit der Wellenlänge bezw. dem Brechungsquotienten variirt [1]), der Brennpunkt aber in unserem Beispiele für alle Farben derselbe ist, so folgt, dass jeder Farbe ein besonderer Hauptpunkt zukommt. Hand in Hand damit geht aber eine Variation der Vergrösserung. Dies folgt einfach aus den S. 139 bezw. 159 gegebenen Constructionsregeln, zu einem bestimmten Objecte das conjugirte Bild auf geometrischem Wege zu bestimmen. Statt der Hauptpunkte benutze man hierbei die Knotenpunkte [2]), welche laut den §. 70, S. 138 und 139, abgeleiteten Beziehungen gegeben sind, sobald die Lage der Hauptpunkte und Brennpunkte bekannt ist. Es variiren also in unserem Falle auch die Knotenpunkte mit der Farbe des Lichtes. Dieselben seien in Bezug auf das Bildmedium für die rothen Strahlen K'_r und für die blauen Strahlen K'_b. Das unendlich entfernte Object $L_\infty l_\infty$ werde vom vorderen Knotenpunkt K unter dem Winkel u gesehen [3]). Dann findet man das conjugirte rothe Bild, indem man durch den Knotenpunkt K'_r für rothe Strahlen eine Gerade zieht, welche mit der Axe den Winkel u bildet, und diese bis zur Brennebene verlängert. Der Abstand dieses Schnittpunktes m_r vom Brennpunkt B' ist das gesuchte Bild, vermittelt durch die rothen Strahlen. Legt man zur Geraden $K'_r m_r$ eine Parallele $K'_b m_b$ durch den Knotenpunkt K'_b der blauen Strahlen, so ist $m_b B'$ das durch die blauen Strahlen entworfene Bild.

Die Variation der Brennweite mit der Wellenlänge findet schon bei der Abbildung durch Nullstrahlen statt. Die dadurch hervorgerufene chromatische Differenz der Vergrösserung ist also ein Fehler, welcher der Nullzone (Mitte) des Systems anhaftet. Aus Fig. 344 ist nun ersichtlich, dass die Vergrösserungsdifferenz $m_b m_r$ um so grösser ist, unter je grösserem Sehwinkel u ein Object erscheint; es greifen also die blauen Bilder um so mehr über die rothen, je weiter man sich von der Axe entfernt, in der Mitte des Bildfeldes decken sich die beiderlei

[1]) Da ja $1/F = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ gilt.

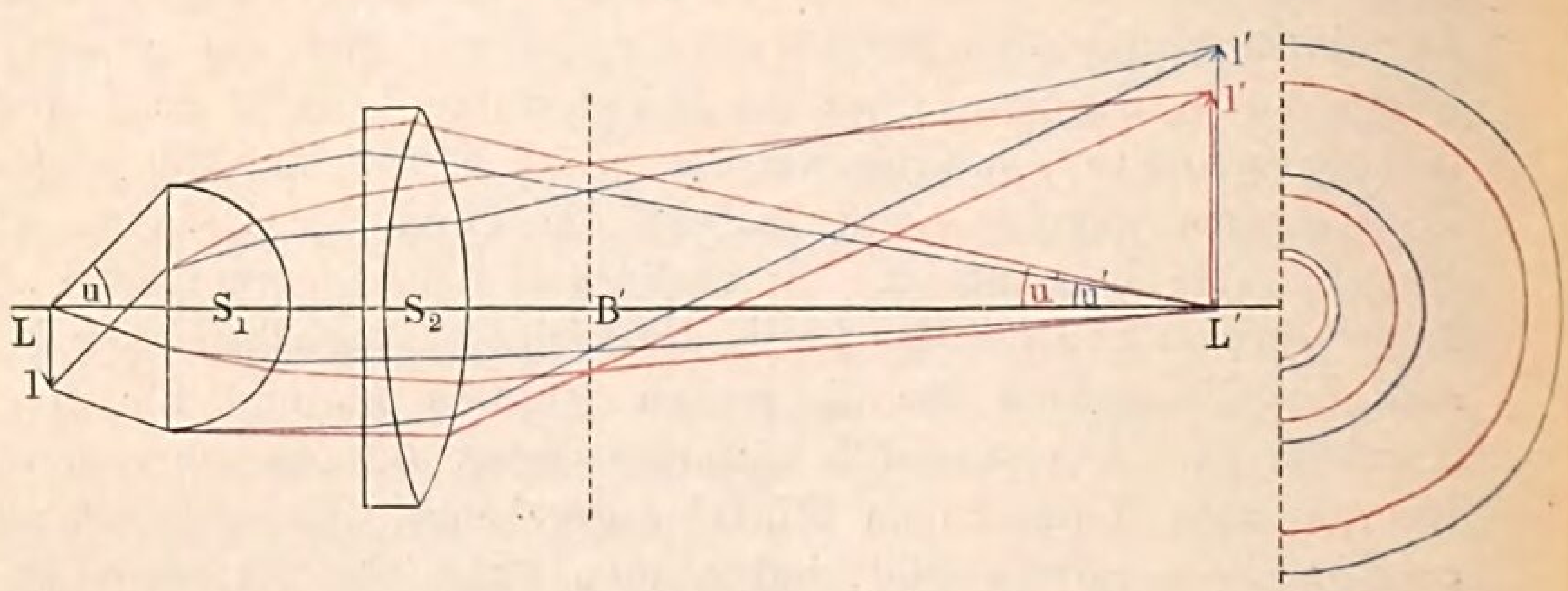
[2]) Bei den Linsen, wo Object- und Bildmedium identisch sind, fallen Haupt- und Knotenpunkte zusammen (vergl. §. 77).

[3]) Wegen der grossen Entfernung des Objectes kann statt des vorderen Knotenpunktes auch der Scheitel S_1 des Systems gesetzt werden. Jedenfalls braucht die Variation des Ortes von K mit der Farbe nicht berücksichtigt zu werden.

Bilder vollkommen. Wird demnach die Bildmitte durch die chromatische Differenz der Vergrösserung so gut wie gar nicht beeinflusst, so macht sich dieser Fehler am Rande des Bildes um so störender bemerkbar, je grösser das abzubildende Object ist.

In Fig. 345 ist der Fall dargestellt, dass die verschiedenfarbigen Bilder $L'l'$ vom Object Ll in einer Ebene liegen[1]), während in Folge der chromatischen Differenz der Vergrösserung die verschiedenfarbigen Bilder ungleich gross sind. Die Halbkreise sollen das Gesetz des Uebereinandergreifens veranschaulichen. Ein ähnlicher Strahlengang findet beim Mikroskopobjectiv statt, wo das Object Ll nahe dem vorderen Focus sich befindet und somit dieser für verschiedene Farben derselbe

Fig. 345.



sein muss, damit das System die verschiedenfarbigen Bilder am gleichen Orte erzeugt. Da hier nur ein sehr kleines Gesichtsfeld abzubilden ist, so schadet die ungleiche Grösse der Bilder praktisch so gut wie gar nicht. Dagegen würde eine kleine Verschiedenheit im Orte des vorderen Brennpunktes sehr grosse Verschiedenheit in der Lage der rothen und blauen Bilder zur Folge haben. Daraus entsprängen um so grössere Zerstreuungskreise und dem entsprechende Undeutlichkeit, je grössere Oeffnungen man verwenden würde.

Man beseitigt darum bei einem Mikroskopobjectiv, falls man nicht zugleich die Brennpunkte und auch die Brennweiten achromatisiren kann, die chromatische Differenz der Schnittweite als den wesentlicheren der beiden Fehler und lässt die chromatische Differenz der Vergrösserung bestehen.

Bei einer Lupe und einem Ocular dagegen, wo grosse Sehfelder abzubilden sind von Objecten, die nahe im vorderen Brennpunkte liegen, thut man besser, die Brennweite statt der Schnittweite zu achromatisiren. Wir kommen hierauf im §. 216 zu sprechen. Es sei nur erwähnt, dass dann die durch die Lupe (bezw. Ocular) gesehenen Bilder,

[1]) Dabei ist angenommen, dass alle Zonen des Objectivs die rothen und blauen Strahlen in einem Punkte vereinigen.

wenn auch an verschiedenen Stellen der Axe, so doch unter gleichem Winkel erscheinen.

Bedingungen dafür, dass zwei sich berührende unendlich dünne Linsen achromatisch sind (achromatisches Objectiv). 212
Besteht ein optisches System aus zwei ideellen Linsen, welche sich berühren, so ist die Forderung gleich grosser Brennweite für zwei Farben identisch mit der Forderung gleich grosser Schnittweite. Denn da in diesem einfachsten Falle zweier Linsen die Hauptpunkte mit dem gemeinsamen Scheitel zusammenfallen, so ist der Brennpunktsabstand gleich der Brennweite, also gleich dem Abstand des Brennpunktes vom Hauptpunkte. Wir wollen die Bedingungen dafür aufstellen, dass ein solches Objectivsystem achromatisch ist.

Sind r_1 und r_2 die Radien der Kugelflächen der ersten Linse, ist n deren Brechungsquotient und F die Brennweite, so gilt bekanntlich:

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$

welche Gleichung durch Einführung folgender Bezeichnungen

$$\left.\begin{aligned} \varrho_1 &= \frac{1}{r_1} \\ \varrho_2 &= \frac{1}{r_2} \end{aligned}\right\} k = \varrho_1 - \varrho_2$$

$$\varphi = \frac{1}{F}$$

übergeht in:

$$\varphi = (n-1)(\varrho_1 - \varrho_2)$$

$$\varphi = (n-1) \, . \, k \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Dabei nennt man φ die Stärke der Linse, $\varrho = \frac{1}{r}$ die Krümmung einer Fläche (vergl. §. 190) und k somit die Krümmungsdifferenz (ϱ-Differenz) beider Flächen der Linse.

Zu der ersten Linse komme jetzt eine zweite hinzu; versehen wir die auf die erste Linse bezüglichen Grössen mit dem Index 1, die auf die zweite Linse bezüglichen Grössen mit dem Index 2, so erhalten wir für die beiden unendlich dünnen Linsen:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= (n_1 - 1)\, k_1 \\ \varphi_2 &= (n_2 - 1)\, k_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Sind die Einzelbrennweiten zweier sich berührenden ideellen Linsen F_1 und F_2, so lässt sich leicht zeigen [1]), dass die Gesammtbrennweite F gefunden wird durch die Gleichung:

[1]) Die Ableitung ist später S. 561 für den Fall getrennter Linsen gegeben, welcher unseren Specialfall einschliesst und in denselben übergeht, wenn man die Entfernung d der beiden Linsen gleich Null setzt.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}$$

oder gemäss der oben eingeführten Bezeichnungsweise:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 3)$$

Verbinden wir demnach die Gleichungen 2) und 3), so erhalten wir:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = (n_1 - 1)\, k_1 + (n_2 - 1)\, k_2 \; . \; . \; . \quad 4)$$

Für eine andere Farbe werde φ zu $\varphi + d\varphi$, n_1 zu $n_1 + dn_1$ und n_2 zu $n_2 + dn_2$; es wandelt sich demnach Gleichung 4) um in:

$$\varphi + d\varphi = (n_1 + dn_1 - 1)\, k_1 + (n_2 + dn_2 - 1)\, k_2$$

oder:

$$\varphi + d\varphi = dn_1 k_1 + dn_2 k_2 + (n_1 - 1)\, k_1 + (n_2 - 1)\, k_2,$$

und indem wir hiervon Gleichung 4) abziehen:

$$d\varphi = k_1 dn_1 + k_2 dn_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 5)$$

Soll nun die Grösse φ beim Uebergang von einer Farbe in die andere unverändert bleiben, so muss $d\varphi = 0$ werden und somit die Bedingung:

$$k_1 dn_1 + k_2 dn_2 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 6)$$

erfüllt sein. Ist dieser Bedingung genügt, so ist die Kraft bezw. die Brennweite des Linsenpaares für zwei Farben dieselbe und damit auch der Ort der Brennebene derselbe, insofern ja bei unendlich dünnen Linsen die Brennweite mit dem Brennpunktsabstand zusammenfällt.

Die unter 6) stehende Bedingung lässt sich auch so schreiben:

$$\frac{k_1}{k_2} = -\frac{dn_2}{dn_1} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 7)$$

oder da laut Gleichung 1) für φ der Werth $(n - 1)\, k$ gesetzt werden kann:

$$\frac{\varphi_1 / (n_1 - 1)}{\varphi_2 / (n_2 - 1)} = -\frac{dn_2}{dn_1},$$

also auch:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = -\frac{dn_2}{n_2 - 1} \cdot \frac{n_1 - 1}{dn_1},$$

und somit:

$$\frac{F_2}{F_1} = -\frac{\dfrac{dn_2}{n_2 - 1}}{\dfrac{dn_1}{n_1 - 1}} = -\frac{\nu_1}{\nu_2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 8)$$

wenn wir wieder mit Abbe den Ausdruck $\frac{n-1}{dn}$, d. h. also den reciproken Werth der relativen Dispersion mit ν bezeichnen (siehe S. 262 d. Bds.); combiniren wir schliesslich die Gleichungen 4) und 6), so erhalten wir als Bedingung vollständiger Achromasie der Nullzone unseres Linsenpaares:

$$\left.\begin{array}{l} \varrho_1 - \varrho_2 = k_1 = + \dfrac{1}{F} \cdot \dfrac{1}{dn_1} \dfrac{1}{\nu_1 - \nu_2} \\ \varrho_3 - \varrho_4 = k_2 = - \dfrac{1}{F} \cdot \dfrac{1}{dn_2} \dfrac{1}{\nu_1 - \nu_2} \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \quad 9)$$

Diese Gleichungen enthalten also das Resultat:

Die Combination zweier ideellen, sich berührenden Linsen ist nur dann achromatisch, wenn die Linsensubstanzen verschiedene Werthe der ν, also auch verschiedene relative Dispersionen haben.

Soll die Combination aber ferner wie eine Linse und nicht wie eine planparallele Platte wirken, so ist laut Gleichung 8) noch folgende Bedingung zu erfüllen:

Die Brennweiten müssen verschiedenes Vorzeichen besitzen und sich verhalten wie die relativen Zerstreuungsvermögen beider Glassorten bezw. umgekehrt proportional wie die ν-Werthe.

Aus Gleichung 3) $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ folgt, da φ_1 oder φ_2 negativ sein muss, dass die brechende Kraft bezw. die Brennweite der Combination positiv ist, wenn die brechende Kraft der Collectivlinse diejenige der Dispansivlinse überwiegt. Dann muss aber die relative Dispersion der letzteren grösser sein als diejenige der Collectivlinse. Man wird also auch hier, wie bei den achromatischen Prismen, die ν-Differenz $(\nu_1 - \nu_2)$ möglichst gross wählen, um möglichst kleine Krümmungsdifferenzen (k_1 bezw. k_2) und somit schwache Krümmungen bezw. grosse Radien der Kugelflächen zu erzielen.

Man geht von diesen Gleichungen 9) aus, wenn man ein System aus zwei Linsen berechnen will. Näheres siehe im Abschnitt C. dies. Cap.

Secundäres Spectrum bei achromatischen Linsen- 213
paaren. Sind die Differenzen der ν-Werthe ausschlaggebend für die mögliche Herstellung eines achromatischen Linsenpaares, so wird die Art der Achromasie bestimmt durch das Verhältniss der partiellen Dispersionen bei beiden Glassorten, d. h. durch den Gang der Dispersion [1]). Wie bei den achromatischen Prismensystemen können bei den dioptrischen Systemen im Allgemeinen durch zwei Linsen ebenfalls nur zwei Farben vereinigt werden. Dies lehrt Gleichung 8) des vorigen Paragraphen. Die übrigen Farben werden anders gebrochen und erzeugen ihre eigenen Bildpunkte; es bleibt somit eine, wenn auch geringe Dispersion übrig, welche man das „secundäre Spectrum“ genannt hat. Indem man mit den beiden Linsen eine dritte combinirt, lässt sich natürlich mit den schon vereinigten zwei Farben noch eine dritte vereinigen. Die dann etwa noch vorhandene Farbenzerstreuung nennt man

[1]) Vergl. §. 115 und §. 116 des vierten Capitels dieses Bandes.

das „tertiäre Spectrum". Auch dieses lässt sich beseitigen, indem man den drei Linsen eine vierte hinzufügt; kurz man sieht, dass man ebenso viele Farben vereinigen kann, als Linsen zur Verfügung stehen.

Aber wie bei der Achromasie der Prismenpaare gelingt es auch hier durch richtige Wahl der Gläser schon mittelst zweier Linsen drei Farben zu vereinigen. Wir wollen jetzt die Bedingung dafür suchen, dass die Gesammtbrennweite eines Linsenpaares für drei Farben identisch ist, und falls letzteres unmöglich sein sollte, eine Formel aufstellen, welche die Grösse der Abweichung der verschiedenfarbigen Brennweiten, d. h. das secundäre Spectrum zu bestimmen gestattet.

Man habe k' und k'' so berechnet[1]), dass die Gesammtbrennweite f zweier sich berührenden ideellen Linsen mit den Einzelbrennweiten f' und f'' für die Farben der Fraunhofer'schen Linien C (Roth) und F (Blau) identisch sei. Dann schneiden sich die rothen und blauen Strahlen in einem Punkte, und es gilt:

$$f_C = f_F \quad \text{oder} \quad \varphi_C = \varphi_F,$$

wo gemäss Gleichung 4) des vorigen Paragraphen bedeutet:

$$\varphi_C = \frac{1}{f_C} = (n'_C - 1)\,k' + (n''_C - 1)\,k'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

$$\varphi_F = \frac{1}{f_F} = (n'_F - 1)\,k' + (n''_F - 1)\,k'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Um die Werthe von k' und k'' zu finden, erinnern wir daran, dass laut Gleichung 9) des vorigen Paragraphen allgemein gilt:

$$k = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{dn} \cdot \frac{1}{\nu_1 - \nu_2};$$

nimmt man im Folgenden für dn den Werth $n_F - n_C$ und versteht unter f und n die auf eine mittlere Spectralfarbe (etwa D) bezogenen Werthe der Gesammtbrennweite und des Brechungsindex, so erhalten wir also:

$$\left.\begin{aligned} k' &= +\frac{1}{f} \cdot \frac{1}{n'_F - n'_C} \cdot \frac{1}{N} \\ k'' &= -\frac{1}{f} \cdot \frac{1}{n''_F - n''_C} \cdot \frac{1}{N} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

wo

$$N = \frac{n' - 1}{n'_F - n'_C} - \frac{n'' - 1}{n''_F - n''_C}.$$

Für eine beliebige dritte Farbe x des Spectrums gilt analog Gleichung 1) oder 2):

[1]) Da wir mehrere der Buchstaben in der folgenden Entwickelung noch mit einem Index versehen müssen, so wollen wir die auf die erste bezw. zweite Linse bezüglichen Buchstaben mit einem Strich bezw. zwei Strichen versehen.

$$\varphi_x = \frac{1}{f_x} = (n'_x - 1)\,k' + (n''_x - 1)\,k'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

und indem wir diese Gleichung von Gleichung 1) bezw. 2) abziehen:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_C - \varphi_x &= \frac{1}{f_C} - \frac{1}{f_x} = (n'_C - n'_x)\,k' + (n''_C - n''_x)\,k'' \\ \varphi_F - \varphi_x &= \frac{1}{f_F} - \frac{1}{f_x} = (n'_F - n'_x)\,k' + (n''_F - n''_x)\,k'' \end{aligned}\right\} \quad . \quad 5)$$

In diese Gleichungen führen wir die Werthe von k' und k'' aus Gleichung 3) ein und setzen für die Producte $f_F \,.\, f_x$ und $f_C \,.\, f_x$ den Werth f^2, wodurch bei den nur geringen Abweichungen zwischen den verschiedenfarbigen Brennweiten in Folge des secundären Spectrums unser Resultat unwesentlich beeinflusst wird. Wir erhalten dann schliesslich:

$$\left.\begin{aligned} \frac{f_x - f_C}{f} &= \frac{1}{\nu' - \nu''}\left[\frac{n'_C - n'_x}{n'_F - n'_C} - \frac{n''_C - n''_x}{n''_F - n''_C}\right] \\ \text{und} \quad \frac{f_x - f_F}{f} &= \frac{1}{\nu' - \nu''}\left[\frac{n'_F - n'_x}{n'_F - n'_C} - \frac{n''_F - n''_x}{n''_F - n''_C}\right] \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Die Gleichungen 6) geben direct die Differenz der Einzelbrennweiten für die verschiedenen Farben in Einheiten der mittleren Gesammtbrennweite, also die gesuchte Grösse des secundären Spectrums. Soll diese gleich Null sein, so muss sowohl f_x mit f_C, als auch f_x mit f_F zusammenfallen, d. h. es muss folgenden Gleichungen genügt werden:

$$\left.\begin{aligned} \frac{n'_C - n'_x}{n'_F - n'_C} &= \frac{n''_C - n''_x}{n''_F - n''_C} \\ \frac{n'_F - n'_x}{n'_F - n'_C} &= \frac{n''_F - n''_x}{n''_F - n''_C} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

Beide Bedingungsgleichungen sind identisch; sie beziehen sich auf den Gang der Dispersion und sagen aus, dass nur dann eine dritte Farbe x mit den zwei schon vereinigten Farben C und F zusammenfällt, wenn die Quotienten, gebildet aus der relativen Dispersion (von C bis x bezw. F bis x) und der mittleren Dispersion (von C bis F), bei beiden zur Combination verwandten Glassorten denselben Werth besitzen. Wie wir von früher (§. 115) wissen, sind die Werthe dieser Quotienten jene in der Tabelle der Jenaer Gläser (S. 264) kleingedruckten Zahlen, welche unterhalb der partiellen Dispersionswerthe angegeben sind. Ein Vergleich dieser kleingedruckten Zahlen bei zwei Substanzen, mit verschieden grossem Werthe von ν, lehrt also ohne Weiteres den Grad der Achromasie kennen, welcher mittelst nur zweier Linsen zu erreichen ist.

Beispiele achromatischer Linsenpaare aus älteren (Fraunhofer'schen) und neueren (Jenaer) Gläsern. Grösse des secundären Spectrums. 214 Wie bei den achromatischen

Prismen, so wollen wir auch hier einige Beispiele anführen, welche den Unterschied zwischen der Achromatisirung eines zweilinsigen Objectivs darthun sollen, wenn dasselbe aus älteren Fraunhofer'schen oder neuen Jenaer Gläsern gebildet wird. Dazu berechnen wir gemäss der Gleichung 5) den Werth der Einzelbrennweiten $f_x - f_C$ unter der Annahme von $f = 1$ und mit Benutzung der den verschiedenen Glassorten zukommenden Constanten. In folgender Tabelle sind diese Constanten in analoger Anordnung wie in der Tabelle auf S. 264 für einige Glasarten gegeben, von denen *O.* 60 und *O.* 103 ältere Typen, dagegen *S.* 40, *S.* 35, *S.* 30, *S.* 8 und *S.* 7 neuere Glasarten repräsentiren, welche sich vorzugsweise zu achromatischen Objectiven eignen. Der grösseren Uebersichtlichkeit wegen sind die uns hier interessirenden Dispersionsquotienten unter den partiellen Dispersionswerthen in fetter Schrift gedruckt.

Fabrikations-Nummer	Benennung	Brechungsindex für D	Mittlere Dispersion C bis F	$\nu = \frac{n-1}{\Delta n}$	Partielle Dispersion A' bis D	D bis F	F bis G'
O. 60	Calcium Silicat-Crown	1,5179	0,00860	60,2	0,00553 **0,643**	0,00605 **0,703**	0,00487 **0,566**
O. 103	Gewöhnliches Silicat-Flint	1,6202	0,01709	36,2	0,01034 **0,605**	0,01220 **0,714**	0,01041 **0,609**
S. 40	Mittleres Phosphat-Crown	1,5590	0,00835	66,9	0,00546 **0,654**	0,00587 **0,702**	0,00466 **0,557**
S. 35	Borat-Flint	1,5503	0,00996	55,2	0,00654 **0,656**	0,00699 **0,702**	0,00561 **0,563**
S. 30	Schweres Baryum-Phosphat-Crown	1,5760	0,00884	65,2	0,00570 **0,644**	0,00622 **0,703**	0,00500 **0,565**
S. 8	Borat-Flint	1,5736	0,01129	50,8	0,00728 **0,645**	0,00795 **0,704**	0,00644 **0,571**
S. 7	Borat-Flint	1,6086	0,01375	44,3	0,00864 **0,628**	0,00974 **0,708**	0,00802 **0,583**

Die Berechnung des secundären Spectrums geschieht nun einfach nach folgendem Schema. Combiniren wir zuerst zwei Gläser von älterem Typus *O.* 60 und *O.* 103, so ist gemäss obiger Tabelle für dieselben:

Glasart	ν	$\frac{A'-D}{C-F}$	$\frac{D-F}{C-F}$	$\frac{F-G'}{C-F}$
O. 60	60,2	0,643	0,703	0,566
O. 103	36,2	0,605	0,714	0,609
Differenz . . .	24,0	+ 0,038	— 0,011	+ 0,043

wenn man die Differenzbildung genau der Formel 6) gemäss vornimmt, wobei man vor Allem auf die Bestimmung der Vorzeichen zu achten hat.

Wir erhalten demnach für $f = 1$ und unter Beachtung des Vorzeichens obiger Differenzwerthe:

$$f_{G'} - f_F = \frac{+\,0{,}043}{24{,}0} = +\,0{,}00179$$

$$f_D - f_F = \frac{-\,0{,}011}{24{,}0} = -\,0{,}00046$$

$$f_{A'} - f_F = (f_{A'} - f_D) + (f_D - f_F) = \frac{+\,0{,}038 - 0{,}011}{24{,}0}$$
$$= +\,0{,}00113.$$

Bei einer Brennweite von 1000 mm zeigt ein achromatisches Linsenpaar (astronomisches Objectiv) aus den besten, früher üblichen Glasarten also schon Focusdifferenzen von rund + 1,8 mm, — 0,5 mm und + 1,1 mm [1]).

Ungleich günstiger verhält es sich bei Linsenpaaren, welche aus geeigneten neueren Glasarten hergestellt sind. In der nächsten Tabelle sind zwei Beispiele gegeben, bei denen die Rechnung in gleicher Weise wie oben ausgeführt worden ist.

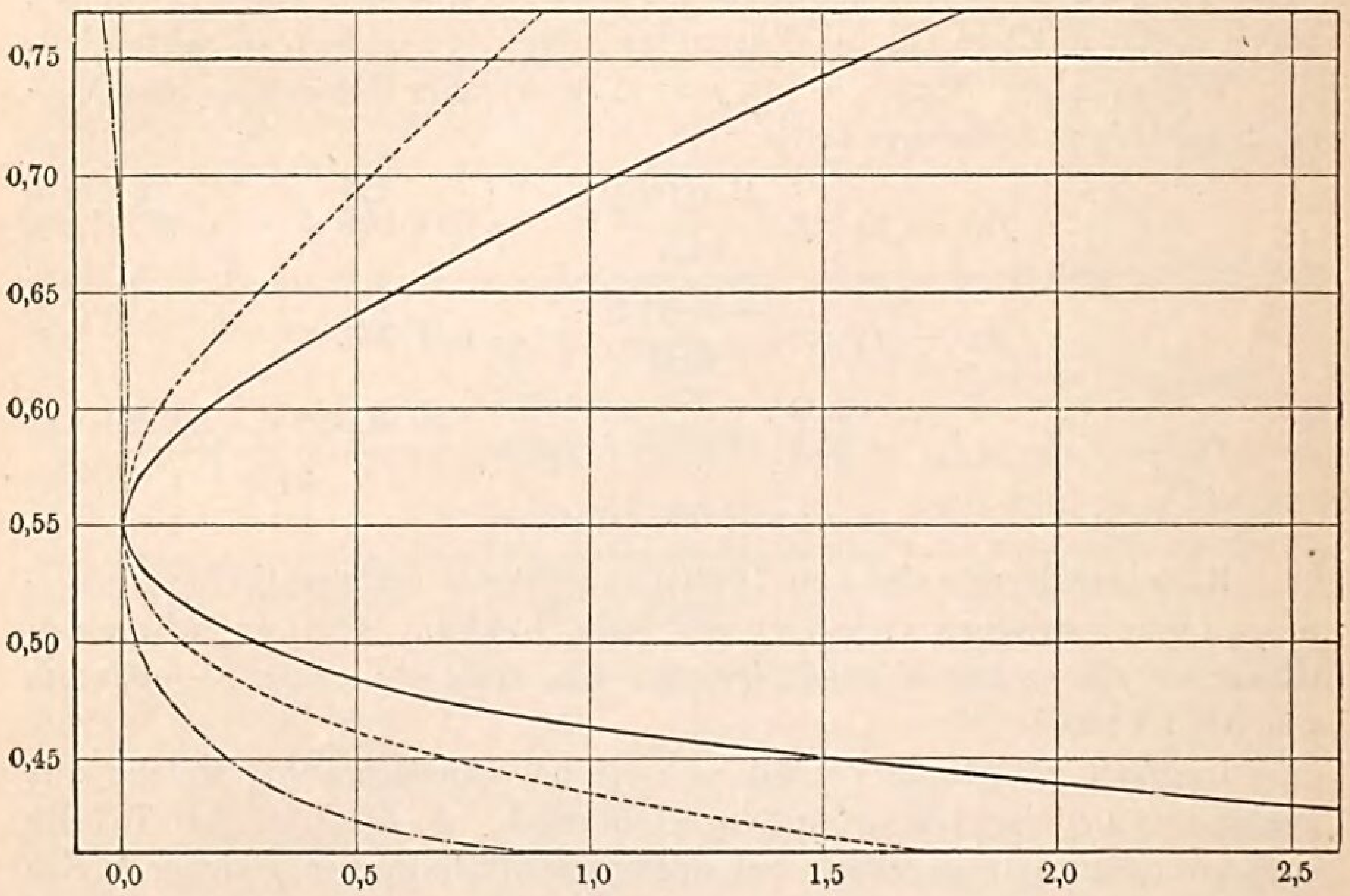
Linsenpaar	$f_{A'} - f_F$	$f_D - f_F$	$f_{G'} - f_F$
S. 40 und *S.* 35	— 0,00017	— 0,00000	+ 0,00050
S. 30 und *S.* 8	— 0,00013	— 0,00007	+ 0,00048

Aus einem Vergleich dieser Resultate für neuere Gläser mit denen für ältere Glasarten folgt zweierlei: Erstens ist die Grösse der Abweichungen fast zehnmal kleiner und zweitens ist die Richtung bezw. das Vorzeichen der Abweichung für die rothen Strahlen die entgegengesetzte hier gegenüber dort. Während bei den älteren Combinationen die Brennweitendifferenz für Roth und Blau dasselbe Vorzeichen hat, so

[1]) Diese rechnerischen Resultate stimmen sehr gut mit den von H. C. Vogel am Wiener Refractor ausgeführten Messungen überein. Wir kommen auf diese Versuche und die dabei verwandte Methode noch näher zu sprechen.

bei den neueren verschiedenes. Stellt man die Brennweite in Gestalt einer Curve als Function des Brechungsquotienten bezw. der Wellenlänge dar, so erhält man für die Glassorten *O.* 60 und *O.* 103 und alle älteren Combinationen stets eine parabelförmige Curve. Bei einigen Combinationen, *S.* 40 und *S.* 35, *S.* 30 und *S.* 8, der neueren Glassorten hat die Curve einen ganz anderen Charakter, da ein Wendepunkt vorhanden ist. In der Fig. 346 sind diese Curven für drei Combinationen

Fig. 346.



dargestellt, und zwar enthalten dieselben die Werthe der Brennweitendifferenzen für eine ganze Anzahl von Wellenlängen [1]), welche sich aus der Tabelle (a. f. S.) ergeben; in dieser sind die Wellenlängen (λ) in Tausendtheilen eines Millimeters angegeben, für welche die Differenzen ($f_\lambda - f$) berechnet worden sind. Dabei sind diese Differenzen ausgedrückt in Tausendtheilen des Werthes von f, der Brennweite des Systems für die mittlere Wellenlänge $\lambda = 0{,}00055$ mm.

Die Tabelle und die nach ihr gezeichneten Curven zeigen den Unterschied günstiger und ungünstiger Combinationen, soweit das secundäre Spectrum als maassgebender Factor ins Spiel kommt, zur Genüge, so dass ein weiterer Commentar überflüssig ist. Es sei nur daran erinnert, dass man früher, um mittelst zweier Substanzen ähnlich günstige Resultate

[1]) S. Czapski, Mittheilungen über das glastechnische Laboratorium in Jena und die von ihm hergestellten neuen optischen Gläser. Zeitschrift für Instrumentenk. 6, 341, 1886; ferner in „Theorie d. opt. Instr. etc.", S. 130 bis 131.

λ in Mikron	$f_\lambda - f$		
	S. 30 und *S.* 8	*S.* 30 und *S.* 7	*O.* 60 und *O.* 103
0,77	— 0,04	+ 0,88	+ 1,79
0,73	— 0,02	+ 0,69	+ 1,39
0,69	— 0,01	+ 0,48	+ 0,98
0,65	± 0,00	+ 0,29	+ 0,58
0,61	± 0,00	+ 0,12	+ 0,25
0,57	± 0,00	+ 0,02	+ 0,03
0,53	+ 0,01	+ 0,02	+ 0,04
0,49	+ 0,04	+ 0,21	+ 0,44
0,45	+ 0,21	+ 0,71	+ 1,51
0,41	+ 0,79	+ 1,69	+ 3,70

zu erzielen, sogar zur Combination von festen und flüssigen Substanzen seine Zuflucht genommen hat (vergl. die historische Einleitung zum Capitel IV und Schluss des §. 115).

Erwähnt muss aber gleichzeitig werden, dass erst die Erfahrung lehren muss, inwieweit sich die zur Aufhebung des secundären Spectrums günstigen Gläser auch beim praktischen Gebrauch bewähren.

Wahl der zu vereinigenden Farben. Wie wir gesehen 215
haben, kann man mittelst zweier Linsen bei geeigneter Auswahl der Glasarten bestenfalls drei Farben zur Vereinigung bringen, durch Rechnung dagegen nur zwei. Es entsteht in diesem Falle somit die Frage, welche Farben des Spectrums man am besten der Rechnung zu Grunde legt, um praktisch ein möglichst farbenfreies Bild zu erzielen. Von vornherein ist klar, dass man dahin strebt, möglichst die für jeden speciellen Zweck, dem das Objectiv dienen soll, wirksamsten Strahlen zu vereinigen, damit ein etwa übrig bleibendes secundäres bezw. tertiäres Spectrum nur von den weniger wirksamen Strahlen gebildet wird.

Verweilen wir zunächst bei dem Falle, dass das System nur subjectiven optischen Beobachtungen dienen soll. Hier ist das Auge der Richter über die Achromasie des Bildes. Damit dem Auge das Bild möglichst farbenfrei erscheint, müssen vor Allem die hellsten, zwischen *D* und *E* liegenden Strahlen zum Bilde beitragen. Es wäre aber falsch, wollte man zur Berechnung des Achromaten das Dispersionsverhältniss $\frac{dn'}{dn} = \frac{n'_D - n'_E}{n_D - n_E}$ zu Grunde legen, da dann die anderen Farbenintervalle des Spectrums, für welche $\frac{dn'}{dn}$ einen anderen Werth hat, keine Berücksichtigung finden.

Von diesem Gesichtspunkte ausgehend, entschied sich Fraunhofer dafür, aus den verschiedenen Werthen des Zerstreuungsverhältnisses $\frac{dn'}{dn}$, welche von je einer Fraunhofer'schen Linie zur anderen gelten, das Mittel zu nehmen, jedoch mit Rücksicht auf die Intensität der entsprechenden Strahlengruppen. Der so erhaltene Werth wich aber nicht unbedeutend ab von demjenigen, welchen Fraunhofer durch Versuche als den vortheilhaftesten gefunden hatte [1]).

Nach C. A. v. Steinheil und L. v. Seidel [2]) hat diese Abweichung ihren Grund in der nicht ganz einwandsfreien Rechnungsvorschrift von Fraunhofer. Indem sie diese geeignet umformen, erhalten sie für jenes Verhältniss einen Ausdruck, der nicht, wie bei Fraunhofer, für das ganze Spectrum constant ist, sondern abhängig von derjenigen Stelle des Spectrums, für welche n und n' gelten. Aber auch diese Methode ist noch nicht einwandsfrei, wie neuerdings Hanns Pitsch [3]) gezeigt hat. Zur experimentellen Bestimmung des fraglichen Verhältnisses bedient man sich nach A. Steinheil der folgenden Methode:

Man berechnet aus den gewählten Glasarten ein verkittetes, für die Linien D und F achromatisches Doppelprisma (vergl. §. 116) und stellt dasselbe angenähert praktisch her. Für diese Combination sucht man rechnerisch denjenigen Einfallswinkel, für welchen die Strahlen D und F einander streng parallel austreten. Setzt man diese Combination auf ein Spectrometertischchen, so wird dieselbe also nur dann ein achromatisches Spaltbild geben, wenn die Strahlen denjenigen Winkel mit dem Lothe der ersten Prismenfläche bilden, welcher der Berechnung des Doppelprismas zu Grunde gelegt ist. Da die Strahlen nicht symmetrisch durch die Prismencombination gehen bezw. gehen können, so ändert eine kleine Drehung des Prismenpaares die Farbenlage des Spaltbildes bedeutend, und zwar in verschiedener Richtung, je nachdem man den Einfallswinkel vergrössert oder verkleinert. Dabei ändert sich aber mit der Farbenlage gleichzeitig auch die Ablenkung, welche die Strahlen erleiden; dreht man also das Doppelprisma so lange hin und her, bis man das Bild des Spaltes möglichst scharf und achromatisch erblickt, bestimmt für diese Lage die Ablenkung der Strahlen, so ist damit die Ablenkung gefunden, bei welcher der Farbeneffect der günstigste ist. Jetzt berechnet man rückwärts den dieser Ablenkung entsprechenden Einfallswinkel und leitet nachher aus einem für das Crownglasprisma

1) Vergl. „Ueber Farbencorrection der Achromate" von Dr. Hugo Schröder. In dieser Abhandlung ist die Frage der Achromatisirung eingehend discutirt.

2) C. A. v. Steinheil und L. v. Seidel: „Ueber die Bestimmung des Brechungs- und Zerstreuungsverhältnisses verschiedener Medien." Abhdlgn. d. kgl. Bayer. Akad., Bd. V, II. Abthlg., S. 1; abgedruckt im „Handbuch der angewandten Optik" von A. Steinheil und E. Voit.

3) Hanns Pitsch: „Ueber Achromasie", Sitzungsber. d. Wien. Akad., Bd. C, Abthl. II, 1891.

beliebig anzunehmenden, stärker brechenden Strahle das entsprechende grössere n' für Flintglas ab. Näheres siehe in Steinheil und Voit, a. a. O., S. 22 bis 33, wo praktische Beispiele durchgerechnet sind.

Erwähnt sei noch, dass bei dieser Methode sowohl die durch das Ocular des Spectrometerfernrohres wie das beobachtende Auge hervorgerufenen etwaigen Farbenfehler in die Beobachtung mit eingehen. Schwieriger ist die Frage zu beantworten, inwieweit farbenblinde Augen eine andere Farbencorrection der Apparate erheischen, als normale Augen. Da ein farbenblindes Auge, wenigstens soweit dasselbe „roth-“ oder „grünblind“ ist, nach den bisherigen Erfahrungen dasjenige als Weiss empfindet, was dem normalen Auge als Weiss erscheint, so müsste die beschriebene Methode auch für ein solches Auge anwendbar sein und zu den gleichen Ergebnissen führen [1]). Anders verhält es sich bei einem „total farbenblinden“ Auge. Hier kann man nicht von Farben reden, da ein solches Auge nur Intensitätsunterschiede im Spectrum wahrnimmt. Also wie das Objectiv auch corrigirt sei in Bezug auf Farbenvereinigung, ein „Totalfarbenblinder“ müsste das Bild stets achromatisch, d. h. farbenfrei erblicken. Wohl aber würde ihm das Bild mehr oder weniger undeutlich erscheinen, wenn nicht gleichzeitig die intensivsten Strahlen zur Vereinigung gebracht sind.

Dieselben Betrachtungen, wie für ein total farbenblindes Auge, gelten für die photographischen Trockenplatten, welche ebenfalls nur auf Intensitätsunterschiede reagiren. Hier ist lediglich das Maximum der Empfindlichkeit gegenüber derjenigen des total farbenblinden Auges verschoben. Während die rothen Strahlen fast gar nicht wirken, steigt die Empfindlichkeit der Platte von Gelb nach Blau und Violett, um dann bis zu den kleinsten unsichtbaren Wellenlängen wieder abzunehmen.

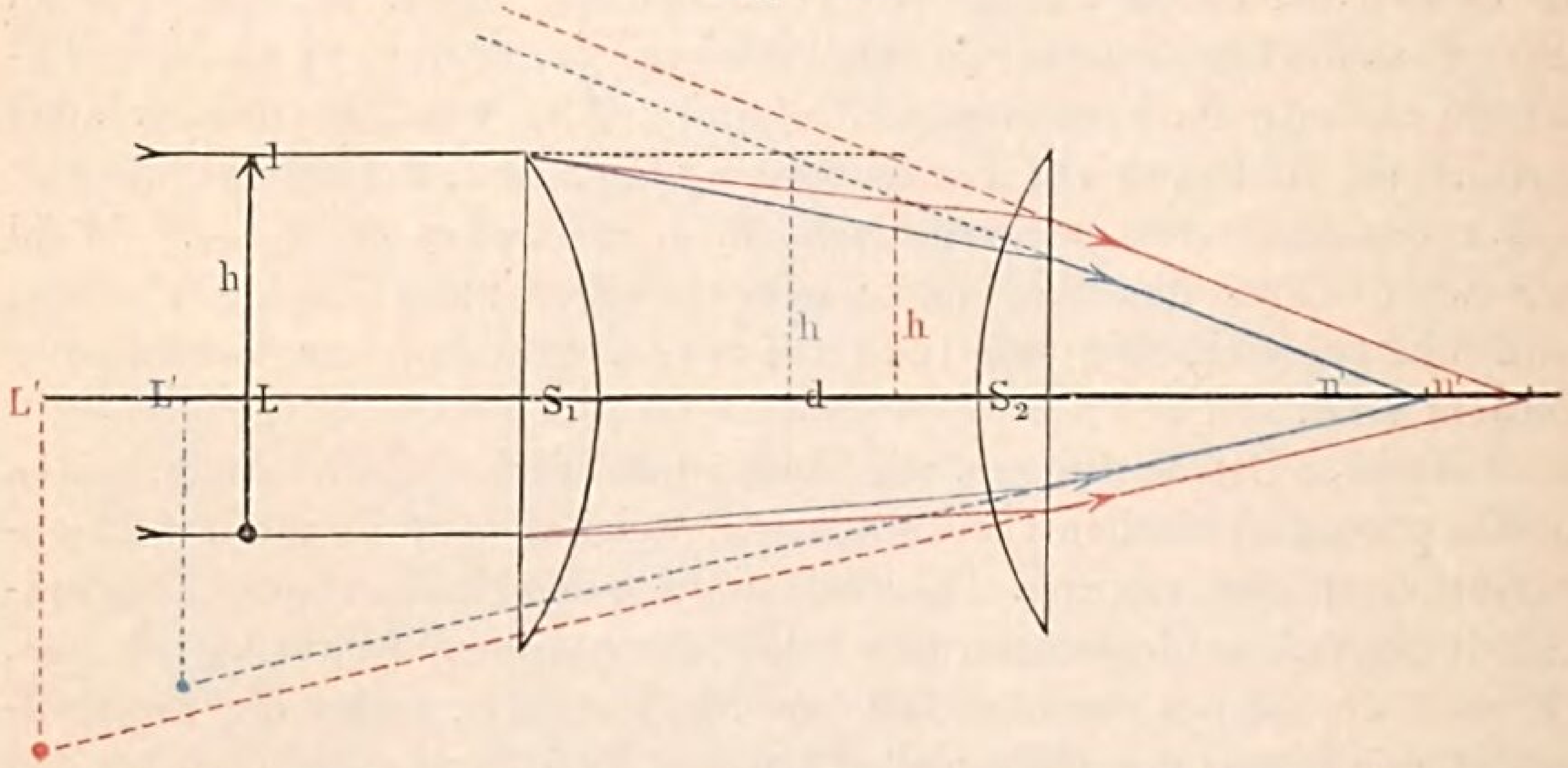
Während für die optisch wirksamen Strahlen das Maximum der Intensität in dem gelbgrünen Theile des Spectrums liegt, haben die chemisch wirksamen Strahlen meist ein Maximum in der Nähe der Linie G nach H hin. Es müssen deshalb beim photographischen System hauptsächlich die violetten Strahlen berücksichtigt werden, und wo nicht andere Wünsche in optischer Beziehung mitsprechen, wird man am besten etwa G und H vereinigen und für G das System sphärisch corri-

[1]) Es ist damit schwer in Einklang zu bringen, was Steinheil und Voit, a. a. O., S. 33, aussprechen: „Selbstverständlich ist, dass Farbenblinde diese Bestimmung von $\frac{d n'}{d n}$ nicht wohl anwenden können, und dass z. B. Rothblinde wesentlich andere Resultate erhalten würden; es verlangen aber auch Leute, die derartige Augen besitzen, eine andere Lage der Farben bei optischen Apparaten, die sie für gut finden sollen; z. B. Rothblinde eine Vernachlässigung der rothen Strahlen“. Zumal die letzte Bemerkung ist um so auffallender, als die Rothblinden ja nicht blind sind für Roth, sondern nur Roth mit einem anderen Farbenbezirk des Spectrums verwechseln.

giren [1]). In den meisten Fällen will man aber das Bild behufs Einstellung auf Deutlichkeit auch subjectiv beobachten; solchen Bequemlichkeitswünschen kommt man gleichzeitig dadurch nach, dass man diejenigen Strahlen vereinigt, welche dem Maximum für optische und chemische Intensität entsprechen. Ebenso verfährt man, wenn orthochromatische oder farbenempfindliche Platten zur Verwendung kommen sollen.

216 **Achromasie zweier unendlich dünnen Linsen in grossem Abstande von einander (Huyghens'sches Ocular). Sätze von L. Seidel über die Achromasie getrennter Systeme.** Es seien die beiden unendlich dünnen Linsen S_1 und S_2 (Fig. 347) durch einen endlichen Abstand d von einander getrennt. Dann ist die Schnittweite axenparalleler Strahlen nicht mehr

Fig. 347.



identisch mit der Brennweite, so dass hier also sowohl der Ort der Brennebene wie der Hauptebene mit der Farbe des Lichtes variirt. Will man eine solche aus zwei getrennten Sammellinsen bestehende Combination als Ocular oder Lupe verwenden, welche ausgedehnte Objecte farbenfrei abbilden sollen, so muss sie vor Allem der Bedingung genügen, für verschiedene Farben gleich grosse Bilder zu geben. Wir wollen sehen, ob und unter welcher Bedingung das Gesammtsystem ($S_1 + S_2$) für zwei Farben dieselbe Brennweite besitzt.

Zu dem Zwecke müssen wir zunächst aus den Brennweiten F_1 und F_2 der Linsen S_1 und S_2 die Brennweite des Gesammtsystems $S_1 + S_2$ ableiten. Ganz allgemein haben wir im §. 73 die Beziehung (Nr. 41) aufgestellt:

$$F = -\frac{F_1 \cdot F_2}{\varDelta},$$

[1]) In diesem bei der Himmelsphotographie verwirklichten Falle kommt übrigens, wie beiläufig erwähnt werde, nicht die Gesammtabsorption in Betracht, sondern nur derjenige Betrag, welchen das System vom Strahlencomplex G bis H absorbirt.

wo F die vordere Brennweite des Gesammtsystems, F_1 bezw. F_2 die vordere Brennweite des ersten bezw. zweiten Einzelsystems und Δ das „optische Intervall“ bedeuten.

Für diese Grössen wurde im §. 75, S. 153, die Beziehung gefunden:

$$\Delta = F_1' - F_2 + d,$$

wo d den Abstand der beiden Einzelsysteme bedeutet.

Da nun bei ideellen Linsen ganz allgemein $F = - F'$ gilt (siehe S. 168), so ist also hier: $F_1' = - F_1$ und $F_2' = - F_2$, so dass wir schreiben können:

$$\Delta = - F_1 - F_2 + d,$$

und somit:

$$F = \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2 - d};$$

hieraus folgt dann:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} - \frac{d}{F_1 F_2}$$

oder gemäss der früher eingeführten Schreibweise

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - d\varphi_1 \varphi_2 \quad \ldots\ldots \quad 1^{*})$$

Von dieser gewonnenen Beziehung gehen wir aus und wenden dieselbe auf zwei Farben an. Für die eine Farbe gilt dann gemäss Gleichung 1):

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - d\varphi_1 \varphi_2,$$

für die andere benachbarte dagegen:

$$\varphi + d\varphi = \varphi_1 + d\varphi_1 + \varphi_2 + d\varphi_2 - d(\varphi_1 + d\varphi_1)(\varphi_2 + d\varphi_2).$$

Subtrahiren wir beide von einander, so erhalten wir:

$$d\varphi = d\varphi_1 + d\varphi_2 - d[\varphi_2 d\varphi_1 + \varphi_1 d\varphi_2].$$

Soll die Grösse φ und damit die Gesammtbrennweite F für beide Farben dieselbe sein, so muss $d\varphi = 0$ werden; wir erhalten demnach als Bedingung gleich grosser Brennweite für zwei benachbarte Farben:

$$d = \frac{d\varphi_1 + d\varphi_2}{\varphi_2 d\varphi_1 + \varphi_1 d\varphi_2} \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

Laut Gleichung 1), S. 549, ist $\varphi = (n - 1)\,k$; also wird für die einzelnen Linsen hier: $\varphi_1 = (n_1 - 1)\,k_1$ und $\varphi_2 = (n_2 - 1)\,k_2$; ferner ist: $\varphi + d\varphi = (n + dn - 1)\,k$, also auch:

$$d\varphi = dn\,.\,k = \frac{dn\,.\,\varphi}{n-1} = \frac{\varphi}{\nu},$$

so dass wir erhalten:

*) Für $d = 0$ gehen die Gleichungen 1) über in die §. 212 benutzten Gleichungen:

$$1/F = 1/F_1 + 1/F_2$$
$$\text{bezw. } \varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

$$d = \frac{dn_1 k_1 + dn_2 k_2}{\varphi_2 dn_1 k_1 + \varphi_1 dn_2 k_2}$$

bezw.:

$$d = \frac{\frac{\varphi_1}{\nu_1} + \frac{\varphi_2}{\nu_2}}{\frac{\varphi_2 \varphi_1}{\nu_1} + \frac{\varphi_1 \varphi_2}{\nu_2}} = \frac{\nu_2 \varphi_1 + \varphi_2 \nu_1}{\varphi_1 \varphi_2 (\nu_1 + \nu_2)}$$

oder schliesslich:

$$d = \frac{\nu_2 F_2 + \nu_1 F_1}{\nu_1 + \nu_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Sind die beiden Linsen S_1 und S_2 aus ein und demselben Glase hergestellt, so ist $\nu_1 = \nu_2$, und unsere Bedingung nimmt die einfache Form an:

$$d = \frac{F_2 + F_1}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

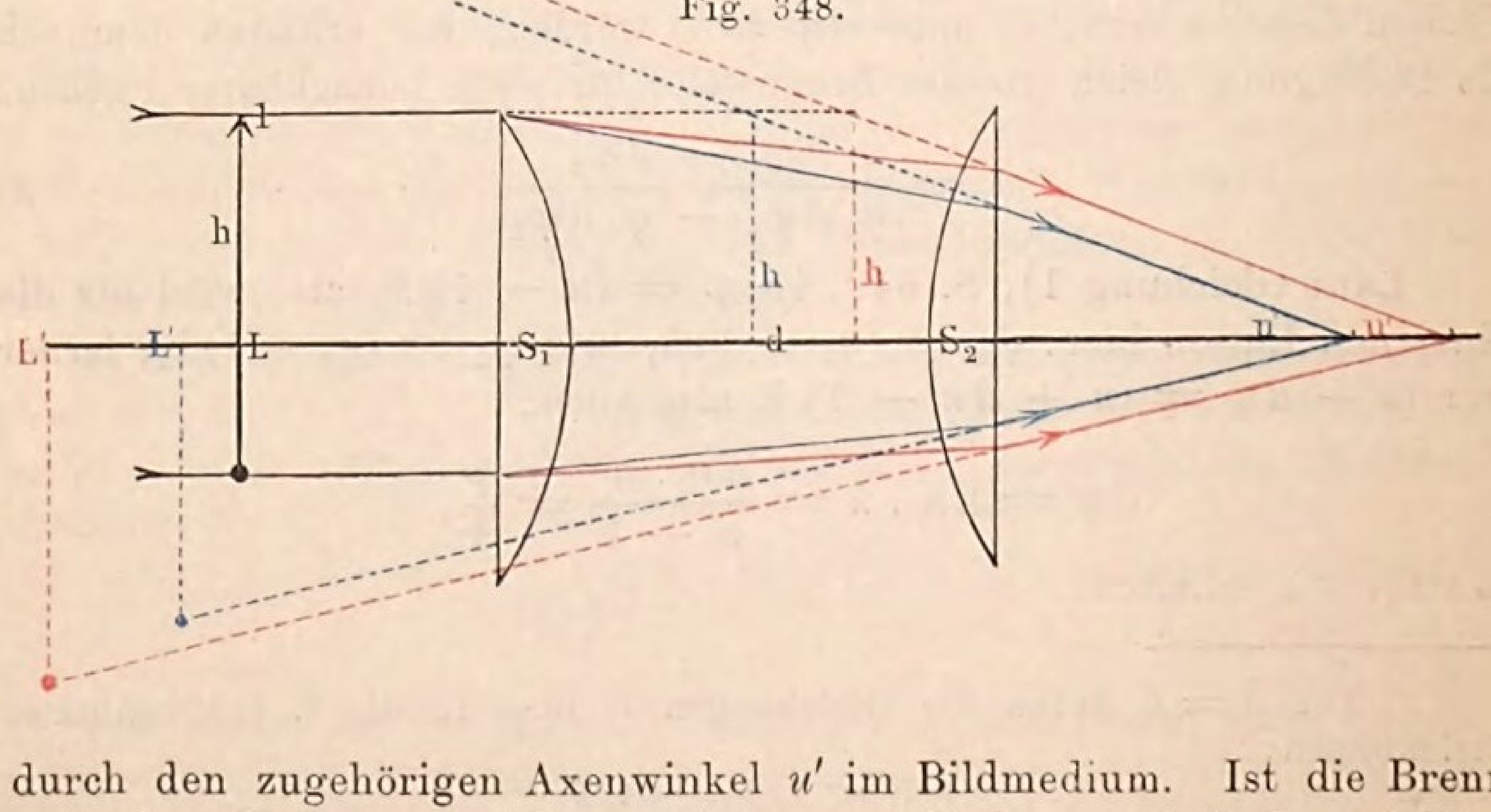
In Worten heisst unser Resultat also: Das aus den getrennten Einzellinsen S_1 und S_2 bestehende Gesammtsystem $S_1 + S_2$ besitzt eine für zwei Farben gleich grosse Brennweite, wenn der Abstand der Einzellinsen gleich ist der halben Summe der Einzelbrennweiten.

Thatsächlich sind die aus zwei Linsen bestehenden Oculare nach Huyghens und Ramsden gemäss Formel 4) construirt.

Es bleibt uns noch übrig zu zeigen, weshalb die Oculare trotz ihrer nur theilweisen Achromatisirung doch vollständig farbenfreie Bilder zu liefern im Stande sind, wenn sie in Verbindung mit dem Auge gebraucht werden.

Laut Definition ist die hintere Brennweite F' eines Systems S (Fig. 348) gleich der Einfallshöhe h eines axenparallelen Strahles dividirt

Fig. 348.



durch den zugehörigen Axenwinkel u' im Bildmedium. Ist die Brennweite laut Bedingung 3) bezw. 4) für zwei Farben, z. B. Roth und Blau,

gleich gemacht, so ist auch der Quotient $\frac{h}{tg u'} = F'$ für beide Farben derselbe, selbst wenn die Brennpunkte verschiedene Lage haben. Wird nun durch ein solches System ein Object Ll abgebildet, welches sich im vorderen Hauptbrennpunkte befindet, so kann h als die lineare Grösse des Objectes und u' als die scheinbare Grösse des unendlich entfernten zugehörigen Bildes angesehen werden (vergl. Definition der Brennweite nach Gauss §. 62). Da nun für Roth und Blau $F' = \frac{h}{tg u'} =$ constans und ebenso h oder die Grösse des Objectes dieselbe ist, so muss auch u' für beide Farben denselben Werth besitzen. In anderen Worten: Die scheinbare Grösse des zum Object Ll gehörigen Bildes ist für Roth und Blau gleich gross, oder die verschiedenfarbigen Bilder erscheinen unter gleichem Sehwinkel. Beide Bilder kommen also beim Beobachten mittelst des Auges zur vollständigen Deckung.

Angenähert gilt dieses Resultat auch dann noch, wenn das Object nicht mit dem vorderen Brennpunkte zusammenfällt, so dass das virtuelle Bild in endlicher Entfernung (der deutlichen Sehweite des beobachtenden Auges) vom System liegt (in Fig. 348 dargestellt). In diesem Falle ist trotz des verschiedenen Ortes der verschiedenfarbigen Bilder der Sehwinkel derselben gleich gross, dagegen liegen die Scheitel dieser Winkel in geringer Entfernung von einander, so dass die beiden Bilder im Auge sich zwar nicht vollkommen, jedoch praktisch genügend genau decken. Dabei kann die Entfernung der verschiedenfarbigen Bilder, wie Fig. 348 zeigt, eine wesentlich verschiedene sein. Da man nun nicht gleichzeitig auf zwei verschieden entfernte Punkte accommodiren kann, so erscheinen allerdings die Bildpunkte des einen (z. B. rothen) Bildes in Form von Zerstreuungskreisen, wenn das andere (blaue) deutlich gesehen wird, allein in Folge des beim Ocular gebotenen geringen Querschnittes der Strahlenbüschel sind die auftretenden Zerstreuungskreise so gut wie unmerklich. So kommt es, dass das in Fig. 348 gezeichnete System mit nur theilweiser Achromasie (der Brennweiten) als Lupe oder Ocular thatsächlich farbenfreie Bilder liefert.

Ganz anders verhielte sich das System $S_1 + S_2$, wenn es zum Entwerfen reeller Bilder bei weiter Oeffnung gebraucht werden sollte. Hier wären Bildmitte und Bildrand gleich undeutlich. Erst wenn jedes der getrennten Systeme S_1 und S_2 für sich achromatisch gemacht wird, giebt auch das Gesammtsystem farbenfreie Bilder. Es lässt sich ganz allgemein beweisen, dass ein Gesammtsystem, welches aus weit von einander entfernten Kugelflächen bezw. aus mehreren getrennten Einzelsystemen besteht, nur dann gleiche Lage und gleiche Grösse der verschiedenfarbigen Bilder liefert, wenn die Farbenabweichung an jeder brechenden Fläche einzeln ausgeglichen wird bezw. wenn die Einzelsysteme für sich achromatisch gemacht werden.

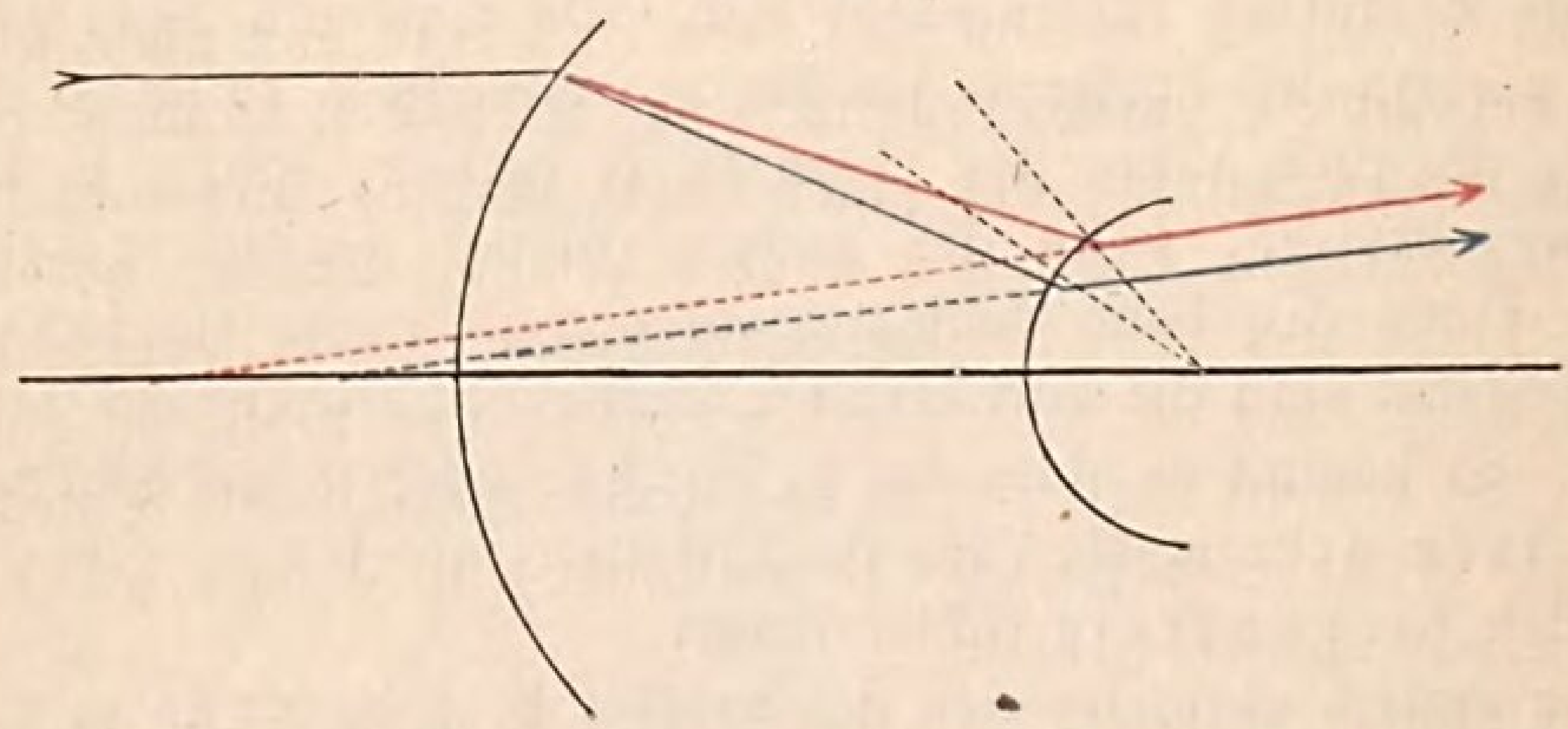
Ferner beweist Seidel, dass ein System gleichzeitig für jede beliebige Entfernung des Objectpunktes achromatisch ist, wenn es sowohl gleich grosse Brennweite, als auch gleich grosse Schnittweite für verschiedene Farben besitzt [1]).

Aus diesen beiden Sätzen folgt demnach, dass bei einem dialytischen Fernrohr, dessen Objectiv aus einem achromatischen Linsenpaar und einer davon weit entfernten einfachen Zerstreuungslinse besteht, die violetten Bilder grösser sein müssen, als die rothen, während ein astronomisches Fernrohr mit achromatischem Objectiv und achromatischem Ocular als Ganzes, also als „teleskopisches System" aufgefasst, von einem Object bei jeder Distanz ein farbenfreies Bild entwirft.

217 **Achromasie einer einfachen Linse bei genügender Dicke.** Jedes der beiden Einzelprobleme der Achromasie, entweder gleiche Grösse verschiedenfarbiger Bilder herzustellen oder sie in eine und dieselbe Ebene zu legen, kann schon mit nur einer Linse gelöst werden, vorausgesetzt, dass man über die Dicke der Linse frei verfügen kann.

Verweilen wir zunächst bei dem Problem, mittelst einer Linse für zwei Farben gleich grosse Bilder zu erzeugen. Es lässt sich zeigen [2]), dass dann die aus einem weissen Strahl entstehenden „gegenfarbigen" Strahlen (etwa Roth und Blau) beim Austritt aus der Linse parallel laufen müssen und umgekehrt: Laufen die gegenfarbigen Strahlen einander parallel, so sind die gegenfarbigen Bilder gleich gross. Für den Fall axenparallel einfallender Strahlen erhält man als

Fig. 349 a.



Bedingung gleicher Brennweite für Roth (Brechungsindex n_r) und Blau (Brechungsindex n_b) zwischen den Radien r_1 und r_2 der Linse und deren Dicke d die Gleichung:

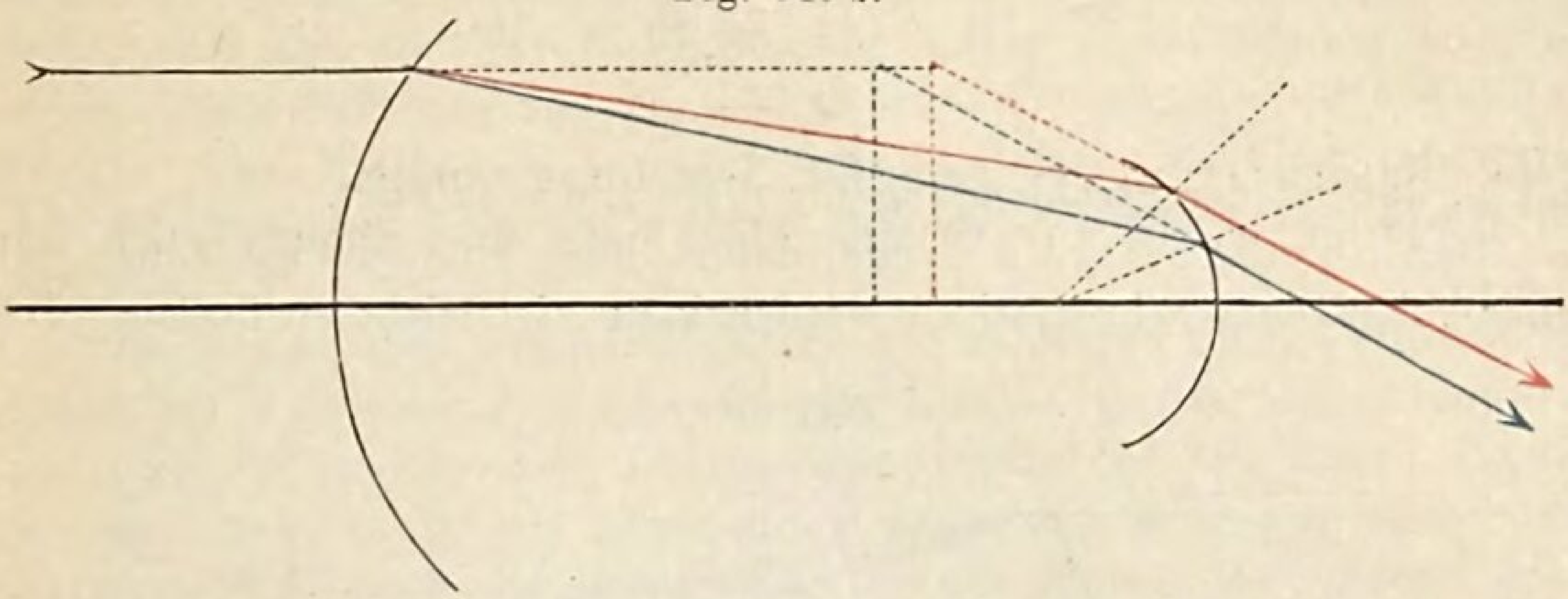
$$d = \frac{n_b n_r (r_1 - r_2)}{n_b n_r - 1}.$$

[1]) L. Seidel, a. a. O.; vergl. auch F. Kessler, „Ueber Achromasie". Schlömilch's Zeitschr. f. Mathem. und Physik **19**, 19, 1884.

[2]) Die in diesem Paragraphen enthaltenen Resultate sind im Wesentlichen entnommen der Abhandlung von F. Kessler, „Ueber Achromasie". Schlömilch's Zeitschr. f. Mathem. u. Physik **19**, 1 bis 24, 1884.

Für $r_1 = 30$, $r_2 = 10$ und den Werthen $n_r = {}^3/_2$, $n_b = {}^{14}/_9$ erhält man $d = 35$ und die Hauptbrennweiten $F_b = F_r = -72$. In Fig. 349 a ist der Strahlengang bei dieser Linse angedeutet. In Fig. 349 b

Fig. 349 b.



ist der Fall skizzirt, dass die Linse eine reelle Brennweite besitzen und als Sammellinse wirken soll.

Uebrigens führt auch schon die für die Brennweite F einer Linse im §. 77, S. 156, aufgestellte Gleichung 50) zu dem gleichen Resultat, dass eine einfache Linse für zwei Farben die gleiche Brennweite haben kann, wenn man die Linsendicke nicht unendlich dünn annimmt. Diese Gleichung lautet:

$$F = \frac{n\, r_1\, r_2}{(n-1)\,[n\,(r_2 - r_1) - d\,(1-n)]};$$

löst man dieselbe nach n auf, so erhält man eine quadratische Gleichung, welche für $d = 0$ nur einen Werth liefert. Setzt man $r_1 = 10$, $r_2 = 3$, die Dicke $d = 12$ und $F = -19\,{}^{181}/_{201}$, so wird:

$$n = 1{,}54925 \pm 0{,}01325,$$

oder:

$$n_r = 1{,}5360;$$

$$n_b = 1{,}5625;$$

dies sind Werthe, welche recht wohl vorkommen können.

Es ist somit die gebräuchliche Ausdrucks- und wohl auch Anschauungsweise falsch, dass eine einfache Linse schlechterdings chromatisch sei! Denn auch die andere Bedingung, zwei verschiedenfarbige Bilder in eine Ebene zu bringen, lässt sich erfüllen.

Für den Fall nämlich, dass die weissen einfallenden Strahlen parallel zur Axe verlaufen, erhält man für die Linsendicke d als Bedingung gleicher Lage des Brennpunktes für Roth (n_r) und Blau (n_b) die quadratische Gleichung:

$$d^2 - d\,[(m_b + m_r)\,r_1 - r_2] = m_b m_r r_1\,(r_2 - r_1),$$

wobei gilt:

$$m_b = \frac{n_b}{n_b - 1} \quad \text{und} \quad m_r = \frac{n_r}{n_r - 1}.$$

Die Gleichung liefert also für jedes Werthepaar r_1 und r_2 zwei Werthe für die Linsendicke. Freilich können auch imaginäre Werthe vor-

kommen, die jedoch physikalisch keine Bedeutung haben. Für $r_1 = 3$, $r_2 = 1$, $n_r = 1{,}5$ und $n_b = 1{,}6$ erhält man:

$$d^2 - 16\,d = -48,$$

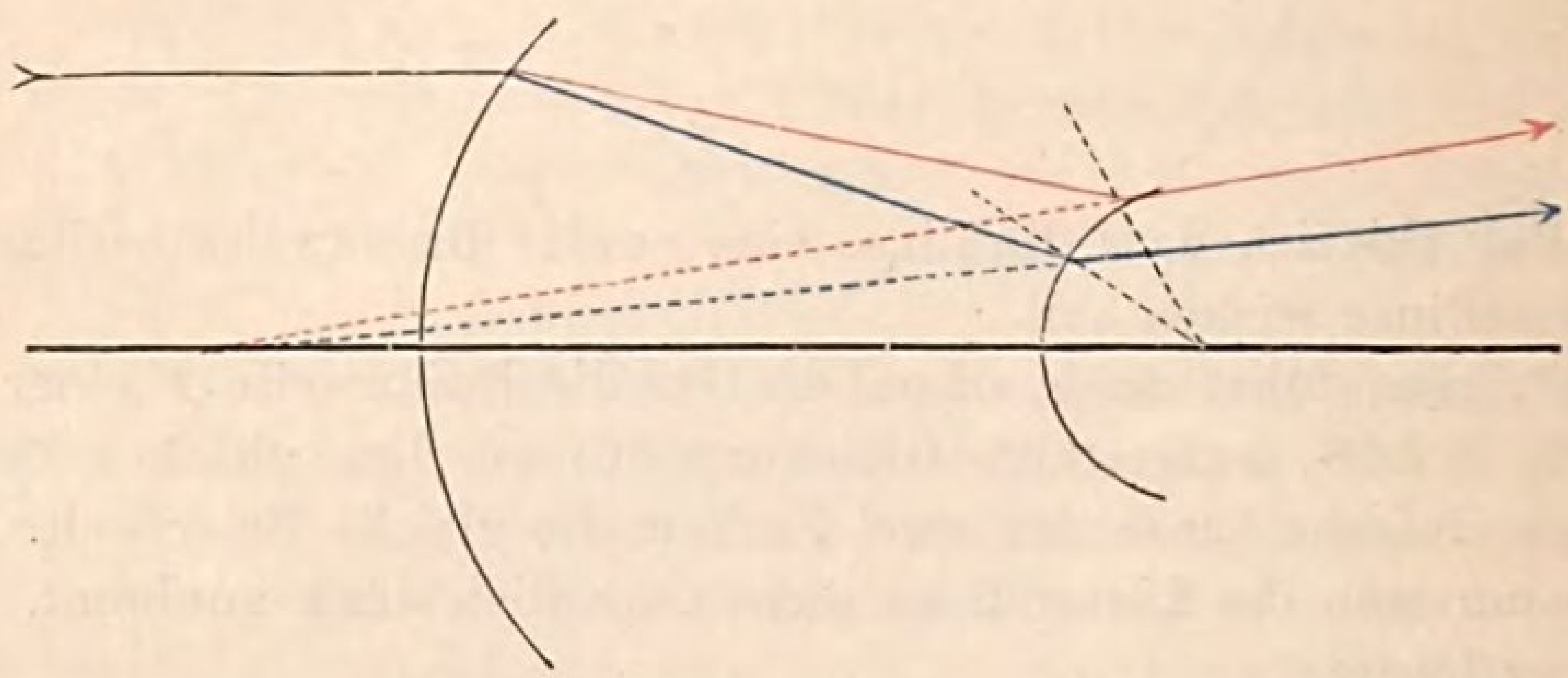
woraus man berechnet:

$$d_1 = 12,$$
$$d_2 = 4;$$

in Fig. 350 ist der Strahlengang für diese Linse skizzirt.

Der physikalische Grund dafür, dass eine einzige Linse von genügender Dicke achromatisch werden kann, ist leicht zu finden. Der

Fig. 350.



weisse auffallende axenparallele Strahl zerlegt sich bei der Brechung von einem optisch dünneren zu einem dichteren Medium in die verschiedenfarbigen Strahlen, welche nach der Axe zu abgelenkt werden, und zwar um so mehr, je kleiner die Wellenlänge ist. Je weiter nun die Strahlen Blau und Roth im dichteren Medium fortschreiten, um so mehr entfernen sie sich von einander, so dass bei einer neuen Brechung eine beträchtliche Differenz eintritt in Bezug auf die beiden Einfallswinkel daselbst; dieselbe ist dabei um so grösser, je kleiner der Radius der zweiten Fläche genommen wird. Dabei hat gerade Blau den kleineren Einfallswinkel, welches den grösseren Index hat und stärker abgelenkt würde bei gleich grossem Einfallswinkel mit Roth. Man kann es also durch richtige Wahl der Entfernung und Krümmung der zweiten Linsenfläche dahin bringen, dass sich verschiedene Einfallswinkel mit der Wirkung des verschiedenen Brechungsquotienten gerade aufheben und entweder die blauen und rothen Strahlen unter gleichem Winkel austreten oder nach einem und demselben Punkte zielen.

Sollen beide Bedingungen zugleich erfüllt sein, so müssen sich die blauen und rothen Strahlen an der zweiten Linsenfläche schneiden und daselbst unter gleichem Winkel austreten. Mit einer Linse ist dies ganz unmöglich; wohl aber kann man es mit zwei genügend dicken Linsen aus demselben Glase erreichen. Da jedoch die hierzu nothwendigen Glasdicken grosse Nachtheile haben, so verwendet man in der Praxis lieber zwei verschieden brechende Linsen. Ein solches Linsenpaar kann

man vollständig achromatisiren sowohl in Bezug auf die Grösse der Brennweiten wie die Lage der Brennebenen.

Chromatische Differenz der sphärischen Aberration. 218
Gauss'sche Bedingung. Die bisher besprochenen Abbildungsfehler in Folge der Farbenzerstreuung haften einem System an, auch wenn dessen Oeffnung unendlich klein ist. Wir wollen sie die Farbenfehler der Nullzone nennen. Sie bestehen aus einer Aberration der Schnittweiten und der wahren Brennweiten für verschiedenfarbige Strahlen.

Geht man aber von der Nullzone zur Randzone über, so ändert sich schon bei Anwendung einfarbigen Lichtes sowohl die Schnittweite als auch die Brennweite. Ist die Schnittweite für alle Zonen dieselbe, so sagt man, es ist die Abweichung wegen der Kugelgestalt gehoben; ist ausserdem noch die Brennweite für alle Zonen des Systems gleich gross, d. h. ist die verschieden starke Vergrösserung in den verschiedenen Zonen beseitigt, so nennt man das System aplanatisch [1]). Bei grosser Oeffnung des abbildenden Systems und bei Anwendung weissen Lichtes muss man also die mit der Farbenzerstreuung eintretenden Fehler für jede einzelne Zone beseitigen, um ein in jeder Beziehung farbenfreies Bild zu erzielen.

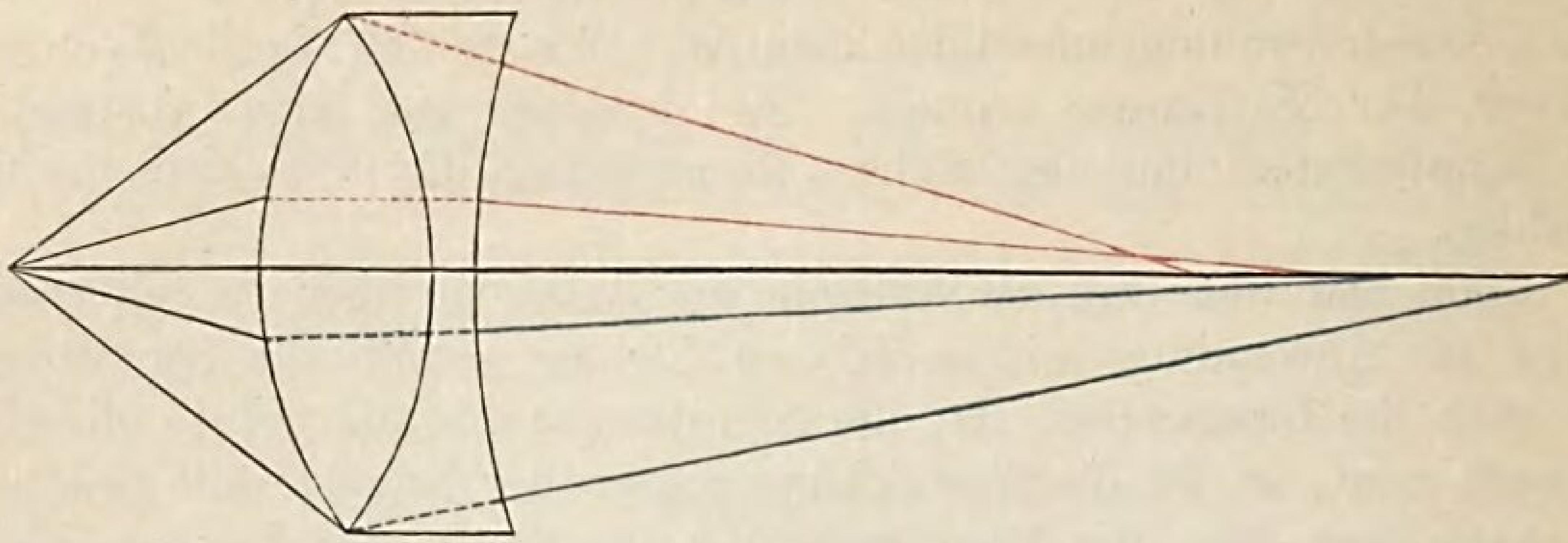
Wir wollen zuerst die Variation der Schnittweite eines Systems mit der Farbe des Lichtes von Zone zu Zone näher ins Auge fassen. Dieser Fehler entsteht dann, wenn die sphärische Aberration nicht gleichzeitig für mehrere Farben aufgehoben ist, und wird darum nach E. Abbe als die „chromatische Differenz der sphärischen Aberration" bezeichnet. Er ist gleichbedeutend mit der sphärischen Differenz der chromatischen Aberration (Schnittweitendifferenz). Der Grund hierfür [2]) ist folgender: Wegen der ungleichen Farbenzerstreuung bei den verschiedenen Gläsern ist die sphärische Abweichung für verschiedene Farben verschieden gross, also hat die Differenz der sphärischen Aberration einer einfachen Linse für Roth und Blau je nach der Dispersion der Glasart verschiedene Grösse. In Folge davon entsteht ein ungleicher Gang zwischen der positiven und negativen (d. h. der ausgleichenden) sphärischen Aberration in dem Systeme. Es steigt die negative Längenabweichung und damit der negative Zerstreuungskreis der Zerstreuungslinsen von Roth zu Blau rascher, als die positive Längenabweichung der Sammellinsen. Hebt sich somit Roth längs aller Zonen auf, so ist die sphärische Abweichung der Zerstreuungslinsen für Blau überwiegend; das System ist für Blau sphärisch überverbessert; ist das System sphärisch für Blau corrigirt, so befindet sich umgekehrt Roth im Rückstande; das System ist für Roth sphärisch unterverbessert.

[1]) Vergl. §§. 191 und 197.

[2]) Vergl. L. Dippel, „Handbuch der allgemeinen Mikroskopie", I. Theil, 2. Aufl., S. 222 ff.

Ist ein solches System für die Nullzone chromatisch corrigirt, so dass die blauen und rothen Nullstrahlen die Axe in einem Punkte schneiden, so muss der blaue Randstrahl die Axe in grösserer Entfernung schneiden, der rothe Randstrahl in geringerer Entfernung (Fig. 351)[1].

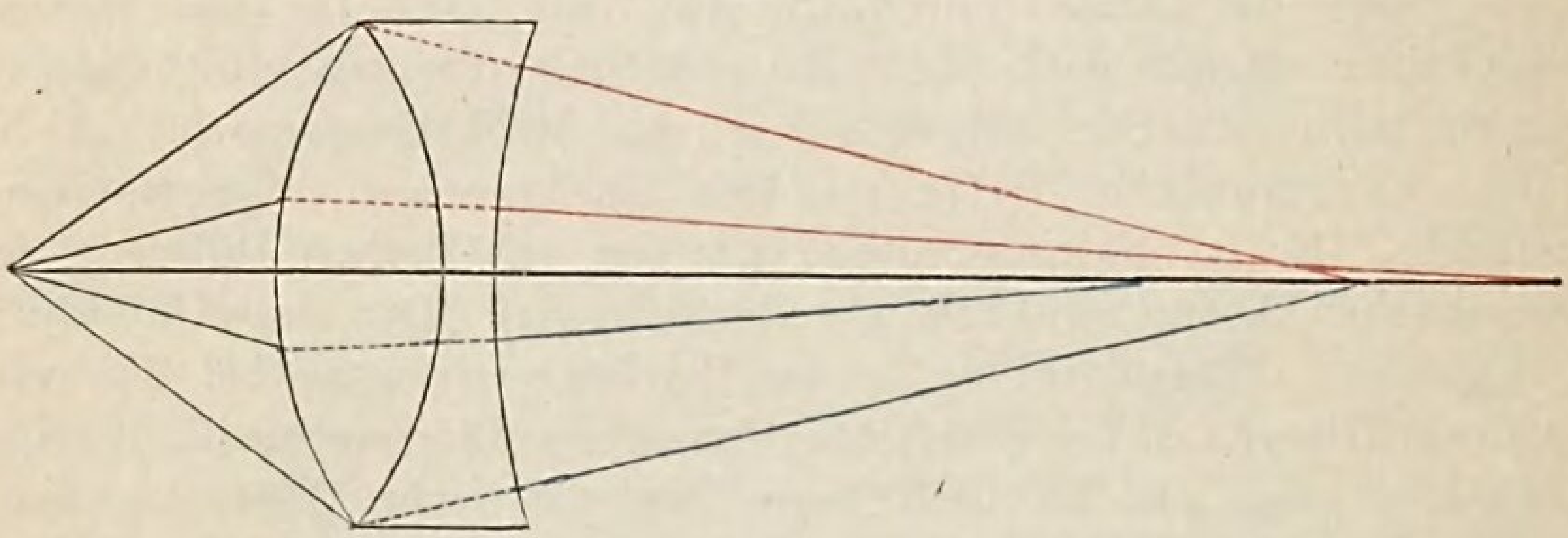
Fig. 351.



Umgekehrt verhält es sich, wenn das System für die Randzone chromatisch corrigirt ist, so dass die blauen und rothen Randstrahlen sich in einem Punkte schneiden (Fig. 352); es trifft dann der rothe Nullstrahl die Axe in grösserer, der blaue in geringer Entfernung.

Man lernt diese beiden Fälle unterscheiden und findet experimentell das Vorhandensein des Fehlers, indem man eine enge Blende vor dem

Fig. 352.



Objectiv entlang führt. Im ersteren Falle geben die schiefen Randbüschel undeutliche Objecte mit breiten gelben und blauen Farbensäumen, die geraden Büschel die günstigsten, grün und rosa umsäumten, Bilder von grosser Schärfe. Im zweiten Falle ist es umgekehrt.

Bei Systemen von grosser Oeffnung kann dieser Fehler so stark werden, dass manche Zonen die Erscheinung einer einfachen uncorrigirten Linse zeigen, also für jede Farbe eine andere Vereinigungsweite geben. Aber auch bei kleinerer Oeffnung kann die chromatische Differenz der sphärischen Aberration störender wirken, als der in Folge des secundären Spectrums auftretende Zerstreuungskreis. Um sie möglichst

[1]) Dabei ist angenommen, dass das System sphärisch für die hellsten Strahlen (Gelb) corrigirt ist.

unschädlich zu machen, vereinigt man weder die farbigen Null-, noch die farbigen Randstrahlen, sondern achromatisirt eine mittlere Zone. Nach Kerber[1]) sollen die zu vereinigenden Strahlen eine Einfallshöhe von 0,866 r haben, wo r den Objectivradius bedeutet.

Kann man das System nur für eine Wellenlänge sphärisch corrigiren, so wird man diejenige Wellenlänge wählen, bei welcher die für den jeweiligen Zweck des Systems wirksamste Energie liegt. Es steht aber nichts im Wege, ein Objectiv sphärisch für zwei Farben zu corrigiren, d. h. sowohl die blauen und rothen Nullstrahlen, als auch die blauen und rothen Randstrahlen in einem und demselben Punkte zu vereinigen.

Gauss[2]) war der Erste, welcher eine Construction für Fernrohrobjective angab, bei dem die sphärische Abweichung für zwei Farben beseitigt ist. Im Allgemeinen führt die Gauss'sche Bedingung auf starke Krümmungen; nur bei einigen neueren Gläsern sind die Krümmungen erträglich. Wohl aber widerspricht auch hier die Bedingung von Gauss der Forderung, drei Farben zu vereinigen, also das secundäre Spectrum zu beseitigen[3]). Andererseits zeigt es sich, dass, wenn die sphärische Aberration theoretisch für nur zwei Farben gehoben ist, sie praktisch für alle Spectralfarben beseitigt ist[4]). Es eignen sich daher solche nach Gauss berechneten Systeme zu Objectiven besserer Spectrometer, wo es darauf ankommt, das Bild des Collimatorspaltes für die verschiedenen Spectralfarben gleich deutlich zu erhalten. Näheres über die Eigenschaften der nach Gauss'schem Typus berechneten Objective hat H. Krüss in seiner Abhandlung, „Die Farben-Correction der Fernrohr-Objective von Gauss und Fraunhofer", Zeitschr. f. Instrumentenkunde 8, 7 bis 93, 53 bis 63, 83 bis 95, 1888, angegeben.

Variation des Sinusverhältnisses mit der Wellenlänge. 219

Der zweite, durch eine grosse Objectivöffnung bei Anwendung weissen Lichtes erzeugte Fehler ist die Variation des Sinusverhältnisses

[1]) Central-Zeitung f. Mech. u. Optik 7, 157, 1886.

[2]) C. F. Gauss, Ueber die achromatische Doppellinse. Zeitschr. f. Astronomie 4, 345 und Gauss' Werke 5, 507.

[3]) Bei Mikroskopobjectiven ist sowohl die Gauss'sche Bedingung zu erfüllen, als auch das secundäre Spectrum zu beseitigen (vergl. E. Abbe, Sitzungsbericht d. medic. naturw. Gesellschaft. Jena 1887, S. 107).

[4]) Verfasser hat die Objective für das in Fig. 175 abgebildete Präcisionsspectrometer besonders berechnet, und dieselben für C und F sphärisch bis auf eine Winkelsecunde corrigirt. Nach der Ausführung zeigten sich die Objective trotz des relativ grossen Oeffnungsverhältnisses von 1 : 9 auch für alle anderen Farben so gut corrigirt, dass man Winkelsecunden in allen Theilen des Spectrums auflösen konnte. Während die Nullstrahlen für C und F vereinigt sind, weichen dieselben für die anderen Farben um einen Betrag nicht grösser als $^1/_{1000}$ der Brennweite ab. Bei geringer Distanzänderung der beiden Linsen erzielt man aber auch von weissen Objecten ein Bild, welches noch bei starker Vergrösserung tadellos ist.

mit der Wellenlänge. Die Sinusbedingung lautet bekanntlich (vergl. §. 191):

$$const. = \frac{sin\, u}{sin\, u'} = \frac{n'}{n} \cdot \beta_0,$$

und sie sagt aus, dass bei ihrer Erfüllung das optische System aplanatisch ist. Da der Quotient $\frac{n'}{n}$ mit der Wellenlänge variirt, so ist also auch der Werth des Sinusverhältnisses für verschiedene Farben verschieden. Ist also die Sinusbedingung für die eine Farbe erfüllt, so noch keineswegs für eine zweite, viel weniger für alle Farben. Soll demnach ein Objectiv für zwei Farben aplanatisch sein, so muss auch der Sinusbedingung für beide Farben genügt werden. Ist das Objectiv nur für Gelb aplanatisch, so wird für alle anderen Farben eine Variation der Vergrösserung von der Null- bis zur Randzone eintreten, welche eine Undeutlichkeit der Bildmitte bewirkt, da hier nur von der Abbildung von Flächenelementen die Rede ist. Die Variation der Sinusbedingung mit der Wellenlänge ist also eine Vergrösserungsanomalie, welche die Bildmitte beeinflusst, indessen nur dann, wenn das abbildende System eine grosse Oeffnung besitzt. Bei einem Mikroskopobjectiv ist dieser Fehler darum von grosser Bedeutung und seine Beseitigung geradezu Erforderniss. Man bezeichnet mit Abbe[1]) Systeme, welche aplanatisch für mehrere Farben und zugleich frei vom secundären Spectrum sind, als „apochromatische". Bei dem Zeiss'schen Mikroskopsystem „Apochromat" und ebenso bei dem Zeiss'schen photographischen Objectiv gleichen Namens sind in der That beide Bedingungen zugleich erfüllt.

Die Variation der übrigen Abbildungsfehler, z. B. des Astigmatismus, der Verzerrung u. s. w., mit der Wellenlänge sind nur in ganz speciellen Fällen von Bedeutung und darum für uns von wenig Interesse.

C. Ueber zweilinsige Objective.

220 **Ueber die Anzahl der mit vier brechenden Flächen zu erfüllenden Bedingungen. Angabe des Weges, wie man den gestellten Anforderungen genügt.** Wir wollen in diesem dritten Theile Anwendung machen von den Formeln, die wir in den beiden ersten Theilen dieses Capitels abgeleitet haben. Speciell wollen wir darlegen, auf welchem Wege man ein Objectiv erhält, welches die Grundbedingungen erfüllt bezw. wie viel Bedingungen sich erfüllen

[1]) E. Abbe, Sitzungsberichte der medic. naturw. Gesellschaft. Jena 1887.

lassen und auf welchem Wege, wenn vier brechende Flächen zur freien Verfügung stehen. Ein solches System aus zwei Linsen, wie es die besseren Fernrohrobjective sind, muss vor Allem den drei Forderungen:

1. Vorgeschriebene Grösse der Brennweite,
2. Achromasie der Schnittweiten,
3. Aufhebung der sphärischen Aberration für die lichtstärksten Strahlen,

genügen, damit überhaupt ein weisser Objectpunkt auf der Axe wieder als Punkt abgebildet wird.

Unsere nächste Aufgabe ist, zu zeigen, wie man diese Bedingungen schon mittelst dreier Flächen erfüllen kann. Dazu gehen wir von den im §. 212, S. 551, gewonnenen Gleichungen:

$$\varrho_1 - \varrho_2 = k_1 = + \frac{1}{F} \cdot \frac{1}{dn_1} \cdot \frac{1}{\nu_1 - \nu_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

$$\varrho_3 - \varrho_4 = k_2 = - \frac{1}{F} \cdot \frac{1}{dn_2} \cdot \frac{1}{\nu_1 - \nu_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

aus, welche die Bedingung dafür sind, dass das System zweier unendlich dünnen, sich berührenden Linsen für zwei Farben dieselbe vorgeschriebene Brennweite F besitzt. Setzt man in 1) und 2) die gegebenen Werthe F, dn_1, dn_2 und $\nu_1 - \nu_2$ ein, so erhält man bestimmte Werthe für die ϱ-Differenzen k_1 und k_2, während man je einen der Werthe von ϱ_1 und ϱ_2 bezw. ϱ_3 und ϱ_4 ganz beliebig noch wählen kann. Hieraus folgt, dass es unendlich viele Combinationen zweier Linsen giebt, welche gleiche Brennweite von vorgeschriebener Grösse für zwei Farben besitzen. Da hierdurch nur je ein Radius beider Linsen festgelegt ist, während die beiden übrigen noch beliebig gewählt werden können, so kann man durch richtige Wahl derselben bei Einhaltung der festgelegten Werthe von k_1 und k_2 noch weiteren Bedingungen genügen. Man bezeichnet das Verfahren, eine Linse so zu ändern, dass stets ihre ϱ-Differenz k dieselbe bleibt, mit dem Ausdruck: Durchbiegen.

Ehe man die Linsen durchbiegt, führt man die Dicken und den Abstand beider Linsen ein. Für dieses System aus Linsen endlicher Dicke sind die oben gewonnenen k_1 und k_2 nicht mehr richtig. Um ihre wahren Werthe zu finden, rechnet man einen Nullstrahl durch für eine der beiden zu vereinigenden Farben und mittelst der Formel 8), §. 209, die Grösse (ε) der chromatischen Aberration. Dabei kann man stets die letzte der vier Flächen so wählen, dass die Summe aller einzelnen ε gleich Null wird. Die so veränderten ϱ-Differenzen k bilden den Ausgangspunkt für das Biegen der Linsen.

Zunächst wollen wir das System so bestimmen, dass die sphärische Aberration für gelbe Strahlen beseitigt sei. Dazu berechnet man mittelst der Formel 21), §. 189, die Grösse δ der sphärischen Aberration. Ist dieselbe grösser oder kleiner als Null, so biegt man die zweite Linse, bis

δ gleich Null geworden ist. Der Sinn der Durchbiegung ergiebt sich aus dem Vorzeichen der Einzelaberrationen an den einzelnen Flächen.

Welche der beiden Linsen man hierzu auch benutze, noch immer bleibt einer der vier Werthe ϱ frei zur Verfügung. Zur Erfüllung der anfangs aufgeführten drei Hauptbedingungen sind somit nur drei Radien nothwendig; über den vierten kann man noch verfügen, um einer vierten Bedingung zu genügen. Je nach der Wahl dieser neuen Bedingung wird der Typus des Objectivs ein anderer.

Bei den kleineren Scalenfernrohren begnügt man sich mit Erfüllung der drei ersten Bedingungen und führt behufs Erleichterung der Herstellung als vierte ein, es solle $\varrho_2 = \varrho_3$ sein, so dass beide Linsen verkittet werden können.

Beim Gauss'schen Typus (vergl. §. 219) verfügt man über den vierten Radius so, dass die sphärische Abweichung nicht bloss für eine Spectralfarbe, sondern für deren zwei aufgehoben ist. In diesem Falle beseitigt man die sphärische Abweichung für die eine Farbe mittelst Durchbiegung der ersten Linse und sieht zu, welches die Grösse der sphärischen Abweichung für die zweite Farbe ist. Um dieselbe gleich Null zu machen, kann man aber nicht den vierten Radius ändern, weil hierdurch ja k_2 einen anderen Werth erhielte, über welchen schon verfügt ist. Vielmehr muss man beide Linsen durchbiegen, also ganz von Neuem anfangen und sowohl ϱ_1 wie ϱ_3 anders wählen, wiederum durch Biegen der ersten Linse die erste Farbe sphärisch corrigiren, und zusehen, ob bei dieser neuen Form die sphärische Correction auch für die zweite Farbe gehoben ist u. s. w. Ist dieselbe noch nicht gleich Null, so beginnt man wiederum von vorn, geht von neuen Werthen ϱ_1 und ϱ_3 aus und biegt die erste Linse, bis die sphärische Aberration für die erste Farbe beseitigt ist etc.

Wie man sieht, muss man demnach so viele einfachere, d. h. nur drei Bedingungen genügende Objective (ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3) berechnen, bis ϱ_4 einen solchen Werth erhält, dass das Objectiv ($\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3, \varrho_4$) auch für die zweite Farbe sphärisch corrigirt ist. Es giebt aber unendlich viele Combinationen ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3, und darum muss man beim Durchbiegen nicht zu zaghaft vorgehen, um möglichst schnell Combinationen ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3, ϱ_4 zu erhalten, bei denen die Gesammtaberration für die zweite Farbe entgegengesetzte Vorzeichen hat. Durch richtige Interpolation und unter geschickter Benutzung der durch die Rechnung gewonnenen Resultate nähert man sich auch hier schliesslich dem gesteckten Ziele, allen vier aufgestellten Bedingungen gleichzeitig zu genügen.

Wir werden im Anschluss an diesen Paragraphen ein Rechnungsbeispiel geben, und zwar werde das vom Verfasser nach Gauss'schem Typus berechnete Objectiv zu Grunde gelegt.

Beim Fraunhofer-Typus (Heliometerobjectiv) wählt man als vierte Bedingung die deutliche Abbildung eines Punktes ausser der Axe. Es

muss dann die Sinusbedingung erfüllt sein, wenigstens für die hellsten Strahlen (Linie D etwa), oder, was dasselbe ist, es müssen die Brennweiten aller Zonen dieselbe Grösse haben. Hat man also die drei ersten Bedingungen mittelst ϱ_1, ϱ_2 und ϱ_3 erfüllt, so muss man nach dem Beispiel im §. 205 die Grössen F für die verschiedenen axenparallelen Strahlen berechnen und so lange durchbiegen bezw. so viele Combinationen ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 herstellen, bis endlich alle F einander gleich sind. Für den Fall, dass man das System auch für D sphärisch corrigirt hat, sind bei erfüllter Sinusbedingung die Hauptpunkte der verschiedenen Zonen alle auf der Kugel gelegen, welche man mit der wahren Brennweite als Radius um den Brennpunkt für die D-Strahlen als Centrum geschlagen hat.

Noch vollkommener kann man die vierflächigen Objective herstellen, indem man beim Fraunhofer'schen Objectiv durch Variation der Linsendicken bezw. des Linsenabstandes einer fünften Bedingung zu genügen sucht: gleich grosse Brennweite der Randzonen für zwei verschiedene Farben und damit Aufhebung der verschiedenfarbigen ungleichen Vergrösserung. Diese Bedingung ist schon von Biot in „Traité élém. d'astr. physique", T. II, p. 82, 1844 formulirt worden [1]). Die farbige Vergrösserungsanomalie ist um so geringer, je dünner die Linsen sind und je kleiner ihr Abstand ist. Die von Steinheil ausgeführten Fernrohrobjective entsprechen diesen fünf Bedingungen [2]).

Berechnung der chromatischen und sphärischen Aberration bei einem zweilinsigen Objectiv nach Gauss. 221

Es würde zu weit führen, wollten wir den vorher skizzirten Weg auch rechnerisch durchführen, um ein zweilinsiges Objectiv vier gegebenen Bedingungen anzupassen. Vielmehr nehmen wir diese Arbeit als geschehen an und berechnen an dem fertigen Objectiv gemäss den für die chromatische und sphärische Aberration abgeleiteten Näherungsformeln die Grösse beider, lediglich um die Anwendung dieser Formeln kennen zu lernen.

Die Daten des in Fig. 353 (a. f. S.) skizzirten Objectivs seien die folgenden:

$$
\begin{array}{lll}
r_1 = -\,0{,}09327; & \varrho_1 = -\,10{,}7220; & d_1 = 0{,}0036129; \\
r_2 = -\,0{,}14024; & \varrho_2 = -\;\;7{,}1304; & d_2 = 0{,}0009032; \\
r_3 = +\,1{,}21269; & \varrho_3 = +\;\;0{,}8246; & d_3 = 0{,}0054193. \\
r_4 = -\,0{,}14142; & \varrho_4 = -\;\;7{,}0713; &
\end{array}
$$

[1]) Vergl. R. Steinheil, Zeitschr. f. Instrumentenk. 15, 75, 1895.

[2]) A. Steinheil, Zur Orientirung über Objective aus zwei Linsen und ihre Fehler. Astron. Nachr. 109, 216, 1884. Vergl. die §. 205 hierzu vom Verfasser gemachte Anmerkung.

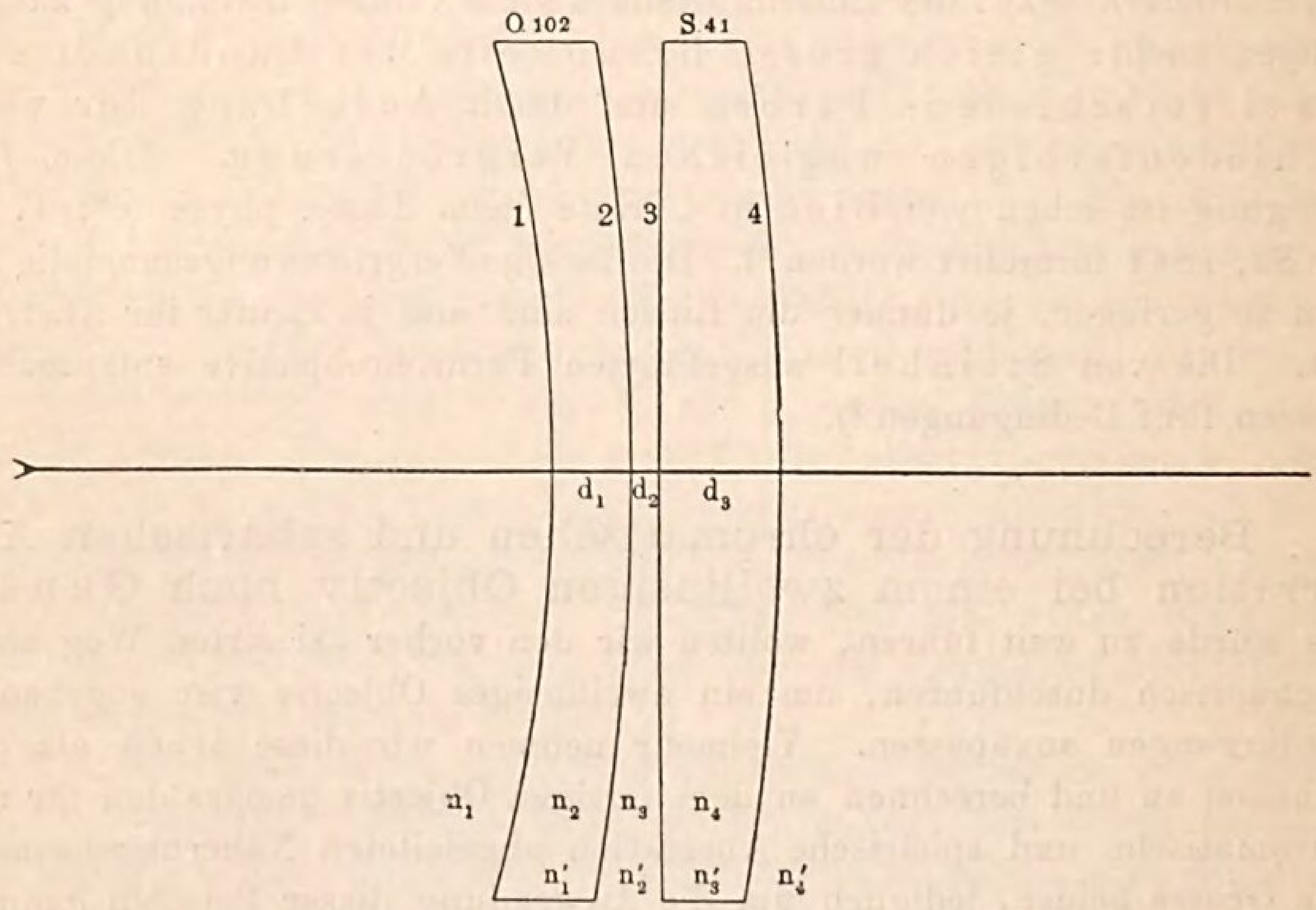
Glassorte	n_C	n_D	n_F	n_G
O. 102 . .	1,64373	1,64920	1,66294	1,67475
S. 41 . . .	1,55284	1,55531	1,56113	1,56576

Zunächst rechnen wir den Axenstrahl für *C*-Licht durch, um die Schnittweiten *s* an den einzelnen Flächen zu erhalten. Die hierfür im §. 92, S. 92 angegebene Formel lautet für eine beliebige Fläche *v*:

$$\frac{n'_v}{s'_v} - \frac{n_v}{s_v} = \frac{n'_v - n_v}{r_v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wo *r* den Radius, *s* und *s'* die Entfernungen des Object- und Bildpunktes

Fig. 353.



von der Fläche und *n* bezw. *n'* die Brechungsindices vor und hinter der Fläche bedeuten.

Ist eine zweite Fläche $v + 1$ vorhanden, welche um die Dicke d_v von der Fläche *v* absteht, so gilt:

$$s_{v+1} = s'_v - d_v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

wo *d* stets positiv zu nehmen ist.

Der leuchtende Punkt liege im Unendlichen auf der Axe; es wird also $s_1 = -\infty$. Da die Linsen in Luft sich befinden, so ist bei der hier eingeführten Bezeichnungsweise: $n_1 = 1$; $n_3 = n'_2 = 1$; $n'_4 = 1$, während $n_2 = n'_1$ die Werthe der Glassorte *O.* 102 und $n_4 = n'_3$ diejenigen der Glassorte *S.* 41 bedeuten, und zwar hier für die Linie *C*. Es wird dann die Rechnung für den Axenstrahl:

$$\frac{n'_v}{s'_v} = \varrho_v\,(n'_v - n_v) + \frac{n_v}{s_v}\,a_v + b_v;\quad s_{v+1} = s'_v - d_v.$$

s_1	— ∞		
$lg\ (n'_1 - n_1)$	+ 80 870 — 1		
$lg\ \varrho_1$	— 03 027 + 1		
$lg\ a_1$	— 83 897		
$lg\ \frac{1}{a_1}$	— 16 103 — 1		
$lg\ n'_1$	21 583		
$lg\ s'_1$	— 37 686 — 1		
s'_1	— 0,23816		
$-\ d_1$	— 0,00361		
s_2	— 0,24177	$lg\ s_2$	— 38 340 — 1
$lg\ (n'_2 - n_2)$	— 80 870 — 1	$lg\ n_2$	+ 21 583
$lg\ \varrho_2$	— 85 311	$lg\ 1/s_2$	— 61 660
$lg\ a_2$	+ 66 181	$lg\ b_2$	— 83 243
a_2	+ 4,5901	$lg\ (a_2 + b_2)$	— 34 412
b_2	— 6,7987	$lg\ \frac{1}{a_2 + b_2}$	— 65 588 — 1
$a_2 + b_2$	— 2,2086		
s'_2	— 0,45277	$lg\ n'_2$	± 00 000
d_2	— 0,00090	$lg\ s'_2$	— 65 588 — 1
s_3	— 0,45367	$lg\ s_3$	— 65 674 — 1
$lg\ (n'_3 - n_3)$	+ 74 260 — 1	$lg\ n_3$	± 00 000
$lg\ \varrho_3$	+ 91 625 — 1	$lg\ 1/s_3$	— 34 326
$lg\ a_3$	+ 65 885 — 1	$lg\ b_3$	— 34 326
a_3	+ 0,45588	$lg\ (a_3 + b_3)$	— 24 263
b_3	— 2,20425	$lg\ \frac{1}{a_3 + b_3}$	— 75 737 — 1
$a_3 + b_3$	— 1,74837		
s'_3	— 0,88818	$lg\ n'_3$	+ 19 113
d_3	— 0,00542	$lg\ s'_3$	— 94 850 — 1
s_4	— 0,89360	$lg\ s_4$	— 95 114 — 1
$lg\ (n'_4 - n_4)$	— 74 260 — 1	$lg\ n_4$	+ 19 113
$lg\ \varrho_4$	— 84 950	$lg\ 1/s_4$	— 04 886
$lg\ a_4$	+ 59 210	$lg\ b_4$	— 23 999
a_4	+ 3,9094	$lg\ (a_4 + b_4)$	+ 33 678
b_4	— 1,7378	$lg\ \frac{1}{a_4 + b_4}$	+ 66 322 — 1
$(a_4 + b_4)$	+ 2,1716		
		$lg\ n'_4$	± 00 000
s'_4	+ 0,46049	$lg\ s'_4$	+ 66 322 — 1

Die Formel zur Berechnung des Winkelwerthes ε der chromatischen Abweichung, bezogen auf das Object, ist nach §. 92 für ein System von v Flächen:

$$\varepsilon = \Sigma\, \varepsilon_v = h_1 \sum \left(\frac{h_v}{h_1}\right)^2 J_v \varDelta \left(\frac{dn}{n}\right)_v;$$

hierin bedeuten:

$$\frac{h_v}{h_1} = \frac{s_2}{s_1'} \cdot \frac{s_3}{s_2'} \cdot \ldots \ldots \frac{s_v}{s_{v-1}'};$$

$$J_v = n_v \left(\frac{1}{r_v} - \frac{1}{s_v}\right) = n_v' \left(\frac{1}{r_v} - \frac{1}{s_v'}\right);$$

$$\varDelta \left(\frac{dn}{n}\right)_v = \left(\frac{dn'}{n'}\right)_v - \left(\frac{dn}{n}\right)_v = m_v' - m_v.$$

Wir wollen im Folgenden ε für das Intervall C bis G bestimmen, so dass wir $dn = n_G - n_C$ und $n = n_C$ nehmen müssen. Bei unserer Bezeichnung wird, da die Linsen sich in Luft befinden, $m_1 = 0$, $m_2' = m_3 = 0$ und $m_4' = 0$, während sich aus den Constanten berechnet:

$$m_2 = m_1' = \frac{0{,}03102}{1{,}64373} \quad \text{und} \quad m_4 = m_3' = \frac{0{,}01292}{1{,}55284},$$

also

$$lg\, m_2 = lg\, m_1' = 8{,}27581 - 10$$
$$lg\, m_4 = lg\, m_3' = 7{,}92013 - 10.$$

Hiernach gestaltet sich die Berechnung von ε nach folgendem einfachen Schema:

$$\varepsilon = h_1 \sum \left(\frac{h_v}{h_1}\right)^2 J_v \varDelta \left(\frac{dn}{n}\right)_v; \; \varDelta \left(\frac{dn}{n}\right)_v = m_v' - m_v.$$

$lg\, J_1$	$-\ 03\,027 + 1$	J_1	ϱ_1
$lg\, m_1'$	$+\ 27\,581 - 2$	$\frac{h_1}{h_1}$	1
$lg\, \varepsilon_1$	$-\ 30\,608 - 1$		
ε_1	$-\ 0{,}20234\ h_1$	$\varDelta\left(\frac{dn}{n}\right)_1$	$m_1' = m_2$
$\frac{1}{s_2'}$	$-\ 2{,}2086$	J_2	$\varrho_2 - \frac{1}{s_2'}$
ϱ_2	$-\ 7{,}1304$	$\frac{h_2}{h_1}$	$\frac{s_2}{s_1'}$
J_2	$-\ 4{,}9218$		
$lg\, J_2$	$-\ 69\,212$	$\varDelta\left(\frac{dn}{n}\right)_2$	$-\ m_2$
$2\, lg\, \frac{h_2}{h_1}$	$+\ 01\,308$	$lg\, \frac{1}{s_2'}$	$-\ 34\,412$
$lg\, m_2$	$-\ 27\,581 - 2$	$lg\, \frac{s_2}{s_1'}$	$+\ 00\,654$
$lg\, \varepsilon_2$	$+\ 98\,101 - 2$		
ε_2	$+\ 0{,}095722\ h_1$		

$\frac{1}{s_3}$	$-$ 2,2043	J_3	$\varrho_3 - \frac{1}{s_3}$
ϱ_3	$+$ 0,8246	$\frac{h_3}{h_1}$	$\frac{s_2}{s_1'} \cdot \frac{s_3}{s_2'}$
J_3	$+$ 3,0289	$\varDelta\left(\frac{dn}{n}\right)_3$	$m_3' = m_4$
$lg\, J_3$	$+$ 48 128		
$2\, lg \frac{h_3}{h_1}$	$+$ 01 480	$lg \frac{1}{s_3}$	$-$ 34 326
$lg\, m_3'$	$+$ 92 013 $-$ 3		
$lg\, \varepsilon_3$	$+$ 41 621 $-$ 2	$lg \frac{s_3}{s_2'}$	$+$ 00 086
ε_3	$+$ 0,026074 h_1		
$\frac{1}{s_4'}$	$+$ 2,1716	J_4	$\varrho_4 - \frac{1}{s_4'}$
ϱ_4	$-$ 7,0713	$\frac{h_4}{h_1}$	$\frac{s_2}{s_1'} \cdot \frac{s_3}{s_2'} \cdot \frac{s_4}{s_3'}$
J_4	$-$ 9,2429	$\varDelta\left(\frac{dn}{n}\right)_4$	$- m_4$
$lg\, J_4$	$-$ 96 581		
$2\, lg \frac{h_4}{h_1}$	$+$ 02 008	$lg \frac{1}{s_4'}$	$+$ 33 678
$lg\, m_4$	$-$ 92 013 $-$ 3		
$lg\, \varepsilon_4$	$+$ 90 602 $-$ 2	$lg \frac{s_4}{s_3'}$	$+$ 00 264
ε_4	$+$ 0,080541 h_1		
ε_3	$+$ 0,026074 h_1		
ε_2	$+$ 0,095722 h_1		
$\varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4$	$+$ 0,202337 h_1		
ε_1	$-$ 0,202340 h_1		
$\varepsilon = \Sigma\varepsilon_4$	$+$ 0,000003 h_1		

Aus der Berechnung geht hervor, dass das Objectiv in der That die C- und G-Strahlen in einem und demselben Punkte vereinigt. Denn setzt man für h_1 den Werth des benutzten Objectivradius von 0,025 m ein [1]), so wird ε nur ein Bruchtheil einer Winkelsecunde. Man erhält den Grad der Vereinigung leicht dadurch, dass man die beiderlei Strahlen auf trigonometrischem Wege mittelst siebenstelliger Logarithmen durchrechnet [2]).

[1]) Vergl. die letzte Anmerkung auf S. 230.

[2]) Eine solche Rechnung ergiebt für die Schnittweiten der verschiedenen Nullstrahlen die folgenden Zahlen:

für die Fraunhofer'sche Linie C : 0,460556 m;
" " " " D : 0,460235 m;
" " " " F : 0,460053 m;
" " " " G : 0,460533 m.

Um die Grösse der sphärischen Abweichung kennen zu lernen, wollen wir dieselbe gemäss der Formel

$$\delta = h_1^3 \sum \left(\frac{h_v}{h_1}\right)^4 J_v^2 \, \varDelta\left(\frac{1}{n\,s}\right)_v$$

berechnen, und zwar für die Linie C, für welche wir die in δ vorkommenden Grössen zum grossen Theil schon kennen. Mit Hülfe der beiden obigen Rechnungen erhält man dann leicht folgende Durchrechnung:

$$\delta = h_1^3 \sum \left(\frac{h_v}{h_1}\right)^4 \cdot J_v^2 \, \varDelta\left(\frac{1}{n\,s}\right)_v ; \quad \varDelta\left(\frac{1}{n\,s}\right)_v = \frac{1}{n_v' s_v'} - \frac{1}{n_v s_v} = x_v - y_v .$$

$2\, lg\, J_1$	$+ 06\,054 + 2$	$\varDelta\left(\frac{1}{n\,s}\right)_1$	$\frac{1}{n_1' s_1'} = x_1$
$lg\, x_1$	$- 40\,731$		
$lg\, \delta_1$	$- 46\,785 + 2$	$lg \frac{1}{n_1'}$	$+ 78\,417 - 1$
δ_1	$- 293{,}66\; h_1^3$		
		$lg \frac{1}{s_1'}$	$- 62\,314$
		$lg\, x_1'$	$- 40\,731$
$2\, lg\, J_2$	$+ 38\,424 + 1$	$\varDelta\left(\frac{1}{n\,s}\right)_2$	$\frac{1}{n_2' s_2'} - \frac{1}{n_2 s_2} = x_2 - y_2$
$4\, lg \frac{h_2}{h_1}$	$+ 02\,616$	$lg\, x_2$	$- 34\,412$
$lg\,(x_2 - y_2)$	$+ 48\,813 - 1$	$lg\, y_2$	$- 40\,077$
$lg\, \delta_2$	$+ 89\,853$	x_2	$- 2{,}2086$
δ_2	$+ 7{,}9164\; h_1^3$	y_2	$- 2{,}5163$
		$x_2 - y_2$	$+ 0{,}3077$
$2\, lg\, J_3$	$+ 96\,256$	$\varDelta\left(\frac{1}{n\,s}\right)_3$	$\frac{1}{n_3' s_3'} - \frac{1}{n_3 s_3} = x_3 - y_3$
$4\, lg \frac{h_3}{h_1}$	$+ 02\,960$	$lg\, x_3$	$- 86\,037 - 1$
$lg\,(x_3 - y_3)$	$+ 17\,000$	$lg\, y_3$	$- 34\,326$
$lg\, \delta_3$	$+ 16\,216 + 1$	x_3	$- 0{,}7251$
δ_3	$+ 14{,}526\; h_1^3$	y_3	$- 2{,}2042$
		$x_3 - y_3$	$+ 1{,}4791$
$2\, lg\, J_4$	$+ 93\,162 + 1$	$\varDelta\left(\frac{1}{n\,s}\right)_4$	$\frac{1}{n_4' s_4'} - \frac{1}{n_4 s_4} = x_4 - y_4$
$4\, lg \frac{h_4}{h_1}$	$+ 04\,016$	$lg\, x_4$	$+ 33\,678$
$lg\,(x_4 - y_4)$	$+ 46\,123$	$lg\, y_4$	$- 85\,773 - 1$
$lg\, \delta_4$	$+ 43\,301 + 2$	x_4	$+ 2{,}1716$
δ_4	$+ 271{,}03\; h_1^3$	y_4	$- 0{,}7206$
δ_3	$+ 14{,}53\; h_1^3$	$x_4 - y_4$	$+ 2{,}8922$
δ_2	$+ 7{,}92\; h_1^3$		
$\delta_2 + \delta_3 + \delta_4$	$+ 293{,}48\; h_1^3$		
δ_1	$- 293{,}66\; h_1^3$		
$\delta = \Sigma\, \delta_4$	$- 0{,}18\; h_1^3$		

Setzt man wieder $h_1 = 0{,}025$ m, so erhält man auch für die sphärische Aberration δ einen Winkelwerth kleiner als eine Secunde. Dasselbe gilt auch für die zweite sphärisch corrigirte Farbe G. Auch diese Resultate, gewonnen aus unseren Nullformeln, werden durch die trigonometrische Rechnung bestätigt, welche zeigt, dass auch die anderen Farben sphärisch so gut wie C und G corrigirt sind [1]).

Letztere lehrt aber auch, dass die Schnittweitendifferenz der verschieden gefärbten Strahlen bis auf 0,5 mm anwachsen kann.

[1]) Im Folgenden sind die Werthe für die Schnittweiten in Millimetern angegeben, welche den Strahlen 0 bis *IV* zukommen, deren Einfallshöhen sind: $h_0 = 0$; $h_I = 12{,}5$; $h_{II} = 17{,}68$; $h_{III} = 21{,}65$ und $h_{IV} = 25$ Millimeter:

Farbe	0	*I*	*II*	*III*	*IV*
C	460,556	460,560	460,577	460,598	460,621
D	460,235	460,237	460,247	460,263	460,276
F	460,053	460,063	460,072	460,083	460,094
G	460,533	460,534	460,546	460,557	460,569

Elftes Capitel.

Das Auge und die Gesichtsempfindungen.

222 **Eintheilung.** Bei dem hier vorliegenden Thema haben wir Dreierlei von einander zu unterscheiden. Erstens die physikalischen Leistungen des Auges als eines optischen Instrumentes, zweitens die physiologischen Vorgänge der Erregung und Leitung in den dem Auge zugehörigen Theilen des Nervensystems, und drittens die psychologische Frage, wie aus den Nervenerregungen Wahrnehmungen entspringen [1]). Eine ausführliche Behandlung dieser Materie findet man in den physiologischen Werken, von denen insbesondere das classische, in alle Cultursprachen übersetzte „Handbuch der physiologischen Optik" von H. v. Helmholtz [2]) hervorgehoben sei. Im Folgenden geben wir nur die wichtigsten und allgemein interessanten Lehren aus diesem Grenzgebiet der Natur- und Geisteswissenschaften wieder und folgen dabei oft wörtlich der Helmholtz'schen Darstellung.

223 **Das Gesichtsorgan.** Die Empfindung des Lichtes und der Farbe rührt von einer Affection besonderer Nerven her, deren feine Enden sich als eine Nervenhaut ausbreiten. Die Empfindung des Dunklen rührt von einer vollkommenen Ruhe dieser Nervenhaut her, jeder Reiz derselben bringt aber die Empfindung von Helligkeit, von Licht hervor; ganz besonders wird dieser Reiz durch die Lichtstrahlen hervorgebracht, welche die Körper der Aussenwelt durch das Auge auf die Nervenhaut, die Netzhaut, senden; doch ist auch die Empfindung von Licht und Farbe durch andere Ursachen ohne Mitwirkung der von aussen kommenden Lichtstrahlen möglich, z. B. durch den Druck des Blutes (Flimmern vor den geschlossenen Augen). Ein äusserer Druck auf das ge-

[1]) Siehe H. Helmholtz: „Die neueren Fortschritte in der Theorie des Sehens". Populäre wissensch. Vorträge, II. Aufl., Heft 1, S. 5.

[2]) H. v. Helmholtz: „Handbuch der physiologischen Optik", II. Aufl., Lieferung 1 bis 4.

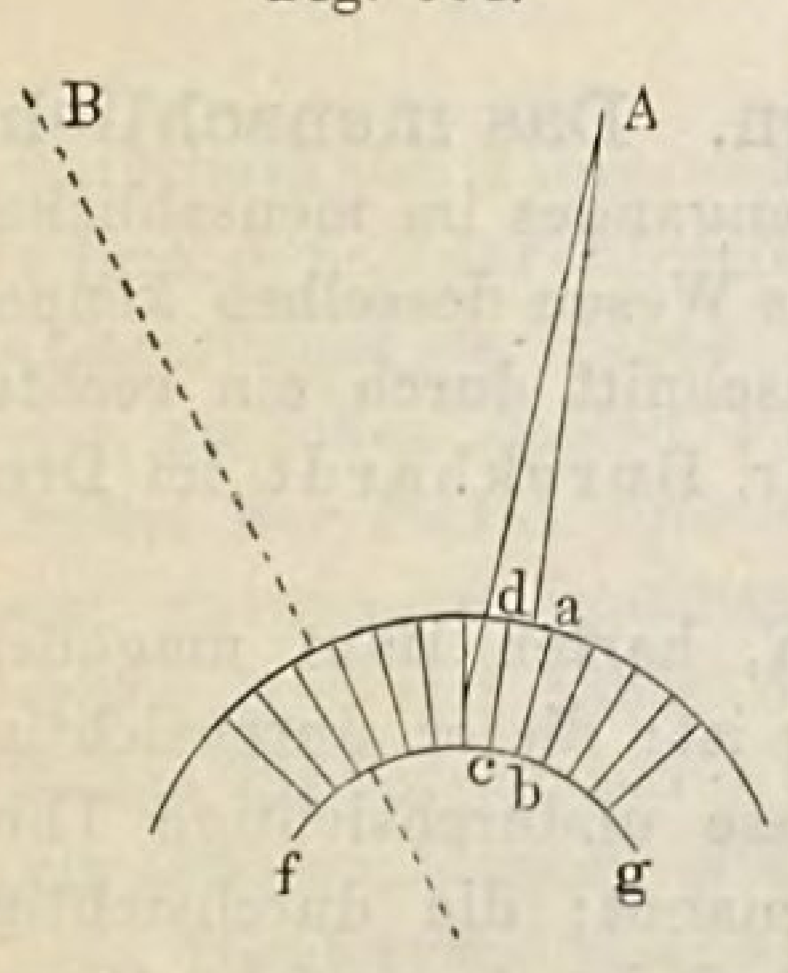
schlossene Auge, eine elektrische Entladung sind ebenfalls im Stande, Lichtempfindungen hervorzubringen.

Zum Unterscheiden äusserer Gegenstände durch das Gesicht reicht es nicht hin, dass die von einem Körper ausgehenden Lichtstrahlen auf die Nervenhaut fallen, es sind noch lichtsondernde Apparate nöthig, welche bewirken, dass die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen nur eine bestimmte Stelle der Nervenhaut treffen, und dass von dieser Stelle die von anderen Punkten herkommenden Lichtstrahlen abgehalten werden; auf diese Weise werden die verschiedenen Stellen der Netzhaut verschieden afficirt, und dadurch wird eine Unterscheidung möglich. Wo solche lichtsondernde Apparate fehlen, wie dies bei vielen niederen Thierclassen der Fall ist, da kann kein eigentliches Sehen, sondern nur eine Unterscheidung von Licht und Dunkel, von Tag und Nacht stattfinden; doch sind selbst für eine solche Lichtempfindung noch besondere Nervenapparate nöthig.

Nicht bei allen Thierclassen, bei denen ein eigentliches Sehen stattfindet, sind die zur Isolirung der Lichteindrücke bestimmten Vorrichtungen auf dieselbe Weise eingerichtet; man unterscheidet zwei wesentlich verschiedene Arten von Augen, nämlich 1) die musivisch zusammengesetzten Augen der Insecten und Crustaceen, und 2) die mit Sammellinsen versehenen Augen der höheren Thiere.

Zusammengesetzte Augen. Erst durch die classischen Unter- 224
suchungen Müller's ist das Wesen der musivisch zusammengesetzten Augen klar gemacht worden (Physiologie des Gesichtssinnes 1826, und Handbuch der Physiologie des Menschen 1837). Auf der convexen Nervenhaut steht eine grosse Menge durchsichtiger Kegel rechtwinklig auf, und nur diejenigen Strahlen können die Basis eines solchen Kegels auf der Nervenhaut erreichen, die in der Richtung der Axe dieses Kegels einfallen. Alles seitlich einfallende Licht wird absorbirt, weil die Seitenwände der Kegel mit einem dunkelfarbigen Pigmente bekleidet sind. In Fig. 354 sei fg ein Durchschnitt der convexen Nervenhaut mit den darauf sitzenden durchsichtigen Cylindern. Es ist klar, dass die von dem leuchtenden Punkte A ausgehenden Strahlen nur in cb, der Basis des abgestumpften Kegels $abcd$, die Nervenhaut treffen können; schon die Basis der beiden neben $abcd$ liegenden Kegel wird nicht mehr durch die von A ausgehenden Strahlen getroffen; ein leuchtender Punkt B sendet seine Strahlen wieder an eine andere Stelle der Netzhaut u. s. w. Auf die Basis eines solchen durchsichtigen Kegels wird natürlich alles Licht wirken, welches von Punkten herkommt, die in

Fig. 354.



der Verlängerung des Kegels liegen, und die Lichteindrücke von allen Punkten, welche Licht auf die Basis desselben Kegels senden, werden sich auch vermischen, und somit sieht man leicht ein, dass die Deutlichkeit des Bildes auf der Nervenhaut um so grösser sein wird, je grösser die Anzahl der Kegel ist. Sehr treffend charakterisirt Müller das Sehen mit solchen Augen, indem er sagt: „Die Darstellung des Bildes in mehreren Tausenden gesonderter Punkte, wovon jeder Punkt einem Feldchen der Aussenwelt entspricht, gleicht einer Mosaik, und man kann sich aus einer kunstreichen Mosaik die beste Vorstellung von dem Bilde machen, welches die Geschöpfe, die eines solchen Organs theilhaftig sind, von der Aussenwelt erhalten werden".

Die Grösse des Sehfeldes solcher Augen hängt natürlich von dem Winkel, den die Axen der äussersten Kegel mit einander machen, also von der Wölbung der Augen, ab. Die durchsichtige Haut, welche das ganze Auge nach aussen hin bedeckt, die Hornhaut, ist gewöhnlich in Facetten abgetheilt, und jede einzelne Facette entspricht einem der eben besprochenen durchsichtigen Kegel. Die Zahl der Facetten eines solchen Auges ist in der Regel sehr gross; ein einziges Auge enthält oft 12 000 bis 20 000 solcher Facetten.

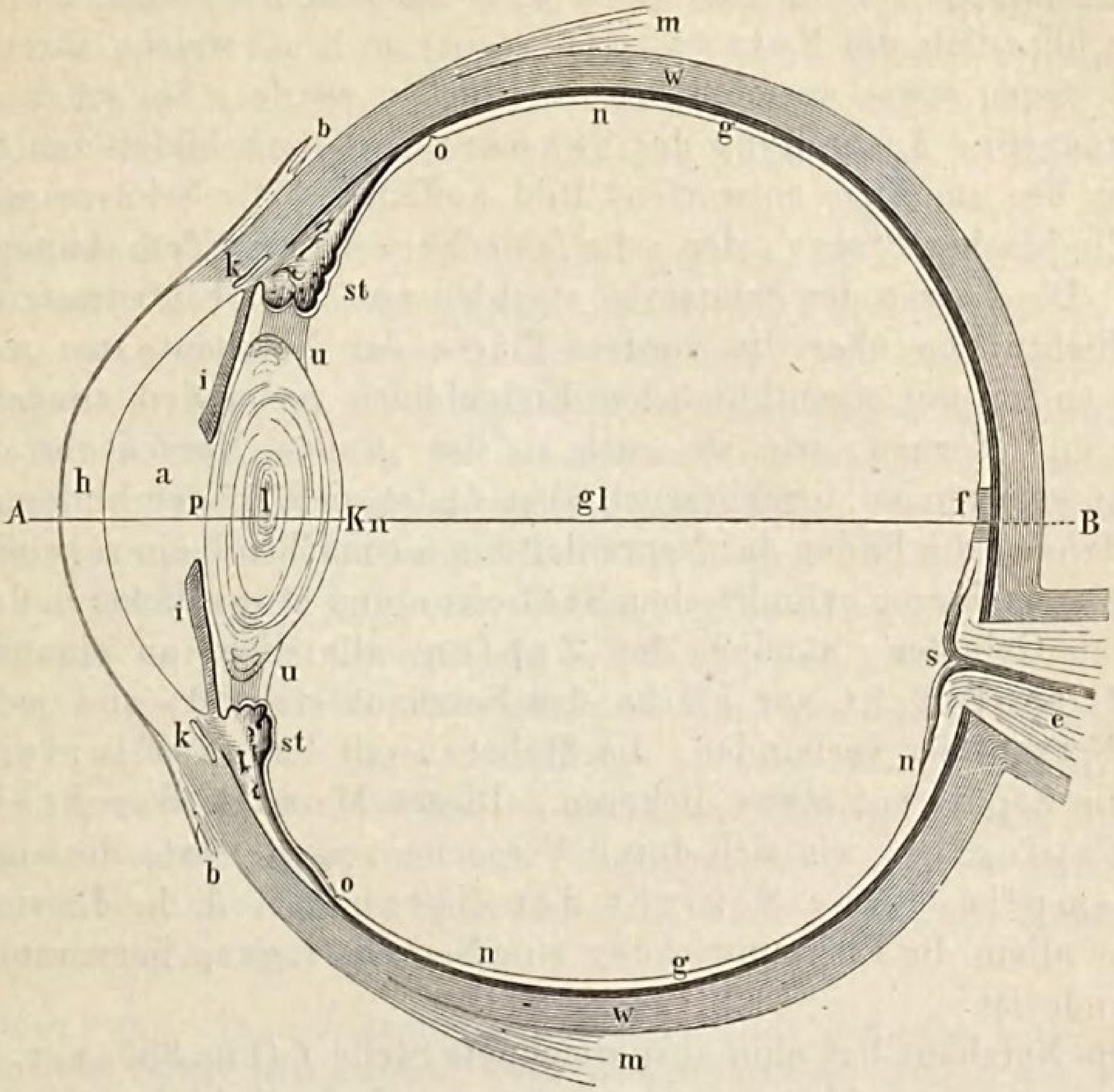
Nicht alle Insecten haben solche musivisch zusammengesetzte Augen, die Spinnen z. B. haben einfache linsenhaltige Augen, welche ganz so gebaut sind wie die Augen der Wirbelthiere; ja es giebt viele Insecten, welche ausser den musivisch zusammengesetzten auch noch einfache linsenhaltige Augen haben, doch lässt der Bau derselben, sowie auch ihre Stellung vermuthen, dass sie nur zum Sehen der allernächsten Gegenstände bestimmt sind.

225 **Einfache Augen mit Sammellinsen. Das menschliche Auge.** Ehe wir näher auf die Art des Strahlenganges im menschlichen Auge eingehen, müssen wir die Gestalt und das Wesen desselben kennen lernen. Fig. 355 stellt einen Horizontaldurchschnitt durch ein rechtes Normalauge nach einem Entwurf des Prof. Fr. Burckhardt im Dreifachen der natürlichen Grösse dar.

Der ganze Augapfel ist von einer festen, harten Haut umgeben, welche nur auf der Vorderseite *h* durchsichtig ist; dieser durchsichtige Theil wird die Hornhaut (*cornea*), der weisse undurchsichtige Theil *w, w* die harte Haut (*tunica sclerotica*) genannt; die durchsichtige Hornhaut ist stärker gewölbt als der übrige Theil des Augapfels. Hinter der Hornhaut liegt die farbige Regenbogenhaut *i, i* (*iris*), welche fast eben ist. In der Mitte der Regenbogenhaut bei *p* befindet sich eine kreisförmige Oeffnung, welche von vorn gesehen vollkommen schwarz (das Schwarze im Auge) erscheint; diese Oeffnung führt den Namen der Pupille. Dicht hinter der Iris und der Pupille befindet sich die Krystalllinse *l*, welche in eine durchsichtige Kapsel eingeschlossen ist. Der diese Kapsel tragende Befestigungsapparat entspringt bei *o* in Form

einer einfachen, durchsichtigen elastischen Haut, welche der Innenfläche des Strahlenkörpers *st, st* anliegend in der Richtung nach vorn zum Linsenrande reicht und sich da in zwei Plättchen spaltet. Das vordere Plättchen, welches Strahlenplättchen oder *Zonula Zinnii* heisst, setzt sich

Fig. 355.



unterhalb des Linsenrandes an der Vorderfläche der Linse fort und verschmilzt mit der Linsenkapsel, das hintere Plättchen setzt sich bis zur Hinterfläche der Linse fort und verschmilzt dort mit der Linsenkapsel; der zwischen beiden Plättchen und dem Linsenrande gebildete Raum heisst der Petit'sche Canal. Zwischen Hornhaut und Iris ist die mit der wässerigen Feuchtigkeit ausgefüllte vordere Augenkammer *a*, zwischen Iris und Linse die hintere Augenkammer gelegen. Den ganzen Raum hinter der Linse *gl* füllt eine durchsichtige gallertartige Substanz, die Glasfeuchtigkeit oder der Glaskörper, aus.

Die Krystalllinse selbst, deren Vorderseite flacher ist als die Hinterseite, ist stärker brechend als die beiden Flüssigkeiten, zwischen denen sie sich befindet; sie besteht aus über einander gelagerten durchsichtigen Schichten, welche sich der Kugelgestalt um so mehr nähern, je näher sie dem Centrum liegen. Sie ist, wie erwähnt, durch ein sie ringförmig umgebendes, einer Halskrause ähnlich in strahlenförmige Falten gelegtes Befestigungsband, das Strahlenblättchen (*Zonula Zinnii*) ringsum befestigt. Die Spannung dieses Bandes kann durch den im Auge ge-

legenen, ringsum am Rande der Hornhaut entspringenden Ciliarmuskel *uu* verringert werden. Dann wölben sich die Flächen der Linse, namentlich die vordere, beträchtlicher vor, als sie es im Ruhezustande thun, ein für die Accommodation wichtiger Vorgang.

Ueber die Sclerotica ist im Inneren des Auges die Aderhaut oder Gefässhaut (*tunica choroidea*) *g*, *g* ausgebreitet, und über dieser liegt schliesslich die Netzhaut (*retina*) *n*, *n*, *n*, welche ihrer Wichtigkeit wegen etwas ausführlicher besprochen werde. Sie ist die dünne membranartige Ausbreitung des Sehnerven *e* und bildet den Schirm, welcher das im Auge entworfene Bild auffängt. Der Sehnerv selbst ist ein cylindrischer Strang, der sehr feine Nervenfasern dem Augapfel zuführt. Die Fasern des Sehnerven strahlen von ihrer Eintrittsstelle nach allen Richtungen über die vordere Fläche der Netzhaut aus; sie sind, wo sie enden, mit eigenthümlichen Endgebilden verbunden, zunächst mit Zellen und Kernen, wie sie auch in der grauen Nervensubstanz des Gehirns vorkommen. Schliesslich aber findet sich an der hinteren Seite der Netzhaut, die Enden der Nervenleitung ausmachend, ein regelmässiges Mosaik aus feineren cylindrischen Stäbchen und etwas dickeren flaschenförmigen Gebilden, nämlich den Zapfen, alle dicht an einander gedrängt, senkrecht zur Fläche der Netzhaut stehend, und jedes mit einer Nervenfaser verbunden, die Stäbchen mit Fasern allerfeinster Art, die Zapfen mit etwas dickeren. Dieses Mosaik der Stäbchen und Zapfen ist, wie sich durch Versuche zeigen lässt, die eigentlich lichtempfindliche Schicht der Netzhaut, d. h. diejenige, in welcher allein die Lichteinwirkung eine Nervenerregung hervorzubringen im Stande ist.

Die Netzhaut hat eine ausgezeichnete Stelle *f* (Fig. 355, a. v. S.), die nicht ganz in ihrer Mitte, sondern etwas nach der Schläfenseite hinüber liegt, und welche wegen ihrer Farbe der gelbe Fleck genannt wird. Diese Stelle ist etwas verdickt; in ihrer Mitte aber befindet sich ein Grübchen, die Netzhautgrube (*fovea centralis*), wo die Membran sehr dünn ist, weil ihre Zusammensetzung hier auf diejenigen Elemente zusammengedrängt ist, die zum genauen Sehen unbedingt nothwendig sind. Alle die verschiedenen Schichten, welche die Netzhaut ausmachen, diejenige der Nervenfasern, der Nervenzellen, die granulirte Schicht, sind in der Mitte der Netzhautgrube durchbrochen, und nur die letzten verdünnten Ausläufer dieser Schichten ragen hinein. Auch die Gefässe der Netzhaut treten nicht in die Netzhautgrube ein, sondern enden in ihrer nächsten Umgebung mit einem zarten Kranze feinster Capillarschlingen.

Die Netzhautgrube ist die Stelle feinster Raumunterscheidung. Die als letzte lichtempfindliche Elemente dienenden Zapfen sind hier am engsten zusammengedrängt und von allen vorliegenden halbdurchsichtigen Theilen befreit. Wir dürfen annehmen, dass von jedem dieser Zapfen eine Nervenfaser durch den Sehnervenstamm isolirt nach

dem Gehirn geht, um den empfangenen Eindruck dort hinzuleiten, und dass somit der Erregungszustand jedes einzelnen Zapfens auch isolirt von den übrigen zur Empfindung kommen kann.

Die Netzhaut ist nach einer in letzter Zeit von Professor Boll in Rom gemachten Entdeckung nicht, wie man bis dahin glaubte, durchsichtig und farblos, sondern mit intensivem Purpur (Sehpurpur) bedeckt. Der Umstand, dass diese Färbung im Lichte sehr schnell erlischt und auch im Dunklen nach dem Tode des Individuums nicht viel länger als 24 Stunden sich erhält, hat das Vorhandensein derselben so lange übersehen lassen.

Professor Kühne in Heidelberg hat gezeigt, dass dieser Sehpurpur wie eine empfindliche photographische Platte wirkt und es ist ihm sogar gelungen, auf der herausgenommenen Netzhaut frisch getödteter Thiere Abbildungen der vor dem Tode zuletzt gesehenen Gegenstände zu beobachten. Neuerdings sind die Beziehungen dieses höchst merkwürdigen Sehpurpurs zum Sehvorgange etwas mehr aufgehellt worden und wieder in den Vordergrund des Interesses der Physiologen getreten.

So hat Ebbinghaus[1]) den Versuch gemacht, zwischen den Absorptions- und Zersetzungsvorgängen des Sehpurpurs, der sich beim Belichten in Sehgelb zersetzt, einerseits und den Ergebnissen der Farbenmischungen andererseits eine Beziehung nachzuweisen. Durch diese Versuche veranlasst, hat im letzten Jahre A. König[2]) spectralphotometrische Untersuchungen mit dem Sehpurpur und dem Sehgelb angestellt, deren Resultate ihn zu interessanten, wenn auch noch nicht ganz einwandsfreien Schlüssen führten.

Anmerkung: Danach kommt, wie schon Kühne gefunden hatte, in der Fovea centralis (und allen Zapfen) kein Sehpurpur vor. Durch schwache Zersetzung des Sehpurpurs wird die der Reizschwelle (mit Ausnahme des Roth) zukommende farblose Empfindung (Grau) verursacht. Bei stärkerer Zersetzung des Sehpurpurs, die sich dann auch auf das erst gebildete Sehgelb erstreckt, entsteht die Empfindung Blau. Die Fovea ist also blaublind, da sie keinen Sehpurpur enthält. Die beiden anderen Grundempfindungen Roth und Grün sind ebenso, wie das Sehgelb, schwerer zersetzlich als der Sehpurpur. Bei Total-Farbenblinden ist der Sehpurpur die einzige lichtempfindliche Substanz.

Erwähnt sei hier noch, dass nach A. König und J. Zumpft („Ueber die lichtempfindliche Schicht in der Netzhaut des menschlichen Auges.“ Verhandlungen d. Physik. Ges. zu Berlin, Jahrg. 13, S. 56.) die Perception für die verschiedenen Spectralfarben in verschiedenen Schichten der Netzhaut stattfindet. Der Ort für die Gesammtheit der empfindenden Schichten fällt ungefähr mit der Stäbchen- und Zapfenschicht zusammen, scheint sie aber an Dicke etwas zu übertreffen.

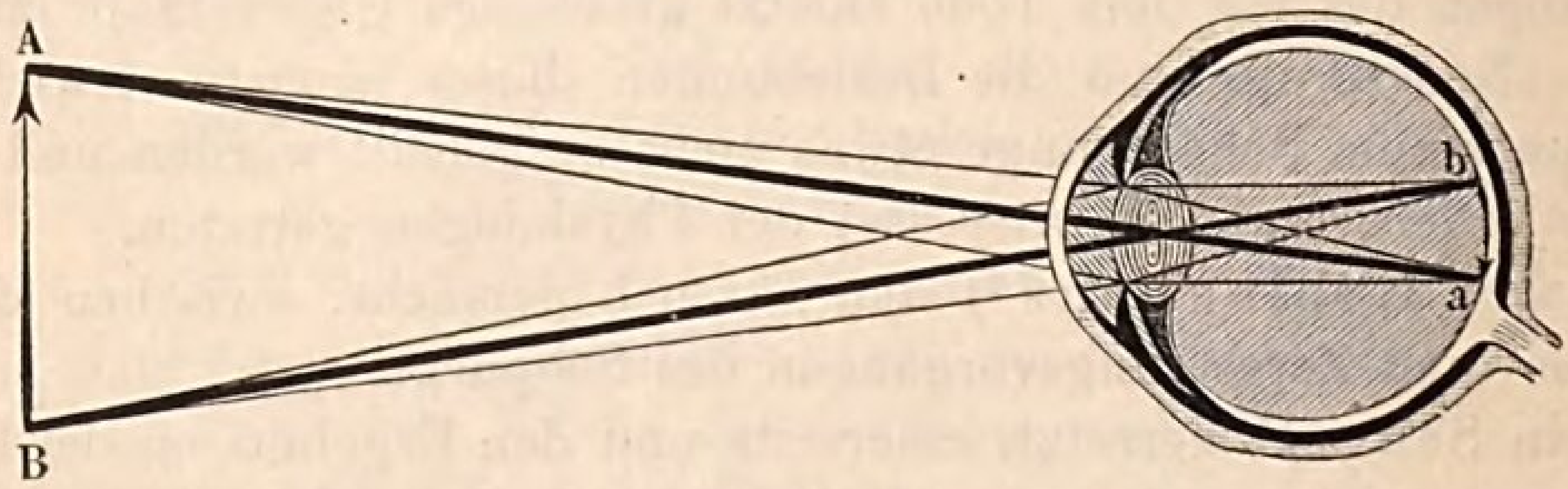
[1]) H. Ebbinghaus, „Theorie des Farbensehens“. Hamburg 1893. L. Voss und Zeitschr. f. Psych. u. Phys. d. Sinnesorgane, Bd. V, S. 145.

[2]) A. König, „Ueber den menschlichen Sehpurpur und seine Bedeutung für das Sehen“, nach gemeinschaftlich mit Frl. E. Köttgen ausgeführten Versuchen. Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1894, 577 bis 598.

Die Eintrittsstelle des Sehnerven *s* (Fig. 355, S. 583) ist gegen Lichteindruck vollständig unempfindlich und wird deshalb auch als blinder Fleck bezeichnet.

226 **Bildentstehung im Auge. Ophthalmometer von Helmholtz. Die dioptrischen Constanten des Auges. Listing's schematisches Auge.** Die Lichtstrahlen, welche auf das Auge fallen, treffen entweder auf den vorderen Theil der Sclerotica, das Weisse im Auge, und werden unregelmässig nach allen Seiten zerstreut oder sie dringen durch die Hornhaut in das Auge ein; die äusseren der durch die Hornhaut eingedrungenen Strahlen fallen auf die Iris und werden nach allen Seiten hin unregelmässig zerstreut, wodurch die Farbe der

Fig. 356.



Regenbogenhaut sichtbar wird. Die centralen Strahlen endlich fallen durch die Pupille auf die Linse und werden durch dieselbe nach der Retina hin gebrochen, und zwar so, dass die von einem Punkte eines äusseren Gegenstandes ausgehenden Strahlen, welche durch die Pupille gehen, in einem Punkte auf der Netzhaut wieder vereinigt werden, wie dies Fig. 356 erläutert. So entsteht auf der Netzhaut ein verkehrtes verkleinertes Bild der vor dem Auge befindlichen Gegenstände.

Um den genaueren Strahlengang im Auge feststellen zu können, musste man vor Allem die dioptrischen Constanten des complicirten brechenden Systems im Auge kennen lernen. Man musste also die Krümmung der einzelnen brechenden Flächen, deren Abstand von einander und von der Netzhaut, und den Brechungsindex der brechenden Medien bestimmen.

R. H. Kohlrausch hat zuerst an lebenden Augen den Krümmungsradius der Hornhaut dadurch zu messen gesucht, dass er die Grösse der Spiegelbilder auf der Hornhaut bestimmte. Um unabhängig von einer, wenn auch geringen, Bewegung des Auges zu sein, übertrug Helmholtz das Heliometerprincip der Astronomen, sehr kleine Sternabstände trotz ihrer scheinbaren Bewegung genau zu messen, in veränderter Form auf das bewegliche Auge. Das zu diesem Zwecke construirte Ophthalmometer[1]) erlaubt am lebenden Auge die

[1]) Helmholtz, a. a. O., I. Heft.

Krümmung der Hornhaut, der beiden Linsenflächen, die Abstände dieser Flächen von einander u. s. w. mit grösserer Schärfe zu messen, als man es vordem selbst am todten Auge thun konnte. Von besonderem Werth wurde dieser Umstand bei der Feststellung der Veränderungen des optischen Augenapparates, soweit sie auf die Accommodation Einfluss haben.

Das Princip des Ophthalmometers ist sehr einfach. Es beruht auf der seitlichen Verschiebung der schräg durch eine planparallele Glasplatte gehenden Lichtstrahlen (vergl. §. 22). Bringt man nämlich vor das Objectiv eines Fernrohres, zum Sehen auf kurze Distanzen eingerichtet, zwei Glasplatten, von denen die eine nur die eine Hälfte, die andere nur die andere Hälfte bedeckt, so sieht man von demselben Gegenstande zwei Bilder, sobald beide Platten verschieden gegen die Axe des Fernrohres geneigt sind. Die Entfernung beider Bilder wächst mit der Neigung der Platten und kann aus dieser berechnet werden; sie ist gleich Null, wenn beide Platten in einer Ebene senkrecht zur Fernrohraxe liegen. Stellt man die beiden Bilder einer zu messenden Linie so auf einander ein, dass sie sich gerade mit ihren Enden berühren, so ist die Länge der Linie gleich der Entfernung gleich gelegener Punkte der beiden Bilder von einander und somit aus der Neigung der Glasplatten zu berechnen.

Soll also das Ophthalmometer zur Messung der Hornhautkrümmung dienen, so erzeugt man auf der Hornhaut das Spiegelbild eines äusseren Objectes von bekannter Grösse und Entfernung. Die Grösse dieses Spiegelbildes ist zunächst durch das Ophthalmometer zu messen, und aus den anderen leicht zu messenden Grössen berechnet sich sodann der Krümmungsradius.

Wir wollen hier nicht die einzelnen Daten wiedergeben, sondern lediglich die daraus abgeleiteten Werthe der Fundamentalconstanten des Auges. Dabei ist die Gauss'sche Theorie zu Grunde gelegt und angenommen, dass alle Flächen Kugelflächen sind und eine gemeinsame Axe haben. Dies ist streng genommen nicht der Fall.

Nach Helmholtz' Messungen und Berechnungen [1]) wird für den Fall, dass man als Ort verschiedener Punkte ihre Entfernung vom Hornhautscheitel einführt und die Strecken positiv in Richtung des einfallenden Lichtes bezeichnet:

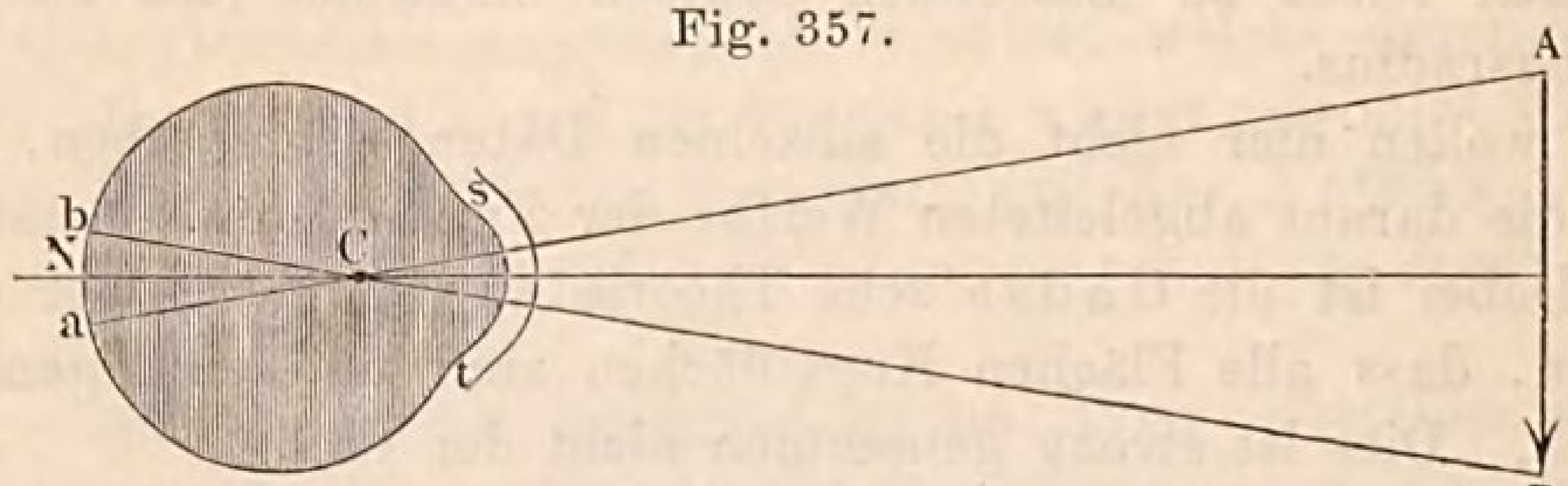
Berechnet	Accommodation für Ferne	Accommodation für Nähe
Ort des ersten Hauptpunktes	1,753	1,858
„ „ zweiten „	2,106	2,257
„ „ ersten Knotenpunktes	6,968	6,566
„ „ zweiten „	7,321	6,965
„ „ vorderen Brennpunktes	— 13,745	— 12,132
„ „ hinteren „	22,819	20,955

[1]) a. a. O., II. Aufl., S. 140.

Daraus folgt demnach als vordere Brennweite $f = + 15{,}498$ mm bezw. 13,990 mm und als hintere Brennweite $f' = - 20{,}713$ mm bezw. 18,689 mm.

Aus der Tabelle folgt, dass sowohl die Hauptpunkte wie die Knotenpunkte einander sehr nahe liegen, so dass man sie ohne grossen Fehler zusammenfallen lassen kann. Dadurch gelangen wir zu noch einfacheren Verhältnissen, welche dem sogen. reducirten Auge von Listing[1]) entsprechen, dessen Wirkungsweise bei der grossen Breite der individuellen Unterschiede für alle praktischen Fälle an die Stelle derjenigen des wirklichen Auges gesetzt werden kann. Beim reducirten Auge behält man die oben angegebenen Brennpunkte bei, vereinigt die Hauptpunkte und Knotenpunkte zu je einem mittleren Punkt und denkt sich den ganzen Augapfel bestehend aus nur einem brechenden Medium vom Index 1,3365 des Glaskörpers[2]). Natürlich muss man jetzt der Vorderfläche dieses Mediums einen geeigneten Krümmungsradius zulegen, um auf die gleichen Brennweiten zu gelangen und um mit dem reducirten Auge von einem Objecte dieselben Bilder auf der Netzhaut zu erhalten, wie sie das wirkliche Auge giebt. Dies ist der Fall, wenn die Fläche durch den gemeinsamen Hauptpunkt geht und ihr Centrum am Orte des gemeinsamen Knotenpunktes hat. Ihr Krümmungsradius würde nach Listing 5,1248 mm betragen und die Entfernung ihres Centrums von der Netzhaut bezw. dem hinteren Brennpunkte etwa 15 mm. In Fig. 357 ist die Bildentstehung im reducirten Auge angedeutet; die Linie rechts

Fig. 357.



von *st* deutet die Lage der Cornea des menschlichen Auges an. Im Mittelpunkte *C* kreuzen sich die Axen aller in das Auge eindringenden Strahlenbündel, weshalb Volkmann diesen Punkt den Kreuzungspunkt nennt. Dieser Punkt ist in Fig. 355 (S. 583) mit *Kn* bezeichnet; der allgemeinere Name „Knotenpunkt“ rührt von Listing her, welcher die Eigenschaften der Haupt- und Knotenpunkte in ihrer Beziehung zum Auge erörterte.

227 **Accommodation. Nähepunkt und Fernpunkt. Theorie der Accommodation.** Wie bei einem jeden optischen System von

1) Wagner's Handwörterbuch der Physiologie 4, 495.

2) Bei einem staaroperirten Auge, wo die Linse fehlt, ist dieser Zustand in der That vorhanden.

brechenden Kugelflächen liegen auch beim Auge die Bilder verschieden entfernter Objecte in verschiedener Entfernung vom System. Das Bild eines unendlich weit entfernten hellen Punktes liegt in der hinteren Brennebene des Auges, das Bild eines näher gelegenen leuchtenden Punktes hinter der Brennebene. Wenn also eines von diesen Bildern auf die Netzhaut fällt und scharf gezeichnet ist, so bildet das andere nothwendig einen Zerstreuungskreis. Wir können also verschieden weit vom Auge entfernte Gegenstände nicht gleichzeitig deutlich sehen.

Ein einfacher Versuch lehrt aber, dass man zwei verschieden weit entfernte Gegenstände wenigstens nach einander scharf einstellen kann und dass man es willkürlich in der Gewalt hat, bald den einen, bald den anderen deutlich und mit scharf begrenzten Umrissen zu erblicken.

Um sich hiervon zu überzeugen, halte man in der Entfernung von etwa 6 Zoll vor das Auge einen Schleier oder ein Drahtnetz und dahinter in etwa 2 Fuss Entfernung ein Buch; schliesst man ein Auge, so überzeugt man sich leicht, dass man willkürlich nach einander bald die Fäden des Schleiers, bald die Buchstaben des Buches betrachten und deutlich sehen kann, dass aber die Buchstaben undeutlich werden, während man den Schleier betrachtet, und dass letzterer nur noch als eine geringe gleichmässige Verdunkelung des Gesichtsfeldes erscheint, während man die Buchstaben fixirt. Bei jedem solchen Wechsel fühlt man, dass das Auge eine gewisse Anstrengung macht, um den Wechsel zu Stande zu bringen.

Die eigenthümliche Veränderung, welche im Zustande des Auges vor sich geht, um bald ferne, bald nahe Gegenstände deutlich zu sehen, nennt man die Accommodation oder Adaptation des Auges für die Entfernung des Objectes.

Es ist eine Folge der für alle optischen Systeme gültigen Gesetze über die Axialvergrösserung oder die Tiefe eines Systems (vergl. §. 66), dass, wenn ein Auge für Unendlich accommodirt ist, bei der kleinen Brennweite des Auges die Zerstreuungskreise auch für Objecte von etwa 12 m Entfernung immer noch so klein sind, dass keine merkliche Undeutlichkeit des Bildes entsteht, dass aber Gegenstände schon in geringem Abstande vom fixirten Object undeutlich und verschwommen erscheinen, wenn das Object dem Auge nahe liegt. Die von J. Czermak eingeführte Accommodationslinie umfasst die bei einem gegebenen Accommodationszustande ohne merkliche Undeutlichkeit sichtbaren Objecte.

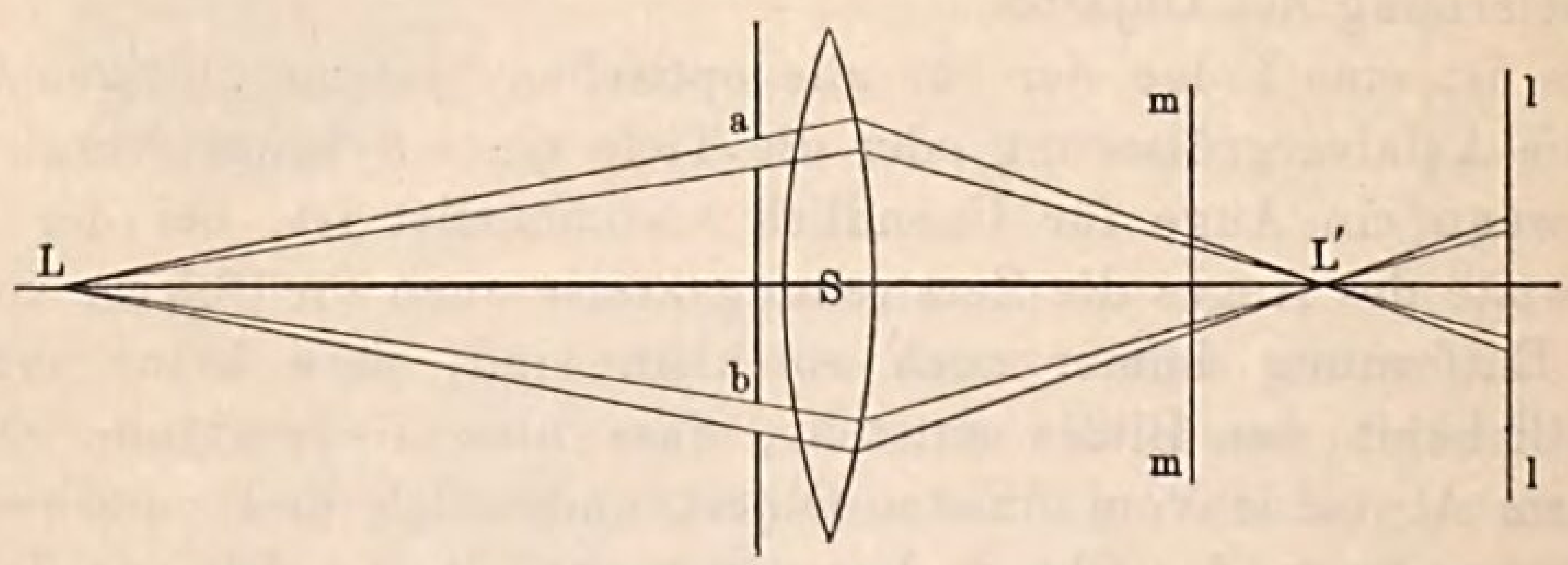
Eben weil die Zerstreuungskreise ferner Gegenstände sehr klein sind, wenn das Auge für andere ferne Gegenstände accommodirt ist, ist es auch möglich, zu visiren d. h. zu erkennen, ob verschieden entfernte Punkte an einer und derselben Stelle des Gesichtsfeldes liegen. Eine Linie, welche durch zwei sich deckende Punkte (genauer Mittelpunkte

von Zerstreuungskreisen) gezogen ist, nennen wir Visirlinie. Kreuzungspunkt der Visirlinien ist der Mittelpunkt desjenigen Bildes, welches die Hornhaut von der Pupille entwirft. Dieses Bild ist die Eintrittspupille für alle ins Auge gelangenden Strahlen (Näheres hierüber und über die Strahlenbegrenzung siehe im Capitel über die Helligkeit optischer Bilder).

Eine sehr drastische Erläuterung der Accommodationserscheinungen und der verschiedenen Lage des Vereinigungspunktes der Strahlen zur Netzhaut giebt der Scheiner'sche Versuch. Man steche durch ein Kartenblatt mit einer Nadel zwei Löcher, deren Entfernung kleiner ist als der Durchmesser der Pupille, und blicke durch die Löcher nach einem feinen Object, z. B. einer Stecknadel, die man vor den hellen Hintergrund des Fensters hält, und zwar senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Löcher. Fixirt man die Nadel selbst, so sieht man sie einfach; fixirt man dagegen einen näheren oder ferneren Gegenstand, so erscheint sie doppelt. Bedeckt man dann von der Seite her eine der Oeffnungen, so findet in dem Falle, dass das Bild der Nadel einfach ist, lediglich eine Verdunkelung des Gesichtsfeldes statt. Sieht man dagegen die Nadel doppelt, so verschwindet beim Verdecken der Oeffnung eines der Bilder; dabei verschwindet das linke Bild beim Verdecken des rechten Loches, wenn man auf eine grössere Distanz als die der Nadel accommodirt; wenn man aber das Auge für einen näheren Gegenstand eingerichtet hat, verschwindet das rechte Bild beim Verdecken des rechten Loches.

Die Erklärung dieser Versuche ergiebt sich leicht aus entsprechenden Versuchen mit Glaslinsen. Es sei in Fig. 358 S eine Sammellinse, welche vom Objectpunkte L den Bildpunkt L' entwirft. Setzt man vor S einen undurchsichtigen Schirm mit den Oeffnungen a und b, so vereinigen sich

Fig. 358.



auch die durch a und b dringenden Partialbüschel im Punkte L', und daselbst entsteht nur ein Bildpunkt. Bringt man aber den auffangenden Schirm nach mm oder ll, so wird er die den beiden Oeffnungen entsprechenden Strahlenbündel gesondert auffangen und zwei helle Stellen zeigen, die als Bildpunkte aufgefasst werden, wenn nur a und b klein genug sind. Verdeckt man eine Oeffnung, z. B. b, so sieht man aus der Figur, dass eins der beiden Bilder verschwindet, und zwar das obere oder untere, je nachdem der Schirm bei l oder m liegt. Dass es hier gerade umgekehrt

ist, wie beim Auge, folgt einfach daraus, dass dieses trotz des umgekehrten Netzhautbildes die Gegenstände aufrecht sieht.

A. Steinhauser hat den Scheiner'schen Versuch durch Construction eines einfachen Instrumentchens, wovon Fig. 359 eine Abbildung in halber Grösse darstellt, noch weiter vervollkommnet. Die ungefähr 5 mm im Durchmesser betragende kreisförmige Oeffnung in der Mitte des Plättchens ist zur Hälfte mit rothem, zur Hälfte mit grünem Glase überdeckt, so dass die Grenze beider vertical steht. Sieht man durch die kreisförmige Oeffnung hindurch, und zwar so, dass die mit Kitt ausgefüllte schmale Fuge zwischen den beiden Gläsern die Pupille halbirt, so erblickt man eine nicht in der deutlichen Sehweite gehaltene Nadel doppelt, und zwar bei der hier gewählten Anordnung links roth und rechts grün, wenn die Nadel sich innerhalb der deutlichen Sehweite befindet, dagegen links grün und rechts roth, wenn sie sich ausserhalb derselben befindet. In der deutlichen Sehweite erscheint die Nadel schwarz. Eine statt einer Nadel betrachtete Spaltöffnung erscheint in entgegengesetzter Farbenanordnung, was leicht zu erklären, da man dieselbe als Zwischenraum zwischen zwei Nadeln ansehen kann.

Fig. 359.



Aus Fig. 359 folgt auch die Erklärung der für optische Messungen wichtigen Erscheinung der Parallaxe. Sieht man durch eine kleine Oeffnung eines Kartenblattes nach einer Nadel, fixirt einen ferneren Gegenstand und bewegt das Kartenblatt senkrecht zur Sehrichtung, so bewegt sich die Nadel scheinbar in entgegengesetztem Sinne; fixirt man dagegen einen näheren Punkt, so bewegt sie sich in gleichem Sinne wie das Kartenblatt. Nur wenn der fixirte Gegenstand mit der Nadel in gleicher Entfernung liegt, stehen beide still und ihr scheinbarer Abstand ändert sich nicht. Letzteres ist auch noch der Fall, wenn man das Kartenblatt still hält und das Auge bewegt. Man benutzt diese Erscheinung bei der Einstellung eines Fernrohres auf den Spalt des Spaltrohres am Spectrometer als Kriterium dafür, dass das Spaltbild in der Ebene des Fadenkreuzes liegt. Hier bewegt man das Auge längs des Ocularkreises.

In Folge der Verkleinerung des Zerstreuungskreises mit der Abnahme des Querschnittes der in das Auge eindringenden Strahlenbüschel kann man durch eine enge Oeffnung noch nahe Gegenstände deutlich sehen, auf welche man bei voller Pupillenöffnung nicht mehr accommodiren kann. Wegen der geringen Helligkeit und der bei kleinem Querschnitt der Strahlenbüschel auftretenden Beugung des Lichtes kann die Oeffnung aber nicht beliebig klein gemacht werden. Es stünde sonst nichts im Wege, die nächsten und fernsten Gegenstände mit Hülfe enger Diaphragmen deutlich sichtbar zu machen.

Sehen wir von diesem Hülfsmittel ab, so ist dem Accommodationsvermögen des menschlichen Auges eine Grenze gesetzt; dabei sind die Entfernungen, für welche das Auge accommodiren kann, bei verschiedenen Individuen sehr verschieden. Man nennt nach Donders den dem Auge nächsten Punkt, für welchen es noch accommodiren kann, den Nähepunkt, den entferntesten den Fernpunkt der Accommodation. Je nach der Distanz zwischen diesen Punkten spricht man von einer grösseren oder geringeren Breite der Accommodation. Bevor wir auf diese individuellen Verschiedenheiten des Refractionszustandes der Augen eingehen, wollen wir kurz noch das Wesen der Accommodation und ihre Ursache angeben.

Der tiefere Grund der Accommodationsfähigkeit des Auges war den Ophthalmologen lange eines der grössten Räthsel. Die Lösung desselben wurde angebahnt, als der englische Augenarzt Sanson ganz schwache Lichtreflexe bemerkte, welche bei starker Beleuchtung von der Seite her an den beiden Flächen der Krystalllinse im Auge zu Stande kommen. Max Langenbeck bemerkte zuerst Veränderungen dieser Reflexe bei der Accommodation. Diese wurden von Cramer in Utrecht und von Helmholtz zu einer genauen Feststellung aller Veränderungen benutzt, welche die Linse bei der Accommodation erleidet. Danach wird, wie auch aus den auf S. 587 gegebenen Zahlen für die dioptrischen Constanten des Auges hervorgeht, die vordere Fläche der Krystalllinse gewölbter beim Nahesehen, flacher beim Sehen in die Ferne. Beim Nahesehen verschieben sich dabei der Pupillarrand der Iris und die Mitte der vorderen Linsenfläche etwas nach vorn. Nebensächlicher ist, dass sich die Pupille verengert oder erweitert, je nachdem das Auge auf die Nähe oder Ferne einstellt.

Auf Grund dieser Resultate ist von Helmholtz der Mechanismus der Accommodation durch die Thätigkeit des Ciliarmuskels erklärt worden, welcher die Spannung des an den Rand der Linse befestigten Strahlenblättchens (*Zonula Zinnii*) verringert. Dabei wölben sich die Flächen der Linse, die Brechung in derselben wird stärker und das Auge vermag Bilder naher Gegenstände auf der Netzhaut zu entwerfen.

Ein Beweis für die Richtigkeit der Ansicht, dass die Accommodation durch die Veränderung der Linsenform bewirkt wird, liegt darin, dass Augen, aus welchen bei einer Staaroperation die Linse entfernt worden ist, die Accommodationsfähigkeit fast gänzlich verloren haben. Ein mit normalem Auge begabter Maler kann das Auge, welches eben die Linien ferner Gebirgszüge beobachtete, auf das in der normalen Sehweite befindliche Papier wenden und auf demselben mit dem Bleistift die in der Ferne gesehenen Conturen entwerfen. Ein operirtes Auge, welches mit Hülfe einer passenden Sammellinse die fernen Gebirgszüge verfolgen kann, ist nicht im Stande, die Bleistiftspitze auf dem nahen Papier zu fixiren und das Gesehene zu zeichnen, wenn nicht zu diesem Zwecke eine stärkere Linse vor das Auge gebracht wird.

Aus der oben dargelegten Ansicht über den Mechanismus der Accommodation folgt auch noch, dass das Auge ruht, wenn es ferne Objecte betrachtet, und sich anstrengt bei der Accommodation für die Nähe. Hierfür spricht auch der von Donders herrührende Versuch, dass, wenn durch gewisse narkotische Stoffe (namentlich Atropin, das Alkaloid der Belladonna) eine Lähmung des Ringmuskels der Pupille und damit der Accommodation hervorgebracht wird, das Auge für seinen Fernpunkt eingerichtet ist, ohne diesen Refractionszustand verändern zu können. Auch stellt sich bei einer Lähmung des Accommodationsapparates in Folge der Lähmung des ihn bedienenden Nerven (*Nervus oculomotorius*) das Auge stets und dauernd auf seinen früheren Fernpunkt ein.

Die grösste Sehweite eines Auges entspricht also dem Ruhezustande desselben. Durch Herstellung dieses Ruhezustandes war es Donders möglich die Erscheinungen, welche einem abnormen Refractionsgrade im Ruhezustande des Auges angehören, zu trennen von denen, welche sich auf die grössere oder geringere Breite der Accommodation beziehen und die somit in einer Aenderung des Refractionszustandes durch Muskelthätigkeit bestehen. Wir wenden uns jetzt zu den Refractionsanomalien im Ruhezustande des Auges.

Refractionsanomalien des Auges. Brillengläser. Optometer. 228 Versuche mit Augen, welche künstlich accommodationslos gemacht wurden, beweisen, dass der Fern- und Nähepunkt für verschiedene Augen sehr verschieden sind. Der Fernpunkt der weitaus meisten Augen liegt im Unendlichen. Solche Augen, welche diesem „normalen“ Zustande entsprechen, nennt Donders emmetropisch; Augen, deren Fernpunkt eine andere Lage hat, dagegen ametropische.

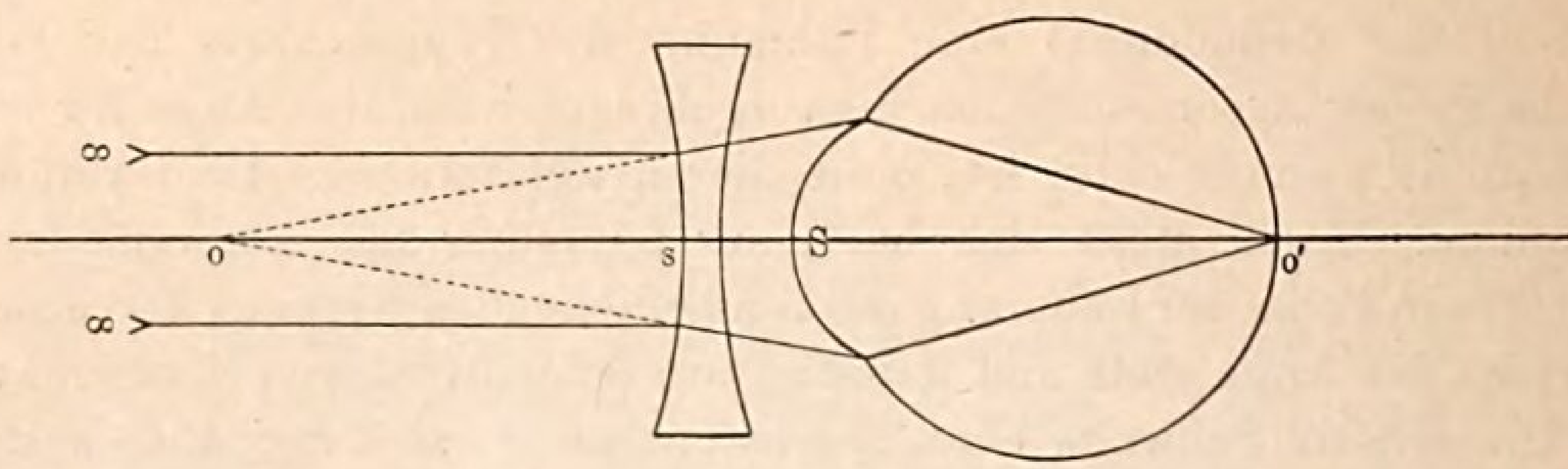
Die ametropischen Augen zerfallen ihrerseits in zwei Classen. Solche, bei denen der Fernpunkt vor dem Auge, aber in endlicher Entfernung liegt, heissen brachymetropisch oder myopisch. Diese Augen können nur divergente Strahlenbüschel zur Vereinigung bringen. Zur zweiten Classe gehören die Augen, bei denen der Fernpunkt hinter dem Auge liegt, welche also im Ruhezustande nur convergirende Strahlen vereinigen können; sie heissen hypermetropisch. Dieselben müssen also jedesmal eine Muskelanstrengung machen, wollen sie ein reelles Object fixiren.

Der Grund dieser Refractionsanomalien beruht der Regel nach auf der verschiedenen Länge der Augenaxe, die in den hypermetropischen kürzer, in den brachymetropischen länger ist als in den emmetropischen Augen. Man beseitigt diese Fehler, welche man im gewöhnlichen Leben mit Kurzsichtigkeit und Fernsichtigkeit bezeichnet, durch Anwendung von Brillengläsern.

Soll ein kurzsichtiges oder brachymetropisches Auge S (Fig. 360 a, a. f. S.), dessen Fernpunkt bei o liegt, parallele Strahlen vereinigen, so muss man eine Linse s vor das Auge S setzen, welche die parallelen

Strahlen so bricht, dass sie nach dem Durchgang durch die Linse vom Fernpunkte *o* zu kommen scheinen. Da die Linse also parallele Strahlen divergent machen soll, muss sie eine negative Brennweite haben. Man

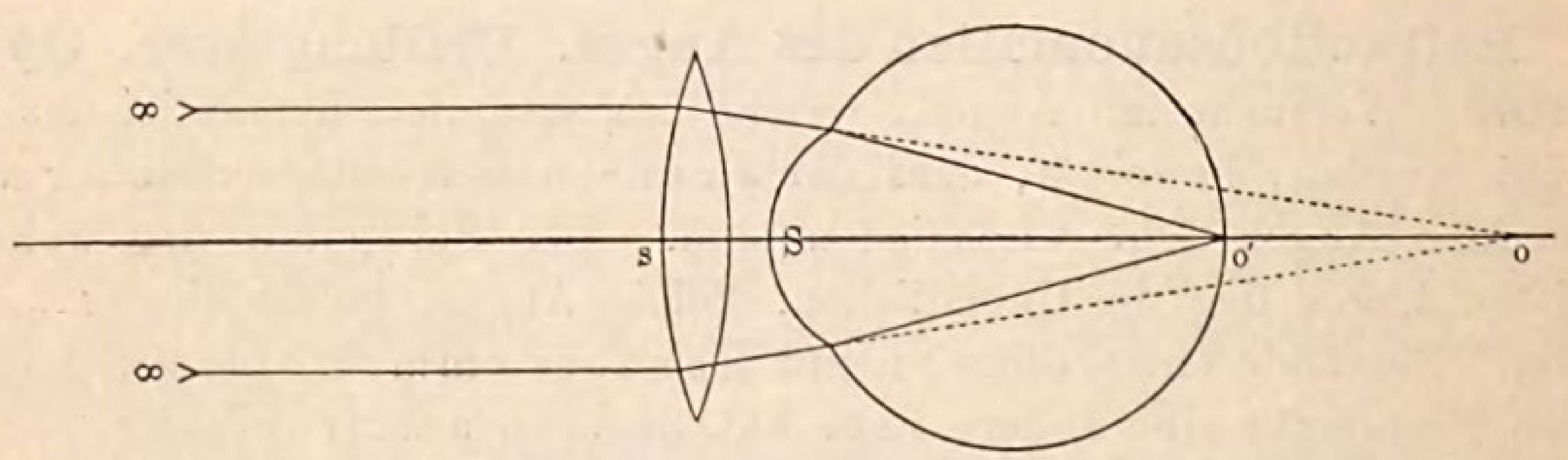
Fig. 360 a.



verwendet also Zerstreuungslinsen als Brillengläser für Kurzsichtige.

Umgekehrt ist es bei einem weitsichtigen oder hypermetropischen Auge *S* (Fig. 360 b), dessen Fernpunkt *o* hinter dem Auge liegt. Hier muss das Brillenglas *s* bewirken, dass die parallelen Strahlen nach

Fig. 360 b.



der Brechung zum Fernpunkte convergiren. Die Linse *s* muss also eine positive Brennweite haben. Man verwendet also Sammellinsen als Brillengläser für Weitsichtige.

In beiden Fällen muss die Brennweite der Linse gleich sein dem Abstande *oS* des Fernpunktes *o* vom Auge *S*. Mit Hilfe solcher Linsen sind dann alle drei Arten von Augen insofern einander gleich, als sie die parallelen Strahlen im Ruhezustande zu vereinigen vermögen.

Um ein weiteres Urtheil über den Zustand der verschiedenerlei Augen zu gewinnen, ist es nothwendig, auch den Nähepunkt der verschiedenen Augen zu kennen.

Ein „normales“ oder besser emmetropisches Auge vermag durch Accommodation sich für alle Objecte zwischen unendlicher Ferne und einer Sehweite von 6 Zoll oder etwa 15 cm einzustellen. Innerhalb dieses Accommodationsgebietes eines emmetropischen Auges liegt ein Punkt, dessen Abstand vom Auge schlechthin „deutliche Sehweite“ genannt wird. Man definirt sie als die Distanz, in welcher das emme-

tropische Auge gewöhnliche Druckschrift bei festgesetzter Beleuchtung [1]) am bequemsten zu lesen vermag; sie wird zu rund 25 cm angenommen.

Vergleichen wir mit diesem emmetropischen Auge ein myopisches, dessen Fernpunkt 6 Zoll und dessen Nähepunkt 3 Zoll von ihm abstehe. Dieses myopische Auge hat demnach nur ein Accommodationsgebiet von etwa 3 Zoll. Dennoch aber ist seine Accommodationsfähigkeit die nämliche, wie die des emmetropischen. Setzt man nämlich vor das myopische Auge eine Concavlinse von 6 Zoll Brennweite, so sieht es ohne Accommodationsanstrengung die unendlich entfernten Gegenstände und mit grösster Anstrengung die in nur 6 Zoll Entfernung befindlichen Dinge, da diese, durch die Concavlinse gesehen, in 3 Zoll Entfernung zu liegen scheinen, auf welche das Auge gerade noch accommodiren kann. Es umfasst also das auf gleichen Refractionszustand mit dem „normalen“ Auge gebrachte kurzsichtige Auge ganz das gleiche Accommodationsgebiet: von Unendlich bis 6 Zoll. Bezeichnet man die Distanz des Fernpunktes mit D, diejenige des Nähepunktes mit d und die Strecke, welche das Auge mit Hilfe der Zerstreuungslinse von der Brennweite D noch gerade einstellen kann, mit A, so ist:

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{d} - \frac{1}{D} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Die Grösse $\frac{1}{A}$ wird von Donders als Maass der Accommodationsbreite benutzt. Bisher rechnete man in der Ophthalmologie meist mit Zoll als Längeneinheit. Neuerdings hat man das Meter eingeführt und benutzt nach Nagel als Einheit für die brechende Kraft diejenige der Meterlinse, d. h. einer Linse von einem Meter Brennweite. Die brechende Kraft oder die Stärke einer Linse ist gleich der reciproken Brennweite; die Stärke einer Meterlinse heisst eine Dioptrie. Nun gilt bekanntlich, wenn φ_1, φ_2, φ_3 etc. die Stärken der Linsen 1, 2, 3 etc. sind, für die Stärke φ der Linsen 1 + 2 + 3 etc.:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \cdots$$

Sagt man also, eine Linse habe m Dioptrien, so heisst das, man muss m Meterlinsen hinter einander combiniren, um eine gleich grosse brechende Kraft zu erhalten, oder, was dasselbe ist, ihre Brennweite ist gleich $\frac{1}{m}$ Meter. Man spricht also von einer Accommodation gleich 6 Dioptrien, womit man ausdrückt, dass sie die Sehweite in einem emmetropischen Auge von ∞ bis $^1/_6$ Meter verringert. Dieselbe Accommodationsbreite aber hätte ein myopisches Auge, das von $^1/_{12}$ bis $^1/_6$ Meter accommodiren kann, oder ein hypermetropisches, das von $+ ^1/_3$ bis $- ^1/_3$ Meter reicht.

[1]) Dieselbe beträgt 50 Meterkerzen nach Cohn (vergl. S. 35).

Die Grösse der Accommodation $\frac{1}{A}$ nimmt mit zunehmendem Alter continuirlich ab, und zwar bei emmetropischen Augen nahe proportional den Jahren, so dass sie im zehnten Jahre im Mittel 13,5 Dioptrien beträgt, im Alter Null wird. Verlust der Accommodationsfähigkeit bezeichnet Donders als Presbyopie.

Auf den Zusammenhang zwischen der Accommodationsanstrengung und einer gleichzeitigen Anstrengung, die Gesichtslinien [1]) beider Augen stark convergent zu stellen, sei nur hingewiesen. Die maximale Accommodation erreicht man bei stark convergenten Gesichtslinien.

Im Ganzen ist es rathsam, bei Augen, deren Sehweite für die gewählte Beschäftigung nicht genügt, rechtzeitige Unterstützung durch passende Brillen anzuwenden.

Presbyopische Augen brauchen beim Lesen und Schreiben eine Convexbrille, welche den Nähepunkt auf 10 bis 12 Zoll heranbringt.

Myopische Augen sollen bei Beschäftigung mit nahen Gegenständen gebückte Haltung des Kopfes und starke Convergenz der Augen vermeiden. Bei den schwächeren Graden von Kurzsichtigkeit (Fernpunkt etwa 5 Zoll entfernt) ist es im Allgemeinen zulässig, concave Brillengläser von etwa 5 Zoll Brennweite anzuwenden und fortdauernd zu tragen. Dann aber dürfen Bücher und Handarbeiten nicht näher als 12 Zoll den Augen genähert werden. Muss dies wegen zu kleiner Schrift etc. dennoch geschehen, so ist ein schwächeres Concavglas zu verwenden und die Anwendung prismatischer Gläser zu empfehlen, um die sehr genäherten Objecte mit geringerer Convergenz und Accommodationsanstrengung zu sehen.

Bei höheren Graden der Myopie muss das Auge langsam an die starken Gläser, welche die Myopie ganz aufheben, durch Tragen schwächerer Gläser gewöhnt werden; falls auch die Accommodationsbreite sehr gering sein sollte, ist es rathsam, für nahe Objecte schwächere Brillen zu tragen und für ferne Objecte noch eine Lorgnette zu Hilfe zu nehmen. Auch sind, da ein stark kurzsichtiges Auge überhaupt schon leidend ist, noch mancherlei Rücksichten zu nehmen, die den Rath eines intelligenten Arztes erfordern. Gleichgültigkeit ist hier die Ursache späterer Entwickelung gefährlicher Augenkrankheiten und vieler Erblindungen.

Hypermetropische Augen brauchen Convexbrillen, und zwar im Anfang etwas zu starke Gläser, durch die sie sogar schon ferne Objecte nicht mehr deutlich erblicken, um ihnen ihre fortdauernde Accommodationsanstrengung abzugewöhnen. Bei geringer Accommodationsbreite brauchen sie stärkere Convexgläser für die Nähe, schwächere für die Ferne. So werden auch hier durch passende Gläser die sehr bedeutende Accommo-

[1]) Definition siehe im §. 229.

dationsanstrengung und die auf der Hypermetropie beruhende hartnäckige Asthenopie durch passende Gläser ganz beseitigt.

In der für die Accommodationsbreite eingeführten Ausdrucksweise lässt sich nun auch der Grad der Myopie und Hypermetropie ausdrücken, indem man angiebt, wie viel Dioptrien die Linse haben müsste, um das entspannte Auge auf Unendlich einzustellen. Er wird also durch die Stärke (reciproke Brennweite) des zu benutzenden Brillenglases bemessen, welche den Fernpunkt in unendliche Entfernung bringt, diese Stärke in Metern gerechnet (Dioptrien). Beträgt die Myopie nur eine Dioptrie, so ist der Fernpunkt dieses Auges 1 m entfernt und das Brillenglas muss eine negative Brennweite von 1 m besitzen. Beträgt die Myopie aber 6 Dioptrien, so ist der Fernpunkt $^1/_6$ m entfernt, also hat auch das Brillenglas eine Brennweite von $^1/_6$ m, bezw. man muss 6 Meterlinsen anwenden.

Um zu ermitteln, für welche Entfernungen ein Auge sich accommodiren kann, sind verschiedene Instrumente, Optometer, vorgeschlagen worden.

Die zuerst sich darbietende Methode, nach welcher wir im täglichen Leben Kurzsichtigkeit und Weitsichtigkeit unterscheiden, ist die, zu beobachten, in welcher Entfernung kleinere Gegenstände, wie Buchstaben, am besten gesehen werden. Besondere Sehzeichen sind für solche Untersuchungen zusammengestellt worden [1].

Porterfield hat zuerst den Versuch von Scheiner zur Untersuchung der Sehweiten empfohlen und darauf ein Optometer gegründet, welches mancherlei Verbesserungen erfahren hat. Bekanntlich lehrt der Scheiner'sche Versuch, dass ein durch zwei enge Löcher blickendes Auge nur dann ein feines Object einfach sieht, wenn es die von den Objectpunkten kommenden Strahlenbüschel auf seiner Netzhaut vereinigen kann. Versieht man also zwei in einander verschiebbare Röhren an ihren entgegengesetzten Enden mit dünnen Platten, von denen die dem Auge zugekehrte zwei feine parallele Spalten in etwa 4 mm Entfernung, die andere Platte nur eine den anderen parallele Spalte besitzt, so ist das Optometer in seiner einfachsten Gestalt fertig. Blickt man durch die Doppelspalte nach der einfachen Spalte hin, so erscheint diese an allen denjenigen Stellen einfach, für welche das Auge accommodiren kann. Diejenige Entfernung, in welcher das Auge die Spalte ohne Mühe einfach erblickt, ist gleich der bei dem Versuche vorhandenen Sehweite des Auges und kann an der Eintheilung direct abgelesen werden, welche die innere Röhre trägt.

Bei einem normalen Auge wird die Nadel doppelt erscheinen, wenn

[1] Jäger jun., „Schriftscalen". Wien 1857. Snellen, „Test types for the determination of the acuteness of vision". London, bei Williams and Norgate; Berlin, bei Peters. M. Burchardt, „Internationale Sehproben zur Bestimmung der Sehschärfe und Sehweite". Cassel, bei A. Freyschmidt.

sie näher dem Auge liegt, als der Nähepunkt. Von hier bleibt sie einfach, bis sie ins Unendliche rückt.

Ein kurzsichtiges Auge wird die Nadel schon bei kleinerer Entfernung einfach erblicken, dafür dieselbe aber bei Ueberschreitung einer endlichen Entfernung von Neuem doppelt sehen.

Ein fernsichtiges Auge schliesslich wird die Nadel erst dann einfach sehen, wenn sie schon eine grosse Entfernung erreicht hat. Um das Optometer für diesen Fall nicht unbequem lang machen zu müssen, benutzt man hier eine Convexlinse, deren Wirkung natürlich in Rechnung gebracht werden muss.

Jedes der dreierlei Augen wird eine andere Entfernung ergeben, in der es die Spalte am deutlichsten sieht; diese drei „deutlichen Sehweiten" werden durch geeignete Brillengläser einander gleich gemacht, und zwar gleich derjenigen des emmetropischen Auges. Bezeichnet man letztere mit D, diejenige eines fern- oder kurzsichtigen Auges mit d, so muss die Linse eine solche Brennweite f haben, dass in Bezug auf die Linse d und D conjugirte Strecken sind, d. h. dass ein in der Entfernung d befindliches Object in der Entfernung D zu liegen scheint.

Allgemein gilt, wenn ξ und ξ' die Entfernungen conjugirter Punkte sind, und f die Brennweite der Linse bedeutet [1]):

$$\frac{1}{\xi'} + \frac{1}{\xi} = -\frac{1}{f}.$$

In unserem Falle ist $\xi' = -D$ und $\xi = d$, also erhalten wir:

$$-\frac{1}{D} + \frac{1}{d} = -\frac{1}{f}$$

oder

$$f = \frac{D d}{d - D} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

wo $D = 25$ cm zu setzen ist.

Für ein emmetropisches Auge ist $d = D$, also $f = 0$, d. h. das Brillenglas eine planparallele Platte.

Für ein kurzsichtiges Auge ist $d < D$ und somit f negativ, d. h. man braucht ein Zerstreuungsglas.

Für ein fernsichtiges Auge ist $d > D$ und somit f positiv, d. h. man braucht eine Sammellinse.

Man richtet das Optometer wohl auch oft so ein, dass die Scala bei richtiger Einstellung eines Auges auf seine deutliche Sehweite d unmittelbar die Brennweite f bezw. die Dioptrien der erforderlichen Linse abzulesen gestattet.

229 **Gesichtslinie. Augenaxe. Gesichtsfeld oder Sehfeld des Auges.** Wir wollen mit Helmholtz unterscheiden zwischen der

[1]) Vergl. S. 142, Gleichung 40.

optischen Axe des Auges bezw. der Augenaxe und der Gesichtslinie oder Sehaxe.

Ersetzt man das Auge durch das reducirte Auge, so findet man den Ort eines Bildes, wenn man vom leuchtenden Punkte eine gerade Linie nach dem Knotenpunkte zieht und diese bis zur Netzhaut verlängert; wo sie die Netzhaut trifft, ist der Ort des Bildes. Eine solche Linie heisst Richtungslinie; der einfach gedachte Knotenpunkt ist also der Kreuzungspunkt der Richtungslinien. Die specielle Richtungslinie, welche die Stelle des directen Sehens trifft, nennt Helmholtz Gesichtslinie. Sie geht im Auge vom Knotenpunkte zur Netzhautgrube.

Die Gesichtslinie fällt nicht mit der Augenaxe zusammen, welche die Centren der verschiedenen brechenden Flächen des Auges enthält und also die Haupt- und Knotenpunkte verbindet. Diese trifft die Netzhaut an einer Stelle nahe *f* (Fig. 355) zwischen dem gelben Fleck *f* und der Eintrittsstelle *s* des Sehnerven, während ihr vorderes Ende etwa mit dem Mittelpunkte der Hornhaut zusammenfällt. Wir haben somit auch zu unterscheiden zwischen Augenaxenwinkel und Winkel der Gesichtslinien.

Was nun das Gesichtsfeld oder die Winkelgrösse des auf einmal zu überschauenden Raumes anlangt, so ist Folgendes zu bemerken. Wird, wie schon erwähnt, die Weite der Strahlenbüschel durch die Pupille beschränkt, so das Gesichtsfeld gar nicht, da das optische System des Auges auch noch die senkrecht zur Augenaxe einfallenden Strahlen zur Netzhaut bricht. Das Gesichtsfeld beträgt also 180^0 und ist in Wirklichkeit wegen der Beweglichkeit der Augen noch grösser.

Ein Theil des Gesichtsfeldes des einzelnen Auges nach innen, oben und unten wird durch Nase, Augenbrauenrand und Wangen abgeblendet, nur nach aussen ist es ganz frei. Beide Augen zusammen überschauen aber bei parallel gerichteten Axen einen horizontalen Bogen von 180 und mehr Graden, jedes einzelne bis 150^0. Es ist also das Gesichtsfeld unserer Augen grösser, als das irgend eines künstlichen optischen Instrumentes. Freilich verlangen wir von den letzteren vollkommene Schärfe des Bildes in seiner ganzen Ausdehnung, während das Netzhautbild nur in der Ausdehnung des gelben Fleckes vollkommen scharf ist. Dafür ist hier, in der Gegend der Netzhautgrube, die Genauigkeit des Sehens so gross, dass Abstände zweier Punkte von einer Winkelminute noch unterschieden werden können.

Wir sehen deshalb im Gesichtsfelde in der Regel nur denjenigen kleinen Theil deutlich, den wir fixiren, alle übrigen undeutlich, und zwar um so mehr, je weiter sie vom gelben Fleck abliegen. Diese Undeutlichkeit im indirecten Sehen ist erstens bedingt durch die objective Undeutlichkeit des vom optischen System des Auges entworfenen Bildes, und zweitens von der nach aussen schnell abnehmenden Empfindlichkeit der Netzhaut.

So gleicht, sagt Helmholtz, das Gesichtsfeld, das wir durch das Auge erhalten, einer Zeichnung, in welcher der mittlere Theil sehr fein und sauber ausgeführt, die Umgebung aber nur grob skizzirt ist. Der Durchmesser der Netzhautgrube entspricht im Gesichtsfelde ungefähr einem Gesichtswinkel von 1^0. d. h. einer Grösse, unter welcher wir den Nagel unseres Zeigefingers sehen, wenn wir die Hand möglichst vom Auge entfernen. Wenn wir aber auch in jedem einzelnen Augenblicke nur einen sehr kleinen Theil des Gesichtsfeldes genau sehen, so sehen wir ihn doch im Zusammenhange mit seiner Umgebung, und da wir in jedem Augenblicke das Auge auf irgend eine benachbarte Stelle richten können, so erhalten wir dadurch einen genauen Anblick eines grösseren Theiles des Gesichtsfeldes. Nur sehr kleine Gegenstände bleiben bei ungenügender Helligkeit unsichtbar, wenn ihr Bild nicht gerade auf den gelben Fleck fällt. So hält es oft schwer, in der Dämmerung die Venus oder den Jupiter aufzufinden. Ist dies aber einmal geschehen, so sehen wir diese Gestirne vollkommen deutlich. Aehnlich geht es beim Aufsuchen von entfernten Schiffen am Meereshorizonte.

Ein Theil des Sehfeldes wird überhaupt nicht gesehen, weil die Stelle, wo der Sehnerv in das Augeninnere eintritt, völlig blind ist. Man nennt diese von Mariotte entdeckte Stelle den blinden Fleck und überzeugt sich leicht von seiner Existenz durch folgenden Versuch. Man zeichne auf ein Blatt weissen Papiers ein Kreuz *a* (Fig. 361) und einen schwarzen Fleck *b* von etwa 6 mm Durchmesser in einem Abstande von 6 bis 9 cm. Jetzt schliesse man das linke Auge, fixire mit dem rechten das Kreuz und gehe mit dem Kopfe immer weiter und weiter ab. Bei einer Entfernung, in welcher *a* und *b* unter einem Winkel von etwa 12^0 erscheinen (etwa 25 cm), verschwindet der dunkle Kreis *b* vollkommen aus dem Gesichtsfelde. Natürlich muss bei diesem Versuche die Gesichts-

Fig. 361.



linie stets fest nach *a* gerichtet bleiben und darf nicht nach *b* abschweifen. Die Ausdehnung des blinden Fleckes beträgt 6^0 bezw. 8^0 in horizontaler bezw. verticaler Richtung.

Durch die Beweglichkeit des Auges aber, welche uns erlaubt, schnell hinter einander den Blick jedem einzelnen Theile des Gesichtsfeldes zuzuwenden, werden die genannten Mängel reichlich ausgeglichen, welche ohne näheres Studium den meisten Menschen vollkommen unbekannt

bleiben. Indem wir den uns gerade interessirenden Theil des Sehfeldes fixiren und so schnell nach einander jeden Theil des ganzen Feldes scharf erblicken, glauben wir das ganze Sehfeld in allen seinen Theilen in vollkommenster Schärfe ausgearbeitet zu sehen.

Dioptrische Mängel des optischen Systemes im Auge. 230

Wir sehen hier von der schon erwähnten Kurzsichtigkeit und Weitsichtigkeit ab und betrachten ein in dieser Beziehung „normales" Auge. Vergleichen wir dasselbe mit einem künstlichen Systeme, so zeigt es diesem gegenüber recht erhebliche Mängel. Abgesehen davon, dass die Substanz der brechenden Theile getrübt ist, und im blauen Licht Fluorescenz zeigt, genügt es in dioptrischer Beziehung den einfachsten Forderungen nicht. So ist es weder chromatisch corrigirt, noch sind die brechenden Flächen kugelförmig und centrirt.

1. Astigmatismus. Nach den neuesten Messungen ähneln die Flächen der Hornhaut, welche den Haupttheil der Brechung besorgt, einem dreiaxigen Ellipsoid, dessen grösste Axe mit der Augenaxe coincidirt, dessen Nebenaxen meist horizontal und vertical gerichtet sind. Ferner zeigen Hornhaut und Linse deutlich erkennbare Mängel an Centrirung. Die Folge dieser beiden Arten der Abweichung ist der Astigmatismus des Auges, welcher bei fast allen Menschen in geringerem oder höherem Grade vorkommt, und bewirkt, dass wir horizontale und verticale Linien nicht gleichzeitig in derselben Entfernung deutlich erblicken können (vergl. §. 185). Als Maass des Astigmatismus gilt nach Helmholtz, ähnlich wie bei der Accommodationsbreite, die Differenz: $As = 1/D - 1/d$, wenn für einen und denselben Accommodationszustand D die grösste und d die kleinste nothwendige Sehweite ist, um auf zwei zu einander senkrechte Linienschaaren einzustellen. Stärkeren Astigmatismus compensirt man durch Cylinderlinsen, wobei man die Brennweite gleich As wählt. Die zweite Fläche der Cylinderlinsen kann man sphärisch schleifen, so dass gleichzeitig dem Astigmatismus und auch der Myopie oder Hypermetropie abgeholfen wird.

Zu diesem regulären Astigmatismus kommen noch verschiedene unter dem Namen irregulärer Astigmatismus zusammengefasste Störungen, von denen die unregelmässige strahlige Form eines Fixsternbildes sich am meisten bemerkbar macht. Dieser sogenannte Strahlenkranz rührt davon her, dass die Faserzüge in der Krystalllinse eine sechsstrahlige Anordnung haben. Wie verbreitet dieser Fehler ist, zeigt die allgemeine Bezeichnung einer strahligen Figur als sternförmig. Auch rührt hiervon her, dass die schmale Mondsichel doppelt und dreifach erscheint.

Gegenüber diesen Abweichungen verschwinden die durch die sphärische Aberration hervorgerufenen Undeutlichkeiten in der Axe, welche etwa vorhanden sind. Uebrigens ist das Auge in Folge seines eigenthümlichen Baues sowohl einer Verminderung der sphärischen Aberration

als auch des Astigmatismus schiefer Büschel günstig. Auch geht die Netzhaut gerade zwischen den Bildflächen der meridionalen und sagittalen Strahlenbüschel hindurch, so dass sie sich also der Bildkrümmung anschmiegt.

2. Chromasie des Auges. Das Auge ist nicht achromatisch, weder in Bezug auf den Ort, noch auf die Grösse der verschiedenfarbigen Bilder. Schon Newton kannte diese Erscheinung, welche nach ihm zuerst von Fraunhofer messend verfolgt wurde. Im Allgemeinen ergiebt sich, dass, wenn ein Auge ein rothes Object (Linie C) im Unendlichen deutlich sieht, es in demselben Accommodationszustande ein blauviolettes Object (Linie G) bis auf 13 bis 24 Zoll nähern müsste, um es deutlich zu sehen.

Auffallend bemerkt man die Verschiedenheit der Sehweiten, wenn man ein regelmässig rechteckiges, auf einen weissen Schirm projicirtes prismatisches Spectrum aus einiger Entfernung betrachtet. Während man das rothe Ende noch ziemlich gut in seiner wirklichen Form sieht, erscheint das violette als eine schwalbenschwanzförmige Zerstreuungsfigur.

Nimmt man das reducirte Auge von Listing und setzt den Brechungsquotienten gleich dem des Wassers, so wird seine Brennweite im Roth 20,574 mm, im Blau dagegen nur 20,140 mm; ist das Auge für Roth auf Unendlich eingestellt, so liegt also der Brennpunkt der violetten Strahlen 0,434 mm vor der Netzhaut, auf welcher sich dieselben vereinigen würden, wenn sie aus einer Entfernung von 713 mm kommen.

Einer so grossen Längsabweichung entspricht bei einem Pupillendurchmesser von 4 mm ein Zerstreuungskreis von 8,8′ Winkeldistanz. Dass derselbe trotz dieser bedeutenden Grösse kaum zu bemerken ist, liegt, wie wir schon im §. 210 erwähnt haben, daran, dass die verschiedenfarbigen Strahlen die Netzhaut in verschieden starkem Grade afficiren. Die grossen Zerstreuungskreise der lichtschwachen rothen und blauen Strahlen kommen gegenüber den kleineren, aber lichtstärkeren gelben und grünen nicht auf.

Um die Farbenzerstreuung des Auges merklich zu machen, muss man also die mittleren Strahlen des Spectrums, namentlich Gelb und Grün, entfernen, um nur Roth, Blau und Violett noch übrig zu behalten. Man erreicht dies, wenn man eine weisse Lichtquelle, etwa eine Kerzenflamme, durch eine entsprechend concentrirte Lösung von Chromalaun oder durch ein hinlänglich dunkles blaues (durch Kobaltoxyd gefärbtes) Glas betrachtet. Bei grosser Entfernung, etwa 30 bis 60 m, sieht man eine rothe Flamme, welche von einem blauvioletten Schein umgeben ist; bei kleiner Entfernung, etwa 20 cm und darunter, erblickt man eine blauviolette Flamme mit einem schwachen rothen Rande. Für eine mittlere Entfernung geben beide Farben gleich grosse Zerstreuungskreise, und in diesem Falle erscheint die Flamme einfarbig, und zwar in der Mischfarbe von Blau und Roth. Es entspricht diese Entfernung der

Sehweite der einfachen zwischen Roth und Blau liegenden intensiven Farben. Deshalb geben diese gefärbten Substanzen ein empfindliches Mittel an die Hand, die Entfernungen zu bestimmen, innerhalb welcher das Auge auf Gelbgrün accommodiren kann; innerhalb dieser Entfernungen sieht das Auge das gemischte rothviolette Licht einfarbig. Zur deutlicheren Beobachtung dieser Erscheinungen bringt man vor die Flamme einen Schirm mit einem etwa 2 mm breiten Spalt, den man betrachtet; noch besser bedient man sich des Fadens einer Glühlampe als Object.

Nach v. Bezold[1]) sieht man die Wirkung der Farbenzerstreuung im Auge sehr auffallend an Strichsystemen oder Kreissystemen, gebildet aus abwechselnd hellen und dunklen gleich breiten Streifen. Wenn die Streifenbreite etwa 5 mm beträgt, und man geht vom Fernpunkte allmählich weiter ab, so werden zunächst die weissen Streifen röthlich, die schwarzen dagegen von bläulichen überlagert. Sodann werden die schwarzen auffallend hell, wenn sich nämlich die blauen Zerstreuungskreise der beiden benachbarten weissen Streifen decken. Dann werden die schwarzen Streifen roth u. s. w.

Verdeckt man übrigens die eine Hälfte der Pupille, so erscheinen scharf begrenzte weisse Flächen an gegenüber liegenden Rändern blau und gelb umsäumt.

3. Entoptische Erscheinungen. Auch diese werden durch Unregelmässigkeiten im Auge hervorgerufen. Lässt man Licht von einem Lichtpunkte (das von einer Metallkugel oder schwarzen polirten Glaskugel entworfene Sonnenbildchen) ins Auge dringen, so werden eine Reihe von Gegenständen sichtbar, welche sich im Auge selbst befinden. Diese entoptischen Erscheinungen sind die Schatten, welche der einfallende Lichtkegel von den Objectchen im Auge auf der Netzhaut entwirft. Ausser feststehenden Flecken, Streifen etc. sieht man bewegliche Gebilde im Glaskörper, die sogenannten fliegenden Mücken, welche als Perlenschnüre etc. erscheinen.

Helligkeit gesehener Flächen und Punkte. Gesetz, nach welchem sich dieselbe mit der Entfernung der Objecte ändert. Wir gehen von dem aus, was wir im §. 9 über die absolute und indicirte Helligkeit gesagt haben. Versteht man unter Helligkeit die Stärke der Erregung der Netzhautstelle, welche von der Lichtquelle durch Vermittelung der Augenlinse getroffen wird, so werde die Erregung proportional der Lichtmenge angenommen, welche je einem percipirenden Netzhautelemente zugeführt wird. Diese Lichtmenge ihrerseits ist erstens proportional der Fläche der Pupille oder genauer dem Bilde der Pupille, welches die vor ihr liegenden Medien im Objectraume entwerfen. Um die weiteren Gesetze kennen zu lernen, wollen wir unter- 231

[1]) W. v. Bezold, Gräfe's Archiv für Ophthalm. XIV (2), S. 1 bis 29.

scheiden zwischen den punktförmigen und den flächenhaften Objecten.

1. Helligkeit punktförmiger Objecte. Es sei zunächst als Object ein absoluter Lichtpunkt gegeben, wie es ein Stern oder ein punktförmiges Sternbild darstellt.

In diesem Falle trifft alles durch die Pupille gegangene Licht auf nur ein Netzhautelement und darum ist die Helligkeit eines Lichtpunktes bezw. Sternes proportional der Pupille einerseits und umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung vom Auge andererseits. Hierbei ist es gleichgültig, ob das gesammte Licht nur einen Punkt eines Netzhautelementes trifft, wie es der Fall wäre, wenn das optische System im Auge ganz fehlerfreie punktweise Abbildung lieferte, oder ob das Licht das ganze Netzhautelement ausfüllt. Es summirt unser Bewusstsein gleichsam über die verschiedenen Reize an den verschiedenen Stellen eines und desselben Elementes der Netzhaut, so dass wir nur die Summe aller Reize empfinden. Es gilt somit obiges Gesetz der Helligkeitsänderung auch noch für ein nicht punktförmiges Object, so lange es unter so kleinem Winkel erscheint, dass sein Bild nur ein Netzhautelement einnimmt. Man kann den Winkel seiner scheinbaren Grösse zu einer Minute festsetzen, da unter solchem Winkel die lichtempfindlichen Elemente, Stäbchen und Zapfen, vom Knotenpunkte des Auges aus erscheinen.

Ebenso gross darf natürlich auch der Zerstreuungskreis sein, den ein optisches System und das Auge gemeinschaftlich von einem Lichtpunkte erzeugen, ohne dass jenes Gesetz seine Gültigkeit verliert. Ja, unter Berücksichtigung der eigenthümlichen Lichtvertheilung im Zerstreuungskreise bleibt jenes Helligkeitsgesetz auch noch bestehen, wenn der Zerstreuungskreis mehr als ein Netzhautelement einnehmen sollte; hier giebt es aber eine Grenze, über welche hinaus das aufgestellte Helligkeitsgesetz für Lichtpunkte (Punktgesetz) nicht mehr gilt, vielmehr dasjenige für ausgedehnte Flächen zur Geltung kommt. Wir kommen hierauf ausführlicher zu sprechen bei der Frage nach der Helligkeit der durch künstliche optische Systeme entworfenen Bilder, speciell bei der Frage nach dem Nutzen, den eine Vergrösserung der Dimensionen eines Objectives mit sich bringt[1]).

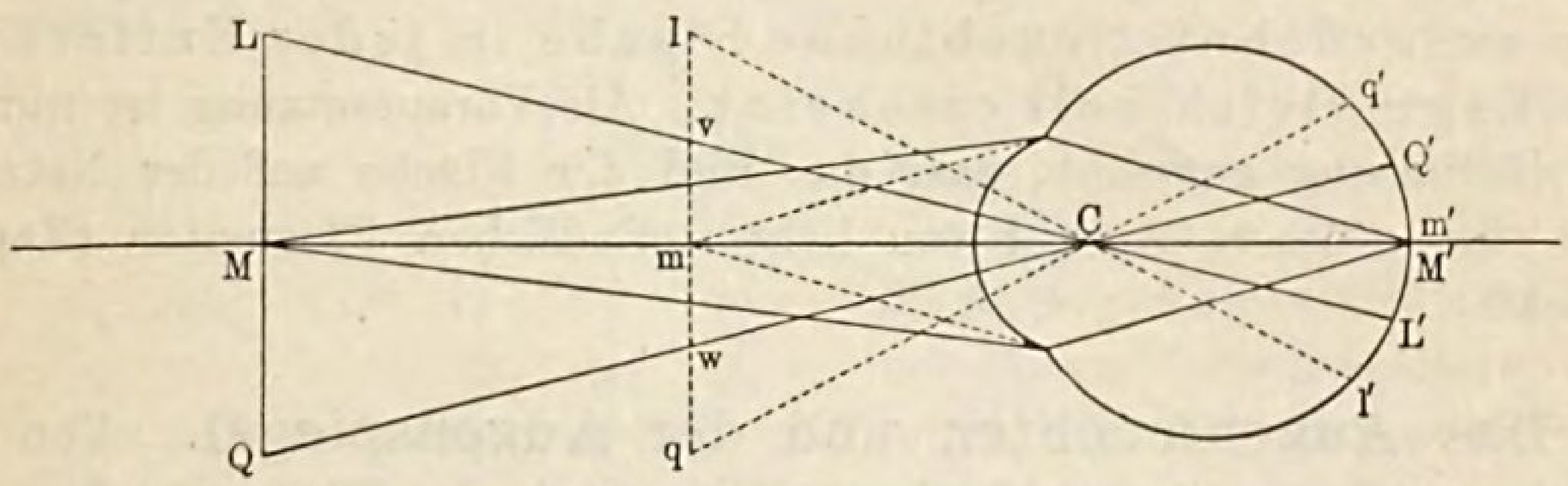
Wendet man Riesenfernrohre an, in denen Sterne auch bei sehr starker Vergrösserung auf der Netzhaut als Punkte im obigen Sinne abgebildet werden, so gewinnt man so viel an Helligkeit, als das Objectiv die Pupille an Grösse übertrifft. Man hat gleichsam die Pupille vergrössert. Die Folge davon ist, dass man mit dem Fernrohr Sterne sieht, die in Folge ihrer Lichtschwäche ohne Instrument nicht sichtbar sind.

[1]) Vergl. O. Lummer, „Einiges zur Correction dioptrischer Systeme". Verhandlungen der Physik. Gesellsch. zu Berlin, Jahrg. 14, Nr. 2, S. 24, 1895.

2. Helligkeit ausgedehnter Flächen. Auch hier ist natürlich die Helligkeit proportional der Pupillenoberfläche, da von jedem Element der Objectfläche um so mehr Licht auf sein conjugirtes Bildelement der Netzhaut gelangt, je grösser die Pupille ist. Daher kommt es, dass sich die Iris unwillkürlich verengt oder erweitert, je nachdem man auf helle oder dunkle Flächen blickt [1]. Im Uebrigen ist bei constanter Grösse der Iris die Helligkeit einer ausgedehnten Fläche unabhängig von der Entfernung und Lage derselben.

Der Beweis folgt aus der Definition der Helligkeit; hiernach ist diese gleich der gesammten ins Auge tretenden Lichtmenge, dividirt durch die Fläche des Netzhautbildes, welches die Augenmedien von der Lichtquelle entwerfen [2]. Es sei in Fig. 362 $Q'L'$ das Bild von der gleich-

Fig. 362.



mässig leuchtenden Fläche QL, und die Helligkeit desselben sei gleich H. Bewegt man LQ parallel mit sich selbst dem Auge zu bis lq, so werde die Helligkeit daselbst gleich h. Zunächst sieht man, dass die von den Punkten M und m ins Auge fallenden Lichtmengen J und i sich umgekehrt verhalten, wie die Quadrate der Entfernungen MC und mC, also direct wie mC^2 zu MC^2. Gleichzeitig jedoch breitet sich die erhöhte Lichtmenge i auf eine grössere Fläche $q'l'$ der Netzhaut aus, und zwar gilt gemäss der Figur die Beziehung:

$$\frac{q'l'}{Q'L'} = \frac{lq}{vw} = \frac{LQ}{vw} = \frac{MC}{mC};$$

es verhalten sich demnach die Flächen der zu lq und LQ gehörigen Bilder wie MC^2 zu mC^2. Dividiren wir also die Lichtmengen durch die Flächen, so erhalten wir für das Verhältniss der Helligkeiten $\frac{H}{h}$ der Flächeneinheit im Falle, dass dieselbe Lichtquelle einmal bei M, das andere Mal bei m liegt:

$$\frac{H}{h} = \left(\frac{mC}{MC}\right)^2 \cdot \left(\frac{MC}{mC}\right)^2 = 1,$$

[1] Im Dunklen hat die Pupille einen Durchmesser von 10 mm, wie die mittelst Magnesium-Blitzlicht aufgenommenen Photographien erkennen lassen.

[2] Vergl. §. 9, S. 25.

d. h. also, es ändert sich die Helligkeit einer leuchtenden Fläche nicht, wenn deren Entfernung vom Auge geändert wird.

Ein anderer Beweis ist folgender: Es sei lq ein Schirm mit der Oeffnung vw, und man bringe LQ von M nach m, wobei stets der Kegel LCQ mit Licht voll ausgefüllt sei. Da in diesem Falle die getroffene Netzhautfläche $Q'L'$ stets dieselbe bleibt, so kann die Helligkeit nur dann stets dieselbe bleiben, wenn die ins Auge kommenden Lichtmengen dieselben sind. In der That werden die von LQ zu überblickenden Theile, welche von den Gesichtslinien CL und CQ ausgeschnitten werden, in demselben Verhältnisse kleiner, wie die von einem einzelnen Punkte M nach M' kommenden Lichtmengen wachsen.

In Verbindung mit den im §. 8 abgeleiteten Resultaten über die Abhängigkeit der Erleuchtungsstärken von der Neigung einer strahlenden Fläche gegen die Strahlungsrichtung können wir also aussagen, dass eine ausgedehnte leuchtende Fläche in jeder Entfernung und Lage gleich hell erscheint. Als Voraussetzung ist nur die eine Bedingung gemacht, dass das Bild der Fläche auf der Netzhaut stets eine grössere Anzahl von lichtempfindlichen Elementen (Zapfen) bedeckt.

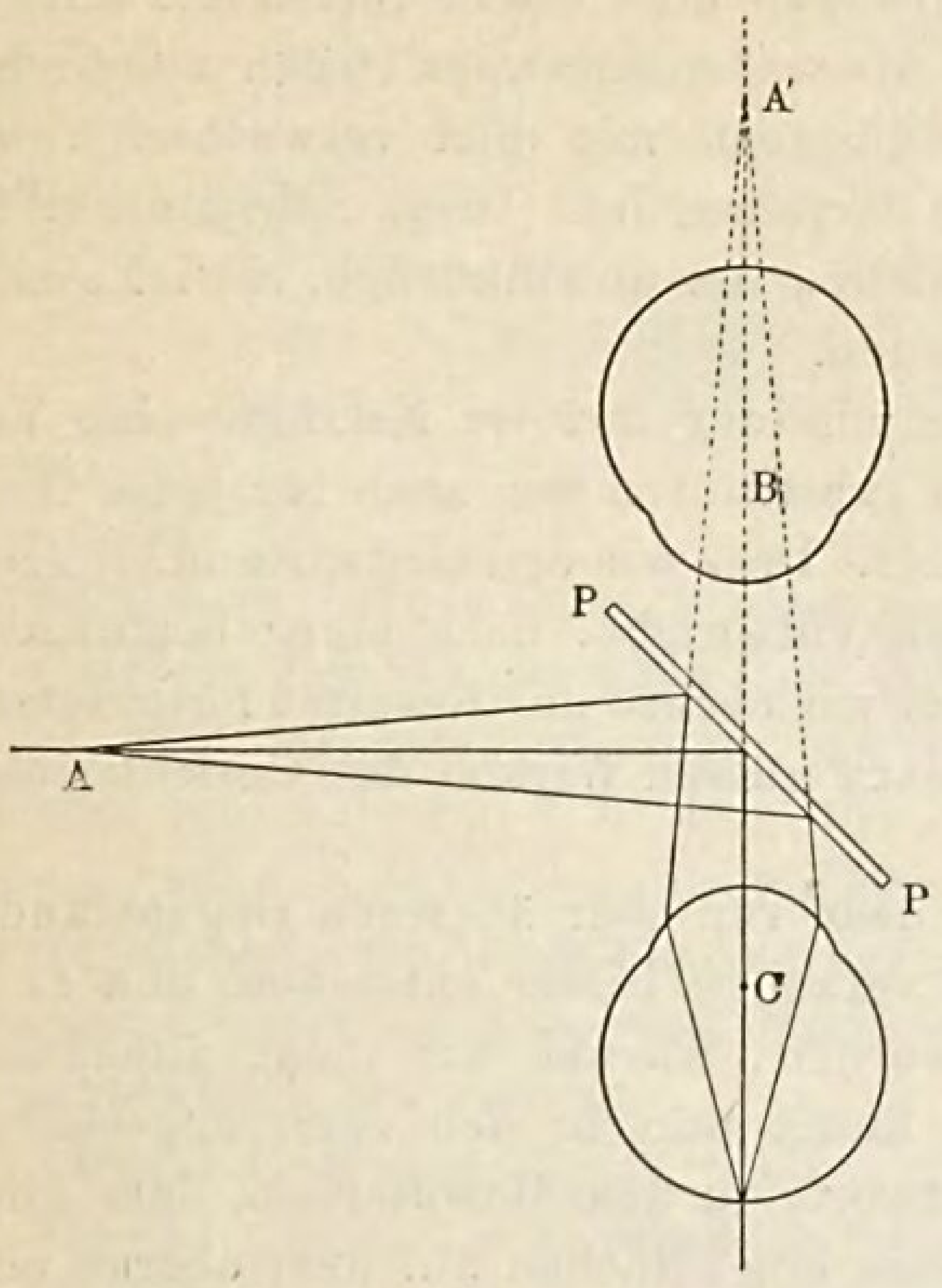
232 **Das Augenleuchten und der Augenspiegel.** Von dem Lichte, welches auf die Netzhaut fällt, wird ein Theil absorbirt, ein anderer wird diffus reflectirt und kehrt durch die Pupille nach aussen zurück. Trotzdem erscheint uns die Pupille eines auf eine Lichtquelle accommodirten Auges vollkommen schwarz, selbst wenn wir nahe den eindringenden Lichtstrahlen in das beleuchtete Auge blicken. Ist dagegen das letztere nicht genau auf die Lichtquelle accommodirt, so kann der Beobachter wenigstens einiges von dem aus der Pupille zurückkehrenden Lichte wahrnehmen, und die Pupille erscheint ihm dann leuchtend. Die Erklärung für diese Thatsache ist sehr einfach, wenn sie auch lange Zeit vergeblich gesucht wurde und die Lösung des Augenleuchtens erst einem Helmholtz vorbehalten war. Der von ihm zur Sichtbarmachung des Augenhintergrundes auf theoretischem Wege gefundene Augenspiegel ist ein schlagender Beweis für den Werth wahrer uneigennütziger Forschung, welche als Zweck nur die Erkenntniss der Wahrheit kennt. In der Hand von Männern, wie Gräfe, Donders etc., ist der Augenspiegel ein unentbehrliches Hülfsmittel der Augenheilkunde geworden, welche seitdem einen ungeahnten Aufschwung erfahren hat.

Wie wir schon bei Erörterung des Reciprocitätsgesetzes der Lichtwege betont haben, kehren, falls das Bild als leuchtendes Object aufgefasst wird, die Lichtstrahlen vom Bilde zum Object auf demselben Wege zurück, auf dem sie hingegangen sind.

Das in Folge der Reflexion auf der Netzhaut durch die Pupille austretende Licht kann demnach lediglich wieder zur Lichtquelle zurück-

kehren, und der Beobachter sieht die Pupille schwarz. Ist dagegen das beleuchtete Auge nicht genau auf die Lichtquelle accommodirt, so dass Zerstreuungskreise entstehen, so werden Theile der Netzhaut beleuchtet, deren conjugirte Bilder die der Lichtquelle benachbarten Stellen sind. Letztere empfangen daher Licht, so dass auch das unmittelbar neben der Lichtquelle befindliche Auge die Pupille des beleuchteten Auges leuchtend erblickt.

Fig. 363.



Will man also die Pupille leuchtend sehen, bei richtiger Accommodation derselben, so muss man das beobachtende Auge in den Gang der Lichtstrahlen bringen. Am einfachsten geschieht dies nach Art des Gauss'schen Oculars, wie es in Fig. 363 dargestellt ist, wo A das Licht, P eine Glasplatte, C das beobachtete Auge und B das beobachtende Auge darstellt[1]). Da die spiegelnde Platte bewirkt, dass das Licht bei A' zu stehen scheint, so ist obige Bedingung erfüllt und die vom Auge C zurückkehrenden Strahlen gelangen zum grossen Theile durch die Platte P in das Auge B des Beobachters. Damit letzteres ein deutliches Bild der Netzhaut von C erhält, muss es die nach A' zielenden Strahlen zur Vereinigung bringen. Zu diesem Zwecke bedient man sich geeigneter Linsen. Auf die nähere Beschreibung der verschiedenen Formen und besonderen Einrichtungen der von Helmholtz und nach ihm von Anderen construirten Augenspiegel wollen wir hier nicht eingehen. Es sei nur erwähnt, dass man statt der Glasplatte P sich mit Erfolg eines versilberten Hohlspiegels bedient, mit einer Oeffnung in seiner Mitte, durch die der Beobachter blickt.

Beziehungen zwischen den Empfindungen des Auges und der Aussenwelt. Der Act des Sehens beruht lediglich darauf, dass die Affectionen der Nervenhaut auf eine uns freilich unerklärliche Weise zum Bewusstsein kommen. Eigentlich nehmen wir also nur einen bestimmten Zustand, eine gewisse Affection der Netzhaut wahr; dass wir 233

[1]) Bei der Gauss'schen Beobachtung des gespiegelten Fadenkreuzes (vergl. §. 99, S. 227) ist die Augenlinse durch das Fernrohrobjectiv und die Netzhaut durch eine reflectirende Fläche des Prismas ersetzt.

aber diese Wahrnehmung nach aussen verlegen, dass wir die Netzhautbilder gleichsam in Anschauungen der Aussenwelt verwandeln, ist Sache eines unmittelbaren Urtheils; in diesem Urtheile haben wir durch fortwährende übereinstimmende Erfahrungen eine solche Sicherheit erlangt, dass wir die Netzhaut gar nicht als wahrnehmendes Organ empfinden, dass wir die unmittelbaren Empfindungen mit dem verwechseln, was nach unserem Urtheile die Ursache derselben ist. Diese Substitution des Urtheils für die Empfindung geschieht ganz unwillkürlich, sie ist uns so zu sagen zur anderen Natur geworden.

Da wir überhaupt für die Empfindung auf der Netzhaut eine Vorstellung der Aussenwelt setzen, so substituiren wir auch für jedes Netzhautbild einen Gegenstand ausser uns. Dass wir den Gegenstand, welcher einem bestimmten Netzhautbildchen entspricht, nach einer bestimmten Richtung hin suchen, ist aber sicherlich ebenso das Resultat fortgesetzter consequenter Erfahrung, wie das nach aussen Wirken des Gesichtssinnes überhaupt.

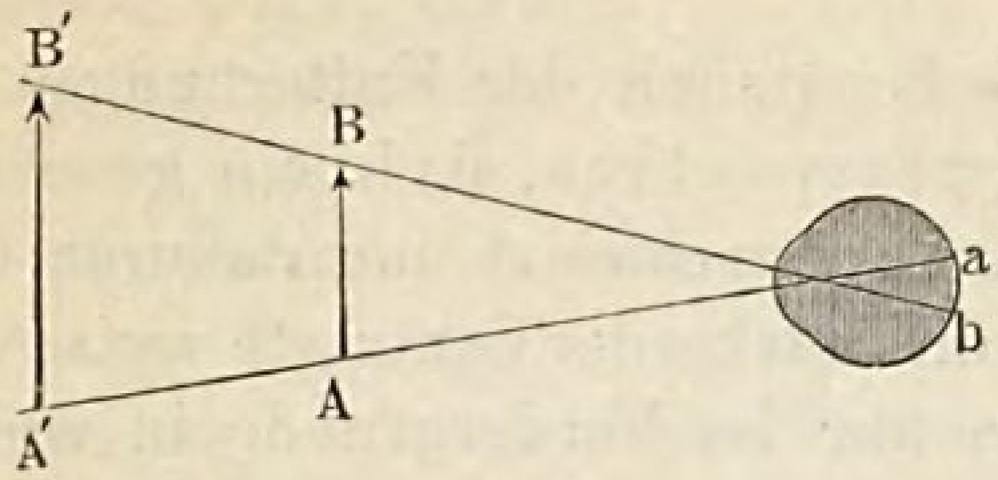
Es ist oben gezeigt worden, dass von den äusseren Gegenständen auf der Netzhaut verkleinerte und verkehrte Bilder entstehen, und es ist deshalb die Frage aufgeworfen worden, warum wir nicht alle Dinge verkehrt sehen? Diese Frage findet nun in den eben angestellten Betrachtungen ihre genügende Antwort; zu dem Bewusstsein, dass überhaupt ein Netzhautbild existirt, dass ein Bildchen auf dem oberen oder unteren Theile der Netzhaut liegt, dass es sich auf der rechten oder linken Seite derselben befindet, gelangen wir erst durch optische Untersuchungen; die Empfindung der Nervenhaut kommt nicht als solche zum Bewusstsein, sondern sie wird unwillkürlich nach einer bestimmten Richtung nach aussen hin projicirt, und zwar in derjenigen Richtung, in welcher sich die Gegenstände befinden, welche die Netzhautbilder veranlassen. Nach dieser Richtung hin finden wir aber die Gegenstände auch durch andere sinnliche Wahrnehmungen, z. B. durch den Tastsinn; es besteht also zwischen den verschiedenen sinnlichen Wahrnehmungen in Beziehung auf die Ortsbestimmung die vollkommenste Harmonie.

Mit der durch das Gesichtsorgan vermittelten Vorstellung der ausser uns befindlichen Dinge verbinden wir auch eine Vorstellung von ihrer Grösse und Entfernung. Die Bildchen auf der Netzhaut liegen neben einander, und wenn wir die entsprechenden Gegenstände nicht als unmittelbar neben einander, sondern auch hinter einander befindlich erkennen, kurz, wenn wir uns von der flächenhaften Wahrnehmung zu einer Vorstellung der Tiefe des Raumes erheben, so ist das nicht Sache der Empfindung, sondern des Urtheils. Das Kind hat noch keine Vorstellung von den Entfernungen, es greift nach dem Monde, wie es nach Dingen in seiner Umgebung greift. Die Vorstellung von der Tiefe des Sehraumes erhalten wir erst dadurch, dass wir uns im Raume bewegen, dass sich die gegenseitige Lage der Bilder bei dieser Bewegung ändert und dass

wir durch unsere eigene Ortsveränderung einen Begriff von der Entfernung der Gegenstände bekommen.

Die scheinbare Grösse der Gegenstände hängt von der Grösse des Netzhautbildchens ab. Denken wir uns von den beiden Endpunkten eines Netzhautbildchens Linien nach den entsprechenden Endpunkten des Gegenstandes gezogen, so schneiden sich diese Linien im Kreuzungspunkte unter einem Winkel, den man den Sehwinkel oder auch Gesichtswinkel nennt[1]; die Grösse dieses Winkels ist aber der Grösse des Netzhautbildes proportional; man kann deshalb auch sagen, dass die scheinbare Grösse der Gegenstände von der Grösse des Sehwinkels abhängt, unter welchem sie erscheinen. Zwei Gegenstände von verschiedener Grösse, wie AB und $A'B'$, Fig. 364, können gleiche scheinbare Grösse haben, wenn ihre Grösse ihrer Entfernung vom Auge proportional ist; verschiedene Gegenstände also, deren Grösse sich verhält wie 1 : 2 : 3 u. s. w., werden in einfacher, doppelter, dreifacher Entfernung unter gleich grossem Gesichtswinkel erscheinen.

Fig. 364.



Unser Urtheil über die wahre Grösse der Gegenstände und ihre Entfernung wird erst durch fortgesetzte Erfahrung erlangt und kann durch Uebung einen bewundernswürdigen Grad von Sicherheit erreichen.

Zur Schätzung der Entfernungen haben wir zweierlei Hilfsmittel. Die eine Gruppe derselben gehört der besonderen Natur der gesehenen Objecte an und giebt nur Vorstellungen des Abstandes, die der anderen Gruppe gehören der Empfindung an und geben wirkliche Wahrnehmung. Zur ersteren Gruppe gehören alle Hilfsmittel, welche mit nur einem Auge bei unbewegtem Kopfe an Gegenständen angewendet werden, die zu weit entfernt oder zu verwaschen begrenzt sind, als dass die Accommodation des Auges in Verwendung kommen könnte. Hierher gehört die uns bekannte Grösse der gesehenen Gegenstände, die grössere oder geringere Menge von Einzelheiten, welche wir an ihnen zu unterscheiden im Stande sind, ja selbst deren scheinbare Geschwindigkeit bietet einen wesentlichen Anhaltspunkt. Wenn wir auf der Landstrasse einen Menschen, ein Pferd u. s. w. sehen, so können wir aus der annähernd bekannten wahren Grösse in Verbindung mit der scheinbaren Grösse, unter welcher wir sie eben wahrnehmen, auf ihre Entfernung schliessen. In der Landschaft bieten uns Häuser, Bäume u. s. w. Anhaltspunkte zur Schätzung der Abstände dar. In sehr grosser Entfernung erscheint uns ein Haus nur als ein heller Fleck; nähern wir uns demselben, so werden

[1] In den früheren Auflagen wurde S. 317 als Gesichtswinkel derjenige Winkel definirt, den die Sehaxen der beiden Augen mit einander machen. Nach H. v. Helmholtz' Vorgange wird hier Sehwinkel und Gesichtswinkel als identisch gebraucht.

alsbald die Fenster als dunkle Punkte in der hellen Wand erkennbar; nähern wir uns noch mehr, so können wir das Fensterkreuz, endlich sogar die einzelnen Fenstersprossen unterscheiden. — Ueber eine gewisse Entfernung hinaus können wir einzelne Blätter eines Baumes, noch ferner können wir die Stämme der Bäume eines Waldes nicht mehr unterscheiden u. s. w.

Von wesentlichem Einfluss auf die Schätzung der Entfernungen in der Landschaft ist auch noch die Luftperspective, d. h. ein gewisser Duft, welcher die entfernteren Gegenstände verschleiert und dadurch die Schärfe der Contouren sowohl als auch die Stärke der Contraste zwischen Licht und Schatten vermindert, welche nur im Vordergrunde in voller Kraft auftreten.

Aus der Entfernung, in welcher wir einen Gegenstand vermuthen, schliessen wir immer wieder umgekehrt auf seine Grösse. Da wir es aber hier nicht mit Messungen, sondern nur mit Schätzungen zu thun haben, da die Ausgangspunkte unserer Vergleichungen selbst mehr oder weniger unsicher sind, so ist es nicht zu verwundern, wenn unserem Urtheil über Grösse und Entfernung mannigfache Täuschungen unterlaufen.

Bei gleichem Sehwinkel halten wir einen Gegenstand für um so grösser, je weiter wir ihn von uns entfernt glauben. Wenn uns bei duftigem, nebligem Wetter die Einzelheiten auf benachbarten Bergen verschwinden, so bewirkt dies, dass wir sie unwillkürlich für weiter entfernt halten, und da sie uns noch immer unter gleichem Gesichtswinkel erscheinen, dass sie uns höher scheinen als gewöhnlich. Umgekehrt scheinen uns die Berge näher gerückt und niedriger, wenn die Luft sehr durchsichtig ist und wir Details zu unterscheiden im Stande sind, welche wir gewöhnlich nicht sehen.

Der Sehwinkel, unter welchem uns der Mond beim Aufgange oder Untergange erscheint, ist nicht grösser, als wenn er hoch am Himmel steht; dessen ungeachtet erscheint uns der auf- oder untergehende Mond grösser. Es kommt dies daher, dass zur Zeit des Auf- oder Unterganges die vom Monde zu uns gelangenden Lichtstrahlen einen ungleich längeren Weg durch die Atmosphäre zurückzulegen haben, als wenn der Mond hoch am Himmel steht; im letzteren Falle sehen wir ihn also schärfer begrenzt, die dunklen Flecken auf demselben erscheinen uns deutlicher, wir halten ihn deshalb unwillkürlich für näher, und in Folge dessen für kleiner, als wenn wir ihn noch am Horizont erblicken, wo er uns lichtschwächer und weniger scharf begrenzt erscheint und wo die Flecken fast ganz verschwinden.

Zur zweiten Gruppe der Hilfsmittel zur Wahrnehmung des Abstandes gehören erstens das Gefühl der Accommodation des Auges, zweitens die Beobachtung bei bewegtem Kopfe und Körper, drittens der gleichzeitige Gebrauch beider Augen.

Durch die Beachtung der Accommodation des Auges können wir natürlich nur Entfernungen schätzen, für welche die Unterschiede der

Accommodation noch bemerklich sind. Dieses Hilfsmittel ist daher sehr beschränkt und auch unsicher. Nach Wundt kann im Abstande von 250 cm eine Distanzänderung von 12 cm etwa noch bemerkt werden, bei 40 bis 50 cm Entfernung eine solche von 4,5 cm. Die absolute Schätzung der Distanz ist stets unsicher. Wir kommen im §. 235 nochmals auf diesen Punkt zurück.

Viel wichtiger und genauer sind die Hilfsmittel, welche sich aus der Bewegung des Beobachters durch den Anblick der verschiedenen Perspectiven, die sich daraus ergeben, ableiten lassen. Es ist ja klar, dass die Lagenänderung des Netzhautbildes desto grösser ausfallen wird, je näher der beobachtete Gegenstand sich befindet. Sehen wir z. B. einen Gegenstand, der einen fernen Punkt des Horizontes bedeckt, so brauchen wir nur seitwärts zu treten, um aus der grösseren oder geringeren scheinbaren Bewegung des Gegenstandes auf seine geringere oder grössere Distanz zu schliessen. Wenn wir durch einen Wald gehen, erhalten wir sofort eine viel genauere Kenntniss von der Lage und Entfernung der einzelnen Baumstämme, als wenn wir dieselben mit ruhigstehendem Auge betrachten.

Dem dritten Hilfsmittel, dem Sehen mit beiden Augen, wollen wir den zweitnächsten Paragraphen widmen. Vorher müssen wir noch Einiges über die Bedeutung des perspectivischen Bildes bei der Betrachtung mit nur einem Auge vorausschicken.

Das perspectivische Bild gesehen mit einem Auge. 234

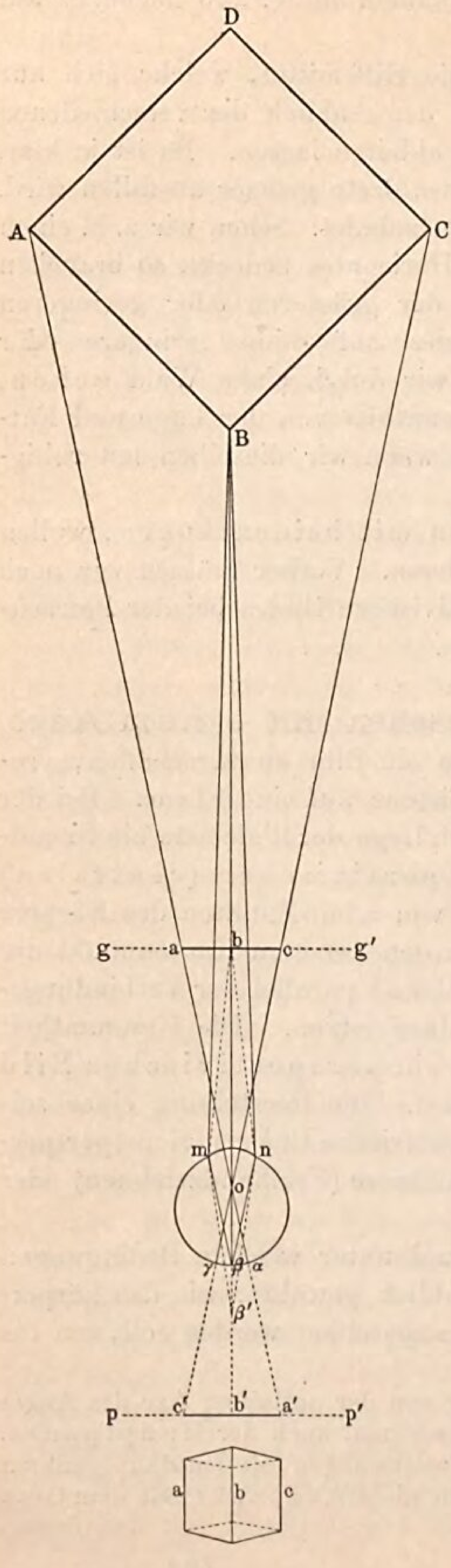
Um uns von einem körperlichen Objecte ein Bild zu verschaffen, projiciren wir dessen Oberflächenpunkte meistens auf eine Ebene. Bei der Parallelprojection entsteht hierbei je nach Lage der Bildebene ein Grundriss, Aufriss, Seitenriss. Bei der perspectivischen (centralen) Projection denken wir uns dagegen von allen Punkten des Körpers Gerade gegen das Auge (genauer gegen den äusseren Knotenpunkt des Auges) gezogen, welche die meist vertical und parallel der Verbindungslinie der Augen gelegte Bildebene durchsetzen. Die Gesammtheit dieser Durchsetzungspunkte heisst dann ein perspectivisches Bild des abzubildenden körperlichen Objectes [1]). Die Herstellung eines solchen Bildes erfolgt entweder durch geometrische Construction (perspectivisches Zeichnen) oder nach dem Augenmaasse (Freihandzeichnen) oder durch Photographie.

Wir wollen nun untersuchen, ob und unter welchen Bedingungen ein solches Bild dem Auge denselben Anblick gewährt, wie das körperliche Object, in welcher Weise es daher angeschaut werden soll, um die

[1]) Jener Punkt der Bildebene, welcher von der optischen Axe des Auges durchsetzt wird, heisst der Augpunkt, manchmal auch der Hauptpunkt. Wir vermeiden letztere Bezeichnung, um Verwechslungen mit den Hauptpunkten der Linse zu vermeiden. Man darf aber auch nicht Augpunkt mit dem Orte des Auges verwechseln.

Täuschung, dass man das Object selber sehe, möglichst vollkommen zu machen. Wir sehen dabei von der Färbung gänzlich ab und beschränken uns zunächst auf den Anblick durch ein einziges Auge, indem wir das Anschauen mit beiden Augen dem nächsten Paragraphen vorbehalten.

Fig. 365.



In Fig. 365 stelle $ABCD$ den Grundriss eines Würfels vor. Der nach vorn gerichteten Kante B gerade gegenüber befinde sich in halber Höhe des Würfels das Auge, dessen Knotenpunkt in o liege. Wir ziehen die Hauptstrahlen Ao, Bo, Co, welche die bei gg' in der normalen Sehweite vor dem Auge befindliche Bildebene durchsetzen, im Knotenpunkte o sich kreuzen und auf der Netzhaut das Bildchen $\alpha\beta\gamma$ entwerfen.

Durch die Verbindung sämmtlicher Bildpunkte entsteht auf der Bildebene gg' das unterhalb gezeichnete perspectivische Bild des Würfels, in welchem die vordere Kante grösser erscheint als die Seitenkanten und diese grösser als die rückwärtige, verdeckte Kante.

Soll nun ein so hergestelltes Bild abc beim Anschauen durch das Auge genau denselben Eindruck hervorrufen, wie das Object ABC selber, so muss:

1. das durch dieses Bild auf der Netzhaut des Auges erzeugte Bildchen identisch sein mit demjenigen, welches vorher durch das Object selbst entworfen wurde;
2. es muss dieses Bildchen bei derselben Accommodation des Auges zu Stande kommen, wie beim Anblick des Objectes.

Die erste Bedingung erfordert, dass das Bild so liege, dass die Augenaxe wiederum den Augpunkt treffe, und dass die Entfernung des Auges vom Bilde (die Bilddistanz) so gewählt werde, dass die Sehwinkel je zweier Bildpunkte mit denen der correspondirenden Objectpunkte übereinstimmen. Nähern wir das Auge dem Bilde, so vergrössert sich

das Netzhautbildchen in allen seinen Theilen proportional, es bleibt sich ähnlich. Nähern wir uns aber dem Objecte, so ändert das Netzhautbild nicht bloss die Grösse, sondern auch seine Gestalt; es bleibt sich nicht ähnlich, da die vorderen Dimensionen rascher wachsen als die rückwärtigen. Daraus erhellt sofort, dass jedes perspectivische Bild, nur in ganz bestimmtem Abstande und in bestimmter Lage vor dem Auge gehalten, richtig gezeichnet erscheint, und dass es dem Auge einen perspectivisch nicht richtigen Anblick gewährt, wenn diese Lage und Distanz nicht eingehalten wird. Nur das Bild eines Objectes, dessen Punkte ausschliesslich in einer zur Sehaxe senkrechten Ebene gelegen sind, z. B. die Photographie eines Gemäldes, bleibt in allen Entfernungen in seiner Gestalt richtig, während es die scheinbare Grösse ändert [1]). Dieser Umstand ist insbesondere von Bedeutung für die photographischen Bilder und die Wahl der Brennweite der photographischen Objective. Denken wir uns an Stelle des Auges in Fig. 365 das Objectiv einer photographischen Camera gesetzt. In pp' sei die empfindliche Platte eingeschoben. Ist diese ebenso weit hinter o, als die früher betrachtete Bildebene gg' vor o, so wird auch das photographische Bild $a'c'$ identisch mit dem Bilde ac ausfallen. Daraus folgt, dass die Photographien stets in demselben Abstande von dem Auge angeschaut werden sollen, welcher der Bildweite bei der Aufnahme gleich ist. Und da diese Bildweite bei allen nicht sehr nahe aufgenommenen Objecten, also insbesondere bei Landschaften, sehr nahe mit der Brennweite des Objectives zusammenfällt, so folgt die praktische Regel, dass photographische Bilder in einem Abstande von dem Auge angeschaut werden sollen, welcher nahe gleich der Brennweite des verwendeten Objectives ist. Daraus folgt aber weiter, dass diese Brennweite nicht so klein genommen werden darf, dass das Auge nicht mehr auf dieselbe accommodiren kann. Da die normale deutliche Sehweite 25 cm beträgt, sollte die Brennweite der Objective nicht allzu weit von dieser abweichen. Dazu gehört dann aber auch ein genügend grosses Format. Bei den im kleinen Format, 9 : 12 cm und darunter, aufgenommenen Landschaftsbildern werden aber meistens, um das Gesichtsfeld nicht zu sehr einzuschränken, Brennweiten von 10 bis 15 cm benutzt. Diese kann nur ein kurzsichtiges oder ein mit einem Convexglas bewaffnetes normales Auge so anschauen, dass sie perspectivisch richtig erscheinen. Man sieht häufig solche Bilder, Strassenecken darstellend, in

[1]) Es wird behauptet, dass der Beschauer eines in unrichtiger Lage und Entfernung befindlichen Bildes dennoch durch eine Art nochmaliger unbewusster perspectivischer Rückconstruction auf die richtige Form des abgebildeten Objectes schliessen könne. Das mag der Fall sein, auch kommt die Fehlerhaftigkeit der Perspective bei Landschaftsbildern ohne Architectur wenig zur Geltung; trotzdem bleibt sicher, dass die beste Art, die Bilder anzusehen, immer diejenige bleiben wird, bei welcher sie auch direct perspectivisch richtig erscheinen.

welchen die nach vorn gerichtete Hauskante unverhältnissmässig hoch und der Winkel zwischen den die Kante einschliessenden Hausflächen statt rechtwinklig als spitzer Winkel erscheint. Diese perspectivisch verzerrten Bilder erscheinen sofort richtig gezeichnet, wenn man sich denselben mit dem Auge genügend nähert, oder sie durch eine passende Convexlinse betrachtet. Eine solche Linse kann aber noch einen weiteren Zweck erfüllen. Wir haben oben als zweite Bedingung dafür, dass das Bild dem Auge denselben Anblick gewähre, wie das Object selbst, verlangt, dass das Auge während dieses Anblickes dieselbe Accommodation annehme, wie während des Anblickes des Objectes selbst.

Beachten wir nochmals die Fig. 365. Beim Anblick des Objectes ABC ist das Auge so accommodirt, dass das scharfe Netzhautbildchen $\alpha\beta\gamma$ entsteht. Ersetzen wir das Object ABC durch das Bild abc, so haben zwar die Hauptstrahlen, die durch den Knotenpunkt gehen, dieselbe Richtung, aber der Strahlengang im Ganzen ist trotzdem ein anderer. Das vom Bildpunkte b ausgehende Strahlenbüschel bmn ist divergenter als das vom Objectpunkte B ausgehende Bmn; dasselbe gilt von allen Punkten des Bildes. Die Strahlenbüschel des Bildes convergiren daher innerhalb des Auges nach Punkten hinter der Netzhaut und es entstehen Zerstreuungskreise auf der letzteren. Durch Accommodation des Auges kann diese Abweichung corrigirt werden. Ist das geschehen, so ist zwar das Netzhautbild wiederum identisch mit dem direct vom Object erzeugten; aber die Accommodation ist jetzt eine andere. Da wir nun gewöhnt sind, mit jeder anderen Sehdistanz auch eine andere Accommodation zu verbinden, so schliessen wir unwillkürlich aus der Accommodation auf die Sehdistanz. Dies muss der beabsichtigten Täuschung entgegenwirken und zur Folge haben, dass wir doch nur ein im Abstande ob befindliches Bild und nicht das im Abstande OB befindliche Object vor uns zu haben glauben. Es muss also, um die Täuschung so weit als möglich zu treiben, der Strahlengang von b aus durch ein ausserhalb des Auges befindliches optisches Hilfsmittel so modificirt werden, dass er dem Strahlengange von B aus gleich kommt. Dies ist durch eine unmittelbar vor das Auge gebrachte Convexlinse zu erreichen. Dieselbe bildet mit dem Auge zusammengenommen ein optisches System geringerer Brennweite. Setzen wir den vorderen Knotenpunkt dieses Systemes an dieselbe Stelle, wo früher der Knotenpunkt des Auges O gelegen war, so werden die Hauptstrahlen, wie früher, unabgelenkt hindurchgehen. Eine wesentliche Vergrösserung der Sehwinkel findet also dann nicht statt[1]). Wohl aber werden die von b ausgehenden Strahlen so abgelenkt, als wenn sie von B ausgingen. Es tritt, mit anderen Worten gesagt, an Stelle des Bildpunktes b dessen

[1]) Eine geringe Vergrösserung findet allerdings auch statt, weil durch das Vorrücken der Knotenpunkte des ganzen Systems die divergirenden Strahlen auf weiter abstehende Netzhautstellen auftreffen.

durch die Linse erzeugter virtueller Bildpunkt B. Die Vorsetzung einer geeigneten Convexlinse ist also nicht bloss ein geeignetes Mittel, ein mit zu kurzer Brennweite aufgenommenes photographisches Bild ohne perspectivische Verzerrung richtig anschauen zu können, sondern es wird bei passender Wahl dieser Linse ein solches Bild virtuell dorthin versetzt, wo wir es sehen sollen, nämlich an den Ort des darzustellenden Objectes. Die Brennweite f der geeigneten Convexlinse ist leicht zu berechnen. Bezeichnen wir den Abstand des wirklichen Bildes ob mit b, den des virtuellen Bildes OB mit B, so muss die Gleichung erfüllt sein:

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{B} = \frac{1}{f}, \text{ woraus } f = \frac{Bb}{B-b} = \frac{b}{1-\frac{b}{B}}.$$

Nun ist es freilich unmöglich, dieser Forderung für alle Punkte gleichzeitig streng zu genügen, weil wir dann für jeden verschieden entfernten Punkt des Objectes eine eigene Linse anderer Brennweite anwenden müssten. Das ist aber in der Praxis auch nicht nöthig, es genügt, für OB die mittlere Entfernung des Objectes einzusetzen [1]). Ist diese überhaupt gross im Verhältniss zur Bilddistanz, so verschwindet $\frac{b}{B}$ gegenüber 1 und wir erhalten

$$f = b,$$

d. h. die Brennweite der Linse soll gleich sein der Bilddistanz, und da diese, wie oben gezeigt, gleich der Brennweite des Aufnahmeobjectives gesetzt werden kann, so folgt die Regel:

Jedes photographische Bild soll, um die Täuschung, dass wir das dargestellte Object selbst zu sehen glauben, hervorzurufen, durch eine unmittelbar vor das Auge zu setzende Convexlinse von derselben Brennweite angeschaut werden, welche der Brennweite des zur Aufnahme verwendeten Objectes gleich kommt; der Abstand des Bildes ist ebenfalls dieser Brennweite gleich zu nehmen.

Die Ungenauigkeit, die wir hierbei begehen, ist nicht grösser als die, wenn wir die Accommodation des Auges auf ∞ statt auf das Object selber annehmen. Nach H. v. Helmholtz [2]) ist die Aenderung der Accommodation von ∞ bis zum Abstande von 12 m ganz unmerklich, und es ist auch bekannt, dass man mit einem auf 10 bis 12 m Distanz eingestellten Objectiv auch bei voller Oeffnung den fernsten Hintergrund noch genügend scharf aufzunehmen vermag. In der Praxis liegen eben die Verhältnisse viel günstiger, als in der Fig. 365 (S. 612), wo wir des

[1]) Genauer gesagt: Es genügt, die Brennweite der Linse so zu wählen, dass die virtuellen Bilder der Bildpunkte und die Punkte des Objectes innerhalb der von J. Czermak definirten Accommodationslinie zu liegen kommen. Siehe H. v. Helmholtz, Physiol. Optik, 1. Aufl., S. 92.

[2]) l. c.

Raummangels wegen das Object relativ nahe zeichnen mussten. Man kann sich von der Wirksamkeit dieses Mittels leicht überzeugen. Man nehme eine Landschaftsphotographie mit Vordergrund, welche mit einem Objectiv von 10 bis 15 cm Brennweite aufgenommen wurde, und betrachte sie durch eine dicht vor das Auge gehaltene Linse von derselben Brennweite in der Brennweitendistanz [1]). Man wird überrascht sein über die plastische Wirkung. Der als Spielzeug gebräuchliche Guckkasten, sowie die sogenannten Dioramen beruhen auf dem hier erklärten Principe, wobei freilich oft durch Unverstand Bilder mit Linsen zusammengestellt sind, welche nicht zusammenpassen. Auch bei dem unten zu besprechenden Stereoskop spielt das oben entwickelte Princip eine wichtige Rolle, welche freilich bisher zu wenig beachtet worden ist.

235 **Sehen mit beiden Augen.** Wenn man mit beiden Augen einen nahen Gegenstand, etwa einen 30 cm weit vor das Gesicht gehaltenen Finger, fixirt, so sieht man alle entfernteren Gegenstände doppelt.

Umgekehrt sieht man den nahe vor das Gesicht gehaltenen Finger doppelt, wenn man mit beiden Augen einen fernen Gegenstand fixirt.

In Fig. 366 seien *L* und *R* die beiden Augen, *A* und *B* zwei in verschiedenen Entfernungen vor dem Auge befindliche Gegenstände. Wenn man den Gegenstand *A* fixirt, so sind die Axen beider Augen nach *A* gerichtet, sie machen also einen ziemlich bedeutenden Winkel mit einander, das Bild von *A* erscheint aber in jedem Auge auf der

Fig. 366.

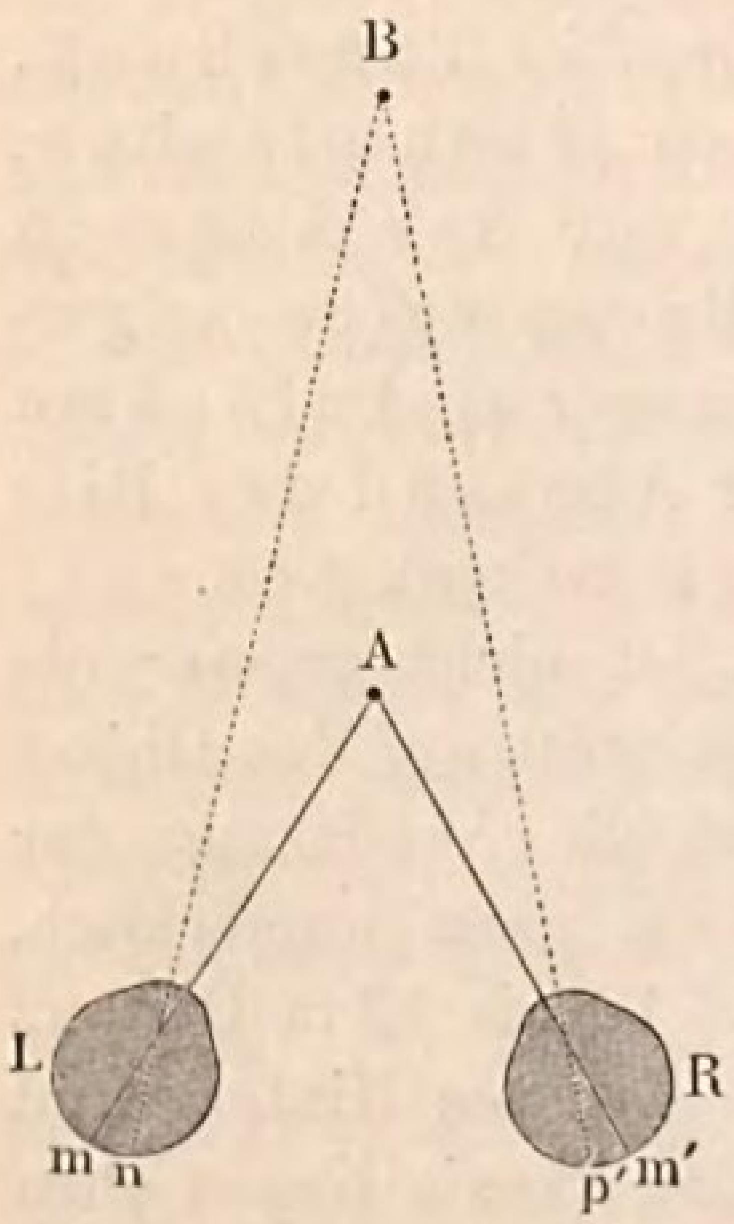


Fig. 367.

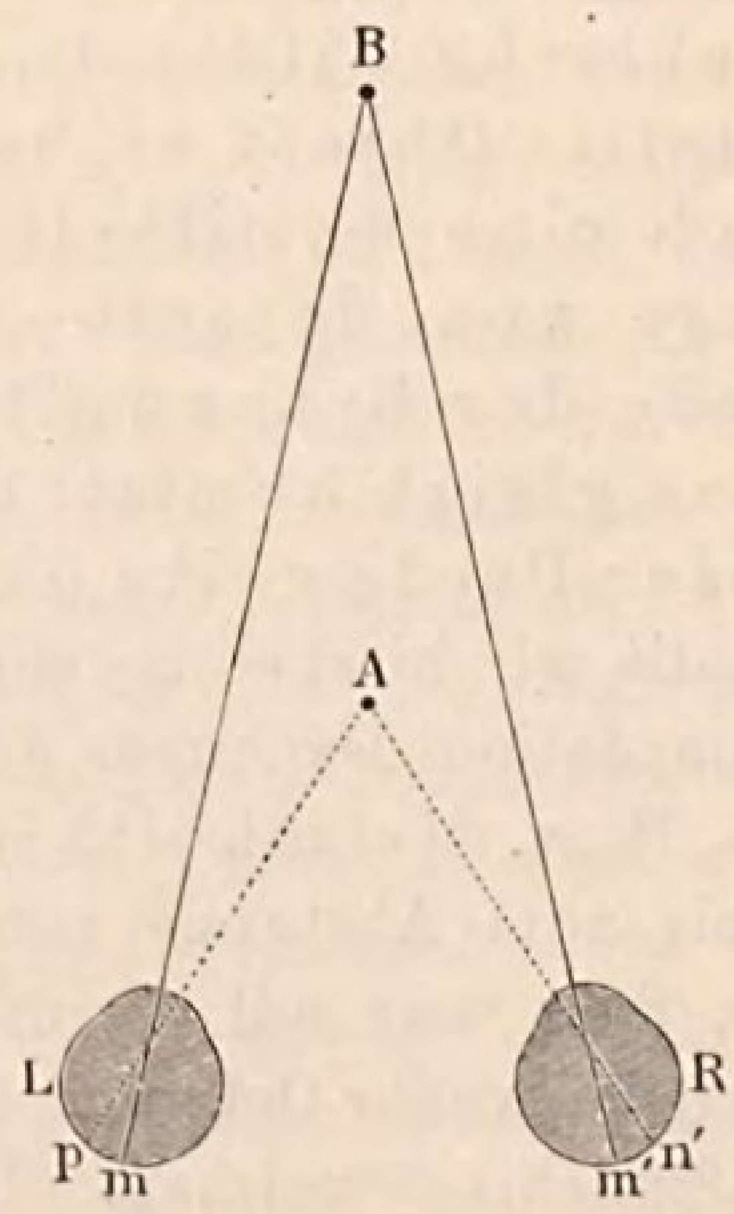
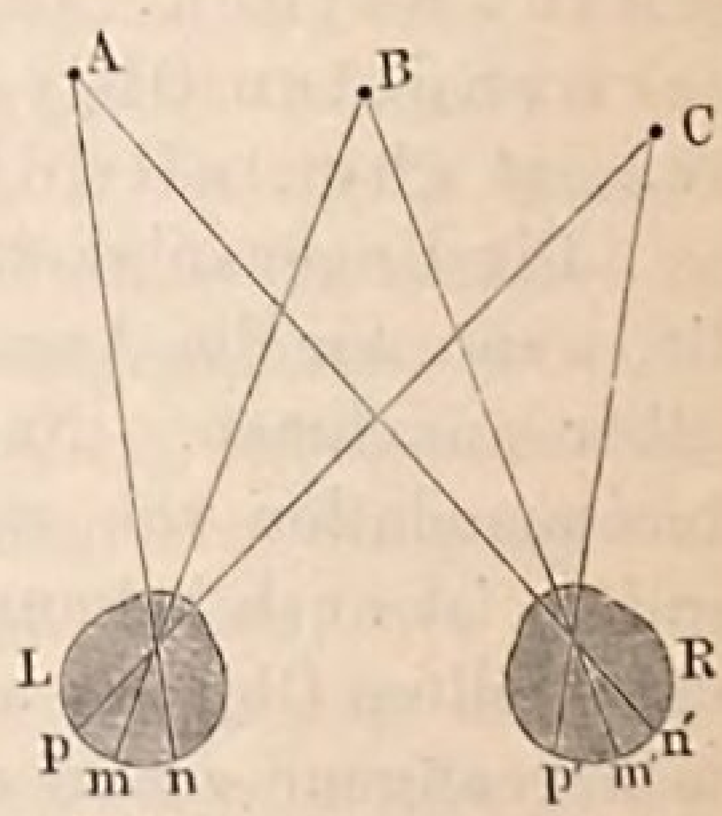


Fig. 368.



Mitte der Netzhaut; fixirt man nun den entfernteren Gegenstand *B*, wie dies in Fig. 367 dargestellt ist, so wird der Winkel der Augenaxen

[1]) Man kann dazu das Aufnahmeobjectiv selbst verwenden; besonders gut eignen sich nicht zu kleine planconvexe Linsen, deren plane Fläche man dem Auge zukehrt.

kleiner, und nun erscheint das Bild von B in jedem Auge auf der Mitte der Netzhaut.

Wenn A fixirt ist, wie in Fig. 366, so liegt das Bild von B im linken Auge rechts, im rechten aber links von der Mitte der Netzhaut; die Bilder n und p' liegen also in beiden Augen nicht auf entsprechenden Stellen der Netzhaut, und darin ist wohl auch der Grund zu suchen, warum der Gegenstand B hier doppelt gesehen wird. Da das Bild n im linken Auge rechts von m liegt, so erscheint uns B links von A zu liegen, während das rechte Auge den Gegenstand B rechts von A sieht, weil das Bild p' links von m' ist. Hat man den Gegenstand A mit beiden Augen so fixirt, dass man ihn einfach sieht, B aber doppelt erscheint, so kann man das linke oder rechte Bild von B verschwinden machen, je nachdem man die von B auf das linke oder rechte Auge fallenden Strahlen auffängt. Hat man hingegen den entfernteren Gegenstand B fixirt, so dass A doppelt gesehen wird, wie in Fig. 367, so verschwindet das rechts erscheinende Bild von A, wenn man einen Schirm zwischen A und das linke Auge bringt.

Um einen Gegenstand mit beiden Augen einfach zu sehen, ist es übrigens nicht nöthig, dass die beiden Augenaxen genau auf ihn gerichtet sind, dass also sein Bild in jedem Auge auf die Mitte der Netzhaut fällt, denn sonst könnte man ja nur einen einzigen Gegenstand einfach sehen, alles Andere würde doppelt erscheinen. Eine ganze Reihe von Gegenständen kann zu gleicher Zeit mit beiden Augen einfach gesehen werden, wenn sie nur ihre Bilder in beiden Augen auf entsprechende Stellen der Netzhaut werfen. In Fig. 368 stellen L und R wieder die beiden Augen dar, A, B und C drei verschiedene Gegenstände vor denselben; die Bilder der drei Gegenstände folgen sich in beiden Augen in derselben Ordnung; auf der Netzhaut beider Augen nämlich liegt das Bild von B in der Mitte, das Bild von C links, von A rechts. Weil die Netzhautbilder p und p' links von m und m' liegen, so erblicken beide Augen den Gegenstand C rechts von B; ebenso sehen beide Augen den Gegenstand A links von B, weil die Netzhautbilder n und n' rechts von m und m' liegen.

Diejenige Fläche, welche sämmtliche im Raume liegenden Punkte mit einander verbindet, die bei unverrückter Augenstellung trotzdem, dass sie auf der Netzhaut jedes Auges ein Bild entwerfen, dennoch einfach gesehen werden, ist die Horopterfläche.

Wenn man einen Gegenstand mit beiden Augen einfach sieht, wenn also sein Bild auf entsprechende Stellen beider Netzhäute fällt, so sieht man ihn heller als mit einem Auge; man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man einen Streifen von weissem Papier ansieht und vor das eine Auge einen dunklen Schirm so hält, dass für dieses Auge die eine Hälfte des Papierstreifens bedeckt wird; der Theil des Papieres, welcher mit beiden Augen zugleich gesehen wird, erscheint heller als die andere Hälfte, die man nur mit einem Auge sieht.

Der Grund, warum wir mit beiden Augen einfach sehen können, ist wohl jedenfalls ein innerer, also im Verlaufe der Nervenfasern zu suchen, und nicht eine Folge der Gewohnheit. „Beide Augen sind gleichsam zwei Zweige mit einfacher Wurzel, und jedes Theilchen der einfachen Wurzel ist gleichsam in zwei Zweige für beide Augen gespalten", sagt Müller, in dessen Schriften man auch Näheres über die verschiedenen Versuche findet, die zur Erklärung dieser wunderbaren Verkettung gemacht wurden.

Beim Betrachten naher Gegenstände bietet das Sehen mit zwei Augen ein wesentliches Mittel zur richtigen Schätzung der Entfernungen. Mit dem rechten Auge sehen wir einen nahen Gegenstand auf einen anderen Punkt des Hintergrundes projicirt als mit dem linken, und dieser Unterschied wird um so bedeutender, je näher der Gegenstand rückt. Während es leicht ist, eine Nähnadel einzufädeln, so lange man mit beiden Augen sieht, ist es äusserst schwierig, wenn man das eine Auge schliesst. Ein diesem entsprechender Vorlesungsversuch ist folgender: Man hänge einen Ring, dessen innerer Durchmesser ungefähr 5 cm beträgt, an einem Faden auf, wie Fig. 369 andeutet, und suche nun den gegen 60 cm langen Stab, Fig. 370, an seinem einen Ende *a* haltend, den am anderen Ende desselben angebrachten Haken in die Höhlung des Ringes hineinzustecken. Es gelingt dies sogleich, wenn man mit zwei Augen sieht, schliesst man aber das eine Auge, so wird man mit dem Haken bald vor, bald hinter den Ring fahren.

Fig. 369.

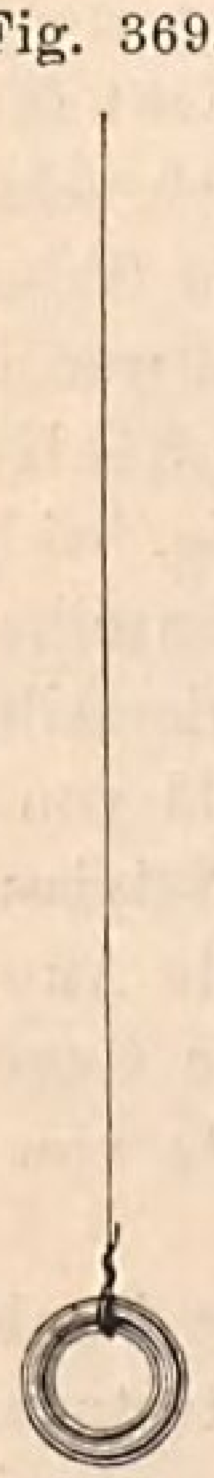
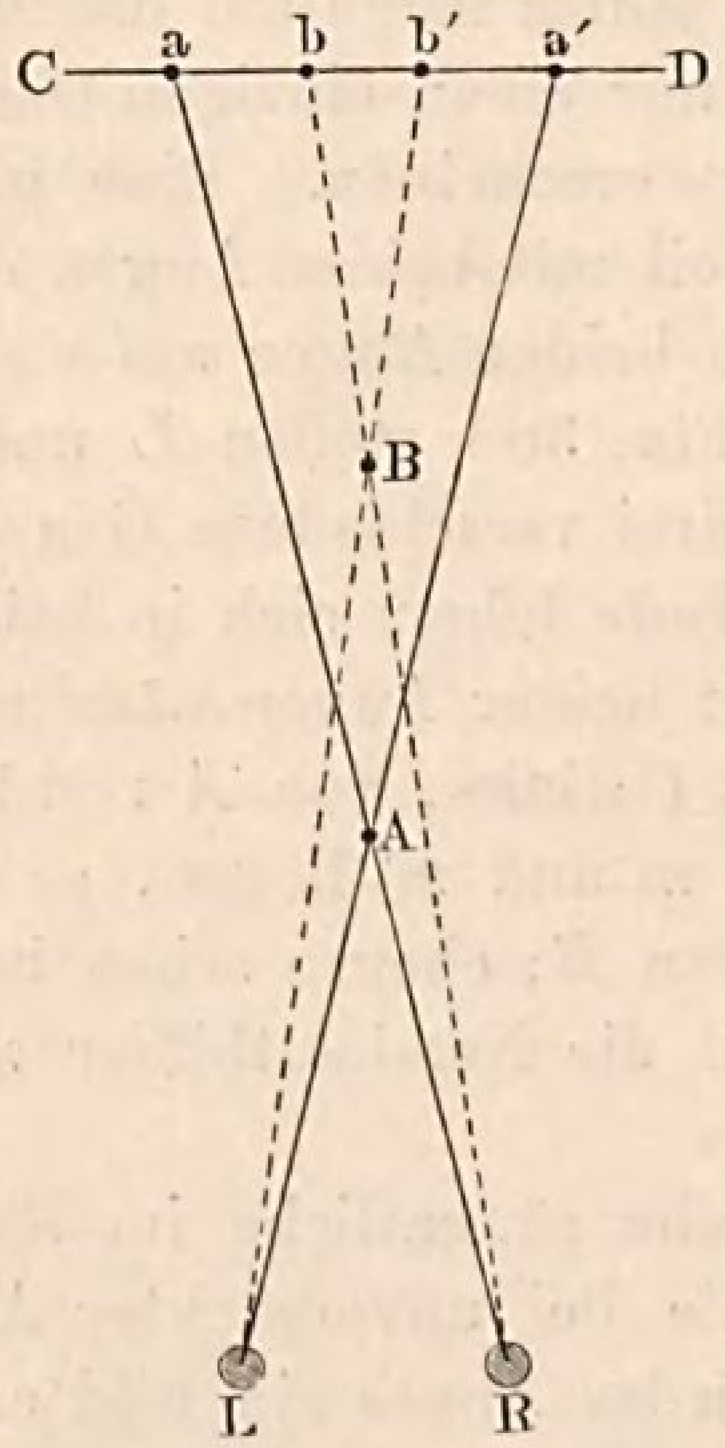


Fig. 370.



Fig. 371.



Der Grund davon ist folgender: wenn wir beide Augen auf einen nicht allzu weit entfernten Punkt richten, so machen die beiden Augenaxen einen Winkel mit einander, welcher um so kleiner wird, je weiter sich der Gegenstand entfernt, wie dies Fig. 371 erläutert, in welcher *A* einen näheren, *B* einen entfernteren Punkt bezeichnet. Die Grösse des Winkels, welchen die beiden Augenaxen mit einander machen und welchen wir Augenaxenwinkel oder Augenparallaxe nennen [1]), giebt uns also ein Maass für

[1]) Dieser Winkel wurde in früheren Auflagen als Gesichtswinkel bezeichnet; da aber diese Bezeichnung als identisch mit Sehwinkel gebraucht wird, so geben wir obigen Bezeichnungen den Vorzug.

die Entfernung der Gegenstände. — Wir können freilich diesen Augenaxenwinkel nicht messen, eine Schätzung desselben wird aber dadurch vermittelt, dass wir einen beliebigen Punkt, etwa A, mit dem rechten Auge an einer anderen Stelle des Hintergrundes CD projicirt sehen, als mit dem linken. Mit dem rechten Auge betrachtet, scheint uns nämlich der Punkt A gerade vor a, mit dem linken betrachtet, scheint er gerade vor a' zu stehen, oder mit anderen Worten, a und a' sind die Projectionen des Punktes A auf den Hintergrund CD für das rechte und für das linke Auge.

Der Abstand der beiden Projectionspunkte wird aber um so kleiner, je weiter sich der betrachtete Gegenstand vom Auge entfernt, je kleiner also der Augenaxenwinkel wird.

Für den entfernteren Punkt B sind b und b' die beiden Projectionen auf den Hintergrund; und diese beiden Projectionspunkte b und b' liegen einander näher als a und a'.

Einen complicirteren Apparat statt des Fig. 369 und 370 beschriebenen, bei welchem alle anderen Hilfsmittel der Distanzschätzung vollkommen ausgeschlossen sind, hat Hering construirt.

Es kommen also hier beim Sehen mit zwei Augen dieselben Hilfsmittel in Anwendung, mit Hilfe deren der Geometer die Entfernung unzugänglicher Punkte bestimmt, ein Verfahren, welches in der Geodäsie das Vorwärtseinschneiden genannt wird. An die Stelle der gemessenen Standlinie, von deren Endpunkten aus man nach dem fraglichen Punkte hinvisirt, tritt hier die Verbindungslinie der beiden Augen, und an die Stelle des Messens und Rechnens tritt die Schätzung, welche wir unbewusst ausführen und in welcher wir durch Uebung eine ziemliche Sicherheit erlangt haben.

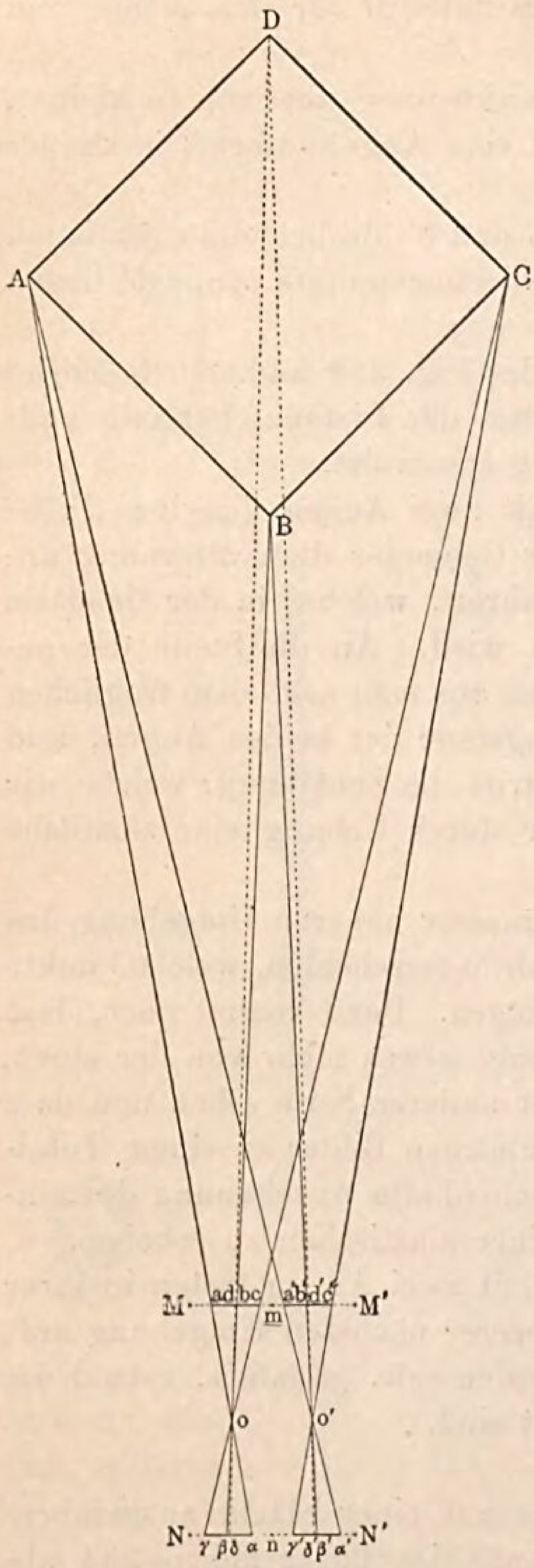
So lässt uns denn bei Betrachtung unserer näheren Umgebung das gleichzeitige Sehen mit zwei Augen deutlich unterscheiden, welche Punkte mehr vortreten und welche mehr zurückliegen. Dazu kommt noch, dass wir nahe Gegenstände mit dem rechten Auge etwas mehr von der einen, mit dem linken Auge etwas mehr von der anderen Seite sehen und dass gerade die Combination dieser etwas ungleichen Bilder zu einem Totaleindruck wesentlich dazu beiträgt, die flächenhafte Anschauung des einzelnen Auges zu einer körperlichen, zu einer plastischen zu erheben.

Die erwähnten Vortheile des Sehens mit zwei Augen treten in ihrer vollen Bedeutung nur bei Betrachtung unserer nächsten Umgebung auf; sie verschwinden, wie alsbald gezeigt werden soll, gänzlich, sobald die Gegenstände über 224 m von uns entfernt sind.

Theorie des Stereoskops. Das auf einer Fläche ausgeführte perspectivische Bild kann, selbst wenn alle im Paragraphen 234 abgeleiteten günstigen Bedingungen erfüllt sind, doch immer nur die Anschauung eines einzelnen Auges wiedergeben. Wie sehr auch durch richtige Perspective, durch naturgetreue Färbung und Schattirung, durch 236

die Berücksichtigung der Accommodation des Auges die naturgetreue Wiedergabe des abzubildenden körperlichen Objectes angestrebt wird, so muss doch die Gesammtwirkung aller dieser Hilfsmittel weit zurückbleiben hinter der viel mächtigeren Wirkung, die durch die gleichzeitige Benutzung beider Augen beim Anblick eines solchen körperlichen Objectes erzielt werden kann. Es ist nun aber möglich, durch Combination zweier von verschiedenen Standpunkten aufgenommener perspectivischer Bilder eines und desselben körperlichen Gegenstandes, von denen das eine nur mit dem rechten, das andere nur mit dem linken Auge betrachtet wird, eine der Wirklichkeit sehr nahe kommende plastische Darstellung zu gewinnen. Erzeugt nämlich das eine dieser Bilder auf der Netzhaut des rechten, das andere auf der des linken Auges genau dasselbe Bildchen, welches von dem Objecte erzeugt worden wäre, das durch die vor die Augen gehaltenen Bilder dargestellt wird, so müssen sich offenbar die durch diese Bildchen erzeugten Eindrücke zu demselben körperlichen Totaleindruck vereinigen, welchen das directe Besehen des Objectes hervorgerufen hätte.

Fig. 372.

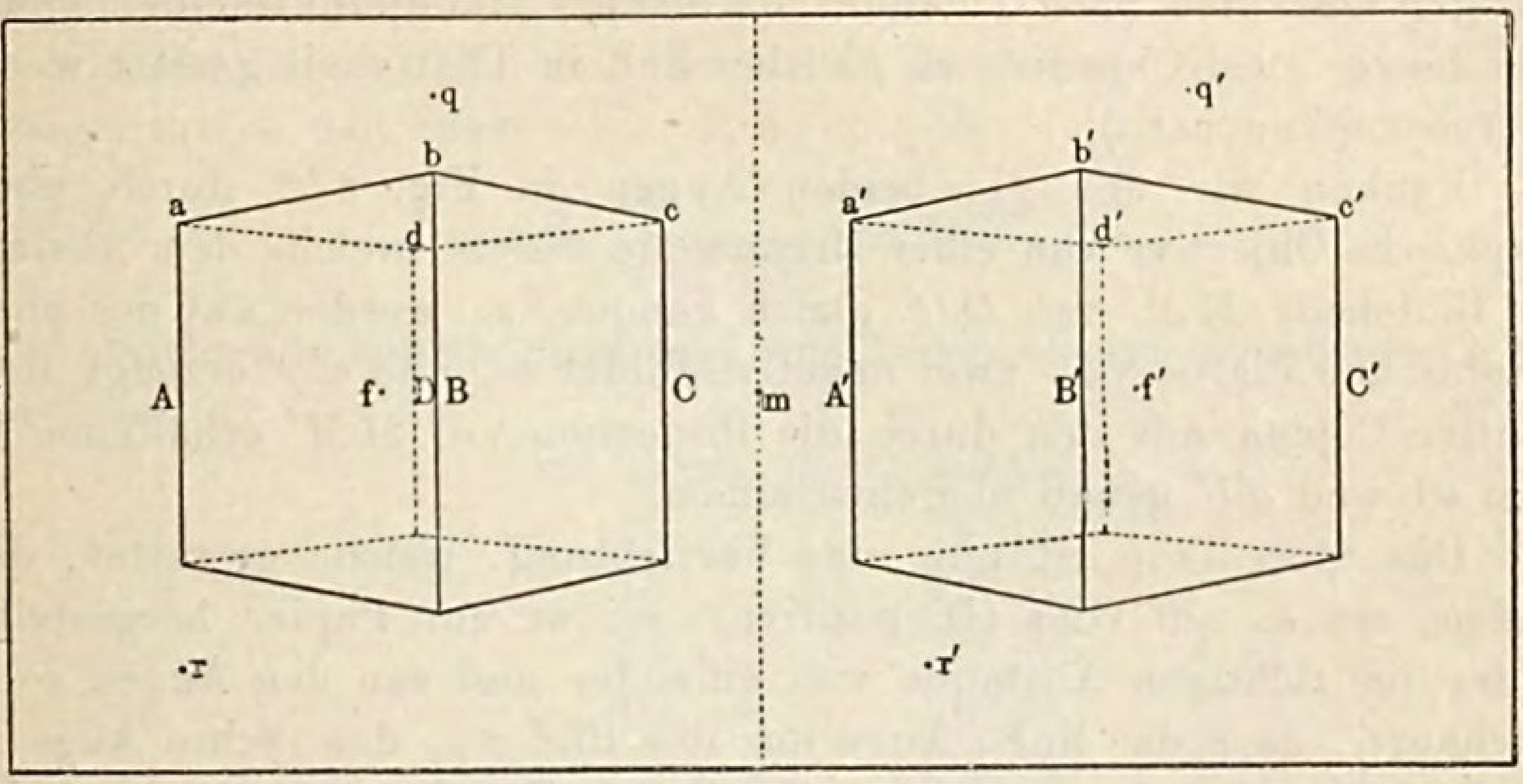


Je zwei solcher neben einander befindlicher Bilder eines Objectes, die gleichzeitig, und zwar jedes für sich, mit einem Auge besichtigt, eine körperliche Vorstellung dieses Objectes geben, werden Stereoskopbilder genannt.

Die Fig. 372 stelle wieder den Grundriss eines Würfels vor, der dem Beschauer eine verticale Kante zukehrt. *o* und *o'* seien die Knotenpunkte der beiden Augen des Beschauers. Die Entfernung der optischen Axen derselben beträgt im Mittel 65 mm (die Figur ist in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse gezeichnet). Wir denken uns beide Augenaxen parallel und horizontal in halber Höhe des Würfels. Durch Ziehen der Hauptstrahlen von sämmtlichen Würfelecken nach *o* und *o'* erhalten wir auf einer gedachten Bildebene *MM'* die beiden perspectivischen Bilder *adbc* und *a'b'd'c'*, welche in Fig. 373 in natürlicher Grösse gezeichnet sind. Sie

unterscheiden sich von einander dadurch, dass das linksseitige Bild den Anblick des linken Auges, das rechtsseitige den des rechten Auges darstellt. Die Verlängerung der parallelen Augenaxen trifft das Doppelbild in den beiden Augpunkten f und f', deren Entfernung gleich der Augendistanz, also (im Mittel) ebenfalls = 65 mm beträgt. Strahlen, welche von irgend einem unendlich fernen Punkte gegen o und o' gezogen werden und deshalb als parallel anzusehen sind, durchsetzen die Bildebene stets

Fig. 373.



in zwei Punkten, die ebenfalls dieselbe horizontale Entfernung $= ff'$ = 65 mm haben, so z. B. die Punkte q und q', r und r', M und m. Solche Punkte werden c o n j u g i r t e F e r n p u n k t e genannt.

Die von einem und demselben e n d l i c h entfernten Objectpunkte aus gezogenen Hauptstrahlen durchsetzen die Bildebene in conjugirten Punkten, die n ä h e r an einander liegen, als die conjugirten Fernpunkte, und zwar desto näher, je weiter nach vorn der Objectpunkt liegt. So z. B. liegen b und b' näher an einander, als a und a', diese näher als d und d'. Ebenso wie unendlich ferne Objectpunkte werden sich mit praktisch genügender Annäherung auch solche Punkte verhalten, welche über 224 m vom Beobachter abstehen. Setzen wir nämlich den kleinsten vom Auge eben noch wahrnehmbaren Sehwinkelunterschied gleich einer Bogenminute, so ergiebt sich für einen Augenabstand = 65 mm diejenige Entfernung eines Punktes, für welchen die Parallaxe der Augen eben verschwindend klein wird, aus der Gleichung:

$$E = \frac{65 \text{ mm}}{2 \, tang \, 30''} = 224 \text{ m};$$

für alle merklich über 200 m entfernten Gegenstände giebt es daher ohne besondere Hilfsmittel kein stereoskopisches Sehen mehr und haben demnach auch stereoskopische Bilder, auf denen keine näheren Punkte vorkommen, keinen Zweck, da sie sich nicht von einander unterscheiden.

Um eine a u f f a l l e n d m e r k l i c h e Ungleichheit der Bilder und demgemäss eine kräftige stereoskopische Wirkung zu erzielen, müssen an

dem darzustellenden Objecte solche Punkte vorkommen, welche bedeutend näher als 200 m sind, womöglich bis auf 20 oder 10 m oder mehr sich dem Beschauer nähern. Es eignen sich demnach Landschaften mit Fernsichten ohne Vordergrund nicht für das Stereoskop.

Die Anfertigung der Stereoskopbilder geschieht entweder, wie in Fig. 373 durch Construction oder, wie immer bei natürlichen oder complicirten Objecten, durch photographische Aufnahme von zwei um die Augendistanz entfernten Standpunkten [1]), wobei entweder mit einem einzigen Objective nach einander die beiden Standpunkte eingenommen oder besser zwei Objective zu gleicher Zeit in Thätigkeit gesetzt werden (Stereoskopkammern).

Denken wir uns die beiden Augen in Fig. 372 durch photographische Objective von einer Brennweite ersetzt, welche dem Abstande der Bildebene MM' von OO' gleich kommt, so werden auf der photographischen Platte NN' zwei negative Bilder $\alpha\gamma$ und $\alpha'\gamma'$ erzeugt, deren positive Copien mit den durch die Projection auf MM' erhaltenen Bildern ab und $a'b'$ genau übereinstimmen.

Das Stereoskop ist nun eine Vorrichtung, welche gestattet, diese beiden, sei es auf Glas (Diapositive), sei es auf Papier hergestellten Bilder im richtigen Abstande von einander und von den Augen so anzuschauen, dass das linke Auge nur das Bild $\alpha\gamma$, das rechte Auge nur das Bild $\alpha'\gamma'$ zu sehen vermag. Zu diesem Zwecke müssen die beiden Bilder $\alpha\gamma$ und $\alpha'\gamma'$ bei m auseinander geschnitten und in vertauschter Anordnung in die Ebene MM' eingesetzt werden, so dass also der Punkt α auf a, γ auf c, und α' auf a', γ' auf c' zu liegen komme. Eine in der Symmetrieebene aufgestellte Scheidewand hindert die Augen über Kreuz das nicht zugehörige Bild anzuschauen. Eine dazu geeignete einfache, von Frick angegebene Vorrichtung zeigt Fig. 374; ab ist die Unterlage für die Bilder, cd die Scheidewand. Die Augen werden an den Rand des verticalen Brettchens angesetzt.

Fig. 374.

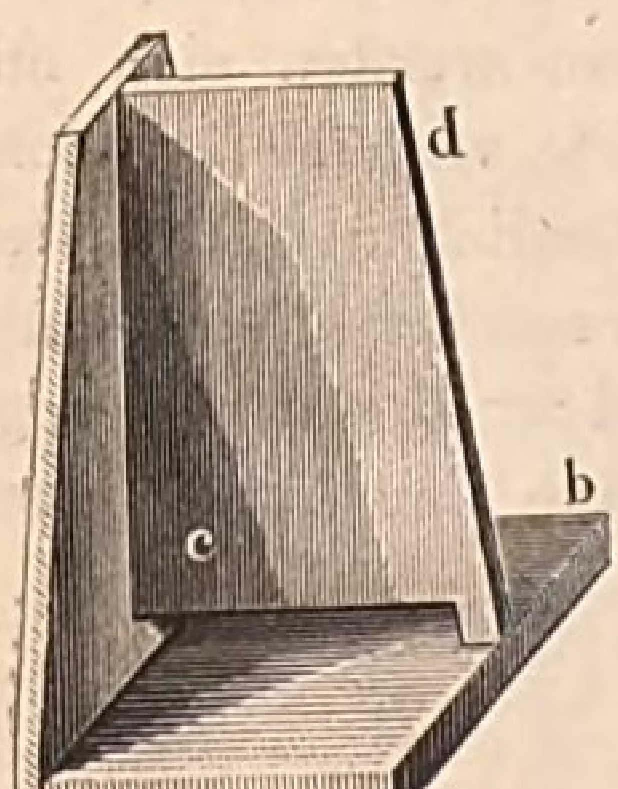
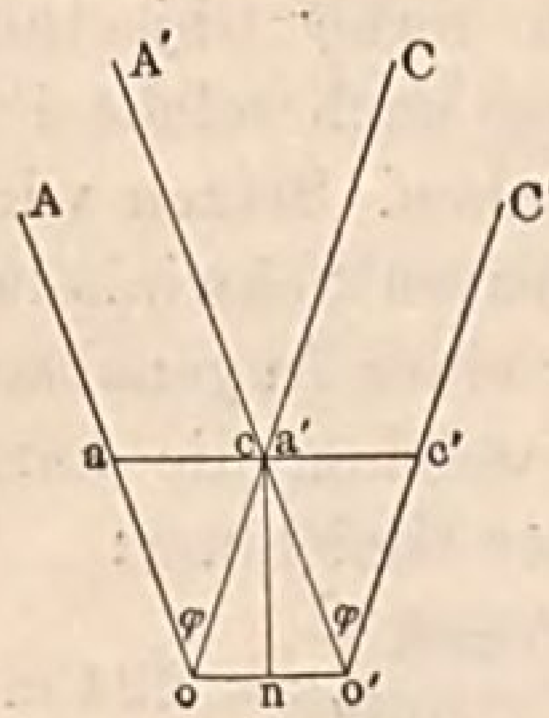


Fig. 375.



Dieser einfachste stereoskopische Apparat hat aber noch mancherlei Unvollkommenheiten und Uebelstände an sich. Sollen die Bilder deutlich gesehen werden, so dürfen sie nicht näher als auf die kleinste deutliche Sehweite an die Augen herangeschoben sein. Dann aber ergiebt sich, damit die Bilder sich nicht überdecken, die Nothwendigkeit, den Seh-

[1]) Ueber stereoskopische Aufnahmen in grösserer Distanz als in Augenweite und die Möglichkeit, damit auch über 224 m entfernte Objecte stereoskopisch darzustellen (Telestereoskopie), wird im §. 238 abgehandelt.

winkel derselben relativ klein zu wählen; macht man dagegen den Sehwinkel der Bilder genügend gross, so wird wiederum die Brennweite zu kurz. Um dies einzusehen, beachte man die Fig. 375; *o* und *o'* bedeuten die Augen, deren Abstand $o o' = 65$ mm beträgt. $A o C$ und $A' o' C'$ seien die horizontalen Sehwinkel, welche das Gesichtsfeld einschliessen (die Visirstrahlen $o A$ und $o' A'$, sowie $o C$ und $o' C'$ können als angenähert parallel angesehen werden). ac und $a'c'$ sind die grösstmöglichen Bilder, welche sich noch nicht überdecken. Offenbar ist ihre Breite ac gleich dem Augenabstande $o o'$.

Bezeichnen wir die Bilddistanz = Brennweite mit f, den Augenabstand mit d, den Sehwinkel mit φ, so gilt:

$$tang \frac{\varphi}{2} = \frac{d}{2f} = \frac{32{,}5}{f};$$

die nachfolgende Tabelle giebt nun eine Reihe zusammengehöriger Werthe von f und φ:

$f =$ 25 cm,	$\varphi = 26^0\,13'$
20 „	$29^0\,12'$
15 „	$32^0\,37'$
12 „	$34^0\,52'$
10 „	$36^0\,27'$
9 „	$37^0\,15'$
8 „	$38^0\;\;5'$
7 „	$38^0\,55'$
6 „	$39^0\,46'$

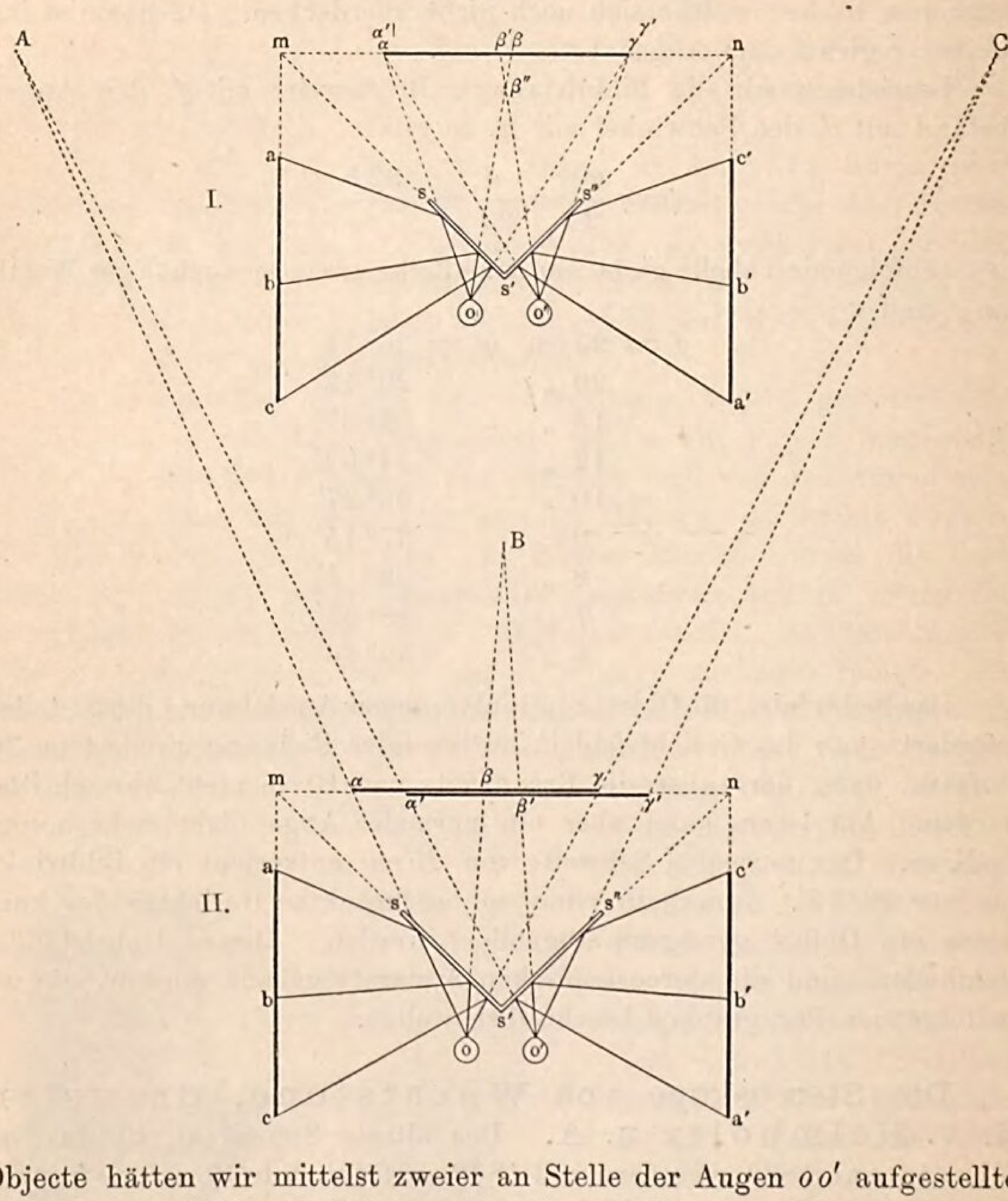
Das Bedürfniss, die Objecte in hinlänglicher Ausdehnung darzustellen, erfordert, dass das Gesichtsfeld in horizontaler Richtung mindestens 36^0 umfasse, dann darf aber die Brennweite von 10 cm nicht überschritten werden. Auf 10 cm kann aber ein normales Auge nicht mehr accommodiren. Der normalen Sehweite von 25 cm entspricht ein Bildwinkel von nur $26^0\,13'$. Innerhalb eines so beschränkten Gesichtsfeldes kann selten ein Object genügend abgebildet werden. Diesen Uebelständen abzuhelfen, sind die stereoskopischen Apparate gebaut worden, die wir im folgenden Paragraphen beschreiben wollen.

Die Stereoskope von Wheatstone, Brewster, H. v. Helmholtz u. A. Das älteste Stereoskop ist das von Wheatstone 1833 erfundene und 1838 ausführlich beschriebene Spiegelstereoskop [1]). Dieses einfache Instrument besteht aus zwei unter rechtem Winkel zu einander geneigten Planspiegeln ss' und $s's''$, Fig. 376, I u. II (a. f. S.), deren spiegelnde Flächen nach aussen gerichtet sind; *o* und *o'* 237

[1]) Die erste Nachricht findet sich in H. Majo, Outlines of human physiology, p. 288, die ausführliche Beschreibung in Philosoph. Transactions 1838, P. II, 371—394. Eine Zusammenstellung der Literatur über Stereoskopie in H. v. Helmholtz' Handb. d. phys. Optik, 1. Aufl., S. 692.

sind die Augen, *abc* ist das eine, *a'b'c'* das andere Bild. Von diesen beiden Bildern entstehen in bekannter Weise virtuelle Spiegelbilder in der Ebene *mn*, die sich über einander lagern, deren jedes aber nur vom zugehörigen Auge gesehen wird. Beachten wir zunächst Fig. 376, II. Das darzustellende Object sei wiederum ein übers Eck stehender Würfel, von dem wir aber nur die Kanten *A*, *B* und *C* sehen. Von diesem

Fig. 376.



Objecte hätten wir mittelst zweier an Stelle der Augen $o\,o'$ aufgestellter Objective zwei Negativbilder aufzunehmen, deren positive Copien wir vertauschen, um die Stereoskopbilder zu bekommen. In diesen Bildern wird in dem fürs linke Auge bestimmten die vorliegende Kante *b* rechts von der Mitte, also gegen *c* stehen, im rechtsseitigen Bilde aber wird *b'* links von der Mitte, also näher an *a'* stehen. Da die Spiegel aber selber die Bilder von rechts nach links umkehren, so muss man im Allgemeinen von den Negativen umgekehrte positive Copien fertigen; in unserem

Falle eines symmetrischen Objectes würde es genügen, sowohl die Vertauschung als auch die Umkehrung zu unterlassen, da sie sich compensiren. Die definitiven Bilder werden also, wie in der Figur angedeutet, so erscheinen, dass links b näher an c, rechts b' näher an a' liegt. Schiebt man diese Bilder in den Kasten, der das Instrument umschliesst, so weit hinein, dass $am = \alpha m$ und $c'n = \gamma'' n$ wird, so erhalten die virtuellen Bilder $\alpha\beta\gamma$ und $\alpha'\beta'\gamma'$ die richtige Lage, in der sie den beiden Augen alle ihre Punkte in denselben Richtungen erscheinen lassen, in welchen die correspondirenden Punkte des Objectes ABC selber erscheinen. Es muss daher ein stereoskopischer Effect entstehen, der nur durch den Umstand beeinträchtigt wird, dass die Augen, um die virtuellen Bilder deutlich zu sehen, auf die normale Sehweite accommodirt sein müssen, während das darzustellende Object weiter entfernt liegt, wo es eine andere Accommodation verlangt.

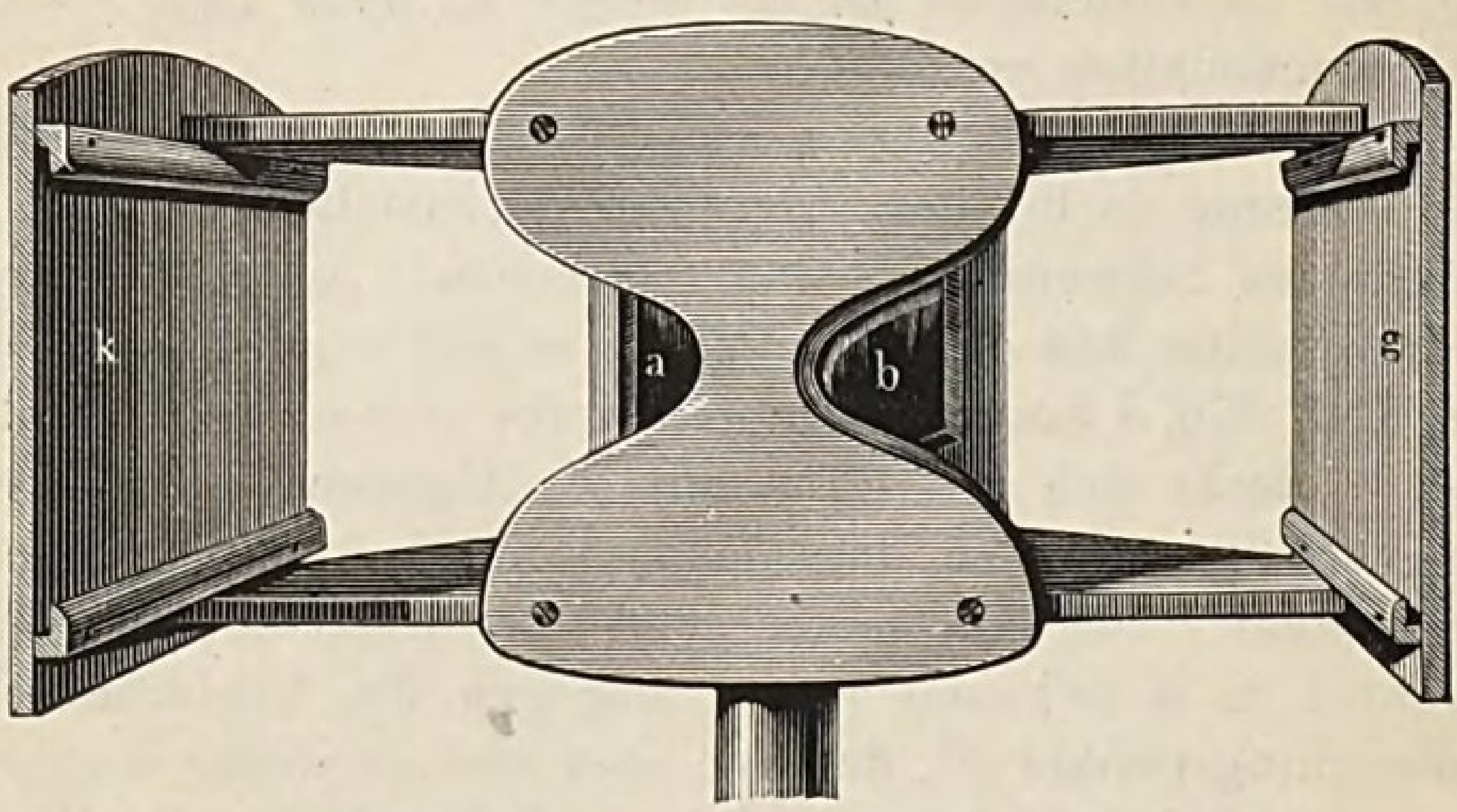
Es könnte demnach zweckmässig erscheinen, die virtuellen Bilder ganz zur Deckung zu bringen, damit das darzustellende Object ebenfalls in der normalen Sehweite erscheine. Ziehen wir zu diesem Zwecke die Bilder etwas weiter von den Eckpunkten m und n zurück, bis sie in die Lage der Fig. 376, I kommen, so fallen die Grenzen der Bilder über einander, α deckt sich mit α', γ mit γ', dagegen sind β und β' an einander vorbeigerückt, so dass jetzt β' links und β rechts von der Mittellinie steht. Der Beobachter sieht also jetzt die beiden äusseren Würfelkanten in α (α') und γ (γ'), dagegen die Vorderkante in dem Durchschneidungspunkte β'', der nun aber viel zu wenig weit nach vorn liegt, um ein richtiges Relief zu geben, in Folge dessen der Würfel flach gedrückt erscheint. Das ist auch ganz erklärlich. Die Bilder passen jetzt nicht mehr, weil sie nicht in jener Distanz aufgenommen wurden, welche ihrer jetzigen Lage entspricht. Dieselbe würde erfordern, dass wir die Aufnahme in 25 cm Distanz der Objective von dem Objecte machen, wobei Bild und Object gleiche Ausdehnung haben. Die Vorderkante b wäre dann in den Bildern viel mehr aus der Mitte abgewichen, die virtuellen Bilder von b und b' wären dann weiter auseinander gefallen, als $\beta'\beta$ in Fig. 376, I, und in Folge dessen wäre der Durchschneidungspunkt β'' weiter nach vorn gerückt, und daher auch das Bild nicht so flach gedrückt erschienen.

Würde man die Bilder ac und $a'c'$ in Fig. 376, II, statt sie zurückzuziehen, noch weiter um gleiche Strecken gegen die Ecken m und n hineinschieben, so würden die Punkte α und γ'' um ebensolche Strecken den Ecken m und n sich nähern. Es muss dann eine Stellung kommen, für welche die Richtung der Visirstrahlen $o\alpha$ und $o'\alpha'$ parallel wird, ebenso wie jene der Visirstrahlen $o\gamma$ und $o'\gamma'$. Dieselben schneiden sich im Unendlichen. Dieser Fall entspricht der Bedingung, dass wir es mit stereoskopischen Bildern weit entfernter Objecte (Landschaften) zu thun haben. Man sieht also, dass dasselbe Stereoskop zur Darstellung von nahen und von entfernteren Objecten dienen kann, nur müssen die Bilder

in dieser Entfernung vom Objectiv aufgenommen und richtig eingeschoben sein. Es ist klar, dass man in der normalen Sehweite und überhaupt auf kürzere Entfernungen nur kleinere Objecte (Krystalle, Modelle, kleine naturhistorische Objecte) aufnehmen und im Stereoskop darstellen kann; für grössere Objecte (Gebäude, Landschaften) muss man grössere Aufnahmedistanzen wählen. Im letzteren Falle hat man stets mit dem Uebelstande zu thun, dass das Auge auf andere Distanz accommodirt sein muss, als auf jene, in der das Object erscheinen soll.

Fig. 377 zeigt ein solches Wheatstone'sches Stereoskop in perspectivischer Darstellung in $^1/_5$ der natürlichen Grösse; *a* und *b* sind die Spiegel, bei *k* und *g* werden die Bilder eingeschoben. Ein Missstand ist,

Fig. 377.

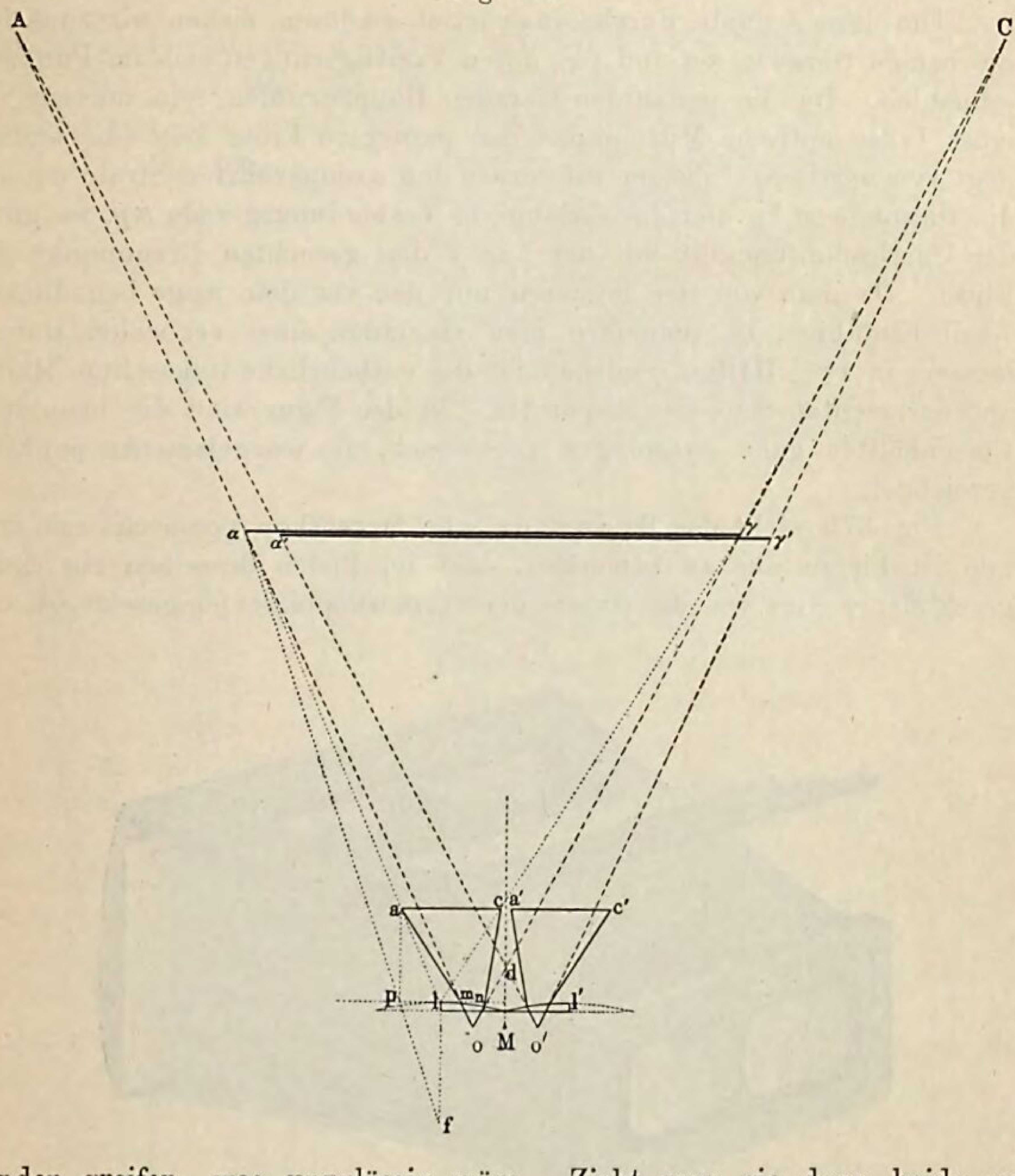


dass es oft Schwierigkeiten macht, beide Bilder gleich gut zu beleuchten, sowie gute Planspiegel zu beschaffen, welche nicht doppelte Bilder geben. Der Uebelstand, dass man bei der Darstellung entfernter Objecte auf die nahe Distanz der virtuellen Bilder accommodiren muss, könnte durch Vorsetzung geeigneter Convexlinsen behoben werden; dann aber werden die Spiegel überhaupt überflüssig, weil man diesen Linsen auch die Aufgabe der Vorsetzung der virtuellen Bilder übertragen kann. Dadurch wird man auf die Construction des nun zu beschreibenden Brewster'schen Stereoskops geführt.

Das Linsenstereoskop von Brewster (1843). In Fig. 378, welche in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse angefertigt ist, bedeuten *A* und *C* die äussersten Grenzen des abzubildenden Objectes nach links und rechts, *o* und *o'* die Knotenpunkte der beiden Augen im gegenseitigen Abstande von 65 mm (in der Figur 6,5 mm). Die von *o* und *o'* nach *C* und *A* ausgehenden Visirlinien durchkreuzen sich in *d* im Abstande $Md = 60$ mm (in der Figur 6 mm). In diesem Abstande angebrachte Bilder von der Breite $= 60$ mm, mit 60 mm Brennweite aufgenommen, würden den entsprechenden stereoskopischen Effect geben, da sie genau unter demselben Gesichtswinkel erscheinen würden, wie das Object *AC* selbst. Aber so kleine Bilder, mit so kurzer Brennweite aufgenommen, stehen

selten zur Verfügung und würden überdies von einem normalen Auge in diesem Abstande nicht deutlich gesehen werden. Angenommen, man habe statt dessen grössere, weil mit grösserer Brennweite aufgenommene Bilder zur Verfügung, so würde es zwar eine solche Stellung für jedes dieser Bilder geben, wo dessen Visirstrahlen sich mit jenen nach A und C decken, aber die beiden Bilder würden in diesen Stellungen über ein-

Fig. 378.



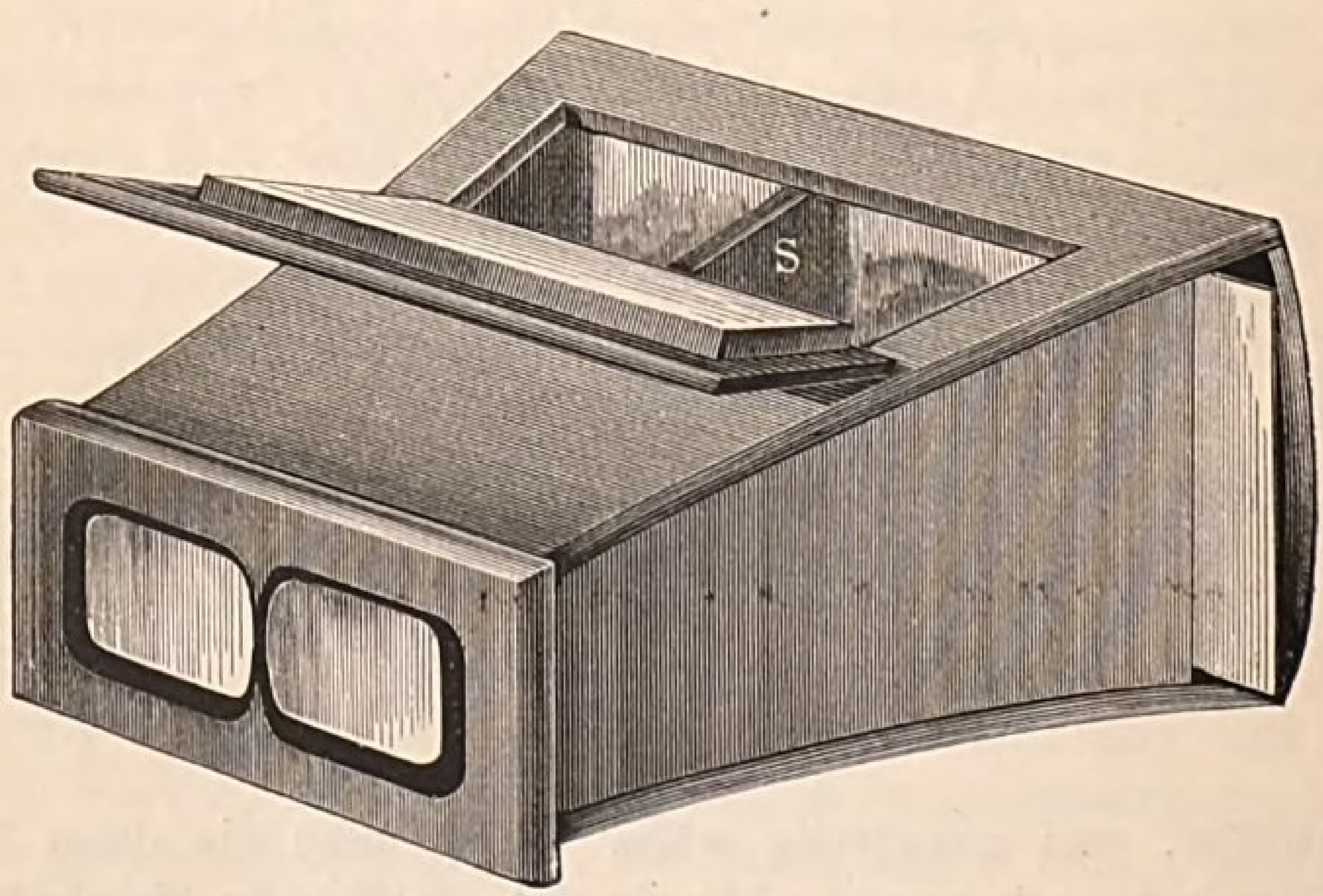
ander greifen, was unzulässig wäre. Zieht man sie dann beide um gleiche Strecken nach aussen, bis sie sich nicht mehr überdecken, vielleicht nicht einmal mehr berühren, wie z. B. die Bilder ac und $a'c'$ in der Figur, so liegen die Punkte a, a' nicht mehr in der geforderten Richtung oA beziehungsweise $o'A$ und ebenso die Punkte c, c' nicht in der Richtung oC, $o'C$, die Bilder können daher nicht das Object AC darstellen. Es handelt sich demnach um die Aufgabe, zwei Linsen l und l' von solcher Lage und solcher Brennweite vor den Augen aufzustellen,

dass durch dieselben von den wirklichen Bildern *ac* und *a'c'* virtuelle Bilder $\alpha\gamma$ und $\alpha'\gamma'$ in gewünschtem Abstande und in solcher Lage entstehen, dass deren Gesichtslinien mit denen des Objectes *AC* sich decken, bei welchen es dann gleichgültig ist, ob sie über einander greifen, da ihnen ja doch keine reelle Existenz zukommt. Mit anderen Worten, die Linsen sollen die von *a* und *c* ausgehenden Strahlen so ablenken, als ob sie von *A* und *C* kämen.

Um diese Aufgabe durch Construction zu lösen, ziehen wir zunächst die beiden Geraden αa und γc, deren Verlängerungen sich im Punkte *l* schneiden. Da die genannten Geraden Hauptstrahlen sein müssen, so muss *l* der optische Mittelpunkt der gesuchten Linse sein (die andere liegt symmetrisch). Ziehen wir ferner den axenparallelen Strahl *ap* auf die Hauptebene *lp* und die verlängerte Verbindungsgerade αp, so giebt der Durchschnittspunkt mit der Axe *f* den gesuchten Brennpunkt der Linse. Da man von der letzteren nur den vor dem Auge befindlichen Theil benöthigt, so schneidet man sie längs eines verticalen Durchmessers in zwei Hälften und benutzt die entbehrliche linksseitige Hälfte auf der rechten Seite des Apparates. In der Figur sind die benutzten Linsenhälften ganz ausgezogen gezeichnet, die weggelassenen punktirt gezeichnet.

Fig. 379 stellt das Brewster'sche Stereoskop perspectivisch dar, und ist hierzu nur zu bemerken, dass im Boden desselben ein mattgeschliffenes Glas von der Grösse der Stereoskopbilder eingesetzt ist, um

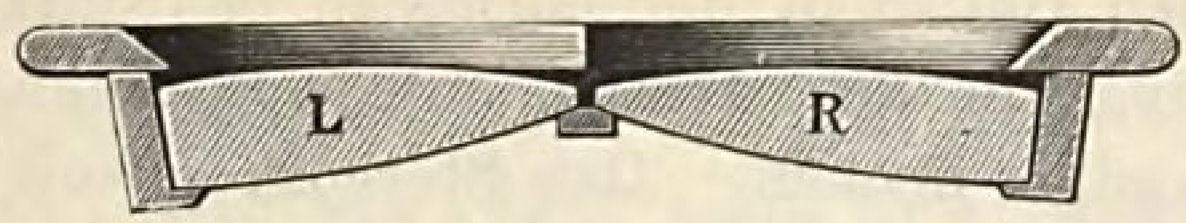
Fig. 379.



durchsichtige Bilder benutzen zu können, ferner, dass auf einer der grösseren Seitenwände ein aufklappbarer Spiegel angebracht ist, welcher, in eine gewisse Stellung gebracht, eine genügende Beleuchtung undurchsichtiger Bilder bewirkt. Einen Durchschnitt durch den Deckel des Stereoskops zeigt Fig. 380, aus welcher die Befestigungsart der halben Linsen *L* und *R* von 15 cm Brennweite ersehen werden kann.

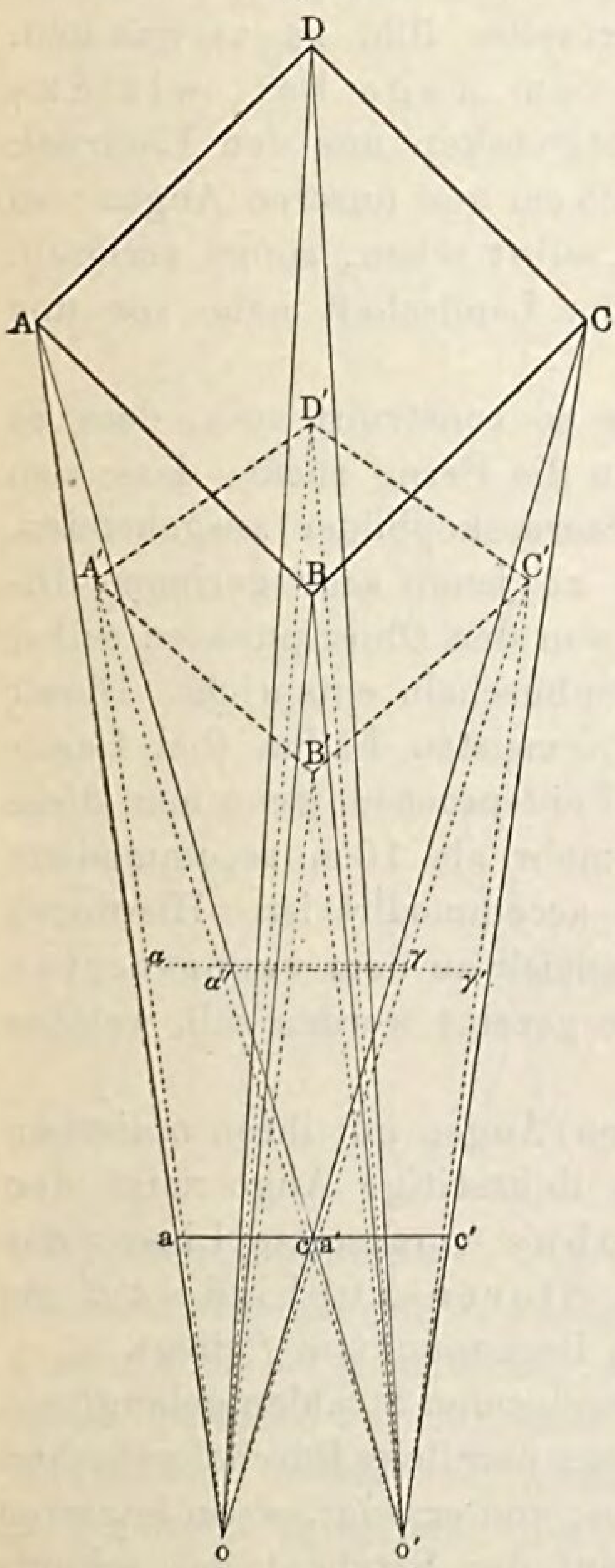
Die eben beschriebene, sehr verbreitete Construction des Brewster'schen Stereoskops hat zwei Nachtheile. Zunächst ist ersichtlich, dass in jedem solchen Instrumente nur solche Bilder mit vollem Erfolge

Fig. 380.



benutzt werden können, welche zu demselben passend hergestellt worden sind. Nun trifft man aber im Verkehre Stereoskopbilder, welche, abgesehen von dem später zu besprechenden Fehler, dass sie mit zu grosser wechselseitiger Entfernung der Objective aufgenommen wurden, in den Brennweiten variiren und bei denen auch oft die Einzelbilder in verschiedenen Entfernungen ihrer Augenpunkte von einander aufgeklebt oder hergestellt sind. Solche nicht zum Instrumente passende Bilder geben dann verzerrte Darstellungen des Objectes. Um dies zu zeigen, ist in Fig. 381 der Fall dargestellt, wo das Doppelbild $a c a' c'$ in einem Stereoskop angesehen wird, dessen Linsenaxen ein wenig zu weit von einander abstehen, in Folge dessen die virtuellen Bilder $\alpha \gamma$ und $\alpha' \gamma'$ zu sehr nach einwärts zu liegen kommen. Es entsteht dann an Stelle des darzustellenden Quadrates $ABCD$ das Deltoid $A'B'C'D'$ (alle näheren Theile des Objectes, z. B. der Vordergrund der Landschaft, werden stärker nach vorn gezogen als die entfernteren). Eine ähnliche Verzerrung würde man erhalten, wenn in diesem Stereoskop ein Doppelbild betrachtet würde, dessen Augenpunkte einander zu stark genähert sind, was vorkommt, wenn man die Bilder vor dem Aufkleben zu stark beschnitten und dann einander berührend aufgeklebt hat. Die Nichtbeachtung dieses Umstandes hat der Stereoskopie manchen Eintrag gethan [1]).

Fig. 381.



[1]) Eine ausführliche Darstellung der durch falsch construirte Stereoskope oder unpassend hergestellte Bilder bewirkten Verzerrungen nebst Anleitung zur richtigen Herstellung derselben findet sich in der trefflichen Broschüre von Dr. F. Stolze, „Die Stereoskopie und das Stereoskop", Halle a. S. 1894.

Der andere, meist vorhandene, aber vermeidbare Fehler des Apparates (der bei dem Wheatstone'schen Stereoskop unvermeidlich ist, wenn man nicht Linsen zu Hülfe nimmt) beruht auf der ganz irrthümlichen, aber verbreiteten Vorstellung, es sei die Aufgabe des Stereoskops, die beiden virtuellen Bilder in der normalen Sehweite, oder überhaupt in kurzer Entfernung von dem Instrumente auf einander zu projiciren, so dass sie sich daselbst decken. Das Stereoskop soll uns ja doch den natürlichen Anblick des Objectes möglichst getreu wiedergeben. Nun sehen wir aber eine Landschaft oder ein architektonisches Object etc. doch nicht in der normalen Sehweite von 25 cm, ja überhaupt nicht in allernächster Nähe. Schon im §. 234 wurde gezeigt, welche Vortheile es gewährt, ein in der Nähe mit einem Auge besehenes perspectivisches Bild mittelst einer Convexlinse in ein virtuelles Bild zu verwandeln, welches nahe denselben Abstand vom Auge hat, wie das darzustellende Object. Wenn ein Stereoskop uns den Eindruck hervorruft, eine Landschaft befinde sich 25 cm vor unseren Augen, so geht die Illusion, dass wir die Landschaft selbst sehen, sofort verloren, wir glauben vielmehr ein kleines Modell der Landschaft nahe vor uns zu sehen.

Das Stereoskop soll demnach vielmehr so construirt sein, dass es die virtuellen Bilder der Stereoskopbilder in die Ferne rückt, dass also die Divergenz der von den Punkten der Stereoskopbilder ausgehenden, die Pupille treffenden Strahlenbüschel bis zu jener sehr geringen Divergenz herabgemindert wird, welche den von den Objectpunkten selbst ausgehenden, ins Auge gelangenden Strahlenbüscheln entspricht. Dieser Bedingung wird in der Praxis in den allermeisten Fällen (bei Landschaftsbildern immer) vollkommen genügend entsprochen, wenn man diese Divergenz = Null macht, weil das auf mehr als 10 m accommodirte Auge gleichzeitig sehr nahe auf Unendlich accommodirt ist. Hierdurch werden weitere Vortheile gewonnen, wie sogleich an dem verbesserten Linsenstereoskop von H. v. Helmholtz gezeigt werden soll, welches nach diesen Grundsätzen construirt ist[1]).

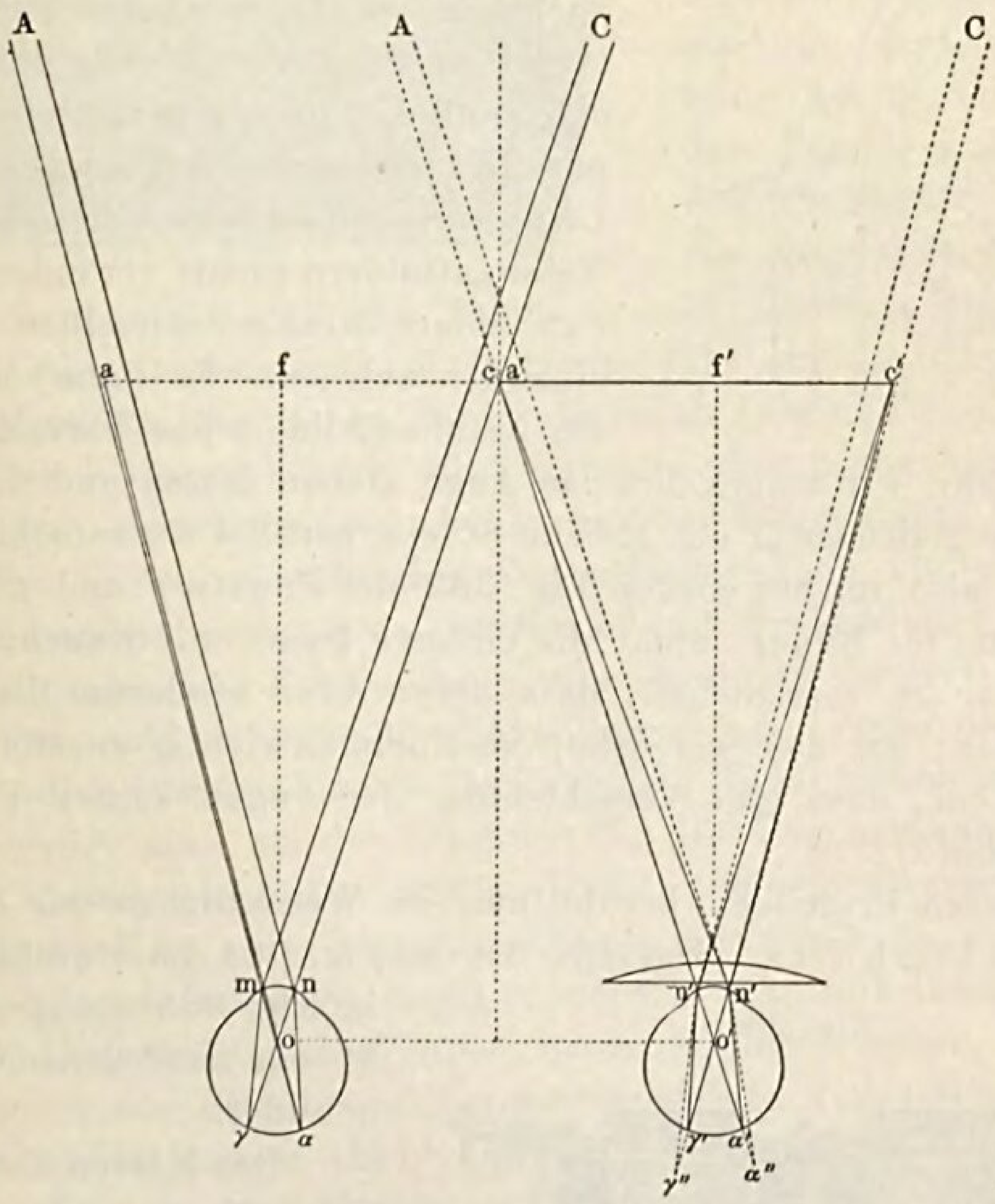
In Fig. 382 seien die beiden (reducirten) Augen mit ihren optischen Mittelpunkten o und o' dargestellt. Das linksseitige Auge zeigt den Gang der Strahlen des Objectes AC ohne vorgesetzte Linse, das rechtsseitige den Gang der Strahlen vom Stereoskopbilde $a'c'$ ins rechte Auge mit vorgesetzter Linse, deren Brennpunkt in f' liegt.

Von den vom entfernten Punkte A ausgehenden Strahlen gelangt ein schmales, sehr schwach divergirendes, nahezu paralleles Büschel zwischen m und n durch die Pupille des linken Auges, und erzeugt, wenn letzteres auf die Distanz von A accommodirt ist, auf der Netzhaut das scharfe Bild α; dasselbe geschieht mit den Strahlen von C in γ und mit allen dazwischen liegenden Strahlen zwischen α und γ.

[1]) H. v. Helmholtz, Physiologische Optik, 1. Aufl., S. 679.

Die von dem Punkte a' eines dort befindlichen Bildes $a'c'$ ausgehenden, relativ stark divergirenden Strahlen würden, wenn sie ohne Linse in das ebenso accommodirte rechte Auge gelangten, daselbst in α' kein scharfes Bild, sondern einen Zerstreuungskreis liefern, da sie nach dem Punkte α'' hinter der Netzhaut convergiren. Dasselbe würde mit den übrigen Strahlen des Bildes $a'c'$ der Fall sein. Setzt man aber nun die Linse vor, deren Brennpunkt in f' liegt, so werden die convergirenden Strahlen durch die Linse parallel gerichtet und liefern dann auf der Netzhaut des auf Unendlich accommodirten Auges ein scharfes Bild $\alpha'\gamma'$

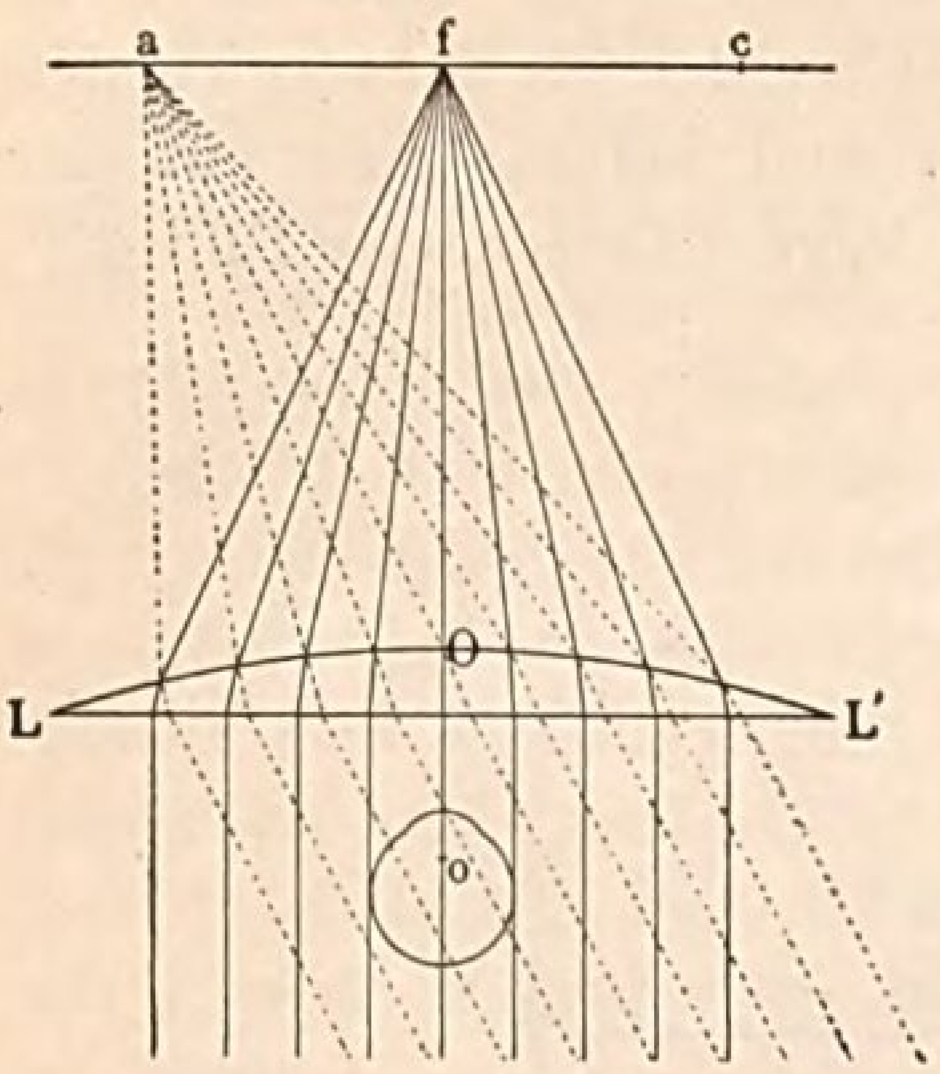
Fig. 382.



des Stereoskopbildes $a'c'$. Die Accommodationsstellung auf Unendlich unterscheidet sich aber nicht wesentlich von der auf das Object, wenn letzteres über 10 bis 12 m entfernt ist. Setzt man daher auch auf der linken Seite das Bild ac und eine ebensolche Linse ein, so erhält man ein Stereoskop, welches für entfernte Objecte genau den theoretischen Anforderungen entspricht. Es erfordert jedoch, dass die Bilddistanz und die Brennweiten der Linsen nahe mit jenen der Aufnahmeobjective übereinstimmen und dass die Augenpunkte ff' der Stereoskopbilder die richtige Distanz von einander haben. Sollte Letzteres nicht der Fall sein, vielmehr die Distanz dieser Punkte durch Auswärts- oder Einwärtsrücken um einen bestimmten Betrag unrichtig sein, so brauchte man

nur die Linsen um eben denselben Betrag auswärts oder einwärts zu verrücken, um dem Strahlengange wieder denselben Verlauf zu geben, wie er den Strahlen des Objectes selber entspricht. Um dies einzusehen, betrachte man die Fig. 383. *LL'* sei eine Linse, deren Brennpunkt in *f* liegt. *ac* sei ein ebenes Object (Stereoskopbild), welches Strahlen gegen die Linse aussendet. Da *ac* zugleich Brennebene ist, so verlassen alle von einem und demselben Punkte des Bildes *ac* ausgehenden Strahlen die Linse in paralleler Richtung, welche durch den Mittelpunktsstrahl gegeben ist. Würde daher das in *o* befindliche, nach *f* gerichtete Auge mit parallel bleibender Augenaxe längs der Linse verschoben, so würde sich an seinen Netzhautbildern nichts verändern. Es sind nur andere Strahlen derselben Lage, die einander ablösen. Es kann daher auch am Netzhautbilde keine Veränderung geschehen, wenn wir umgekehrt das Auge stehen lassen und dafür Linse und Bild *ac* gleichzeitig um gleiche Stücke parallel *ac* verschieben.

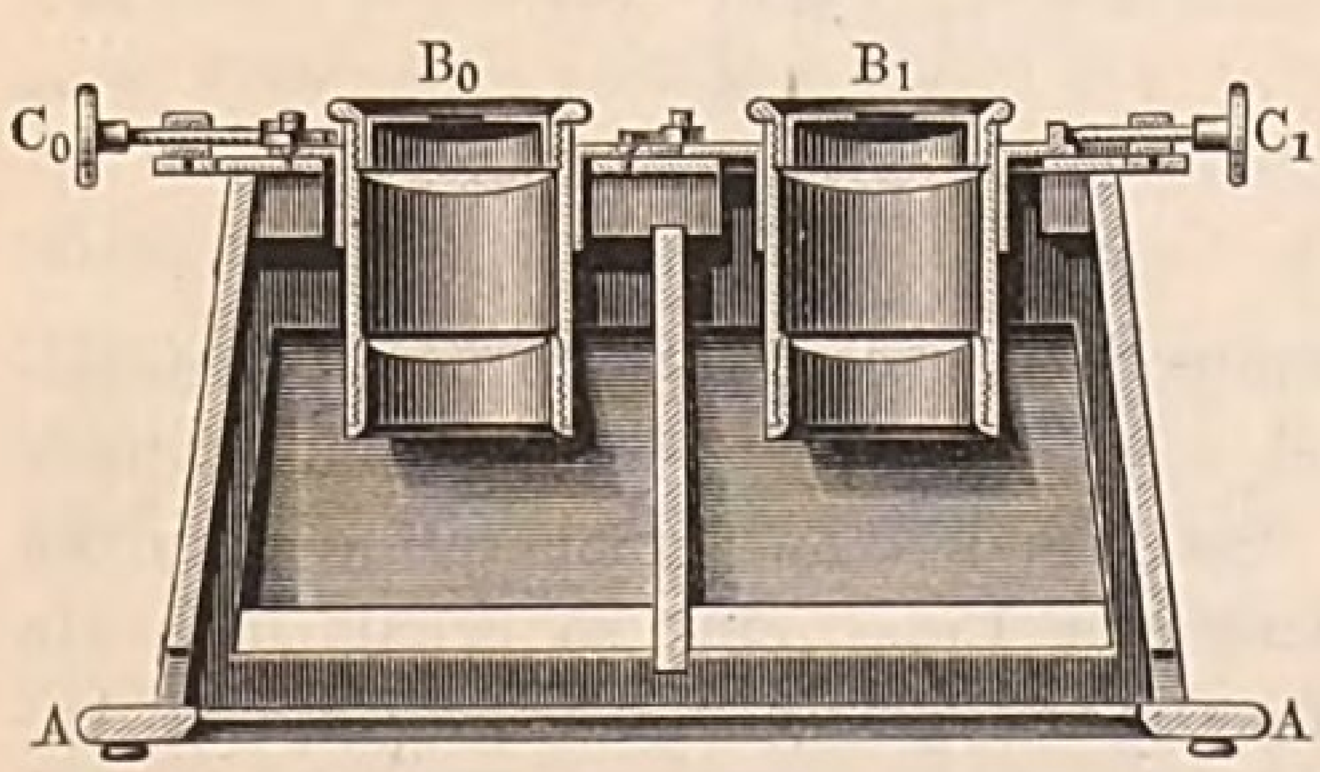
Fig. 383.



Haben also im Stereoskop Fig. 382 die Punkte *f* und *f'*, d. h. die Augenpunkte der Bilder, nicht die richtige Lage, so braucht man nur die Linsen so zu verschieben, dass deren Axen wiederum die Punkte *f* und *f'* treffen, um das Stereoskop vollkommen richtig zu stellen. Man sieht auch ein, dass eine Verschiebung der Augen keinen Fehler verursachen kann [1]).

Auf diesen Principien beruht nun im Wesentlichen das Stereoskop von H. v. Helmholtz. Dasselbe ist in Fig. 384 im Durchschnitt, in Fig. 385 perspectivisch in $^2/_7$ der natürlichen Grösse abgebildet.

Fig. 384.

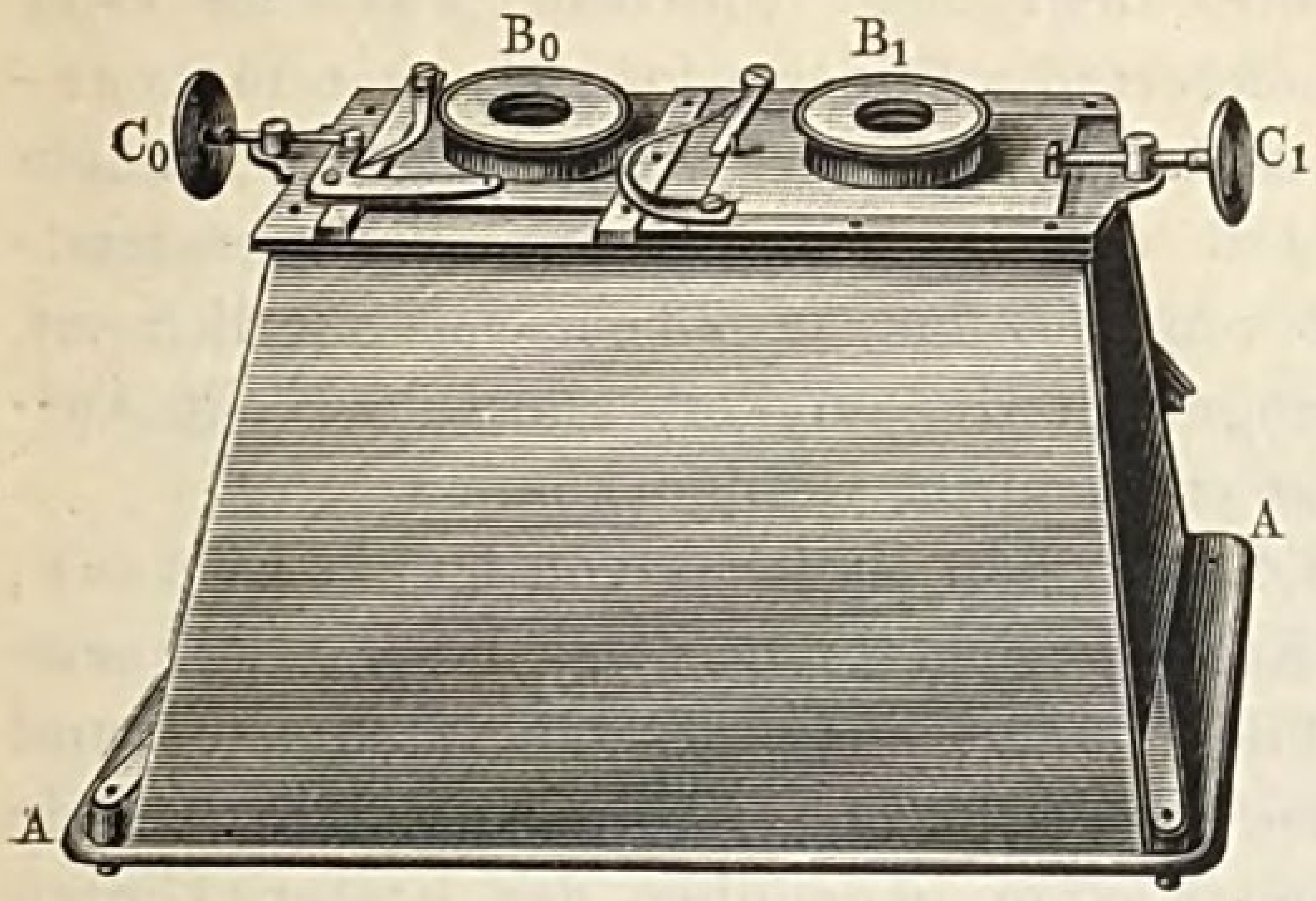


Der Kasten hat eine ähnliche Form, wie jener des Brewster'schen Stereoskops, enthält jedoch nur volle Convexlinsen, von denen je zwei in einem verschiebbaren Tubus befestigt sind. Die oberen, dem Auge zugekehrten Linsen haben 12 cm, die unteren 18 cm Brennweite; zusammen wirken sie wie Linsen von 6 cm Brennweite. Für Stereoskopbilder auf Glas, die mit der letzteren Brennweite hergestellt werden können, werden die com-

1) Von der Unvollkommenheit der Linsen abgesehen.

binirten Systeme angewendet. Für Papierbilder, welche eine so starke Vergrösserung wegen des gröberen Kornes nicht vertragen und deshalb meist mit Brennweiten von 12 cm aufgenommen sind, werden die oberen Linsen allein verwendet. Die Bodenplatte *AA* ist aus einem matten Glase hergestellt. Durch die beiden seitlichen Mikrometerschrauben ist der eine Tubus parallel der Verbindungslinie, der andere senkrecht darauf verstellbar. Erstere Verschiebung dient zur Correction der Axendistanz, letztere zur Correction der Höhe des Augpunktes im Bilde.

Fig. 385.



Beim Gebrauche zieht man die Tuben so weit heraus, bis von einem entfernten hellen Gegenstande ein scharfes Bild auf der dem Auge zugekehrten Mattscheibe gesehen wird. Dadurch kommt das nachher auf die Mattscheibe eingeschobene Bild nahe in die Brennebene. Blickt man dann mit convergirenden Augen in das Instrument, so erkennt man an den dabei entstehenden Doppelbildern, ob sie gleich hoch stehen, und corrigirt einen etwaigen Fehler mit der Schraube C_0. Durch seitliche Neigungen des Kopfes kann man dann die scharfe Einstellung auf den Brennpunkt genauer bewerkstelligen, indem man die Tuben so lange aus- oder einzieht, bis die Deckung der Bilder unverändert bleibt. Endlich corrigirt man an der Schraube C_1, bis Gegenstände, über das Instrument hinweg angesehen, unter gleichem Sehwinkel erscheinen, wie solche im Stereoskop. Die Augen des Beobachters müssen vorher durch Brillen auf normale Sehweite corrigirt werden und soll diese Correction nicht durch Verschiebung der Tuben bewerkstelligt werden. Dieses Instrument giebt für Bilder, welche mit Objectiven von 12 cm oder 6 cm Brennweite aufgenommen sind, ganz richtige und naturgetreue Darstellungen von frappanter Plastik, und zwar auch dann, wenn die Bilder nicht in ganz richtiger Lage aufgeklebt oder aufgekittet sind, falls man die Lage der Linsen hiernach corrigirt hat.

Die Distanz ihrer conjugirten Fernpunkte kann von 65 bis zu 82 mm schwanken. Bilder, die mit kleineren Brennweiten, als den Linsen entspricht, aufgenommen wurden, erscheinen auch im Stereoskop etwas kleiner, als das Object dem unbewaffneten Auge erscheint. Die grösste zulässige Bildbreite $=$ 82 mm entspricht bei den Brennweiten 12 und 6 cm Bildwinkeln von $36^0\,50'$ beziehungsweise $40^0\,50'$, was vollständig ausreichend ist.

Der Mechaniker Goltz hat, ohne von der Existenz des Helmholtz'schen Instrumentes etwas zu wissen, ein ähnliches als neu con-

struirt, jedoch ohne die Correction der falschen Bildabstände. Auch er hat demnach unveränderlichen Brennweitenabstand und Gleichheit der Fernpunktabstände mit den Abständen der Linsenaxen beibehalten. F. Stolze endlich hat nach denselben Principien ein von ihm als Orthostereoskop bezeichnetes Instrument construirt, welches zwar im richtigen Abstande zusammengestellte Bilder erfordert, aber für verschiedene Brennweiten der Aufnahmeobjective eingerichtet ist, indem durch Combination von 1 bis 3 verschiedenen Linsen die Gesammtbrennweite in 7 Abstufungen von $5^1/_2$ bis zu 23 cm veränderlich ist, womit dann mit praktisch genügender Genauigkeit alle Bilder mit Aufnahmebrennweiten von 5 bis 26 cm benutzt werden können.

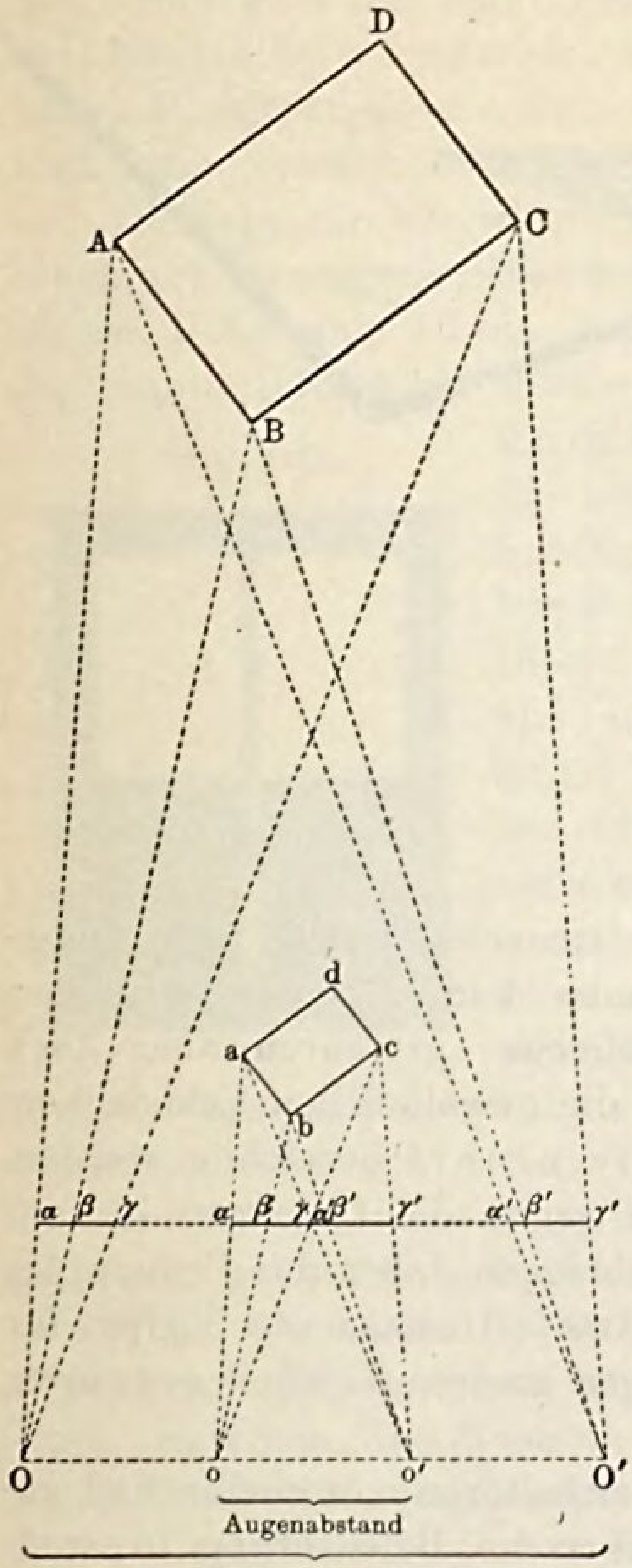
Ein ganz eigenthümliches Stereoskop ist jenes von Steinhäuser, bei welchem die Sehaxen über Kreuz gerichtet sind. Der dabei gewonnene Vortheil, dass die Stereoskopbilder nicht aus einander geschnitten und vertauscht zu werden brauchen, wird durch anderweitige Uebelstände aufgewogen, welche diese Construction gegenüber der letzterwähnten nicht aufkommen lassen.

Das Stereoskop ist nicht bloss ein Vergnügen gewährendes, sondern insbesondere auch ein zu wissenschaftlichen und Lehrzwecken äusserst nützliches Instrument, indem es gestattet, von complicirten räumlichen Objecten, z. B. Krystallkörpern, Apparaten, Maschinen, anatomischen Objecten etc., plastische Darstellungen zu geben. Es kann aber auch zur Untersuchung der Gleichheit ebener Zeichnungen, der Richtigkeit von Maassstäben, der Echtheit von Werthpapieren u. s. w. dienen, da sich die kleinste Abweichung in zwei ebenen Bildern durch stereoskopisches Vortreten oder Zurückweichen der ungleich gezeichneten Theile verräth, wenn man die Bilder im Stereoskop betrachtet.

238 **Telestereoskop von H. v. Helmholtz, Relieffernrohr von Zeiss.** Die im vorigen Paragraphen beschriebenen Stereoskope haben die Aufgabe, von dem darzustellenden Objecte ein möglichst naturgetreues Bild in natürlicher Grösse und Entfernung zu erzeugen. Zu diesem Zwecke muss die Bedingung erfüllt sein, dass die Standpunkte für die Aufnahmen der Einzelbilder dieselbe Entfernung von einander haben, wie die Augen des Beobachters. Ist dies nicht der Fall, übersteigt vielmehr die Entfernung der Aufnahmeobjective die Augendistanz und werden dann diese Bilder in einem richtig construirten Stereoskop, in welchem die parallel gestellten Augenaxen correspondirende Fernpunkte treffen, angeschaut, so entsteht derselbe Effect, wie wenn man ein proportional verkleinertes und genähertes Modell des Objectes sehen würde, und zwar ist der Maassstab der Verkleinerung und Annäherung durch das Verhältniss zwischen Objectivdistanz und Augendistanz gegeben. Es kann dies unter Umständen von grossem Vortheile sein, um sich über die Gestalt und Raumverhältnisse von Objecten, die zu weit entfernt sind, um bei der mittleren Augendistanz noch eine stereo-

skopische Wirkung zu geben, zu informiren. H. v. Helmholtz hat gezeigt, dass sich auf diese Weise über die Lage ferner Gebirge eine richtigere Vorstellung gewinnen lasse. Selbst die Gestalt des Mondes und seiner Gebirge kann auf diese Weise stereoskopisch dargestellt werden, indem man zwei Aufnahmen combinirt, welche bei den verschiedenen Lagen des Mondes zur Erde, die er in Folge der Libration annimmt, erhalten worden sind. Die Fig. 386, welche wohl keiner näheren Erklärung bedarf, erläutert dieses Princip, welches mit dem Namen Telestereoskopie bezeichnet wird. Dasselbe Princip ist nun von H. v. Helmholtz auch dazu benutzt worden, um direct, ohne photographische Bilder, von fernen Objecten eine plastischere Anschauung zu gewinnen, als bei der geringen Distanz der Augen direct möglich wäre.

Fig. 386.

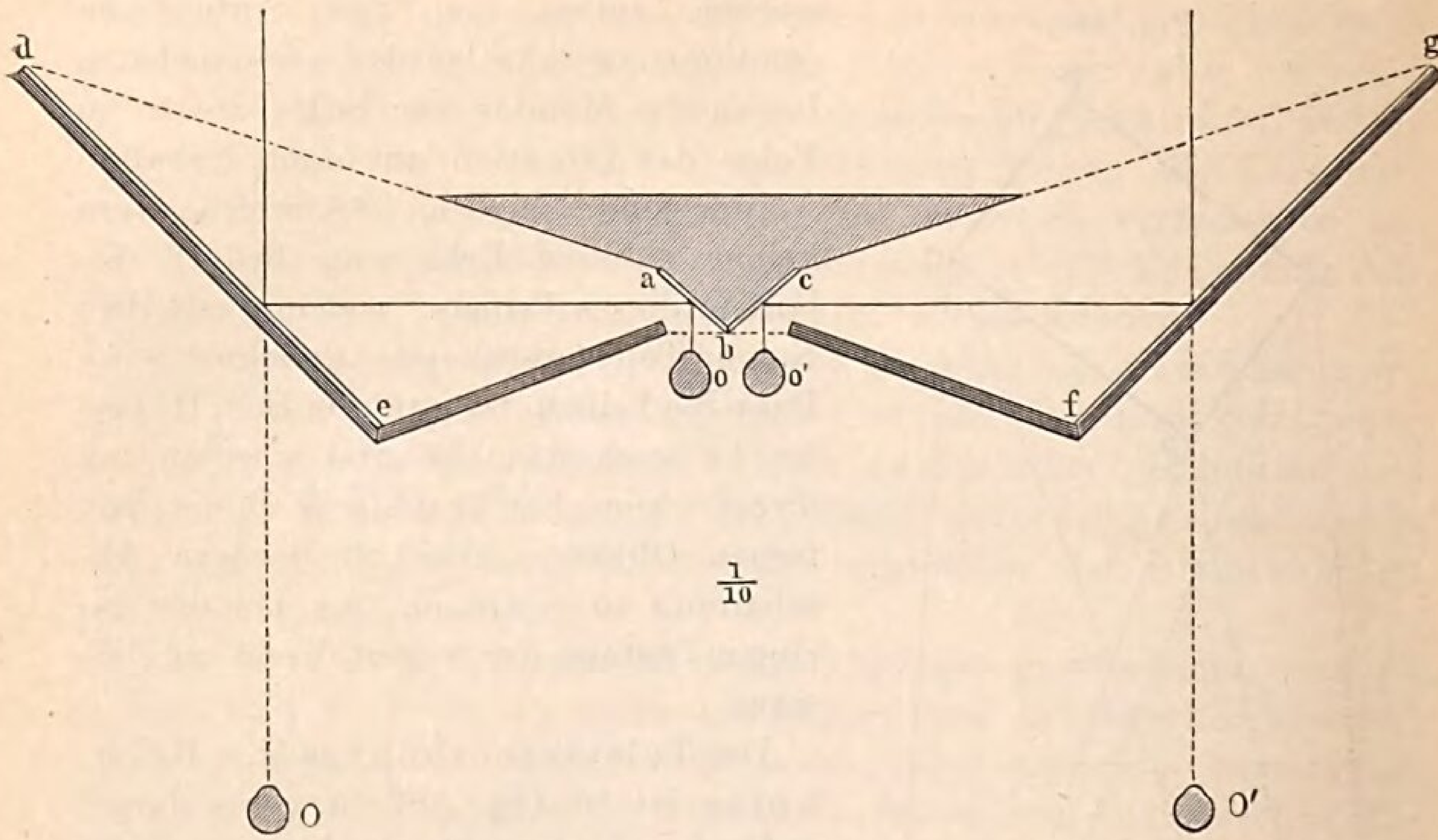


Das Telestereoskop von H. v. Helmholtz ist in Fig. 387 (a. f. S.) dargestellt [1]). Es besteht aus den vier Planspiegeln *ab*, *bc*, *de* und *fg*, welche in einem Kasten so befestigt sind, dass sie kleine Drehungen erlauben, um die Bilder zur Coincidenz zu bringen. Die kleineren Spiegel *ab* und *bc* stehen rechtwinklig zu einander, der Spiegel *de* ist mittelst einer Mikrometerschraube um eine horizontale, der Spiegel *fg* um eine verticale Axe drehbar. Dem Auge *o* erscheint das Object, als ob es von *O*, dem Auge *o′*, als ob es von *O′* gesehen würde. Sind die Spiegel richtig gestellt, so dass unendlich entfernte Objecte durch das Instrument mit parallelen Gesichtslinien gesehen werden, so entsteht ein Anblick, als wenn der Beobachter statt der Landschaft ein zierliches und genaues Modell der Landschaft sehen würde, das im Verhältniss *O O′* zu *o o′* verkleinert ist. Auch mit terrestrischen Fernrohren hat Helmholtz ein solches Instrument verbunden [2]). Derartige Instrumente in Verbindung mit zwei astronomischen Fernrohren, bei denen die Lichtstrahlen auf dem Wege vom Objectiv zum Ocular einer viermaligen totalen Re-

[1]) H. v. Helmholtz, Physiol. Optik, 1. Aufl., S. 647.
[2]) Ebend. S. 681.

flexion unterworfen sind, und zwar so, dass zugleich mit der Aufrichtung der umgekehrten Bilder eine seitliche Verschiebung der Ocularaxe gegen das Objectiv herbeigeführt wird, sind jüngst von Carl Zeiss aus-

Fig. 387.



geführt worden. Die kleineren dieser Instrumente, welche man telestereoskopische Feldstecher nennen kann, vergrössern den Augenabstand nur auf das Eindreiviertelfache, gewähren aber doch schon einen viel plastischeren Anblick, als die gewöhnlichen Feldstecher; die grösseren Apparate, welche als Reliefferurohre bezeichnet werden, vergrössern die Excentricität der Oculare gegen die Objective bis auf die ganze Brennweite der letzteren und bringen daher das Princip des Telestereoskops zu grösserer Geltung. Letztere Instrumente dürften für Reisende oder Militärs bei Recognoscirungen grossen Vortheil gewähren.

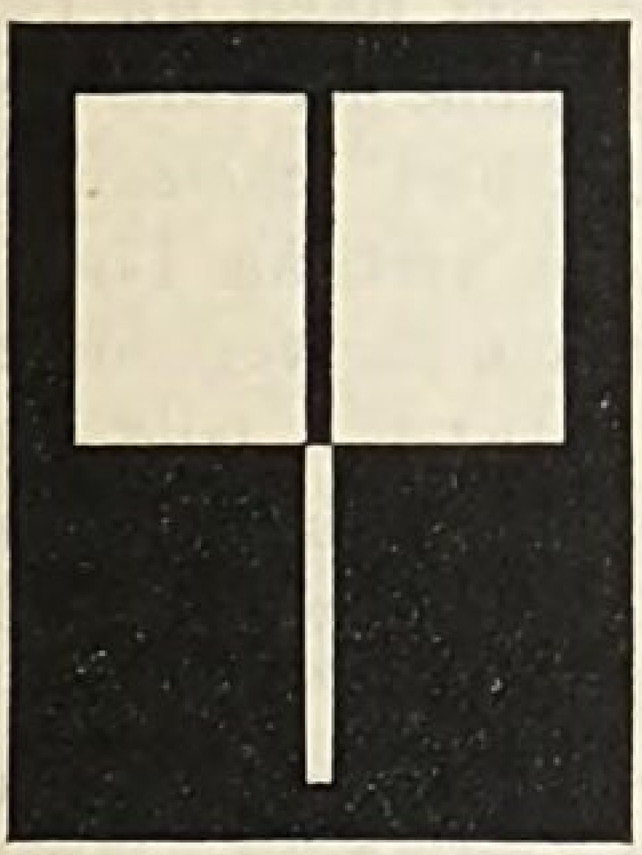
239 **Irradiation** [1]). Wenn der Mond sichelförmig erscheint und zugleich der Rest seiner Scheibe durch schwache Beleuchtung in aschfarbigem Lichte wahrnehmbar ist, so scheint die Sichel überzugreifen, d. h. sie scheint einem Kreise von grösserem Halbmesser anzugehören als der Rest des Mondes. Eine solche scheinbare Vergrösserung wird fast überall beobachtet, wo man einen hellen Gegenstand auf dunklem Grunde sieht; umgekehrt aber erscheint ein dunkler Gegenstand auf hellem Grunde verkleinert. Man hat die hierher gehörigen Erscheinungen mit dem Namen der Irradiation bezeichnet. Sie lassen sich im Wesentlichen in drei verschiedene Gruppen sondern:

[1]) Die Bearbeitung der §§. 239 bis 247 ist gütigst von Hrn. Professor Dr. Arthur König in Berlin übernommen worden.

1. Helle Flächen erscheinen vergrössert. In Folge dessen erscheinen uns Löcher und Spalten, durch welche helles Licht fällt, niemals in der richtigen Grösse, sondern auch bei schärfster Accommodation des Auges immer grösser, als sie wirklich sind. In einem Gitter aus feinen dunklen Stäben mit Zwischenräumen, welche genau ebenso breit sind, wie die Stäbe (wie sie wohl bei den weiter unten zu besprechenden Interferenzversuchen benutzt werden), erscheinen vor einem hellen Hintergrunde die Zwischenräume stets breiter, als die Stäbe. Bei ungenauer Accommodation wird der Unterschied noch auffallender.

Die folgende Vorrichtung ist sehr geeignet, diese interessante Erscheinung zu zeigen. Die obere Hälfte einer Pappscheibe von ungefähr 20 cm Höhe und 15 cm Breite überziehe man mit weissem Papier, die untere Hälfte mit schwarzem. Die obere Hälfte theilt man dann durch einen schwarzen Streifen von 4 mm Breite, die untere durch einen ebenso breiten weissen Streifen, so dass der weisse Streifen in der Verlängerung des dunklen liegt, wie Fig. 388 zeigt. Diesen Apparat stelle man neben einem Fenster auf, so dass er gut beleuchtet ist, und entferne sich 4 bis 5 m davon, so wird der weisse Streifen viel breiter erscheinen als der schwarze. Noch auffallender kann man die Erscheinung machen, wenn man die weissen Felder und den weissen Streifen ganz ausschneidet und den Apparat an einer der oberen Scheiben eines Fensters so befestigt, dass man durch die ausgeschnittenen Stellen den hellen Himmel erblickt.

Fig. 388.



2. Nahe liegende helle Flächen fliessen zusammen. Hält man einen feinen Draht zwischen das Auge und eine helle Flamme, so greifen die beiden hellen Flächen, die im Gesichtsfelde neben ihm liegen, von beiden Seiten herüber und fliessen bei hinreichender Intensität zusammen. Bei Mustern, die aus schwarzen und weissen Quadraten schachbrettartig zusammengesetzt sind, werden die schwarzen Felder durch die Irradiation der weissen Felder scheinbar völlig von einander getrennt.

3. Gerade Linien werden unterbrochen. Wenn man die Kante eines Lineals zwischen das Auge und eine helle Lichtflamme hält, so scheint das Lineal an der Stelle, wo die Flamme darüber hervorblickt, einen Ausschnitt zu haben.

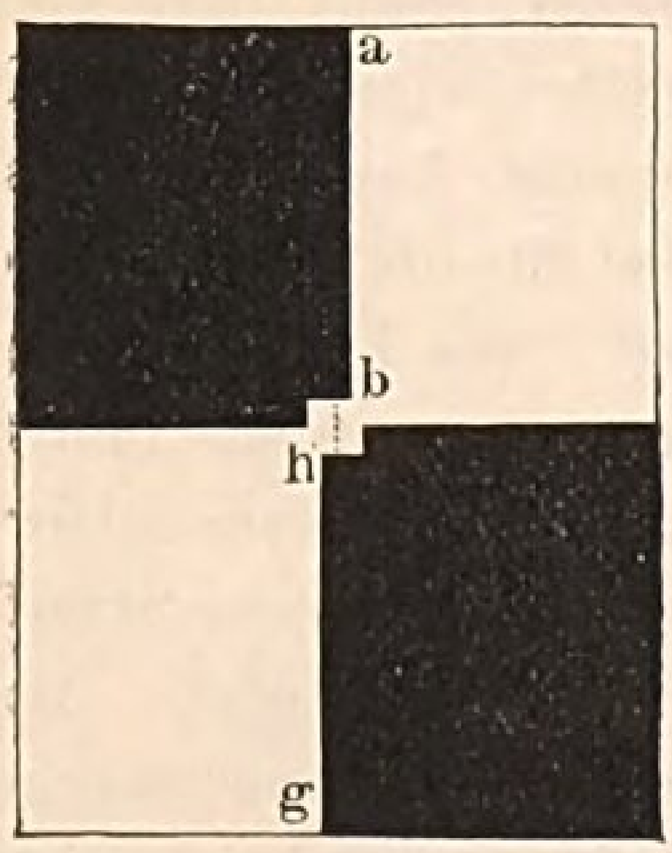
Das Gemeinsame aller dieser Erscheinungen besteht darin, dass die Ränder der hellen Flächen im Gesichtsfelde sich gleichsam vorschieben und über die anstossenden dunklen Flächen übergreifen. Sie greifen um so mehr über, je ungenauer die Accommodation und je grösser der Helligkeitsunterschied zwischen den beiden benachbarten Feldern ist. Messende Versuche über den Einfluss der Helligkeit, bei denen die

dunklere Fläche völlig schwarz war, hat Plateau ausgeführt. Er fand, dass die Grösse der Irradiation nicht proportional der Helligkeit wächst, sondern in einem geringeren Maasse und bei steigender Helligkeit sich asymptotisch einem Maximum nähert.

Die Erklärung der Irradiation bei vollkommener Accommodation ist noch nicht vollkommen sicher. Nach Helmholtz ist es möglich, dieselbe aus den Zerstreuungskreisen zu erklären, welche auch bei der besten Accommodation in Folge der chromatischen und monochromatischen Aberration im Auge auftreten.

Da demnach die Irradiation keine objective, sondern eine subjective Erscheinung ist, so ist sie auch nicht für alle Personen gleich stark.

Fig. 389.



Auf eine weisse Papptafel von denselben Dimensionen, wie die in Fig. 388 (a. v. S.) dargestellte, male man zwei schwarze Felder so, dass der Rand *ab*, Fig. 389, 1 mm rechts, der Rand *gh* 1 mm links von der verticalen Mittellinie der Tafel liegt. Aus einiger Entfernung betrachtet, scheinen nun die Ränder *ab* und *gh* in eine verticale Linie zu fallen; diese Entfernung ist nun für verschiedene Individuen sehr ungleich. Plateau fand, dass bei einer Person diese Coincidenz schon bei einer Entfernung von 2,5 m stattfand, was für den Winkelwerth der Irradiation 1′ 23″ giebt; bei einer anderen Person trat aber die Coincidenz erst bei der Entfernung von 12 m ein, bei dieser betrug also der Winkelwerth der Irradiation nur 17″.

Der Winkelwerth der Irradiation ist unabhängig von der Entfernung des Gegenstandes vom Auge; die absolute Breite also, welche wir der Irradiation beilegen, ist unter übrigens gleichen Umständen der Entfernung des Gegenstandes proportional.

Die Existenz der Irradiation wurde einige Zeit hindurch selbst von ausgezeichneten Astronomen und Physikern bezweifelt, weil die mit den besten Fernrohren angestellten Beobachtungen von dem Einflusse der Irradiation ganz frei waren; so fand man z. B. den Durchmesser des Mondes ganz gleich, man mochte die Messung bei Tage machen, wo er nur ganz matt auf dem blauen Himmel erscheint, oder des Nachts, wo er glänzend auf dem dunklen Grunde steht. Dies ist aber sehr wohl erklärlich. Der Gesichtswinkel, unter welchem wir den Durchmesser des Mondes sehen, beträgt ungefähr 30 Minuten; wenn nun der Winkelwerth der Irradiation für das beobachtende Auge eine Minute beträgt, so erscheint offenbar der Durchmesser des Mondes durch die Irradiation um zwei Minuten, also um $^1/_{15}$, vergrössert. Betrachtet man nun den Mond durch ein gutes Fernrohr, so wird wohl sein Durchmesser, aber nicht die Irradiation vergrössert; nehmen wir an, das Fernrohr bewirke eine 50 malige Vergrösserung, so wird der Durchmesser des Mondes unter

einem Gesichtswinkel von 1500′ erscheinen; wenn nun dieser Winkel durch die Irradiation noch um 2′ vergrössert wird, so beträgt doch diese Vergrösserung nur $\frac{1}{750}$, sie übt also hier einen verhältnissmässig sehr geringen Einfluss aus. Bedenkt man nun ausserdem noch, dass die Intensität des Lichtes durch die starke Vergrösserung geschwächt wird, dass also auch deshalb noch der Einfluss der Irradiation geringer ausfällt, so begreift man sehr gut, wie bei Beobachtungen mit guten Fernrohren der Einfluss der Irradiation ganz verschwindet.

Besonders interessant sind hierher gehörige Erscheinungen, welche beim Vorübergang des Merkur und der Venus vor der Sonnenscheibe stattfinden.

Dauer des Lichteindruckes. Wenn man mit einer glühenden 240
Kohle rasch einen Kreis beschreibt, so kann man die Kohle selbst nicht unterscheiden, sondern man sieht einen feurigen Kreis. Der Grund dieser Erscheinung liegt darin, dass eine durch einen Lichteindruck afficirte Stelle der Retina nicht augenblicklich wieder zur Ruhe kommt, wenn der Lichteindruck selbst aufgehört hat. Geschieht in dem erwähnten Falle der Umschwung der Kohle hinreichend schnell, so dauert der Lichteindruck, welchen die glühende Kohle an irgend einer Stelle ihrer Kreisbahn auf der Netzhaut hervorbringt, so lange, bis sie nach einer ganzen Umdrehung wieder dieselbe Stelle erreicht.

Aus demselben Grunde kann man auch die Speichen eines schnell laufenden Rades nicht unterscheiden, und die Oberfläche eines Kreisels, welcher mit abwechselnd weissen und schwarzen Sectoren bemalt ist, wie Fig. 390, erscheint bei rascher Rotation gleichförmig grau. Die Helligkeit des entstehenden Grau ist so gross, als ob alles Licht, welches hier von den schwarzen und weissen Sectoren abwechselnd ausgeht, gleichmässig über die ganze Fläche verbreitet wäre. Man kann dieses Gesetz auch in folgender Form aussprechen: Wenn eine Stelle der Netzhaut von periodisch veränderlichem und regelmässig in derselben Weise wiederkehrendem Lichte getroffen wird, und die Dauer der Periode hinreichend kurz ist, so entsteht ein continuirlicher Eindruck, der dem gleich ist, welcher entstehen würde, wenn das während einer jeden Periode eintreffende Licht gleichmässig über die ganze Dauer der Periode vertheilt würde.

Fig. 390.



Plateau und v. Helmholtz haben hierüber umfassende Messungen angestellt.

Wenn aber ein solcher mit schwarzen und weissen Sectoren versehener Kreisel im Dunkeln rotirend durch einen Blitz oder elektrischen Funken momentan erleuchtet wird, so kann man natürlich die einzelnen Sectoren deutlich unterscheiden und die Scheibe scheint still zu stehen,

da die Dauer der Erleuchtung unendlich kurz ist gegenüber der Rotationsgeschwindigkeit.

Macht man in eine Pappscheibe von 5 bis 7 cm Durchmesser diametral gegenüberstehend zwei Löcher, durch welche man Fäden zieht, wie Fig. 391 und Fig. 392 zeigen, so kann man mit Hülfe dieser Fäden

Fig. 391.

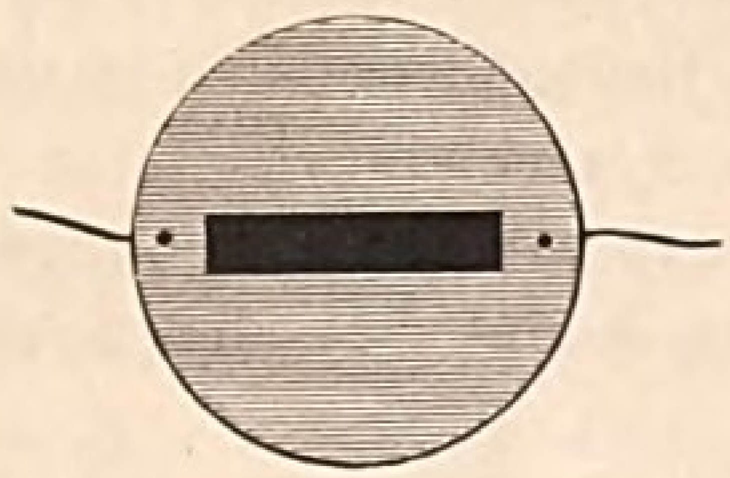
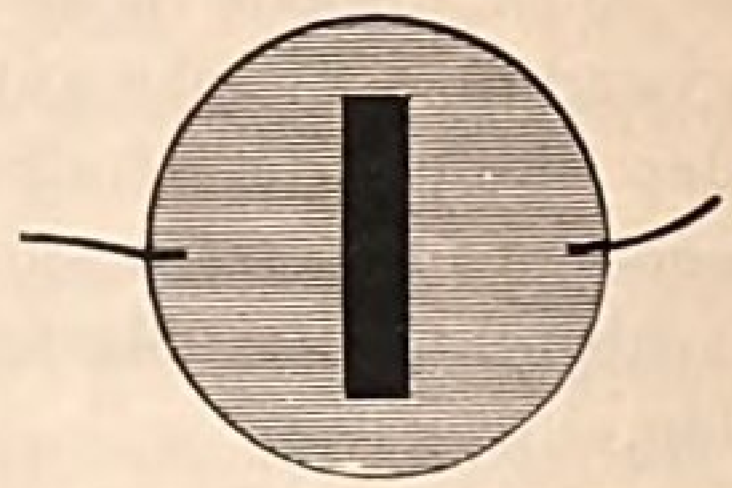
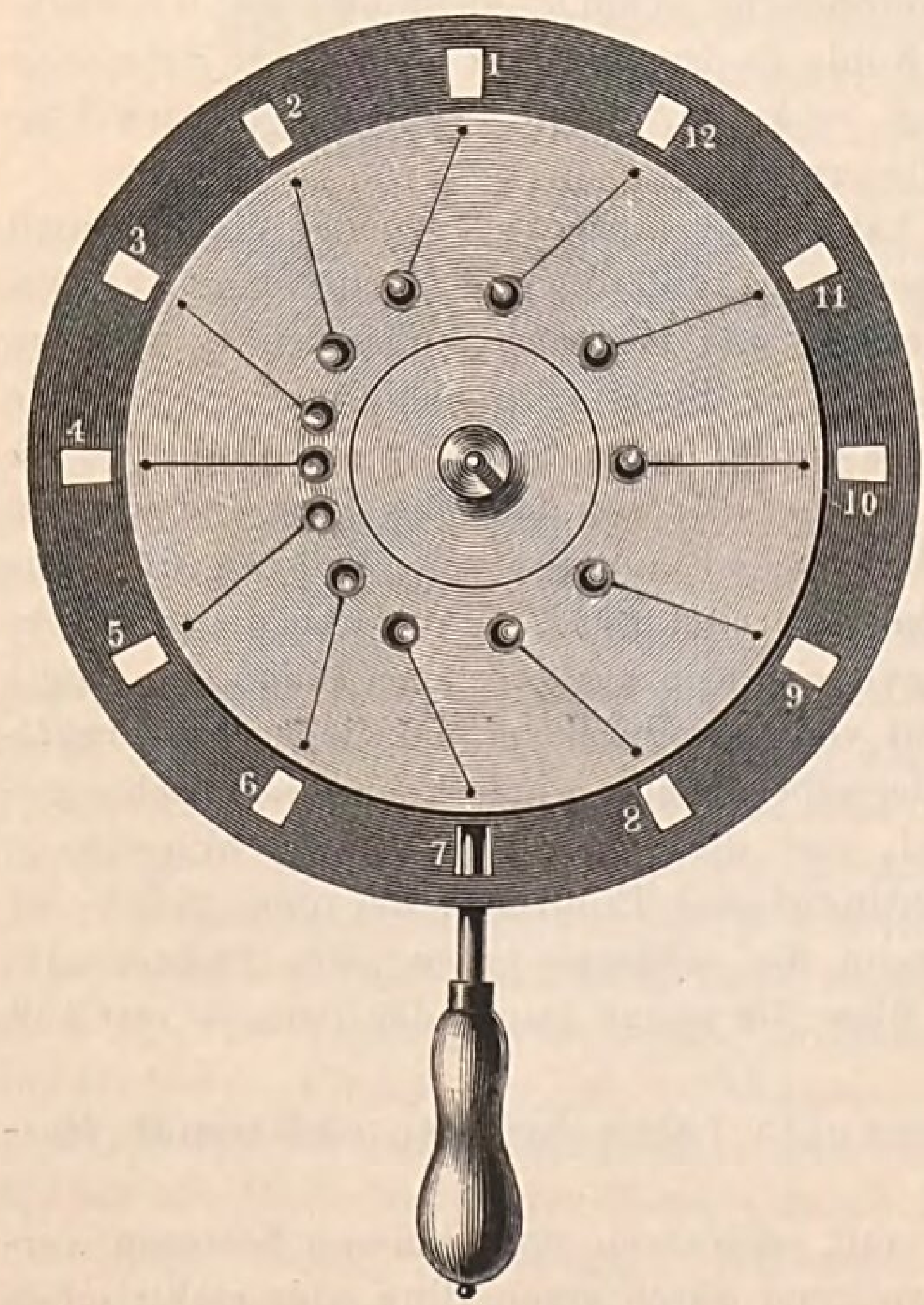


Fig. 392.



die Scheibe rasch drehen, wobei man abwechselnd die eine und dann wieder die andere Seite sieht. Macht man nun auf die eine Seite einen schwarzen Streifen in der Richtung der beiden kleinen Löcher, auf die andere Seite einen eben solchen Streifen, welcher auf dieser Richtung rechtwinklig steht, so sieht man bei rascher Umdrehung ein Kreuz, weil der Eindruck des horizontalen Streifens im Auge noch nicht erloschen ist, wenn der verticale Streifen sichtbar wird. Ist auf die eine Seite ein Käfig, auf die andere ein Vogel gemalt, so erscheint bei rascher Drehung der Vogel im Käfig u. s. w. Ein solcher Apparat heisst **Thaumatrop**.

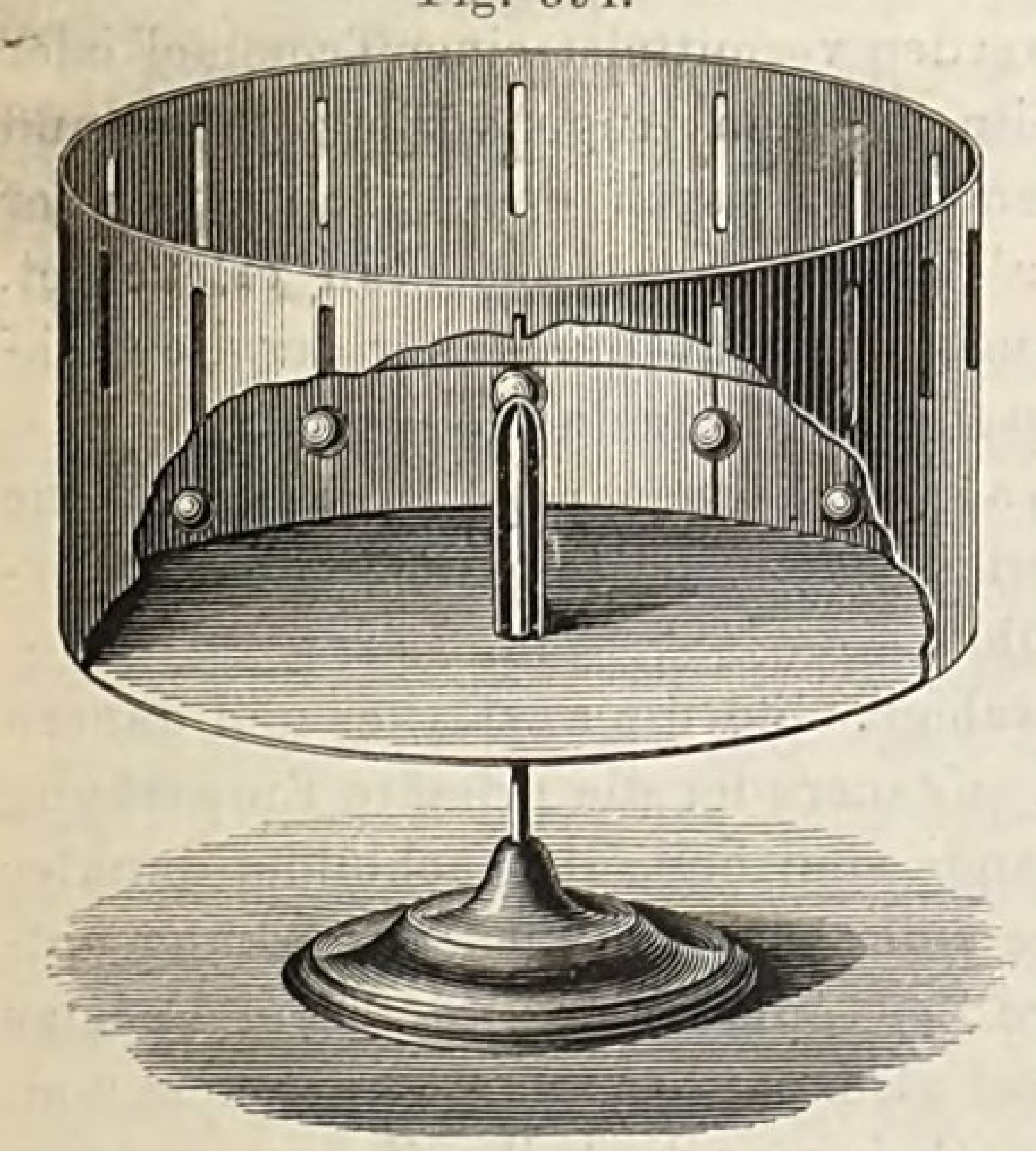
Fig. 393.



Auf die Nachdauer des Lichteindruckes gründet sich ferner die von **Stampfer** und **Plateau** erfundene sogenannte **Wunderscheibe**, die **stroboskopische Scheibe** oder das **Phänakistoskop**, von welchem Apparate wir bereits in der Akustik (I. Bd., §. 193, S. 681 bis 684 und §. 208, S. 736 bis 741) wichtige Anwendungen kennen gelernt haben. Eine Scheibe von 20 bis 25 cm Durchmesser kann um eine horizontale Axe in rasche Rotationsbewegung versetzt werden; am Rande dieser Scheibe befindet sich eine Reihe von

Oeffnungen, welche in gleichen Abständen auf einander folgen; in der in Fig. 393 dargestellten Wunderscheibe befinden sich 12 solcher Löcher. Innerhalb des durch die 12 Löcher gebildeten Ringes ist nun eine kleinere bemalte Scheibe befestigt, auf welcher ein und derselbe Gegenstand in 12 auf einander folgenden Stellungen abgebildet ist, so dass jedem Loche eine andere Stellung entspricht. In unserer Figur ist ein ganz einfacher Gegenstand gewählt, nämlich ein Pendel. Unter der mit 1 bezeichneten Oeffnung ist das Pendel dargestellt, wie es eben seine äusserste Stellung links erreicht hat; unter der Oeffnung 2 sehen wir, wie es sich der Gleichgewichtslage schon wieder genähert hat, bei 3 hat es sich der Gleichgewichtslage noch mehr genähert und bei 4 hat es dieselbe erreicht u. s. w. Dieser Apparat wird nun so vor einen Spiegel gehalten, dass die bemalte Fläche demselben zugekehrt ist, und man durch eine Oeffnung, etwa durch die oberste, das Bild der bemalten Scheibe im Spiegel sieht. Wenn die Scheibe rotirt, so geht eine Oeffnung nach der anderen vor dem Auge vorüber, während aber die Zwischenräume vor dem Auge hergehen, empfängt es kein Licht. Nehmen wir an, dass in einem bestimmten Momente die Oeffnung 1 vor dem Auge vorübergeht, so erblickt man unter derselben das Bild des Pendels in seiner grössten Ausweichung; der in diesem Moment ins Auge gelangende Lichteindruck bleibt nun, bis die zweite Oeffnung vors Auge kommt, und nun erscheint das Pendel an derselben Stelle, an welcher man es eben erst in seiner grössten Ausweichung gesehen hatte, der Gleichgewichtslage etwas genähert; das Bild dieser zweiten Lage bleibt im Auge, bis die dritte Oeffnung vor dasselbe gelangt, und nun sieht man das Pendel seiner Gleichgewichtslage noch mehr genähert u. s. w.; die auf diese Weise der Reihe nach dem Auge vorgeführten Stellungen des Pendels machen nun täuschend den Eindruck, als ob man ein Pendel wirklich schwingen sähe. Statt des Pendels kann man auch andere Gegenstände wählen, die man der Reihe nach in ebenso viel verschiedenen Stellungen dargestellt hat, als Löcher vorhanden sind, so dass jeder Oeffnung eine andere Stellung entspricht. Sehr täuschend lassen sich auf diese Weise Bewegungen von Menschen und Thiergestalten darstellen, die man in den verschiedenen auf einander folgenden Stellungen aufgezeichnet hat.

Fig. 394.



Eine abgeänderte und in mancher Beziehung bequemere Form des Apparates ist unter dem Namen Wundertrommel oder Zootrop,

bekannt. Fig. 394 zeigt deren Einrichtung. Die Bilder werden auf einen Papierstreifen gezeichnet, innerhalb der Trommel an den Umfang angelegt und durch die gegenüberstehenden Spalten besichtigt, während die Trommel auf einer verticalen Axe gedreht wird. Die Fig. 394 zeigt z. B. eine vertical auf- und abschwingende Kugel.

Die technische Vollendung und Naturtreue solcher Bilderreihen ist durch die neuere Entwickelung der Momentphotographie sehr gefördert worden. Durch sogenannte Serienaufnahmen ist es möglich geworden, beliebig viele Phasen einer in kurzen Perioden sich wiederholenden Bewegung (z. B. eines Schrittes bei gehenden und springenden Thieren und Menschen) im photographischen Bilde darzustellen. Solche Bilderfolgen sind dann sehr geeignete Objecte für das Zootrop und geben die natürlichen Bewegungen in ausserordentlicher Treue wieder. Muybridge und Edison in Amerika und O. Anschütz in Deutschland haben in dieser Beziehung Vortreffliches geleistet.

Je schmaler man die Spalte an der stroboskopischen Scheibe und der Wundertrommel macht, desto schärfer begrenzt werden auch die Bilder gesehen, da die Verschiebung derselben während der Dauer ihrer Sichtbarkeit sich dabei verkleinert; zugleich werden sie aber auch immer lichtschwächer und damit ist der Vervollkommnung in dieser Richtung sehr bald ein Ende gesetzt.

O. Anschütz hat in seinem „elektrischen Schnellseher" ein auf demselben Principe beruhendes, aber in der Ausführung doch völlig abweichendes Verfahren eingeschlagen. Die aus durchscheinenden Glasphotographien bestehenden Bilder werden vermittelst einer Trommel oder einer Scheibe in deutlicher Sehweite an dem Auge vorbeigeführt und jedes Bild wird genau an derselben Stelle durch das Aufblitzen einer hinter ihm befindlichen Geissler'schen Röhre momentan erleuchtet. Die Helligkeit ist dabei gross genug, trotzdem die Dauer der Beleuchtung sich auf Bruchtheile einer tausendstel Secunde reducirt.

Die von Duboscq und Uchatius begonnenen Versuche, solche Bilder objectiv an die Wand zu werfen, hat neuerdings ebenfalls O. Anschütz mit gutem Erfolge ausgeführt.

Die Nachwirkungen auf der Netzhaut sind um so stärker und dauern um so länger fort, je intensiver und andauernder die primäre Einwirkung war. Die Nachbilder heller Gegenstände sind hell, die Nachbilder dunkler Gegenstände dunkel, wenn das Auge einer ferneren Lichteinwirkung entzogen wird. Sieht man z. B. längere Zeit unverwandt durch ein Fenster nach dem hellen Himmel, und wendet alsdann das Auge weg, indem man es zugleich schliesst, so sieht man noch immer die hellen Zwischenräume begrenzt durch die dunklen Fensterrahmen, wendet man dagegen das Auge auf eine weisse Wand, so erscheint im Nachbilde hell, was ursprünglich dunkel war, und umgekehrt; man sieht z. B. die Fensterrahmen hell und die Zwischenräume dunkel. Diese Umkehrung ist leicht zu erklären: wird das geblendete Auge auf die weisse Wand gerichtet,

so sind die vorher durch das helle Licht afficirten Stellen der Netzhaut weniger empfindlich gegen das weisse Licht der weissen Wand, als diejenigen Stellen der Netzhaut, auf welche das Bild der dunklen Fensterrahmen gefallen war.

Die Nachbilder, von denen soeben die Rede war, sind immer mehr oder weniger gefärbt, und zwar ist diese Färbung um so entschiedener, je intensiver der primäre Lichteindruck war, welcher die Nachbilder veranlasste. Man fixire z. B. einige Zeit lang ein Kerzenlicht recht scharf, schliesse dann die Augen und wende sie nach einer dunklen Stelle des Zimmers, so glaubt man noch immer die Flamme vor den Augen zu haben, aber sie verändert nach und nach ihre Farbe; sie wird alsbald ganz gelb, geht dann durch Orange in Roth, von Roth durch Violett in grünliches Blau über, welches immer dunkler wird, bis das Nachbild endlich ganz verschwindet. Wendet man hingegen das durch das Kerzenlicht geblendete Auge auf eine weisse Wand, so folgen sich die Farben des Nachbildes in fast entgegengesetzter Ordnung, d. h. man sieht anfangs ein ganz dunkles Nachbild auf dem hellen Grunde, welches alsbald blau, grün, gelb wird und endlich vom weissen Grunde nicht mehr unterschieden wird, wenn das Nachbild ganz verschwunden ist, d. h. wenn die Netzhaut sich ganz wieder erholt hat. Der Uebergang von einer Farbe zur anderen beginnt am Rande und verbreitet sich von da aus nach der Mitte. Dieselbe Reihe von Farbenerscheinungen beobachtet man an den Blendungsbildern weisser Papiere, die auf schwarzem Grunde liegend von der Sonne beschienen sind etc.

Eine eingehendere Besprechung dieser Erscheinungen, welche man das farbige Abklingen der Nachbilder nennt, gehört in die Physiologie.

Subjective Farben nennt man wohl zusammenfassend diejenigen Farbenerscheinungen, welche entstehen, ohne dass Lichtstrahlen von der betreffenden Farbe auf die Netzhaut fallen. 241

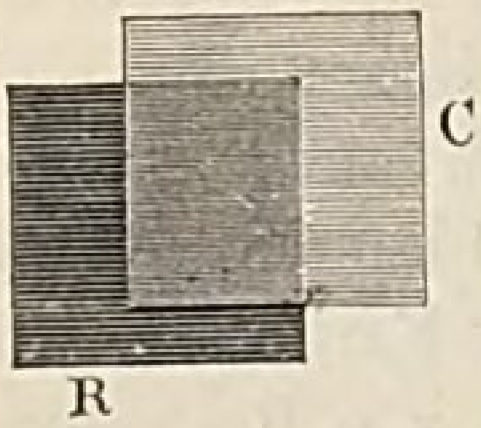
Wir haben einige hierher gehörige Erscheinungen schon am Ende des vorigen Paragraphen kennen gelernt.

Wenn man längere Zeit einen farbigen Fleck auf weissem Grunde scharf fixirt und dann das Auge seitwärts auf die weisse Fläche richtet, so sieht man ein complementär gefärbtes Nachbild; war der Fleck blau, so ist das Nachbild gelb; war er roth, so ist es grün etc. Diese Erscheinung erklärt sich dadurch, dass die Netzhaut für die Farbe des Objectes abgestumpft und also für diejenigen im weissen Lichte enthaltenen Farben empfindlicher wird, die nicht in der Färbung des Objectes enthalten sind, welches die Blendung veranlasste.

Dass die Retina durch das längere Betrachten eines stark erleuchteten farbigen Gegenstandes allmählich gegen diese Farbe abgestumpft wird, geht auch daraus hervor, dass letztere nach und nach immer matter und unscheinbarer zu werden scheint. Man kann sich davon am leichtesten

auf folgende Weise überzeugen. Man fixire längere Zeit ein farbiges, etwa ein rothes Quadrat, welches sich auf einem weissen Grunde befindet, und wende dann das Auge nur etwas seitwärts, so dass das complementäre Nachbild zum Theil noch auf das farbige Quadrat fällt, wie dies Fig. 395 angedeutet ist. Der freie Theil des Nachbildes erscheint jetzt grün, der frei gewordene Theil des ursprünglichen Bildes, d. h. derjenige Theil, welcher seine Strahlen jetzt auf Stellen der Netzhaut sendet, die vorher noch nicht von dem rothen Licht getroffen waren, erscheint lebhaft roth; da aber, wo beide Quadrate über einander fallen, sieht man ein weit matteres Roth, denn die von diesem Theile des objectiven rothen Quadrates ausgehenden Strahlen treffen noch immer solche Stellen der Netzhaut, welche gegen den Eindruck des rothen Lichtes schon mehr abgestumpft sind.

Fig. 395.



Ganz besonders schön lassen sich diese subjectiven Farben mit dem Fig. 396 dargestellten, von Nörremberg construirten Apparate zeigen.

Fig. 396.

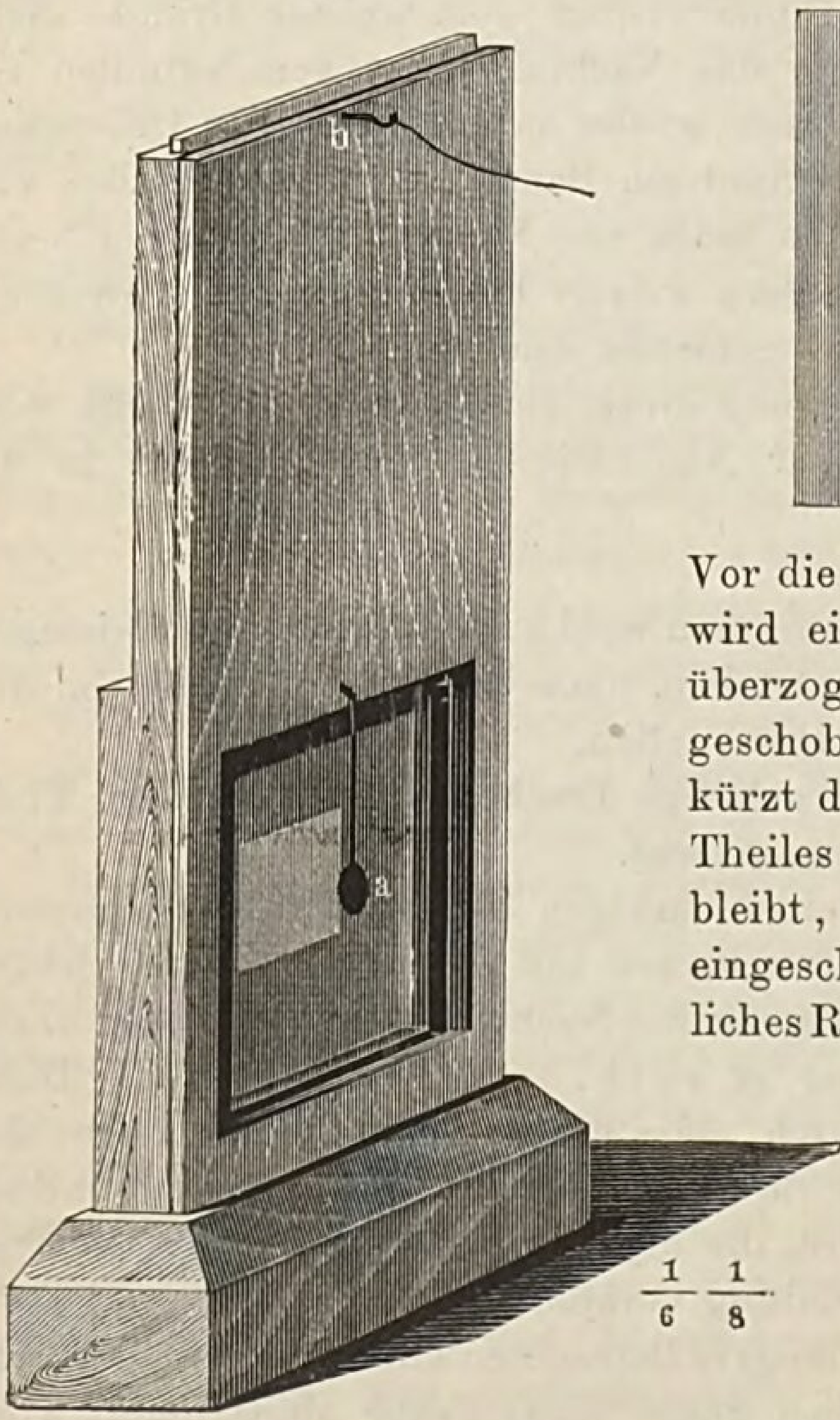
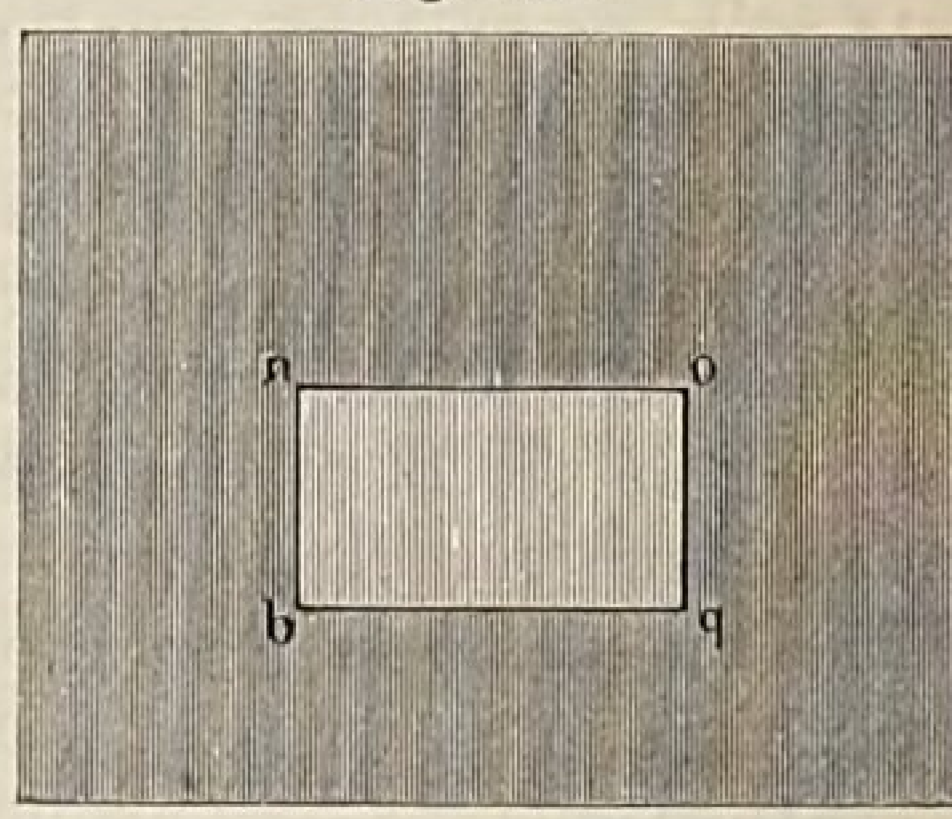


Fig. 397.



Vor die Rückwand des unteren Theiles wird eine mit schön farbigem Papier überzogene Tafel von Pappendeckel eingeschoben, welche in Fig. 397 unverkürzt dargestellt ist; in der Mitte des Theiles der Tafel, welcher sichtbar bleibt, wenn dieselbe in den Apparat eingeschoben worden ist, ist ein längliches Rechteck *nobq* von einer anderen Farbe aufgeklebt, welche womöglich (aber nicht nothwendig) complementär zur Grundfarbe ist. Hat man den Apparat so aufgestellt, dass die farbige Tafel gut beleuchtet ist, so schaut man dieselbe eine Zeit lang starr an; damit man aber ja das Auge möglichst unverrückt erhalte, ist an der Vorderseite des Apparates, von einem

Drahte getragen, ein ungefähr $1^1/_2$ cm im Durchmesser haltendes, schwarz angestrichenes Scheibchen *a*, Fig. 396, angebracht, welches vor der Mitte des farbigen Rechtecks *nobq* erscheint, wenn sich das Auge in gleicher Höhe mit dem Scheibchen gerade in der Mitte vor dem Apparate befindet. Nachdem man nun, das Scheibchen *a* scharf fixirend, die Tafel 16 bis 20 Secunden lang angeschaut hat, ist das Auge bereits ermüdet, und die Farben verlieren ihren Glanz. Ist dies eingetreten, so wird, während der Beschauer noch immer unverwandt das schwarze Scheibchen fixirt, der Stift *b* ausgezogen, so dass ein mit weissem Papier überzogenes Holzrähmchen, welches bis dahin von dem Stifte getragen wurde, herabfällt und die mit farbigem Papier überzogene Tafel zudeckt. Nun sieht man auf dem weissen Papier sehr schön die complementären Farben von denen, welche das Auge vor dem Herabfallen des weissen Schirmes gesehen hatte.

Wir dürfen diesen Gegenstand nicht verlassen, ohne darauf aufmerksam zu machen, dass Versuche über subjective Farbenempfindungen nur mit grosser Vorsicht angestellt werden dürfen, besonders wenn man helle Lichtintensitäten dabei benutzt, da sie lange fortgesetzt die Augen sehr stark anstrengen.

Contrastfarben. Zu den subjectiven Farbenempfindungen im 242
weiteren Sinne gehören auch diejenigen Erscheinungen, zu denen wir uns jetzt nunmehr wenden.

Ein grauer Fleck erscheint auf einer weissen Fläche dunkler, auf einer schwarzen heller, als wenn die ganze Fläche mit demselben grauen Tone überzogen wäre. Ein Versuch, welcher dies recht deutlich zeigt, ist folgender: Man bringe einen schmalen undurchsichtigen Körper, etwa einen Bleistift, zwischen eine Kerzenflamme und eine weisse Fläche, so wird man einen dunklen Schatten auf hellem Grunde sehen; bringt man nun eine zweite Kerzenflamme neben die erstere, so sieht man zwei dunkle Schatten auf dem hellen Grunde; jeder dieser Schatten ist aber jetzt durch eine Kerze also ebenso stark erleuchtet, als vorher die ganze Fläche war, und doch hielt man vorher die Fläche für hell und jetzt den Schatten für dunkel; dieser Versuch beweist den bedeutenden Einfluss des Contrastes.

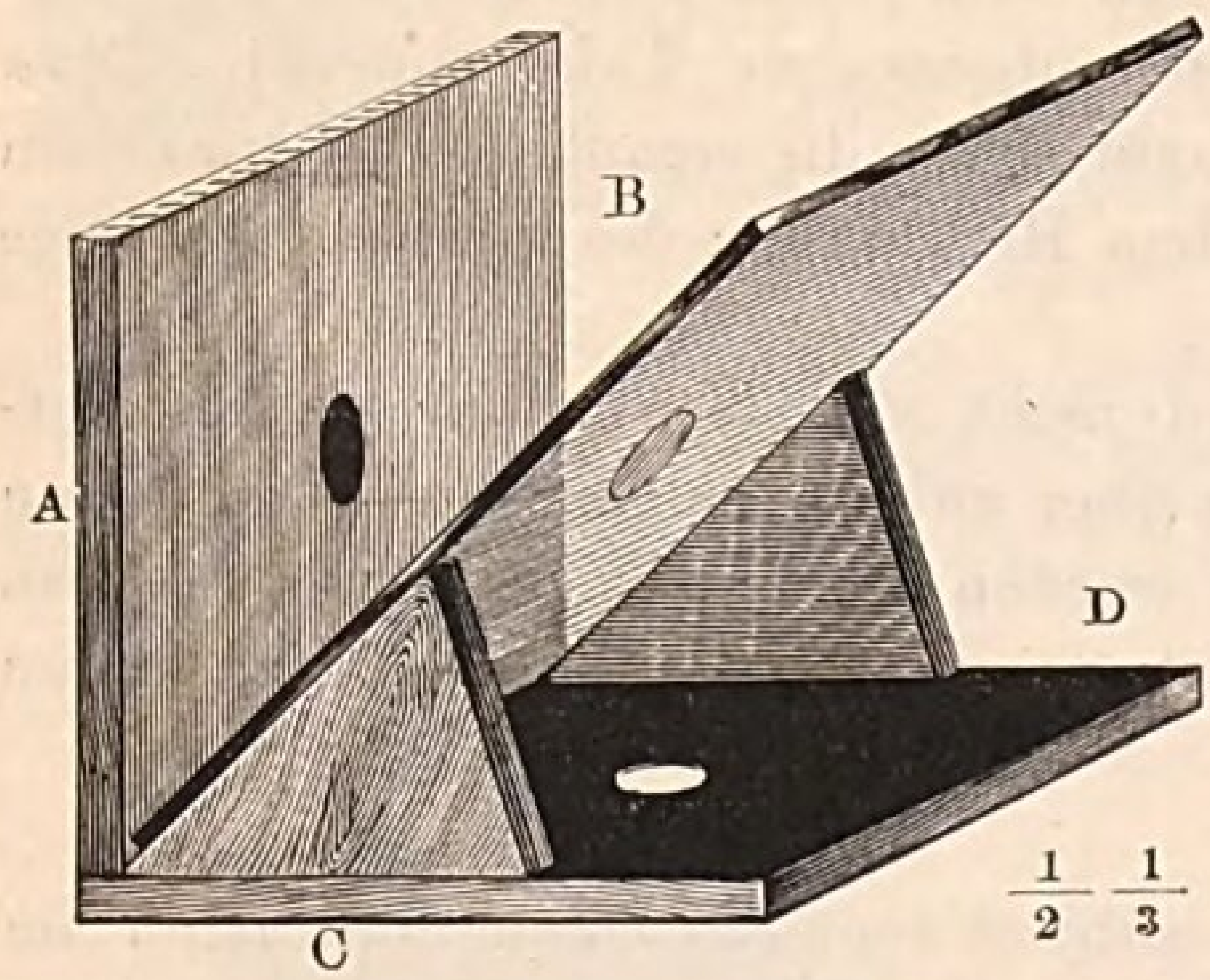
Noch auffallender sind die Contrasterscheinungen bei Betrachtungen farbiger Gegenstände, wobei man oft complementäre Farben sieht, welche objectiv gar nicht vorhanden sind.

Legt man einen schmalen grauen Papierstreifen auf ein lichtgrünes Papier, so erscheint derselbe röthlich, legt man ihn auf ein blaues Papier, so erscheint er gelb, kurz, er erscheint immer complementär zur Farbe des Grundes. Sehr deutlich nimmt man die Erscheinung wahr, wenn man einen ungefähr 1 mm breiten Streifen von weissem Papier auf eine Tafel von farbigem Glase klebt und dann durch dasselbe nach einer weissen Fläche, etwa nach einem Blatt weissen Papiers, sieht; oder

auch, indem man die eine Seite des Glases ganz mit einem dünnen Papier bedeckt, auf die andere den schmalen Streifen befestigt und dann das Glas vor eine Kerzenflamme hält; der Streifen erscheint dann complementär zur Farbe des Glases, also roth auf einem grünen Glase, blau auf einem gelben u. s. w.

Sehr schön kann man die Contrastfarben mit Hülfe des Apparates von Ragona Scina, Fig. 398, zeigen, welcher sich aus Pappendeckel oder aus dünnen Holzbrettchen herstellen lässt. Die verticale Wand AB ist mit weissem Papier überzogen und hat in der Mitte einen schwarzen kreisrunden Fleck von ungefähr $1\frac{1}{2}$ cm Durchmesser. Die horizontale Wand CD ist mit schwarzem Papier überzogen und hat in der Mitte einen weissen Fleck, welcher ebenso gross ist als der eben erwähnte schwarze. Unter einem Winkel von 45° gegen AB und CD geneigt, ist eine farbige Glasplatte angebracht, und wenn man nun das Auge so hält, dass das Spiegelbild, welches die untere Fläche der Glasplatte von dem auf CD gemachten weissen Fleck giebt, gerade vor dem schwarzen Fleck der Wand AB gesehen wird, so erscheint dieses Spiegelbild farbig, und zwar ist seine Farbe complementär zur Farbe des Glases. Bei Anwendung einer grünen Glasplatte z. B. sieht man einen rothen Fleck auf grünem Grunde.

Fig. 398.



Hierher gehören auch die sogenannten farbigen Schatten, welche erscheinen, wenn im farbigen Lichte ein schmaler Körper einen Schatten wirft und dieser Schatten durch weisses Licht beleuchtet ist. Man erhält solche farbige Schatten am leichtesten auf folgende Weise: Man lässt Lichtstrahlen durch ein farbiges Glas auf eine weisse Fläche, etwa auf weisses Papier, fallen, so dass sie nun farbig erscheint; fängt man an irgend einer Stelle die das Papier beleuchtenden farbigen Strahlen durch einen schmalen Körper auf, so erhält man einen schmalen Schatten, welcher nur durch das ringsum verbreitete weisse Tageslicht erhellt ist; dieser Schatten erscheint nun complementär zum Grunde; wendet man ein rothes Glas an, so erscheint der Schatten grün; er erscheint blau, wenn man ein gelbes Glas anwendet etc. Die Farben dieser Schatten sind rein subjectiv.

Manchmal beobachtet man auch farbige Schatten, welche wirklich objectiv verschiedenfarbig sind; sie entstehen, wenn ein Körper bei doppelter Beleuchtung zwei Schatten wirft und die beiden Lichtquellen verschiedene Farben haben, denn alsdann ist der eine Schatten nur

durch Licht von der einen, der andere Schatten nur durch Licht von der anderen Farbe beleuchtet. Solche farbigen Schatten entstehen z. B., wenn in der Dämmerung das bläuliche Himmelslicht in ein Zimmer fällt, in welchem sich eine brennende Kerze befindet; hält man ein Stäbchen so, dass es einen Schatten im Kerzenlicht, einen zweiten im Tageslicht auf eine weisse Fläche wirft, so erscheint der eine Schatten blau, der andere gelb, weil der eine nur durch das bläuliche Tageslicht, der andere nur durch das gelbliche Kerzenlicht beleuchtet ist; doch verstärkt auch in diesem Falle der Contrast den Farbenunterschied und somit hat die Erscheinung einen theils objectiven, theils subjectiven Grund.

Auf eine Erklärung der Contrastfarben können wir hier nicht näher eingehen, da eine solche nur bei weiterem Eindringen in die Lehre von den Farbenempfindungen überhaupt und vielleicht auch in die Lehre von den Urtheilstäuschungen, welche der Psychologie angehört, möglich ist.

Die Farbentöne und Grenzen des Spectrums. Die prismatische Zerlegung des weissen Lichtes in ein Spectrum lehrt uns, dass 243
die Anzahl der objectiv existirenden Lichtarten unendlich gross ist, da die Wellenlängen continuirlich in einander übergehen, so dass also zwischen den Strahlen der äussersten sichtbaren Enden des Spectrums unendlich viele Strahlen zwischenliegender Wellenlängen eingeschaltet sind (vergl. §. 87, S. 185).

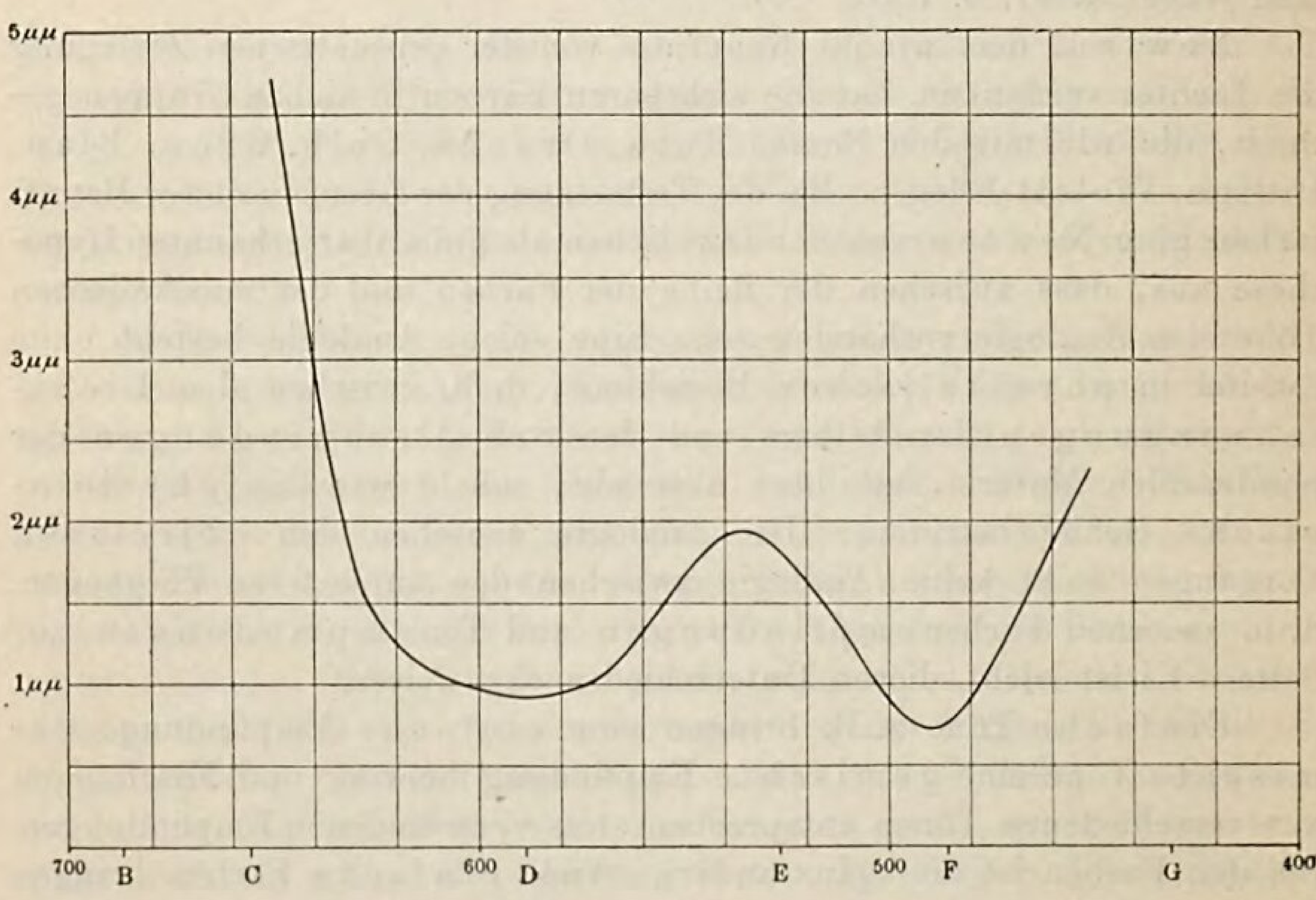
Newton, dem wir die Kenntniss von der prismatischen Zerlegung des Lichtes verdanken, hat die sichtbaren Farben in sieben Gruppen getheilt, die wir mit den Namen Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo, Violett belegen. Bei der Festsetzung der Grenzen dieser Hauptfarben ging Newton von der inzwischen als unhaltbar erkannten Hypothese aus, dass zwischen der Reihe der Farben und der musikalischen Töne eine Analogie vorhanden sei. Eine solche Analogie besteht ohne Zweifel in physikalischer Beziehung, d. h. zwischen den Lichtschwingungen des Aethers und den Schallschwingungen der ponderablen Materie, sie hört aber auf, sobald wir das physiologische Gebiet betreten. Der Analogie zwischen den objectiven Vorgängen steht keine Analogie zwischen den subjectiven Vorgängen, d. h. zwischen Farbenempfindungen und Tonempfindungen zur Seite. Es ist leicht, diesen Unterschied nachzuweisen.

Einfache Töne z. B. bringen eine einfache Empfindung, gemischte Töne eine gemischte Empfindung hervor, und Mischungen aus verschiedenen Tönen entsprechen stets verschiedenen Empfindungen. Bei den Farben ist dies ganz anders. Viele einfache Farben bringen hier gemischte Empfindungen hervor, z. B. die im Spectrum zwischen Gelb und Grün gelegenen Theile, die gemischte Empfindung Gelbgrün. Andererseits bringen Mischungen verschiedenartigen Lichtes oftmals einfache Empfindungen hervor, z. B. die Mischung von Gelbgrün und Orange die einfache Empfindung Gelb, oder eine Mischung von einem bestimmten

Blau mit einem bestimmten Gelb die einfache Empfindung Weiss. Diese einfache Empfindung Weiss ist aber auch diejenige Empfindung, welche durch die Mischung aller Spectralfarben hervorgebracht wird, und sie kann auch durch die Mischung eines bestimmten Roth mit einem bestimmten Grün entstehen: unsere Farbenempfindung kann sich demnach gleich verhalten bei physikalisch ganz Verschiedenem.

Eine weitere Verschiedenheit zwischen den Farbenempfindungen und Tonempfindungen besteht noch darin, dass bei den Tönen unabhängig von der absoluten Tonhöhe sich die Empfindung um gleich viel ändert, wenn die Schwingungszahl (also auch die Wellenlänge) um den gleichen Bruchtheil sich ändert. Dieses ist bei den Farbenempfindungen durchaus nicht der Fall, denn während im Spectrum von dem äussersten sichtbaren rothen Ende bis zur Wellenlänge von 660 $\mu\mu$ keine Nüancenverschiedenheit, sondern lediglich Intensitätsverschiedenheit besteht, und wir auch in der grünen Region beträchtliche Strecken im Spectrum vorangehen können, ohne dass eine starke Nüancenänderung auftritt, ist in den Regionen des Gelben sowohl wie in denen des Blaugrünen nur eine kleine Aenderung der Wellenlänge nöthig, um auffallende Verschiedenheiten der Nüance hervorzurufen. Ausführliche Messungen hierüber haben E. Brodhun und W. Uhthoff angestellt;

Fig. 399.



Ersterer bestimmte den mittleren Fehler der Wellenlänge, den man in den verschiedenen Spectralregionen bei Einstellung auf gleiche Nüance macht, Letzterer den Unterschied der Wellenlänge, der in den verschiedenen Spectralregionen nöthig ist, damit ein eben merklicher Nüancen-

unterschied auftritt. Die nebenstehende Fig. 399 giebt Uhthoff's Resultate in graphischer Darstellung. Als Abscissenaxe dient das Spectrum und die Ordinate der eingezeichneten Curve ist an jeder Stelle gleich dem zur eben merklichen Nüancendifferenz erforderlichen Wellenlängenunterschied.

Aus diesen Versuchen hat A. König berechnet, dass ein normales, farbentüchtiges Auge ungefähr 160 verschiedene Farbentöne im Spectrum unterscheiden kann.

Diese Bestimmungen gelten für eine mittlere, hierzu am besten geeignete Intensität; nimmt diese immer mehr und mehr ab, so wird die Anzahl der unterscheidbaren Nüancen immer geringer, bis endlich kurz vor dem Unsichtbarwerden das ganze Spectrum aus einem grauen Bande besteht, das nur am langwelligen Ende eine schwach röthliche Färbung zeigt; bei steigender Intensität wird die Unterscheidung der Nüancen auch immer schwieriger, und es scheint, als wenn bei blendender Helligkeit das ganze Spectrum nur zwei Nüancen enthielte, ein gelbliches und ein bläuliches Weiss.

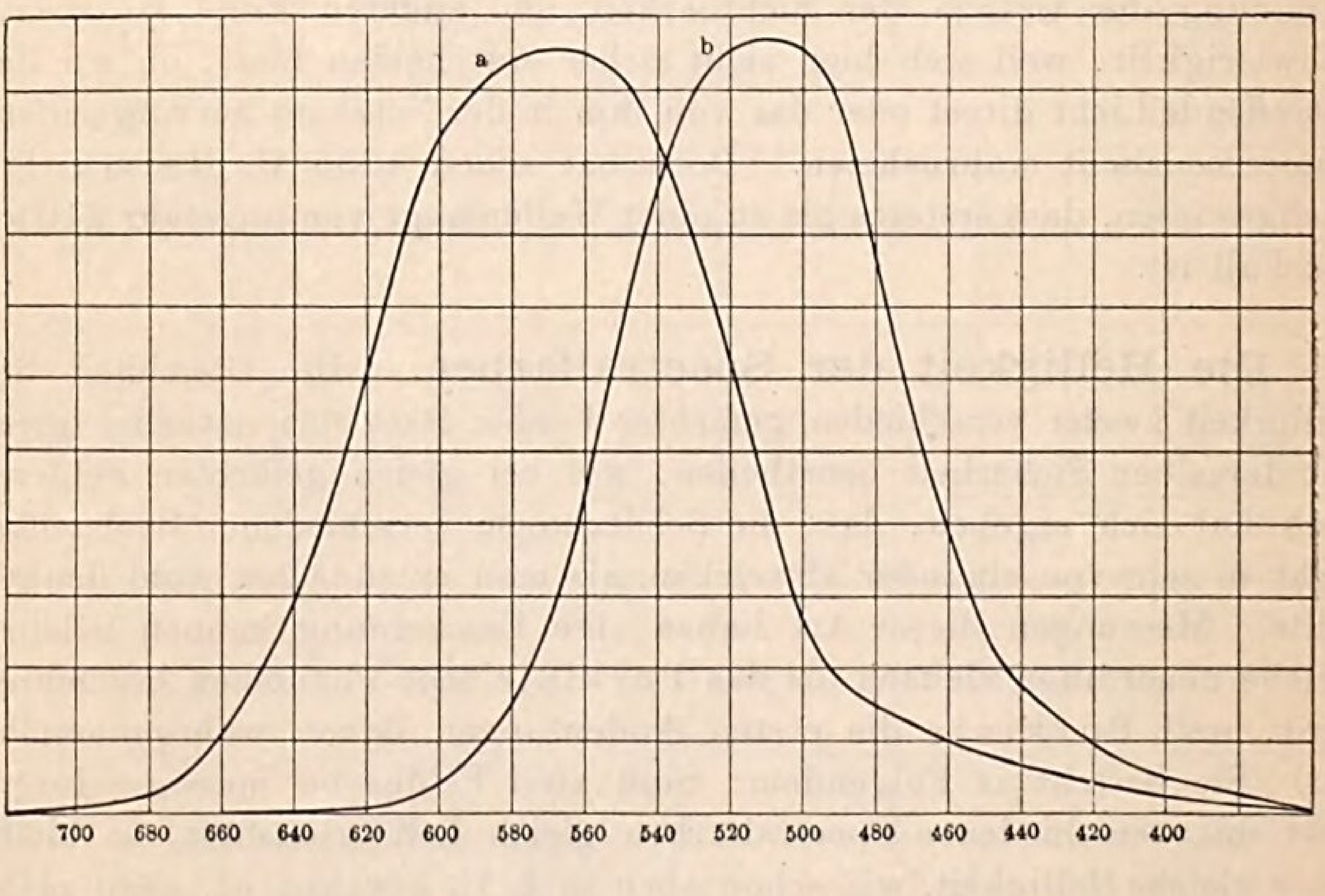
Die äusserste sichtbare Grenze des Spectrums am rothen Ende entspricht nach Helmholtz einer Wellenlänge von 812 $\mu\mu$. Die Bestimmung der Grenze der Sichtbarkeit am anderen Ende stösst auf Schwierigkeit, weil sich hier nicht sicher entscheiden lässt, ob wir das betreffende Licht direct oder das von ihm in der Netzhaut hervorgerufene Fluorescenzlicht wahrnehmen. Doch hat schon 1855 H. Helmholtz nachgewiesen, dass ersteres bis zu einer Wellenlänge von ungefähr 310 $\mu\mu$ der Fall ist.

Die Helligkeit der Spectralfarben. Die Gleichheit der 244
Helligkeit zweier verschieden gefärbter Felder lässt sich natürlich nicht mit derselben Sicherheit beurtheilen, wie bei gleich gefärbten Feldern, doch hat sich ergeben, dass die Schätzungen verschiedener Beobachter nicht so sehr von einander abweichen, als man es zunächst wohl denken sollte. Messungen dieser Art haben eine Erscheinung kennen gelehrt, welche neuerdings vielfach als das Purkinje'sche Phänomen bezeichnet wird, weil Purkinje die ersten Andeutungen davon wahrgenommen hat. Sie besteht in Folgendem: Sind zwei Felder bei mässiger Intensität mit verschiedenen Spectralfarben gleich hell erleuchtet, so bleibt diese gleiche Helligkeit, wie schon oben in §. 13 erwähnt ist, nicht mehr bestehen, wenn die Intensität der beiden Spectralfarben objectiv in derselben Weise geändert wird (etwa dadurch, dass die Spaltbreite des Spectralapparates, durch den sie gemeinsam erzeugt werden, geändert wird), und zwar ist jedesmal das langwelligere von den beiden Lichtern dasjenige, welches sich am meisten in seiner Helligkeit geändert hat. Sind also z. B. die beiden ursprünglich gleich hellen Felder roth und blau gefärbt, so ist nach einer Steigerung der Intensität das rothe Feld das hellere, nach einer Verminderung derselben das rothe

Feld das dunklere. E. Brodhun hat zuerst nachgewiesen, dass dieses Purkinje'sche Phänomen nicht mehr besteht, oder wenigstens nur sehr schwach auftritt, sobald die Helligkeit einen gewissen Grad überstiegen hat, dass also von da an gleich hell erscheinende Felder auch gleich hell bleiben, wenn man die Intensität ihrer Beleuchtung objectiv um denselben Betrag steigert.

Es ist ersichtlich, dass man von einer bestimmten Helligkeitsvertheilung im Spectrum kurzweg nur dann reden kann, so lange man sich oberhalb jener von E. Brodhun bestimmten Stufe der Helligkeit befindet. Benutzt man niedrigere Helligkeiten, so gelten die erhaltenen Werthe nur für diejenige Helligkeitsstufe, bei welcher sie gewonnen sind. A. König hat solche Bestimmungen im Spectrum für verschiedene Helligkeitsstufen gemacht und durch Curven dargestellt. Aus dem Purkinje'schen Phänomen folgt ohne Weiteres, dass mit abnehmender Intensität das Maximum der Curve sich nach dem kurzwelligen Ende des Spectrums hin verschieben muss. Die nebenstehende Fig. 400 stellt die Helligkeitsvertheilung für zwei Helligkeitsstufen in einem Interferenzspectrum des Sonnenlichtes dar; die Curve *a* für eine Helligkeitsstufe,

Fig. 400.



bei der das Purkinje'sche Phänomen nicht mehr auftritt, die Curve *b* für die niedrigste zur Messung noch benutzbare Helligkeitsstufe. Beide Curven beziehen sich also auf die extremsten Fälle, bei welchen solche Messungen bisher ausgeführt worden sind.

245 **Mischungen von Spectralfarben.** Es ist oben schon erwähnt, dass gemischte Farben manchmal einfache Empfindungen hervorrufen. Die wichtigsten und bekanntesten dieser Mischungen sind bereits in §. 90

ausführlich besprochen worden: es sind diejenigen, bei denen die einfache Empfindung Weiss erzeugt wird. Die Componenten einer solchen Mischung bezeichnet man als Complementärfarben. Man unterscheidet zusammengesetzte und einfache oder spectrale Complementärfarben. Bei zusammengesetzten Complementärfarben ist jede Componente wiederum aus verschiedenen Spectralfarben zusammengesetzt.

Einfache oder spectrale Complementärfarben zu bestimmen, ist schwierig und mühsam und ergiebt für verschiedene Beobachter auch etwas verschiedene Resultate. Bisher liegen nur wenige vollständige derartige Beobachtungsreihen vor. Die ersten Bestimmungen der Wellenlänge spectraler Complementärfarben wurden von Helmholtz im Jahre 1855 nach der auf Seite 196 (Fig. 155) beschriebenen Methode ausgeführt. Sie sind bisher an Genauigkeit kaum übertroffen worden, trotzdem die dabei benutzten Apparate wesentlich vervollkommnet worden sind. Die folgende Tabelle enthält die Wellenlängen complementärer Paare nach den Helmholtz'schen Bestimmungen:

Farbe	Wellenlänge	Complementärfarbe	Wellenlänge
Roth	656,2 $\mu\mu$	Grünblau . . .	492,1 $\mu\mu$
Orange	607,7 „	Blau	489,7 „
Goldgelb	585,3 „	Blau	485,4 „
Goldgelb	573,9 „	Blau	482,1 „
Gelb	567,1 „	Indigblau . . .	464,5 „
Gelb	564,4 „	Indigblau . . .	461,8 „
Grüngelb	563,6 „	Violett	kleiner als 433 „

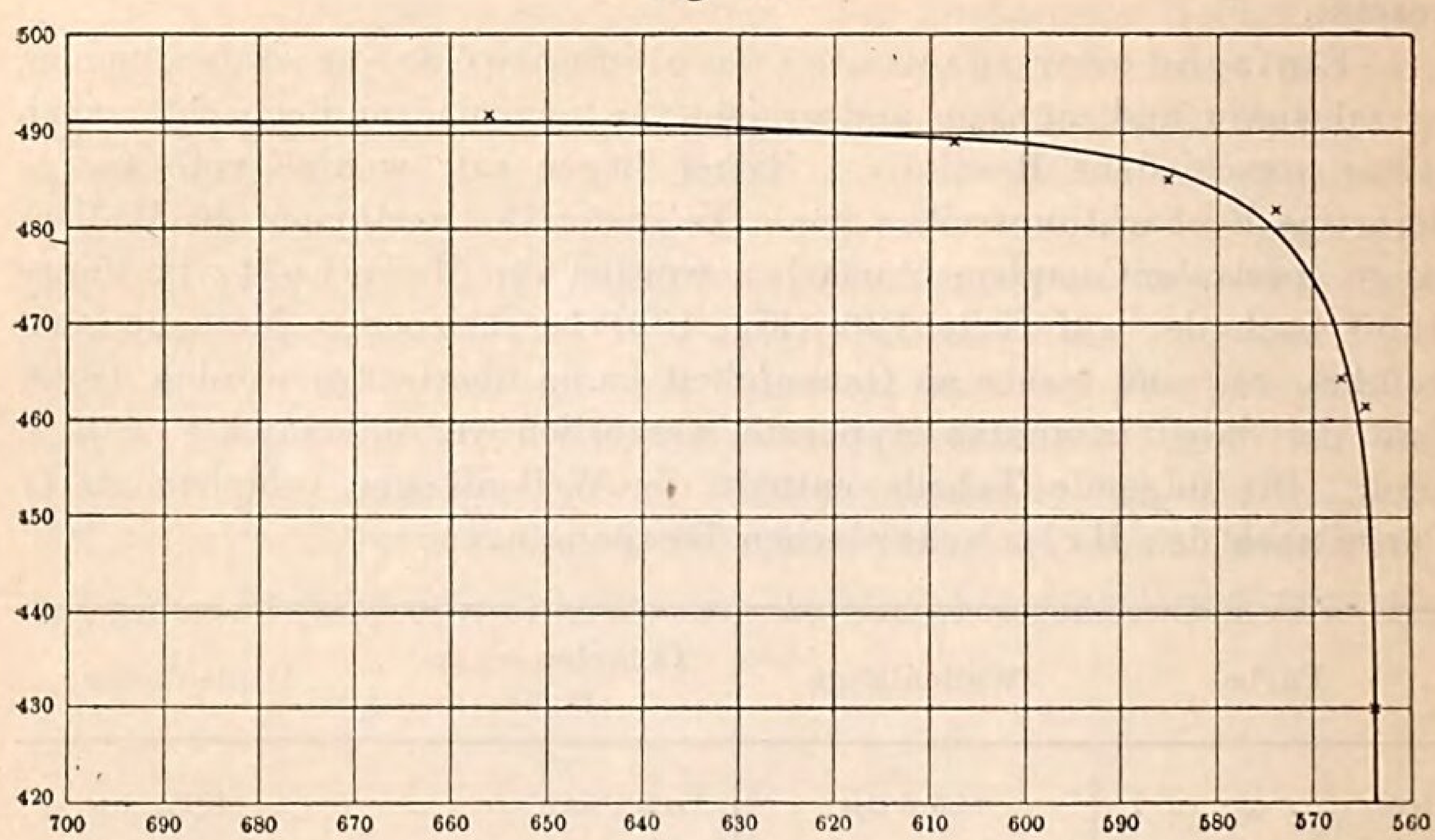
In der Fig. 401 (a. f. S.) sind diese Paare complementärer Spectralfarben in der Weise graphisch eingetragen, dass jedes Paar durch ein kleines Kreuzchen dargestellt ist, dessen Abscisse gleich der Wellenlänge der einen Componente, dessen Ordinate gleich der Wellenlänge der anderen Componente ist. Durch diese Punkte ist dann eine möglichst glatte Curve gezogen, von der jeder Punkt nunmehr einem Paare spectraler Complementärfarben entspricht.

Farbenblindheit. Ungefähr 4 Procent sämmtlicher männlichen 246
und $^1/_4$ Procent sämmtlicher weiblichen Individuen besitzen von Geburt an eine andere Art des Farbensehens als diejenige, welche wir bisher berücksichtigt haben. (Ausserdem kommen in Folge von Erkrankungen der Netzhaut und des Sehnerven noch vielfach erworbene Störungen der Farbenempfindung vor, auf die wir aber hier nicht näher eingehen können.) Diese Abweichungen, welche man im Allgemeinen

als Farbenblindheit bezeichnet, zerfallen in zwei Hauptformen, von denen die eine, am häufigsten vorkommende, wieder in zwei Typen vertreten ist.

A. Bei der sogenannten partiellen Farbenblindheit sind in dem Spectrum nur die beiden Nüancen Gelb und Blau vorhanden. Das

Fig. 401.



langwellige Ende des Spectrums, welches normal roth erscheint, wird hier gesättigt gelb gesehen, mit abnehmender Wellenlänge nimmt diese Sättigung immer mehr und mehr ab, so dass ungefähr bei der Wellenlänge 500 $\mu\mu$ der gelbe Ton verschwunden ist und ein reines farbloses Weiss gesehen wird. Noch weiter nach dem kurzwelligen Ende hin nimmt dann dieses Weiss einen bläulichen Ton an, der sich immer mehr sättigt und schliesslich in ein gesättigtes Blau übergeht. Die oben erwähnte Stelle im Spectrum, welche weiss (oder bei geringerer Intensität natürlich grau) gesehen wird, nennt man den neutralen Punkt oder die neutrale Zone im Spectrum der Farbenblinden. Die Wellenlänge desselben lässt sich bei jedem Farbenblinden genau bestimmen, sie ist von Individuum zu Individuum etwas verschieden; aber auch bei demselben Individuum soll sie sich nach den Beobachtungen von Preyer, Donders, König und Brodhun, denen jedoch die Beobachtungen von E. Hering widersprechen, mit steigender Intensität nach dem blauen Ende hin nicht unbeträchtlich verschieben. Helligkeitsvergleiche zwischen verschieden gefärbten Feldern scheinen von solchen partiell Farbenblinden viel sicherer ausgeführt werden zu können, als von Personen mit normaler Farbenempfindung. Es zeigt sich bei ihnen ebenfalls das oben in §. 244 erwähnte Purkinje'sche Phänomen, und bei minimalster Helligkeit haben sie ebenso, wie farbentüchtige Personen, diejenige Helligkeitsvertheilung im Spectrum, welche für die letzteren oben

in Fig. 400 durch die Curve *b* dargestellt ist. Für grössere Helligkeiten aber, in denen das Purkinje'sche Phänomen nicht mehr auftritt, zeigt sich eine nicht unbeträchtliche Verschiedenheit zwischen den partiell Farbenblinden unter einander. Bei ungefähr der Hälfte derselben ist auch hier die Helligkeitsvertheilung mit derjenigen der Farbentüchtigen übereinstimmend, bei den übrigen aber ergiebt sich eine Vertheilung der Helligkeit, die zwar durch eine ähnlich gestaltete, aber etwas nach dem kurzwelligen Ende hin verschobene, zwischen *a* und *b* liegende Curve dargestellt werden kann. (Ob zwischen diesen beiden Gruppen — jedenfalls sehr selten vertretene — Uebergangsformen bestehen, ist noch eine offene Frage.) Hieraus ergiebt sich, dass die letztere Gruppe das langwellige Ende des Spectrums relativ viel dunkler sieht, als die übrigen partiell Farbenblinden und die Farbentüchtigen. Man bezeichnet sie daher wohl als „rothblind" und zum Unterschiede davon die andere Gruppe als „grünblind" [1].

Ausser diesen beiden Formen der angeborenen partiellen Farbenblindheit scheint noch, freilich sehr selten, eine dritte Form, die sogenannte Blau- oder Violettblindheit zu bestehen, welche bisher aber noch nicht so eingehend untersucht worden ist, dass man Sicheres über sie aussagen könnte.

B. Totale Farbenblindheit ist bisher nur an sehr wenigen Personen beobachtet worden; aber die Untersuchungen sind doch so zuverlässig, dass man unbedingt Sicheres über diese Abnormität aussagen kann. Die Bezeichnung „farbenblind" wird hier mit vollem Rechte angewandt, denn das Spectrum erscheint hier völlig farblos wie ein grauer Streifen. Die Helligkeitsvertheilung in demselben ist bei allen Intensitäten genau diejenige, welche für Farbentüchtige und partiell farbenblinde Personen bei minimalster Intensität besteht, und wie sie in Fig. 400 durch die Curve *b* dargestellt ist. Es ergiebt sich daraus, dass Roth und Gelb relativ hier noch viel dunkler erscheinen, als bei den sogenannten Rothblinden, daher verwechseln solche Personen rothe Gegenstände leicht mit schwarzen. Während die Augen der partiell Farbenblinden ausser der abweichenden Qualität ihrer Farbenempfindungen keinerlei Anomalien zeigen, sind die Augen der total Farbenblinden durchgängig noch mit anderweitigen Störungen behaftet: sehr geringe Sehschärfe, grosse Lichtscheu, Augenzittern u. s. w.

Farbentheorie von Young-Helmholtz. Die Thatsachen, welche sich aus dem Farbensehen, insbesondere den Farbenmischungen der Farbentüchtigen und Farbenblinden ergeben, von denen 247

[1]) Diese Bezeichnung ist durch die Thatsachen keineswegs begründet; sie ist ursprünglich entstanden aus theoretischen Betrachtungen, die sich an die weiter unten ausgeführte Young-Helmholtz'sche Farbentheorie anschlossen. Sie hat aber auch vom Gesichtspunkte dieser Theorie aus gegenwärtig nur noch formelle Berechtigung.

hier nur ein kleiner Theil angeführt ist, haben die Aufstellung von besonderen Theorien über das Zustandekommen der Farbenempfindungen ermöglicht. Im Wesentlichen kommen zwei verschiedene Theorien in Betracht, die Young-Helmholtz'sche und die Hering'sche Farbentheorie. Wir beginnen mit der historisch ältesten.

Die Young-Helmholtz'sche Farbentheorie wurde im Anfang dieses Jahrhunderts von Thomas Young aufgestellt, ohne irgend welche Beachtung zu finden. Später haben sie Helmholtz und Maxwell der Vergessenheit entrissen und durch neue Beobachtungen gestützt. Sie war dann bis zum Jahre 1875, wo die weiter unten dargestellte Hering'sche Theorie zuerst entwickelt wurde, wohl ziemlich allgemein anerkannt. Sie nimmt an, dass überhaupt nur drei Grundempfindungen für Farben bestehen, durch deren gesonderte oder gleichzeitige Erregung die Gesammtheit aller Farbenempfindungen verursacht wird, wobei als besonders wichtig zu beachten ist, dass wir nach dieser Theorie in unserem Bewusstsein aus einer thatsächlich bestehenden Empfindung nicht die sie zusammensetzenden Grundempfindungen heraus zu analysiren brauchen [1]). Die Young-Helmholtz'sche Theorie hat durch den Fortschritt in der Kenntniss der Thatsachen mehrfach Aenderungen und Zusätze erfahren. Die wesentlichsten Grundzüge in ihrer gegenwärtigen Gestaltung sind folgende:

1. Es giebt in der Netzhaut drei Arten von photochemischen Substanzen. Zersetzung der einen erregt die Empfindung des Roth, Zersetzung der anderen die des Grün, Zersetzung der dritten die Empfindung des Blau. (Einzelne Beobachter nehmen an Stelle dessen Violett an.)

2. Homogenes Licht zersetzt mindestens zwei, in den meisten Fällen alle drei Substanzen. Die Roth-Substanz wird am stärksten zersetzt durch diejenigen Lichtarten, welche dem langwelligen Theile des Spectrums angehören, die Grün-Substanz durch die mittleren Theile des Spectrums, die Blau-Substanz durch den kurzwelligen Theil des Spectrums.

Die Fig. 402 stellt nach den Versuchen von A. König und C. Dieterici die spectrale Vertheilung der Zersetzbarkeit dieser drei photochemischen Substanzen dar. Als Abscissenaxe ist ein Interferenzspectrum gewählt, die Höhen der Ordinaten entsprechen einem eben solchen Spectrum, welches durch Zerlegung von Sonnenlicht entstanden ist. Es bestehen hier, ebenso wie bei den Wellenlängen der Complementärfarben, kleine individuelle Verschiedenheiten, so dass die Form dieser Curven für verschiedene Personen etwas verschieden ist.

3. Dasjenige Verhältniss zwischen den Zersetzungsstärken der drei photochemischen Substanzen, welches bei einfallendem Sonnenlichte be-

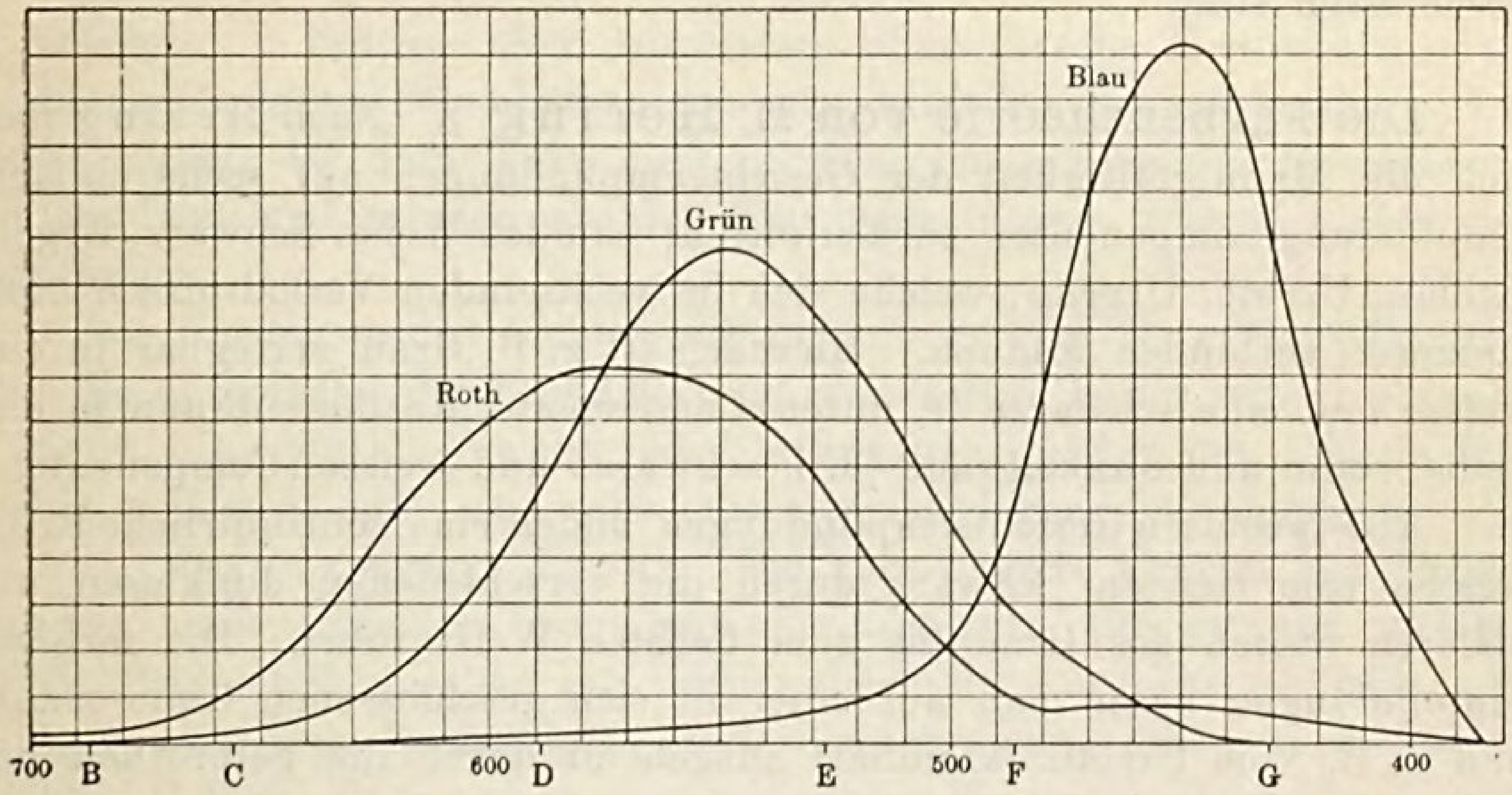
[1]) Diese Theorie muss scharf von derjenigen unterschieden werden, dass es objectiv drei Grundfarben, d. h. Lichtarten, gebe, durch deren theilweise Uebereinanderlagerung die übrigen Farben entstehen. Letztere von Brewster aufgestellte und vertheidigte Theorie ist längst durch Thatsachen widerlegt und braucht daher nicht weiter beachtet zu werden.

steht, ist stets mit der Empfindung Weiss verbunden. Wie dieses Verhältniss in Wirklichkeit ist, lässt sich nicht bestimmen. In der Fig. 402 ist die einfachste Annahme dafür gemacht, d. h. es ist hinsichtlich der zersetzten Substanzmengen

$$\text{Roth} : \text{Grün} : \text{Blau} = 1 : 1 : 1$$

gesetzt, indem der Maassstab für jede der drei Curven so gewählt ist, dass die von jeder einzelnen von ihnen und der Abscissenaxe umschlossenen Flächen gleich sind. Bezeichnen wir die drei Ordinaten für

Fig. 402.



eine bestimmte Wellenlänge mit $\mathfrak{R}_1$, $\mathfrak{G}_1$, $\mathfrak{B}_1$, und diejenigen der complementären Wellenlänge mit $\mathfrak{R}_2$, $\mathfrak{G}_2$, $\mathfrak{B}_2$, so besteht nach dem eben Gesagten die Doppelgleichung:

$$a\mathfrak{R}_1 + b\mathfrak{R}_2 = a\mathfrak{G}_1 + b\mathfrak{G}_2 = a\mathfrak{B}_1 + b\mathfrak{B}_2,$$

wenn $a:b$ das Verhältniss der Lichtmengen bezeichnet, in dem die beiden Complementärfarben gemischt werden müssen, um Weiss zu erzeugen.

4. Bei partieller Farbenblindheit ist die spectrale Vertheilung der Zersetzlichkeit entweder der Roth-Substanz oder der Grün-Substanz geändert, und zwar so, dass beide Substanzen in dieser Beziehung völlig übereinstimmend geworden sind, d. h. beide besitzen entweder die normale spectrale Vertheilung der Zersetzbarkeit der Roth-Substanz oder diejenige der Grün-Substanz; es wird dann also stets gleich viel von der Roth-Substanz und der Grün-Substanz zersetzt, d. h. es wird stets durch die Zersetzung dieser beiden Substanzen die Empfindung Gelb entstehen. Es ist damit die Abweichung des Farbensehens der partiell Farbenblinden von dem normalen Zustande erklärt. Fernerhin ist nun leicht ersichtlich, dass bei „Rothblindheit“ die Roth-Substanz, bei „Grünblindheit“ die Grün-Substanz diejenige ist, welche die spectrale Vertheilung ihrer Zersetzbarkeit geändert hat.

5. Die totale Farbenblindheit hat erst neuerdings (1894) A. König auf Grund der Young-Helmholtz'schen Farbentheorie zu erklären versucht, indem er die Eigenschaften des Sehpurpurs und des Sehgelbs, zweier von F. Boll und W. Kühne in der Netzhaut nachgewiesenen photochemischen Substanzen, mit in den Kreis der Betrachtung zog und dabei zugleich eine Erklärung sowohl für die Abhängigkeit der Lage des neutralen Punktes im Spectrum der partiell Farbenblinden von der absoluten Intensität, wie auch für das oben erwähnte Purkinje'sche Phänomen fand. Wir gehen hierauf an dieser Stelle nicht näher ein, weil diese Untersuchungen noch zu wenig abgeschlossen sind.

248 **Die Farbentheorie von E. Hering**[1]. Nach Hering lässt sich die Mannigfaltigkeit der Gesichtsempfindungen auf sechs einfache Empfindungscomponenten zurückführen; nämlich Weiss, Schwarz, Urgelb, Urblau, Urroth, Urgrün, welche sich in wechselnden Verhältnissen unter einander verbinden können. Hiernach ist z. B. Grau zerlegbar in eine weisse und eine schwarze (s. unten) Componente, Kastanienbraun in eine gelbe, rothe und dunkelgraue (d. i. schwarze und weisse) Componente.

Alle farblosen Gesichtsempfindungen bilden eine continuirliche Reihe, welche vom tiefsten Schwarz durch die verschiedenen dunkleren und helleren Stufen des Grau bis zum hellsten Weiss führt. Die farbigen Empfindungen kann man auf einer in sich geschlossenen Linie ordnen und z. B. vom Urroth (s. unten) ausgehend durch die gelbrothen und rothgelben Farbentöne zum Urgelb, von diesem durch die grüngelben und gelbgrünen zum Urgrün, sodann durch die blaugrünen und grünblauen Töne zum Urblau, und endlich durch die rothblauen und blaurothen zum Urroth zurückgelangen. Auf dieser, alle überhaupt möglichen Farbentöne enthaltenden Farbenlinie erscheinen die vier Urfarben als Wendepunkte und die zwischen je zwei Urfarben liegenden Töne als deren Zwischenfarben. Es giebt also keine Gesichtsempfindungen, welche zugleich eine rothe und eine grüne, oder zugleich eine gelbe und eine blaue Componente enthalten.

Jede farbige Empfindung hat neben ihrer einfachen oder doppelten farbigen Componente auch eine weisse und schwarze: je weniger letztere merklich sind, desto schöner oder freier, je mehr sie hervortreten, desto weisslicher, graulicher oder schwärzlicher ist die Farbe. Von jeder möglichst freien Farbe führt eine stetige Reihe von Uebergängen zu jedem Gliede der oben erwähnten Reihe der farblosen Empfindungen.

Die Gesichtsempfindungen sind bedingt durch die chemischen Processe, welche das Leben der Sehsubstanz, d. i. der nervösen Substanz des Auges und der zugehörigen Hirntheile, ausmachen. In derselben

[1]) Die Bearbeitung dieses Paragraphen hat gütigst Herr E. Hering, Professor der Physiologie in Leipzig, übernommen.

gehen, wie in jeder lebenden Substanz, Zersetzungs- oder Dissimilirungsprocesse und Ernährungs- oder Assimilirungsprocesse neben einander her. Jeder der sechs Empfindungscomponenten entspricht ein Process besonderer Art: dem Weiss, Urgelb, Urroth je eine Art der Dissimilirung (*D*), dem Schwarz, Urblau, Urgrün je eine Art der Assimilirung (*A*). Was die Sehsubstanz durch den weissempfundenen *D*-Process verliert, gewinnt sie durch den schwarzempfundenen *A*-Process, und ebenso steht dem gelbempfundenen *D*-Process der blauempfundene, dem rothempfundenen *D*-Process der grünempfundene *A*-Process gegenüber. Die dem Weiss und den vier Urfarben entsprechenden Processe werden durch die Aetherschwingungen geweckt bezw. gesteigert; der dem Schwarz entsprechende *A*-Process aber wird stets ohne directe Mitwirkung einer Lichtenergie in der Sehsubstanz erzeugt. Auch bei dauernd verdunkeltem Auge sinken die dem Weiss und Schwarz entsprechenden Processe nie bis auf Null und werden als das Eigengrau (sogen. innerer Lichtnebel) empfunden.

Das Vermögen des Lichtes, die genannten fünf *D*- oder *A*-Processe und die entsprechenden Empfindungen zu wecken, heisst seine optische Valenz. Die optische Valenz jedes homogenen Lichtes lässt sich in eine farbig wirkende und eine schwächere weisswirkende Componente oder Sondervalenz zerlegt denken. Die dem Urgelb, Urgrün und Urblau entsprechenden Lichter (von beiläufig 575 $\mu\mu$, 495 $\mu\mu$ und 472 $\mu\mu$ Wellenlänge) haben neben ihrer weisswirkenden nur eine einfache, alle übrigen eine doppelte farbigwirkende Sondervalenz. Die genannten drei Lichter theilen als Cardinalpunkte des Spectrums dasselbe in vier Strecken: Alle Lichter vom schwach gelblichen Endroth bis zum Urgelb haben zugleich rothe und gelbe Sondervalenz; zwischen Urgelb und Urgrün haben alle Lichter gelbe und grüne, zwischen Urgrün und Urblau grüne und blaue, und vom Urblau bis zum Endviolett blaue und rothe Sondervalenz. Ein dem Urroth entsprechendes homogenes Licht mit nur rother Sondervalenz giebt es nicht, vielmehr hat auch das längstwellige sichtbare Licht ausser seiner rothen noch eine schwache gelbe Sondervalenz.

Die weisswirkende Sondervalenz, welche jedes homogene Licht neben der ein- oder zweifachen farbigen Valenz besitzt, ist am kleinsten in den rothen und gelbrothen, am grössten in den grünen, und wieder kleiner in den blauen und violetten Lichtern des Sonnenspectrums. Für den total Farbenblinden haben alle homogenen Lichter überhaupt nur diese weisse Valenz, weil seiner Sehsubstanz das Vermögen zur Erzeugung der den farbigen Empfindungen entsprechenden Processe fehlt; das ganze Spectrum erscheint ihm weiss bezw. grau und am hellsten in der für uns grünen Gegend. Für die partiell farbenblinden (roth-grün-blinden) Augen entfallen aus analogem Grunde nur die rothen und grünen Sondervalenzen, daher ihnen alle Lichter vom Endroth bis zum Urgrün mehr oder weniger gelb, das urgrüne Licht selbst grau oder weiss, und alle

Lichter vom Urgrün bis zum Endviolett mehr oder weniger blau erscheinen. (Aeusserst selten sind gelb-blau-blinde Augen, für welche die dem Urgelb und Urblau entsprechenden Lichter nur weisse, die übrigen Lichter des Spectrums ausser ihrer weissen nur rothe oder grüne Sondervalenz haben.)

Da eine gelbe Sondervalenz entgegengesetzt auf die Sehsubstanz wirkt, als wie eine blaue, so heben zwei zusammenwirkende Lichter, deren eines gelbe, das andere blaue Sondervalenz besitzt, ihre farbige Wirkung gegenseitig mehr oder weniger bezw. bei ganz bestimmtem Mischungsverhältnisse gänzlich auf, und dasselbe gilt von den rothen und grünen Sondervalenzen; die gleichzeitigen Wirkungen der weissen Sondervalenzen solcher zwei Lichter aber addiren sich. Ist, wie im weissen Tageslichte, die Summe aller gelben Sondervalenzen der einzelnen homogenen Lichter eines zusammengesetzten Lichtes gleich der Summe aller blauen, die der rothen gleich der Summe der grünen Sondervalenzen, so erscheint das Licht weiss, entsprechend der allein übrig bleibenden Wirkung sämmtlicher weissen Sondervalenzen. Mischt man zwei homogene Lichter, welche den beiden Enden des Sonnenspectrums nahe liegen, in bestimmtem Verhältnisse, so heben die gelbe Sondervalenz des gelblichrothen und die blaue des violetten Lichtes ihre Wirkung gegenseitig auf, während die Wirkungen der rothen und weissen Sondervalenzen beider Lichter sich addiren, und man erhält eine Empfindung vom Tone des Urroth. Jedes andere Mischungsverhältniss der beiden Lichter ergiebt eine jener Zwischenfarben, welche vom Endviolett des Spectrums zu seinem etwas gelblichen Endroth zurückführen und im Spectrum selbst fehlen. Zwei homogene oder zusammengesetzte farbige Lichter, welche, in bestimmtem Verhältniss gemischt, sich gegenseitig ihre farbigen Wirkungen auf das Sehorgan unmöglich machen und deshalb weiss erscheinen, sind sogen. complementäre Lichter.

Zwölftes Capitel.

Ueber die Strahlenbegrenzung und die von ihr abhängige Lichtwirkung optischer Systeme.

A. Strahlenbegrenzung, Apertur, Vergrösserungskraft.

Zweck der Blenden. Bei den nachfolgenden Betrachtungen 249
setzen wir voraus, dass die Abbildung eine dioptrisch punktweise ist, dass also von einem weissen Objectpunkte wieder ein weisser Bildpunkt entsteht. Da ein optisches System weder unendlich grosse Objecte, noch auch einen Punkt mittelst beliebig weiter Büschel abbildet, so bedient man sich geeigneter Blenden oder Diaphragmen, welche den Strahlengang in gewünschter Weise begrenzen. Die durch das System selbst schon verursachte oder willkürlich herbeigeführte Strahlenbegrenzung ist für die Theorie der optischen Instrumente, deren Helligkeit, Auflösungsvermögen etc. von hervorragender Wichtigkeit. Sie ist zum Theil von Helmholtz, hauptsächlich aber von E. Abbe entwickelt worden.

Eintritts- und Austrittspupille. Es lässt sich zeigen, dass 250
bei jeder Abbildung die abbildenden Strahlenbüschel im Objectraume von einer Blende p begrenzt werden, deren Bild p' in Bezug auf das optische System die Strahlenbüschel im Bildraume begrenzt, so dass kein Strahl aus dem System durch p' austreten kann, der dasselbe nicht durch p eintretend erreicht hat. Die wirksame Blende im Objectraume heisst nach Abbe die Eintrittspupille, diejenige im Bildraume die Austrittspupille. Beide brauchen nicht wirklich als körperliche Blenden oder Diaphragmen vorhanden zu sein, sondern können die Bilder einer solchen sein.

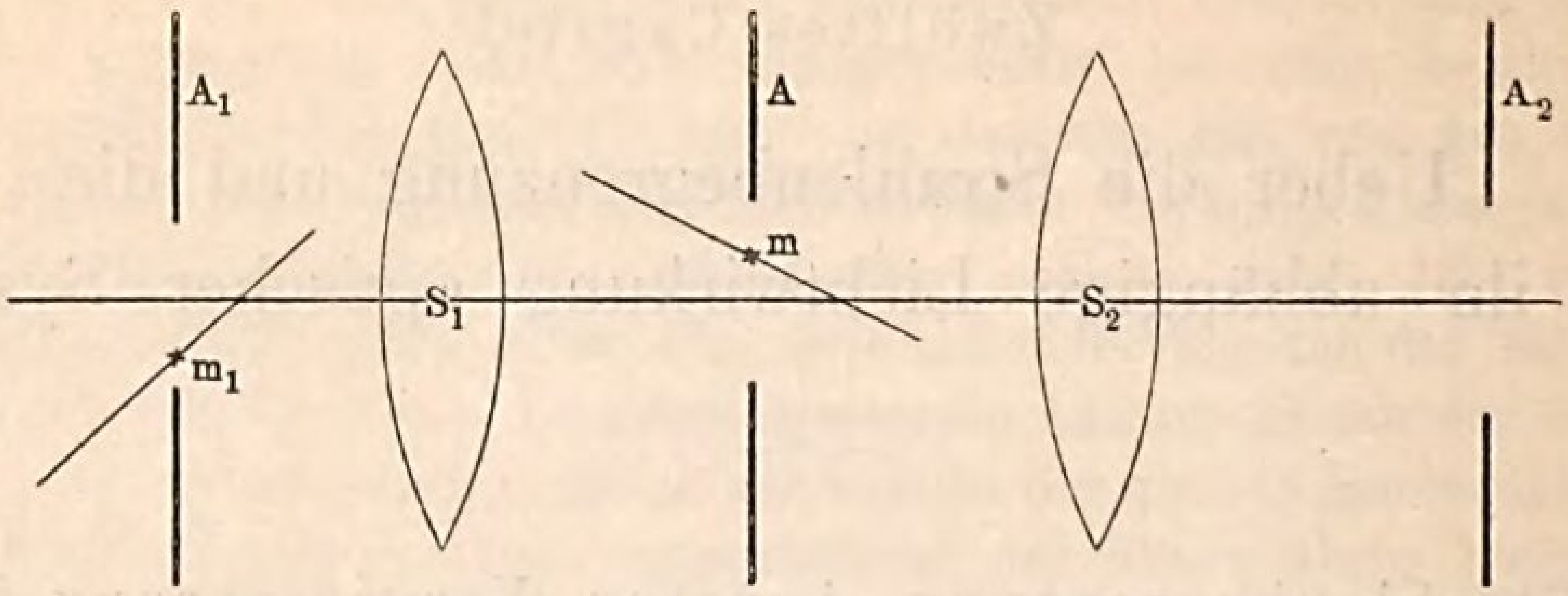
Zum Verständniss der folgenden Beweisführung mögen erst einige Sätze aus der geometrischen Optik recapitulirt werden:

I. Satz: Wenn eine zur optischen Axe eines dioptrischen Systems senkrechte Ebene das Bild einer zweiten senkrechten Ebene ist, so ist auch letztere das Bild der ersteren.

II. Satz: Wenn das zwischen zwei Systemen S_1 und S_2 befindliche Object A (Fig. 403) durch das System S_1 in A_1 und durch das System S_2 in A_2 abgebildet wird, so wird A_1 durch das Gesammtsystem $S_1 + S_2$ in A_2 abgebildet.

III. Satz: Wenn zwei Objecte (etwa die Blenden A und A_1) in Bezug auf das System S_1 im Verhältniss von Bild und Object zu einander stehen,

Fig. 403.

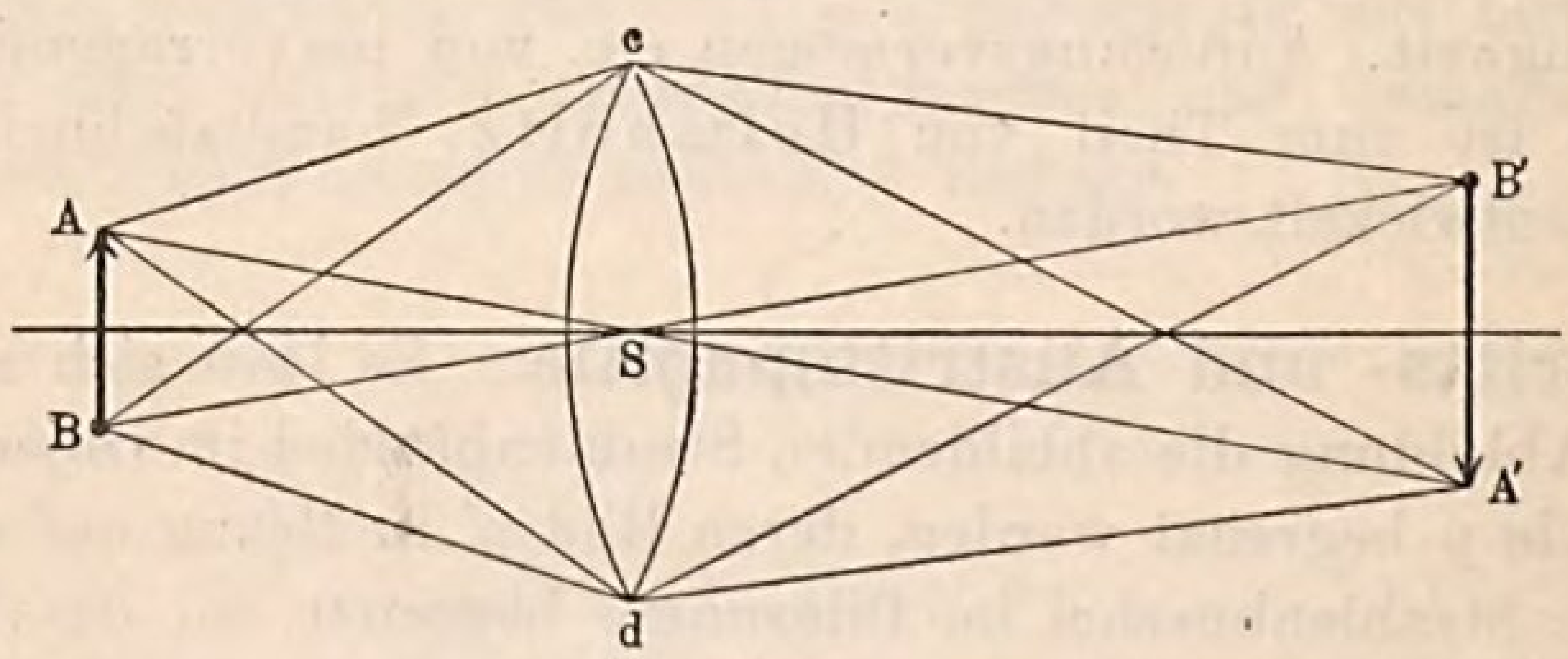


so muss ein möglicher Strahl, welcher beim Austritt aus S_1 durch einen Punkt m_1 der Oeffnung von A_1 geht, beim Eintritt durch den zu m_1 conjugirten Punkt m der Oeffnung von A gehen.

Wir fragen uns jetzt, welches ist bei den optischen Systemen die Basis der abbildenden Strahlenkegel, und welchen Einfluss übt auf letztere und deren Gang eine irgendwo eingeschobene körperliche Blende aus?

Der einfachste Fall ist der, dass das System selbst die Strahlenbüschel beschränkt, wie in Fig. 404. Es bildet hier die gesammte Ober-

Fig. 404.



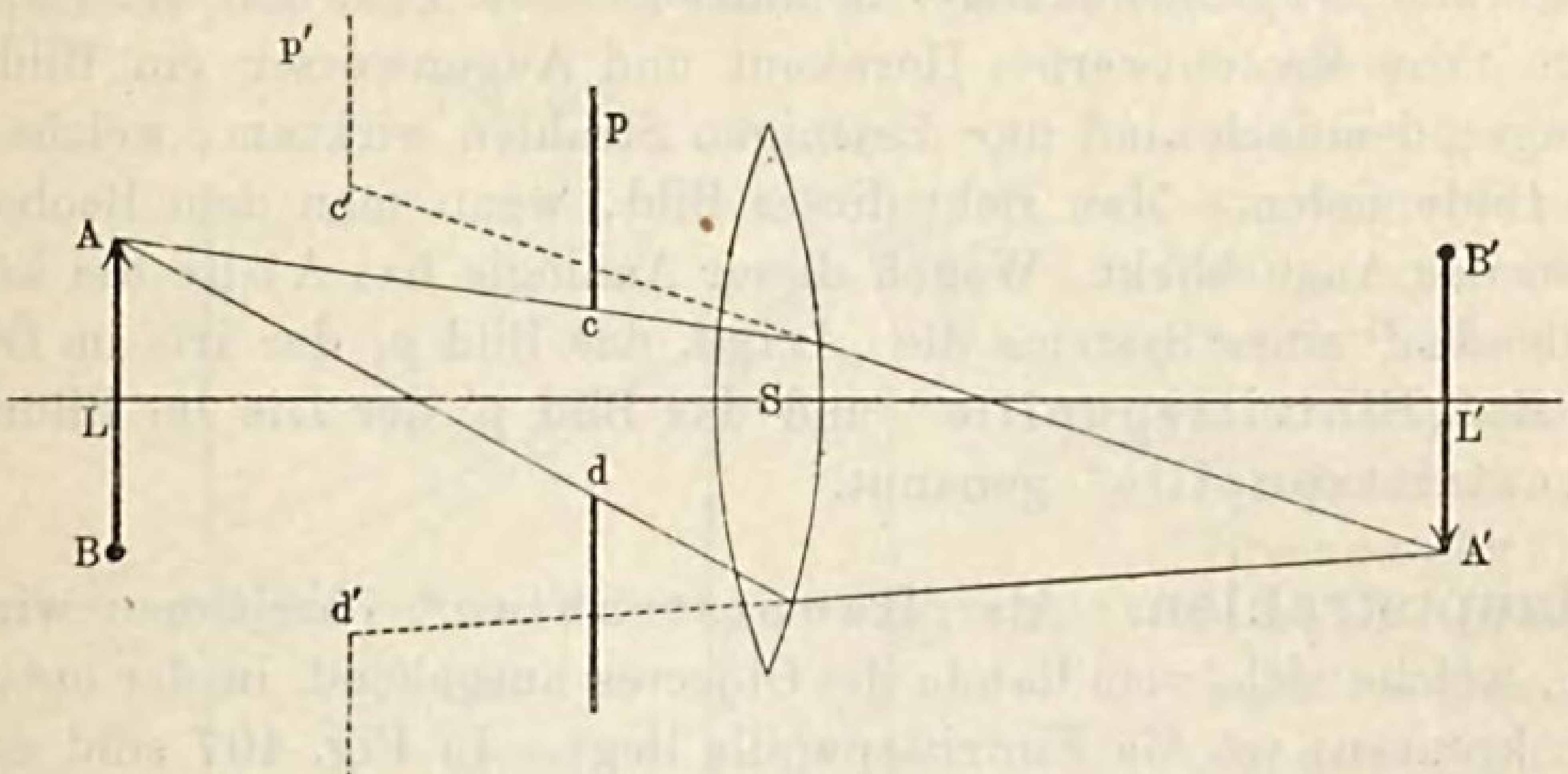
fläche der Linse S sowohl die Basis cd der eintretenden, wie der austretenden Strahlenbüschel, d. h. es treten alle Strahlen in Wirksamkeit, welche, von einem Objectpunkte A kommend, die Linse S überhaupt treffen.

Nun sei ausser dem System S noch die Blende p (Fig. 405) gegeben. Wir suchen dann zunächst das Bild von p in Bezug auf das System S; es sei p'. Kennen wir noch die Lage von Object ALB und dessen Bild $A'L'B'$, so ist der Gang eines jeden Strahles ohne Weiteres zu bestimmen. So muss z. B. der Strahl Ac nothwendig durch die conjugirten Bildpunkte von A und c, d. h. also durch A' und

c' gehen; ferner entsprechen sich Ad und $A'd'$. Man sieht, dass alle aus dem Systeme S austretenden Strahlen ihre gemeinsame Basis im Bilde p' der Blende p haben, gleichviel welches ihr Gang im Inneren des Systems ist. Während also die eintretenden Strahlenbüschel durch die körperliche Blende p begrenzt sind, werden die austretenden Strahlenbüschel durch das Blendenbild p' begrenzt.

Die nicht nach cd zielenden Strahlen kommen bei der Bilderzeugung nicht zur Geltung, und die im Kegel $c'A'd'$ verlaufenden Strahlen tragen

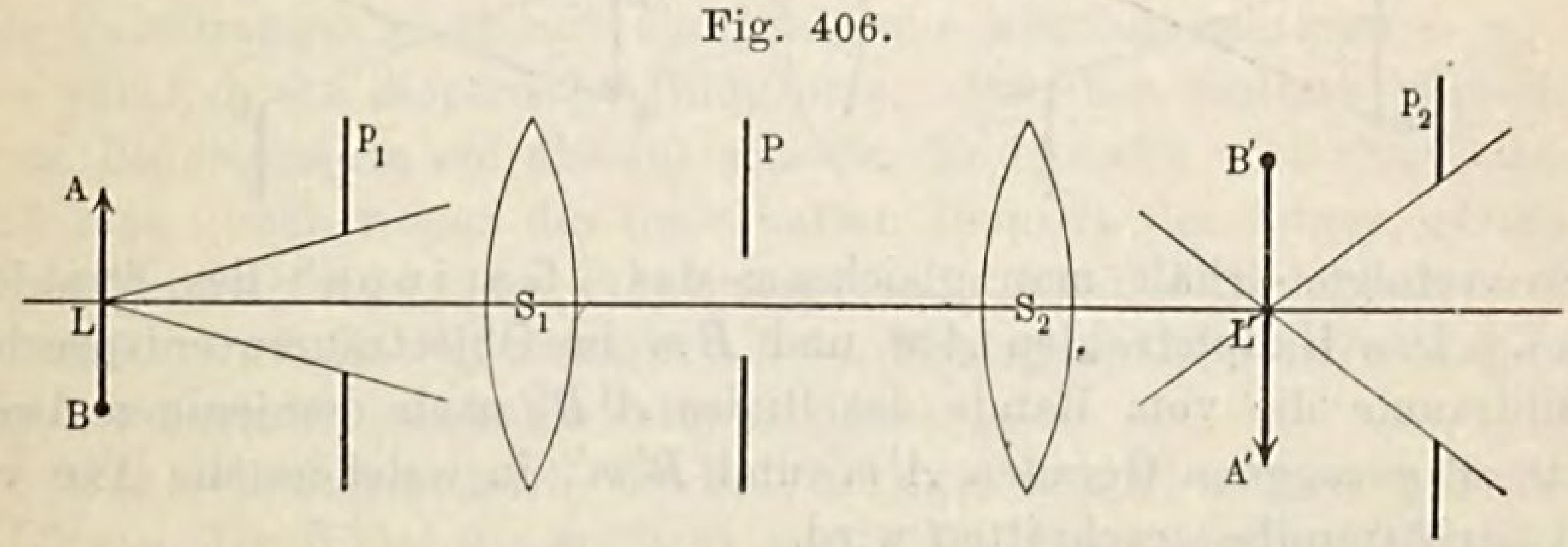
Fig. 405.



nur zum Bildpunkte A' bei. Als selbstverständlich ist hierbei vorausgesetzt, dass die Strahlen Ac und Ad auch wirklich durch das System gelangen können, d. h. dass das System S gross genug ist.

Der allgemeinste Fall wird durch folgende Betrachtung gefunden. Es liege die körperliche Blende P (Fig. 406) zwischen den Systemen S_1 und S_2, und es sei p_1 das Bild von P in Bezug auf System S_1, und p_2

Fig. 406.



das Bild von P in Bezug auf System S_2. Das Object ALB werde durch das Gesammtsystem $S_1 + S_2$ in $A'L'B'$ abgebildet.

Bei dieser Lage hat das aus S_1 austretende Büschel die Blende P zur Basis, demnach muss das eintretende nach p_1 zielen, um zur Geltung zu kommen. Das aus S_2 austretende Büschel ist vor dem Eintritt durch die Blende P gegangen; es muss also p_2 zur Basis haben. Die in Bezug auf das Gesammtsystem $S_1 + S_2$ conjugirten Oeffnungen p_1 und p_2 sind demnach für den Strahlengang maassgebend

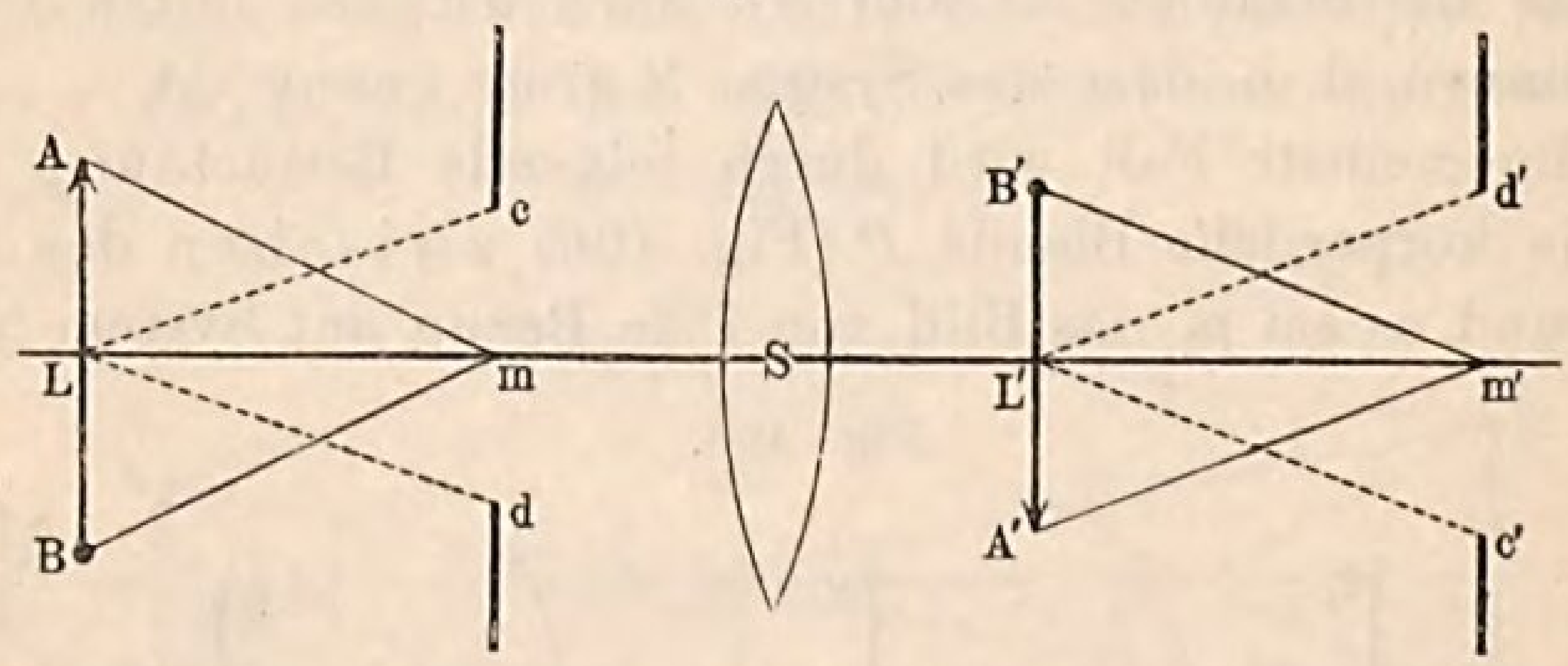
als Begrenzungen. Lediglich die nach p_1 zielenden Strahlen sind wirksam und nur die durch p_2 gegangenen Strahlen gelangen zum Bilde. Sie ersetzen in ihrer Wirkung vollkommen die Blende P.

Sind mehrere Blenden P vorhanden [1]), so ist diejenige für die eintretenden Strahlenbüschel die maassgebende, deren Bild p im Objectraume vom Orte L des Objectes unter dem kleinsten Winkel erscheint. Nur die durch die maassgebende Oeffnung p gelangenden Strahlen tragen zum Bilde bei.

Beim Auge ist der von uns angenommene Fall vorhanden. Zwischen der Linse und der Augenkammer befindet sich die Iris mit der Pupillenöffnung. Von ihr entwerfen Hornhaut und Augenwasser ein Bild vor dem Auge; demnach sind nur diejenigen Strahlen wirksam, welche nach diesem Bilde zielen. Man sieht dieses Bild, wenn man dem Beobachter direct in das Auge blickt. Wegen dieser Analogie hat Abbe die körperliche Blende P eines Systems die „Iris", das Bild p_1 der Iris im Objectraume die „Eintrittspupille" und das Bild p' der Iris im Bildraume die „Austrittspupille" genannt.

251 **Hauptstrahlen.** Als „Hauptstrahlen" bezeichnen wir diejenigen, welche sich, vom Rande des Objectes ausgehend, in der optischen Axe da kreuzen, wo die Eintrittspupille liegt. In Fig. 407 sind es also die Strahlen Am und Bm. Indem man dieselben durch das ganze System

Fig. 407.



weiter verfolgt, erhält man gleichsam das „Gerippe" des Strahlenganges. Den Hauptstrahlen Am und Bm im Objectraume entsprechen im Bildraume die vom Rande des Bildes $A'B'$ nach demjenigen Axenpunkte m' gezogenen Geraden $A'm'$ und $B'm'$, in welchem die Axe von der Austrittspupille geschnitten wird.

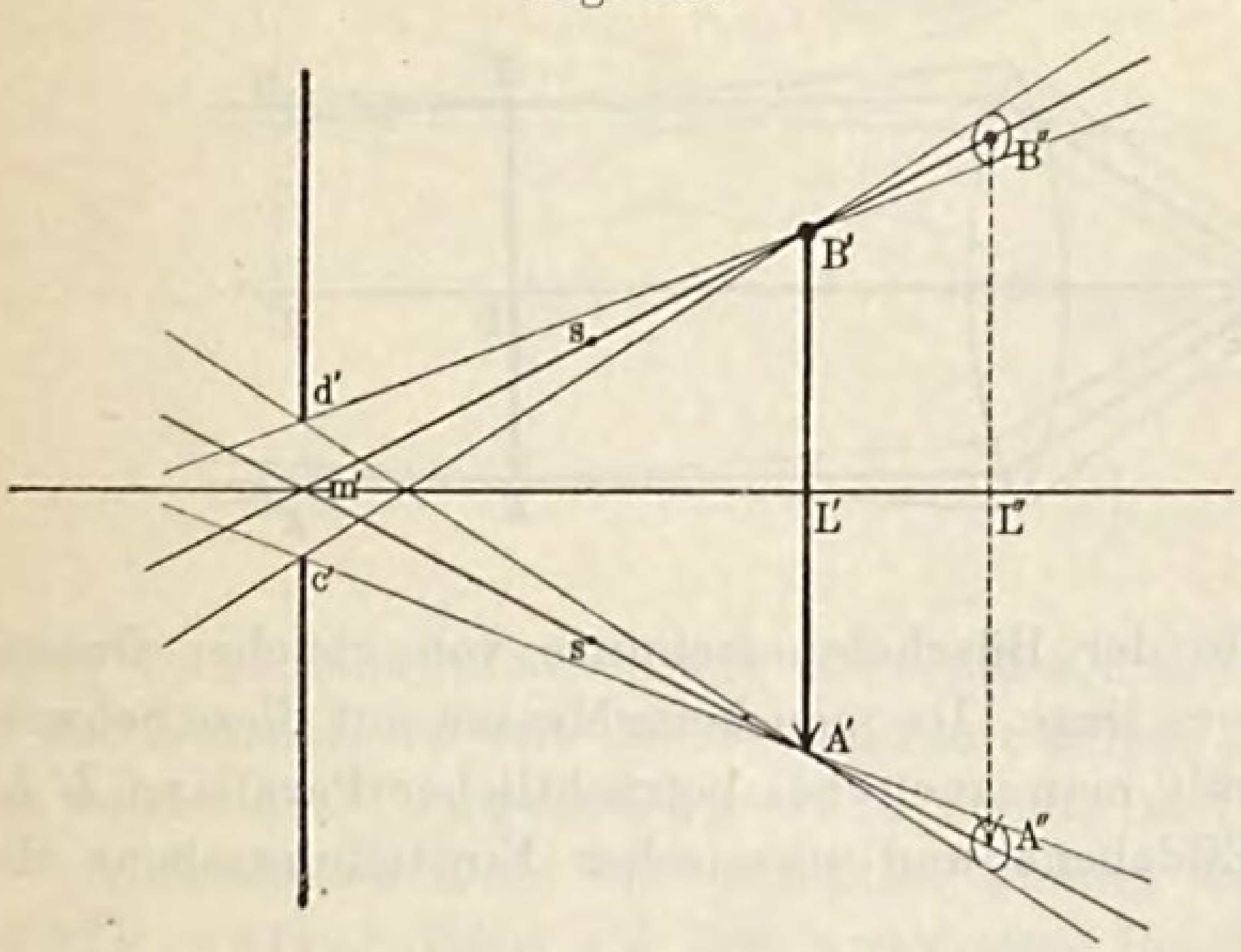
Die Kreuzungspunkte m bezw. m' der Hauptstrahlen mit der Axe bilden zugleich die „Centra der Perspective", da ja alle Punkte eines Hauptstrahles im Bildraume den Punkten auf dem entsprechenden Hauptstrahl im Objectraume conjugirt sind.

[1]) Zum Beispiel sind die Ränder der zu den Einzelsystemen gehörigen Linsen ebenfalls als Blenden P aufzufassen und wirken bei den optischen Apparaten der Objective in der That als wirksame Eintrittspupille im Objectraume.

Die Form der Pupillen p_1 und p_2 ist maassgebend für die Gruppirung der Strahlen eines Büschels rund um den Hauptstrahl. Bei kreisförmigen Pupillen sind die Strahlen der abbildenden Büschel symmetrisch um die Hauptstrahlen gruppirt. Es liegt also der Schwerpunkt des Querschnitts eines Büschels stets auf dem Hauptstrahl.

Telecentrischer Strahlengang. Im Allgemeinen ist die Richtung der Hauptstrahlen im Bildmedium geneigt gegen die Axe; das Centrum m' (Fig. 408) der Perspective liegt also im Endlichen. Die Folge davon ist, dass sich die auf den beiden Hauptstrahlen entlang wandernden Schwerpunkte s der Büschelquerschnitte von einander entfernen, je weiter man von der Austrittspupille $c'd'$ fortschreitet. Diese Erscheinung kann störend wirken, sobald es sich darum handelt, die Bildgrösse $A'B'$ auszumessen, etwa durch ein Ocularmikrometer oder mit Hülfe eines Glasmaassstabes, den man mit $A'B'$ zur Deckung bringt und durch eine Lupe zugleich mit $A'B'$ betrachtet. Fällt die Ebene der Theilung des Maassstabes (Einstellungs- oder Pointirungsebene) mit der Bildebene absolut zusammen, so misst man wirklich die dioptrische Bildgrösse. Da aber factisch niemals von einem Objectpunkte ein absolut scharfer Bildpunkt entstehen kann, so wird man, auch wegen der fehlerhaften Dioptrik des Auges, selten eine vollständige Deckung der Pointirungsebene mit der Bildebene erreichen. Ein Jeder wird die Schwierigkeit beim Photographiren selbst empfunden haben, auf ein Object scharf einzustellen. 252

Fig. 408.



Wir wollen annehmen, die Pointirungsebene L'' möge um die Strecke $L'L''$ von der Bildebene entfernt sein. Da das Auge das Bild in dieser Ebene auffasst, so vergleicht es demnach nicht die wirkliche Bildgrösse $A'B'$, sondern den Abstand $A''B''$ der Schwerpunkte der bildformirenden Büschel in der Ebene L'' mit der daselbst befindlichen Theilung.

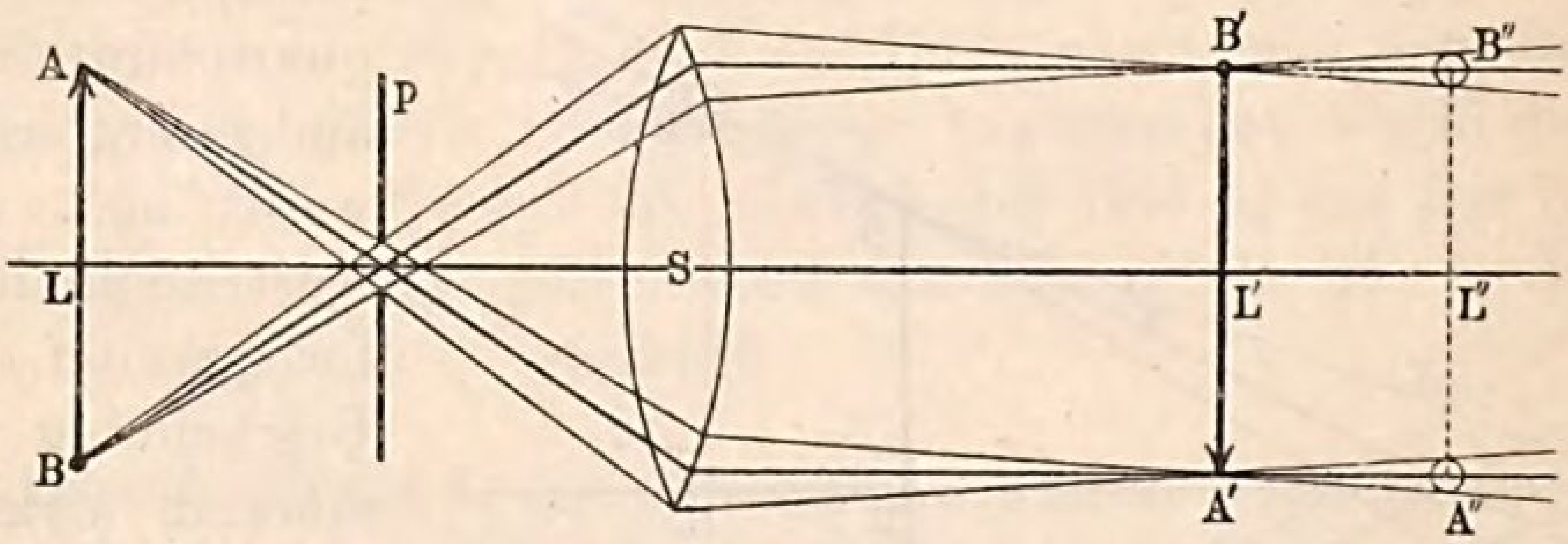
Dieser Messungsfehler in Folge der Parallaxe zwischen Bildebene und Einstellungsebene ist um so grösser, je enger die im Bildraume verlaufenden Büschel sind, je kleiner also die Austrittspupille $c'd'$ ist und je steiler die Hauptstrahlen im Bildraume zur Axe verlaufen.

Der durch die Parallaxe verursachte Fehler beim Messen der Bild-

grösse wird theoretisch gleich Null, sobald die Hauptstrahlen im Bildraume der Axe parallel laufen, so dass der Bildwinkel unendlich klein wird.

Ein solcher Strahlengang wird praktisch erzielt, wenn man, wie in Fig. 409, im vorderen Brennpunkte des Systems eine enge körperliche Blende p anbringt. Dann zielen die Hauptstrahlen im Bildraume nach dem unendlich fernen Bildpunkte der Blendenmitte, d. h. sie laufen parallel zur Axe. Ein System von dieser Eigenschaft, sein Projectionscentrum im Bildraume im Unendlichen zu haben, heisst nach E. Abbe „telecentrisch nach der Bildseite". Bei ihm bleibt der Abstand

Fig. 409.



$A''B''$ der Schwerpunkte der Büschelquerschnitte von gleicher Grösse, wo immer im Bildraume es liege. Da man beim Messen auf diese Schwerpunkte einstellt, so erhält man auch bei beträchtlicher Parallaxe $L'L''$ zwischen dioptrischer Bildebene und physischer Einstellungsebene die wahre Bildgrösse.

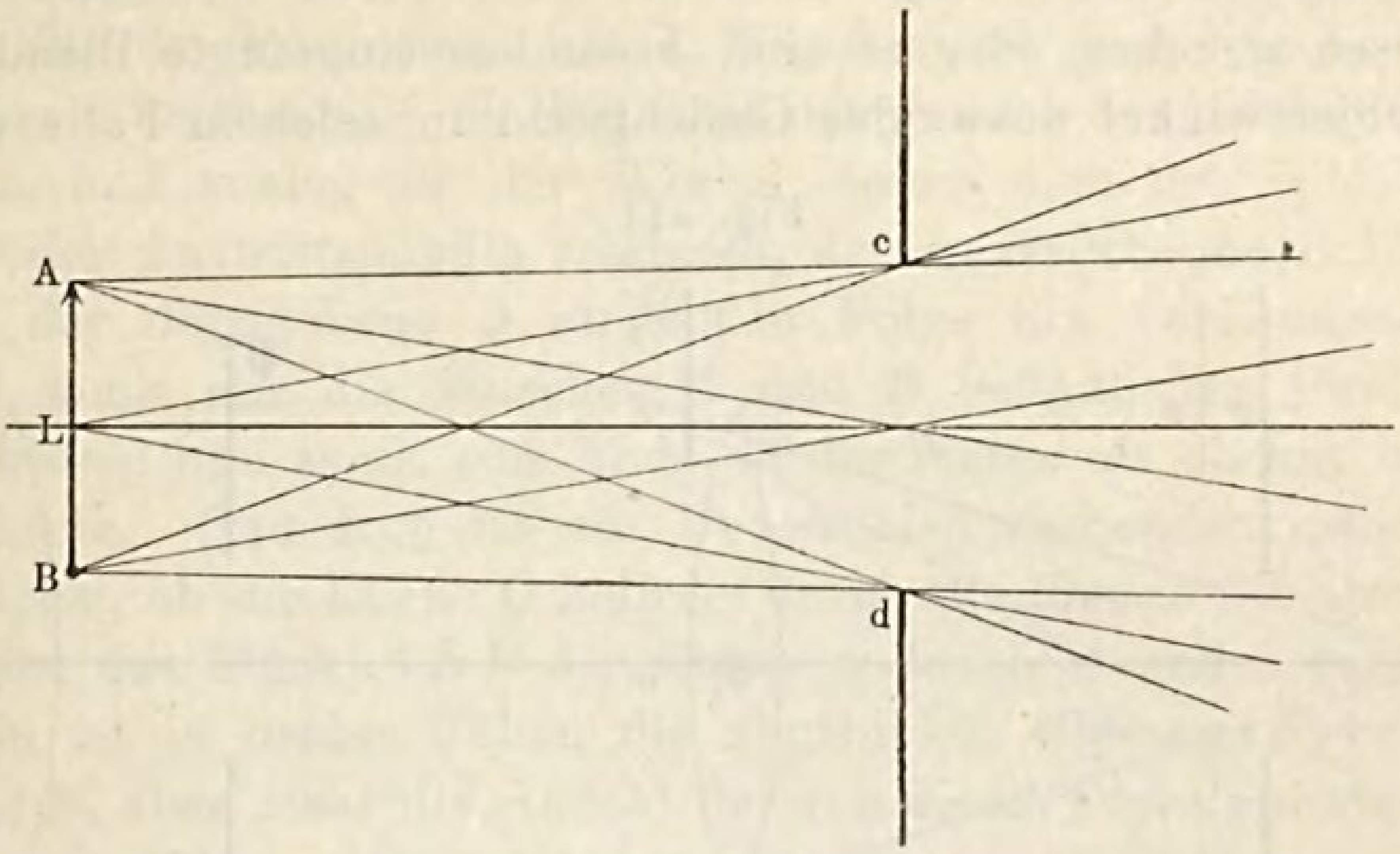
Analog kann man durch Einsetzen einer relativ engen Blende in den hinteren Brennpunkt ein optisches System telecentrisch nach der Objectseite machen; es liegt dann die Eintrittspupille im Unendlichen und die gemessene Vergrösserung wird unabhängig von der Objectentfernung. Ein Fernrohr oder teleskopisches System als reeller Bilderzeuger ist ein solches nach der Objectseite telecentrisches System.

253 **Reciprocität zwischen Object und Eintrittspupille bezw. Bild und Austrittspupille.** Wie aus der Fig. 410 ersichtlich ist, gehen von der Eintrittspupille cd Strahlenkegel aus, welche das Object AB zur Basis haben, während umgekehrt die von einem Objectpunkte kommenden Strahlen die Eintrittspupille cd zur Basis haben. Analog verhält es sich mit dem Bilde und der Austrittspupille. Die sämmtlichen wirksamen Strahlen lassen sich demnach in zweierlei Art zusammenfassen: Einmal als Strahlenkegel, ausgehend von den Objectpunkten, mit der Eintrittspupille als Querschnitt, das andere Mal, ausgehend von den Punkten der Eintrittspupille, mit dem Object als Basis. Wir können nach Belieben die Rolle von Object und Eintrittspupille vertauschen. Ist AB das Object, so ist cd die Eintrittspupille, und ist cd das Object, so ist AB die Basis der abbildenden Büschel.

Aus dieser Reciprocität folgt aber dann auch, dass es nach dem, was wir im §. 191 bis 202 gefunden haben, unmöglich ist, gleichzeitig AB und cd beliebig gross zu nehmen.

Wohl aber kann ein ausgedehntes Object AB punktweise und winkelgetreu abgebildet werden, wenn die abbildenden Strahlenkegel nur eng

Fig. 410.



genug gewählt werden. Dann aber müssen die Schnittpunkte m bezw. m' der Büschelaxen mit der Systemaxe orthoskopische Punkte sein, für welche das Tangentengesetz erfüllt ist (vergl. §. 196 und 197).

Andererseits kann ein unendlich kleines Object AB mittelst beliebig weiter Basis cd der wirksamen Büschel abgebildet werden. Nur müssen dann die Axenpunkte L und L' aplanatische Punkte sein, für deren Büschel das Sinusgesetz erfüllt ist (vergl. §. 192).

Oeffnungs- und Projectionswinkel, Object- oder Gesichtsfeld- und Bildwinkel. Die Winkel, welche einerseits für 254
die Weite der abbildenden Büschel, andererseits für die Grösse des abgebildeten Objectes bestimmend sind, hat man mit besonderen Namen belegt.

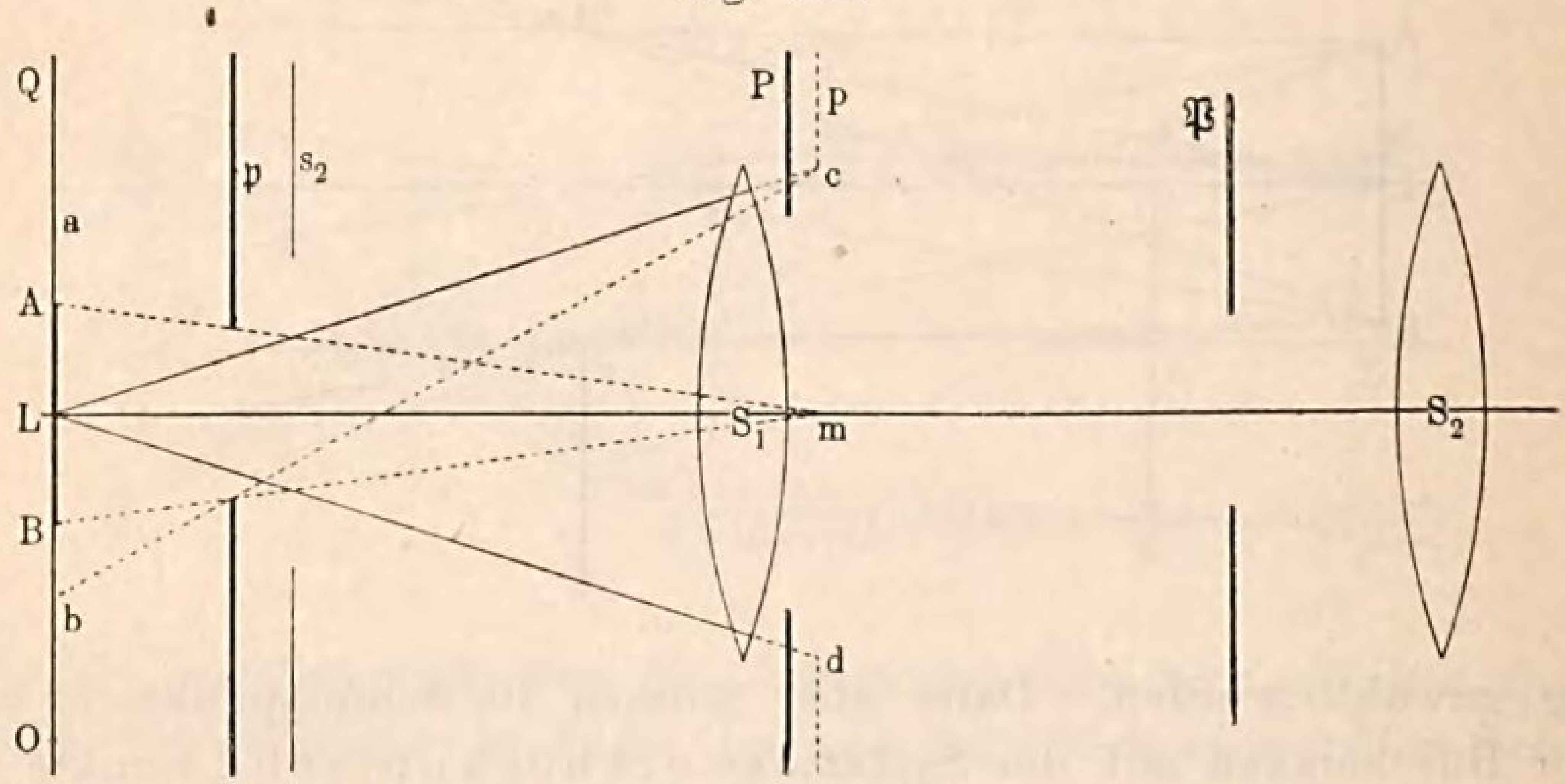
So nennt man den Winkel cLd (siehe Fig. 407), unter welchem die Eintrittspupille vom Axenpunkte L des Objectes AB aus erscheint, den Oeffnungswinkel des Systems. Analog heisst der conjugirte Winkel $c'L'd'$, unter welchem die Austrittspupille vom Bildorte L' aus erscheint, der Projectionswinkel. Auf die Bedeutung und die experimentelle Bestimmung beider kommen wir bei der Definition der numerischen Apertur (§. 255) zu sprechen.

Ist das Object so klein, dass von allen Punkten desselben Strahlen zum System und von da durch die Austrittspupille zum Bilde gelangen, so ist das Gesichtsfeld durch das Object selbst begrenzt. Man nennt dann den Winkel AmB (Fig. 407), unter dem das Object vom Orte m der Eintrittspupille aus erscheint, den Object- oder Gesichts-

feldwinkel. Analog heisst der conjugirte Winkel $B'm'A'$, unter welchem das Bild $A'B'$ vom Orte m' der Austrittspupille erscheint, der Bildwinkel.

Für gewöhnlich haben wir es aber mit beliebig ausgedehnten Objecten zu thun, und in diesem Falle wird das Objectstück, welches zur Abbildung gelangt, nicht mehr durch sich selbst begrenzt, sondern durch Blenden ausgeschnitten; diese sind entweder durch den Rand einer der Systemlinsen gegeben oder es sind besonders eingefügte Blenden. Die für den Objectwinkel bezw. das Gesichtsfeld in solchem Falle wirksame

Fig. 411.



Blende nennt man die Gesichtsfeldblende. Zur Erläuterung diene die Fig. 411. In ihr seien S_1 und S_2 die beiden Theile des Gesammtsystems, zwischen denen die beiden körperlichen Blenden P und 𝔓 vorhanden sind.

Wie beim Aufsuchen der Eintrittspupille, construiren wir zuerst die Bilder aller vorhandenen Blenden (natürlich die Ränder der Linsen des Systems eingeschlossen), welche die vor ihnen liegenden Systemtheile im Objectraume erzeugen. Der Rand der Linse S_1 ist sein eigenes Bild. Von P entwerfe die Linse S_1 das virtuelle Bild p und von 𝔓 das reelle Bild 𝔭; vom Linsenrande S_2 entstehe das reelle Bild s_2.

Von allen diesen Blendenbildern erscheint vom Orte L des Objectes das Bild p unter dem kleinsten Winkel; dieses ist also die Eintrittspupille. Es kommen demnach nur diejenigen Strahlen vom Object zur Wirksamkeit, welche durch S_1 nach p zielen und nicht durch die Blenden 𝔭 und s_2 abgeblendet werden. Wegen des Vorhandenseins von 𝔭 und s_2 können gewisse Objectpunkte, O z. B., überhaupt keine Strahlen nach cd senden. Diese beiden Blenden wirken also als Gesichtsfeldblenden.

Um die wirksame Gesichtsfeldblende zu finden, müssen wir daher diese Blenden vom Axenpunkte m der wirksamen Eintrittspupille als Projectionscentrum auf die Objectebene Q projiciren. Diejenige, deren Projection von m aus unter dem kleinsten Winkel

erscheint, ist die wirksame Gesichtsfeldblende. Der Winkel selbst ist der Gesichtsfeldwinkel, der diejenigen Theile AB der unendlich grossen Objectebene ausschneidet, welche vom System abgebildet werden. In Fig. 411 erscheint die Projection AB des Bildes $\mathfrak{p}$ der Blende $\mathfrak{P}$ von m aus unter dem kleinsten Winkel, also ist $\mathfrak{p}$ bezw. $\mathfrak{P}$ die wirksame Gesichtsfeldblende und der Winkel AmB der Gesichtsfeld- oder Objectwinkel.

Das Bild der Projection AB (in Figur nicht gezeichnet), entworfen vom ganzen System $S_1 + S_2$, begrenzt demgemäss das Sehfeld im Bildmedium, und analog ist der Winkel, unter dem das Bild von AB vom Orte der Austrittspupille erscheint, der maassgebende Bildwinkel.

Von der Objectebene Q senden in Folge des Vorhandenseins der Blende $\mathfrak{P}$ somit nur die zwischen A und B befindlichen Punkte Licht auf das System und somit zum Bilde, in der Weise, als ob nur das Object AB leuchtete. Und doch ist ein Unterschied vorhanden zwischen den beiden Fällen, ob die Ebene Q indirect durch die Blende $\mathfrak{p}$ begrenzt wird, oder ob nur das Stück ALB der Ebene Q leuchtet und $\mathfrak{p}$ gar nicht da ist. Wohl ist in beiden Fällen die abgebildete Objectgrösse dieselbe, nämlich AB, aber nicht die Anzahl der von einem Objectpunkte wirksam werdenden Strahlen. Ist $\mathfrak{p}$ nicht vorhanden, so füllt das von jedem Punkte A, B oder L kommende Strahlenbüschel die Eintrittspupille cd voll aus. Wird aber, wie in Fig. 411, Q durch $\mathfrak{p}$ begrenzt, so kommen von A und B z. B. nur halb so viel Strahlen zur Wirksamkeit, wie von L. Nur die von A nach md und die von B nach mc zielenden Strahlen gelangen in das System. Da von der Anzahl der Strahlen aber die Intensität im Bildpunkte abhängt, so erscheint das Bild verwaschen und nach dem Rande zu unscharf, sobald, wie in Fig. 411, die Blende $\mathfrak{p}$ das Object begrenzt. Füllen die von A und B kommenden Strahlen wenigstens die Hälfte der Pupille cd aus, so senden die noch weiter von L abliegenden Objectpunkte noch weniger Strahlen nach cd, bis von a und b an gar kein Strahl mehr cd erreicht. Man erhält die Punkte a bezw. b, indem man die auf verschiedenen Seiten der Axe gelegenen Ränder von $\mathfrak{p}$ und p verbindet.

Erst wenn $\mathfrak{p}$ mit der Objectebene Q coincidirt, senden wieder alle Punkte des wirksamen Theiles von Q gleichviel Strahlen in das System, und das Object erscheint scharf begrenzt. Dieser Fall ist immer dann zu verwirklichen, wenn die Gesichtsfeldblende $\mathfrak{P}$ am Orte des dioptrischen Bildes liegt, welches das System S_1 vom Objecte entwirft. Beim astronomischen Fernrohr bringt man daher eine passende Blende dort an, wo das Objectiv das Bild vom unendlich fernen Object entwirft, also in der Brennebene des Objectivs.

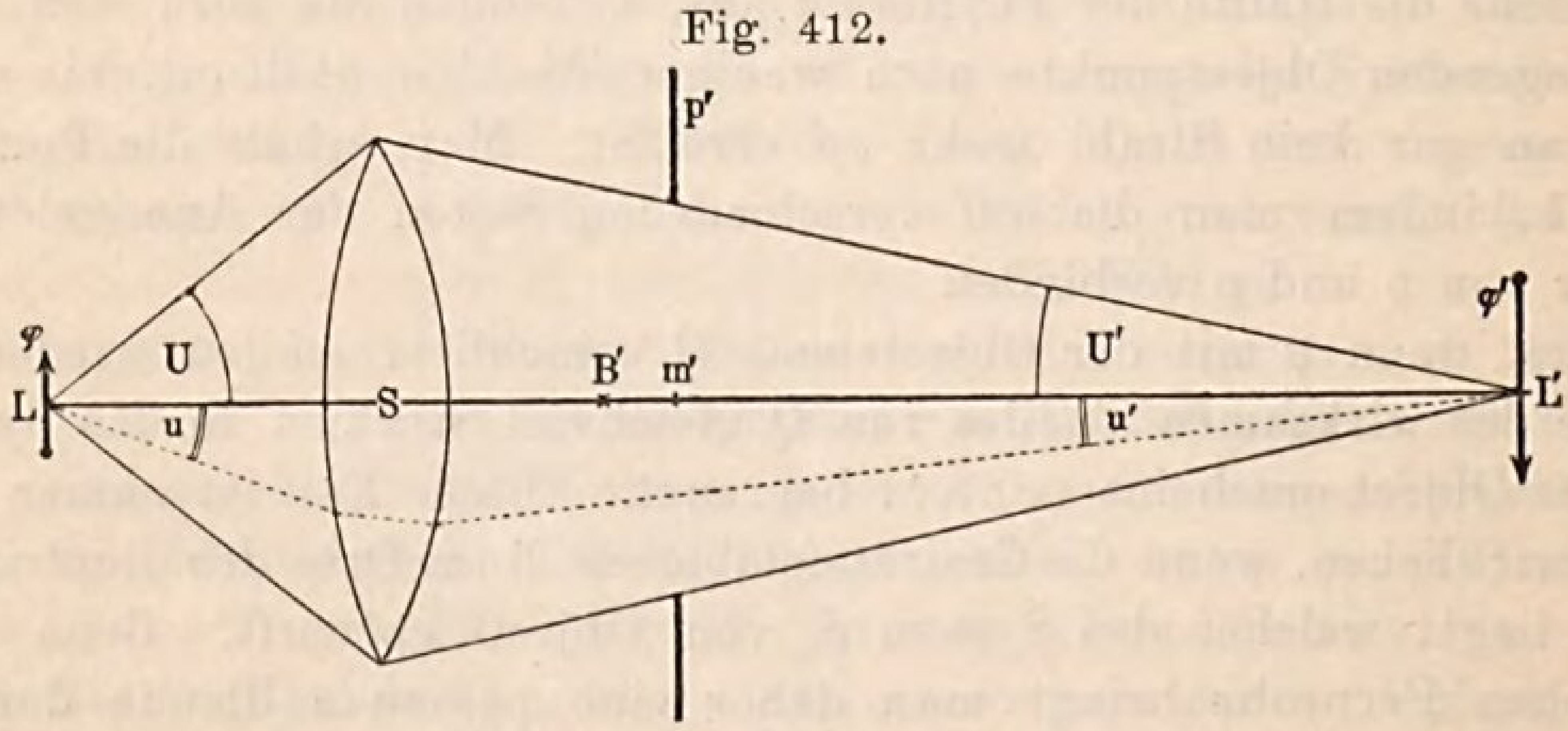
Beim Galilei'schen Fernrohr oder Opernglas, wo das reelle Objectivbild gar nicht zu Stande kommt, kann daselbst auch keine Blende angebracht werden. Die Folge ist ein unscharfes, nach dem Rande zu verwaschenes Bild. Hierüber Näheres im Cap. XIII über die optischen Instrumente.

255 **Numerische Apertur und deren Beziehung zum Oeffnungswinkel.** Der Oeffnungswinkel spielt eine grosse Rolle bei der Abbildung, da mit ihm, wie wir später sehen werden, die Leistung eines Systems in inniger Wechselbeziehung steht. Da unter diesem Winkel die Eintrittspupille vom Axenpunkte des Objectes erscheint, so ist derselbe auch von Einfluss für die Strahlenmenge, welche von diesem Objectpunkte durch das System zum conjugirten Bildpunkte geführt wird. Je grösser der Oeffnungswinkel eines optischen Systems ist, um so mehr Strahlen tragen zum Bildpunkte bei, um so grösser ist jedenfalls die daselbst erzeugte Erleuchtungsstärke. Seine Grösse hängt ab von der Entfernung des Objectes von der Eintrittspupille und von der Grösse der letzteren.

So lange nun die Strahlung in einem und demselben Medium vor sich geht, kann man aus dem Oeffnungswinkel auch auf die zum Bildpunkte geführte Lichtmenge schliessen. Es wäre jedoch falsch, wollte man diese Lichtmenge einfach der Grösse des Oeffnungswinkels proportional setzen. Sendet doch ein strahlendes Flächenelement, z. B. eines glühenden Platinblechs, um so mehr Licht aus, je mehr die Strahlungsrichtung mit der Flächennormalen übereinstimmt. Das Cosinusgesetz der Ausstrahlung sagt aus, dass die Erleuchtung an einem Punkte durch ein strahlendes Flächenelement proportional ist dem Cosinus des Ausstrahlungswinkels. Die einzelnen Punkte der Eintrittspupille erhalten somit, je nach ihrer Lage, verschiedene Lichtmengen vom gleichen Objectelement.

Um die gesetzmässige Beziehung zu finden, welche zwischen dem Oeffnungswinkel und der in ihm enthaltenen Strahlenmenge bei beliebigem Brechungsindex des Objectmediums besteht, gehen wir vom Sinusgesetz aus (vergl. §. 192). Dasselbe ist die Bedingung dafür,

Fig. 412.



dass ein sphärisch corrigirtes optisches System von einem Flächenelement φ (Fig. 412) mittelst beliebig weit geöffneter Büschel ein aberrationsfreies Abbild φ' liefert.

In dioptrischem Sinne ist das Sinusgesetz gleichbedeutend damit, dass die verschiedenen Zonen des Systems gleiche Brennweiten haben (vergl. §. 191).

In physikalischem Sinne ist dasselbe der Ausdruck dafür, dass die ganze, durch das optische System vom strahlenden Element φ aufgenommene Lichtmenge ohne Verlust[1]) zum conjugirten Bildelement φ' geleitet wird. Das Sinusgesetz ist somit gewonnen als Folge der Anwendung des Gesetzes von der Erhaltung der Kraft auf die Lichtvermittelung optischer Systeme zwischen zwei Räumen durch geradlinige Strahlen.

Sind u und u' die Axenwinkel conjugirter, von L und L' ausgehender Strahlen, n und n' die Brechungsquotienten des Object- und Bildmediums, und β die Linearvergrösserung in den conjugirten Ebenen L und L', so lautet das Sinusgesetz:

$$\frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta}$$

oder

$$\sin u' = \frac{n}{n'} \sin u \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad 1)$$

In je zwei conjugirten Ebenen ist die Linearvergrösserung constant, sobald das System wie hier aplanatisch ist, so dass $\frac{1}{\beta} = const.$ genommen werden darf. Setzen wir der Einfachheit wegen noch $n' = 1$, wodurch ausgesagt ist, dass das Bild in Luft entsteht, so erhalten wir:

$$\sin u' = const.\ n \,.\, \sin u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Ferner möge schliesslich der Projectionswinkel u' so klein sein, so dass wir $\sin u' = u'$ setzen können. Beim Mikroskopobjectiv ist dies thatsächlich der Fall; hier werden sehr weit geöffnete Büschel (u gross) in sehr enge Büschel umgewandelt (u' klein). Dann ist es aber auch erlaubt, die innerhalb des körperlichen Winkels u' verlaufende Strahlenmenge einfach proportional dem Querschnitt, also auch dem Winkel u zu setzen. Wir erhalten also das System von Gleichungen:

$$u' = const.\ n \,.\, \sin u$$

$$\frac{1}{2}\, u' = const.\ \frac{1}{2}\, n \,.\, \sin u$$

$$\frac{1}{3}\, u' = const.\ \frac{1}{3}\, n \,.\, \sin u$$

.

Um somit die im Bildkegel enthaltene Strahlenmenge auf die Hälfte, ein Drittel etc. zu reduciren, muss man im Objectmedium nicht etwa nur die Hälfte etc. des Oeffnungswinkels, auch nicht die Hälfte etc. des Sinus vom Oeffnungswinkel, sondern die Hälfte etc. vom Product $n \,.\, \sin u$ nehmen. Somit lautet unser Resultat:

Damit im Bildpunkte bei beliebigem Oeffnungswinkel u und bei beliebigem Brechungsindex n des Objectraumes die doppelte, dreifache etc.

[1]) Dabei ist abgesehen von den Verlusten durch Reflexion und Absorption.

Lichtmenge vereinigt werde, muss man das Product $n \,.\, sin\, u$ verdoppeln, verdreifachen etc. Ganz allgemein ist also die zu einem Bildpunkte von einem beliebigen System geleitete Lichtmenge proportional dem Product aus dem Brechungsindex des Mediums, in dem das Object strahlt, multiplicirt mit dem Sinus des in diesem Medium gemessenen halben Oeffnungswinkels.

Das Product $n \,.\, sin\, u$ ist von Abbe als die numerische Apertur bezeichnet worden.

Zwei Systeme sind demnach in Bezug auf die Strahlenconcentration einander gleich, wenn sie gleiche Aperturen haben, oder in anderen Worten: Wie auch n und u variiren, wenn nur $n \,.\, sin\, u$ stets denselben Werth hat, so vereinigt ein System die gleiche Strahlenmenge in dem zum Objectpunkte conjugirten Bildpunkte.

Strahlt z. B. das Object in Luft, so ist $n = 1$ und die Apertur des Systems erreicht für $u = 90^0$ ihren maximalen Werth $n \,.\, sin\, u = 1$. Ist dagegen $n = 1{,}5$, so wird der Maximalwerth bei $u = 90^0$ jetzt 1,5. Das System bringt also in jeder Axenebene 1,5 mal so viel Strahlen zum Bildpunkte, wenn der Brechungsindex des Objectraumes von 1 bis 1,5 anwächst. Demgemäss verhält sich die ganze Strahlenmenge, welche vom System im Kegelraume zum Bildpunkte geführt wird, in beiden Fällen wie $1^2 : 1{,}5^2$, d. h. wie $1 : 2{,}25$.

Die Apertur $n \,.\, sin\, u$ ist also das wahre Maass für die Strahlenaufnahmefähigkeit eines Systems. Die Einheit dieses Maasses ist die Fähigkeit eines optischen Systems, die sämmtlichen, innerhalb einer Halbkugel von einem Objectpunkte im Medium vom Brechungsexponent Eins ausgehenden Strahlen im conjugirten Bildpunkte zu sammeln. Der Oeffnungswinkel dagegen ist nichts weiter als eine geometrische Grösse, ohne directen Zusammenhang mit der Leistung des Systems. Ein Oeffnungswinkel von 120^0 im Medium $n = 1{,}5$ führt mehr Strahlen zum Bildpunkte, als ein Oeffnungswinkel von 180^0 in Luft, denn es ist $1{,}5 \,.\, sin\, 60^0 = 1{,}3$ und $1 \,.\, sin\, 90^0 = 1$.

Die Wichtigkeit dieser Verhältnisse werden wir bei der mikroskopischen Abbildung nichtselbstleuchtender Objecte und bei Besprechung der Oelimmersion kennen lernen. Hier wollen wir nur noch eine allgemeine Beziehung ableiten, welche gestattet, die Apertur leicht experimentell zu bestimmen.

256 **Beziehung zwischen der numerischen Apertur und den Pupillen eines Systems.** In dem Falle, dass auf der Object- bezw. Bildseite der Oeffnungswinkel gross, auf der Bild- bezw. Objectseite dagegen relativ klein ist, lässt sich eine einfache Beziehung ableiten zwischen der Apertur, der Brennweite und der Austritts- bezw. Eintrittspupille des Systems.

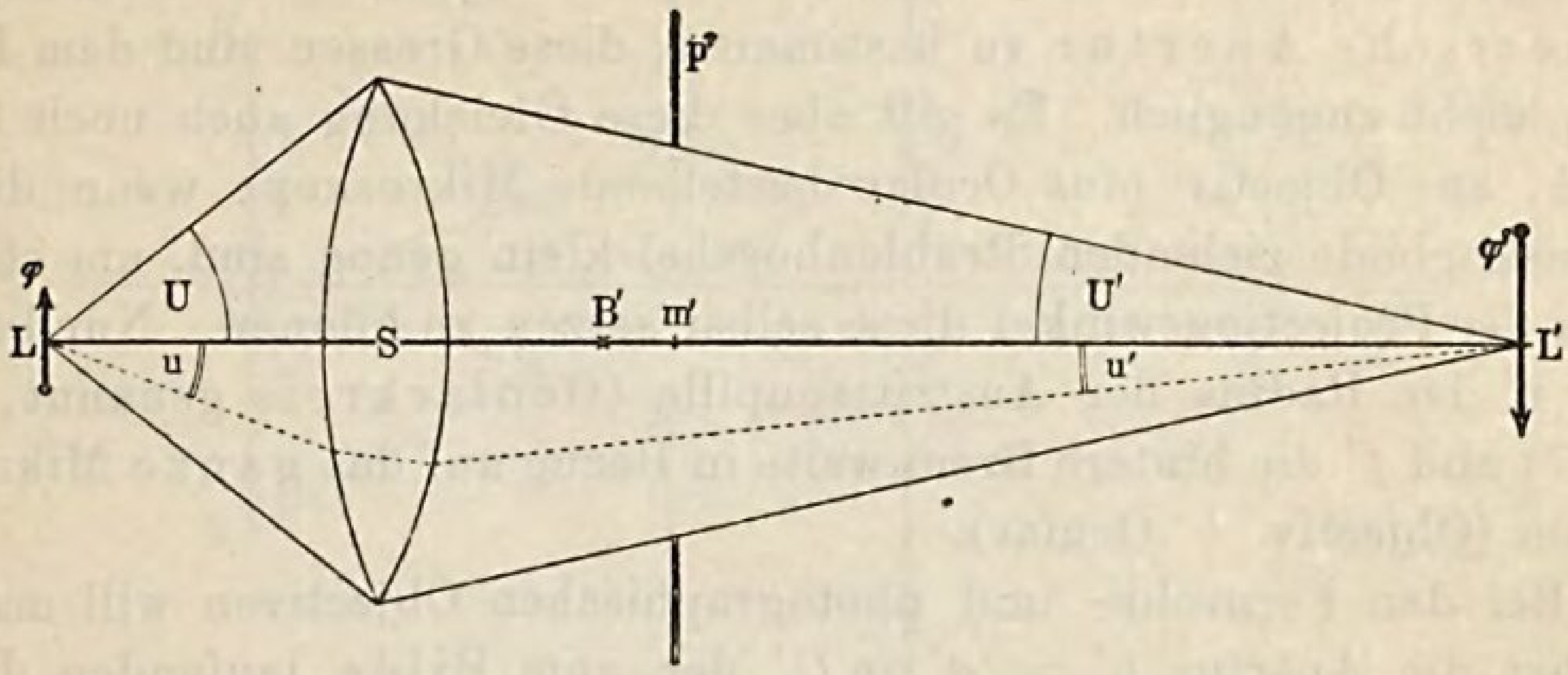
In Fig. 413 seien L und L' die aplanatischen Punkte des Systems S mit der hinteren Brennweite f' und dem hinteren Brennpunkte B'.

Gemäss dem Sinusgesetz gilt dann für je zwei conjugirte Axenwinkel u und u':

$$\frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

wenn wieder n und n' die Brechungsindices vom Object- und Bildmedium und β die Lateralvergrösserung der unendlich kleinen Objecte bei L und

Fig. 413.



L' bedeuten. Es muss diese Gleichung für jede Grösse der Winkel u, u' gelten, also auch für den Oeffnungswinkel U und den zugehörigen Bildwinkel U'.

Ist, wie in Fig. 413, der Bildwinkel U' so klein, dass $\sin U' = U'$ gesetzt werden kann, und ist wiederum $n' = 1$, so wird:

$$n . \sin U = \beta U' \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

ganz wie bei der Entwickelung im vorigen Paragraphen.

Ist p' der Radius der Austrittspupille bei m', deren Abstand $m'B'$ vom Brennpunkte gleich X', und der Abstand $L'B'$ des Bildpunktes vom Brennpunkte gleich x', so gilt streng:

$$p' = (x' - X') \, tg \, U',$$

und bei der gemachten Annahme:

$$p' = (x' - X') \, U' \quad \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Verbinden wir 3) mit 2) und bedenken, dass $\beta = \frac{x'}{f'}$ ist (vergl. §. 63), so erhalten wir:

$$p' = \left(1 - \frac{X'}{x'}\right) f' . n . \sin U \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

welche Gleichung sowohl für $X' = 0$, als auch für $x' = \infty$ die einfache Form:

$$\left.\begin{array}{l} p' = f' . n \sin U \\ \text{oder} \\ p' = f' . a \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 5)$$

annimmt, wenn $a = n . \sin U$ die numerische Apertur bedeutet. In Worten heisst das:

Die numerische Apertur ist gleich dem Quotienten aus der Brennweite des Objectivsystems und dem Halbmesser des in der Ebene des hinteren Brennpunktes genommenen Büschelquerschnittes.

Praktisch bleibt beim Mikroskopobjectiv die Austrittspupille stets nahe dem Brennpunkte desselben, so dass hier also $X' = 0$ als erfüllt anzusehen ist. Es gilt danach die einfache Gleichung 5) $p' = a.f'$, welche erlaubt, aus dem Querschnitt des Strahlenkegels im hinteren Brennpunkte des Objectivs und aus der Brennweite des Objectivs im Bildraume die numerische Apertur zu bestimmen; diese Grössen sind dem Experiment leicht zugänglich. Es gilt aber diese Gleichung auch noch für das ganze, aus Objectiv plus Ocular bestehende Mikroskop, wenn die zum Mikroskopbilde zielenden Strahlenbüschel klein genug sind, um statt der Sinus der Projectionswinkel diese selbst setzen zu können. Nur bedeutet dann p' den Radius der Austrittspupille (Ocularkreis genannt, vergl. §. 257) und f' die hintere Brennweite in Bezug auf das ganze Mikroskop-System (Objectiv + Ocular).

Bei den Fernrohr- und photographischen Objectiven will man umgekehrt die Apertur $a' = n' \sin U'$ der zum Bilde laufenden Büschel kennen lernen. Indem man die analoge Entwickelung wie oben macht, nur in Bezug auf den Objectraum enge Büschel, in Bezug auf den Bildraum weite Büschel voraussetzt, erhält man:

$$p = (x - X)\,\beta\,\frac{\sin U' n'}{n},$$

und wenn man $n = 1$ setzt, wie es wohl hier stets der Fall ist:

$$a' = n' \sin U' = \frac{p}{f}\,\frac{1}{1 - \frac{X}{x}},$$

welche Gleichung für $X = 0$ und $x = \infty$ die einfache Form:

$$a' = p/f \quad \text{.} \quad 6)$$

annimmt. Uebrigens braucht man nur in Gleichung 5) die Indices zu vertauschen, wodurch der Bildraum zum Objectraum und umgekehrt wird, um zu demselben Resultate zu gelangen.

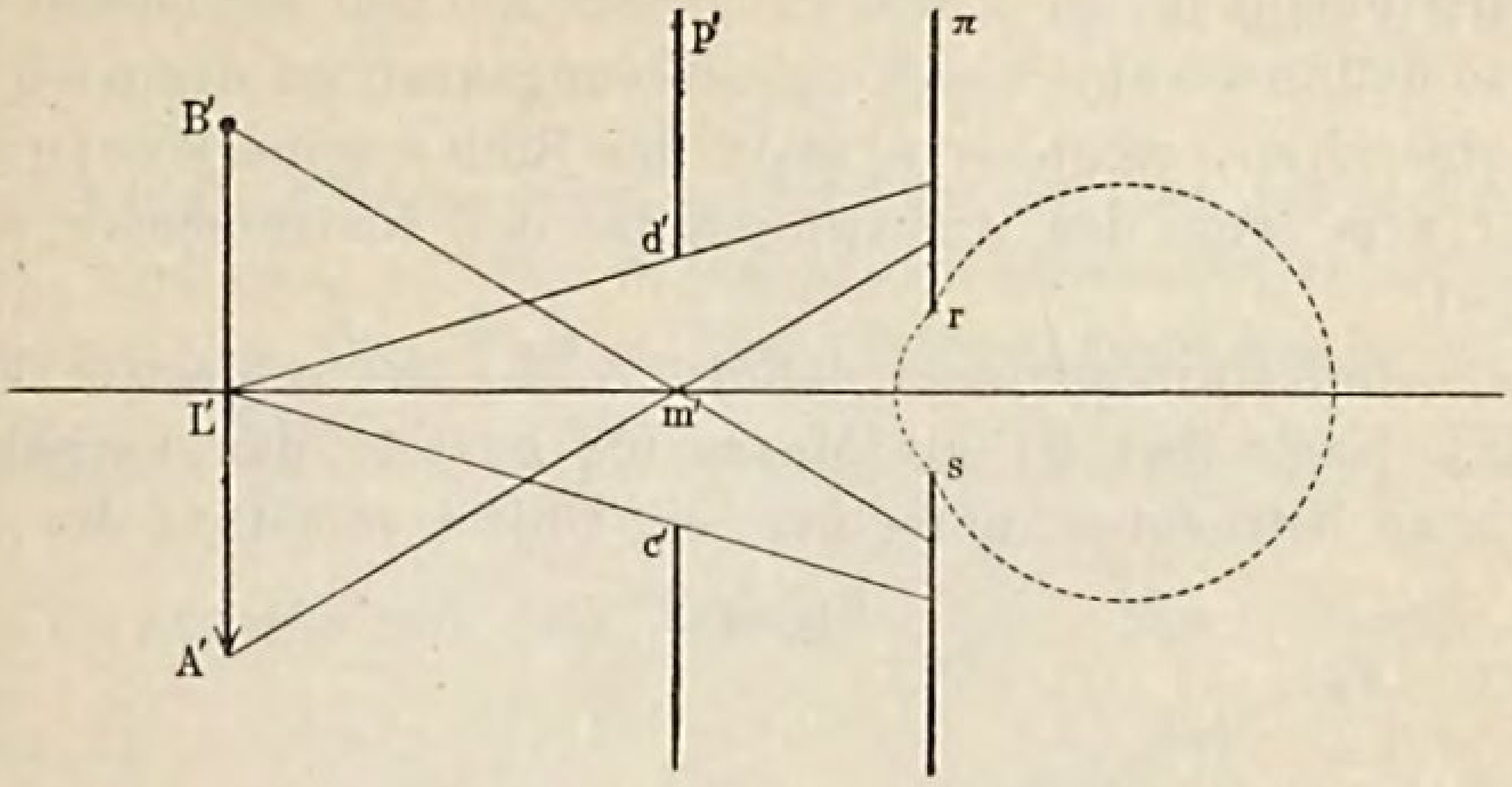
257 **Augenpunkt und Augenkreis (Ocularkreis).** Wir haben gesehen, dass alle wirksamen Strahlen im Bildraume die Austrittspupille durchsetzen oder von ihr zu kommen scheinen. Ist in Fig. 414 $A'B'$ das Bild und $c'd'$ die Oeffnung der Austrittspupille p', so ist $B'm'A'$ der Bildwinkel und $d'L'm'$ der Projectionswinkel. Je grösser der Bildwinkel, um so grösser ist das Gesichtsfeld des Systems, und je grösser der Projectionswinkel, um so mehr Strahlen kommen zum Bildpunkte L', um so grösser ist die Erleuchtungsstärke daselbst.

Tritt nun zu der Austrittspupille $c'd'$ noch eine zweite Blende π, mit der Oeffnung rs, so beeinflusst diese den Strahlengang in zweierlei Hinsicht.

Fällt rs nicht zusammen mit dem Kreuzungspunkte m' der Hauptstrahlen im Bildraume, so wird der Bildwinkel verkleinert, und somit auch das Gesichtsfeld des Instrumentes.

Fällt rs mit $c'd'$ zusammen, so blendet dieselbe zwar vom Gesichtsfelde nichts ab, wohl aber je nach ihrer Grösse von dem Querschnitte

Fig. 414.



der Strahlenbüschel, und damit von der Strahlenmenge. Hierauf kommen wir bei den optischen Apparaten mehrfach zurück.

Bei subjectiver Beobachtung des optischen Bildes ist rs identisch mit der Pupille des Auges. Um daher die Leistungsfähigkeit des Systems in Bezug auf das Gesichtsfeld auszunutzen, muss man vor Allem die Augenpupille mit der Austrittspupille zur Coincidenz bringen. Man nennt daher den Axenpunkt m' der Austrittspupille den Augenpunkt und die kreisförmige Austrittspupille selbst den Augenkreis oder Ocularkreis.

Vergrösserungskraft. a) Objective Vergrösserung. 258
Ueberall da, wo ein objectives Bild entworfen wird, wie bei den photographischen Objectiven, ist die Vergrösserung gegeben durch das Verhältniss der wirklichen Dimensionen vom Bilde zum Object. Diese Linearvergrösserung bezw. Winkelvergrösserung (Convergenzverhältniss) nennt man wohl auch die objective Vergrösserung. Dieselbe kann, wie wir bei Herleitung der Abbildungsgesetze im §. 63 gesehen haben, jeden beliebigen Werth besitzen, falls das Object jede Lage zu den Cardinalpunkten des Systems einnehmen kann. Die Linearvergrösserung 1000 sagt somit aus, dass das Bild 1000mal so gross ist, wie das Object, beide gemessen an ihrem jeweiligen Orte.

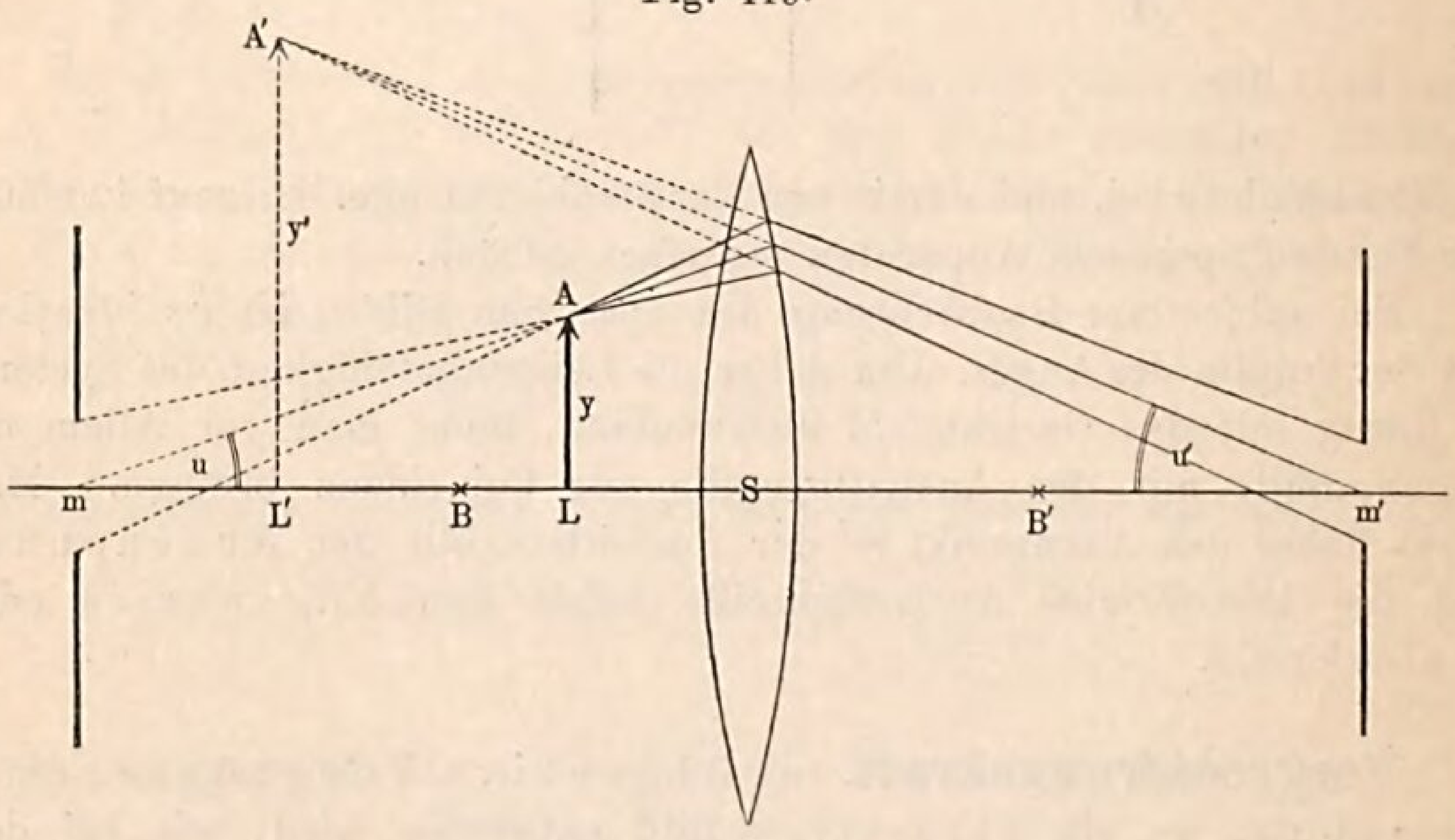
b) Subjective Vergrösserungskraft. Wird ein Apparat, wie die Linse als Lupe etc., in Verbindung mit dem Auge gebraucht, so wird im Allgemeinen als Vergrösserung das Verhältniss der Sehwinkel bezeichnet, unter denen das Object sich dem Auge in der deutlichen Sehweite (250 mm) darstellt, einmal dem mit Instrument bewaffneten Auge, das andere Mal dem blossen Auge. Ist demnach y die Object-, y'

die conjugirte Bildgrösse und d die deutliche Sehweite, so ist die subjective Vergrösserungskraft $N = \frac{y'/d}{y/d}$ gleich dem Grössenverhältniss der beiden Netzhautbilder. Die subjective Vergrösserung 1000 bedeutet nach dieser Definition also, dass mittelst des Instrumentes (von seiner Austrittspupille aus) dem normalen Auge 1 mm 1000mal grösser erscheint, als es ohne Instrument in der Entfernung von 250 mm erscheinen würde.

Die so definirte subjective Vergrösserungskraft ist demnach identisch mit der objectiven, wenn man statt des Bildes seine Projection in der 250 mm von der Austrittspupille des Instrumentes entfernten Ebene misst.

Anders und einwandsfreier definirt Abbe die subjective Vergrösserungskraft. Nach ihm ist als Maass für letztere das Verhältniss des Sehwinkels zu betrachten, unter dem ein Object vom Orte der Austritts-

Fig. 415.



pupille aus durch das Instrument erscheint, zur Grösse dieses Objectes selbst. Wir wollen dieses Verhältniss bestimmen, und zwar aus der Lage der Pupillen und der conjugirten Bilder zu einander.

Es sei S (Fig. 415) das System mit den Brennpunkten B und B'; bei m liege die Eintrittspupille, bei m' die Austrittspupille desselben und $A'L'$ sei das Bild vom Object AL. Bezeichnet man die Strecken wie folgt:

$$mL = \xi \quad \text{und} \quad m'L' = \xi',$$
$$LB = x \quad \text{und} \quad L'B' = x',$$
$$mB = X \quad \text{und} \quad m'B' = X',$$
$$AL = y \quad \text{und} \quad A'L' = y',$$

dann gilt laut Figur:

$$tg\,u' = \frac{y'}{\xi'} \quad \text{und} \quad tg\,u = \frac{y}{\xi},$$

also auch

$$\frac{y'}{y} = \frac{\xi'}{\xi} \cdot \frac{tg\,u'}{tg\,u} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Das Convergenzverhältniss oder die Angularvergrösserung $\frac{tg\,u'}{tg\,u}$ in conjugirten Punkten haben wir früher mit A bezeichnet; in Bezug auf Nullstrahlen ist dasselbe (vergl. §§. 65 u. 66):

$$A = -\frac{X}{f'},$$

wenn f' die hintere Brennweite des Systems ist. Ist das System orthoskopisch, und zwar so, dass m und m' die orthoskopischen Punkte sind, und demnach das Object ohne Verzerrung abgebildet wird, dann ist das Verhältniss $\frac{tg\,u'}{tg\,u}$ für alle Werthe von u dasselbe; demnach ist A eine Constante mit dem Werth $-\frac{X}{f'}$. Wir erhalten somit aus Gleichung 1):

$$tg\,u' = \frac{y'}{\xi'} = \frac{y}{\xi} \cdot A = -\frac{y}{\xi} \cdot \frac{X}{f'} \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

und da nach den Grundgleichungen der Gauss'schen Abbildung (§. 63) gilt:

$$x \,.\, x' = f \,.\, f'$$

und

$$X \,.\, X' = f \,.\, f',$$

wenn f die vordere Brennweite bedeutet, und da $\xi = x - X$ ist, so erhalten wir für die Abbe'sche Vergrösserungskraft:

$$V = \frac{tg\,u'}{y} = -\frac{1}{\xi} \cdot \frac{X}{f'} = -\frac{1}{f'} \cdot \frac{X}{\xi} = -\frac{1}{f'} \cdot \frac{1}{\frac{x}{X} - 1}$$

$$= +\frac{1}{f'} \frac{1}{1 - \frac{X'}{x'}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

oder wenn X' klein gegen x' ist:

$$V = \frac{tg\,u'}{y} = \frac{1}{f'}\left(1 + \frac{X'}{x'}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Die Abbe'sche Vergrösserungskraft $\frac{tg\,u'}{y}$ hängt also erstens von der Stärke $\left(\frac{1}{f'}\right)$ des Systems, und zweitens vom Abstande X' der Austrittspupille und dem Abstande x' des Bildes vom hinteren Brennpunkte ab.

Fällt das Auge mit der Austrittspupille zusammen und liegen beide im hinteren Brennpunkte B', so ist $X' = 0$ und die Vergrösserung $\frac{tg\,u'}{y}$

wird ganz unabhängig von der Entfernung x', d. h. von der deutlichen Sehweite, in der das beobachtende Auge das Bild erblicken würde. Aber auch, wenn die Austrittspupille nicht genau mit dem hinteren Brennpunkte B' coincidirt, so ist doch stets (mindestens für einen Fernsichtigen) die Sehweite x' gegen X' so gross, dass wiederum $\frac{X'}{x'} = 0$ zu setzen ist. Stets ist also annähernd die von Abbe definirte subjective Vergrösserungswirkung:

$$V = \frac{tg\, u'}{y} = \frac{1}{f'} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 5)$$

d. h. gleich dem reciproken Werthe der hinteren Brennweite des Systems. Der Quotient $\frac{1}{f'}$ ist demnach im Wesentlichen das Maass für den Winkel, unter dem die Längeneinheit ($y' = 1$) durch das System hindurch von dessen Austrittspupille aus gesehen wird.

Vergleichen wir die beiden Definitionen mit einander. Die allgemein übliche ergiebt für die subjective Vergrösserungskraft:

$$N = \frac{y'/d}{y/d} = \frac{tg\, u'_d}{y} \cdot d \quad \ldots \ldots \ldots \quad 6)$$

wo $tg\, u'_d$ ausdrücken soll, dass u' zu messen ist für eine Entfernung $\xi' = d$ des Bildes. Da nun stets der Quotient $\frac{tg\, u'}{y}$ nahezu eine Constante ist, welche nicht mehr von der Sehweite abhängt, so können wir auch $tg\, u'_d = tg\, u'$ und somit für den Quotienten $\frac{tg\, u'_d}{y}$ die Abbe'sche Vergrösserungskraft einführen. Wir erhalten somit:

$$N = \frac{d}{f'} = d\,.\,V \quad \ldots \ldots \ldots \quad 7)$$

In Worten heisst das: Die Abbe'sche Vergrösserung ist gleich der gewöhnlich definirten dividirt durch die Grösse der deutlichen Sehweite.

Die populäre Definition sagt also aus, dass ein Instrument für das Auge in Bezug auf Vergrösserung um so mehr leistet, je grösser dessen deutliche Sehweite ist.

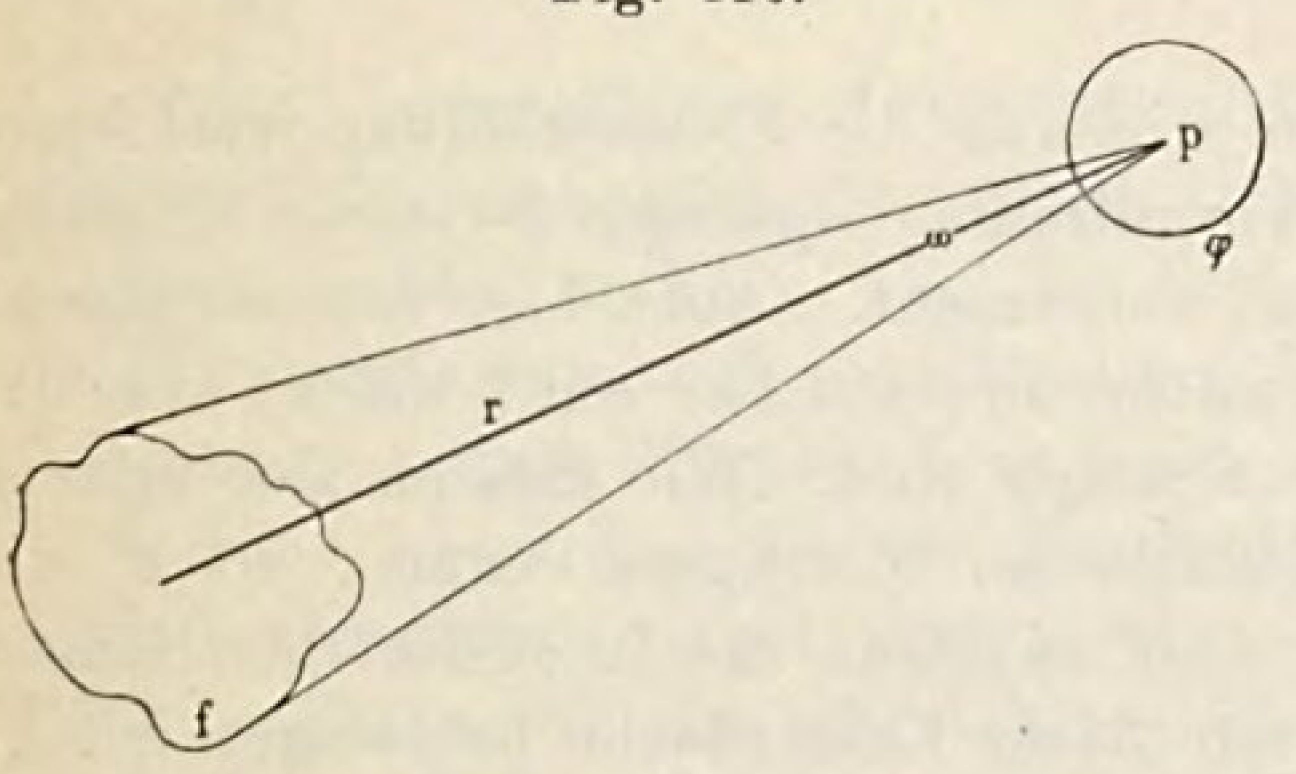
Beide Definitionen werden identisch für den Fall, dass das Object unendlich weit entfernt ist, weil hier die Grösse des Objectes lediglich durch den Sehwinkel gemessen werden kann, unter dem es dem blossen Auge erscheint.

B. Intensität objectiver und Helligkeit subjectiver Bilder, entworfen durch optische Systeme centrirter Kugelflächen.

Einleitung. Unmittelbare Lichtstrahlung. Aequivalente Leuchtfläche für eine Lichtquelle in demselben 259
Medium. Bei den bisherigen Erörterungen haben wir stets nur die Richtungsänderung der von Objectpunkten ausgehenden Strahlenbüschel verfolgt, und so die Gesetze gefunden, nach denen eine punktweise Abbildung vor sich geht, und kennen gelernt, auf welche Weise dieselbe bei der Vermittelung centrirter optischer Systeme erreicht wird. Dabei war es gleichgültig, mit welcher Intensität bezw. Leuchtkraft ein Flächenelement leuchtete. Nur die Variation der Grösse des Strahlenkegels von Medium zu Medium, also räumliche Veränderungen, waren Gegenstand der bisherigen Ausführungen. Wir wissen wohl für jedes gegebene optische System genau den Weg anzugeben, auf dem die Strahlen vom Object zum Bilde gelangen, nicht aber die vom Object zum Bilde durch die Strahlen vermittelte Licht- bezw. Strahlungsmenge.

Wie wir aber schon in der Photometrie eingehend dargelegt haben, sind bei der gegenseitigen Zustrahlung zweier Flächenelemente in einem und demselben Medium zweierlei Factoren wohl zu unterscheiden: Die geometrischen, welche nur von der Lage, Grösse und Entfernung der beiden Elemente abhängen, und die physischen, welche sich mit der Natur, und zwar der Temperatur und Oberflächeneinheit des strahlenden Elementes ändern.

Fig. 416.



Wie wir im §. 8 gezeigt haben, sendet ein Element f (Fig. 416) in der Richtung von r auf die Flächeneinheit eines zweiten Elementes φ die Lichtmenge aus:

$$e = i \, . \, \omega \, . \, cos \, \sigma \; . \quad . \quad 1)$$

Darin bedeutet ω den Winkel, unter welchem f vom bestrahlten Flächenelement p aus erscheint, σ ist der Winkel, den die Strahlungsrichtung r mit dem Lothe auf dem Element φ bei p bildet, und i die Intensität des leuchtenden Flächenelementes. Es hängt somit die Erleuchtungsstärke e in dem die Lichtquelle umgebenden Raume erstens ab von den beiden geometrischen Grössen, dem Winkelraume, unter dem die leuchtende Fläche sich darstellt, und von der Strahlungsrichtung, und zweitens von der Natur der Lichtquelle, nämlich von ihrer Intensität [1]). Variirt diese

[1]) Ihre Definition und die Methode ihrer experimentellen Bestimmung siehe in den §§. 8 bis 16.

längs f von Punkt zu Punkt, so auch e, und die gesammte auf φ gestrahlte Lichtmenge ist eine Summe von Ausdrücken 1). Wie dem aber auch sei, jedenfalls müssen zwei verschiedene Lichtquellen von ungleicher Grösse, Gestalt und Lage genau dieselbe Wirkung an einem Orte hervorbringen, von dem aus gesehen sie sich so auf einander projiciren, dass die vom Orte der Wirkung nach ihnen gezogene Richtungslinie die beiden Lichtquellen in Punkten gleicher Leuchtkraft trifft (vergl. §. 8).

Andererseits kann man die Lichtwirkung von f auf einen Punkt p von φ ersetzen durch diejenige eines beliebigen Querschnittes des Kegels mit der Spitze bei p und der Basis f, wenn man jedem Punkte des Querschnittes diejenige Leuchtkraft beilegt, auf die man geführt wird, wenn man p mit dem betreffenden Querschnittspunkte verbindet und diese Verbindungslinie bis f verlängert.

Ganz allgemein folgt also, dass jede irgendwo gelegene und irgendwie gestaltete leuchtende Fläche hinsichtlich ihrer Wirkung an je einer bestimmten Stelle im Raume ersetzt werden kann durch ihre von hier aus construirte (centrale) Projection auf eine willkürlich angenommene, beliebig gestaltete andere Fläche im nämlichen Medium, wenn man die Leuchtkraft jener Punkt für Punkt auf die in der Projection correspondirenden Punkte der letzteren übertragen denkt. Man erhält alsdann eine der ursprünglich gegebenen völlig äquivalente Lichtquelle oder vielmehr eine der wirklich bestehenden äquivalente Vertheilung von Leuchtkraft, die indess nur für den einen Punkt, für welchen sie bestimmt wurde, Geltung hat, für andere Punkte im Raume sich aber anders gestaltet.

In ähnlicher Weise müssen wir nun die Lichtstrahlung verfolgen, welche eine Lichtquelle durch Vermittelung optischer Systeme in einem anderen Raume, dem Bildraume, verursacht. Auch hier müssen ausser den räumlichen Veränderungen solche nachweisbar sein, welche von der Natur des strahlenden Körpers abhängig sind. Wir müssen also erstens die Grösse und Lage der Leuchtfläche im Bildraume kennen, welche die Strahlung des Objectes ersetzt, und zweitens die Intensität bestimmen, welche den verschiedenen Punkten dieser Ersatzfläche beizulegen ist.

Mit Hülfe der im vorigen Paragraphen abgeleiteten Gesetze über die Beziehung zwischen Bild und Object, Eintritts- und Austrittspupille, sind die räumlichen Bedingungen direct schon festgelegt: Das dioptrische Abbild des Objectes ist nämlich der Lage und Grösse nach die äquivalente Leuchtfläche im Bildraume, deren Ausstrahlung durch die Austrittspupille begrenzt wird. Wir wollen daher jetzt die uns noch unbekannte Veränderung studiren, welche die Leuchtkraft oder Intensität bei der durch optische Systeme hindurch erfolgenden Lichtstrahlung erleidet.

Sind für eine gegebene Lichtquelle im Objectraume von bekannter Intensität die beiderlei Bestimmungsstücke, die äquivalente Leucht- oder

Ersatzfläche und deren Intensität, Punkt für Punkt gefunden, so ergiebt sich die „Lichtstärke“ des Systems direct aus einer Vergleichung der Strahlung des Bildes durch die Austrittspupille mit der Strahlung des Objectes, ohne Vermittelung des Systems. Man bezieht die Helligkeit, mit der das Bild dem mit dem optischen Apparate bewaffneten Auge erscheint, auf diejenige, mit der das Object dem blossen Auge erscheinen würde, und vergleicht die Intensität der Strahlung in einem Punkte des objectiv entworfenen Bildes mit derjenigen, welche die Lichtquelle direct ohne System an demselben Orte hervorbringen würde.

Auch hier sind die Angaben über die Intensität objectiver und die Helligkeit subjectiv beobachteter Bilder nur relative, wie in der Photometrie überhaupt. Es sind eben die Begriffe der Lichtintensität und Helligkeit nur für unser Auge gebildet, und haben als solche nur für das Auge einen Sinn; sie können demnach auch nur vom Auge in letzter Instanz mit einander verglichen werden (siehe §. 10).

Unser Streben kann somit nur darauf hinauslaufen, auszusagen, eine um wie viel mal grössere Erleuchtungsmenge eine Strahlungsquelle mit Hülfe eines Systems nach einem Punkte des Bildes, z. B. dem Brennpunkte, sendet, im Vergleich zu der Menge, die die Quelle ohne System dorthin sendet. Letztere ist nach den Regeln der Photometrie zu bestimmen.

Bei der subjectiven Beobachtung geben wir an, welches die Helligkeit des Objectes ist, unter der dasselbe dem bewaffneten Auge erscheint im Vergleich zur Helligkeit des direct mit dem blossen Auge betrachteten Objectes.

Die mittelbare Lichtstrahlung diffus reflectirender, regelrecht spiegelnder und brechender Flächen. 260 Wir betrachten jetzt den Fall, dass die Lichtstrahlung eines Objectes (Lichtquelle) im Medium mit dem Brechungsindex n_1 gestört wird durch die Anwesenheit eines Körpers vom Index n_2.

Wir wissen, dass die von den Lichtquellen beleuchteten Körper dem Auge wahrnehmbar sind und ihrerseits andere Körper erhellen können. Es muss ihnen also eine abgeleitete oder erborgte Leuchtkraft zukommen. Wir unterscheiden zwei Fälle: Die Oberfläche eines Körpers wirkt diffus reflectirend oder regelmässig spiegelnd resp. brechend.

Im ersten Falle, den Körper mit vollkommen rauher Oberfläche darbieten, wird alles einfallende Licht zerstreut, d. h. so nach allen Seiten gleichmässig zurückgesandt, als ob die einzelnen Oberflächenpunkte selbstleuchtend wären. Es kommt also nur darauf an, das Verhältniss zu bestimmen, in welchem die von je einem Flächenelemente zurückgestrahlte Lichtmenge zu der gesammten auf dasselbe auffallenden steht. Diese Zahl ist stets ein echter Bruch, dessen Werth für die verschiedenen Körper zwischen Null und Eins schwankt, auch verschieden ist, je nach der Farbe des Lichtes. Das Verhältniss sei E. Ist für alle

Farben $E = 0$, so heisst der Körper „absolut schwarz“[1]); ist $E = 1$, so wird man ihn „absolut weiss“ nennen müssen.

Der zweite Fall betrifft diejenigen Körper, welche an ihrer Oberfläche die Strahlen regelmässig theils reflectiren, theils brechen. Es sei A (Fig. 417) eine leuchtende Fläche, von deren sämmtlichen Punkten Strahlen in jedem Punkte der Fläche S von obiger Eigenschaft zusammentreffen. Dann werden von jedem Punkte m zwei Strahlenbüschel ausgehen, das eine (reflectirte) nach dem äusseren Raume, das andere (gebrochene) nach dem Inneren der Substanz; beide je innerhalb eines kegelförmigen Raumes verlaufend, dessen Lage und Begrenzung von der Grösse, Entfernung und Gestalt der Lichtquelle und der Richtung der Tangentialebene bei m an die Fläche S abhängt. Da solches für alle Punkte m gilt, nur dass Lage und Begrenzung der Büschel von Punkt zu Punkt variirt, so verhält sich jedes Element m der Fläche S wie das einer selbstleuchtenden Lichtquelle, und zwar in unserem Beispiel nach der äusseren und inneren Seite hin, mit dem Unterschiede jedoch, dass es solche Wirkung nicht in allen Richtungen ausübt, wie ein wirklich selbstleuchtender oder diffus reflectirender Körper, sondern nur in den kegelförmigen Räumen, in welchen die reflectirten und gebrochenen Strahlen verlaufen. Innerhalb dieser Räume C und D unter-

Fig. 417.

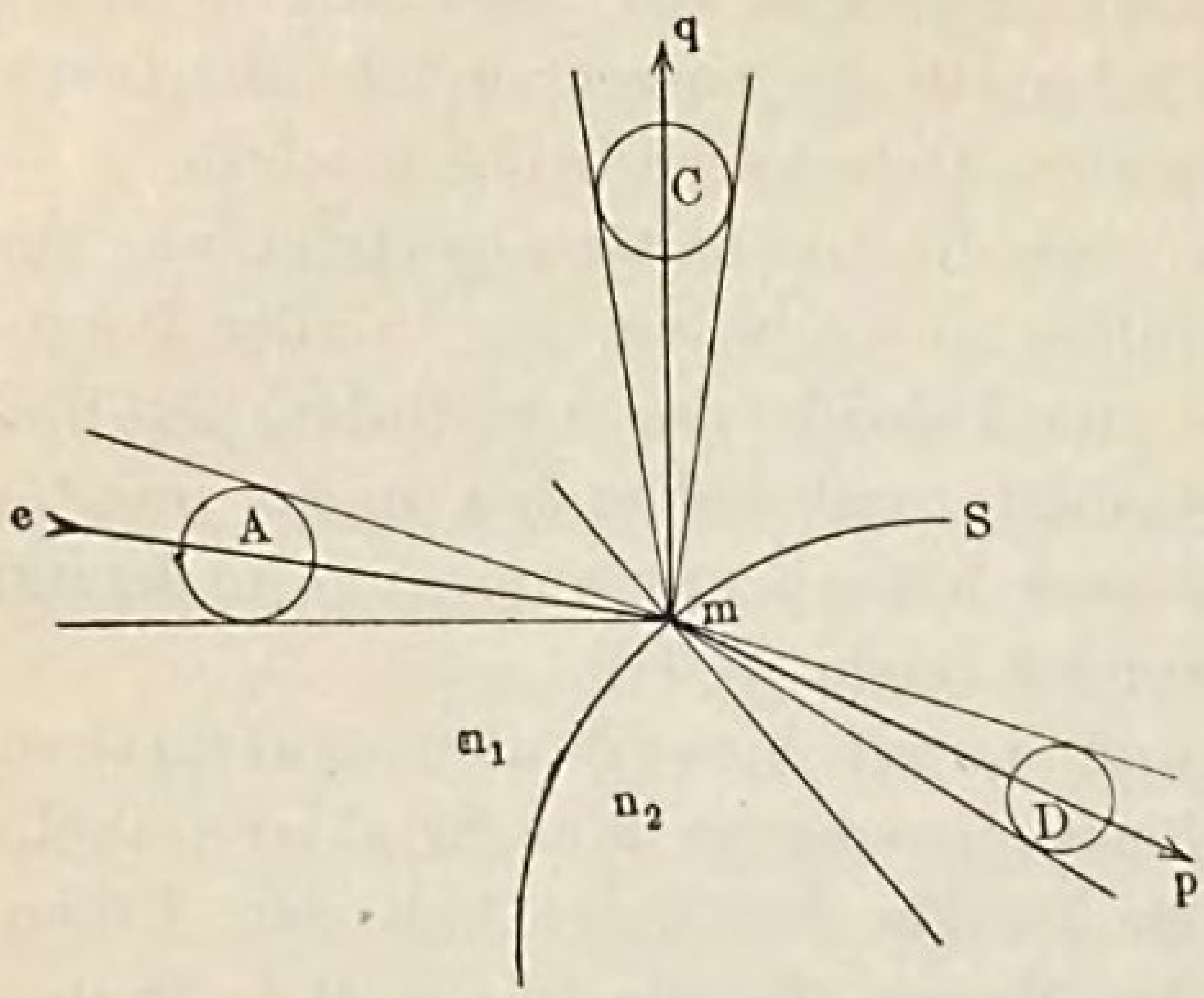
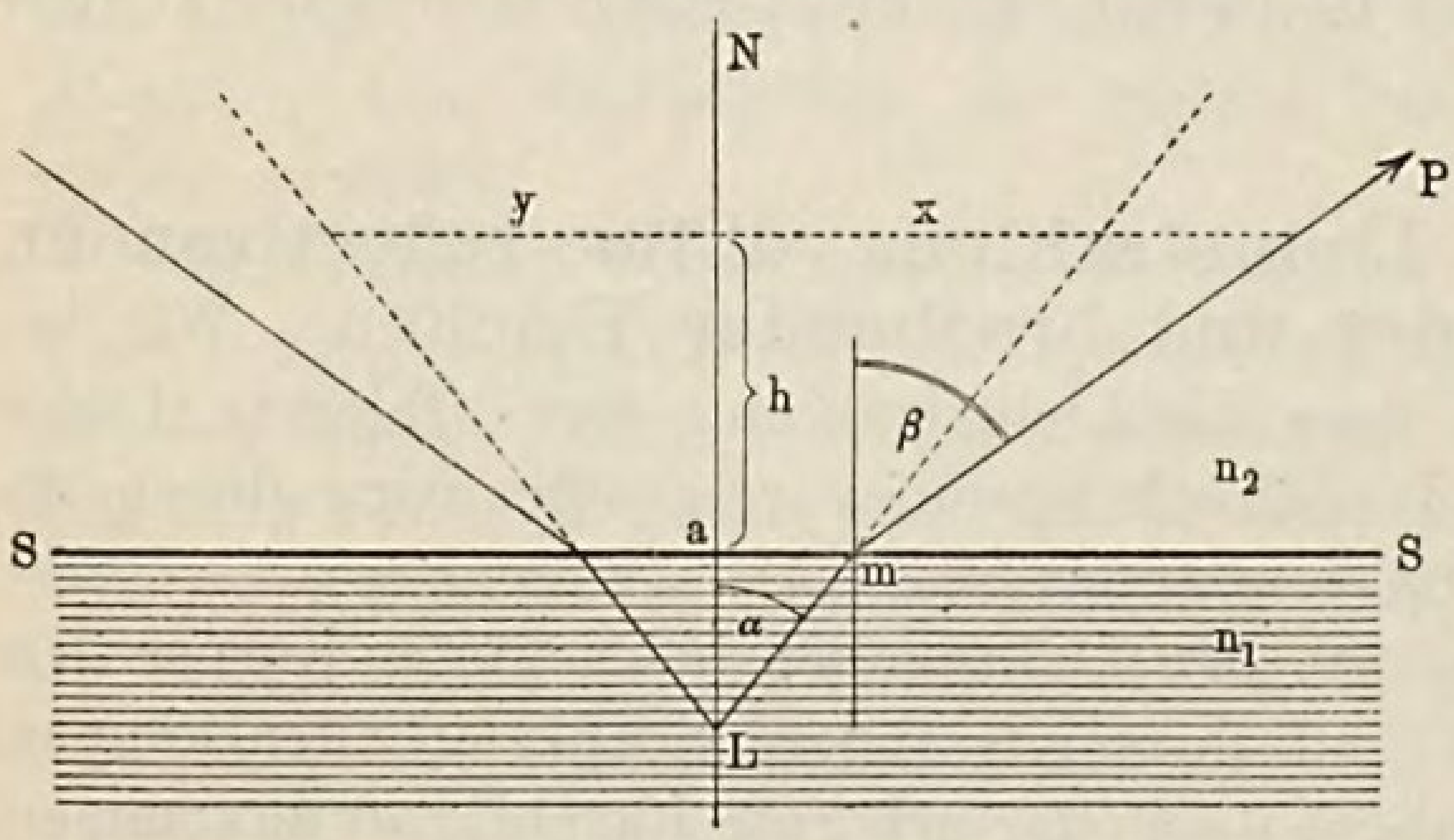


Fig. 418.



[1]) Solche Körper giebt es, zumal wenn sie auf höhere Temperaturen gebracht werden, in der Natur nicht. Auf indirectem Wege kann man sich jedoch strahlende Flächen herstellen, welche den absolut schwarzen in ihrem Verhalten sehr nahe kommen, auch bei der höchsten Glühtemperatur. Nach dem Vorschlage von Lummer und Wien (Wied. Ann., 1895) bedient man sich einer Hohlkugel mit überall gleich temperirter Wandung, in welcher sich eine Oeffnung befindet, durch die man die Strahlung aus dem Inneren austreten lässt.

scheiden sich die geometrischen Bedingungen der hier stattfindenden Strahlung in gar nichts von einer solchen, die das Flächenelement bei m ausüben würde, wenn es selbstleuchtend wäre. Wir brauchen demnach nur noch zu wissen, welche Intensität oder Leuchtkraft Punkt für Punkt der Fläche beizulegen ist, um innerhalb der bemerkten Grenzen die durch Reflexion oder Brechung vermittelte Wirkung der Lichtquelle nach den früheren Regeln zu bestimmen als eine von der Fläche S ausgehende Strahlung.

Dazu müssen wir die Intensitäten i_1 und i_2 der beiden Strahlen q und p bestimmen, in welche ein einfallender Strahl von gegebener Intensität i (am Ort der Lichtquelle) sich spaltet.

Nach dem Clausius'schen Strahlungsgesetz (vergl. §. 202) ist nun die Emission einer Strahlungsquelle proportional dem Quadrate des Brechungsquotienten desjenigen Mediums, in dem sie strahlt. Ist also i_1 die Intensität eines leuchtenden Flächenelementes im Medium n_1, und i_2 dieselbe im Medium n_2, so gilt:

$$i_1 n_2^2 = i_2 n_1^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Folgende Betrachtung giebt eine Anschauung von der Richtigkeit dieses Gesetzes. Ein vom leuchtenden Punkte L (Fig. 418) ausgehender Strahl Lm werde an der brechenden ebenen Fläche S längs mP gebrochen. Sind α und β die Winkel, welche der einfallende und gebrochene Strahl mit dem Lothe bei m bilden, und n_1 bezw. n_2 die Brechungsquotienten der beiden durch S getrennten Medien, so gilt nach dem Brechungsgesetz:

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta.$$

Legen wir im Abstande h von der brechenden Fläche S eine Parallele zu ihr, so gilt laut Figur:

$$y = (h + dh) . \sin\alpha,$$
$$x = h \sin\beta,$$

und im Falle der Abstand $La = dh$ des Lichtpunktes L von S unendlich klein ist:

$$y = h . \sin\alpha$$
$$x = h . \sin\beta.$$

Lassen wir die Figur um die Normale LN zur Fläche S als Axe rotiren, so verhalten sich bei kleinem Winkel α und β die Kegelräume, welche die von L ausgehenden Strahlen im Medium n_1 bezw. n_2 ausfüllen, wie folgt:

$$\frac{y^2\pi}{x^2\pi} = \frac{y^2}{x^2} = \frac{h^2 \sin^2\alpha}{h^2 \sin^2\beta} = \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta} \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

und in Verbindung mit der Gleichung $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$ wird somit:

$$\frac{y^2\pi}{x^2\pi} = \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta} = \frac{n_2^2}{n_1^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Ist i_1 die Intensität der Strahlung im Medium n_1 und i_2 diejenige im Medium n_2, so wird nur dann in den beiden Kegelräumen gleich viel Energie enthalten sein, wenn

$$i_1 \pi y^2 = i_2 \pi x^2$$

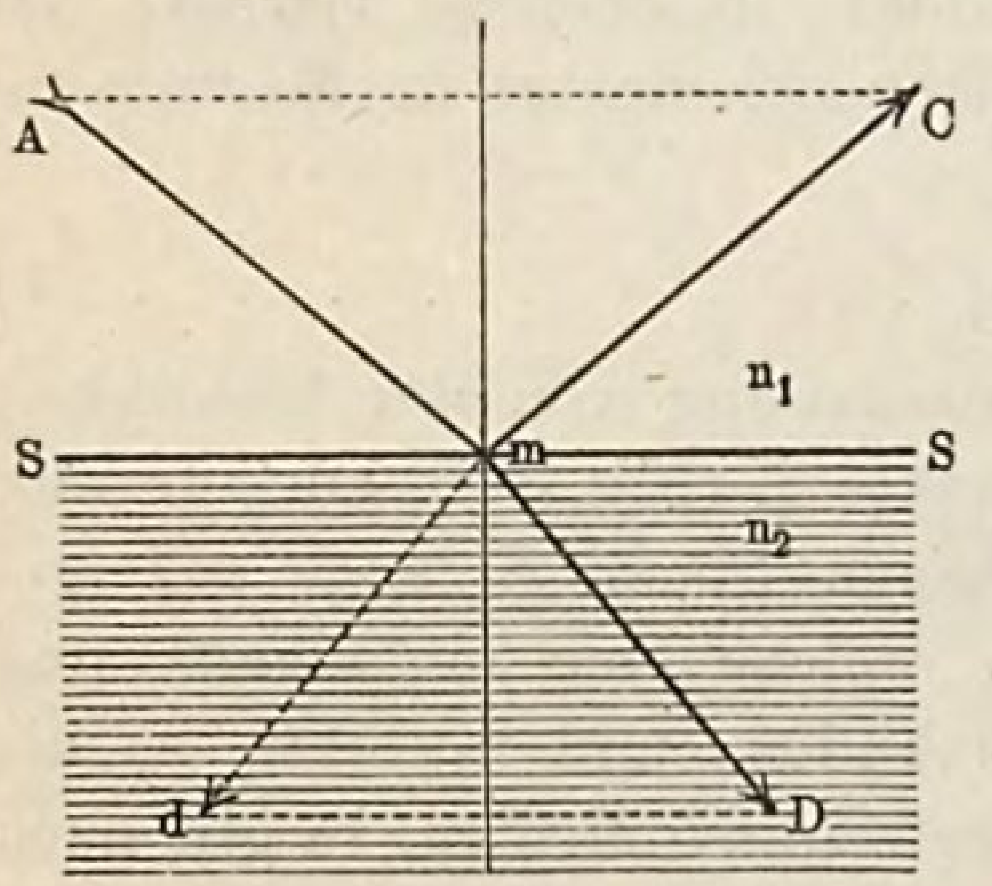
ist, d. h. wenn gilt:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_1^2}{n_2^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

Diese Gleichung ist aber identisch mit dem Clausius'schen Strahlungsgesetz.

Spaltet sich nun ein Strahl Am (Fig. 419) an der Grenzfläche S zwischen den Medien n_1 und n_2 in den reflectirten Strahl mC und den gebrochenen Strahl mD, so erfordert das Gesetz von der Erhaltung der Kraft, dass die Energie E_1 des einfallenden Strahles gleich sei der Energie E_1' des reflectirten plus der Energie E_2 des gebrochenen Strahles.

Fig. 419.



In Verbindung mit dem Clausius'schen Strahlungsgesetz muss demnach gelten, wenn i_1 die Leuchtkraft von A, i_1' diejenige von C und i_2 diejenige von D ist:

$$i_1 n_2^2 = i_1' n_2^2 + i_2 n_1^2 \quad \ldots \quad 5)$$

Die Energie des reflectirten Strahles kann stets nur ein Bruchtheil der Energie des einfallenden Strahles sein. Es gilt somit:

$$E_1' = \lambda E_1,$$

und demnach auch $i_1' n_1^2 = \lambda i_1 n_1^2$ oder:

$$i_1' = \lambda i_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 6)$$

wo λ abhängt vom Einfallswinkel, vom Polarisationszustande des einfallenden Lichtes und vom Verhältniss n_1/n_2 der Brechungsquotienten beider Medien. Durch Verbindung von Gleichung 5) mit 6) erhalten wir also schliesslich:

$$i_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 (1 - \lambda) i_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 7)$$ [1]

[1]) Zu dieser Gleichung kommen wir auch noch durch folgende einfache Ueberlegung. Ist Am der einfallende Strahl, so mC der gespiegelte und mD der gebrochene Strahl. Fassen wir jetzt Cm als einfallenden Strahl auf, so ist mA der gespiegelte und md der gebrochene Strahl. Alle von der leuchtenden Fläche AC ausgehenden und innerhalb des Kegels AmC auffallenden Strahlen geben also den reflectirten Strahlenkegel CmA und den gebrochenen Kegel dmD. Sind o_1 bezw. o_2 die Querschnitte dieser Kegel im gleichen Abstande von S und parallel zu ihr, so ist, wenn λ den Reflexionscoëfficienten bedeutet, und die Grundfläche AC überall die Intensität i_1 besitzt:

Wir wollen nur die beiden Grenzfälle erörtern, wo λ die Werthe Eins und Null annimmt. Im ersteren Falle, $\lambda = 1$, wird alles auffallende Licht von der Fläche S gespiegelt, im zweiten Falle, $\lambda = 0$, wird alles auffallende Licht gebrochen. Für $\lambda = 1$ wird $i_1' = i_1$, d. h. also:

In dem Falle vollkommener Spiegelung kann man die von der Fläche S durch Spiegelung nach einem Punkte (C) vermittelte Strahlungswirkung als von ihr selbst ausgehend denken, wenn man jedem Punkte m derselben diejenige Intensität oder Leuchtkraft unverändert überträgt, welche die Lichtquelle in dem zum bestrahlten Punkte C conjugirten, gemäss der Reflexion zugeordneten Punkte A besitzt.

In dem Falle vollkommener Brechung wird $\lambda = 0$ und wir erhalten:

$$i_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 i_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 8)$$

Man kann demnach im Falle vollkommener Brechung die brechende Fläche S anstatt der Strahlungsquelle als leuchtend betrachten, wenn man ihr Punkt für Punkt m die im Verhältniss des Quadrates der absoluten Brechungsquotienten beider Medien veränderte Leuchtkraft beilegt, welche die Lichtquelle in dem zu m conjugirten, d. h. gemäss dem Brechungsgesetz zugeordneten, Punkte A besitzt.

In beiden Fällen ist die für C bezw. D sich ergebende Vertheilung der Leuchtkraft in der Fläche S als eine centrale Projection der Lichtquelle A auf die Fläche S anzusehen, welche vom Punkte C bezw. D aus nach dem Reflexions- bezw. Brechungsgesetz zu bilden ist.

Es lässt sich diese Regel auf beliebig viele spiegelnde und brechende Flächen übertragen. Stets lässt sich die Strahlungswirkung der Lichtquelle auf einen Punkt im letzten Medium n_2 ersetzen durch die directe Strahlung einer daselbst willkürlich angenommenen, beliebig gestalteten Fläche, wenn man dieser Punkt für Punkt eine Leuchtkraft beilegt, welche sich aus der Leuchtkraft in je einem correspondirenden Punkte der Lichtquelle ableitet, und zwar gemäss der Regel $i_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 . i$. Der

$$i_1 o_1 = i_1 \lambda o_1 + i_2 o_2,$$

also

$$i_1 (1 - \lambda) o_1 = i_2 o_2$$

$$i_2 = i_1 (1 - \lambda) \frac{o_1}{o_2}.$$

Aus Fig. 419 folgt aber ohne Weiteres, dass sich verhält

$$\frac{o_1}{o_2} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2,$$

so dass wir erhalten:

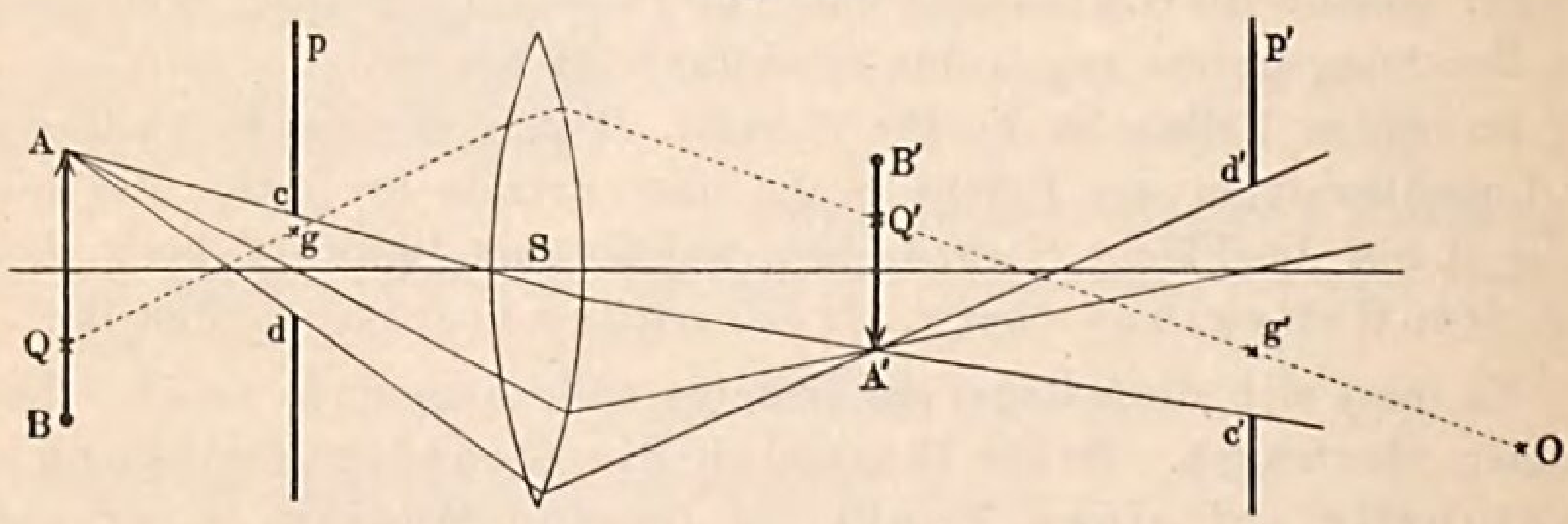
$$i_2 = i_1 (1 - \lambda) \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2.$$

correspondirende Punkt der Lichtquelle zu irgend einem Punkte der Ersatzfläche ist stets derjenige, auf welchen man geführt wird, wenn man die Verbindungslinie zwischen dem Orte der Wirkung und dem Punkte der Ersatzfläche nach den Gesetzen der Spiegelung und Brechung bis zur Lichtquelle fortsetzt. Führt diese Construction statt auf die Lichtquelle in die nichtleuchtende Umgebung, so ist für die betreffende Stelle der Ersatzfläche die Leuchtkraft gleich Null zu setzen.

Diese allgemeinen Sätze wenden wir jetzt auf den Fall an, dass ein centrirtes optisches System durch Brechung ein aberrationsfreies Bild der Lichtquelle bezw. des strahlenden Objectes erzeuge.

261 **Lichtwirkung durch optische Systeme centrirter Kugelflächen.** a) Optisches Bild als äquivalente Leuchtfläche und die Intensitätsvertheilung daselbst. Recapituliren wir kurz die hierfür nöthigen, schon früher gewonnenen Resultate. Unter der Annahme, dass ein optisches System centrirter Kugelflächen S (Fig. 420) das Object AB im Bilde $A'B'$ aberrationsfrei abbildet, sind die von den Bildpunkten ausgehenden Strahlenbüschel homocentrisch, gleichsam als ob das Bild selbstleuchtend wäre. Gleichviel,

Fig. 420.



ob das Bild reell oder virtuell ist, stets kann es als die Quelle aller Lichtwirkungen im Bildmedium aufgefasst werden, da alle hier verlaufenden Strahlen lediglich von Bildpunkten geradlinig ausgehen bezw. zu kommen scheinen. Jedoch ist wieder ein Unterschied vorhanden, der die Bildstrahlung von der Objectstrahlung bezw. derjenigen eines Selbstleuchters scheidet. Die Bildpunkte strahlen nicht, wie leuchtende Punkte, nach allen Seiten, sondern je innerhalb gewisser Winkelräume.

Diese Winkelräume sind festgestellt, sobald wir die Strahlenbegrenzung im System kennen. Es möge für das System S (Fig. 420) p die Eintrittspupille mit der Oeffnung cd und p' die Austrittspupille mit der Oeffnung $c'd'$ sein. Dann verhalten sich p und p' wie Object und Bild, und alle nach cd zielenden Strahlen müssen im Bildraume $c'd'$ passiren. Es ist also die Austrittspupille die Basis der wirksamen Strahlen im Bildraume, und sie begrenzt die von jedem Bildpunkte kommenden

Strahlenbüschel. Der Unterschied zwischen dem Bilde $A'B'$ und einem Selbstleuchter $A'B'$ von derselben Intensität ist also lediglich der, dass das Bild durch eine Blende $c'd'$, der Selbstleuchter dagegen unbehindert nach allen Seiten strahlt. Vom Bildpunkte A' erhalten alle diejenigen Punkte keine Strahlung, welche ausserhalb des Kegelmantels $d'A'c'$ liegen. Allgemein erhalten nur diejenigen Punkte O Licht, welche auf Geraden liegen, die einen Punkt g' der Austrittspupille $c'd'$ mit einem Punkte Q' des Bildes $A'B'$ verbinden.

Um noch zu wissen, mit welcher Leuchtkraft der betreffende Bildpunkt Q' leuchtet, bezw. zu belegen ist, damit wir vom Object ganz abstrahiren können, brauchen wir nur die Gerade OQ' gemäss den dioptrischen Gesetzen durch das System S hindurch zu verfolgen, bis sie das Object trifft. Wir wissen, dass jede beliebige solche Linie OQ' die Lichtquelle nothwendig in demjenigen Punkte Q schneidet, durch dessen Bildpunkt Q' im letzten Medium sie gezogen ist. Sind n_1 und n_2 die absoluten Brechungsquotienten des Object- und Bildraumes, so muss bei vollkommener Brechung ($\lambda = 0$) jedem Bildpunkte Q' die $\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$ mal so grosse Leuchtkraft oder Intensität des ihm conjugirten Objectpunktes zugeschrieben werden. Ist $n_2 = n_1$, so strahlt jeder Bildpunkt mit derselben Intensität, wie sein conjugirter Objectpunkt. Leuchtet das Object in allen seinen Theilen mit gleicher Intensität, so auch das Bild, und es bleibt der einzige Unterschied zwischen der Lichtstrahlung mit und ohne optisches System die Verschiedenheit der Lage und Grösse der äquivalenten Leuchtfläche und die Begrenzung der Strahlung durch eine Blende. Unser Resultat lautet demnach ganz allgemein für jedes optische System centrirter Kugelflächen:

Die gesammte Strahlenwirkung, welche ein beliebiger optischer Apparat vom Object- zum Bildraume vermittelt, ist vollständig bestimmt, wenn man dem Bilde des Objectes punktweise die Leuchtkraft der conjugirten Punkte des Objectes selbst (resp. eine $\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$ mal so grosse) beilegt, und die vom Bilde ausgehende Strahlenausbreitung durch die Austrittspupille so begrenzt denkt, wie die Strahlung einer selbstleuchtenden Fläche durch eine entsprechende Blende.

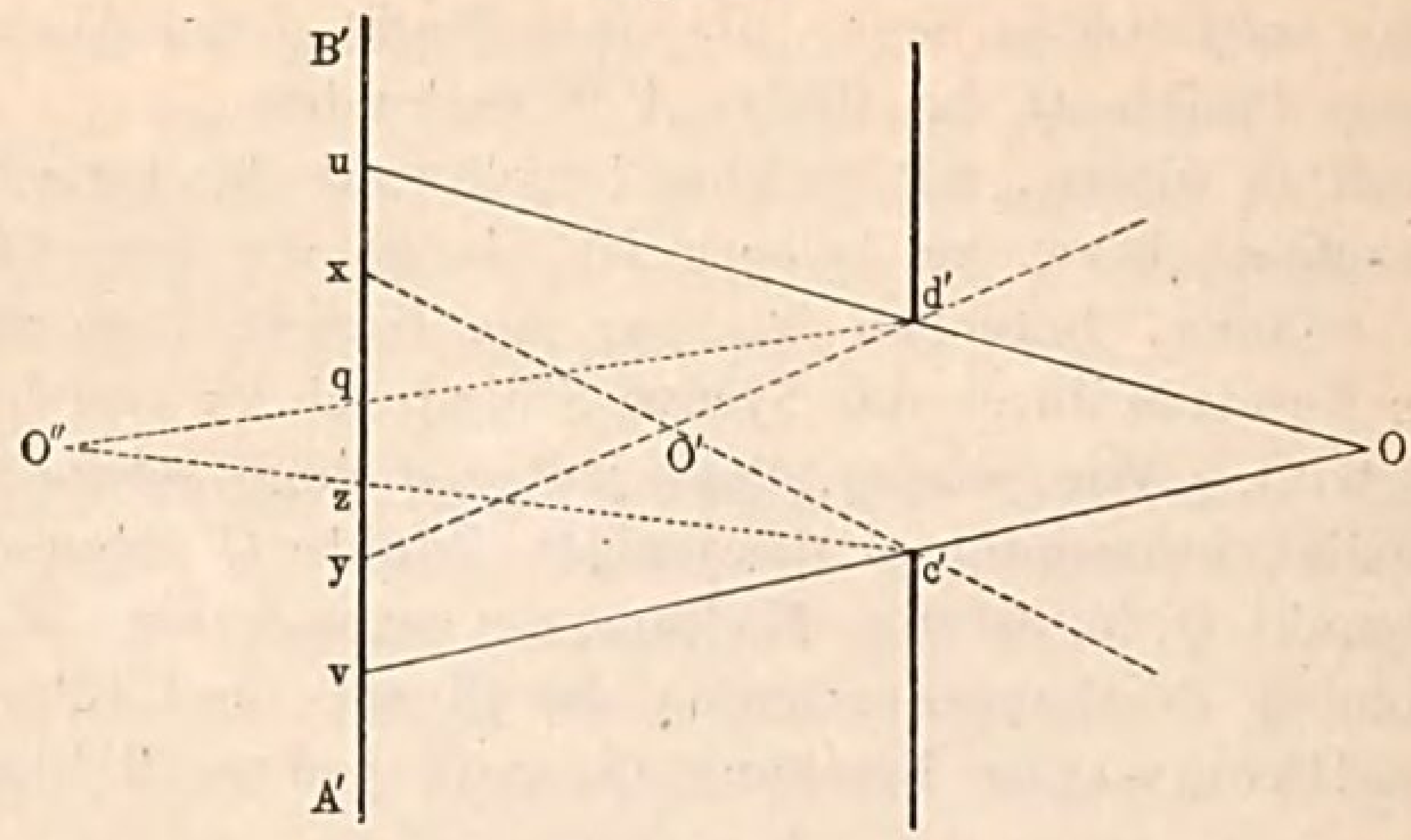
b) Lichtvertheilung im Bildraume. In Fig. 421 (a. f. S.) ist $A'B'$ das Bild und $c'd'$ die Austrittspupille. Liegt der beleuchtete Punkt bei O, so erhält er nur von demjenigen Theile uv des Bildes Licht, auf welchen sich die Oeffnung $c'd'$ von O aus projicirt. In Bezug auf den Punkt O ist also den Bildtheilen uB' und vA' die Leuchtkraft Null beizulegen.

Rückt der beleuchtete Punkt zwischen die Austrittspupille und das Bild, etwa nach O', so projicirt sich $c'd'$ von O aus auf das Bild als die

Fläche xy; diese ist also auch lediglich für O' wirksam. Und liegt der beleuchtete Punkt bei O'', so ist das Stück qz wirksam, welches die Geraden $O''c'$ und $O''d'$ aus der Bildfläche ausschneiden.

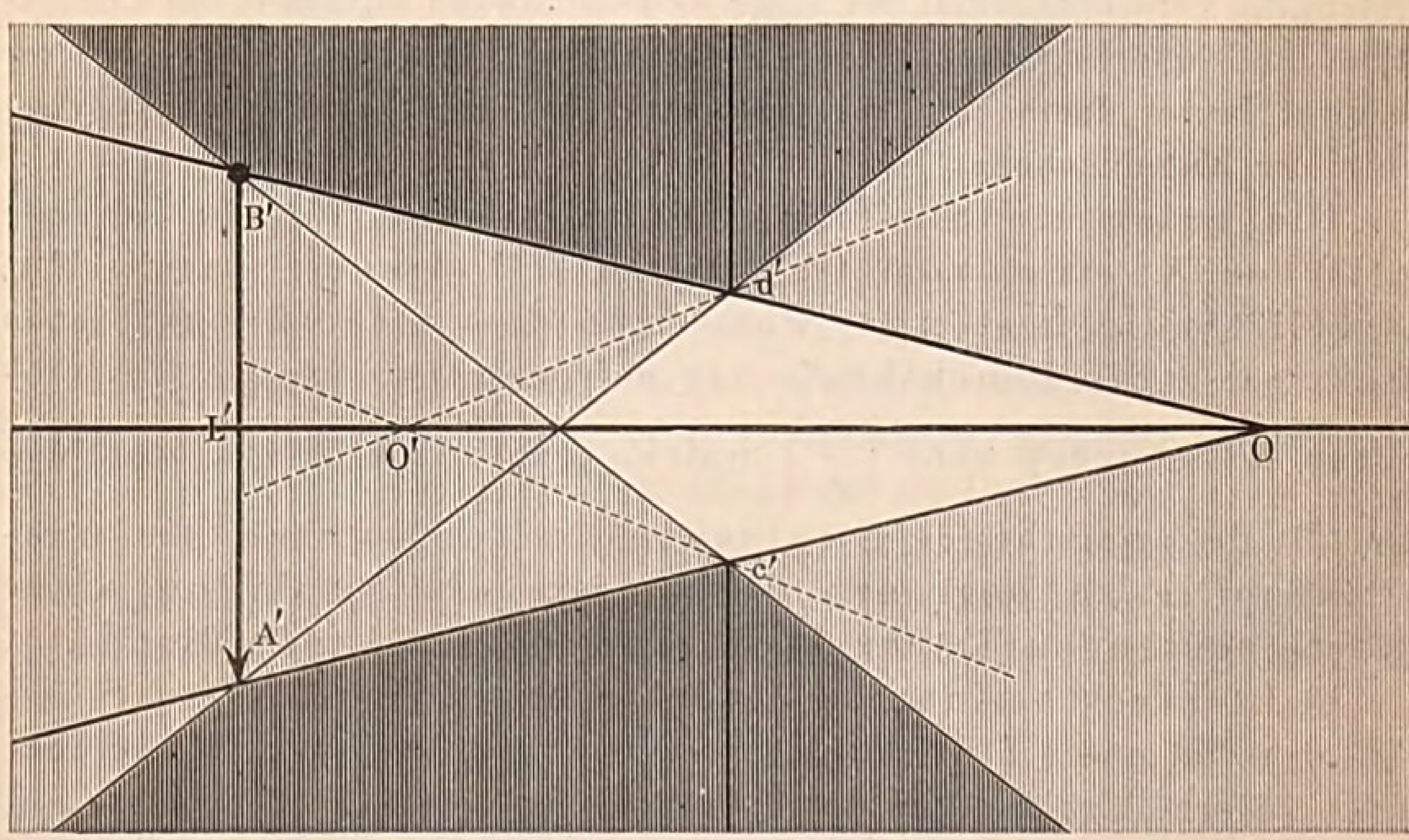
Hieraus folgt nun, dass die einzelnen Punkte O des Bildraumes von dem Bilde $A'B'$ sehr verschieden erleuchtet werden. Das meiste Licht

Fig. 421.



erhalten die Punkte, welche so gelegen sind, dass die von ihnen nach dem Rande der Austrittspupille gezogene Kegelfläche, nach vorwärts oder rückwärts verlängert, das ganze Bild $A'B'$ einschliesst. Liegen die Punkte so, dass kein Strahl dieses Kegels die Bildfläche trifft, so erhalten sie gar kein Licht, und dazwischen müssen sich Punkte befinden, welche nur

Fig. 422.



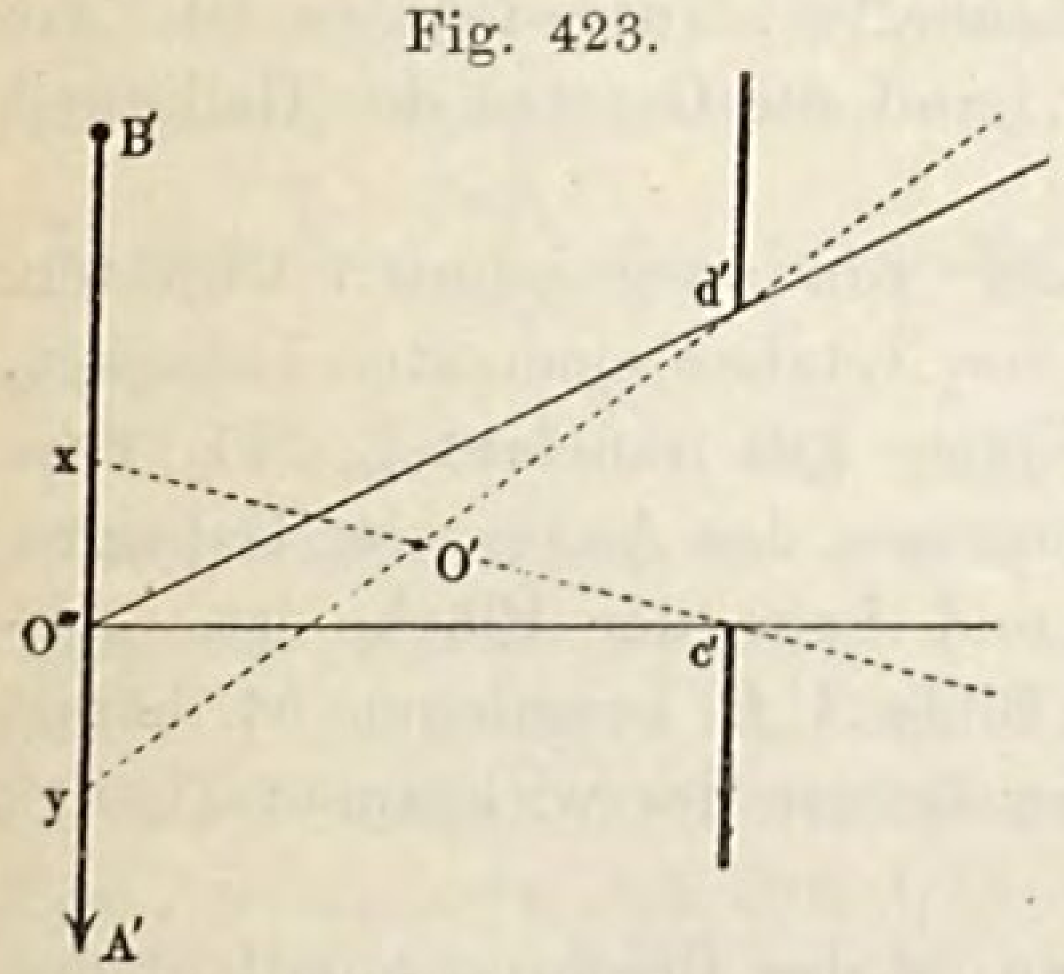
von einem Theile des Bildes Strahlen erhalten und somit eine mittlere Lichtstärke aufweisen. In Fig. 422 ist die Lichtvertheilung wiedergegeben, welche das Bild $A'B'$ in Verbindung mit der Austrittspupille $c'd'$ im Bildraume hervorbringt. Im nicht schraffirten Theile erhalten

die Punkte von der ganzen Bildfläche Licht, im weit schraffirten Raume erhalten die Punkte nur von einem Theile der Bildfläche Licht[1]), und der eng schraffirte Raum erhält gar kein Licht.

c) Die Austrittspupille als äquivalente Leuchtfläche. Statt des Bildes $A'B'$ kann man aber auch die Austrittspupille als äquivalente Leuchtfläche einführen. In der That ist es für den Punkt O (Fig. 421) ganz gleich, ob uv oder $c'd'$ als leuchtend angenommen wird, wenn nur jedem Punkte der Austrittspupille, z. B. c', diejenige Leuchtkraft zugelegt wird, welche dem entsprechenden Bildpunkte v zukommt, auf den sich c' von O aus projicirt. Ferner kann für den Punkt O' sowohl xy als auch $c'\ d'$ als leuchtend angesehen werden, wenn nur in c' die Leuchtkraft von x und in d' diejenige von y substituirt, und das eine Mal $c'd'$, das andere Mal xy als begrenzende Blende genommen wird.

Diese Umkehrung ist wichtig für den Fall, dass wir die Grösse der Erleuchtung am Orte des Bildes selbst kennen lernen wollen. Aus ihr folgern wir, dass, wenn der beleuchtete Punkt O' in das Bild selbst hineinfällt, z. B. nach O''' (Fig. 423), wir $c'd'$ als leuchtend annehmen können, wenn wir nur jetzt den sämmtlichen Punkten der Austrittspupille $c'\ d'$ die Leuchtkraft des Bildpunktes O''', d. h. die $\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$ mal so grosse Leuchtkraft des zu O''' conjugirten Punktes der Lichtquelle (Objectes) beilegen. Wir erhalten demnach den Satz, welcher für die Intensität der objectiv projicirten und nicht subjectiv durch eine Lupe betrachteten Bilder von grosser Wichtigkeit ist:

Fig. 423.



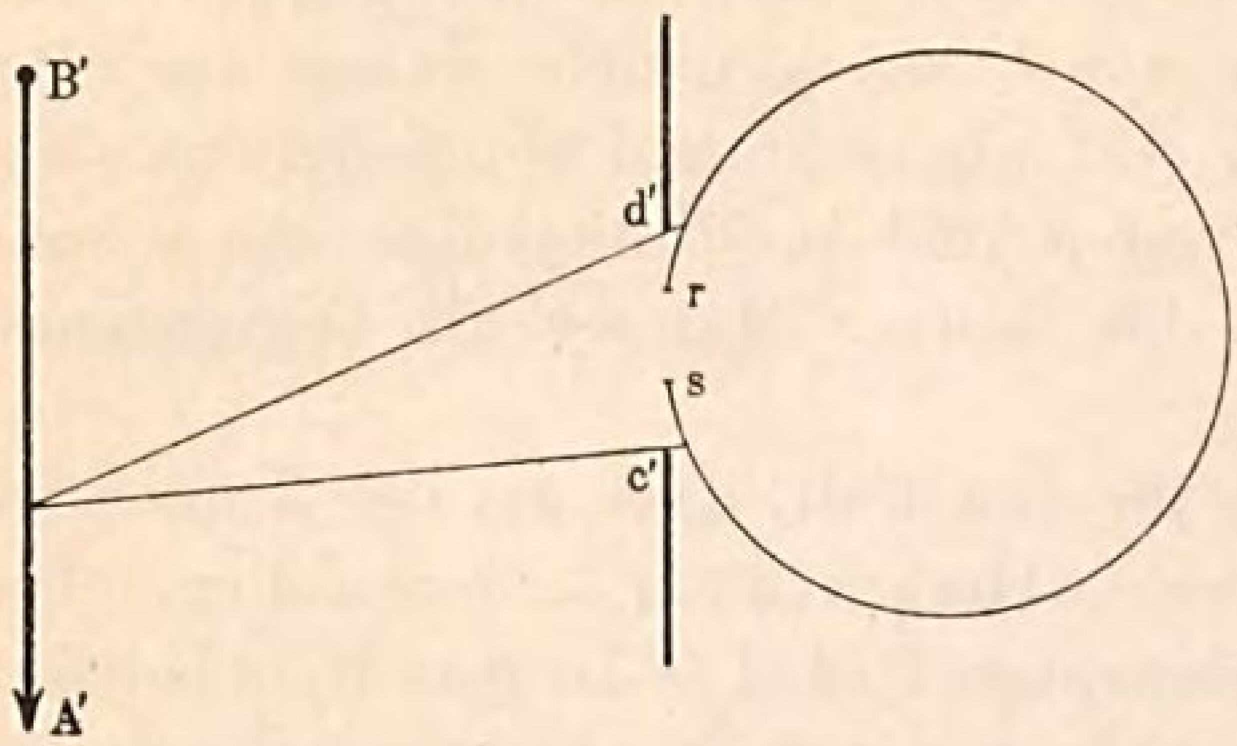
Die Lichtwirkung, welche irgend ein optischer Apparat in einem beliebigen Punkte des **Bildes** eines gegebenen Objectes (Lichtquelle) vermittelt, ist stets äquivalent einer Lichtstrahlung aus der **Fläche der Austrittspupille**, wenn dieser in allen Punkten die Leuchtkraft des zum Bildpunkte conjugirten Objectpunktes beigelegt wird — oder eine dieser im Verhältniss des Quadrates des Brechungsexponenten proportionale, falls das Bildmedium vom Objectmedium verschieden ist.

Maximale Helligkeit subjectiv beobachteter, maximale Intensität objectiv entworfener Bilder. (Ziel und Zweck 262

[1]) Da für diese Punkte die leuchtenden Theile der Bildfläche von Null bis $A'B'$ variiren, so auch die daselbst stattfindende Erleuchtung. In Fig. 422 ist diese Verschiedenheit nicht berücksichtigt.

optischer Systeme.) Beobachtet man das vom System entworfene Bild mittelst des Auges, so tritt die Augenpupille [1]) in Concurrenz mit der Austrittspupille des Systems, und von ihr gilt das, was wir generell im §. 257 dargelegt haben. Es möge die Augenpupille rs (Fig. 424) dem Orte nach zusammenfallen mit der Austrittspupille $c'd'$ des Systems, so dass die von den Punkten des Bildes $A'B'$ ausgehenden Strahlenkegel mit der Basis $c'd'$ die Pupille vollständig ausfüllen oder nicht, je nachdem die Fläche $c'd'$ grösser oder kleiner als die Augenpupille rs ist. In ersterem Falle kann man von der Austrittspupille ganz abstrahiren, so dass sich das Bild für das Auge bei rs verhält genau wie ein Selbstleuchter. In letzterem Falle wirkt die Austrittspupille wie eine vor die Augenpupille gesetzte Blende.

Fig. 424.



Je nachdem nun das Bild ein flächenhaftes, ausgedehntes ist, wie in Fig. 424, oder ein „punktförmiges“, sind die Gesetze der Helligkeit verschieden.

Wir betrachten vorläufig nur Bilder von ausgedehnten Objecten, deren Netzhautbilder eine grosse Anzahl von Netzhautelementen bedecken. Für eine selbstleuchtende ausgedehnte Fläche gilt nun laut §. 231, dass ihre Helligkeit proportional der Pupillengrösse des Auges, im Uebrigen aber unabhängig von der Entfernung und Lage der Fläche ist. Abgesehen von der Intensität, welche dem Bilde $A'B'$ beizulegen ist, hängt somit die Bildhelligkeit lediglich von der Grösse des wirksamen Theiles der Augenpupille rs ab.

Bei den meisten optischen Apparaten ist der Brechungsquotient des Bildmediums (Luft) gleich Eins ($n_2 = 1$) und, mit Ausnahme des Immersionssystems beim Mikroskop [2]) auch derjenige des Objectmediums $n_1 = 1$. Da nun jeder Bildpunkt mit der $\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$ mal so grossen Leuchtkraft des conjugirten Objectpunktes zu belegen ist, so leuchtet demnach jeder Bildpunkt höchstens mit derselben Leuchtkraft, welche dem conjugirten Objectpunkte eigen ist, beim Immersionsmikroskop dagegen mit geringerer Intensität, da hier $n_1 > n_2$ ist.

Falls also die Augenpupille am Orte der Austrittspupille sich befindet, ist die Helligkeit des Bildes höchstens gleich derjenigen des direct betrachteten Objectes, so lange die Austrittspupille an Grösse die Augen-

[1]) Genauer ausgedrückt, das Bild, welches von der Augenpupille die vor ihr gelegenen Augenmedien entwerfen (vergl. §. 250).

[2]) Wo das Object in die sogenannte Immersionssubstanz (Wasser, Oel etc.) eingebettet ist.

pupille übertrifft oder ihr gleich kommt. Die Helligkeit des Bildes wird dagegen kleiner als diejenige des direct beobachteten Objectes, falls die Austrittspupille kleiner als die Augenpupille ist, und zwar verhält sich die Bildhelligkeit zur Objecthelligkeit wie die Oberfläche ω der Austrittspupille zur Oberfläche O der Augenpupille. Der Factor $\frac{\omega}{O}$ giebt also an, wie viel mal dunkler das Object dem mit Apparat bewaffneten Auge erscheint, als dem blossen Auge.

Wir erhalten somit den ausserordentlich wichtigen, ganz allgemein für jede Combination optischer Systeme gültigen Satz:

Durch keine noch so sinnreich erdachte Combination optischer Systeme und Apparate kann ein Bild von einem Object erzielt werden, welches heller erscheint, als das direct gesehene Object.

Aber auch für die Intensität objectiver Bilder lässt sich beweisen, dass dieselbe, selbst im Brennpunkte einer Linse, höchstens derjenigen des conjugirten Objectpunktes gleich kommen kann. Wie wir gezeigt haben, muss man in diesem Falle, welcher am besten durch das Brennglas verkörpert wird, der Austrittspupille Punkt für Punkt diejenige Leuchtkraft beilegen, welche dem Bildpunkte selbst zuzuschreiben wäre, d. h. also die $\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$ mal so grosse Leuchtkraft des conjugirten Objectpunktes.

Ist wieder $n_2 = 1$, und nehmen wir der Einfachheit wegen an, dass die Leuchtkraft längs des ganzen Objectes dieselbe ist, so ist die Austrittspupille gleichmässig mit höchstens derselben Intensität zu belegen, die dem Objecte eigen ist. Die Wirkung an einem Punkte O' des Bildes $A'B'$ wird demnach höchstens derjenigen gleich kommen können, die man erhält, wenn man sich dem Objecte so weit nähert, dass es unter demselben Winkel erscheint, wie die Austrittspupille $c'd'$ von O' aus.

Ganz allgemein können wir also ferner aussagen:

Durch keine noch so sinnreich erdachte Combination optischer Systeme und Apparate kann die Energie bezw. Leuchtkraft am Orte eines Bildpunktes grösser sein, als die Energie bezw. Leuchtkraft im conjugirten Objectpunkte selbst ist.

Welches ist dann aber der Zweck und der Nutzen optischer Systeme und Apparate, so kann man mit Recht fragen, wenn weder an Helligkeit beim subjectiven Beobachten, noch an Intensität bei der Projection von Bildern gewonnen werden kann? Der Nutzen besteht lediglich in der Möglichkeit, durch optische Systeme Lagen- und Grössenänderungen der Objecte hervorzubringen, ohne wesentliche Verluste an Helligkeit und Intensität zu erleiden.

So erscheint uns bei geeigneter Anordnung der optischen Systeme ein Object bei beliebig hoher scheinbarer Vergrösserung seiner Dimen-

sionen noch theoretisch ebenso hell, wie das Object, und bei anderer, aber wiederum geeigneter Anordnung der Systeme bewirken wir, trotz unendlich weiter Entfernung des Objectes, am Bildorte dieselbe Intensität, welche das Object ohne Apparate nur in seiner unmittelbaren Nähe hervorbringen kann.

Unsere Betrachtungen gipfeln also in dem Resultat:

Alle optischen Vorrichtungen und Lichtconcentrationen können nur das Ziel verfolgen, mit Hülfe einer gegebenen Lichtquelle (Object) von kleinen Dimensionen oder an einem sehr entfernten Orte dennoch einen solchen Effect zu bewirken, wie er ohne Vorrichtung direct nur durch eine gleich intensive, ausgedehntere oder in grösserer Nähe befindliche Lichtquelle erreichbar wäre.

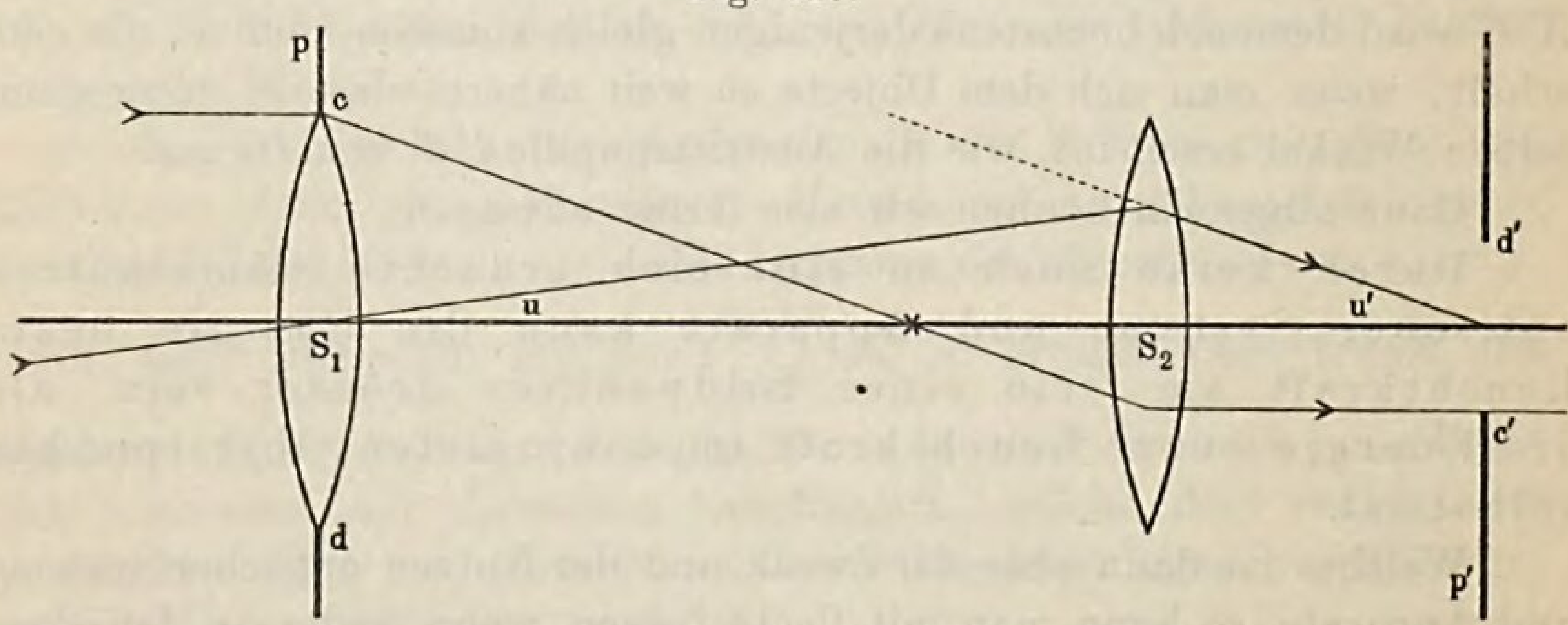
263 **Beziehung zwischen der Helligkeit optischer Bilder, Vergrösserungskraft und der Apertur der optischen Systeme. Normalvergrösserung.** Nach dem Bisherigen gilt zwischen der Helligkeit H des durch das Instrument gesehenen Bildes und der Helligkeit H_0 des direct mit blossem Auge betrachteten Objectes die Beziehung:

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{p'}{\varrho}\right)^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

wenn p' den Radius der Austrittspupille und ϱ denjenigen der Augenpupille bezeichnet.

Bei den aus Objectiv S_1 (Fig. 425) und Ocular S_2 zusammengesetzten Apparaten, wie dem Fernrohr und dem Mikroskop, ist nun das Objectiv

Fig. 425.



meist zugleich auch Eintrittspupille des ganzen Systems. Das Bild, welches das Ocular S_2 vom Objectivrande cd entwirft, bestimmt demnach die in Gleichung 1 vorkommende Grösse p' der Austrittspupille. Dieses Bildchen $c'd'$, welches auch der Ocularkreis oder Ramsden'sche Kreis genannt wird, ist demnach bei den optischen Apparaten von grosser Bedeutung, für das Gesichtsfeld sowohl (vergl. §. 257) als auch für die Helligkeit der erzeugten Bilder. Die Grösse des Ocularkreises steht nun

bei den verschiedenen Instrumenten in einfacher Beziehung zur Vergrösserungkraft des gesammten Systems.

Beim teleskopischen System entsprechen laut §. 74 parallel einfallenden Strahlenbüscheln wieder parallele Büschel; das Verhältniss der Durchmesser conjugirter Strahlencylinder $\left(\text{hier } \frac{c'd'}{cd}\right)$ ist gleich der Linearvergrösserung N, welche ihrerseits gleich ist dem Reciproken $\left(\frac{1}{A}\right)$ der Angularvergrösserung A. Nennen wir den Radius des Objectives $\frac{cd}{2} = R$, den Radius des Ocularkreises $\frac{c'd'}{2} = r$, so muss also auch gelten:

$$N = \frac{1}{A} = \frac{r}{R} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

da ja $c'd'$ das Bild von cd ist und die einfallenden Strahlencylinder vom Objectiv (Eintrittspupille), die austretenden vom Ocularkreis (Austrittspupille) begrenzt werden.

In Verbindung mit Gleichung 1) erhalten wir somit, da $p' = r$ zu setzen ist:

$$H = H_0 \left(\frac{R}{\varrho}\right)^2 \cdot \frac{1}{A^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

so dass für $A = \frac{R}{\varrho}$ einfach $H = H_0$ wird, d. h. in Worten:

Die Helligkeit des vom teleskopischen System erzeugten Bildes ist gleich derjenigen des direct betrachteten Objectes, falls die angulare Vergrösserung gleich ist dem Verhältniss der Radien von Objectiv und Augenpupille. Diese Vergrösserung $A = \frac{R}{\varrho}$ heisst nach Helmholtz die „Normalvergrösserung" des Systems. Aus unserer Betrachtung folgt, dass der Objectivdurchmesser proportional der Vergrösserung anwachsen muss, soll die Vergrösserung stets die normale und somit die Helligkeit des Bildes stets gleich derjenigen (normalen) des direct gesehenen Objectes sein. Es steht demnach theoretisch nichts im Wege, eine beliebig hohe Bildvergrösserung herzustellen, ohne an Helligkeit einzubüssen.

Ist der Radius ϱ der Augenpupille gleich 2 mm, so muss auch $R = 2$ mm werden, damit A den Werth „Eins" annimmt. Für die „Einheit der angulären Vergrösserung" braucht demnach der Objectivradius nur gleich demjenigen der Augenpupille zu sein, damit die Helligkeit normal ist. Soll diese Helligkeit stets vorhanden sein, so muss demnach für je eine Vergrösserungsziffer der Objectivradius oder die lineare Oeffnung des teleskopischen Systems um je 2 mm zunehmen; es muss also sein $R = 4, 6, 8$ etc. mm, wenn für die Vergrösserung 2, 3, 4 etc. die Helligkeit die normale sein soll.

Wirkt das abbildende System nach Art eines Mikroskops, bei welchem die Strahlenbüschel weiter Oeffnung in solche geringer Divergenz umgewandelt werden, so gilt laut §. 256 für den Radius p' der Austrittspupille $c'\,d'$ einfach:

$$p' = a f',$$

wenn mit $a = n \sin u$ die „numerische Apertur“ der eintretenden Strahlenbüschel und mit f' die hintere Brennweite des Mikroskops bezeichnet wird. Wir erhalten also aus Gleichung 1), da wir für p' direct $a.f'$ einsetzen können, für das Mikroskop folgende Beziehung:

$$H = H_0 \frac{a^2 f'^2}{\varrho^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

Statt der Brennweite f' können wir die Vergrösserung einführen. Bezeichnen wir wie im §. 258 mit $V = \frac{1}{f'}$ die Abbe'sche absolute und mit N die lineare auf die deutliche Sehweite d bezogene Vergrösserungskraft des Mikroskops, so wird:

$$H = H_0 \frac{a^2}{\varrho^2} \cdot \frac{1}{V^2} = H_0 \frac{a^2}{\varrho^2} \cdot \frac{d^2}{N^2} \quad \ldots \ldots \quad 5)$$

Die „Normalvergrösserung“ (V_0 bezw. N_0), bei welcher $H = H_0$ ist, tritt demnach für ein mikroskopisches System ein, wenn

$$V_0 = \frac{a}{\varrho} \text{ bezw. } N_0 = \frac{a}{\varrho}\, d \quad \ldots \ldots \quad 6)$$

ist. Setzen wir diese Werthe in Gleichung 5) ein, so erhalten wir die Proportionen:

$$\frac{H}{H_0} = \frac{N_0{}^2}{N^2} \text{ bezw. } \frac{H}{H_0} = \frac{V_0{}^2}{V^2} \quad \ldots \ldots \quad 7)$$

welche gelten, so lange die Apertur a des Systems constant bleibt und falls $V > V_0$ und $N > N_0$ ist, da ja H niemals grösser als H_0 werden kann (vergl. §. 262). Unser Resultat lautet also:

So lange die Apertur constant ist und die Vergrösserung die Normalvergrösserung überschreitet, ist die Helligkeit des Bildes im Mikroskop umgekehrt proportional der Flächenvergrösserung [1]).

Bei einer und derselben Vergrösserung ist die Helligkeit des mikroskopischen Bildes proportional dem Quadrate der numerischen Apertur der einfallenden Büschel [2]).

In der nächsten Tabelle [3]) sind die Vergrösserungen N (Verhältniss der Sehwinkel von Bild zum direct betrachteten Object) für die Aper-

[1]) Helmholtz, S. 567.
[2]) Czapski, a. a. O., S. 180.
[3]) Entlehnt Czapski, a. a. O., S. 180.

turen $a = 0{,}5$; 1 und 1,5 für die normale Helligkeit $H = H_0$ und die Helligkeiten $\frac{H_0}{4}, \frac{H_0}{9}, \frac{H_0}{16}$ angegeben.

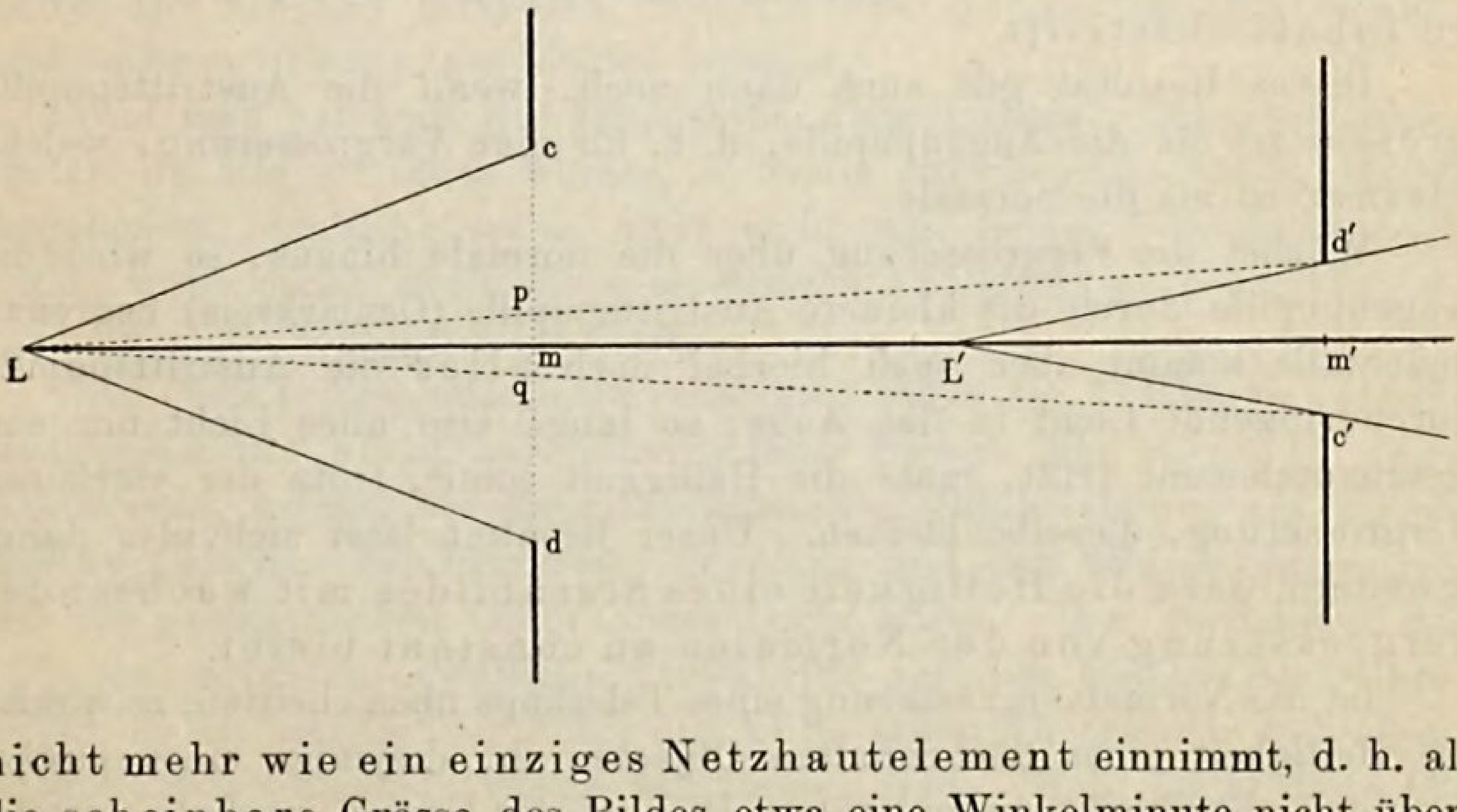
a	Vergrösserung N für $H =$			
	H_0	$^1/_4\ H_0$	$^1/_9\ H_0$	$^1/_{16}\ H_0$
0,5	83,3	166,7	250,0	333,3
1,0	166,7	333,3	500,0	666,7
1,5	250,0	500,0	750,0	1000,0

Dabei ist der Radius ϱ der Augenpupille zu 1,5 mm angenommen worden. Wir kommen auf diese Verhältnisse bei Besprechung der mikroskopischen Abbildung noch einmal zurück.

Intensität und Helligkeit punktförmiger Gebilde. Die Gesetze für die Lichtstärke optischer Bilder von flächenhaften Objecten gelten nicht mehr, wenn punktförmige Objecte, wie z. B. Fixsterne, zur Abbildung gelangen. 264

Wir haben bei Besprechung des menschlichen Auges (Cap. XI, §. 231) schon kennen gelernt, dass die Helligkeit eines direct gesehenen Punktes proportional ist der Grösse der Augenpupille und umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung des Punktes vom Auge. Dieses Gesetz gilt so lange, als das Bild des Sternes auf der Netzhaut

Fig. 426.



nicht mehr wie ein einziges Netzhautelement einnimmt, d. h. als die scheinbare Grösse des Bildes etwa eine Winkelminute nicht überschreitet.

Jetzt betrachtet man den Objectpunkt oder Stern L (Fig. 426) nicht direct, sondern sein vom System S entworfenes Bild L'. Ist $c\,d$ die Ein-

tritts-, und $c'd'$ die Austrittspupille des Systems, so wissen wir, dass alles innerhalb des Oeffnungswinkels cLd vom Systeme gesammelte Licht so geleitet wird, dass es im Bildraume innerhalb des Projectionswinkels $c'L'd'$ verläuft.

Bringt man demnach das beobachtende Auge an den Ort der Austrittspupille $c'd'$ (Ocularkreis beim Fernrohr und Mikroskop), so dringen in dasselbe sämmtliche im Kegel cLd gesammelten Sternstrahlen, falls die Pupille des Auges ebenso gross ist, wie die Austrittspupille $c'd'$. Da von L' auf der Netzhaut ein punktförmiges Bild (in dem oben und §. 231 erläuterten Sinne) entsteht, so trifft also jene ganze Strahlenmenge nur ein Netzhautelement; die Helligkeitsempfindung muss also daselbst um so viel mal grösser sein, im Vergleich zu der des direct betrachteten Lichtpunktes L, als im Kegel $d'L'c'$ mehr Strahlen verlaufen wie im Kegel $d'Lc'$.

Ist wie beim Fernrohr der Abstand Lm sehr gross, so verhalten sich die beiden Lichtmengen des vom Stern L und von seinem Bilde L' durch die Austrittspupille (Ocularkreis) $c'd'$ gelangenden Strahlenkegels einfach wie die Fläche pq zur Fläche cd der Eintrittspupille. Da für grosse Entfernungen pq nahe gleich $c'd'$ ist, so verhalten sich die beiden Lichtmengen auch wie die Fläche der Austrittspupille zur Fläche der Eintrittspupille. Letztere ist mit der Objectivoberfläche, erstere im Falle der Normalvergrösserung mit der Augenpupille identisch, so dass wir das Resultat erhalten:

Beim teleskopischen System ist die Helligkeit eines Sternbildes für die Normalvergrösserung um so viel mal grösser, verglichen mit der Helligkeit des direct gesehenen Sternes, als die Oberfläche des Objectives diejenige der Augenpupille an Inhalt übertrifft.

Dieses Resultat gilt auch dann noch, wenn die Austrittspupille grösser ist als die Augenpupille, d. h. für eine Vergrösserung, welche kleiner ist als die normale.

Wächst die Vergrösserung über die normale hinaus, so wird die Augenpupille durch die kleinere Austrittspupille (Ocularkreis) begrenzt. Jedenfalls kommt aber auch hierbei noch alles die Austrittspupille durchdringende Licht in das Auge; so lange also alles Licht nur ein Netzhautelement trifft, muss die Helligkeit somit, trotz der stärkeren Vergrösserung, dieselbe bleiben. Unser Resultat lässt sich also dahin erweitern, dass die Helligkeit eines Sternbildes mit wachsender Vergrösserung von der Normalen an constant bleibt.

Ist die Normalvergrösserung eines Teleskops überschritten, so nimmt die Helligkeit eines flächenhaften Objectes ab, diejenige eines punktförmigen aber bleibt die normale. Dies ist der Grund, weshalb mittelst eines lichtstarken Fernrohres von bedeutender Vergrösserung auch am Tage die Sterne zu sehen sind. Bis zur Normalvergrösserung bleibt eben die Helligkeit der Himmelsfläche dieselbe, als ob dieselbe mit

blossem Auge betrachtet würde; diejenige des Sternes ist aber im Verhältniss von Objectivfläche zur Augenpupille grösser. Wächst nun die Vergrösserung über die normale hinaus, so bleibt die Sternhelligkeit unverändert, die Helligkeit des Himmels nimmt aber ab umgekehrt proportional der Flächenvergrösserung.

Auf die mit der Aenderung der Dimensionen eintretenden Gesetze der Helligkeits- bezw. Intensitätsänderung gehen wir im Capitel der optischen Instrumente näher ein.

C. Abbildungsgesetze für nicht selbstleuchtende Objecte.

Abbildungsvorgang bei der Bildentstehung nicht selbstleuchtender Objecte im Vergleich zur Abbildung leuchtender Flammen. 265 Wir haben gesehen, dass die geometrische Optik nicht eine durch das Wesen des Lichtes begründete Lehre ist, welcher unbeschränkte Gültigkeit zukommt, vielmehr nur als anschaulichste Darstellung einer gewissen Gattung optischer Erscheinungen aufgefasst werden muss. Ihr Geltungsbereich geht nur so weit, als ihre Resultate durch die Wellentheorie bestätigt werden. Darüber hinaus bleiben alle Folgerungen aus ihr, wenn auch nicht ohne Werth, so doch ohne zwingende Gültigkeit. Beim vorliegenden Thema, die Abbildungsgesetze nicht selbstleuchtender oder opaker Gegenstände aufzufinden, sind wir an der Grenze der Leistungsfähigkeit der geometrischen Optik angelangt. Die nach den geometrischen Regeln bestimmte punktweise Abbildung eines Objectes deckt sich nicht mehr mit der Erfahrung, wenn das Object mittelst reflectirten oder durchfallenden, kurz mittelst erborgten Lichtes leuchtet.

Und man hat auch gar kein Recht, diese Uebereinstimmung zu erwarten, da, wie wir sehen werden, in Bezug auf die vom opaken Object ausgehenden Strahlenbüschel, nicht mehr jene beiden Voraussetzungen gelten, unter denen allein die geometrische Abbildung zu denselben Gesetzen wie die Wellentheorie führt.

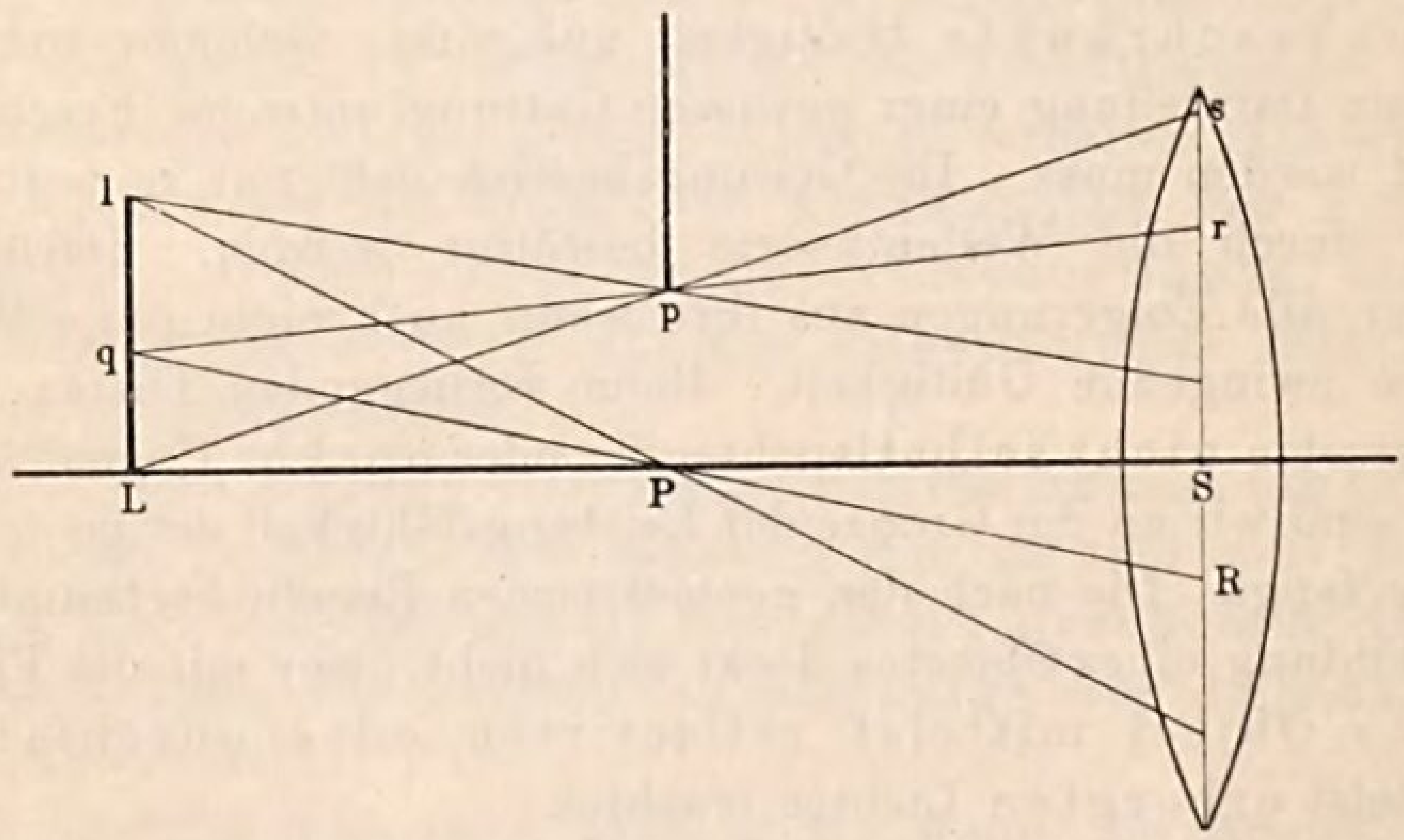
Auf diese principiellen Unterschiede zwischen der Abbildung selbstleuchtender und nicht selbstleuchtender Objecte hat zuerst E. Abbe hingewiesen, welcher bei der mikroskopischen Bilderzeugung auf Widersprüche zwischen der Erfahrung einerseits und den Schlussfolgerungen aus der geometrischen Optik andererseits stiess. Ihm verdanken wir auch jene neuesten gewaltigen Fortschritte auf dem Gebiete der Mikroskopie, da sie lediglich als Folge der Abbe'schen Theorie der Abbildung nicht selbstleuchtender Objecte aufzufassen sind. Wohl findet diese Abbildung in sehr viel häufigeren Fällen statt als man gewöhnlich glaubt [1]),

[1]) Siehe O. Lummer, Beiträge zur Abbildung nicht selbstleuchtender Objecte. Verhandlungen d. Physik. Ges. zu Berlin 1890.

aber speciell durch ihre Bedeutung für die Mikroskopie ist sie erst ein Gegenstand von hohem und allgemeinem Interesse geworden.

Zwei wesentliche Unterschiede existiren zwischen den Strahlenbüscheln, welche von Selbstleuchtern, wie es die Flammen sind, und von Nichtselbstleuchtern, wie es matte Scheiben, Drahtgitter, mikroskopische Präparate etc. sind, herrühren. Während jeder einzelne Punkt einer Flamme cohärente und interferenzfähige Strahlen aussendet, sind die von verschiedenen Flammenpunkten herrührenden Strahlenbüschel unter einander incohärent, also nicht interferenzfähig. Der Bildpunkt jedes einzelnen Objectpunktes ist demnach die Grenze der Beugungserscheinung, welche der Oeffnung des Systems zukommt (Scheibchen mit Ringen), wobei sich die Bilder der verschiedenen Objecte einfach summiren. Gerade das Umgekehrte findet bei einem Nichtselbstleuchter statt. Wir wollen jene schon im Capitel 8 angedeuteten Vorgänge jetzt etwas näher betrachten. Es sei in Fig. 427 *Pp* ein theil-

Fig. 427.



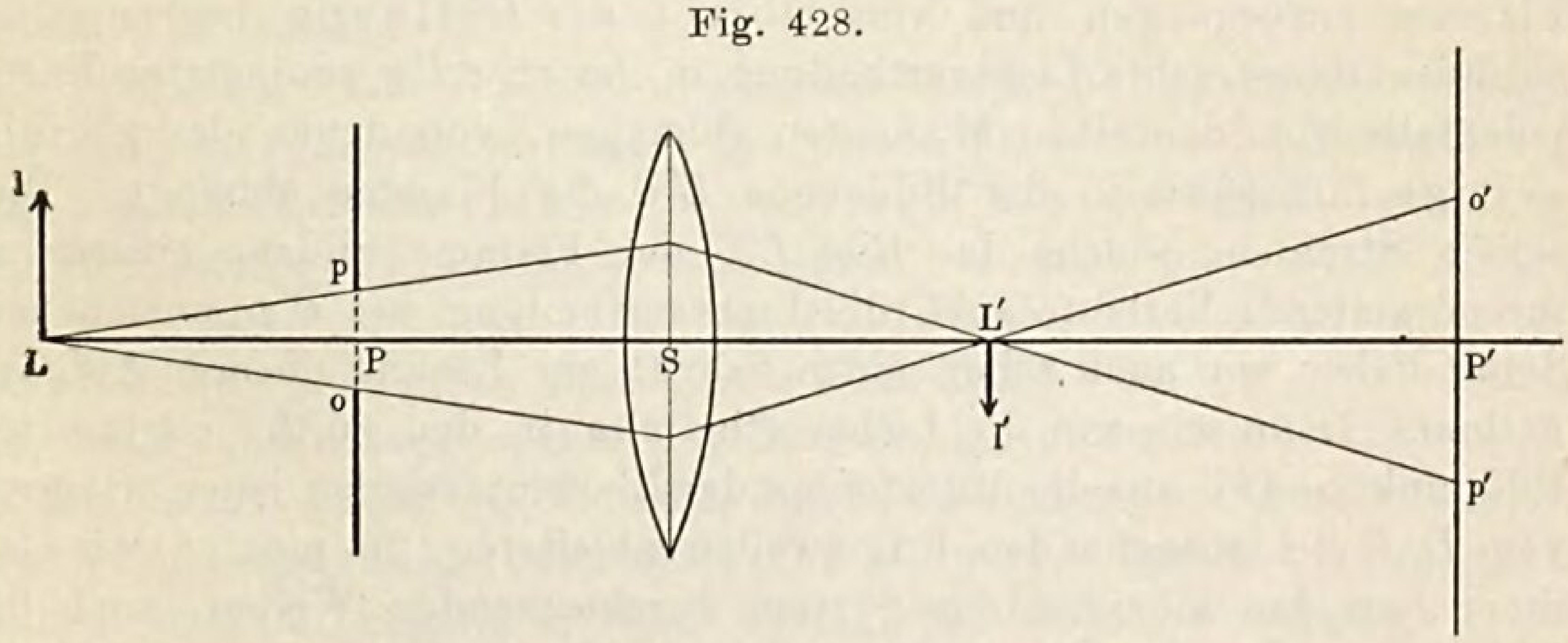
weise durchsichtiges Object, etwa ein Draht- oder Glasgitter, wie sie zu Beugungsversuchen Verwendung finden, und *Ll* eine Flamme oder irgend ein anderer Selbstleuchter. Wie auch die von den einzelnen Flammenpunkten *l*, *q*, *L* ausgehenden Strahlen durch die transparenten Stellen des Objectes *Pp* hindurchgehen mögen, jedenfalls schneiden sich an jeder solchen Stelle *p* des Objectes Strahlen der verschiedenen Flammenpunkte. Die von einem Objectpunkte *p* kommenden Strahlenbüschel besitzen demnach keine Wellenfläche mit interferenzfähigen Elementarwellen, da ja ihre einzelnen Strahlen, soweit sie überhaupt hinter *p* noch als physische Strahlen bestehen, ihre Bewegung von verschiedenen Flammenpunkten *L*, *q*, *l* etc. ableiten. Es kann somit auch der zu *p* conjugirte Lichtpunkt nicht die Grenze der Beugungsfigur jener Fläche kürzester Wege sein, welche wir (bei interferenzfähigen Strahlen) als „Wellenfläche" bezeichnet haben.

Weiter lehrt Fig. 427, dass gerade die von verschiedenen Objectpunkten kommenden, in den verschiedenen Strahlenbüscheln analog

gelegenen Strahlen, also *ps* und *PS*, *pr* und *PR* etc., unter einander cohärent sind und interenzfähige Wellenflächen besitzen, da ja diese stets von nur einem Flammenpunkte *L* bezw. *q* etc. herrühren.

Nach welchen Gesetzen nun aber auch die Abbildung des Objectes *Pp* vor sich gehen möge, eins ist sicher, dass die Flamme *Ll* nach den Regeln der geometrischen Optik abgebildet werden muss, und zwar in der Weise, wie wir es im Capitel 8 ausführlich erörtert haben. Ist also *S* (Fig. 428) ein optisches System, etwa ein Mikroskopobjectiv, so ist das conjugirte Bild von *Ll* ohne Weiteres zu construiren; es liege bei *L'* und sei gleich *L'l'*. Je nach dem Oeffnungswinkel der abbildenden Büschel wird aber die Vereinigung der Strahlen in den conjugirten Punkten eine mehr oder weniger punktweise sein. Wie die Figur lehrt, wird nun der Oeffnungswinkel der von Flammenpunkten ausgehenden Büschel im vorliegenden Falle bestimmt durch das Object *P*, und zwar lediglich durch den durchsichtigen Theil desselben, welcher allein den Strahlen Zutritt zum System gestattet. Was wir ohne weitere Ueberlegung als wirklichen Thatbestand bei der Abbildung des

Fig. 428.



nichtselbstleuchtenden Objectes *P* feststellen können, ist also die Thatsache, dass das optische System *S* ein dioptrisches Abbild *L'l'* der Lichtquelle *Ll* erzeugt, wobei das Object *P* die den Strahleneintritt begrenzende Eintrittspupille darstellt. Und dieses ist oft zugleich der einzige Abbildungseffect im Sinne der directen geometrischen Abbildung, welcher dem optischen System unter den vorausgesetzten Umständen zugeschrieben werden darf.

Ist das Object eine kreisförmige Oeffnung (*op*), so ist das Bild jedes Objectpunktes ein Lichtscheibchen mit concentrischen Ringen, oder genauer ausgedrückt, das Beugungsbild jener Oeffnung. Ist letztere von beliebiger Gestalt, so ist die Beugungserscheinung derselben erst zu bestimmen, um das dioptrische Abbild eines Objectpunktes zu erhalten. Stets aber wird sich das Abbild eines Flammenpunktes wieder um so mehr einem Punkte nähern, je grösser der Oeffnungswinkel ist. Stellen wir uns wieder das nicht selbstleuchtende Object als eine einfache runde Oeffnung, eine Blende (*op*), vor. Ist dieselbe relativ klein, so ist auch

der Oeffnungswinkel pLo klein, das von L erzeugte Beugungsscheibchen entsprechend gross. Je grösser aber die Oeffnung op wird, um so mehr schrumpft auch das Scheibchen zu einem Punkte zusammen. Kurz, es gelten für die Abbildung der Flamme die früher abgeleiteten Gesetze, wenn man das nichtleuchtende Object Pp als Eintrittspupille setzt. Das Flammenbild ist also stets construirbar.

Nun ist dieses Bild von geringem Interesse, wenn es auf eine Abbildung des Objectes oPp abgesehen ist. Man will in diesem Falle vielmehr diejenige Lichtvertheilung kennen lernen, welche in der zum opaken Object oPp, im geometrischen Sinne, conjugirten Ebene auftritt. Diese Ebene sei bei P' und es sei $o'P'p'$ das zu Pp conjugirte Bild, falls das Object ein Selbstleuchter wäre. Unsere Aufgabe soll es sein, die wirkliche, in Folge Vorhandenseins des opaken Objectes eintretende Lichtvertheilung in der Ebene P' abzuleiten bezw. nachzuweisen, ob und wann dieselbe so beschaffen ist, wie sie es sein würde, wenn das Object ein Selbstleuchter wäre.

Da in das System S nur dasjenige Licht gelangt, welches von der Flamme ausgegangen und vom Object als Oeffnung begrenzt ist, so muss die gesuchte Lichtvertheilung in der zu oPp conjugirten Ebene jedenfalls von denselben Momenten abhängen, von denen der gleichzeitige Lichteffect in der Bildebene $L'l'$ der Flamme abhängt. Dieselben Strahlen, welche das Bild $L'l'$ der Flamme bilden, müssen in ihrem weiteren Verlaufe auch die Lichtvertheilung bei $P'p'$ ausmachen. Somit haben wir auch schon einen Schritt zur Lösung unserer Aufgabe gethan. Denn wie wir die Lichtvertheilung in den zu Ll conjugirten Bildpunkten $L'l'$ aus der Interferenz der Elementarwellen jener primären von L, l etc. ausgehenden Kugelwellen ableiteten, so müssen wir aus ihnen, als den einzigen das System durchsetzenden Wellen, auch die Lichtvertheilung in jeder anderen Ebene, also auch in der zum Object Pp conjugirten Ebene P' ableiten. Dieselben Wellenflächen, deren Elementarwellen das Flammenbild $L'l'$ formiren, müssen eben auch Ursache der Lichtvertheilung in allen den Ebenen hinter $L'l'$, also auch in der zu oPp conjugirten Ebene $o'P'p'$ sein. Es kann daselbst keine andere Energie fliessen als die, welche zum Flammenbild gegangen ist. Nur die Vertheilung der Energie in den verschiedenen Ebenen kann und wird eine mit dem Orte derselben veränderliche sein, und sie muss aus derjenigen in der Flammenbildebene nothwendig zu folgern sein. Die Abbildung des opaken Objectes oPp ist demnach eine **secundäre**, wenigstens im Vergleich zu der **primären** der Flamme, und zwar ein Interferenzphänomen, welches neben der Abbildung der Flamme hergeht und von den das Flammenbild formirenden Elementarstrahlen erzeugt wird.

Bei der mikroskopischen Abbildung sind nun die betrachteten nicht selbstleuchtenden Objecte Pp meist von so feiner Structur bezw. von so winziger Ausdehnung, dass das auffallende Licht der Flamme Ll

an ihnen eine beträchtliche Beugung erfährt. Will man also eine enge Oeffnung, ein Drahtgitter oder ein Glasgitter mit engen Streifenabständen abbilden, so muss man erst erörtern, welches die Beugungserscheinung ist, die das Gitter von der Flamme erzeugt, und ferner, welches das vom System S bei P' erzeugte Abbild jener Beugungserscheinung, d. h. also der durch das Gitter begrenzten Flamme ist. Wir werden somit unabsichtlich auf das Studium von Erscheinungen geführt, welche man absichtlich bei den sogenannten Fresnel'schen bezw. Fraunhofer'schen Beugungserscheinungen hervorruft.

Bei diesen beiden Classen von Erscheinungen blickt man nämlich nach einer Lichtquelle durch eine enge beugende Oeffnung hindurch. Hier sieht man gleichsam durch das mikroskopische Object nach der Flamme. Um die in der Beugungstheorie gewonnenen Resultate direct verwerthen zu können, wollen wir daher der Einfachheit wegen hinfort als Object ein Gitter mit abwechselnd hellen und dunklen, bezw. durchsichtigen und undurchsichtigen Stäben benutzen, dessen man sich bei der Erzeugung der Gitterspectra bedient, um die Wellenlängen der verschiedenfarbigen Strahlen zu messen.

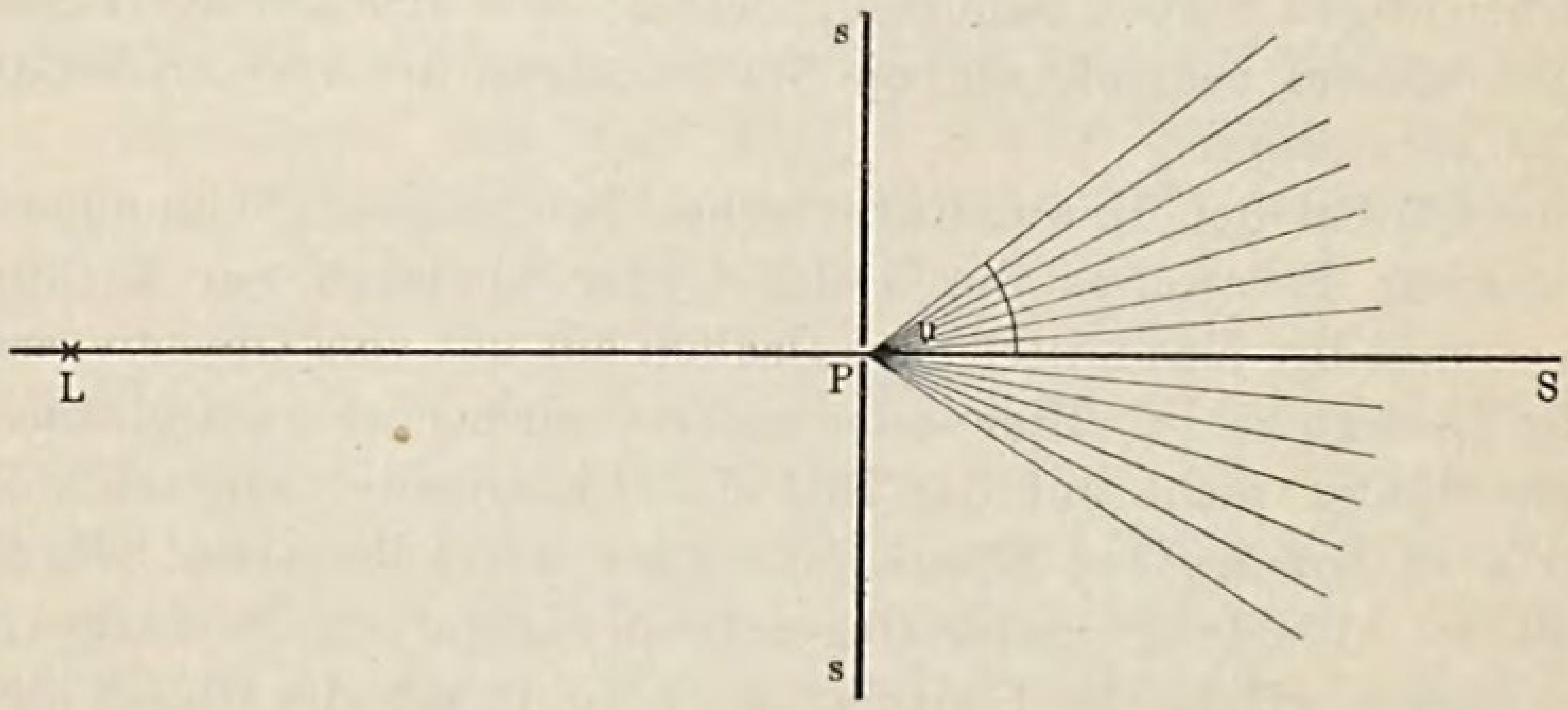
Speciell bei den Fraunhofer'schen Beugungserscheinungen blickt man mittelst Fernrohres durch das Gitter hindurch zur Lichtquelle; man accommodirt also mittelst des Oculars auf das vom Objectiv erzeugte Bild der Lichtquelle. Hier accommodiren wir bei der ganz gleichen Versuchsanordnung nicht auf das Bild der Lichtquelle, sondern auf eine dem Gitter conjugirte Ebene, falls diese selbst leuchtete. Es kommt also bei der Abbildung opaker Gegenstände darauf an, die Lichtwirkung zu bestimmen, welche die Flamme, durch ein beugendes Object hindurch strahlend, ausserhalb ihres scharfen dioptrischen Abbildes, speciell in der zum beugenden Object conjugirten Ebene hervorbringt.

Dazu bedarf es aber vor Allem der Kenntniss, wenigstens der fundamentalsten Erscheinungen und Gesetze aus der Lehre von der „Beugung" des Lichtes.

Elemente der Beugungstheorie. Lässt man die von einem leuchtenden Körper, etwa einem leuchtenden Punkte L (Fig. 429, a. f. S.), ausgehenden Lichtstrahlen auf einen Schirm s mit enger Oeffnung P fallen, so hören die Lichtstrahlen auf, jenseits des Schirmes ihren Weg geradlinig fortzupflanzen, sobald die Dimension der Oeffnung von der Grösse oder, wie man sagt, von der Ordnung der Wellenlänge ist. Vielmehr wird in solchem Falle jedes enge Strahlenbüschel in einen weiten Strahlenkegel verwandelt und jeder Punkt der Oeffnung scheint gleichsam selbstleuchtend geworden zu sein, freilich mit der Beschränkung, nur innerhalb eines gewissen Oeffnungswinkels u Licht auszusenden. Je kleiner P ist, um so grösser wird u, und für sehr enge Oeffnungen füllt das von P ausgehende Licht einen Winkelraum aus von 180^0 und darüber, d. h. es wird die Oeffnung auch von einer Stelle diesseits s aus leuchtend 266

gesehen. Man fasst diese Erscheinung zusammen, indem man sagt, es wird das Licht an P gebeugt. Dieses Phänomen der Beugung tritt nun immer ein, wenn, wie bei der mikroskopischen Abbildung, durchsichtige und undurchsichtige Structurelemente von der Grössenordnung der Wellenlänge im Object vorkommen, z. B. bei Vergrösserung von engen, in Silber geritzten Gittern, von in Flüssigkeit suspendirten festen Theilchen, von Pflanzengeweben etc. Ist die Structur eine unregelmässige, so bilden die aus einem einfallenden Lichtstrahl abgelenkten oder gebeugten Strahlen einen zusammenhängenden, ununterbrochenen Lichtkegel, dessen einzelne Strahlen je nach dem Ablenkungswinkel eine verschiedene, jedenfalls aber mit Zunahme der Ablenkung mehr oder minder rasch abnehmende Lichtstärke besitzen. Bei einer einzigen Oeffnung oder einer Anzahl von gleichen beugenden Elementen in regelmässiger Anordnung, wie bei einem Gitter,

Fig. 429.



wird dagegen jedes einfallende Lichtbüschel in eine Reihe isolirter Strahlenbüschel aufgelöst, welche in regelmässigen Gruppen um die Einfallsrichtung angeordnet sind. Es sind also bevorzugte Richtungen vorhanden, in denen die von der Oeffnung kommenden Strahlen sich zu einem Maximum der Lichtstärke ergänzen und andere Richtungen, in denen sich die von verschiedenen Punkten der Oeffnung ausgehenden Elementarstrahlen durch Interferenz vernichten. Es wechselt also Helligkeit mit Dunkelheit ab, wenn man von der Einfallsrichtung sich allmählich entfernt. Im Capitel von der Beugung des Lichtes gehen wir näher auf diese Vorgänge ein; hier wollen wir nur die Resultate mittheilen, und zwar sowohl in Bezug auf die Anordnung der Maxima und Minima, als auch in Bezug auf die relative Lichtstärke der verschiedenen Maxima.

Es stelle P in Fig. 430 ein Gitter und zwar eine Reihe verticaler paralleler Spalte von gleicher Breite und mit gleich grossem Abstande dar, während L eine zur Spaltrichtung parallele Lichtlinie sei (Glühlampe mit geradem Kohlenfaden). Dann scheinen vom Spalt P isolirte Strahlenbüschel PQ auszugehen, deren Richtung u gegen die Verbindungsline LP bestimmt ist durch die Gleichung:

$$sin\ u_m = \frac{m \,.\, \lambda}{n \,.\, e} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 1)$$

wo m die Ordnung des Büschels, e den Abstand der Mitte je zweier benachbarter Streifen des Gitters, λ die Wellenlänge des von der Lichtlinie ausgehenden Lichtes und n den Brechungsquotienten des Mediums jenseits der Spaltebene Ps bedeuten.

Setzen wir für m der Reihe nach die Werthe 0, 1, 2, 3 etc. ein, so erhalten wir für die Richtungen, in denen sich die Wirkung der Strahlen zu einem Maximum addirt, folgende Gleichungen:

$$sin\ u_0 = 0$$

$$sin\ u_1 = 1 \cdot \frac{\lambda}{n \,.\, e}$$

$$sin\ u_2 = 2 \cdot \frac{\lambda}{n \,.\, e}$$

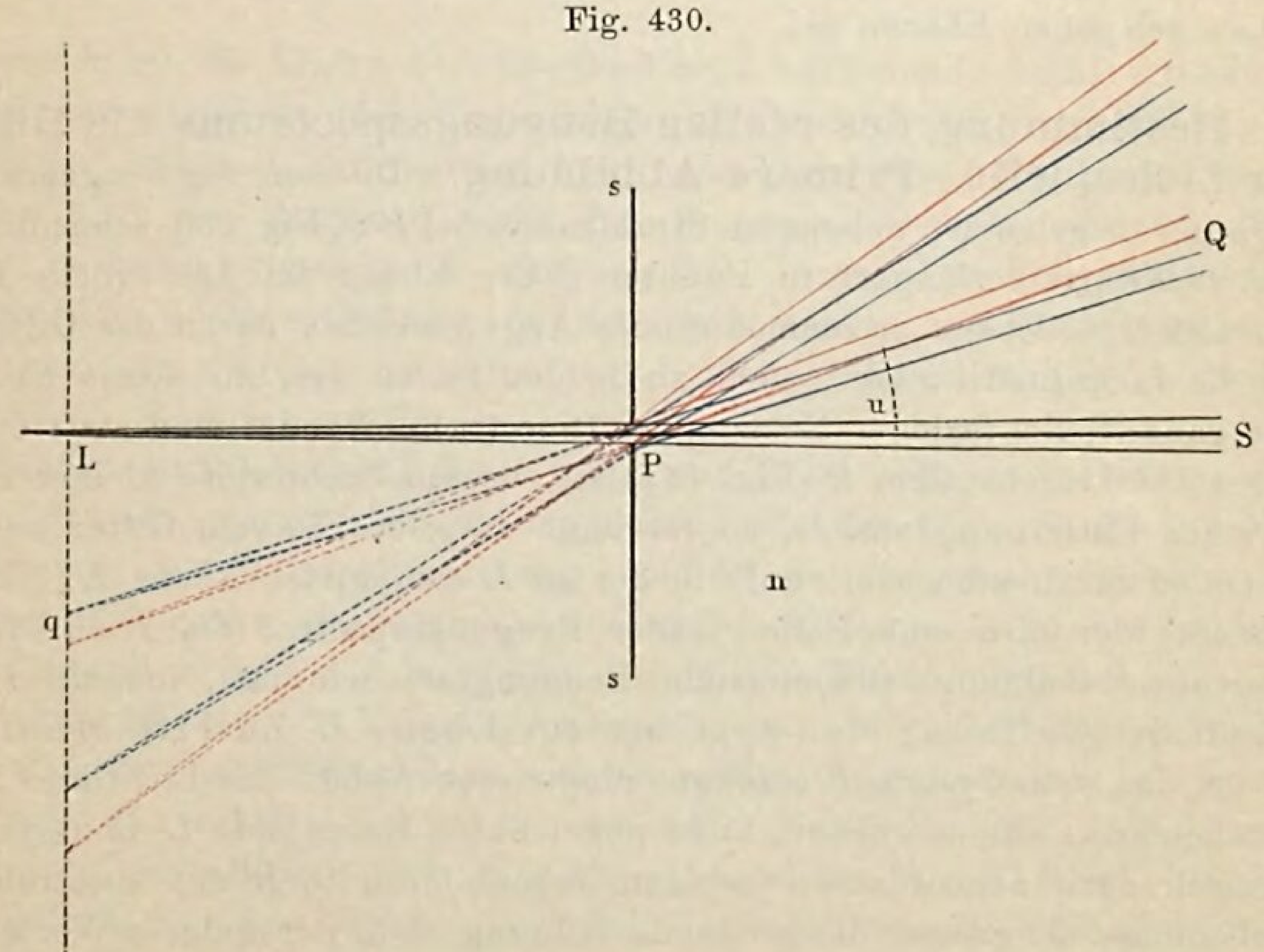
$$sin\ u_3 = 3 \cdot \frac{\lambda}{n \,.\, e}$$

.

etc.

Da der Werth von λ mit der Farbe des Lichtes variirt, so auch der Werth von u für einen und denselben Werth von m. Nur für $m = 0$ ist $u = 0$, also für alle Wellenlängen dasselbe. Es geht demnach bei

Fig. 430.



weissem auffallenden Licht ein nicht abgelenktes Strahlenbündel von gleicher Beschaffenheit, wie das auffallende, in geradliniger Ver-

längerung der Einfallsrichtung von der beugenden Oeffnung weiter. Dieses „nullte" Maximum ist also weiss und liegt in der Richtung LPS (Fig. 430), während ein Maximum höherer Ordnung (m) in Folge verschiedener Werthe von u_m für die verschiedenen Farben gefärbt sein muss. Und zwar ist der Winkelwerth u für Roth grösser als für Blau, da u mit wachsender Wellenlänge λ zunimmt; dabei weichen die Winkelwerthe von u für ein und dasselbe Maximum um so mehr von einander ab, je höher die Ordnung m desselben ist. Es bilden sich demnach, wie es Fig. 430 zeigt, Farbenfächer oder, wie man zu sagen pflegt, Beugungsspectra, welche durch dunklere Zwischenräume von einander getrennt sind und einen um so grösseren Winkelraum ausfüllen, je höher ihre Ordnungszahl ist.

Die Formel 1) lehrt, dass diese Spectra oder Maxima um so weiter aus einander rücken, je kleiner sowohl der Streifenabstand e des Gitters, als auch je weniger stark das Medium n bricht, in welchem sich die gebeugten Strahlen fortbewegen.

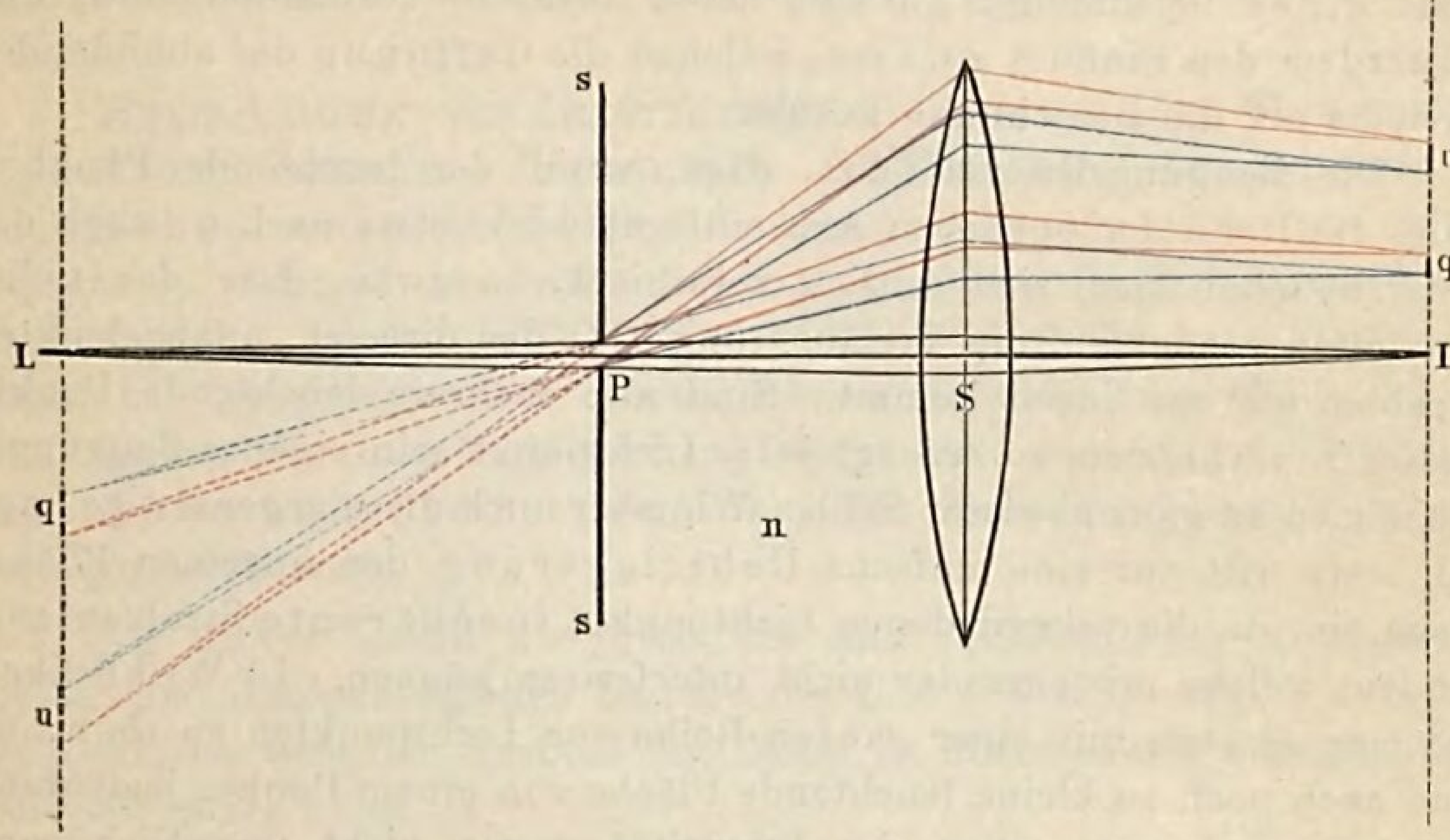
Was die Intensität der Maxima anlangt, so nimmt dieselbe schnell mit wachsender Ordnungszahl m ab. Setzt man die Intensität des nullten oder directen Maximums gleich „Eins", so ist diejenige des ersten bezw. zweiten etc. Spectrums nur noch 0,044 bezw. 0,016 etc., d. h. rund $^1/_{20}$ bezw. $^1/_{50}$ etc. von derjenigen des nullten Spectrums. Je höher die Ordnungszahl eines Spectrums ist, um so weniger trägt das von ihm ausgehende Licht zu der Lichtvertheilung in den hinter dem Object gelegenen Ebenen bei.

267 **Bestimmung des reellen Beugungsspectrums als Bild der Lichtquelle. Primäre Abbildung.** Die von der beugenden Oeffnung ausgehenden gebeugten Strahlenbüschel PQ, Fig. 430, schneiden sich rückwärts verlängert in Punkten q der Ebene der Lichtquelle L. Ein auf diese Ebene accommodirendes Auge, welches durch das Gitter auf die Lichtquelle blickt, sieht zu beiden Seiten von ihr somit noch eine ganze Reihe farbiger Nebenbilder (Spectra). Wendet man statt des Auges ein Linsensystem S (Fig. 431) an, dessen Brennweite kleiner ist als seine Entfernung von L, so vereinigt dasselbe die vom Gitter ausgehenden Strahlenbüschel reell in der zu L conjugirten Ebene L'. Es entsteht hier also eine Reihe reeller Beugungsspectra, die reelle der beugenden Oeffnung zukommende Beugungserscheinung, soweit sie durch die Oeffnung des Systems zur Ebene L' Zutritt erhält. Sie ist das vom System S erzeugte dioptrische Abbild der Lichtlinie L, bestehend aus einem weissen, nicht abgelenkten Hauptbilde L' und symmetrisch dazu angeordneten farbigen Nebenbildern Q, R mit spectraler Farbenfolge. Je grösser die beugende Oeffnung, d. h. mit anderen Worten, je grösser die Eintrittspupille P und damit der Oeffnungswinkel der abbildenden Strahlenbüschel ist, um so näher rücken die Spectra zum Hauptbilde, bis schliesslich dieselben nahe in einander fliessen, so dass

dann das Abbild der Lichtlinie nahe wieder eine Linie, und so identisch ist mit dem nach den Regeln der geometrischen Optik construirten Bilde. Es ist letzteres eben, wie wir schon im Capitel VIII gelehrt haben, nur die ideelle Grenze der Beugungserscheinung, der dieselbe sich bei grosser Oeffnung des Systems nähert.

Da kein anderes Licht in den hinter der Spectraebene L' gelegenen Raum dringt, als was in den Spectren selbst vereinigt ist, so muss

Fig. 431.



nothwendig die hinter der Spectra-Ebene auftretende Lichtvertheilung aus derjenigen in der Spectraebene $L'R$ abgeleitet werden können. Bei der weiteren Betrachtung kann man also statt der Lichtlinie L (Fig. 431) des Schirmes s mit der beugenden Oeffnung P und statt des optischen Systems S einfach die durch die Beugungstheorie ermittelte Lichtvertheilung in der Spectraebene als Ausgangspunkt nehmen, um diejenige in weiter vom System abliegenden Ebenen zu ermitteln. Kennt man die in jedem Punkte der Spectraebene hervorgebrachte Lichtbewegung ihrer Grösse und Phase nach, so findet man das vom System erzeugte Abbild des nichtleuchtenden Objectes aus der Berechnung der Interferenzwirkung, welche die von den verschiedenen Beugungsspectren ausgehenden und unter einander cohärenten Elementarwellen in der zum Object conjugirten Ebene verursachen. Die Berechnung des vom Beugungsphänomen secundär, gleichsam nebenbei entwickelten Interferenzbildes vom beugenden Object gestaltet sich jedenfalls nicht einfach. Sie ist nur mittelst höherer Analysis möglich und führt zu verwickelten und complicirten Ausdrücken. E. Abbe hat die Rechnung für den allgemeinsten Fall durchgeführt, dieselbe aber noch nicht publicirt [1]). Nur die Resultate sind, zum Theil von Abbe selbst

[1]) Verfasser dieses kennt sie aus einem Privatcolleg, welches Abbe einigen Wenigen in Jena im Jahre 1888 gehalten hat.

beschrieben, zuerst im „Handbuch der Mikroskopie“ von L. Dippel im Zusammenhange mitgetheilt worden und heute bereits Allgemeingut der mikroskopischen Handbücher geworden, während dieselben in physikalischen Compendien noch ganz ignorirt werden. Und gerade sie sind es, welche das Verständniss der Leistung und Wirkungsweise des Mikroskops erst ermöglichen.

Bevor wir die Interferenzwirkung der einzelnen Beugungsspectra berechnen, wollen wir erst noch den Fall der Beugung behandeln, wo statt eines leuchtenden Punktes deren mehrere vorhanden sind, und ausserdem den Einfluss studiren, welchen die Oeffnung des abbildenden Systems auf die Berechnung ausübt.

Die Beugungstheorie lehrt, dass, wenn der leuchtende Punkt L (Fig. 430) von der optischen Axe entfernt wird, etwa nach q, auch das Beugungsphänomen sich seitlich verschiebt, so zwar, dass das nullte Maximum wieder auf die Verlängerung PQ der directen, unabgelenkten Strahlen qP zu liegen kommt. Sind also mehrere leuchtende Punkte ausser L vorhanden, so erzeugt jeder Lichtpunkt sein eigenes Beugungsphänomen an ganz gewisser Stelle. Wie aber auch diese gegenseitige Lage sei, stets tritt nur eine einfache Ueberlagerung der einzelnen Phänomene ein, da die verschiedenen Lichtpunkte incohärente Strahlen aussenden, welche mit einander nicht interferiren können. In Wirklichkeit hat man es stets mit einer ganzen Reihe von Lichtpunkten zu thun, da eine auch noch so kleine leuchtende Fläche von einem Punkte bedeutend abweicht und man schon der Intensität wegen nicht unendlich enge Beleuchtungskegel anwenden darf. Je ausgedehnter aber die Lichtquelle ist, um so mehr decken die Maxima des einen Lichtpunktes die Minima des anderen, so dass schliesslich die jedem Lichtpunkte entsprechenden Einzelspectra nicht mehr getrennt wahrzunehmen sind.

In Folge der einfachen Addition der Intensitäten der Einzelspectra gleicher Ordnung verschiedenen Ursprungs brauchen wir bei der Berechnung der Interferenzwirkung nur von einem Lichtpunkte auszugehen. Denn kennen wir das Interferenzbild für jeden einzelnen leuchtenden Punkt, so ergiebt eine Summirung des den verschiedenen Lichtpunkten entsprechenden Interferenzbildes auch die Interferenzwirkung des Beugungsphänomens der ausgedehnten Lichtquelle. Somit folgt, dass die Ausdehnung der Lichtquelle oder der Divergenzwinkel der die Objectpunkte durchdringenden Strahlenbüschel ein unwesentliches Bestimmungsstück bei unserer Berechnung der Interferenzwirkung ist. Der Abbildungsvorgang bleibt bestehen auch bei Vorhandensein nur eines leuchtenden Punktes.

Auch die Oeffnung des Systems, sei sie durch den Linsenrand oder durch eine daselbst befindliche wirkliche Iris bestimmt, beeinflusst die Beugungserscheinung nicht, sondern begrenzt lediglich die Ausdehnung, innerhalb welcher das jedem Lichtpunkte zukommende Beugungsphänomen hinter dem Systeme zur Entwickelung kommt. Je grösser

die Oeffnung des Systems ist, um so mehr Beugungsspectra höherer Ordnung gelangen in das Bildmedium. Hierdurch wird die Oeffnung bezw. die Iris des Systems zwar mitbestimmend für die gesuchte Lichtwirkung in der zum Object conjugirten Ebene, aber ändert nicht die Art der Berechnung der Interferenzwirkung. Die Grösse der Oeffnung ist nur insofern von Einfluss auf das Abbild des nicht selbstleuchtenden Objectes, als mehr oder weniger Spectra des vom Object gelieferten Beugungsphänomens zur Wirkung gelangen; sie ist ein nur für die Aehnlichkeit der Abbildung wenn auch sehr wichtiges Moment.

Berechnung des Interferenzbildes aus dem Beugungsspectrum heraus. Secundäre Abbildung. Ist, wie bei der mikroskopischen Abbildung, die Brennweite des Objectivs relativ klein, so entsteht das reelle Beugungsspectrum in der Brennebene des Objectivs, da ja die Entfernung der Lichtquelle vom System als unendlich gross gegenüber dessen Brennweite aufzufassen ist. Bei der Berechnung der Interferenzwirkung wollen wir nur einen Lichtpunkt und diesen unendlich entfernt auf der Axe des optischen Systems gelegen annehmen. 268

Als Object werde wiederum ein aus äquidistanten, abwechselnd hellen und dunklen Streifen bestehendes Gitter P (Fig. 432, a. f. S.) gebraucht, bei dem der Abstand von Mitte zu Mitte zweier durchsichtigen Streifen gleich e sei.

In Fig. 432 seien die unter dem Winkel u_1, u_2 etc. vom Gitter P ausfahrenden gebeugten Strahlenbüschel die Richtungen der Lichtmaxima. Da L im Unendlichen liegt, so sind die Strahlen jedes einzelnen Büschels einander parallel; sie werden darum vom System S in Punkten der Brennebene B' vereinigt. Die vom Axenpunkte P ausfahrenden Hauptstrahlen dieser Büschel gehen dabei nach der Brechung durch den zu P conjugirten Punkt P'. Da, wo diese Strahlen die Brennebene B' schneiden, liegen also die Vereinigungspunkte der einzelnen parallelen Beugungsbüschel; sie sind die reellen Bilder der im Unendlichen liegenden virtuellen Spectra L, L_1, L_2 etc. Sie mögen daher mit L', L_1', L_2' etc. bezeichnet werden.

Wir wollen zunächst die Beziehung herleiten, welche zwischen den Abständen der einzelnen Spectra besteht. Dazu nehmen wir an, dass alle von P ausgehenden Hauptstrahlen der Beugungsbüschel im Bildraume einen sehr kleinen Winkel mit der Axe bilden. Ausserdem sei das System S aplanatisch in Bezug auf die conjugirten Ebenen P und P', so dass für die conjugirten Axenwinkel u und u' die Sinusbedingung erfüllt ist. Unter der gemachten Voraussetzung, dass die Winkel u' sehr klein seien und der Brechungsindex n' im Bildmedium gleich 1 ist, liefert die Sinusbedingung, wie im §. 255 bewiesen worden, folgenden Werth für u':

$$u' = \frac{1}{N} \cdot n \sin u = \frac{a}{N} \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

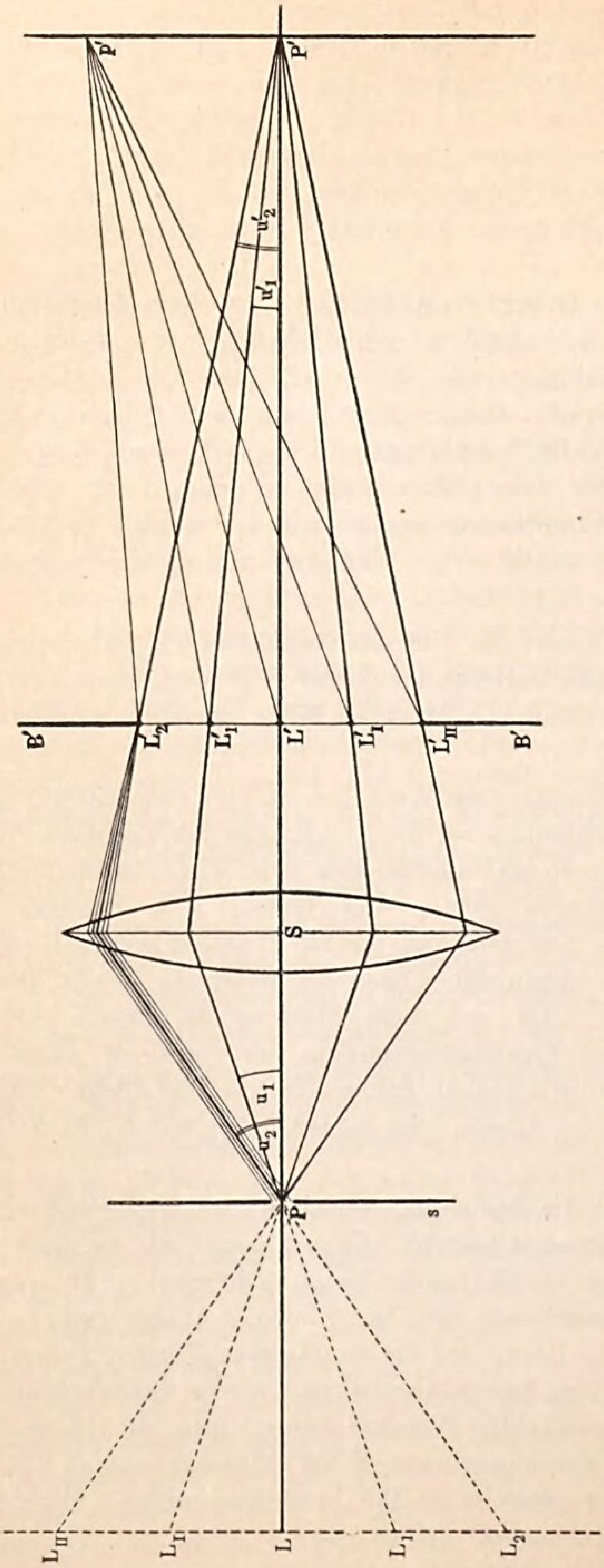


Fig. 432.

wo $a = n \,.\, \sin u$ die Apertur des Systems S, und N dessen Linearvergrösserung $\left(\frac{y'}{y}\right)$ in dem Ebenenpaar P und P' bedeutet.

Es werde der Abstand des ersten, zweiten etc. m^{ten} Spectrums mit ε_1, ε_2, etc. ε_m bezeichnet und die Entfernung $P'L'$ der Bildebene P' von der Brennebene gleich l gesetzt. Dann gilt für kleine Bildwinkel u' die Beziehung:

$$\varepsilon_m = l \,.\, u'_m \quad . \quad 2)$$

so dass wir durch Verbindung von 1) und 2) erhalten:

$$\varepsilon_m = \frac{l}{N} n \sin u_m \,. \quad 3)$$

wo m für die verschiedenen Spectra durch die betreffenden Indices ersetzt werden muss.

Statt der Linearvergrösserung N und des Abstandes l des Bildes P' von der Brennebene wollen wir die Brennweite f einführen. Gemäss der Fundamentalgleichung der Gauss'schen Abbildung gilt nun direct $N = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{f}$, wo y' und y Bild- und Objectgrösse, x' den Bild-

abstand vom Brennpunkte und f die hintere Brennweite bedeutet (vergl. §. 63). Somit können wir setzen:

$$N = \frac{l}{f},$$

und wir erhalten:

$$\varepsilon_m = f \,.\, n \,.\, sin\, u_m \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

welche Gleichung für $n = 1$ übergeht in

$$\varepsilon_m = f \,.\, sin\, u_m \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Es gilt also gemäss der früher abgeleiteten Gleichung

$$sin\, u_m = \frac{m\,\lambda}{n\,.\,e},$$

für $n = 1$ das folgende System von Gleichungen:

$$sin\, u_1 = \frac{\lambda}{e}$$

$$sin\, u_2 = 2 \cdot \frac{\lambda}{e}$$

$$sin\, u_3 = 3 \cdot \frac{\lambda}{e}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$sin\, u_m = m\, \frac{\lambda}{e},$$

und gemäss Gleichung 5) das System:

$$\varepsilon_1 = f \,.\, sin\, u_1$$

$$\varepsilon_2 = f \,.\, sin\, u_2$$

$$\varepsilon_3 = f \,.\, sin\, u_3$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\varepsilon_m = f \,.\, sin\, u_m,$$

aus deren Verbindung die neuen Gleichungen folgen:

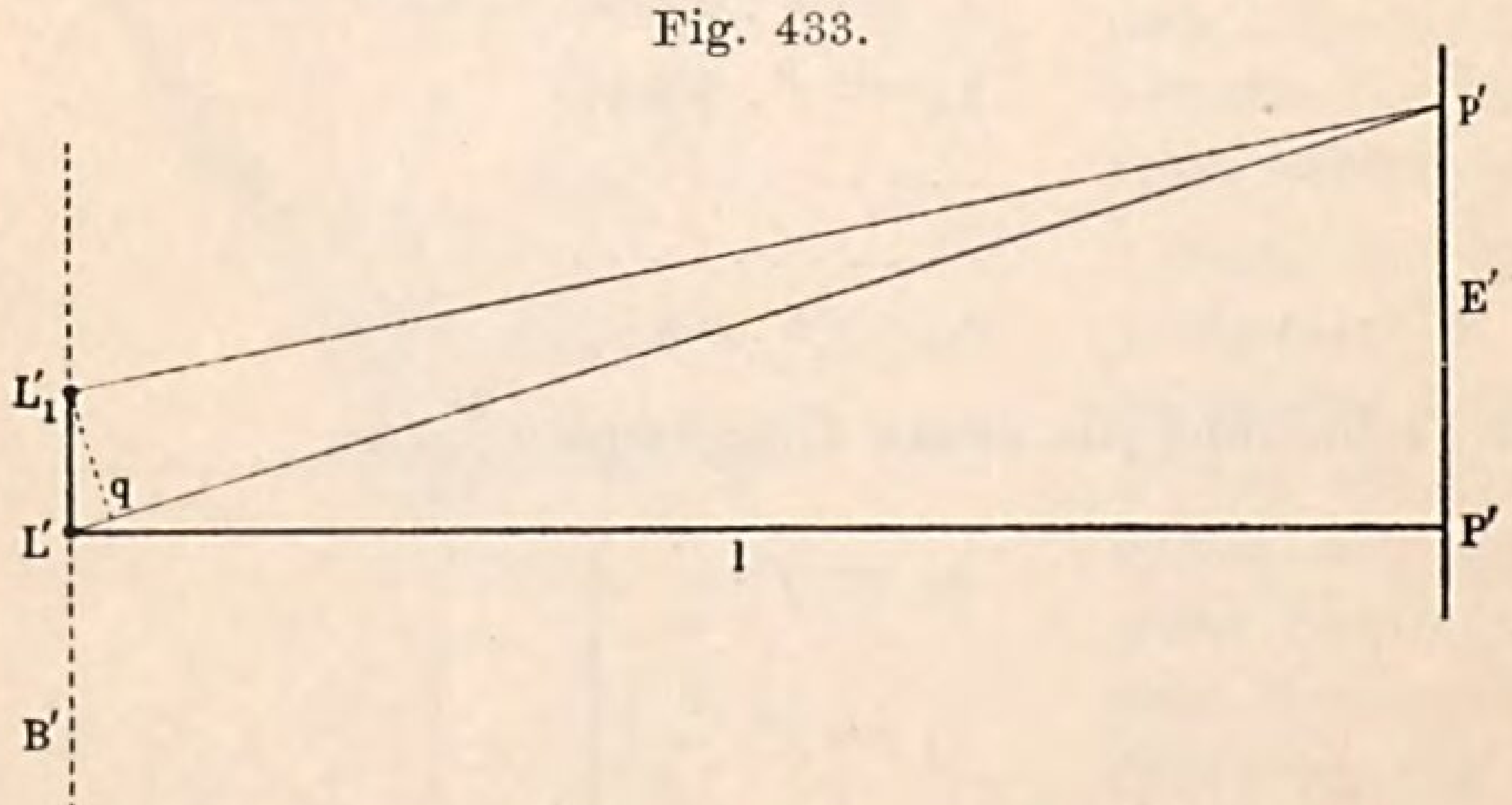
$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= f \cdot \frac{\lambda}{e} \\ \varepsilon_2 &= f \cdot \frac{2\,\lambda}{e} \\ \varepsilon_3 &= f \cdot \frac{3\,\lambda}{e} \\ &\ldots\ldots\ldots \\ \varepsilon_m &= f \cdot \frac{m\,\lambda}{e} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Die Interferenzspectra L', L'_1, L'_2 etc. sind somit gleich weit von einander entfernt, und zwar um so weiter, je kleiner der Streifenabstand e und je grösser die Brennweite f und die Wellenlänge λ des Lichtes ist.

Um die Interferenzwirkung dieser Spectra in der zu P conjugirten Ebene P' zu berechnen, nehmen wir an, dass die Bildebene P' so weit von der Brennebene B' abliege, dass die Entfernung l im Vergleich zum seitlichen Axenabstande ε_m des äussersten noch wirksamen Beugungsspectrums als unendlich gross anzusehen ist. Annähernd ist dies beim Mikroskop stets erfüllt. Dann können alle von den einzelnen Beugungssprectren L nach einem und demselben Punkte p' der Bildebene hinzielenden Elementarstrahlen als unter einander parallel angesehen werden. Soweit die Beugungsspectra einem leuchtenden Punkte zugehören, sind nun die von ihnen ausgehenden Elementarstrahlen cohärent, also interferenzfähig; demnach muss in allen jenen Punkten p' der Bildebene P' die Lichtwirkung in Folge der Interferenz der Elementarwellen ein Maximum oder ein Minimum sein, für welche der Gangunterschied einem geraden oder ungeraden Vielfachen der halben Wellenlänge gleich wird. In den zwischen diesen Maximis und Minimis gelegenen Bildpunkten hebt sich die Wirkung der Elementarstrahlen nur theilweise auf. Wir übersehen somit ohne Weiteres, dass in Folge der Interferenz der von den Beugungsspectren herrührenden cohärenten Elementarstrahlen die Lichtvertheilung in der Bildebene P' jedenfalls aus abwechselnd hellen und dunklen Streifen bestehen muss, analog der Lichtvertheilung in der Objectebene.

Um den Abstand der einzelnen Interferenzmaxima von einander kennen zu lernen, berechnen wir wie im §. 164 die Wegunterschiede je zweier benachbarter Elementarstrahlen für die verschiedenen Punkte p'

Fig. 433.



der Bildebene P'. Da die nach einem Punkte p' zielenden cohärenten Strahlen als einander parallel anzusehen sind, so ist der Wegunterschied der von je zwei benachbarten Spectren ausfahrenden Elementarstrahlen ein und derselbe. Es genügt also für die Berechnung des Streifenabstandes im Interferenzbilde die Interferenzwirkung etwa des

nullten und ersten Spectrums zu betrachten. Wo diese ein Maximum hervorbringen, dort summiren sich auch die vom ersten und zweiten, vom zweiten und dritten Spectrum etc. ausgehenden Elementarstrahlen.

Es sei in Fig. 433 L' das nullte, und L_1' das erste Spectrum oberhalb der Axe (bezw. seien L' und L_1' die Mitten dieser Spectren bei Vorhandensein mehrerer leuchtender Punkte), so dass der Abstand der interferirenden Punkte L' und L_1' gleich ε zu setzen ist, gleich dem Abstande je zweier benachbarter Spectra. Um den Gangunterschied der nach p' zielenden Strahlen zu erhalten, fällen wir vom Punkte L_1' ein Loth auf den Strahl $L'p'$; schneidet dasselbe in q, so ist $qL' = \delta$ der Gangunterschied der Strahlen $L'p'$ und $L_1'p'$, da ja beide als parallel angenommen worden sind. Wie die Fig. 433 lehrt, ist demnach $\measuredangle\, p'L'P' = \measuredangle\, qL_1'L'$ und somit folgt aus den ähnlichen Dreiecken $L'p'P'$ und $L_1'L'q$, wenn wir noch den Abstand des untersuchten Punktes p' von der Axe mit E' und die Entfernung $P'L'$ wieder mit l bezeichnen, die Proportion:

$$\frac{E'}{l} = \frac{\delta}{\varepsilon},$$

da ja bei genügender Grösse von l die Strecke $p'L' = P'L' = l$ gesetzt werden kann. Es tritt somit in p' ein Maximum oder Minimum ein, wenn δ ein gerades oder ungerades Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$ ist. Für $\delta = 0$ ist $E' = 0$; bei P' ist also jedenfalls ein Maximum; das nullte werde es genannt. Die Abstände des ersten, zweiten etc. Maximums erhalten wir somit für $\delta = 2\,\frac{\lambda}{2},\ 4\,\frac{\lambda}{2}$ etc.; dieselben werden demnach:

$$E_1' = \frac{l}{\varepsilon}\,\lambda$$

$$E_2' = 2\,\frac{l}{\varepsilon}\,\lambda$$

$$E_3' = 3\,\frac{l}{\varepsilon}\,\lambda$$

.

woraus folgt, dass sie äquidistant sind und symmetrisch zu beiden Seiten der optischen Axe liegen. Bezeichnen wir den Abstand je zweier benachbarter, unmittelbar auf einander folgenden Maxima mit e', so erhalten wir für ihn den Werth:

$$e' = \frac{l}{\varepsilon}\,\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

Derselbe wird in Verbindung mit der für ε gültigen Beziehung:

$$e' = f \cdot \frac{\lambda}{e},$$

und demnach:

$$e' = \frac{l}{f} \cdot e$$

oder, da $\frac{l}{f} = N$, gleich der Linearvergrösserung in den conjugirten Ebenen P' und P ist, schliesslich:

$$e' = N \, . \, e \quad \ldots \ldots \ldots \quad 8)$$

Zunächst bemerken wir, dass der Streifenabstand im Interferenzbilde ganz und gar unabhängig von der Wellenlänge des Lichtes geworden ist. Aus den bei weisser Lichtquelle durch das Objectgitter erzeugten farbigen Beugungsspectren entwickelt sich somit ein farbloses Interferenzbild aus abwechselnd weissen und dunklen Streifen, deren Abstand von einander genau Nmal so gross ist, wie der Streifenabstand im Objectgitter.

Dieses Interferenzbild ist einzig und allein das vom nicht selbstleuchtenden Gitter P bei Vorhandensein der Lichtquelle L durch das System in der zu P conjugirten Ebene P' erzeugte Abbild. Es deckt sich somit die berechnete Lichtvertheilung mit derjenigen, welche man erhält, wenn man das Bild vom Objectgitter nach den Regeln der geometrischen Optik bestimmt.

Eine genauere Rechnung lehrt, dass diese Uebereinstimmung des Interferenzbildes mit dem geometrisch construirten bis in alle Einzelheiten der Structur etc. aber nur dann der Fall ist, wenn alle gebeugten Strahlen zur Wirksamkeit kommen, d. h. wenn das in der Brennebene entwickelte reelle Beugungsspectrum die sämmtlichen vom Gitter überhaupt ausgehenden gebeugten Strahlen enthält.

Unser Resultat ist dasselbe, ob alle Spectra oder nur zwei unmittelbar benachbarte wirksam sind. Stets ist das durch Interferenz der Beugungsspectra entstehende Abbild dem Objecte ähnlich und Nmal vergrössert.

Unsere elementare Rechnung giebt aber auch noch Aufschluss darüber, ob und wann das Interferenzbild sich nicht mehr mit dem geometrischen Abbilde deckt, sondern demselben unähnlich wird.

Dazu gehen wir aus von der Interferenzwirkung zweier nicht unmittelbar auf einander folgenden Beugungsspectra, z. B. dem nullten und zweiten Spectrum oberhalb der Axe. Bleibt die ganze Betrachtung von vorher auch jetzt noch richtig, so ändert sich lediglich der Werth von ε, welcher jetzt der doppelte von vorher geworden ist. In Fig. 433 müsste eben statt der Entfernung $L' L_1' = \varepsilon$ diejenige $L' L_2' = 2\,\varepsilon$ gesetzt werden. Dem entsprechend erhalten wir jetzt anstatt der Gleichung $e' = N . e$ die Beziehung:

$$e' = N \cdot \frac{e}{2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 9)$$

Denselben Effect liefert die Interferenz zwischen dem zweiten und vierten, dem vierten und sechsten etc. Spectrum, so dass wir bei Unterdrückung der ersten, dritten, fünften etc. Beugungsspectra ein

Interferenzbild mit doppelt so viel hellen Streifen erhalten, als wenn alle Spectra wirksam sind. Oder in anderen Worten, das jetzt auftretende Gitterbild ist das geometrisch ähnliche Abbild eines Gitters vom Streifenabstande $\frac{e}{2}$, welches, wie aus der gegebenen Beugungstheorie folgt, gerade nur jene beschränkte Beugungserscheinung, das nullte, zweite, vierte etc. Spectrum, erzeugt hätte.

Blendet man jetzt nicht die ersten, dritten etc. Spectren, sondern die ersten und zweiten, die vierten und fünften etc. ab, so dass also je zwei benachbarte zu beiden Seiten des nullten Maximums L' liegende Einzelspectra übersprungen werden, so hat man bei der Berechnung statt ε zu setzen $3\,\varepsilon$ und erhält demgemäss für den Abstand benachbarter Streifen im Interferenzbilde

$$e' = N\frac{e}{3} \quad \dots\dots\dots\dots \quad 10)$$

Wir erhalten das geometrisch ähnliche Abbild eines Gitters vom Streifenabstande $\frac{e}{3}$, welchem wiederum gerade die nicht abgeblendeten wirksamen Einzelspectra als Beugungserscheinung zukommen würden. Und so weiter.

Es hat nun Abbe ganz allgemein gezeigt, dass, wie man auch das Beugungsspectrum bei L' begrenzen und was man auch davon abblenden möge, stets bei P' das geometrisch construirte Bild desjenigen Objectes erhalten wird, welches gerade die vom System in der Brennebene B' entwickelte und daselbst nicht abgeblendete Beugungserscheinung erzeugen würde. Somit folgt, dass nur dann ein in jedem Detail geometrisch ähnliches Abbild vom nicht selbstleuchtenden Object P entstehen kann, wenn das Objectiv S alle am Object gebeugten Strahlen zur Ebene B' leitet.

Blendet man alle Spectra zu beiden Seiten des nullten ab und lässt dieses allein wirken, so erhält man überhaupt keine abwechselnd hellen und dunklen Streifen mehr, sondern einen Lichtkreis mit nahe überall gleicher Intensität. Denn da die einzelnen Punkte des nullten Spectrums von je einem Punkte der Lichtquelle ihr Licht empfangen, und zwar von demjenigen, zu dem sie conjugirt sind, so sind dieselben incohärent und die von ihnen ausgehenden Elementarstrahlen mit einander nicht interferenzfähig. Man erhält also in der Ebene P' dieselbe Erleuchtung, als ob L' selbstleuchtend, aber von einer gewissen Blende in seiner Ausstrahlung nach P' hin begrenzt wäre.

Zwei Bedingungen müssen erfüllt sein, damit alle Beugungsspectra zur Bildentwickelung beitragen. Entweder muss die Beugung so gering sein, dass ausser den directen Strahlen noch alle gebeugten durch das Objectiv zur Brennebene B' gelangen können, oder aber, es muss die Oeffnung des Systems genügend gross sein, um alle Strahlen, welche am Object gebeugt werden, noch aufnehmen zu können.

Bei gegebener Oeffnung des Systems werden von einem gewissen Streifenabstande an um so weniger gebeugte Strahlen zur Brennebene B' gelangen, je kleiner der Streifenabstand genommen wird. In solchem Falle tragen die Spectra höherer Ordnung zum Interferenzbilde P' nichts bei und das Abbild des Gitters wird nicht alle Details zeigen, welche man sehen würde, wenn es selbstleuchtend wäre.

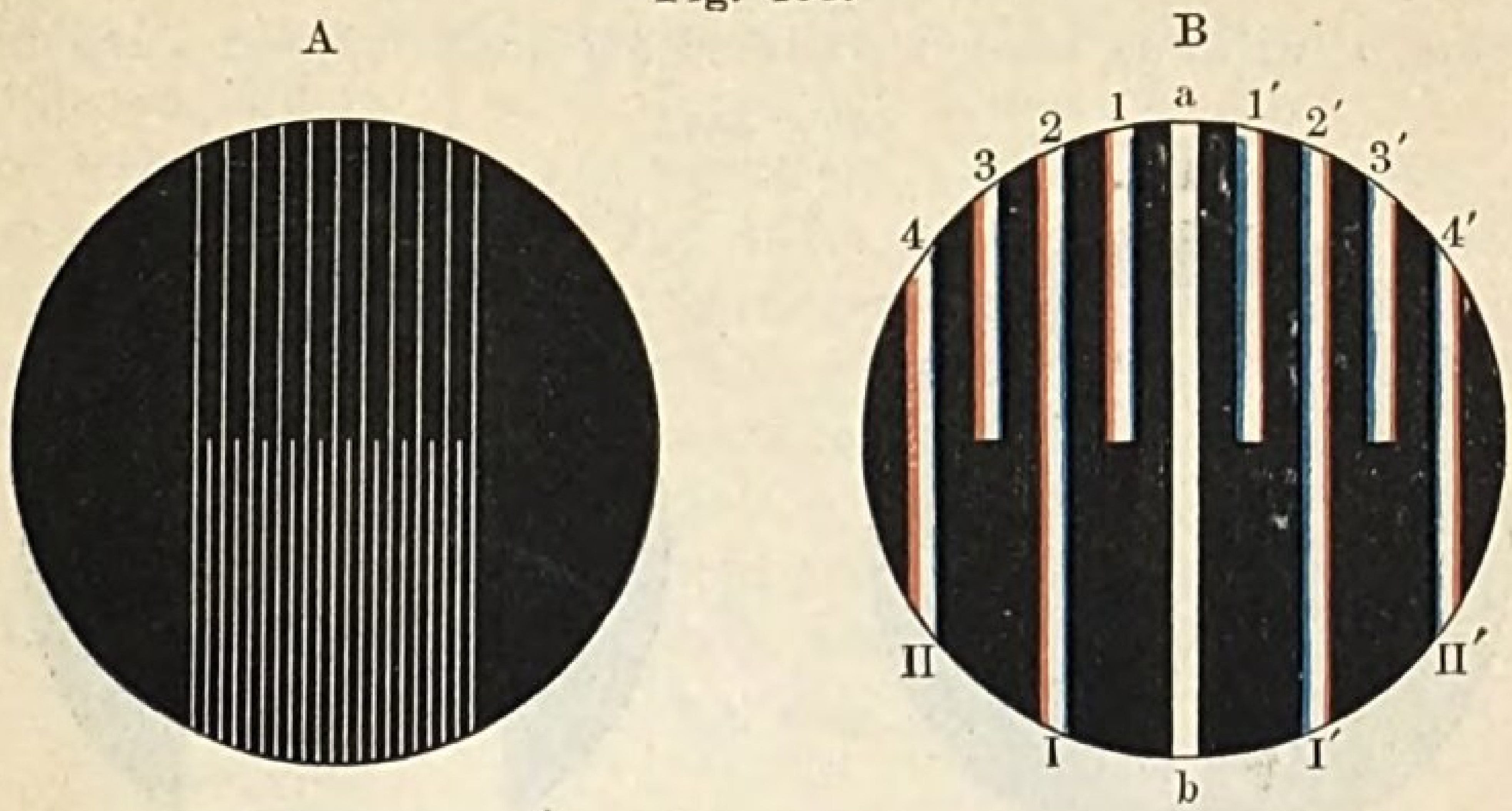
Wir verstehen jetzt auch, warum zur möglichst deutlichen Abbildung eines mikroskopischen opaken Objectes von sehr feiner Structur die ganze Objectivöffnung gebraucht wird, obgleich bei wenigstens spaltförmiger Lichtquelle die geradlinig durch das Object gegangenen directen Strahlen nur den kleinsten mittleren Theil des Objectivs ausfüllen: Es sind die lichtschwächeren gebeugten Strahlen, welche, wegen ihrer Lichtschwäche dem Auge unsichtbar, den übrigen Theil des Objectivs bis zu den Randpartien hin ausfüllen und absolut nöthig sind, soll ein dem Object getreues und ähnliches Abbild erzeugt werden. Ehe Abbe diese Forderung auf Grund seiner theoretischen Erörterungen als „conditio sine qua non" einer geometrisch ähnlichen Abbildung opaker Gegenstände kleiner Dimension erkannt hatte, baute man gleichwohl Objective mit weit grösserer Oeffnung als die directen Beleuchtungskegel es erforderten. Die Empirie fand eben, wie in so vielen Fällen, auch hier den richtigen Weg und trug gerade durch den scheinbaren Widerspruch mit der Theorie zur Erweiterung der letzteren und so in wechselseitiger Befruchtung zur eigenen Bereicherung bei. Die Abbe'sche Lehre von der mikroskopischen Bilderzeugung wies die Bahn, auf der die höchste Leistung des Mikroskops zu erreichen war, zeigte aber gleichzeitig auch die Grenze der Leistungsfähigkeit. Wir kommen hierauf noch zurück. Vorher wollen wir den Weg angeben, auf welchem man experimentell jene oben abgeleiteten Sätze prüfen und sich von ihrer Richtigkeit überzeugen kann.

269 **Experimentelle Prüfung der Abbe'schen Lehre von der mikroskopischen Bilderzeugung**[1]. Man benutzt dazu die sogenannte Abbe'sche Diffractionsplatte, auf der sich zwei verschiedene Streifensysteme befinden, die in eine dünne Silberschicht eingeritzt sind. Das mittlere jener Streifensysteme besteht aus parallelen Linien (vergl. Fig. 434 A), die in der oberen Hälfte doppelt so weit von einander entfernt sind als in der unteren. Stellt man auf dieses Object mittelst eines schwach vergrössernden Oculars ein und beleuchtet das Object durch eine zur Längsrichtung der Streifen parallele Lichtlinie (Spalt von etwa 0,5 mm Breite am Orte des Blendungsträgers eines Abbe'schen Beleuchtungsapparates), so sieht man nach Fortnahme des Oculars beim directen Hineinblicken in das Mikro-

[1] Vergl. L. Zimmermann: „Das Mikroskop" Franz Deuticke, Wien 1895, welchem Werke auch die in diesem Paragraphen gegebenen Figuren entlehnt worden sind.

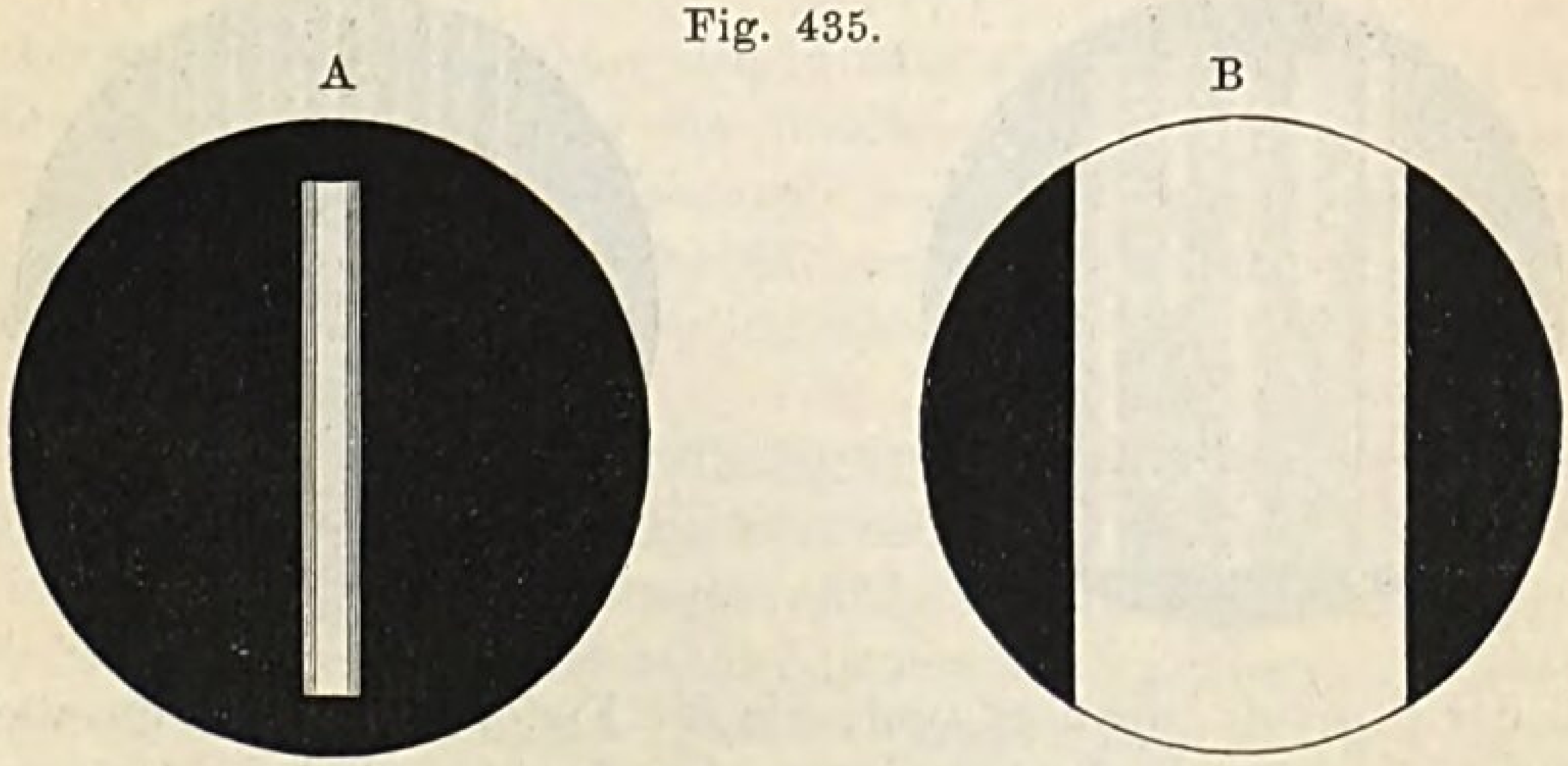
skoprohr mittelst blossen Auges dicht über dem Objectiv das in Fig. 434 B skizzirte directe Beugungsbild *ab* des Spaltes in der Luft schweben, umgeben von einer grossen Anzahl von Beugungsspectren.

Fig. 434.



Entsprechend der Beugungstheorie ist die Zahl dieser Spectra für das engere Beugungsgitter doppelt so gross wie für das weitere, und zwar liegen diese oben, da das Objectiv des Mikroskops von der Diffractionsplatte ein umgekehrtes Bild entwirft. An Stelle der früheren Bezeichnung wollen wir zum leichteren Verständniss die auf das enge Gitter (das untere Fig. 434 A) bezüglichen mit arabischen Ziffern, die auf das weitere Gitter (das obere Fig. 434 A) bezüglichen mit römischen Ziffern versehen, während das beiden gemeinschaftliche nullte Maximum *ab* genannt werde. Die in Fig. 434 B skizzirte Lichterscheinung entwickelt

Fig. 435.



sich nahe der dem Ocular zugewandten Brennebene des Mikroskopobjectivs; man übersieht dieselbe nicht gleichzeitig vollständig, sondern nach einander, wenn man mit dem Auge hin- und herwandert.

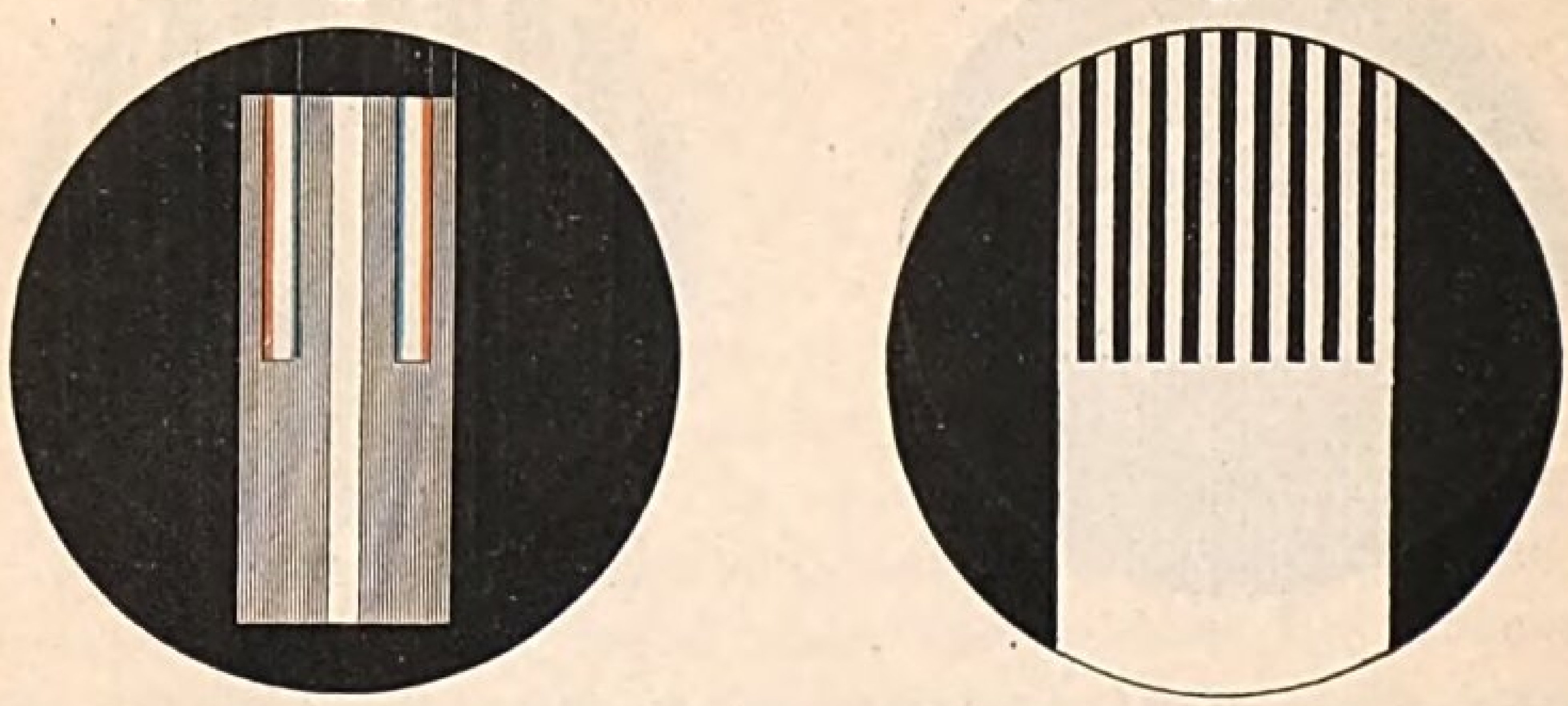
Bringt man jetzt in der Brennebene eine Blende an, welche nur das directe Bild des Lichtspaltes, also das nullte Maximum L' durchlässt, wie dies in Fig. 435 A angedeutet ist, setzt wieder das Ocular auf und stellt auf die zum Gitter conjugirte Ebene ein, so sieht man genau,

wie es die entwickelte Theorie verlangt, eine nur annähernd gleichmässig erleuchtete Fläche (Fig. 435 B), aber nichts von Streifung.

Jetzt lasse man (Fig. 436 A) ausser dem nullten Spectrum noch die dem weiteren Objectgitter entsprechenden Beugungsspectra erster Ordnung 1 und 1′ wirksam werden, während alle anderen Spectra abgeblendet

Fig. 436.

A B



bleiben; während in der oberen Hälfte des Sehfeldes, welche dem weiteren Gitter conjugirt ist, entsprechend dem Mitwirken benachbarter Spectra schon ein N mal vergrössertes Streifensystem auftaucht, zeigt die untere Hälfte dagegen noch immer eine gleichmässig helle Fläche (Fig. 436 B). Dabei ist aber auch die Lichtvertheilung in der oberen Hälfte noch durchaus unähnlich derjenigen des Objectes, wenigstens in Bezug auf das

Fig. 437.

A B



Detail der Structur, denn es sind, wie die Fig. 436 B zeigt, die weissen Streifen viel breiter im Verhältniss zu den dunklen als beim Objectgitter (Fig. 434 A).

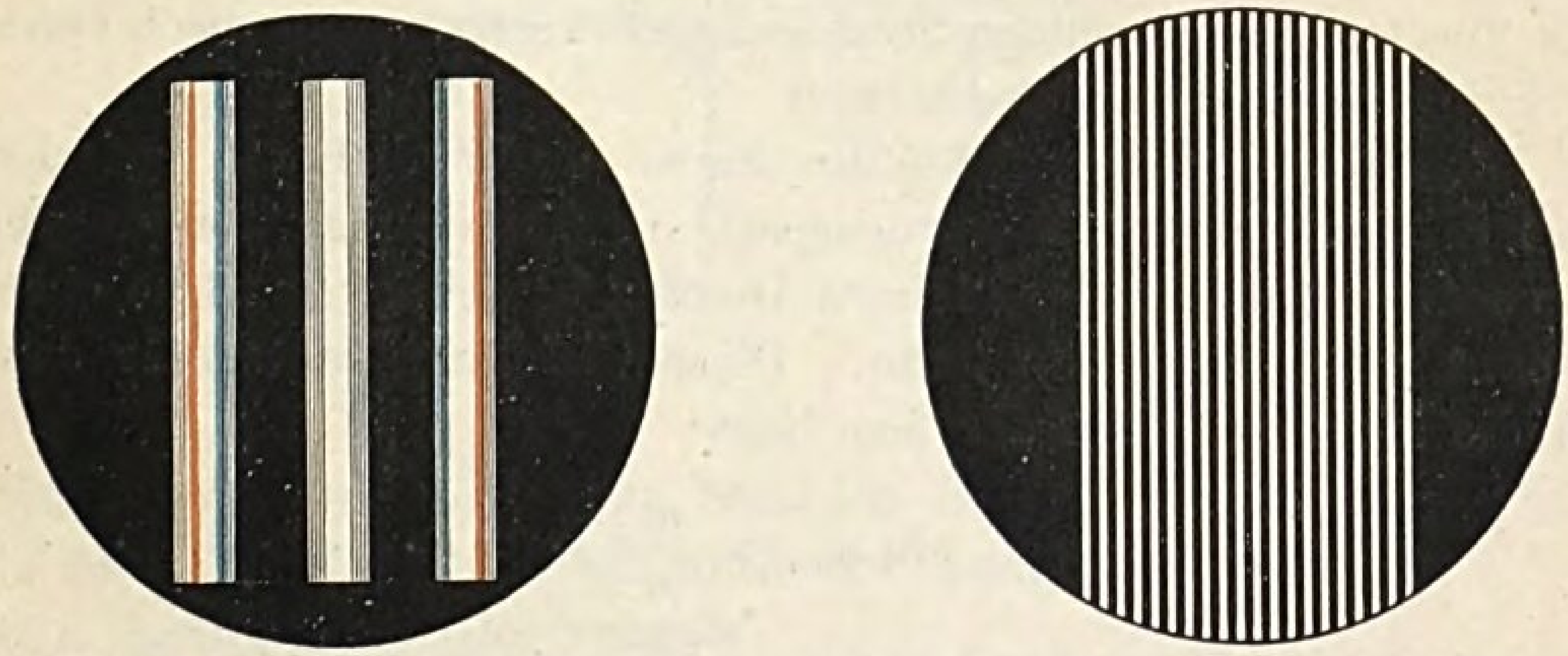
Wählt man jetzt eine Blende, welche auch die Beugungsspectra erster Ordnung des engeren Gitters (I u. I′ Fig. 434 B) und somit diejenigen erster und zweiter Ordnung des weiteren Gitters (1 u. 1′, 2 u. 2′ Fig. 434 B) unbedeckt lässt (Fig. 437 A), so löst sich auch die untere Hälfte des Sehfeldes in ein Streifensystem auf, während die hellen Streifen der oberen Hälfte linienförmiger werden (Fig. 437 B).

Lässt man sämmtliche Spectra wirksam werden, so erhält man ein dem Object auch in seinen Einzelheiten nahezu vollkommen ähnliches Abbild.

Noch lehrreicher ist der Versuch mit einer Blende, welche nur die ersten Spectra des engeren Gitters (I u. I′ Fig. 434 B) und nur die zweiten des gröberen Gitters (2 u. 2′ Fig. 434 B) unbedeckt lässt, also dessen Spectra erster Ordnung (1 u. 1′) ebenfalls abblendet (Fig. 438 A). Dieser Fall tritt ein, wenn man in Fig. 437 A auch noch die links und rechts vom nullten Spectrum liegenden Spectra erster Ordnung der oberen Hälfte abblendet. Dann ist das Gesichtsfeld, ganz im Einklang mit der Theorie, einheitlich von einer und derselben Streifung durchzogen; in der oberen und unteren Hälfte treten die gleiche Anzahl von Streifen auf, gleich als ob überhaupt nur ein einziges Objectgitter von der feineren Structur (Fig. 438 B) vorhanden wäre, wenn auch im Detail Abweichungen

Fig. 438.

A B



zu erkennen sind. Es hat hier also in dem zum groben Gitter gehörigen Abbilde eine Verdoppelung der Streifen stattgefunden; und es tritt eine Verdreifachung der Streifenanzahl auf, wenn man vom Beugungsphänomen des einen oder anderen Gitters die Spectra erster und zweiter, vierter und fünfter etc. Ordnung bedeckt.

Grenze der Leistungsfähigkeit optischer Systeme in Bezug auf deren Auflösungsvermögen. 270 Unter „Leistungsfähigkeit in Bezug auf das Auflösungsvermögen“ eines optischen Systemes wollen wir die Fähigkeit verstehen, getrennte Objectpunkte wieder als getrennte Punkte abzubilden. Fast zu gleicher Zeit ist die Frage nach der theoretischen Grenze der Leistungsfähigkeit von H. v. Helmholtz [1]) und E. Abbe [2]) beantwortet worden. Wir wollen den leicht

[1]) H. v. Helmholtz: a) „Ueber die Grenze der Leistungsfähigkeit der Mikroskope“. Berichte d. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1873. — b) „Die theoretische Grenze für die Leistungsfähigkeit der Mikroskope“. Pogg. Ann. Jubelband 1874, S. 557 bis 584.

[2]) E. Abbe, „Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung“. Archiv f. mikrosk. Anatomie, Aprilheft 1874.

verständlichen Deductionen von Abbe folgen. Nach ihm beantwortet sich die gestellte Frage relativ einfach mit Hülfe der im vorigen Paragraphen abgeleiteten Gesetze über die Abbildung nicht selbstleuchtender Objecte. Gehörte zur vollständigen Aehnlichkeit zwischen dem beugenden Object und seinem vom System erzeugten Interferenzbilde die Mitwirkung aller Beugungsspectra, so ist die Auflösung getrennter Objectpunkte in wieder getrennte Maxima schon erreicht, wenn ausser dem nullten Beugungsspectrum mindestens noch das erste wirksam wird. Dann ist das Interferenzbild eines Gitters wenigstens insofern dem letzteren ähnlich, als es ebenfalls aus abwechselnd hellen und dunklen Streifen besteht, deren Abstand N mal so gross wie derjenige der Streifen des Objectgitters ist. So lange also je zwei benachbarte Beugungsspectra des in der hinteren Brennebene des Objectivs entstehenden reellen Beugungsphänomens zur Wirksamkeit gelangen, ist eine Trennung der beugenden Gitterstreifen zu erkennen; sobald aber nur die das nullte Spectrum bildenden Strahlen ins Objectiv gelangen, die gebeugten, das erste Spectrum erzeugenden Strahlen aber nicht, so ist die Grenze des Auflösungsvermögens überschritten.

Mit Hülfe der Formel für den Sinus des Winkels u_m zwischen der Axe und dem das m^{te} Beugungsspectrum formirenden Beugungsbüschel kann man nun leicht die kleinste Distanz berechnen, welche eben noch getrennt gesehen werden kann. Diese Gleichung lautet für den Fall, dass die Lichtquelle auf der Axe liegt:

$$sin\, u_m = \frac{m\,.\,\lambda}{n\,.\,e} \quad \dots\dots\dots \quad 1)$$

wo λ die Wellenlänge des Lichtes, n den Brechungsindex des Mediums zwischen Object und Objectiv und e den Abstand der zu trennenden Objectpunkte bedeuten. Wir wollen annehmen, dass die Lichtquelle von geringer Ausdehnung sei, so dass die directen Beleuchtungskegel aus nahe parallelen, die Axe enthaltenden Strahlen bestehen. Eine solche Beleuchtung wird als eine centrale bezeichnet im Gegensatz zu der schiefen, bei welcher die punktförmige Lichtquelle seitlich von der Axe gelegen ist.

Aus unserer Gleichung ergiebt sich somit der Werth e_0 für die kleinste noch aufzulösende Distanz, wenn $m = 1$ gesetzt wird, so dass wir erhalten:

$$e_0 = \frac{\lambda}{n\,.\,sin\, u_1} \quad \dots\dots\dots \quad 2)$$

wobei wegen der centralen Beleuchtung ausser dem nullten Beugungsspectrum sowohl das erste Spectrum links wie rechts zur Wirksamkeit kommen (L'_1 und L'_I, Fig. 439).

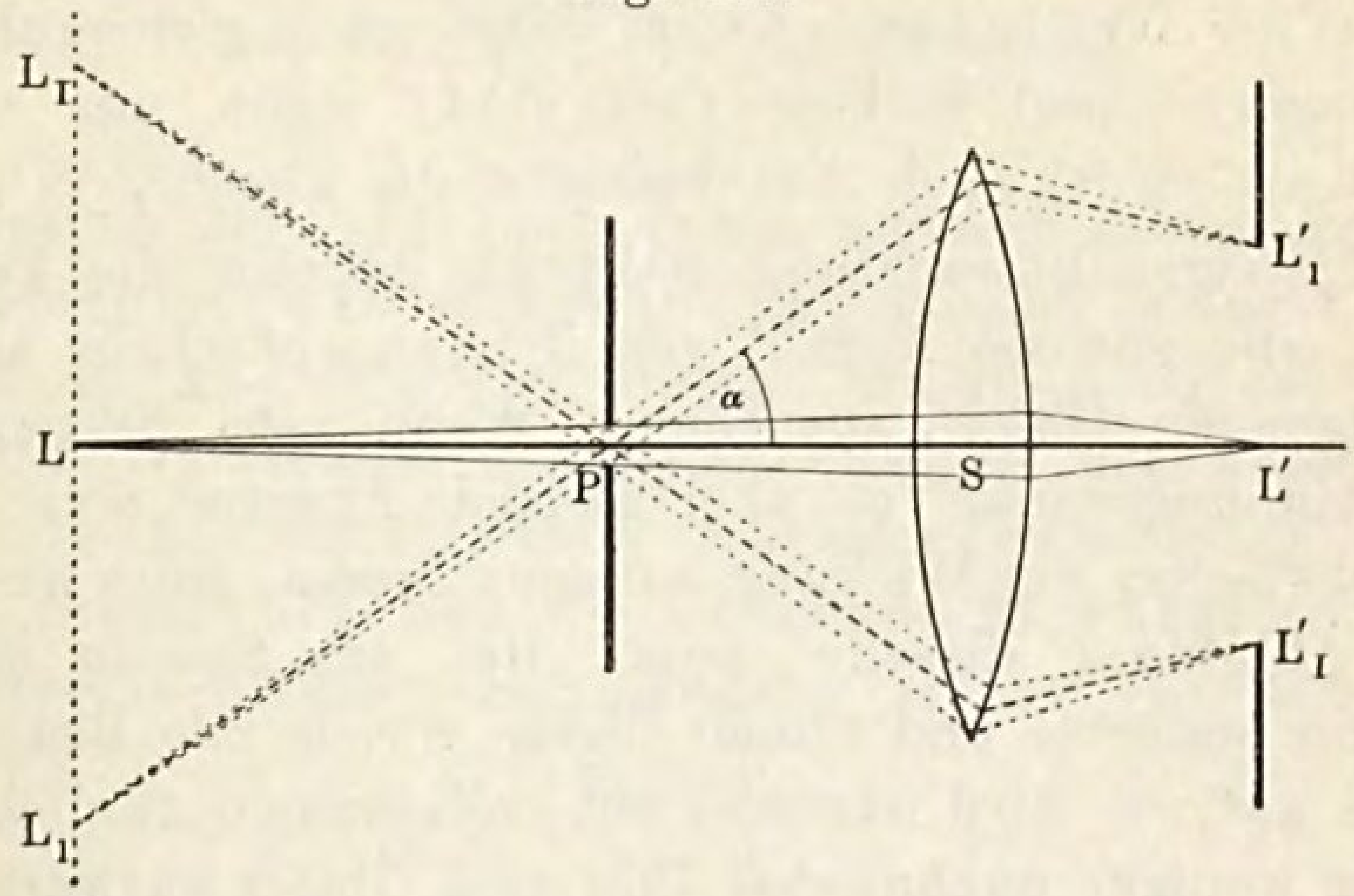
Gleichzeitig lehrt uns unsere Gleichung den Gitterabstand kennen, für welchen die Abbildung eine bis auf die kleinsten Einzelheiten der Structurelemente vollkommen ähnliche ist. Da in solchem Falle alle

Beugungsbüschel mitwirken müssen, so muss für m die Ordnungszahl des äussersten Beugungsbüschels gesetzt werden, dessen Intensität im Vergleich zum ersten noch in Betracht kommt. Es werde die deutlich abgebildete Distanz mit e_z und das äusserste Maximum mit z bezeichnet; dann gilt also

$$e_z = \frac{z \,.\, \lambda}{n \,.\, sin\, u_z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Bei einem System von gegebenem Oeffnungswinkel 2α kann nun der Werth sowohl von u_1 wie von u_z höchstens gleich α werden, da

Fig. 439.



das System stärker abgelenkte Strahlen nicht mehr aufzunehmen im Stande ist. Wir erhalten somit unter der Annahme, dass $u_1 = \alpha = u_z$ ist, für e_0 bezw. e_z die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} e_0 &= \frac{\lambda}{n \,.\, sin\, \alpha} = \frac{\lambda}{a} \\ \text{und} \quad e_z &= \frac{z \,.\, \lambda}{n \,.\, sin\, \alpha} = \frac{z \,.\, \lambda}{a} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

wenn wir wie früher das Product $n \,.\, sin\, \alpha$, d. h. die Apertur des Systems, mit a bezeichnen.

Abgesehen von dem Zahlenfactor hängt sowohl die kleinste sichtbare Distanz, wie die vollkommen ähnlich abgebildete Structur von demselben Quotienten $\left(\frac{\lambda}{a}\right)$ aus Wellenlänge des benutzten Lichtes und Apertur des abbildenden Systems ab. Beide Distanzen sind um so kleiner, je kleiner λ und je grösser $a = n \,.\, sin\, \alpha$ ist.

Man erhält also eine ähnlichere Abbildung bezw. ein grösseres Auflösungsvermögen, wenn man möglichst brechbares Licht (Violett) bei der Abbildung benutzt. Dies ist der Grund, warum man mittelst der Mikrophotographie feinere Details erhält bezw. zu stärkeren Vergrösserungen gehen kann, als bei Beobachtung mittelst des Auges. Die Photographie bedient sich eben vorzugsweise der violetten, chemisch wirksamen Strahlen,

während das Auge mit den gelbgrünen Strahlen arbeitet, wenigstens bei Anwendung weissen Lichtes. Und auf dieses ist man beim Mikroskopiren angewiesen, will man genügende Lichtstärke erzielen.

Sehen wir von der Art des Lichtes ab, so ist für e_0 und e_z lediglich noch die Apertur des Systems maassgebend. Haben wir deren Bedeutung schon im §. 255 kennen gelernt als den Ausdruck für die von einem System aufzunehmende Strahlenmenge, so zeigt sie sich uns hier von ihrer wichtigsten Seite als die maassgebende Grösse für die Aehnlichkeit der Abbildung bezw. für die Grenze des Auflösungsvermögens. In Bezug auf beide Eigenschaften sind sich zwei Systeme ebenbürtig, wenn deren Apertur denselben Werth hat. Es ist dabei ganz gleichgültig, wie bei beiden Systemen n und α bewerthet sind; wenn nur das Product $n \, . \, sin \, \alpha$ gleich ist, so ist auch ihre Leistung die gleiche.

Bei der jetzigen Betrachtung stellt die Apertur die Fähigkeit des Systems dar, eine gewisse Anzahl von Beugungsbüscheln aufzunehmen, die vom beugenden Object ausgehen. Wenn zwei Systeme von verschiedenem Oeffnungswinkel α, aber gleicher Apertur $a = n \, . \, sin \, \alpha$ die gleiche Anzahl Spectra zur Wirkung kommen lassen, muss auch die Aehnlichkeit der Abbildung dieselbe sein. Hat ein System eine kleinere Apertur als ein anderes, und nimmt dieses gerade alle Beugungsbüschel eines Objectes auf, so wird letzteres ein vollkommen ähnliches, ersteres ein mehr oder weniger unähnliches Bild vom Object entwerfen.

Der Maximalwerth von α ist theoretisch 90^0, praktisch etwas kleiner. Nimmt ein System Lichtkegel von 180^0 Oeffnung auf, so ist seine Apertur $a = n \, . \, sin \; 90^0 = n$, also höchstens gleich Eins, wenn das vordere Medium Luft ($n = 1$) ist (vergl. die hierauf bezügliche Definition der Apertur „Eins" im §. 255).

Ein System mit Luft als vorderem Medium hat man als Trockensystem bezeichnet im Gegensatz zum Immersionssystem, bei welchem das Object in eine Flüssigkeit gebettet ist, die bis zum Objectiv heranreicht und dessen vorderste Fläche bespült. Ein Trockensystem erreicht höchstens die Apertur „Eins". Im Falle also das Object so klein oder der Gitterabstand so gering geworden ist, dass der Werth von $\frac{z\lambda}{e_z} > 1$ wird, so kann das Trockensystem nicht mehr alle vom Object ausgehenden Beugungsstrahlen aufnehmen.

Beim Immersionssystem steigt die Apertur bis höchstens 1,66, dem Brechungsquotienten von „Monobromnaphtalin"; sie ist 1,33 für Wasser und 1,5 für Oel als Immersionsflüssigkeit. Bei der Wasserimmersion kann demnach $\frac{z \, . \, \lambda}{e_z} = 1{,}33$ werden, bei Oel 1,5, bei Monobromnaphtalin sogar 1,66. Letzteres nimmt bei gleichem Oeffnungswinkel die grösste Anzahl von Beugungsbüscheln auf, es liefert also ceteris paribus die ähnlichste Abbildung und besitzt das grösste Auflösungsvermögen.

Trennt ein Trockensystem grösster Oeffnung ($a = 1$) die Distanz $e_0 = \lambda$, so ein Immersionssystem mit Wasser als Flüssigkeit ($a = 1{,}33$) die Distanz $e_0 = \frac{\lambda}{1{,}33}$, mit Oel als Flüssigkeit ($a = 1{,}5$) die Distanz $e_0 = \frac{\lambda}{1{,}5}$ und mit Bromnaphtalin ($a = 1{,}66$) die Distanz $e_0 = \frac{\lambda}{1{,}66}$.

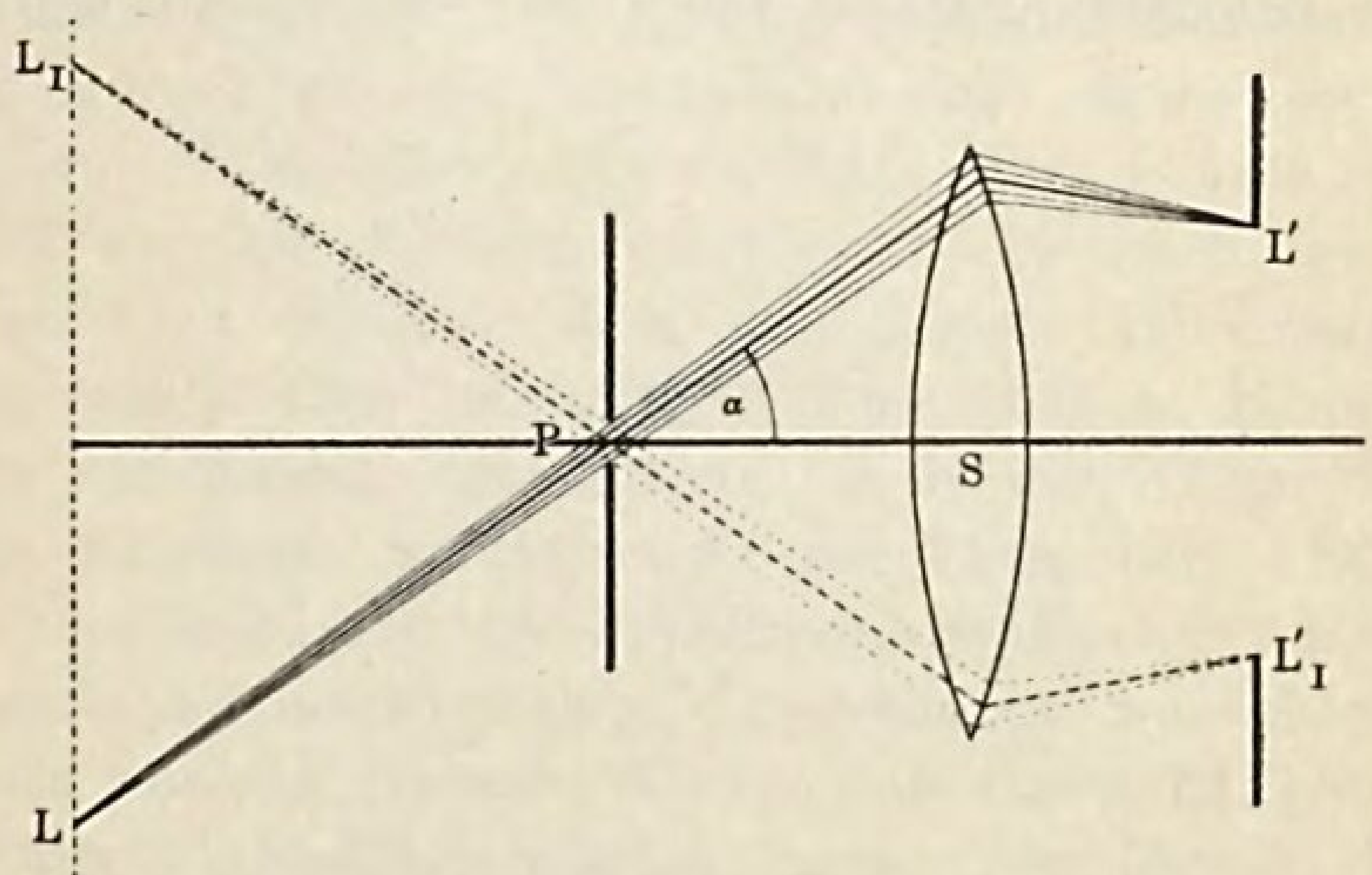
Für violettes Licht von der Wellenlänge der Fraunhofer'schen Linie H, etwa $0{,}4\ \mu = 0{,}0004$ mm, wird somit die bei centraler Beleuchtung mittelst enger Lichtkegel erreichbare äusserste Grenze für das Auflösungsvermögen:

$$e_0 = \frac{0{,}0004}{1{,}66} = 0{,}00024 \text{ mm},$$

oder rund $^1/_{4000}$ mm.

Diese Grenze lässt sich noch etwas weiter herabdrücken durch Anwendung der schiefen Beleuchtung. Bewegt man in Fig. 439 die Lichtquelle L von der Axe fort nach unten, bis die noch eben den oberen Rand des Objectivs treffenden directen Strahlen den halben Oeffnungswinkel α mit der Axe einschliessen, so kommt jetzt das nullte Maximum nach L_1' zu liegen, also da, wo bei centraler Beleuchtung das erste Spectrum entsteht. Dieser Strahlengang ist in Fig. 440 dargestellt.

Fig. 440.



Somit können jetzt noch gebeugte Strahlen (in Fig. 440 gestrichelt) ins System gelangen, welche, vom Object P nach unten gebeugt, den unteren Objectivrand treffen, d. h. welche mit den directen Strahlen den Winkel 2α einschliessen. Löst das System bei centraler Beleuchtung (Fig. 439) den Abstand e_0 auf, dessen erste Maximabüschel den Winkel α mit der Axe, d. h. den directen Strahlen, einschliessen, so demnach bei schiefer Beleuchtung (Fig. 440) den Abstand $\frac{e_0}{2}$, dessen erste Maxima den Winkel 2α mit den directen, unabgelenkten Strahlen einschliessen.

Bei schiefer Beleuchtung, d. h. bei der in Fig. 440 skizzirten Stellung der Lichtlinie leistet das System in Bezug auf Auflösung dasselbe

wie ein System von doppeltem Oeffnungswinkel bei Benutzung centraler Beleuchtung.

Die Ueberlegung gilt aber nur so lange, als die Beleuchtungskegel eng sind, wie es bei Benutzung einer Lichtlinie der Fall ist. Lässt man bei centraler Beleuchtung die Lichtlinie immer breiter und breiter werden, so dass schliesslich der directe, nicht gebeugte Strahlenkegel die ganze Objectivöffnung (von 180°) ausfüllt, so hört jene Ueberlegenheit der schiefen Beleuchtung gegenüber der centralen auf. Denn die äussersten Strahlen des weit geöffneten Beleuchtungskegels können als enge, von einem ausseraxialen Lichtpunkte herkommende Büschel aufgefasst werden, so dass diese jedenfalls den in Fig. 440 skizzirten Fall der schiefen Beleuchtung mit einschliessen.

Unter Berücksichtigung dieser Ueberlegenheit schiefer enger bezw. weiter centraler Beleuchtungskegel gegenüber den engen centralen Büscheln wird die im letzteren Falle berechnete äusserste Auflösungskraft noch einmal verdoppelt, bezw. die Grösse des zu trennenden Streifenabstandes halbirt. Für einen Oeffnungswinkel von 180°, bei Anwendung von Monobromnaphtalin als Immersionsflüssigkeit, bei Benutzung der Photographie mittelst violetten Lichtes von der Wellenlänge $\lambda = 0{,}0004$ mm, wird man bestenfalls noch zwei nur um 0,00012 mm von einander getrennte Punkte auflösen können, wenn man sich ganz schiefer Beleuchtung bedient oder Beleuchtungskegel von 180° Oeffnung anwendet.

Dreizehntes Capitel.

Ueber die optischen Instrumente.

Einleitung. Zweck und Eintheilung der optischen Apparate. Im zwölften Capitel ist bewiesen worden, dass durch keine noch so sinnreiche Combination optischer Apparate ein Bild erzielt werden kann, welches heller ist als das Object oder die Lichtquelle selbst. Es widerspräche das Gegentheil dem Grundgesetz der Strahlung, wonach zwei beliebige Körper gleicher Temperatur sich gegenseitig gleich viel Energie zusenden. Wäre dies nicht der Fall, dann könnte es eintreten, dass beide sich zu einer höheren Temperatur erwärmen, ohne Wärmezufuhr von aussen zu erhalten, d. h. ohne äussere Arbeitsleistung, und das Perpetuum mobile wäre gefunden[1]; oder aber es könnte sich das eine erwärmen auf Kosten des anderen, d. h. die Wärme könnte von einem kälteren zu einem wärmeren Körper übergehen. Ersterer Fall widerspricht dem Gesetz von der Erhaltung der Energie, letzterer dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, wonach ohne Compensation von aussen niemals Wärme aus einem kälteren zu einem wärmeren Körper übergeführt werden kann. Der Zweck der Linsen- und Spiegelcombinationen muss demnach ein anderer sein. In der That werden nicht die Intensitätsverhältnisse, sondern lediglich die Orts- und Grössenverhältnisse der Objecte durch Vermittelung der optischen Apparate geändert; und falls eine Aenderung der Intensitätsverhältnisse eintritt, kann lediglich eine Verringerung der Helligkeit stattfinden. 271

[1]) O. Lummer, „Ueber die Strahlung des absolut schwarzen Körpers und seine Verwirklichung", Naturwissenschaftl. Rundschau, Jahrg. XI, Nr. 6, 7 und 8, 1896. Hier ist in gemeinverständlicher Weise die gegenseitige Strahlung zweier Flächenelemente discutirt und daraus einerseits das Kirchhoff'sche Gesetz, andererseits die Bedingung dafür abgeleitet worden, wann ein Flächenelement dieselbe Strahlungsdichtigkeit im umgebenden Raume hervorruft, wie ein nach Kirchhoff „absolut schwarzes".

Wird ein Apparat ohne Auge gebraucht, wie das Brennglas, so gilt auch hier, dass die Leuchtstärke oder Temperatur des Bildes niemals grösser sein kann, wie die der Lichtquelle selbst. Also das im Brennpunkte einer licht- und wärmedurchlässigen Linse entworfene Sonnenbildchen leuchtet stets weniger intensiv bezw. ist weniger heiss, als die Sonne selbst. Trotzdem reden wir aber von „Concentration" der Licht- und Wärmestrahlen, insofern wir ausdrücken wollen, dass mit Brennglas an der Stelle, wo das Sonnenbildchen entsteht, mehr Licht- und Wärmeentwickelung vorhanden ist, als bei Fortnahme des Brennglases. Nur müssen wir uns bewusst sein, dass die Sonne immer noch blendender und heisser ist, als das mittelst der grössten Linse erzeugte Bild derselben.

Aus der Lehre vom Bau und von der Leistung unseres Auges wissen wir, dass dem Erkennungsvermögen auch des sogen. „normalen" Auges ein Ziel gesetzt ist. Einmal vermag es selbst bei deutlichster Accommodation zwei Punkte nicht mehr getrennt zu sehen, falls dieselben sich nicht unter einem Sehwinkel darbieten, welcher grösser ist als eine Winkelminute. Ferner ist das Accommodationsgebiet ein beschränktes, so dass das Auge zwei ihm zu nahe Objectpunkte trotz beliebig grossen Sehwinkels nicht zu trennen, also auch die Einzelheiten von zu nahen Objecten nicht zu erkennen vermag. Das Auge wird also sehr entfernte Gegenstände nicht mehr in seinen Einzelheiten erkennen, weil diese unter zu kleinem Sehwinkel erscheinen, und sehr kleine, dem Auge beliebig zu nähernde Gegenstände wegen der beschränkten Accommodationsfähigkeit nur undeutlich wahrnehmen. Im ersteren Falle bedient man sich als Hülfsapparat des Fernrohrs, im letzteren der Lupe oder des Mikroskops. Beide Arten von Instrumenten sollen von den zu fernen oder zu kleinen Objecten deutliche Bilder in der deutlichen Sehweite unter genügend grossem Sehwinkel erzeugen.

Die optischen Apparate, Lupe, Mikroskop und Fernrohr, wären überflüssig, wenn jeder Gegenstand dem Auge beliebig nahe gebracht und dabei von letzterem deutlich gesehen werden könnte. Hilft das Fernrohr den praktischen Mängeln ab, indem es die fernen Objecte gleichsam nähert, so das Mikroskop den physiologischen, im Auge begründeten, indem es die Objecte entfernt, ohne den Sehwinkel zu verändern [1]). In Bezug auf Helligkeit der Bilder bringen die optischen Apparate nicht nur keine Vortheile, sondern stets Nachtheile mit sich.

Auch die sogenannten „Projectionssysteme", welche nicht direct in Verbindung mit dem Auge gebraucht werden, haben lediglich den Zweck, von einem entfernten Objecte ein deutliches Abbild in der Nähe zu erzeugen oder von einem kleinen Objecte ein vergrössertes

[1]) Ein kurzsichtiges Auge sieht gegenüber einem normalsichtigen Auge gleichsam „mikroskopisch".

Bild zu entwerfen. Das in der Luft, auf einem Schirme oder auf einer photographischen Platte erzeugte und daselbst fixirte Bild betrachtet man entweder direct oder wie einen greifbaren Gegenstand ebenfalls mittelst der Lupe. Die Objective des Fernrohrs und des Mikroskops für sich allein betrachtet sind somit lediglich Projectionssysteme, sofern sie von den Objecten reelle Luftbilder erzeugen, die man auf einem Schirme auffangen kann. Eine an den Ort des Luftbildes gebrachte matte Scheibe zeigt dasselbe deutlich, eine dorthin gestellte photographische Platte nimmt dasselbe auf. Je nach dem Zwecke des Projectionssystems ist dessen Construction eine andere. Als Hauptrepräsentant dieser Gattung von Instrumenten ist das photographische Objectiv anzusehen. Wie wir im §. 74 kennen gelernt haben, kann aber auch das Fernrohr, als Ganzes genommen, reelle Bilder erzeugen und so als Projectionssystem dienen. Und neuerdings wird das Fernrohr in der Galilei'schen Form (Opernglas) geradezu als photographisches Objectiv (Teleobjectiv) gebraucht, um von fernen Objecten Bilder in grossem Maassstabe zu erhalten, ohne Benutzung zu langer Cameraauszüge. Desgleichen benutzt man das Mikroskop in der Mikrophotographie als Erzeuger reeller Bilder, d. h. als Projectionssystem. Hier spielt aber die Ocularlinse eine ganz andere Rolle wie beim subjectiven Beobachten. Wir theilen daher die sämmtlichen optischen Instrumente ein in zwei Hauptclassen:

1. Einfache Apparate, d. h. solche ohne Ocular.
2. Zusammengesetzte Apparate, d. h. solche mit Ocular.

Bei dieser Eintheilung ist nicht die Anzahl der Linsen, sondern lediglich deren gegenseitige Anordnung und Wirkungsweise von Bedeutung.

Ein einfacher Apparat (Objectiv, Projectionssystem) ist, was Lage und Grösse des von ihm erzeugten Bildes anlangt, d. h. also in Bezug auf Gauss'sche Abbildung (vergl. S. 513), jederzeit theoretisch und praktisch zu ersetzen durch eine einfache, unendlich dünne Sammellinse. Nur um eine bessere Qualität des Bildes zu erzielen, wendet man auch bei einfachen Apparaten mehrere Linsen an.

Die zusammengesetzten Apparate lassen sich praktisch in ihrer Wirkungsweise nicht durch eine einfache Sammellinse ersetzen.

Bei den einfachen Apparaten können wir wieder zwei Unterabtheilungen machen und diejenigen, welche reelle Bilder erzeugen, unterscheiden von denen, welche virtuelle Bilder liefern.

Die zusammengesetzten Apparate bieten dem Auge nur virtuelle Bilder dar. Sie bestehen aus zwei getrennten Theilen, Objectiv und Ocular, von ganz verschiedener Wirkungsweise, sich gegenseitig ergänzend; um das Hauptziel (gute Bilder) möglichst vollständig zu erreichen, sind sowohl Objectiv als Ocular aus mehreren Linsen zusammengesetzt.

A. Die photographischen Systeme.

I. Allgemeine Eigenschaften photographischer Objective.

272 **Die verschiedenen Projectionssysteme und die an sie gestellten Anforderungen.** Als Projectionssysteme wollen wir alle diejenigen optischen Systeme bezeichnen, welche von einem Gegenstande ein reelles Bild erzeugen können, sei es, dass man dasselbe direct auf einem matten Schirme auffängt oder in der Luft mittelst einer Lupe betrachtet. Zu den Projectionssystemen gehören somit die eigentlichen, in den Projectionsapparaten befindlichen Systeme und die photographischen Objective nicht minder als die Mikroskop- und Fernrohrobjective. Je nach dem Zwecke aber, dem sie dienen sollen, weichen die verschiedenen Systeme sehr von einander ab, und zwar aus dem einfachen Grunde, weil ein System centrirter, brechender oder spiegelnder Kugelflächen nicht zugleich allen Anforderungen entsprechend hergestellt werden kann. Ein optisches System genügte allen Anforderungen, wenn es den unendlichen Objectraum mittelst beliebig weiter Strahlenbüschel punktweise, perspectivisch ähnlich und möglichst in einer einzigen Ebene abbildete. Ein solches ideales System könnte sowohl als Mikroskop-, als Fernrohr-, wie als photographisches System gebraucht werden.

Wie wir wissen, ist aber nicht einmal ein solches System herstellbar, welches ein, wenn auch noch so kleines, körperliches Gebilde punktweise und ähnlich abbildet; um wie viel weniger ein System, welches von körperlichen, ausgedehnten Objecten, und noch dazu in einer und derselben Ebene ein scharfes Bild entwirft. Ein solches ideales System wäre aber auch für viele Zwecke der Projection überflüssig; speciell braucht man beim Mikroskopobjectiv nur unendlich kleine Flächenelemente mittelst beliebig weiter Büschel abzubilden, beim Fernrohr-, speciell Opernglasobjectiv, ein mässig grosses Sehfeld, jedoch mittelst relativ geringer Oeffnung. Nur beim photographischen Objectiv tritt der lebhafte Wunsch auf, möglichst grosse Sehfelder mittelst weiter Büschel abzubilden, die Bildschärfe kann dabei bedeutend geringer sein als in den beiden vorigen Fällen, und die Oeffnung braucht wegen der grossen Objectdistanz nicht annähernd die des Mikroskopobjectivs zu erreichen. Die Theilung der Arbeit ist also das erste Gebot, um mit möglichst wenig Flächen einem bestimmten Zwecke zu genügen, und demgemäss zerfallen auch die Projectionssysteme in verschiedene Gruppen, von denen wir jetzt speciell die photographischen Objective besprechen wollen.

Je nachdem die Oeffnung der Büschel oder die Grösse des Sehfeldes bevorzugt werden soll, muss das System verschieden construirt werden.

Bei der Porträtlinse wird das Hauptgewicht auf die Oeffnung gelegt, um möglichste Lichtstärke zu erzielen. Es muss demnach vor Allem die sphärische Aberration gehoben sein, welche mit der dritten

Potenz der Oeffnung wächst, also bei Verdreifachung des Objectivradius auf das 27fache ansteigt. Und soll bei beliebiger Oeffnung auch noch ein der Axe unendlich benachbarter Objectpunkt deutlich abgebildet werden, so muss ausser der sphärischen Aberration auch noch die Sinusbedingung erfüllt sein (vergl. §. 191), d. h. es müssen alle Zonen des Objectivs gleich grosse Brennweite haben, um einzeln das Flächenelement in gleicher Grösse abzubilden. Erst wenn beide Bedingungen zugleich erfüllt sind, ist das System ein aplanatisches, welches wenigstens ein Flächenelement deutlich abbildet mittelst beliebig weiter Büschel.

Beim Weitwinkel handelt es sich um die Abbildung ausgedehnter Objecte mittelst relativ enger Büschel. Hier muss vor Allem der Astigmatismus gehoben sein, der mit dem Quadrate des Abstandes eines Objectpunktes von der Axe, dagegen nur mit der ersten Potenz der Oeffnung wächst. Ist dieser gehoben, dann ist zwar die Abbildung eine punktweise, aber dem Bilde haften noch zwei Fehler an, die Bildwölbung und die Verzerrung oder Verzeichnung. Für die winkelgetreue Zeichnung lässt sich wieder eine ganz allgemein gültige, von der Art des Systems unabhängige Bedingung aufstellen, die Tangentenbedingung der Hauptstrahlen (vergl. §. 196).

Bei allen Systemen, wo sowohl eine relativ grosse Oeffnung als auch grosses Sehfeld verlangt wird, wie bei der grössten Anzahl der photographischen Objective, muss ein Compromiss eintreten. Man verzichtet hier auf die strenge Erfüllung der in den beiden ersten Gruppen genannten Bedingungen und begnügt sich mit einer punktweisen Strahlenvereinigung, welche eine nur geringe Vergrösserung verträgt, während sie beim Mikroskop eine tausendfache aushalten soll.

Beschränkt man sich auf so kleine Oeffnungen und Objectabstände von der Axe, dass die Seidel'sche Abbildung stattfindet, d. h. dass die fünften und höheren Potenzen der in eine Reihe entwickelten trigonometrischen Functionen der vorkommenden Winkel zwischen einem beliebigen Strahl und der Axe gegen die dritten und ersten zu vernachlässigen sind, so lassen sich die Bedingungen für eine deutliche, correcte und ähnliche Abbildung eines ebenen Objectes in übersichtlicher Form angeben. Die fünf Seidel'schen Fehler dritter Ordnung, welche bei dieser Abbildung auftreten können, entsprechen der sphärischen Aberration (proportional der dritten Potenz der Oeffnung) eines Axenpunktes, dem Coma oder der Fraunhofer'schen Bedingung (abhängig vom Quadrat der Oeffnung und der ersten Potenz des Objectabstandes von der Axe), dem Astigmatismus und der Bildwölbung (beide proportional der ersten Potenz der Oeffnung, aber dem Quadrate des Objectabstandes) und schliesslich der Verzerrung (proportional der dritten Potenz des Objectabstandes) (vergl. §. 199).

Würde man die Abbildung bis zur siebenten, neunten etc. Potenz der Winkel untersuchen, so erhielte man andere und andere Bedingungs-

gleichungen, welche erfüllt sein müssen, damit von einem ebenen Object wieder ein ebenes, correctes und scharfes Abbild entstände.

Verweilen wir bei der Seidel'schen Abbildung und nehmen wir einmal an, es sei ein System frei von den hierbei möglichen fünf Fehlern dritter Ordnung. Dann bildet dasselbe zwar eine in gewisser Entfernung vom System befindliche Ebene aberrationsfrei ab, dagegen ist das Bild einer näher oder entfernter gelegenen Ebene wieder mit Fehlern dritter Ordnung behaftet. Sollen Objecte in allen Entfernungen bis auf Fehler fünfter Ordnung abgebildet werden, so treten zu den Seidel'schen fünf Gleichungen noch neue hinzu, von denen die eine als Herschel'sche Gleichung bekannt ist [1]). In dieser ist nun die Seidel'sche Bedingung S_2, die Fraunhofer'sche genannt, mit enthalten, so zwar, dass im Allgemeinen die eine nicht erfüllt ist, wenn die andere erfüllt worden ist, und umgekehrt; nur wenn die beliebigen, von Punkten der Axe kommenden Strahlen nach ihrem Austritt aus dem System wieder dieselben Winkel mit der Axe bilden, sind gleichzeitig beide Bedingungen erfüllt. Nur beim planparallelen Glase also tritt die gewünschte Abbildung ein.

Aber auch schon die fehlerfreie Abbildung dritter Ordnung einer einzigen Ebene kann man nur bei Anwendung genügend getrennter Flächen erreichen. Setzt man die Abstände der verschiedenen brechenden Flächen von einander gleich Null, so führt bei gleichem Brechungsindex des ersten und letzten Mediums die Erfüllung aller fünf Bedingungen S_1 bis S_5 auf unendlich grosse Brennweiten; also, da das Fernrohr wegen der geforderten Distanzlosigkeit der einzelnen Systemtheile ausgeschlossen ist, auf einen Spiegel oder eine dickenlose Planparallelplatte. Der Abstand der einzelnen brechenden Flächen von einander (Linsendicke) bezw. der verschiedenen Systemtheile (Trennung in zwei Glieder) ist also ein wesentlicher Factor zur Erzielung einer Abbildung höherer Ordnung, auf dessen Wirkung wir noch mehrfach bei Besprechung der verschiedenen Systemtypen zurückkommen werden.

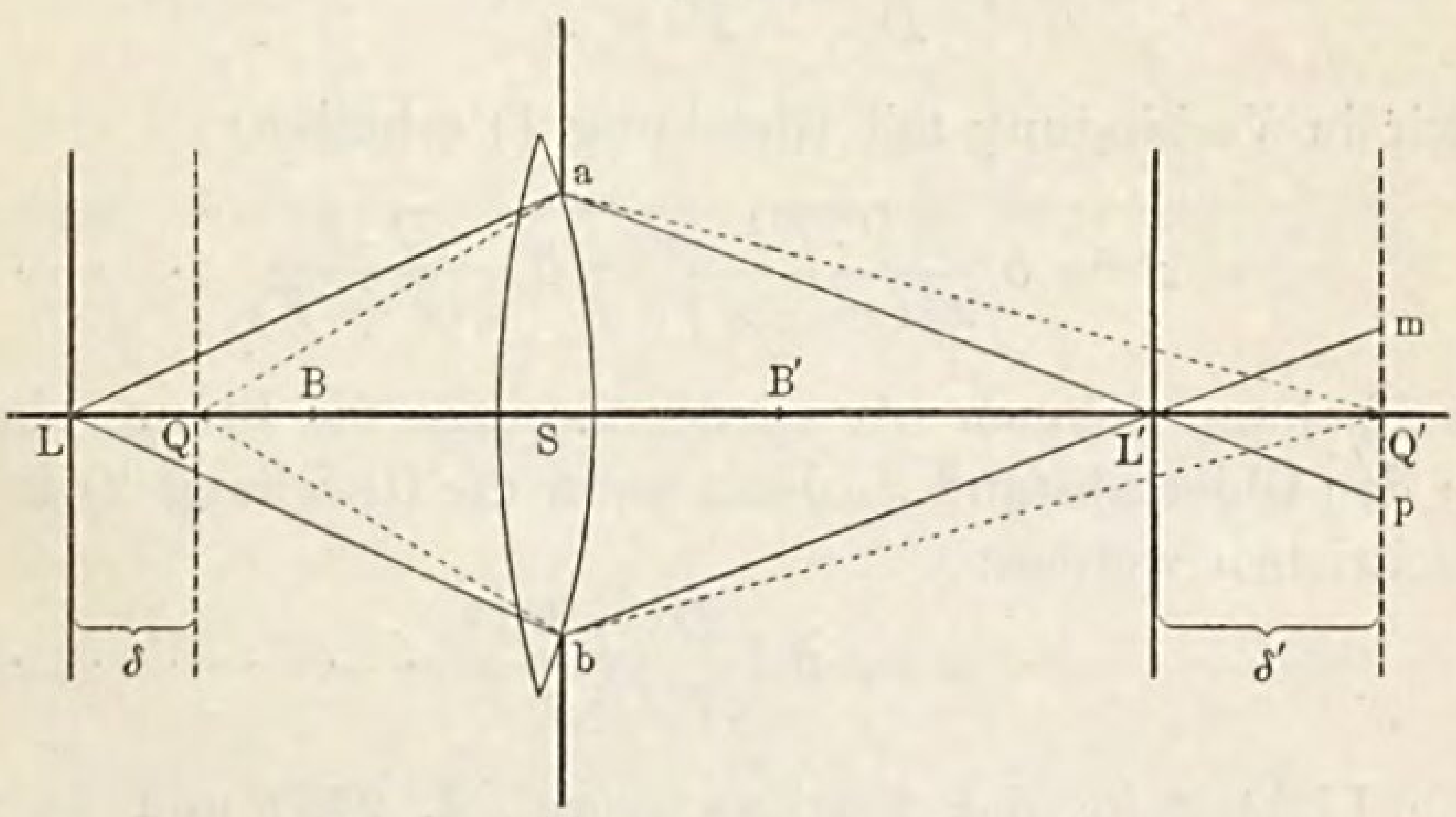
273 **Ueber die Tiefe eines photographischen Objectivs.** Eine weitere Forderung an die Wirkung der photographischen Systeme entsteht dadurch, dass das Bild eines körperlichen Objectes auf einer einzigen Fläche, der photographischen Platte, entworfen wird. Schon die Gauss'sche Abbildung mittelst der Nullstrahlen lehrt nun aber, dass die Entfernung der Bildebene vom System sich ändert, wenn diejenige der Objectebene variirt. Das Auge überwindet diesen der Abbildung durch centrirte Systeme anhaftenden Uebelstand durch das Accommodationsvermögen, indem es schnell nach einander die in verschiedenen Entfernungen befindlichen Objecte fixirt. Bei einem optischen System von constanter Brennweite, wo jedem Objectabstande eine

[1]) L. Seidel, Astr. Nachr., Nr. 1029, S. 326, 1856.

besondere Bildentfernung zukommt, müsste demnach dem Systeme eine in Richtung der optischen Axe fallende Bewegung ertheilt werden, sollte es während der Expositionsdauer wenigstens für einen Bruchtheil derselben von jedem beliebig entfernten Objecte auf der feststehenden Platte einmal ein dioptrisch scharfes Bild entwerfen. Freilich würden während derselben Zeit, wo die eine Objectdistanz scharf gezeichnet wird, die anderen ein verschwommenes Bild liefern, und der Effect ein mit falschem Licht übergossenes, scharf gezeichnetes, flächenhaftes Bild des ganzen ausgedehnten Objectraumes sein.

Bei den gebräuchlichen Systemen, wo der Bildabstand während der Projection bezw. Bildaufnahme derselbe bleibt, kann auch, streng genommen, nur die in einem ganz bestimmten Abstande befindliche Objectebene scharf gezeichnet werden, auf welche vorher scharf eingestellt worden ist. Jede andere Objectebene wird nicht punktweise abgebildet,

Fig. 441.



sondern von ihren Punkten entstehen Kreisflächen, deren Grösse von verschiedenen Factoren abhängt, die wir jetzt näher bestimmen wollen.

Sehen wir zunächst von der Oeffnung des Systems ab und betrachten den Abbildungsvorgang auf dem Boden der Gauss'schen Theorie. In Fig. 441 seien B und B' die Brennpunkte des Systems S, welches von den Objectebenen L und Q die Bildebenen L' und Q' entwirft. Die von L kommenden Strahlen schneiden sich demnach in L', die von Q ausgehenden (punktirt gezeichneten) dagegen in Q', wo die L-Strahlen schon wieder divergiren und die Kreisfläche mp vom Durchmesser z ausfüllen. Es repräsentirt z dann die in Folge des verschiedenen Abstandes LS und QS der beiden Objectebenen bei der benutzten Oeffnung ab des Linsensystems S entstehende Undeutlichkeit des einen Punktes L in der zum anderen Punkte Q conjugirten Bildebene. Um die Grösse von z zu bestimmen, erinnern wir uns der für die Axialvergrösserung im §. 66 abgeleiteten Formel. Danach wird, wenn F und F' die Brennweiten des Systems, δ den Abstand LQ, δ' den Abstand $L'Q'$, x die Entfernung LB und x' die Entfernung $L'B'$ bedeutet, und falls δ gegen x

als klein gelten kann, d. h. wenn wir benachbarte Objectebenen annehmen:

$$\delta' = \delta \cdot \frac{F^2}{x^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Von System zu System variirt in dieser Formel lediglich der Werth von F, vorausgesetzt, dass der Objectabstand x derselbe bleibt.

Ein System zeichnet also um so tiefer, je kleiner seine Brennweite ist.

Aus der Längsaberration δ' ergiebt sich aber laut Fig. 441 leicht auch der Radius z des Zerstreuungskreises mp; denn es verhält sich:

$$\frac{mp}{ab} = \frac{L'Q'}{L'S},$$

oder wenn wir den Durchmesser der Oeffnung mit D bezeichnen:

$$\frac{z}{D} = \frac{\delta'}{F + x'},$$

so dass wir in Verbindung mit Gleichung 1) erhalten:

$$z = \delta \frac{D \,.\, F^2}{x^2 (F + x')} = \delta \frac{D \,.\, F}{x(x + F)} \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

Zur Vereinfachung nehmen wir wieder an, dass die Brennweite F klein sei gegen den Objectabstand x; dann kann die Gleichung 2) in folgender Form geschrieben werden:

$$z = \delta \left(\frac{D}{F}\right) \left(\frac{F}{x}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

wo $\frac{D}{F}$ die Lichtstärke des Systems (vergl. §. 275) und $\frac{F}{x} = \frac{y'}{y}$ die Linearvergrösserung (§. 63) desselben bedeutet. Unsere Gleichungen 2) und 3) führen zu folgenden Sätzen:

1. Zwei Systeme zeichnen gleich tief, wenn sowohl die Brennweite (F) als auch der Oeffnungsdurchmesser bei beiden dieselbe Grösse besitzt und das Object in derselben Entfernung x sich befindet.

2. Bei gleicher Lichtstärke $\left(\frac{D}{F}\right)$ aber ungleich grosser Brennweite (F) zeichnen zwei Systeme gleich tief, sobald die Bildvergrösserung (y'/y) bei beiden dieselbe ist.

3. Bei gleicher Lichtstärke $\left(\frac{D}{F}\right)$ aber ungleich grosser Brennweite wächst für gleich grossen Objectabstand (x) die Tiefe umgekehrt proportional dem Quadrate der Brennweite ($1/F^2$).

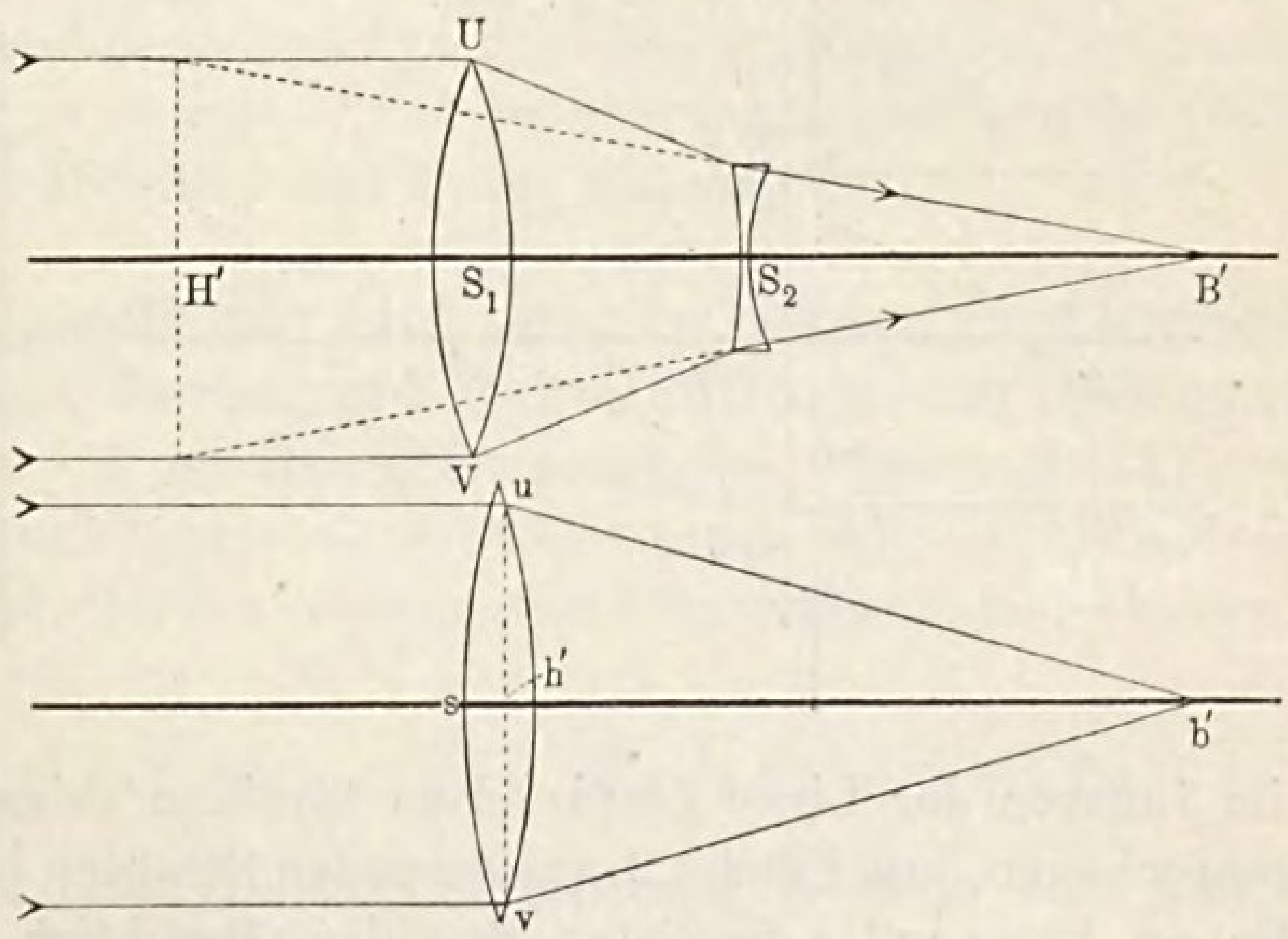
Da die Tiefe im Wesentlichen von der Grösse des körperlichen Winkels der Strahlenbüschel im Bildraume abhängt, so könnte man meinen, bei

geeigneter Construction diesen Winkel trotz gleich bleibender Oeffnung verkleinern und damit die Tiefe erhöhen zu können. Das nach Art der Operngläser zusammengesetzte Teleobjectiv $S_1 + S_2$ (Fig. 442 a) ist in der That eine solche Construction.

Verglichen mit dem Strahlengange bei einer einfachen Linse s (Fig. 442 b), welche dieselbe Vereinigungsweite wie das Teleobjectiv hat, $sb' = S_1 B'$, ist entschieden der Winkel bei B' kleiner, wie derjenige bei b', trotz gleich grosser Oeffnung $UV = uv$; also zeichnet das System $S_1 + S_2$ auch tiefer als die einfache Linse s. Diese Erhöhung der Leistungsfähigkeit in Bezug auf „Tiefe" ist aber nur auf Kosten der Lichtstärke erreicht. Wohl sind bei beiden Systemen Oeffnung und Vereinigungsweite dieselben, nicht aber die Brennweite, welche bekanntlich durch den Abstand des Brennpunktes vom Hauptpunkte bestimmt wird. Der Hauptpunkt ist der Schnittpunkt zwischen dem

Fig. 442 a.

Fig. 442 b.



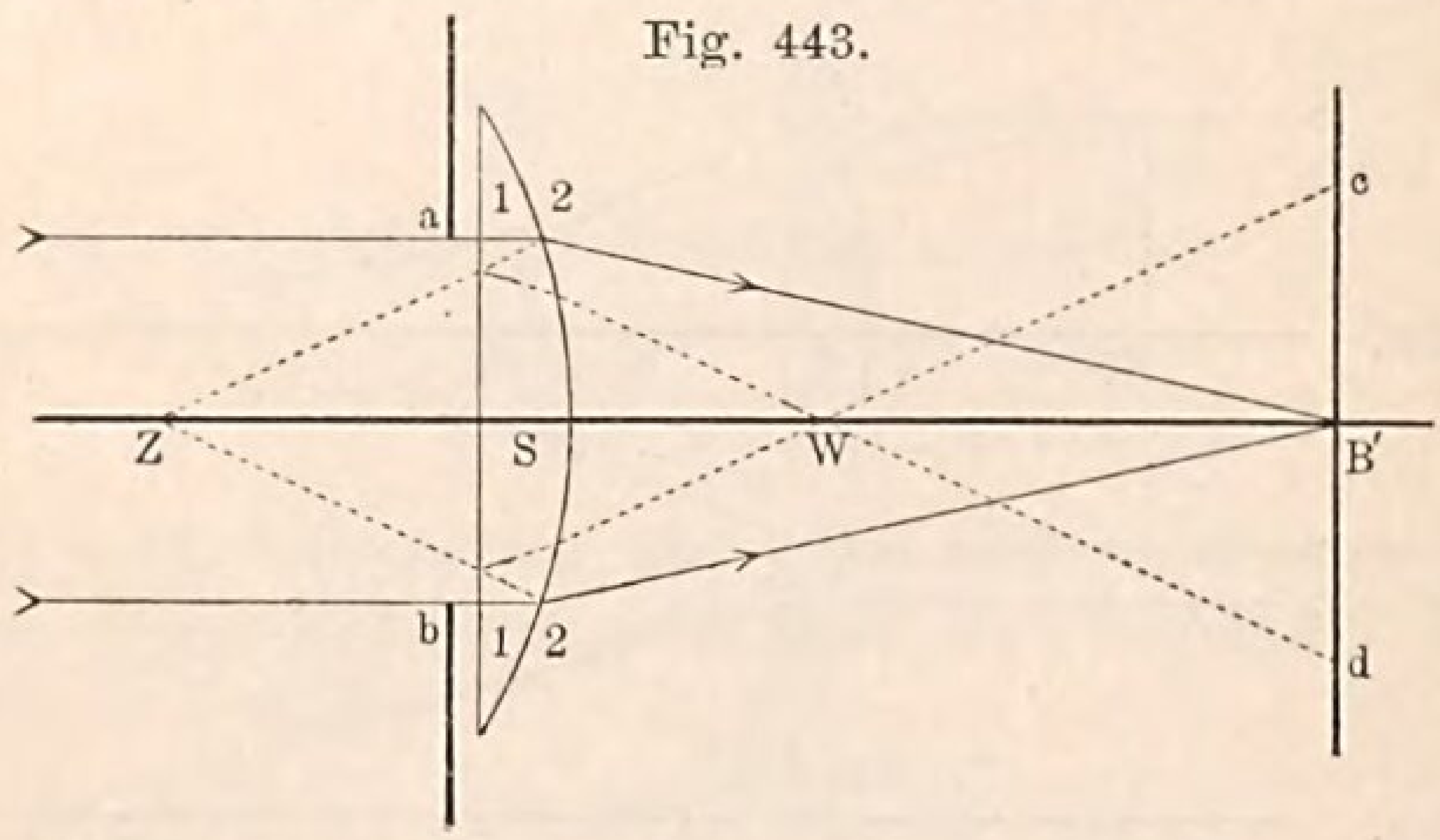
einfallenden und gebrochenen Strahle bezw. dessen Verlängerung (vergl. §. 69 ff.). Liegt also die Hauptebene des Systems $S_1 + S_2$ bei H', und diejenige der Linse s bei h', so ist die Brennweite ($H'B'$) des ersteren beträchtlich grösser als diejenige ($h'b'$) der Linse s. Sobald man bei beiden Systemen ausser der Oeffnung auch die Brennweiten einander gleich macht, wird auch die Tiefe bei beiden dieselbe. Systeme von gleicher Lichtstärke zeichnen also nur dann gleich tief, wenn eine der beiden Grössen, die Brennweite oder die Oeffnung (und damit auch die andere), dem absoluten Betrage nach dieselbe Grösse besitzt. Um also möglichst tiefe Bilder zu erzielen, wird man stets ein Objectiv von sehr kleiner Brennweite wählen, und dann die Oeffnung so eng machen, wie es die Beugung erlaubt, falls nicht die nothwendige Lichtstärke eine grössere Oeffnung erheischt. Das so vom körperlichen Objectraume auf einer Fläche (bezw. Ebene) scharf erhaltene Bild kann man dann so weit vergrössern, als es das Korn der Platte erlaubt. Ein solches Bild ist stets von grösserer Tiefe, als wenn es in gleicher Grösse direct

mittelst eines Systems von passender Brennweite hergestellt worden wäre, wenigstens auf Grund theoretischer Ueberlegung [1]).

274 **Katadioptrische Nebenbilder. Spiegelflecke.** Der durch die Spiegelflecke verursachte Fehler ist bei den neueren Objectiven meistens vermieden. Gleichwohl werde der Vollständigkeit halber auf denselben kurz hingewiesen.

Ausser dem Bilde, welches eine Linse von einem Objecte mittelst der gebrochenen Strahlen entwirft, entsteht ein mehr oder weniger deutliches Abbild mittelst der zwischen den beiden Linsenflächen theilweise reflectirten Lichtstrahlen. Man bezeichnet die Wirkung dieser durch das Reflexlicht erzeugten secundären, „katadioptrischen" Bilder eines Punktes auf der Platte mit dem Namen „Spiegelflecke". In Fig. 443 ist für parallel einfallendes Licht der Strahlengang dieser

Fig. 443.



zweimal im Inneren der Linse gespiegelten Strahlen skizzirt. Schneiden sich die gebrochenen, aus Fläche 2 austretenden Strahlen im Brennpunkte B', so die an Fläche 2 reflectirten Strahlen (punktirt gezeichnet) im Punkte Z und die nach einander an Fläche 2 und 1 gespiegelten Strahlen im Punkte W, so dass in der Ebene B' ein Lichtfleck cd entsteht, der dem unendlich entfernten Objectpunkte zukommende Spiegelfleck. Je grösser man die Oeffnung ab der Linse macht, um so grösser wird auch der Spiegelfleck cd, so dass die Lichtstärke pro Flächeneinheit auf dem Fleck unverändert bleibt, da ja die grössere Lichtmenge sich auf eine entsprechend grössere Fläche vertheilt.

Die Lage des Vereinigungspunktes W der gespiegelten Strahlen hängt ab von der Krümmung der beiden Linsenflächen. Am schädlichsten wirkt der Spiegelfleck, wenn W nahe mit B' zusammenfällt; dann entsteht über dem dioptrischen Abbilde ein wenn auch noch undeutliches katadioptrisches Bild des Objects. Um den schädlichen Einfluss dieses Nebenbildes zu vermindern, wird man daher die Linsenkrümmung

[1]) Denn es wächst bei constantem x der Zerstreuungskreis proportional F^2, die Bildgrösse (y') aber nur proportional F, da $y'/y = \frac{F}{x}$ ist.

so wählen, dass der Punkt W möglichst weit vom Brennpunkte B' abliegt. Dann vertheilt sich das gesammte, im Punkte W vereinigte Licht über das ganze dioptrische Abbild, dessen Helligkeitscontraste zwar vermindernd, aber ohne störende „Spiegelflecke" zu verursachen.

Sind mehrere brechende Flächen vorhanden, so entsteht eine ganze Anzahl von solchen Nebenbildern, und es wächst die Anzahl der Spiegelflecke. Wenn nun bei guten Objectiven die Lage der verschiedenen Spiegelbilder auch möglichst günstig gewählt ist, so bleibt doch der wesentliche Nachtheil bestehen, dass erstens dem dioptrischen Bilde Licht durch Reflexion entzogen wird, und dass zweitens die Lichtcontraste durch das von den Spiegelbildern kommende Licht vermindert werden. Hierdurch wird das Bild „verschleiert" und es verliert, wie eine mit Nebel übergossene Landschaft, an Klarheit und scheinbar an Tiefe oder an „Plastik" und „Brillanz", wie man zu sagen pflegt.

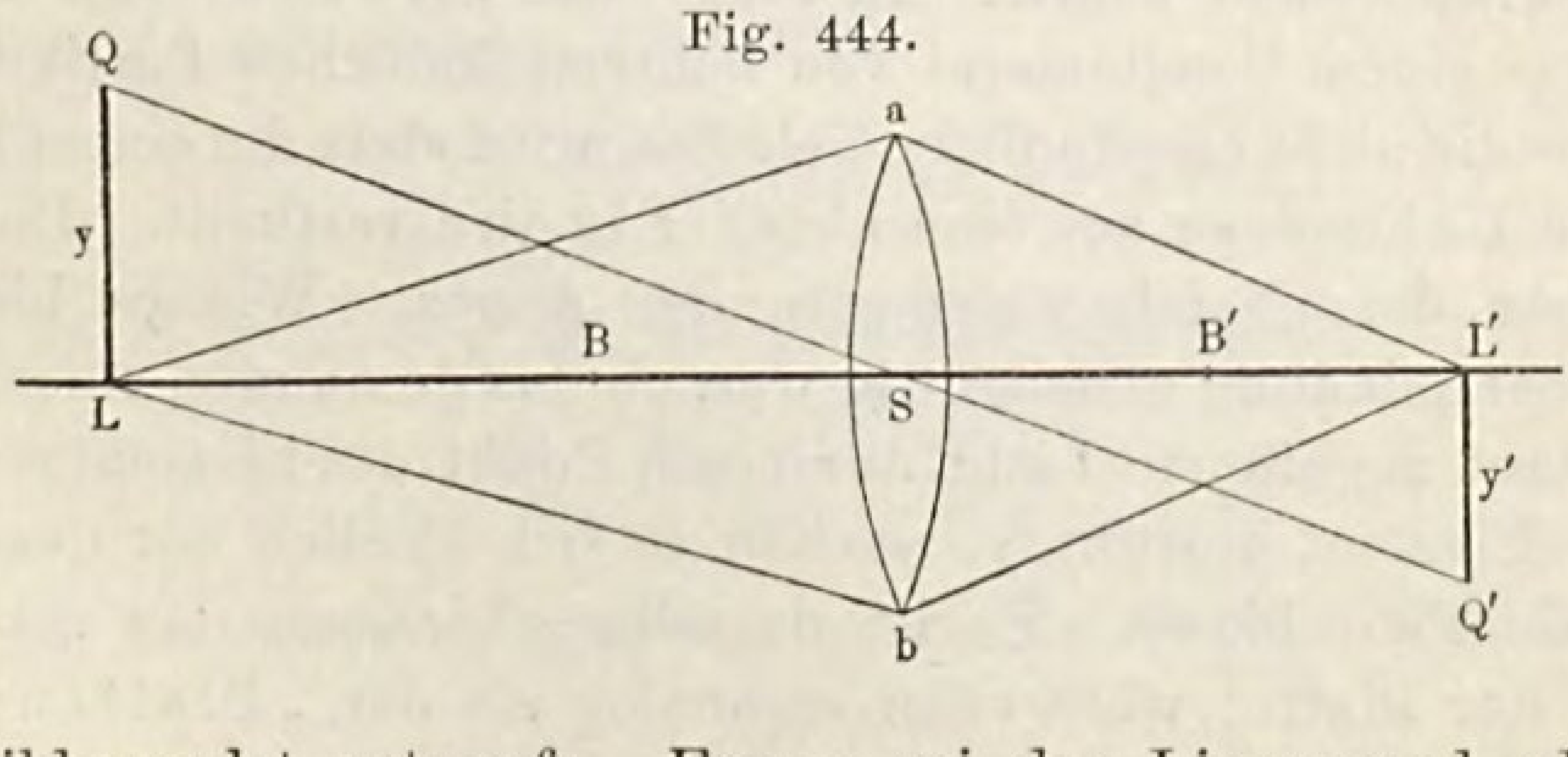
Es ist leicht einzusehen, dass nur diejenigen brechenden Flächen, welche gegen Luft grenzen, von schädlicher Wirkung sind, während die Kittflächen um so weniger Licht reflectiren, je geringer die Differenz der Brechungsquotienten der verkitteten Gläser ist.

Abhängigkeit der Lichtstärke photographischer Bilder von der Brennweite und der Oeffnung der benutzten Objective. 275 Wie bei der Helligkeit gesehener Objecte (§. 231) wollen wir auch hier bei der Frage nach der Lichtstärke objectiver Bilder und deren Gesetzen unterscheiden zwischen punktförmigen und flächenhaften Objecten.

1. Lichtstärke eines punktförmigen Bildes.

Es sei der abzubildende Gegenstand L (Fig. 444) ein absoluter Lichtpunkt, z. B. ein Stern, von welchem die Linse S ebenfalls einen

Fig. 444.



exacten Bildpunkt entwerfe. Ferner sei der Linsenrand ab zugleich die wirksame Begrenzung der Strahlenbüschel, sowohl im Object- wie Bildraume, d. h. es sei die Linsenoberfläche die wirksame Eintritts- und Austrittspupille. Später werden wir auch den Fall erörtern, wo ausser der Linse S eine Blende vorhanden ist, deren Bilder im Object- bezw. Bildräume die Eintritts- und Austrittspupille vorstellen.

Unter diesen Annahmen hängt die Intensität in einem Bildpunkte L' lediglich ab von der Strahlenmenge, welche ihm durch die Linse S vom conjugirten Objectpunkte L zugeführt wird. Diese ist aber, wie wir schon vom Auge her wissen (§. 231), einfach proportional der Linsenoberfläche und umgekehrt proportional dem Quadrate des Objectabstandes LS. Von der Brennweite $F = SB' = SB$ der Linse ist die Lichtstärke ganz und gar unabhängig, wenigstens so lange die Linse einen wirklichen Bildpunkt erzeugt, bezw. sich die aufgenommene und vom System dem Bilde zugeführte Lichtmenge mit der Brennweitenänderung nicht über eine grössere Fläche ausbreitet. Bezeichnen wir den Linsendurchmesser oder die Oeffnung des Systems mit D und den Objectabstand mit E, so ist die Intensität im Bildpunkte proportional

$$\frac{1}{E^2} \cdot D^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Wir erhalten somit bei der Abbildung **punktförmiger** Gebilde oder Sterne folgende Gesetze:

1. Die Lichtstärke ist umgekehrt proportional dem Quadrate des Objectabstandes.

2. Bei einem und demselben Objectabstande wächst die Lichtstärke proportional dem Quadrate der Oeffnung, ist dagegen von der Brennweite des Objectivs vollkommen unabhängig.

Als wesentlich für die Ableitung dieses vom Verf. „Punktgesetz“ genannten Gesetzes war vorausgesetzt worden, dass das System einen Punkt als Punkt abbildet. Fixirt man das von der Linse entworfene Bild auf einer photographischen Platte, so tritt ein neues Moment hinzu, welches jene Voraussetzung in gewissem Grade beseitigt, ohne die Gültigkeit des Punktgesetzes aufzuheben, und das ist die Beschaffenheit der photographischen Platte. In Folge des „Korns“ der Platte, bestehend aus einem Conglomerat von lichtempfindlichen Partikelchen, eingebettet in die nicht empfindliche Gelatine, wird stets die einem Bildpunkte zugeführte Lichtmenge auf eine kleine Fläche vertheilt. Das Korn ist vergleichbar dem Netzhautelemente des Auges. Wie es hier für die Helligkeitsempfindung gleichgültig war, ob das gesammte, einem Elemente der Netzhaut zugeführte Licht nur einen Punkt des Elementes trifft oder das ganze Element ausfüllt, so verhält es sich ähnlich mit dem Korn der photographischen Platte. Es ist dasselbe gleichsam das „empfindende Element“ der Platte; wir wollen es analog als das „Plattenelement“ bezeichnen.

Unbeschadet der Lichtstärke, und somit der photographischen Wirkung, darf also der „Bildpunkt“ die Grösse des Plattenelementes annehmen; sobald aber die dem Objectpunkte conjugirte Bildfläche das Plattenelement an Ausdehnung übertrifft, hört von da an auch die Gültigkeit des Punktgesetzes auf. Gemäss ihm ist nur dann ein Objectiv von

doppelter, dreifacher etc. Oeffnung viermal, neunmal etc. so lichtstark, wenn bei dieser Vergrösserung der Oeffnung die Bilder der Objectpunkte höchstens gleich gross mit den Plattenelementen sind.

Bei der Himmelsphotographie erhält man also bei Vergrösserung der Oeffnung des Objectivs nur unter der Voraussetzung noch neue, lichtärmere Sterne, dass hierbei das Sternbild stets kleiner als das Element der benutzten Platte bleibt [1]).

Um daher lichtstarke Objective zur Aufnahme von Sternen zu gewinnen, bleibt nichts anderes übrig, als alle Dimensionen des Objectivs zu vergrössern.

2. Lichtstärke eines flächenhaften Objectes.

Ist das Object eine ausgedehnte Fläche, deren Bild stets eine grosse Anzahl von Plattenelementen einnimmt, so vertheilt sich die gesammte, durch das System vom Objecte zum Bilde geführte Lichtmenge auf eine um so grössere Fläche, je grösser das Bild ist. Die auf die Linse auffallende Lichtmenge ist nun proportional der Grösse des Objectes und der Linsenfläche, aber umgekehrt proportional dem Quadrate des Objectabstandes, also bei Benutzung der früheren Bezeichnungen proportional:

$$\frac{y^2 . D^2}{E^2}.$$

Diese ganze Lichtmenge vertheilt sich auf die Bildfläche, die ihrerseits proportional $(y')^2$ ist. Um die Lichtstärke pro Flächeneinheit im Bilde zu erhalten, dividiren wir obigen Ausdruck durch y'^2 und erhalten:

$$\left(\frac{y}{y'}\right)^2 \cdot \left(\frac{D}{E}\right)^2$$

Gemäss unseren Fundamentalgleichungen (§. 63) gilt nun, wenn BL mit x und $B'L'$ mit x' bezeichnet wird:

$$\frac{y'}{y} = \frac{F}{x} \quad \text{und} \quad x x' = F^2,$$

also wird, da $E = x + F$ ist, die gesuchte Intensität proportional

$$\left(\frac{x}{x+F}\right)^2 \cdot \left(\frac{D}{F}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3\,\text{a})$$

und falls die Brennweite F gegen den Objectabstand x klein ist,

$$\left(\frac{D}{F}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

[1]) In Folge der eigenthümlichen Lichtvertheilung im Zerstreuungskreise darf aber das Sternbild noch mehr als ein Plattenelement ausfüllen, ohne dass das „Punktgesetz“ seine Gültigkeit verliert. Näheres siehe bei O. Lummer, „Einiges zur Correction dioptrischer Systeme“. Verhandlungen d. Physik. Gesellsch. zu Berlin, Jahrg. 14, Nr. 2, 1895.

Unser Resultat sagt aus, dass bei Abbildung flächenhafter Gebilde gilt:

1. Die Lichtstärke des Bildes ist bei einem und demselben Objectiv unabhängig von der Entfernung des Objectes[1]).

2. Die Lichtstärke wächst mit dem Quadrate der Oeffnung und nimmt ab mit dem Quadrate der Brennweite, oder kürzer ausgedrückt, die Lichtstärke ist proportional dem Quadrate des Oeffnungsverhältnisses $\left(\frac{D}{F}\right)$.

3. Zwei Objective sind von gleicher Lichtstärke, wenn bei beiden das Oeffnungsverhältniss $\left(\frac{D}{F}\right)$ denselben Werth hat.

Für die Aufnahme von ausgedehnten Objecten ist es also in Bezug auf die Lichtstärke ganz gleichgültig, ob dieselbe bei gleichem Oeffnungsverhältniss mit einem sehr kleinen oder sehr grossen Objectiv gemacht wird. Die Vergrösserung aller Dimensionen eines Objectivs bringt also für die Photographie flächenhafter Objecte keinen Lichtgewinn mit sich; sie bewirkt einzig und allein eine Vergrösserung des Bildes.

Nur für diejenigen flächenhaften Sterngebilde des Himmels, welche von so kleinen Dimensionen sind, dass sie bei kleinem Objectiv mit kurzer Brennweite als Punkt, bei grossem Objectiv mit langer Brennweite aber als Fläche erscheinen, hat die Vergrösserung der Dimensionen so lange einen Nutzen, als die Bildgrösse noch nicht diejenige der Plattenelemente erreicht hat. Steigt für solche Gebilde die Lichtstärke anfangs gemäss dem Punktgesetz, also proportional dem Quadrate der Oeffnung, so tritt bei einer gewissen Dimension des Objectivs das Flächengesetz in sein Recht, und der Lichtgewinn hört bei weiterer Vergrösserung der Dimensionen auf.

276 **Einfluss der Blendenstellung auf die Lichtvertheilung im Bilde.** Bei den im vorigen Paragraphen abgeleiteten Lichtgesetzen haben wir der Einfachheit wegen angenommen, dass der Linsenrand zugleich auch die einzige Blende sei, so dass die Linsenfläche selbst zugleich die Rolle der Eintritts- und Austrittspupille spielt. In diesem Falle kommen alle die Linse treffenden Strahlen zur Wirksamkeit. Und da von einem ausseraxialen Punkte Q (Fig. 444) ebenso viel Strahlen die Linse treffen, wie beim Axenpunkte, so ist auch die Lichtstärke in den seitlichen Bildpunkten dieselbe, wie in der Bildmitte, so dass die Lichtgesetze unverändert auch für alle Objectpunkte gelten müssen.

Anders verhält es sich, wenn nicht der Linsenrand selbst die Strahlenbüschel begrenzt, sondern ausser der Linse S (Fig. 445) noch

[1]) Natürlich nur unter der gemachten Annahme, dass F klein gegen x ist. Für $x = F$ ist z. B. der vernachlässigte Factor $\left(\frac{x}{x+F}\right)^2$ schon $1/4$ für $x = 1/2 F$ sogar gleich $1/9$ u. s. w.

eine Blende P vorhanden ist. Den allgemeinen Gesetzen über die Strahlenbegrenzung (§. 250) gemäss ist die Eintrittspupille in diesem Falle das Bild, welches die Linse von der Blende im Objectraume entwirft, die Austrittspupille das Bild der Blende, von der Linse im Bildraume entworfen. Liegt, wie in Fig. 445, die Blende vor der Linse, so ist sie selbst die Eintrittspupille und ihr Bild die Austrittspupille; umgekehrt verhält es sich, wenn die Blende hinter der Linse liegt. Nur die nach ihr zielenden und die Linse S treffenden Strahlen kommen zur Wirksamkeit. Jedenfalls gelten aber auch hier, wie in dem Falle, dass keine Blende vorhanden ist, für den Axenpunkt L ohne Weiteres die im vorigen Paragraphen abgeleiteten Lichtgesetze, wenn man in ihnen statt der Linsenfläche diejenige der Eintrittspupille einführt und letztere als Oeffnung betrachtet.

Von den ausseraxialen Punkten jedoch kommen von einer gewissen Distanz LQ ab um so weniger Strahlen zur Wirksamkeit, je grösser ihr

Fig. 445.

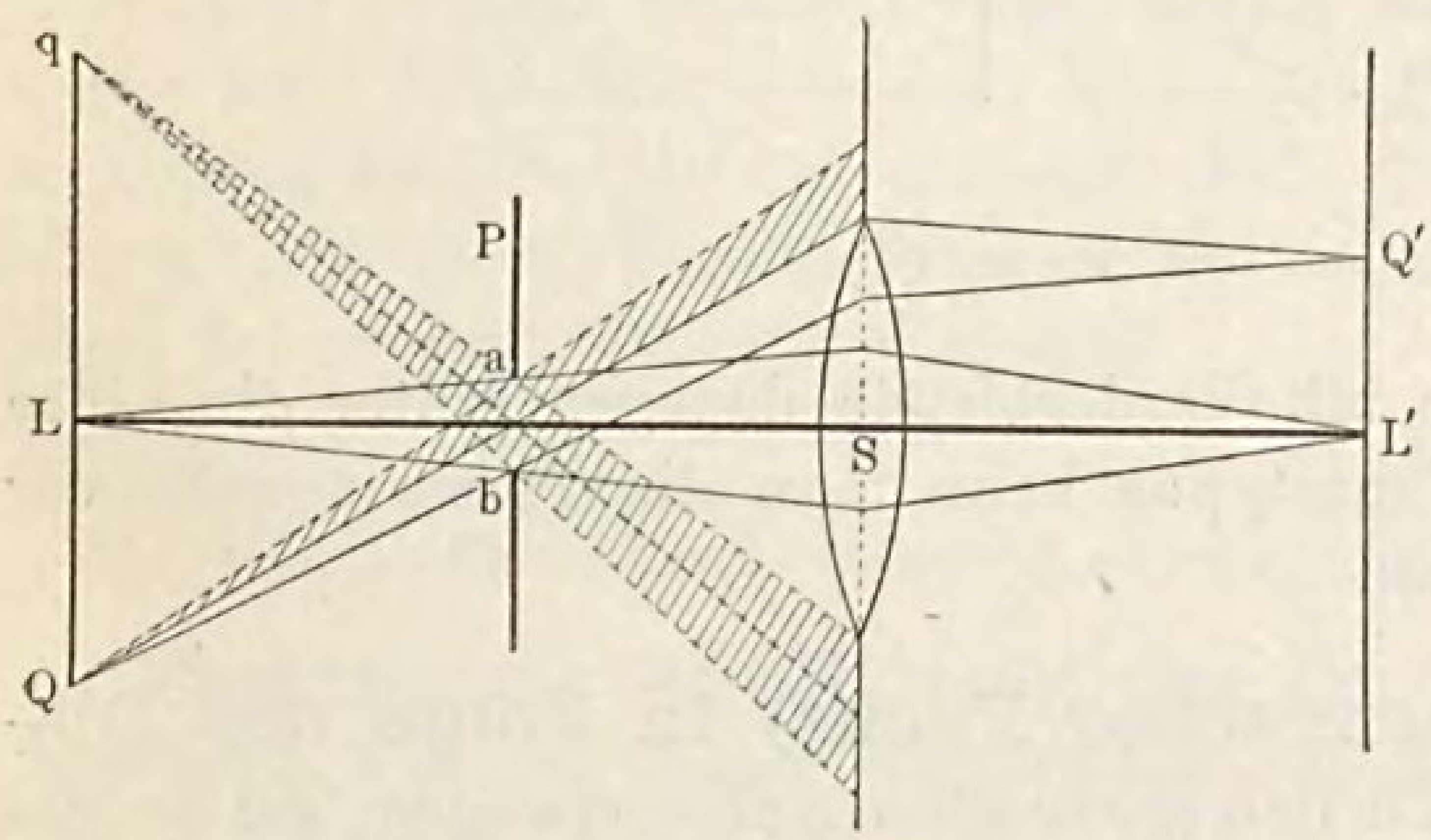
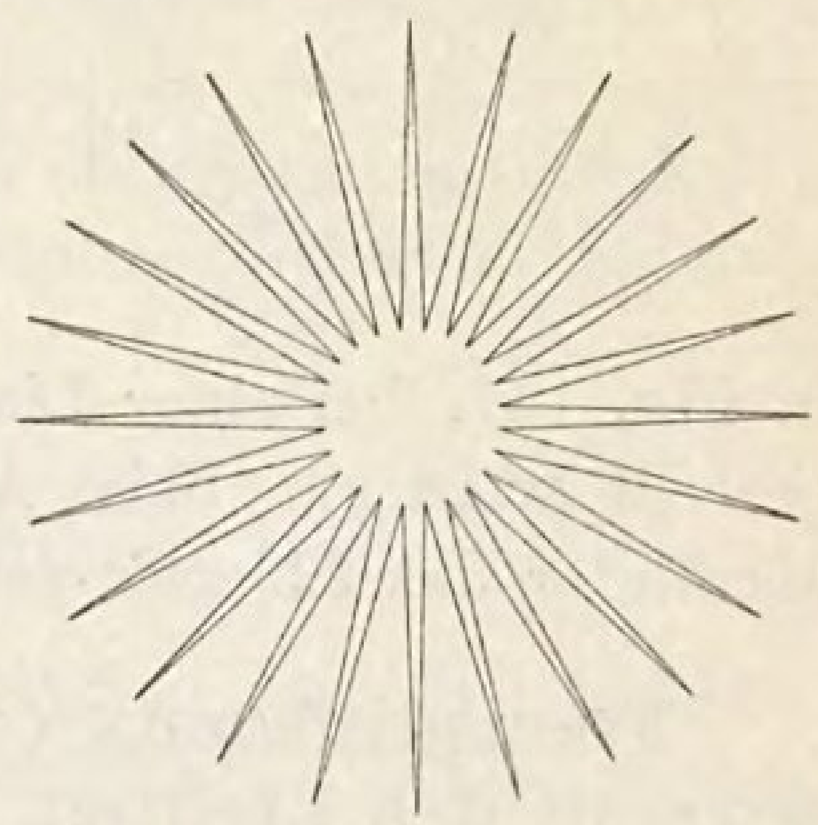


Fig. 446.



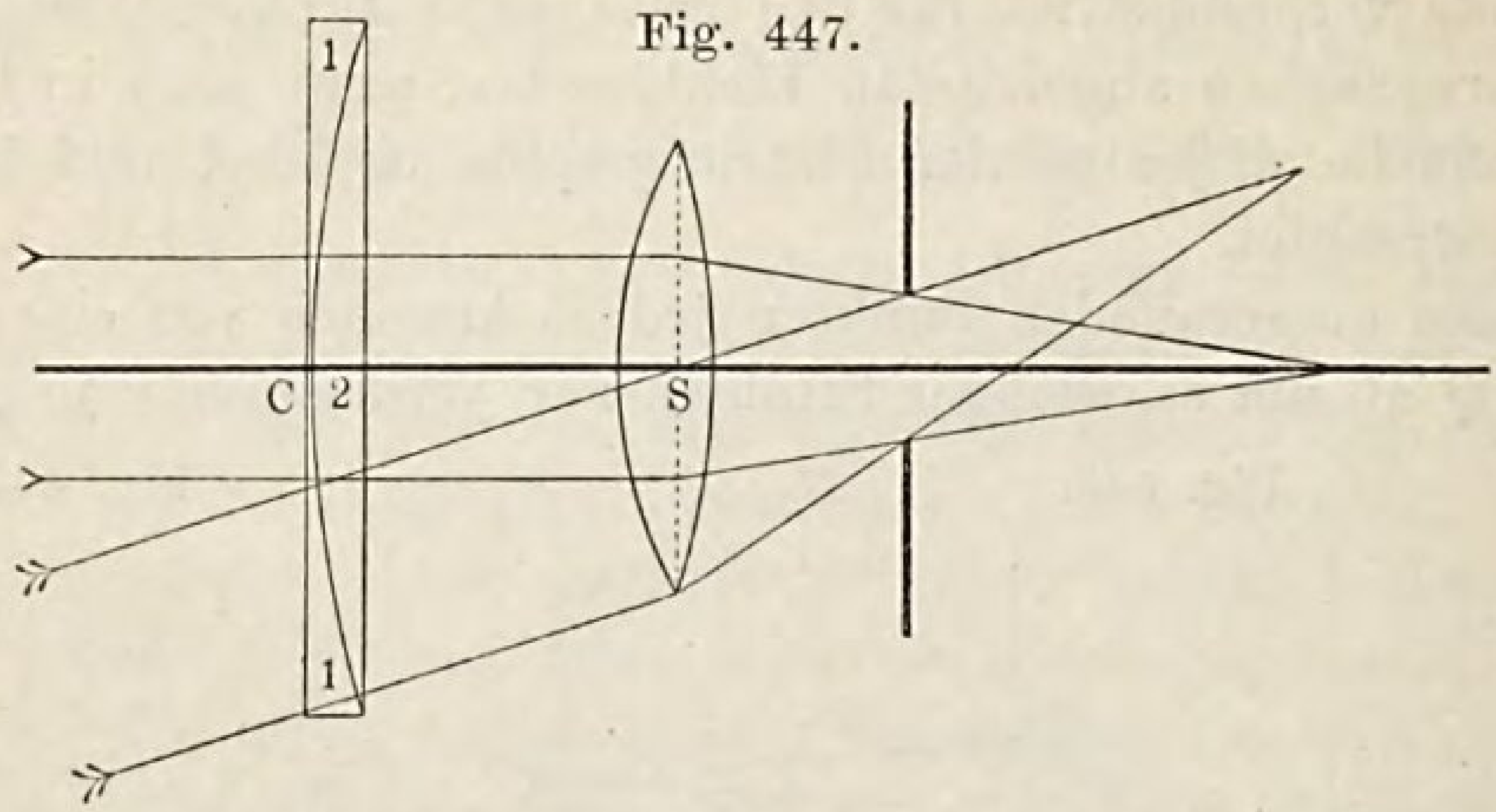
senkrechter Abstand von der Systemaxe ist. Ist dieser Abstand gleich oder grösser als Lq, so trifft vom Objectpunkte überhaupt kein Strahl die Linse. Bewirkt somit die Blende eine Lichtabnahme in gewisser Weise von der Bildmitte nach dem Rande hin, so begrenzt sie andererseits das Gesichtsfeld und spielt die Rolle der Gesichtsfeldblende. Je weiter die Blende von der Linse absteht, um so kleiner ist das Sehfeld und um so kleiner der gleichmässig beleuchtete Theil des Bildes.

Die Folge der Lichtabnahme am Rande des Bildes ist beim Photographiren Unterexposition des Bildrandes, wenn die mittlere Partie ausexponirt ist, bezw. Ueberexposition der Mitte, wenn der Rand richtig belichtet ist.

Um diesem Uebelstande abzuhelfen, hat man mehrere Mittel versucht. Auf Kosten der Lichtstärke für alle Bildpunkte erhält man ein fast bis zum Rande gleichmässig beleuchtetes Bild, wenn man die Blende sehr eng macht. Nur die mittleren Theile des Bildes büssen an Lichtstärke ein bei Anwendung der die Centralstrahlen ganz abblendenden sogenannten Sternblenden (Fig. 446), welche nach gewisser Expositionszeit vor das Objectiv gesetzt und in Rotation versetzt werden.

Auf einem ganz anderen Princip beruht der von A. Miethe [1]) angegebene Compensator C (Fig. 447). Derselbe besteht aus einer dünnen, planconvexen Rauchglaslinse 2, welche mit einer ebenfalls dünnen, planconcaven Linse 1 aus durchsichtigem Glase von gleichem Brechungsindex zu einer Planparallelplatte verkittet ist. Da das Rauchglas das Licht jeder Farbe proportional seiner Glasdicke absorbirt, und die Platte in der Mitte dicker ist als am Rande, so schwächt sie die centralen Strahlenbüschel mehr als die schiefen Büschel, ohne den Strahlengang zu stören. Bei einer Linse mit Hinterblende muss diese Platte vor die Linse, wie

Fig. 447.



in Fig. 447, bei einer Linse mit Vorderblende dagegen hinter die Linse gestellt werden. Beim Aplanattypus kann man die Platte sowohl vor als hinter das Objectiv setzen.

277 **Focusdifferenz (chemischer Focus) in Folge der Dispersion des Lichtes.** Zu den genannten Anforderungen, die an ein photographisches Objectiv gestellt werden, treten nun noch weitere Bedingungen in Folge der mit der Brechung des Lichtes verbundenen Farbenzerstreuung. Wir wissen schon aus der Lehre von der Achromasie der Linsensysteme, dass nur dann von einem weissen Objecte ein längs seiner ganzen Ausdehnung farbenfreies, also weisses Bild entsteht, wenn sowohl die Schnittweiten wie auch die Brennweiten für die verschiedenen Farben dieselben sind, und zwar für jede einzelne Zone des Systems. Auch haben wir erörtert, auf welche Weise man die farbigen Fehler vermeidet (vergl. §. 207 ff.). Wir wollen annehmen, ein Objectiv genüge den gestellten Bedingungen vollkommen und entwerfe für das Auge ein absolut farbloses Bild von gleicher Farbenreinheit, wie sie das Object besitzt. Dann liefert gleichwohl ein solches System noch kein tadelloses Bild, wenn man es mittelst einer photographischen Platte aufnimmt. Vielmehr würde das fixirte Bild trotz vorhergegangener scharfer Einstellung durch das Auge undeutlich sein und den Eindruck machen, als ob nicht scharf eingestellt worden wäre. Der Grund hierfür liegt

[1]) Dr. A. Miethe, „Photographische Optik“, S. 95, Berlin 1893. Verlag von R. Mückenburger.

darin, dass die photographische Platte für einen anderen Spectralbezirk empfindlich ist, als das menschliche Auge. Um daher an der gleichen Stelle ein für das Auge und die Photographie gleich deutliches Bild zu erzielen, müssen vor Allem die optisch wirksamsten mit den chemisch wirksamsten Strahlen vereinigt werden; ausserdem muss für letztere die sphärische Aberration gehoben sein. Es folgt hieraus, dass eigentlich sogar für jede Art von photographischen Platten, ob gewöhnliche oder farbenempfindliche, die Objective besonders zu berechnen sind.

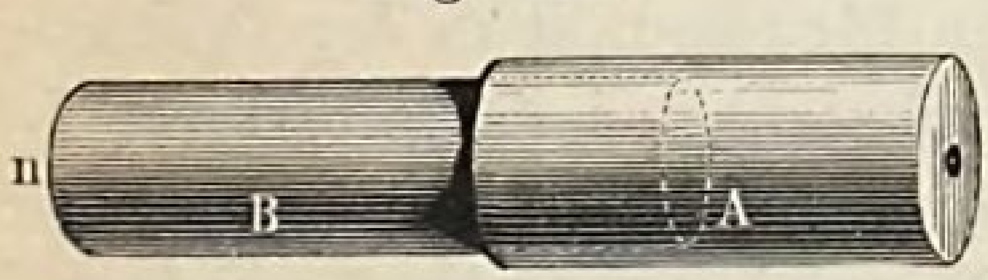
Bei Verzicht auf die Coincidenz des optischen und chemischen Focus wird man freilich im Allgemeinen eine grössere Anzahl von chemisch wirksamen Strahlen vereinigen können und so ein in chemisch photographischer Hinsicht farbenfreieres und lichtstärkeres Bild erzielen. Dafür müsste man in solchem Falle aber die Stelle des schärfsten Bildes auf photographischem Wege aufsuchen oder aber mittelst eines blauvioletten Glases einstellen.

Diese Focusdifferenz könnte aber auch ein- für allemal durch eine Correction beseitigt werden, wenn sie für alle Objectentfernungen constant wäre. Man brauchte dann bloss die Platte um diese Strecke von der matten Scheibe entfernt einzuschieben. Dies ist aber nicht der Fall; vielmehr variirt die Focusdifferenz recht bedeutend mit der Objectdistanz, zumal bei grosser Nähe des Objectes.

II. Die durch eine Oeffnung erzeugten Bilder. Lochcamera.

Entstehung des Lochbildes im Sinne der Strahlen- 278
theorie. Um die durch Menschenverstand der Natur abgerungenen Leistungen besser verstehen und würdigen zu können, wollen wir zuerst die einfachste Art der Bilderzeugung behandeln, welche die Natur uns gleichsam von selbst, ohne unser Zuthun, darbietet: Die Abbildung durch eine kleine Oeffnung. Versieht man den Fensterladen eines sorgfältig verdunkelten Zimmers mit einer genügend kleinen Oeffnung irgend welcher Gestalt und stellt vor dieselbe einen weissen Schirm, so sieht man auf der der Oeffnung zugewendeten Seite des Schirmes ein Bild der aussen befindlichen Gegenstände. Das Bild ist reell und umgekehrt gleich wie das von einer Sammellinse entworfene Bild.

Fig. 448.



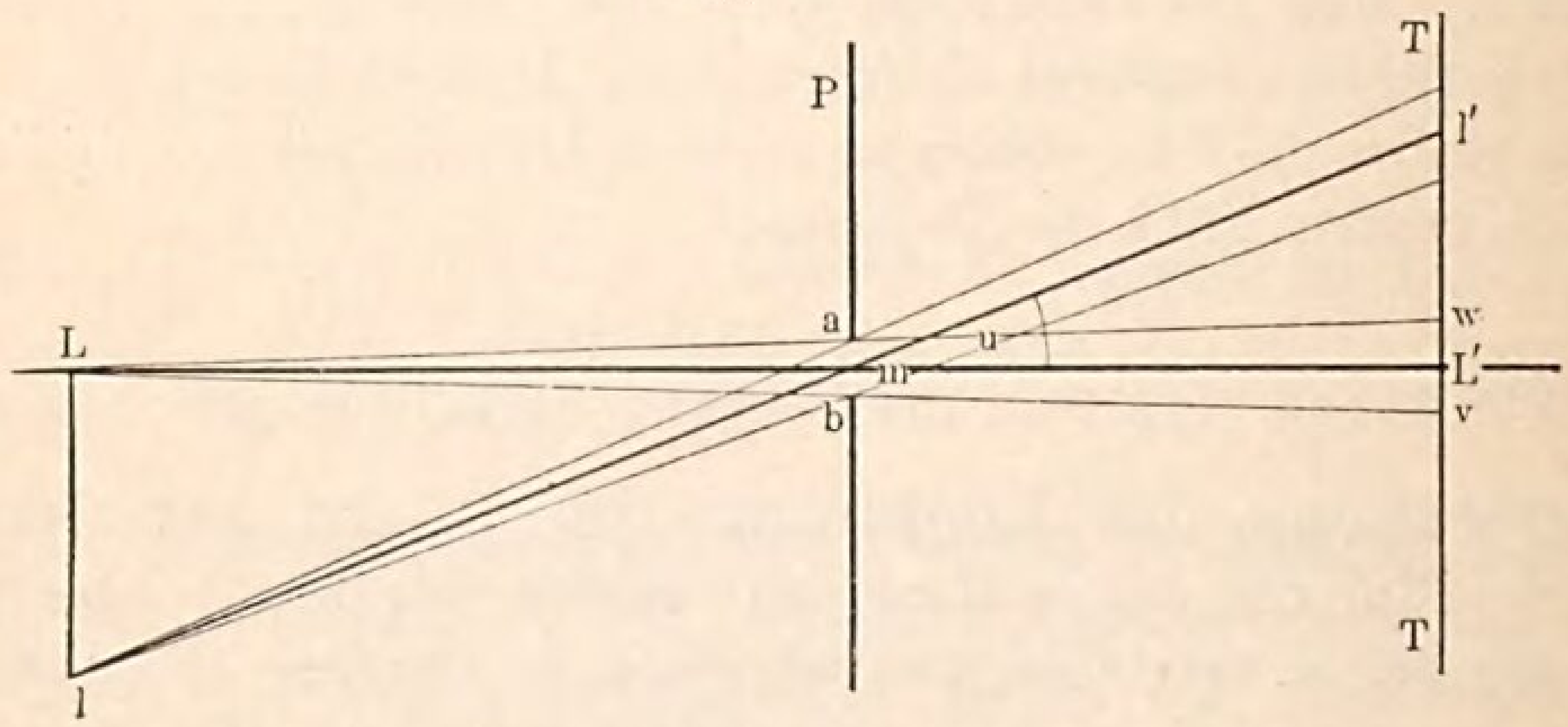
Diese Erscheinung auf die eben erwähnte Art zu beobachten, hat man nicht immer die passenden Räumlichkeiten; mit einem sehr einfachen Apparate lässt sie sich überall zeigen. In einer Röhre A, Fig. 448, lässt sich eine zweite, B, aus- und einschieben, wie sich eine Fernrohrröhre in die andere schieben lässt. Die Röhre A ist auf der einen (in unserer Figur der rechten) Seite durch einen dünnen Deckel verschlossen, in dessen Mitte sich ein kleines, ungefähr ein Millimeter weites Loch be-

findet. Die andere Röhre, *B*, ist an dem der kleinen Oeffnung zugekehrten Ende mit einem matt geschliffenen Glase oder auch mit einem halbdurchsichtigen Papiere (Durchzeichenpapier) verschlossen. Sieht man nun von *n* aus in die Röhre *B*, so erblickt man auf dem durchscheinenden Schirme die verkehrten Bilder der Gegenstände, gegen welche der Apparat gerichtet ist.

Um die Vorzüge und Mängel der Lochbilder näher kennen zu lernen, müssen wir erst die Entstehung derselben uns klar machen. Dieselben sind im Wesentlichen eine Folge der im Allgemeinen geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes, welche dadurch ihren Ausdruck gefunden hat, dass man sagt, das Licht breite sich strahlenförmig aus. Halten wir zunächst an dieser Vorstellung fest; wir werden nachher von selbst auf die Unrichtigkeit dieser Annahme in dem speciellen Falle geführt, dass die Oeffnung sehr klein ist.

Es sei in der Metallplatte *P* (Fig. 449) eine kreisförmige Oeffnung *ab* angebracht, deren Durchmesser *D* beliebig klein gemacht werden

Fig. 449.



kann. Senkrecht zur Platte und durch den Mittelpunkt *m* der Oeffnung verlaufe die Gerade *LmL'*, zu welcher senkrecht bei *L* das Object *Ll* gelegen sei. Es gelange von den einzelnen Objectpunkten Licht nur durch die Oeffnung *ab* auf den hinter der Wand *P* in der Entfernung *mL* befindlichen weissen Schirm *TT*.

So lange nur ein einzelner leuchtender Punkt *L* vorhanden und der Oeffnungsdurchmesser *D* ein beträchtliches Vielfaches der benutzten Wellenlänge des Lichtes ist, entsteht bei *wv* ein heller Fleck, dessen Gestalt ähnlich der Oeffnung *ab* ist und ziemlich scharfe Grenzen hat.

Bei kreisförmigem Querschnitte ist also auch der Bildfleck kreisförmig, falls der auffangende Schirm die Büschelaxe senkrecht schneidet. Dies ist bei schiefen Büscheln nicht mehr der Fall, und zwar werden die Bildflecke am Rande immer mehr und mehr elliptisch.

Bei unendlich fernem Objectpunkte ist der Durchmesser des Bildfleckes nur unendlich wenig grösser als derjenige der Oeffnung, welches auch der Abstand *ML'* des auffangenden Schirmes sei. So lange also die Oeffnung nicht unter eine gewisse Grösse herabgeht, so dass die geradlinige

Fortpflanzung erhalten bleibt, entspricht jedem Objectpunkte l eine scharf begrenzte, mehr oder weniger kreisförmige, kleine Bildfläche, welche auf der Verbindungslinie von Objectpunkt und Mitte der Oeffnung gelegen ist. Es entsteht also eine gewisse Abbildung, bei welcher jedem Punkte ein Zerstreuungskreis zukommt, von gleicher Ausdehnung, wie die bilderzeugende Oeffnung. Das Bild der Lochcamera ähnelt demnach einem unscharf eingestellten Linsenbilde.

Je grösser der Schirmabstand ist, um so weniger überlagern sich die den verschiedenen Objectpunkten conjugirten Bildflecke, um so mehr Einzelheiten zeigt das Lochbild, da ja wenigstens bei grossem Objectabstande der Durchmesser des Bildfleckes sich nur mässig mit dem Schirmabstande ändert. Dies ist auch der Grund dafür, dass sich das Lochbild fast in allen Entfernungen des auffangenden Schirmes gleich deutlich zeigt. Dabei hängt seine Deutlichkeit nicht ab von der Ebenheit des Schirmes; wie auch der Schirm gekrümmt sei, stets erhält man ein gleich scharfes Bild. Wohl aber ändert sich mit der Gestalt der Schirmfläche die Aehnlichkeit des Bildes. Nur wenn der Schirm eben ist und seine Fläche parallel zur Objectebene steht, erhält man ein dem Objecte vollkommen ähnliches Abbild, welches bis zum äussersten Rande des Sehfeldes frei von Verzeichnung ist. Gerade in Folge dieser vorzüglichen Eigenschaft verwendete man die „Photographie ohne Objectiv" mittelst der Lochcamera noch bis in die neueste Zeit, wenn es galt, architektonische Bauten, Kirchen mit hohen Thürmen etc. in jeder Beziehung winkelgetreu oder ein Gesichtsfeld von grosser Ausdehnung frei von Verzeichnung aufzunehmen.

Für winkelgetreue Wiedergabe oder Orthoskopie hatten wir im §. 196 die Bedingung ganz allgemein aufgestellt, dass für die Hauptstrahlen conjugirter Strahlenbüschel das Tangentenverhältniss constant sei. Hier, wo die einfallenden und austretenden Büschel eine und dieselbe Axe besitzen, ist jene Bedingung für jede Neigung der einfallenden Büschel von selbst erfüllt, wenn Object- und Schirmebene, wie in Fig. 449, einander parallel sind. Für alle Winkel u gilt eben die Gleichung:

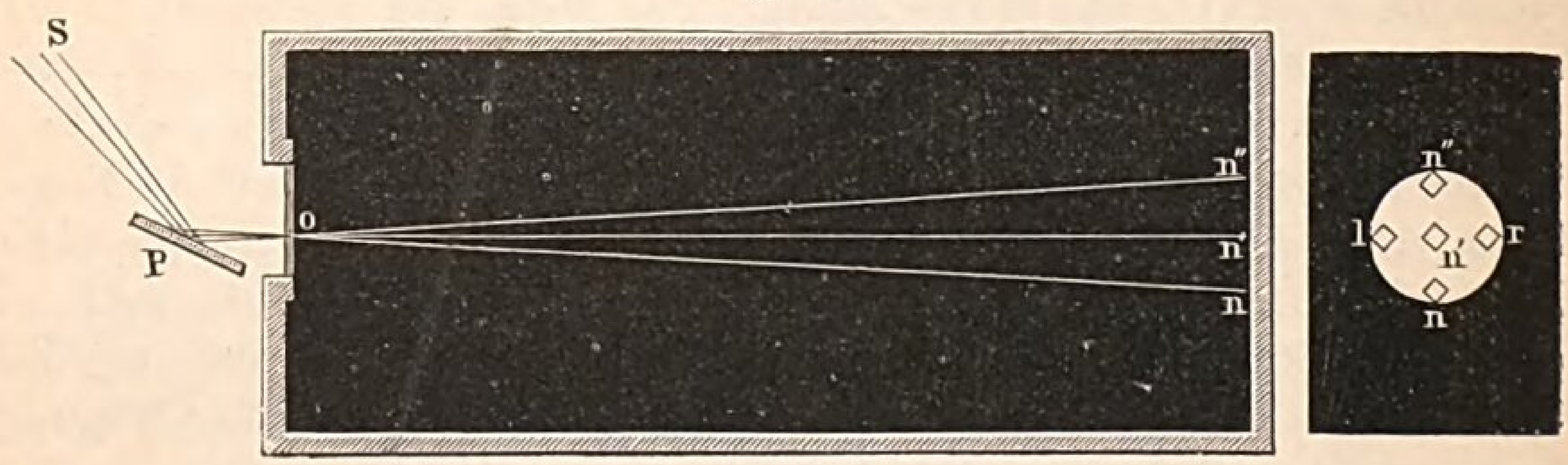
$$tg\, u = \frac{Ll}{Lm} = \frac{L'l'}{L'm}.$$

Für die Güte und Aehnlichkeit des Bildes ist die Gestalt der Oeffnung von nebensächlicher Bedeutung. Wegen der Ueberlagerung der verschiedenen Bildflecke und der stets vorhandenen Unschärfe des Bildes ähnelt dasselbe auch in Bezug auf die äusseren Contouren dem Objecte, gleichviel ob die Oeffnung ein Kreis oder eine andere Figur gleichen Flächeninhaltes ist. Der in Fig. 450 (a. f. S.) skizzirte Versuch bestätigt diese Behauptung. Die Camera obscura besitze bei o eine viereckige Oeffnung, auf welche die am Spiegel P reflectirten Sonnenstrahlen SP fallen. Wäre die Sonne ein einziger Punkt, so würde auf dem Schirme der Camera ein viereckiger Fleck sich bilden; es veranlasst also das vom

tiefsten Punkte der Sonnenscheibe ausgehende Strahlenbüschel einen viereckigen Lichtfleck bei *n*, das vom höchsten Sonnenpunkte kommende einen ebensolchen Fleck n'' (umgekehrt, falls die Sonnenstrahlen direct auf *o* auftreffen, falls also Spiegel *P* nicht vorhanden ist); dem mittleren Punkte der Sonnenscheibe entspricht der viereckige Fleck n'. Das Bildchen *l* rührt von dem äussersten Punkte am rechten, *r* aber von dem äussersten Punkte am linken Sonnenrande her. Alle übrigen Punkte des Sonnenrandes geben viereckige Bilder, die auf den Umfang des Kreises $l n'' r n$ fallen, während die übrigen Punkte der Sonne das Innere dieses Kreises erleuchten; die Gesammtheit aller der einzelnen viereckigen hellen Bildchen zusammengenommen bildet mithin einen kreisförmigen hellen Fleck.

Wäre die Sonnenscheibe nicht rund, sondern eckig, so würde jedes, auch ein r u n d e s Loch einen e c k i g e n Bildfleck geben. Dies kann man in der That während einer Sonnenfinsterniss beobachten, indem die

Fig. 450.



hellen Flecke die sichelförmige Gestalt des unbedeckten Theiles der Sonnenscheibe zeigen. Lässt man die runden Sonnenbildchen statt auf senkrecht gegen die Strahlenrichtung gestellte Flächen auf schief gestellte fallen, so muss natürlich der helle Kreis in eine Ellipse verändert sein. In dem Schatten der Bäume kann man diese Erscheinung häufig recht deutlich beobachten. Die Lücken in ihrem Laubdach ersetzen hierbei die oben erwähnten kleinen Oeffnungen.

Da alle die Oeffnung treffenden Strahlen zum Bilde beitragen, so wächst die L i c h t s t ä r k e der Lochbilder direct proportional der Grösse der Oeffnung; es steht also nichts im Wege, die Lichtstärke beliebig zu erhöhen, f r e i l i c h n u r a u f K o s t e n d e r S c h ä r f e d e s B i l d e s. Da jedoch eine gewisse Schärfe nicht zu entbehren ist, soll nicht überhaupt die Abbildung illusorisch werden, so wird man lieber auf Lichtstärke verzichten und die Oeffnung so eng wie möglich wählen. Führt man aber diesen Vorsatz aus und lässt den Durchmesser der Oeffnung kleiner und kleiner werden, so stösst man auf ein neues Hinderniss, welches auch der gewünschten D e u t l i c h k e i t der Lochbilder eine u n ü b e r w i n d l i c h e S c h r a n k e zieht.

Ist bei relativ grosser Oeffnung von einigen Millimetern und bei unendlich entferntem Objecte der Bildfleck stets von der gleichen Aus-

dehnung wie die Oeffnung selbst, so hört bei continuirlicher Verengerung der letzteren diese Grössengleichheit auf, sobald die Oeffnung an Ausdehnung von der Grössenordnung der Wellenlänge geworden ist. Von jetzt an nimmt trotz weiterer Verkleinerung der Oeffnung der Bildfleck wieder an Grösse zu und das Bild verliert wieder an Schärfe, bis schliesslich bei einer Oeffnung von einem Bruchtheil einer Wellenlänge der Schirm ganz gleichmässig beleuchtet ist.

Dieses Experiment lehrt, dass die geradlinige Fortpflanzung aufhört, sobald die Lichtwellen eine sehr kleine Oeffnung zu passiren haben. Es kann also die Wirkung der Lochcamera mittelst der Strahlentheorie auch nicht vollständig behandelt werden. Denn, wie wir von früher (§. 169) wissen, ist nur bei möglichst ungestörter Ausbreitung des von einem Lichtpunkte kommenden Lichtes die Fortpflanzung geradlinig; dabei breitet sich das Licht auf concentrischen Kugelflächen aus. Sowie man aber diese Kugelwelle stört, indem man ihrer Ausbreitung eine unendlich grosse Wand mit einer engen Oeffnung entgegensetzt, oder einen Theil derselben mittelst eines Spiegels oder einer Linse zwingt, einen anderen Weg einzuschlagen, kurz, sobald man nur ein begrenztes Strahlenbüschel dem Experimente unterwirft, hört die strahlenförmige, geradlinige Fortpflanzung auf, und den Gesetzen der geometrischen Optik kommt nur noch eine beschränkte Gültigkeit zu. In den Paragraphen 168 bis 170 haben wir die Grenzen der geometrischen Optik bei der im gleichen Medium gestörten Ausbreitung ausführlich behandelt. Um die Bildentstehung in der Lochcamera im Sinne der Wellenlehre zu verstehen, werde daher auf die dort erhaltenen Resultate verwiesen.

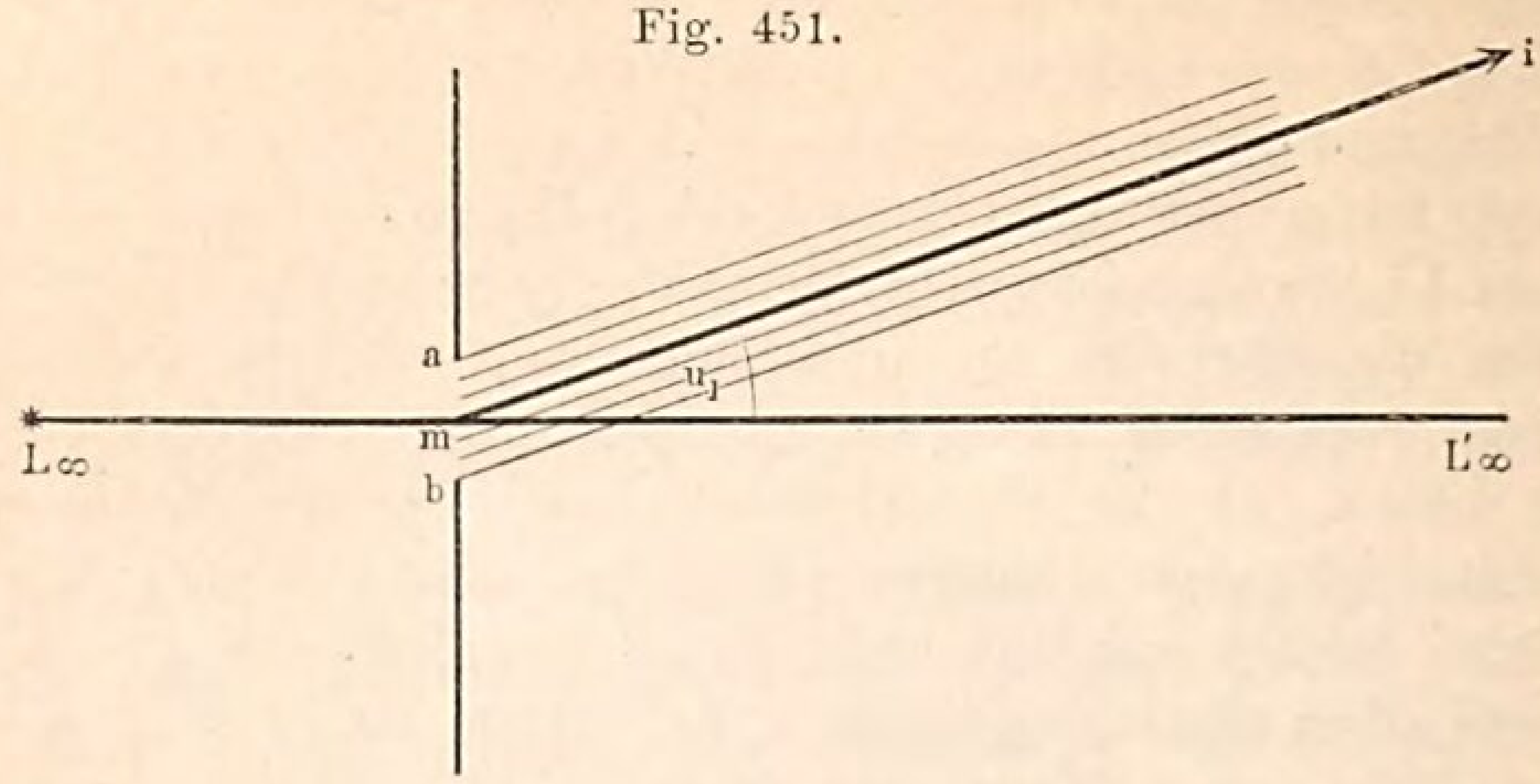
Beziehung zwischen Grösse der Oeffnung einer Lochcamera, dem Schirmabstande und der Bildschärfe. Aus dem Vorherigen folgt, dass bei gewissem Schirmabstande eine und nur eine Grösse der variablen Oeffnung existirt, für welche der von einem Lichtpunkte entstehende Bildfleck ein Minimum ist. Wir wollen die Grösse der Oeffnung bestimmen, welche bei gegebenem Schirmabstande das schärfste Bild liefert. Diese Aufgabe ist auf elementarem Wege streng nur für den praktisch werthlosen Fall lösbar, dass sowohl Object- wie Bildebene im Unendlichen liegen. Es läuft dann unser Problem auf eine Fraunhofer'sche Beugungserscheinung hinaus, welche wir schon bei der Abbildung nicht selbstleuchtender Objecte kennen gelernt und mittelst der Interferenz der Elementarstrahlen auch berechnet haben. 279

In diesem speciellen Falle gehen von der beugenden Oeffnung *ab* (Fig. 451, a. f. S.) parallele Elementarstrahlen aus, die sich in gewisser Richtung zu einem Maximum verstärken, in anderer Richtung zu einem Minimum vernichten. Im Unendlichen entstehen also abwechselnd Maxima und Minima, welche sich symmetrisch zur Fortpflanzungs-

richtung $L_\infty m L'_\infty$ gruppiren, auf welcher zugleich die Mitte L'_∞ des nullten Maximums liegt.

Bei einer kreisförmigen Oeffnung ist der ganze Strahlenverlauf symmetrisch rings um die Axe. Hier ist das nullte Maximum also ein

Fig. 451.

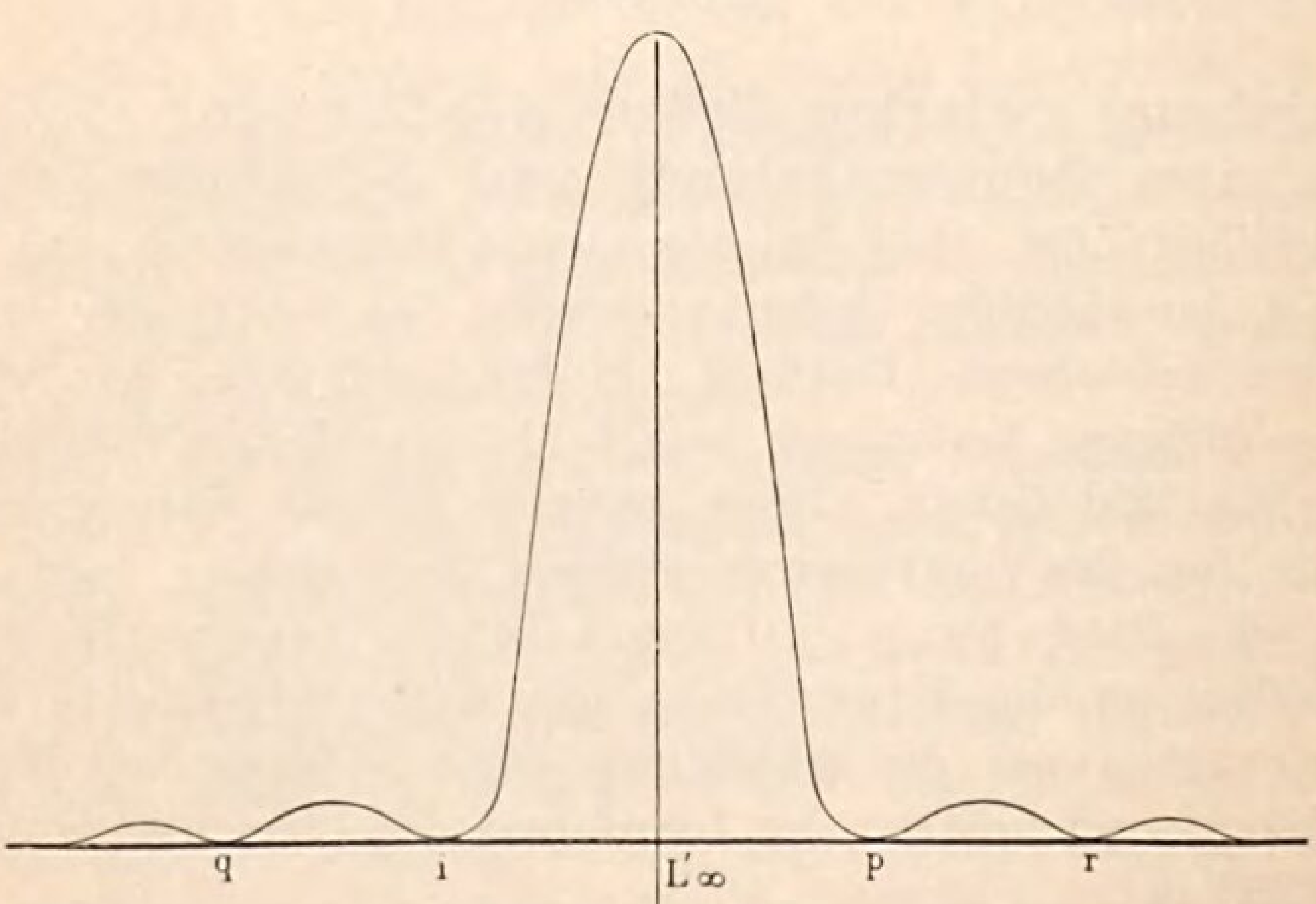


Lichtscheibchen mit dem Centrum L'_∞ und die nächsten Minima und Maxima concentrische Ringe. Nach Schwerd[1]) ist die scheinbare Grösse des Beugungsscheibchens gegeben durch die Formel:

$$sin\, u_1 = 1{,}22\, \frac{\lambda}{D} \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad 2)$$

wo λ die Wellenlänge des Lichtes, D den Durchmesser der Oeffnung und u_1 den Winkel bedeutet, welchen die das erste Minimum bildenden Elementarstrahlen mit der Axe einschliessen.

Fig. 452.



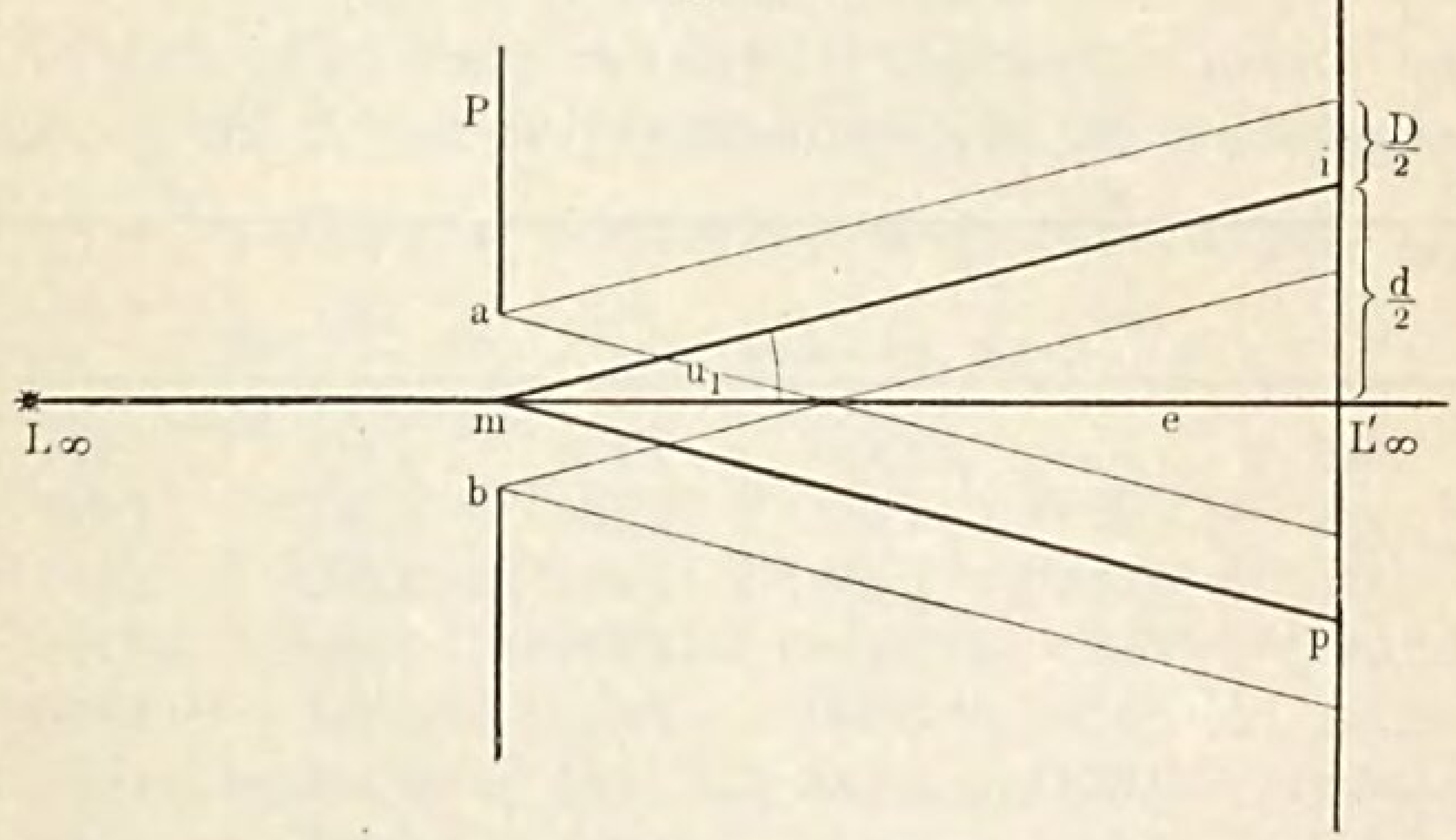
In Fig. 452 ist nach Schwerd der Intensitätsabfall von der Mitte L'_∞ des centralen Beugungsscheibchens nach beiden Seiten der Axe hin

[1]) Schwerd, „Die Beugungserscheinungen“. Mannheim 1835.

angegeben. Bei i und p liegt der erste dunkle Ring, bei q und r der zweite etc. Hat demnach das centrale Beugungsscheibchen eine schnell nach dem Rande zu abnehmende Lichtstärke, so ist die Intensität der übrigen Maxima gegenüber der des centralen Scheibchens als verschwindend klein anzusehen. Wir können somit als Bild des unendlich entfernten Objectpunktes das unter dem Winkel $2u_1$ erscheinende centrale Beugungsscheibchen auffassen.

Was die lineare Ausdehnung des Beugungsscheibchens anlangt, so ist dieselbe bei unendlicher Entfernung schlechterdings ebenfalls unendlich. Bei endlicher Entfernung ist sie leicht zu berechnen, falls die anguläre Grösse gegeben ist, welche uns aber nur für unendliche Entfernung bekannt ist. Ist d (Fig. 453) der lineare Durchmesser des

Fig. 453.



Scheibchens von der scheinbaren Grösse $2u_1$, und bedeutet e die Entfernung des Schirmes von der Oeffnung, so gilt laut Figur einfach:

$$d = 2e \,.\, tg\, u_1 \quad \text{oder} \quad d = 2e \sin u_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

so lange der Schirmabstand e gross im Vergleich zu d ist.

Um zum Ziele zu kommen und d numerisch berechnen zu können, wollen wir annehmen, es gelte die Formel 2) für die anguläre Grösse $2u_1$ des Beugungsscheibchens auch für nahe gelegene Schirme. Dann wird also mit Hülfe der Gleichung 2):

$$d = 2{,}44 \frac{e \,.\, \lambda}{D} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Dieser Werth giebt aber nicht direct die lineare Grösse des an Stelle eines Objectpunktes auftretenden Zerstreuungskreises; um dessen Durchmesser Z zu finden, müssen wir bedenken, dass derselbe selbst bei geradliniger Ausbreitung gleich ist dem Durchmesser D der beugenden Oeffnung. In Folge der Beugung ist aber nicht nur Licht im ungebeugten Strahlencylinder vom Querschnitt der Oeffnung enthalten, sondern auch noch in den unter dem Winkel u_1 gegen die Axe geneigten Cylindern, ebenfalls vom Querschnitt der Oeffnung. Bei der gemachten

Annahme, dass $\sin u_1 = 1{,}22 \frac{\lambda}{D}$ auch für endlich entfernte Schirme gilt, wird daher laut Fig. 453 der Zerstreuungskreis Z eines Objectpunktes:

$$Z = D + d = D + 2{,}44 \frac{e\lambda}{D} \quad \cdots\cdots \quad 5)$$

Schon aus der Gleichung selbst ersehen wir, dass für grosse Werthe von D das erste Glied, der geradlinigen Fortpflanzung entsprechend, den Ausschlag giebt, während für kleine Werthe von D das zweite Glied, der Beugung entsprechend, den Werth von Z bestimmt. Um bei gewissem e den günstigsten Werth von D zu erhalten, muss man das Minimum von Z aufsuchen [1]). Man kommt zu demselben Ziele, wenn man, wie Miethe [2]), eine Tabelle bildet, indem man für verschiedene Werthe von e nach Formel 5) die Grössen Z berechnet. Für $\lambda = 0{,}000570$ erhält man folgende Tabelle, in welcher sämmtliche Zahlen in Millimetern angegeben und die Minimumwerthe von Z fett gedruckt sind:

D	30	50	100	200	300	600	1000
1	1,042	1,070	1,139	1,278	1,417	1,834	**2,391**
0,9	0,946	0,977	1,055	1,209	1,364	**1,827**	2,445
0,6	0,670	0,716	0,832	1,064	**1,295**	1,991	2,918
0,5	0,583	0,639	0,778	**1,056**	1,334	2,169	3,282
0,4	0,504	0,574	**0,748**	1,095	1,443	2,486	3,877
0,3	0,439	**0,332**	0,764	1,227	1,691	3,082	4,936
0,2	**0,409**	0,548	0,895	1,591	2,286	4,372	7,154
0,1	0,517	0,795	1,491	2,882	4,272	8,445	14,008
0,05	0,884	1,441	2,832	5,613	8,395	16,739	27,866

Wie schon erwähnt, haben die absoluten Werthe von Z, zumal für die kleineren Entfernungen, keine Berechtigung, da sie unter einer in Wirklichkeit nicht zutreffenden Voraussetzung abgeleitet worden sind. In der That bestimmte A. Wagner auf empirischem Wege bei einer Oeffnung von 0,3 mm Durchmesser die Distanz für das günstigste Bild zu 100 mm, wo obige Tabelle 50 mm giebt. Die theoretische Ableitung der Grösse eines von einem Objectpunkte entstehenden Lochbildes kann eben auf obigem elementarem Wege überhaupt nicht geschehen. Wohl aber ist unsere Tabelle geeignet, den Verlauf der Unschärfe Z eines

[1]) Indem man den Differentialquotienten von Z nach D bildet und denselben der Null gleich setzt $\left(\frac{dZ}{dD} = 0\right)$, erhält man direct eine Formel, welche den Minimalwerth von Z giebt. Diesen Weg hat schon Petzval eingeschlagen (vergl. Petzval's „Bericht über dioptr. Untersuchungen". Wiener Akademieberichte 1857, Bd. 26, S. 33 ff.).

[2]) A. Miethe, „Ueber Abbildungen durch feine Oeffnungen", Photogr. Mittheilungen 1887, S. 273 bis 277.

Bildpunktes bei Variation der Dimensionen einer Lochcamera anschaulich wiederzugeben.

Leistung der Lochcamera im Vergleich zum Petzval'schen Porträtobjectiv. 280 Bei der Prüfung der verschiedenen Systeme auf ihre Lichtstärke und Schärfe der Zeichnung wollen wir als Vergleichsobject stets das Petzval'sche Porträtobjectiv heranziehen, ganz wie es von Petzval selbst geschehen ist [1]). Dasselbe habe eine Oeffnung von 8 cm bei einer Brennweite von 30 cm [2]) und gestatte eine zehnmalige Vergrösserung, wenigstens in Bezug auf die Mitte des Bildes.

Wie unsere Tabelle lehrt, giebt die Lochcamera bei einer Bildentfernung von 30 cm ein günstigstes Bild von rund 1,3 mm Durchmesser bei einer Oeffnung von 0,6 mm. Damit dieses Bild als Punkt erscheint, muss es dem Auge unter einer Winkelminute dargeboten werden. Dies ist der Fall, wenn wir das Lochbild aus einer Entfernung von 447 cm anblicken.

Das vom Porträtobjectiv gelieferte Bild ist an Schärfe dem Lochbilde demnach $\frac{447 \cdot 10}{25} = 179$ mal überlegen, da ja das Porträtobjectivbild, in der deutlichen Sehweite von 25 cm gesehen, nach Petzval's Angabe noch eine zehnmalige Vergrösserung verträgt.

In Bezug auf Lichtstärke aber ist der Unterschied ein noch bedeutenderer. Wir wissen, dass sich bei gleich grosser Brennweite zwei Objective in Bezug auf die Lichtstärke verhalten wie die Quadrate ihrer Oeffnungsdurchmesser (vergl. §. 275). Nun beträgt der Linsendurchmesser beim Porträtobjectiv 80 mm, bei der Lochcamera ist dagegen die Oeffnung nur 0,6 mm, also ist die Lichtstärke des Objectivs etwa 18 000 mal grösser als diejenige der Lochcamera. Und bei den heutigen lichtstarken Porträtobjectiven, welche bei 30 cm Brennweite mit einer Oeffnung bis zu 12 cm gebraucht werden können, vergrössert sich jenes Verhältniss bis zu 40 000.

Bei so geringer Lichtstärke war zumal in den ersten Zeiten der Photographie nicht daran zu denken, die Lochcamera als photographisches Objectiv zu gebrauchen. Heute, wo sehr lichtempfindliche Platten zur Verfügung stehen, wäre auch die Lochcamera für gewisse Aufnahmen wenigstens brauchbar, wenn sie nicht auch in Bezug auf ihre guten Eigenschaften mit Vermeidung ihrer Nachtheile von den neuesten Weitwinkeln erreicht wäre.

III. Die einfache unachromatische Sammellinse als photographisches Objectiv.

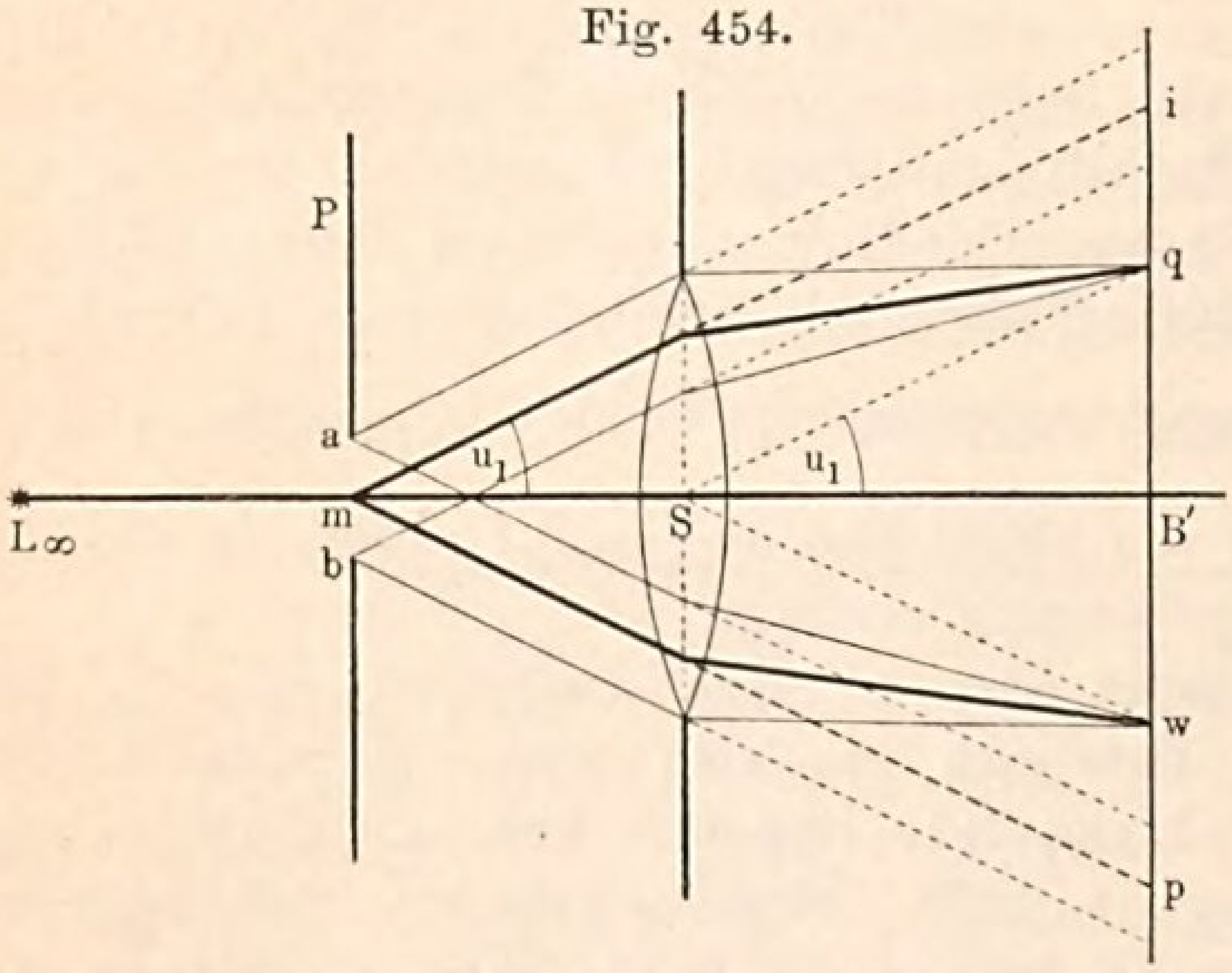
Zusammenhang zwischen dem Lochbilde und dem Linsenbilde. 281 Durch Einfügung einer einfachen Sammellinse hinter

[1]) Vergl. Petzval, „Bericht über dioptrische Untersuchungen". Wiener Akademieber. Bd. 26, S. 33 ff.

[2]) Petzval giebt 3 Zoll Oeffnung bei 11 Zoll Brennweite an.

die Oeffnung der Lochcamera zeichnete Leonardo da Vinci der heutigen photographischen Optik die Bahn vor. So unvollkommen das von einer einfachen Linse entworfene Bild auch ist, so überlegen ist dasselbe an Schärfe und Lichtstärke dem einfachen Lochbilde. Um die Leistungsfähigkeit der einfachen Sammellinse gegenüber der Oeffnung recht anschaulich zu machen, wollen wir zunächst annehmen, dass die benutzte Oberfläche bezw. Oeffnung der Linse klein genug sei, um die sphärische Abweichung ausser Acht lassen zu können, wenigstens gegenüber der Beugung und der chromatischen Aberration. Dann entsteht vom Objectpunkte L_∞ in der Brennebene B' (Fig. 454) der Linse S ein Beugungsscheibchen qw mit abwechselnd dunklen und hellen Ringen, und zwar angulär genau dasselbe Beugungsbild, welches ohne Linse auf einem unendlich entfernten Schirme entstehen würde.

Fig. 454.



Denken wir uns zunächst die Linse S fort, so gehen in Folge der Beugung an der Oeffnung ab parallele Elementarstrahlen nach den verschiedenen Richtungen, von welchen die unter dem Winkel u_1 zur Axe geneigten Strahlencylinder zum Rande des unendlich fernen Beugungsscheibchens ip zielen mögen; der scheinbare Durchmesser des unendlich fernen Beugungsscheibchens ist somit $2\,u_1$. In Folge der Anwesenheit der Linse aber werden die parallelen Strahlen in je einem Punkte der Brennebene vereinigt, ohne dass neue Wegunterschiede zu den vorhandenen hinzutreten, vorausgesetzt freilich, dass die Linse wirklich der geometrischen Optik gemäss parallele Strahlen punktweise zur Vereinigung bringt, d. h. frei ist von sphärischer Aberration. Dieselbe Intensität, welche das längs einer Richtung mi verlaufende Elementarstrahlenbüschel im Unendlichen hervorruft, muss es auch nach seiner Vereinigung im Punkte q durch die Linse S aufweisen. Den Linsengesetzen gemäss werden parallel auffallende Strahlen von einer Linse in einem Punkte der Brennebene vereinigt, dessen Verbindungslinie qS mit dem Linsenmittelpunkte (genauer mit dem zweiten Hauptpunkte) der Einfallsrichtung des Strahlencylinders parallel läuft. Es ist also $qS \parallel im$ und $wS \parallel pm$, so dass das von der Linse in ihrer Brennebene entworfene Beugungsscheibchen qw denselben scheinbaren Durchmesser $(2\,u_1)$ besitzt, wie das im Unendlichen ohne Linse auftretende. Dasselbe gilt von den übrigen Maximis; der Unterschied zwischen der Lochcamera

und der Linsencamera ist also der, dass das, was sich bei der einfachen Oeffnung im Unendlichen abspielt, bei der mit Linse versehenen Oeffnung im Endlichen vor sich geht. Wie klein auch die Brennweite $SB' = f$ der Linse S sei, stets erscheint das Beugungsscheibchen qw von gleicher angulärer Grösse, wie das unendlich ferne Scheibchen ip. Da nun alles durch die Oeffnung gedrungene Licht in dem centralen Beugungsscheibchen und seinen concentrischen Ringen gesammelt ist, und die Ringe der Lichtschwäche wegen zu vernachlässigen sind, so ist also in diesem Falle für jede Entfernung SB' des Schirmes das Beugungsscheibchen als das dem unendlich fernen Objectpunkte entsprechende Abbild aufzufassen. Dieses relativ kleine Beugungsscheibchen ist die einzige Unschärfe, welche an Stelle eines Objectpunktes auftritt, wenigstens bei Anwendung einfarbigen Lichtes. Die Linse zaubert eben gleichsam das im Unendlichen auftretende Lochbild, natürlich proportional verkleinert, in ihre Brennebene.

Wir sehen hier so recht den Zusammenhang zwischen Beugung und Bildentstehung. Das im Unendlichen auftretende Beugungsbild ist in jeder Beziehung gleich dem Bilde eines bis auf die beugende Oeffnung abgeblendeten Objectivs. Das Bild eines Lichtpunktes ist eben nichts Anderes als die Beugungserscheinung der wirksamen Objectivöffnung, in die Brennebene projicirt, und der Bildpunkt lediglich die Grenze, welcher sich die Beugungserscheinung mit wachsender Oeffnung nähert (vergl. §. 173). Beugung von Bildentstehung trennen wollen, heisst Wirkung von Ursache scheiden.

Noch immer begegnet man, zumal in den photographischen Lehrbüchern der Optik, der falschen Vorstellung über den Einfluss der Beugung, als ob dieselbe eine Art Störenfried wäre, den man unter Umständen vermeiden könnte, oder der erst durch den Rand der Blende erzeugt würde. Beide Lesarten sind falsch, da das Bild ohne Beugung gar nicht vorhanden wäre, und die Beugung das Primäre, der Bildpunkt das Secundäre ist, nämlich die Grenze, auf welche sich das Beugungsscheibchen zusammenzieht, wenn man die Oeffnung der Linse mehr und mehr erweitert. Dies gilt freilich nur so lange, als die Linse für die benutzte Oeffnung frei von sphärischer Aberration ist, d. h. als sie homocentrische Strahlen so bricht, dass deren Wellenfläche eine Kugeloberfläche ist.

Leistung des durch die einfache Linse entworfenen Bildes. 282 Ist wieder die Richtung der Strahlen, welche den Rand des Beugungsscheibchens bilden, gegeben durch die Gleichung: $\sin u_1 = \frac{1{,}22 \,.\, \lambda}{D}$, wo λ die Wellenlänge des Lichtes und D den Durchmesser der Oeffnung ab (Fig. 454) bedeuten, so werden diese Strahlen von der Linse in einem Punkte q der Brennebene B' vereinigt, dessen Abstand von der Axe $f tg u_1 = f . \sin u_1$ beträgt, wenn die Brennweite der Linse mit f be-

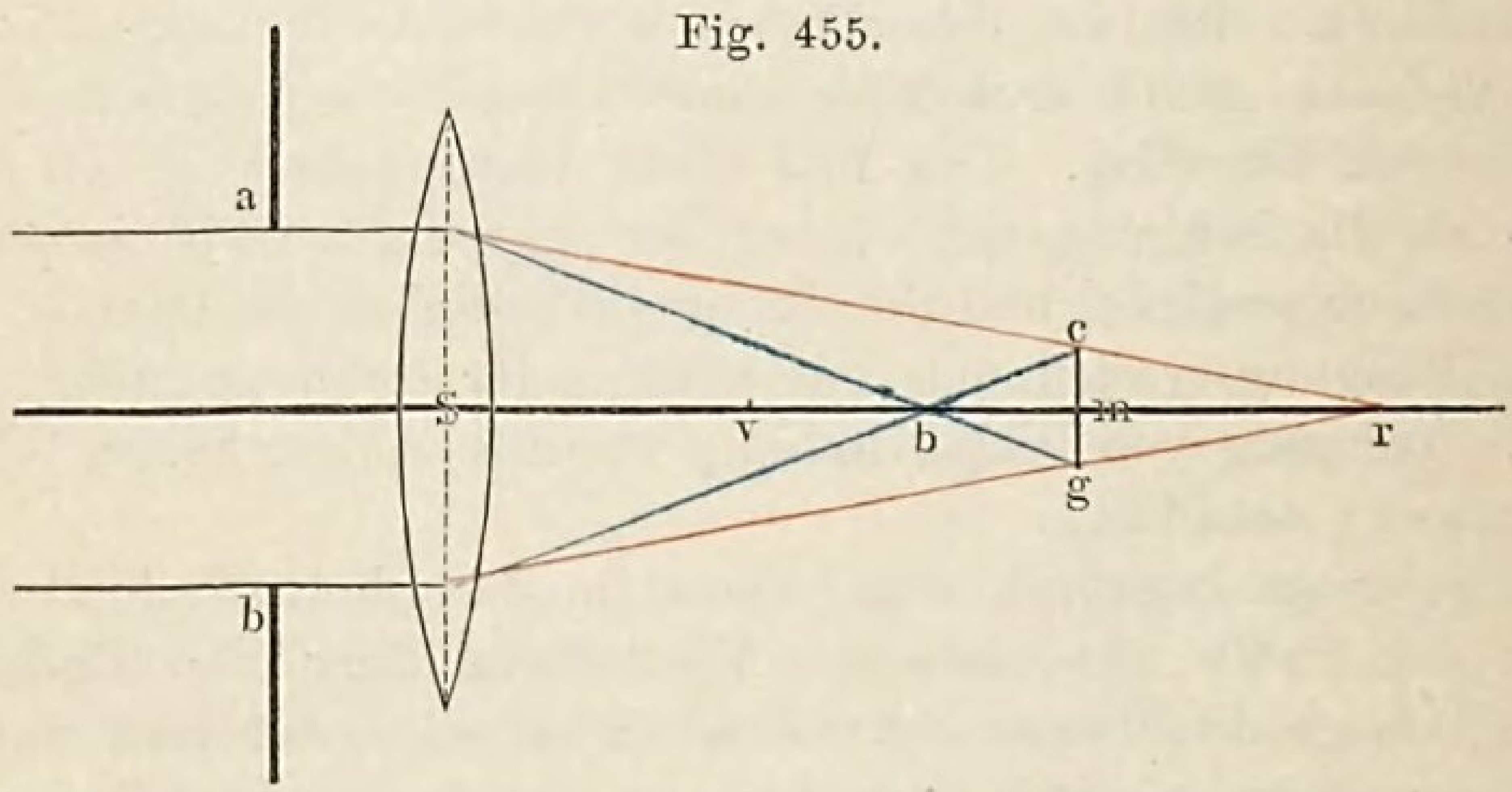
zeichnet wird. Der Durchmesser d des Beugungsscheibchens und damit des bei einfarbigem Lichte auftretenden Bildfleckes ist also bei einer Oeffnung $ab = D$ gegeben durch die Gleichung:

$$d = 2 . f . \sin u_1 = \frac{2{,}44 . \lambda . f}{D} \quad \cdots\cdots \quad 1)$$

Für $D = 10$ mm, $f = 300$ mm kann die sphärische Aberration als verschwindend klein angesehen werden. Der Bildfleck d beträgt demnach für $\lambda = 0{,}00057$ mm nur 0,042 mm, während er bei der Lochcamera gemäss der freilich nicht ganz zutreffenden Rechnungsweise vom vorigen Paragraphen $10 + 0{,}042 = 10{,}042$ mm ausmacht.

Zu dieser bei einfarbigem Lichte auftretenden Unschärfe addirt sich aber bei weissem Lichte der in Folge der Dispersion entstehende chromatische Zerstreuungskreis, welcher dadurch zu Stande kommt, dass die verschiedenfarbigen Strahlen eines unendlich entfernten Punktes L_∞ (Fig. 455) von einer einfachen Linse S in verschiedener Entfernung ver-

Fig. 455.



einigt werden. Schneiden sich die blauen Strahlen in b und die rothen in r, so heisst die Strecke br die chromatische Längsabweichung, die Strecke cg der chromatische Zerstreuungskreis, dessen Grösse aus der Figur leicht zu ersehen ist. Bezeichnen wir die Entfernung Sm schlechtweg als die Brennweite f der Linse, die Oeffnung ab wieder mit D und ferner die Strecke br mit df, den Zuwachs der Brennweite f beim Uebergange von blauem zu rothem Lichte, so wird der Durchmesser z vom Kreise cg:

$$z = D \cdot \frac{df}{f} \quad \cdots\cdots\cdots \quad 2)$$

Um den Werth von df zu finden, gehen wir aus von der Gleichung für die Brennweite bei dickenlosen Linsen (siehe S. 169):

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$

wo r_1 und r_2 die Krümmungsradien beider Flächen sind, und n den Brechungsindex der Linsensubstanz bedeutet. Setzt man hierin für f

den Werth $f + df$, während man n durch $n + dn$ ersetzt, zieht beide Gleichungen von einander ab und führt in die neue Gleichung wieder für $1/f$ den obigen Werth ein, so erhält man:

$$df = -\frac{dn}{n-1} \cdot f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Hierin bedeutet dn den Zuwachs des Brechungsexponenten, wenn man von einer Farbe, für welche die Linsenbrennweite gleich f ist, übergeht zu einer Farbe, für welche die Brennweite $f + df$ ist.

Gleichung 3) mit Gleichung 2) combinirt, giebt also:

$$z = D \frac{dn}{1-n},$$

so dass bei Berücksichtigung der Beugung der Durchmesser Z des einem Lichtpunkte conjugirten Bildfleckes wird:

$$Z = d + z = 2{,}44 \frac{\lambda f}{D} + \frac{dn}{1-n} D,$$

oder einfach:

$$Z = 2{,}44 \frac{\lambda f}{D} + 0{,}035\, D \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

wenn man für $\frac{dn}{1-n}$ den für ein Crownglas gültigen Werth 0,035 einsetzt.

Folgende kleine Tabelle giebt die Werthe von Z für eine Brennweite $f = 300$ mm, die Wellenlänge $\lambda = 0{,}00057$ und für verschiedene Werthe des Linsendurchmessers D:

D	Z
10 mm	0,392 mm
7	0,305
5	0,258
3	0,244
1	0,452
0,5	0,852

Man erkennt, dass bei den gewählten Daten Z für 3 mm, d. h. für das Oeffnungsverhältniss $\frac{D}{F} = \frac{3}{300} = \frac{1}{100}$ ein Minimum ist. Hieraus und aus der Grösse von Z folgt somit, dass das Linsenbild von dem durch ein gutes Petzval'sches Porträtobjectiv entworfenen Bilde immerhin noch rund 700 mal an Intensität und 34 mal an Schärfe übertroffen wird. Das Linsenbild ist also dem Lochbilde rund 24 mal an Intensität und 5 mal an Schärfe überlegen.

Diese nicht gerade bedeutende Steigerung zweier der wichtigsten Eigenschaften, der Lichtstärke und Schärfe der Bilder, welche man durch

Anwendung einer einfachen Sammellinse statt einer Oeffnung gewonnen hat, ist nun aber durch die damit verbundenen Nachtheile theuer genug erkauft.

Zunächst entsteht das deutlichste Abbild eines Objectes nur an einer ganz gewissen Stelle, deren Ort mit der Entfernung des Objectes variirt, während bei der Lochcamera, wenigstens für genügend weit entfernte Objecte, das Bild in jedem Abstande von der Oeffnung gleich scharf ist. Das Linsenbild zeigt also eine nur geringe Tiefe.

Ausserdem ist in Folge der Dispersion des Lichtes die einfache Sammellinse mit dem sogenannten „chemischen Focus“ behaftet (vergl. §. 277).

Sowohl die „Tiefenaberration“ wie der Focusdifferenzfehler werden mit Verkleinerung der Linsenöffnung ebenfalls vermindert. Und da schon wegen der sphärischen Aberration keine grosse Oeffnung genommen werden darf, so sind jene Fehler relativ klein im Vergleich zu denen der schiefen Büschel.

Bei Abbildung mittelst enger Oeffnung treten hauptsächlich folgende drei Fehler auf: Astigmatismus, Bildwölbung und Verzerrung (vergl. §. 193), welche um so stärker hervortreten, je grösser die Neigung der Büschel, d. h. je grösser das Gesichtsfeld ist. Von ihnen ist der Astigmatismus am schädlichsten, da er gehoben sein muss, soll eine punktweise Abbildung eintreten. Erst wenn der Astigmatismus beseitigt ist, entsteht ein scharfes und präcises Bild, welches aber noch zwei „Schönheitsfehler“ hat. Dasselbe ist im Allgemeinen sowohl gewölbt als auch verzerrt. Bei Anwendung einer ebenen photographischen Platte hört freilich die Bildwölbung auf, ein Schönheitsfehler zu sein. Hier bewirkt sie eine schnelle Abnahme der Schärfe des Bildes von der Mitte zum Rande hin.

Zur Beseitigung dieser Fehler lässt sich nicht viel thun, wenigstens nicht auf dem Wege der Compensation. Wohl aber kann eine Verminderung derselben durch die Gestalt der Linse (Meniskenform) und durch eine geeignete Abblendung derselben herbeigeführt werden.

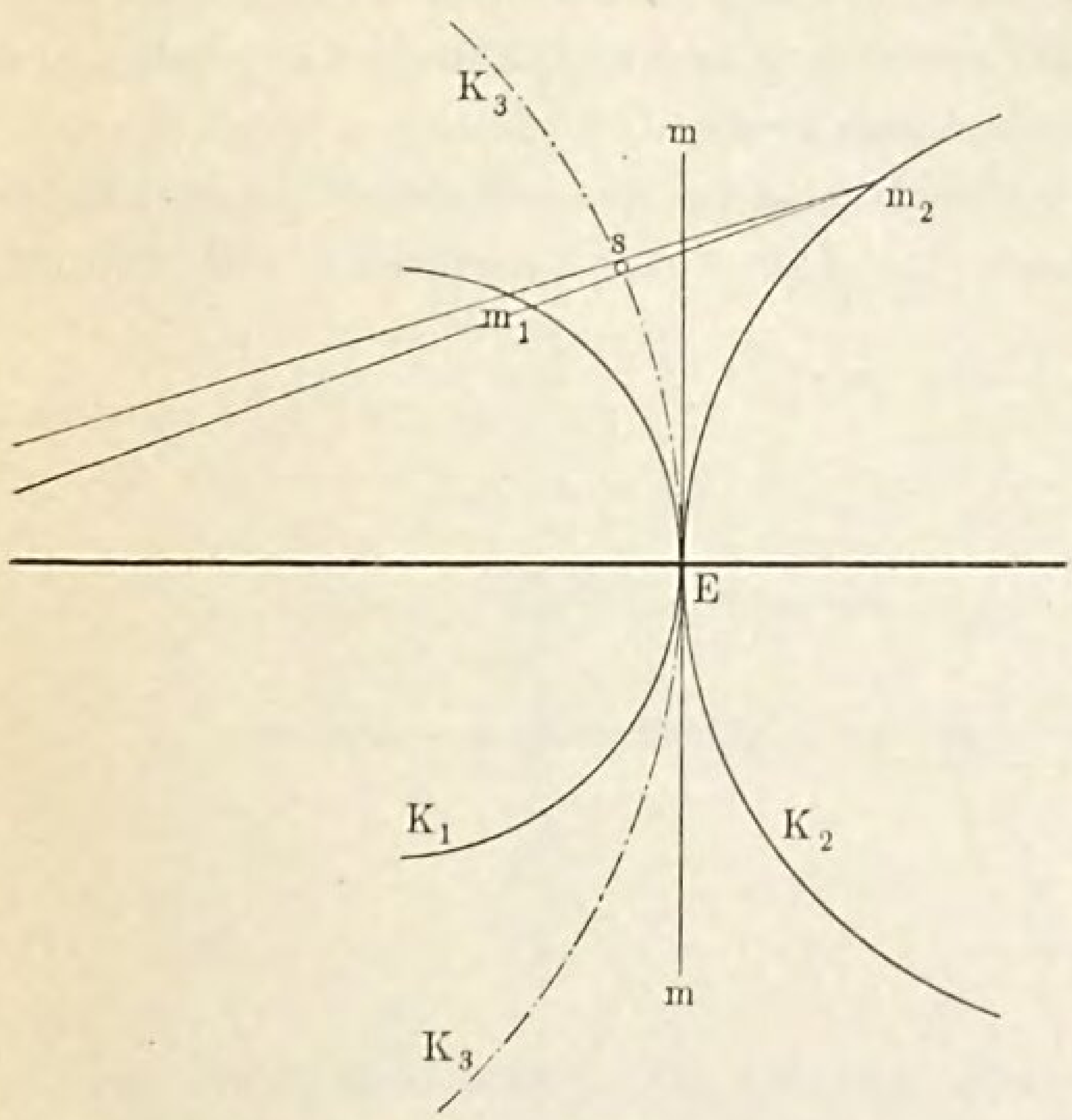
Giebt der Meniscus kraft seiner Gestalt ein scharfes Bild von grösserer Ausdehnung als die gewöhnliche biconvexe Form, so bewirkt eine an geeigneter Stelle befindliche Blende, dass das beste Bild auf einer Ebene sich entwickelt.

283 **Einfluss des Blendenabstandes auf Bildebenung und Verzerrung. Ursache der Verzerrung.** Um den Einfluss der Blendenstellung auf die Lage der ausseraxialen Bildpunkte kennen zu lernen, müssen wir erinnern an die Eigenschaften des Astigmatismus, von einem Objectpunkte statt eines Bildpunktes zwei von einander getrennte Brennlinien m_1 und m_2 (Fig. 456) zu erzeugen. Die den verschiedenen Objectpunkten entsprechenden Brennlinien m_1 bezw. m_2 liegen auf je einer gewölbten Fläche K_1 bezw. K_2, welche sich im Schnitt-

punkte E der Axenstrahlen berühren. Bilden sich auf der einen Fläche concentrische Kreise oder *tangentiale* Linienelemente scharf ab, so auf der anderen die Radien der Kreise, also *radiale* Linienelemente. Insofern kann man auch hier, wo keine punktweise Strahlenvereinigung vorhanden ist, von Bildkrümmung reden, nur muss man *zwei* Bildkrümmungen unterscheiden.

Auf einer *ebenen* photographischen Platte am Orte des Brennpunktes E der Linse entsteht weder von den Kreisen noch von den Radien ein scharfes Bild, da die schiefen astigmatischen Büschel von ihr in einer Ellipse geschnitten werden, deren Ausdehnung schnell mit der Neigung der Büschel wächst (vergl. §. 194).

Fig. 456.



Wie wir bei Besprechung der Lage der Brennlinien und Gestalt eines gebrochenen engen Büschels im §. 183 ausführlich erörtert haben, fasst man die zwischen den Brennlinien gelegene Stelle der *kleinsten Confusion* s als das Bild eines Punktes auf. Bei reinem Astigmatismus und einer kreisförmigen Blende ist dieser kleinste Büschelquerschnitt ebenfalls *kreisförmig*. Diese an Stelle der verschiedenen Objectpunkte auftretenden Zerstreuungskreise liegen aber im Allgemeinen ebenfalls auf einer gewölbten Fläche K_3, welche gleichfalls die Axe im Brennpunkte E schneidet. Es wäre also da, wo der Astigmatismus nicht gehoben werden kann, schon viel gewonnen, wenn man wenigstens die zwischen den Brennlinien jedes schiefen Büschels gelegene kleinste Einschnürung für *alle* Büschel in die Bildebene Em der Nullstrahlen verlegen, also Fläche K_3 mit Ebene Em zur Coincidenz bringen könnte.

In der That bietet sich hierzu ein Mittel. Dasselbe besteht in der *Anwendung einer vor der Linse in gewisser Entfernung befindlichen sogenannten Vorderblende* P (Fig. 457 a. f. S.).

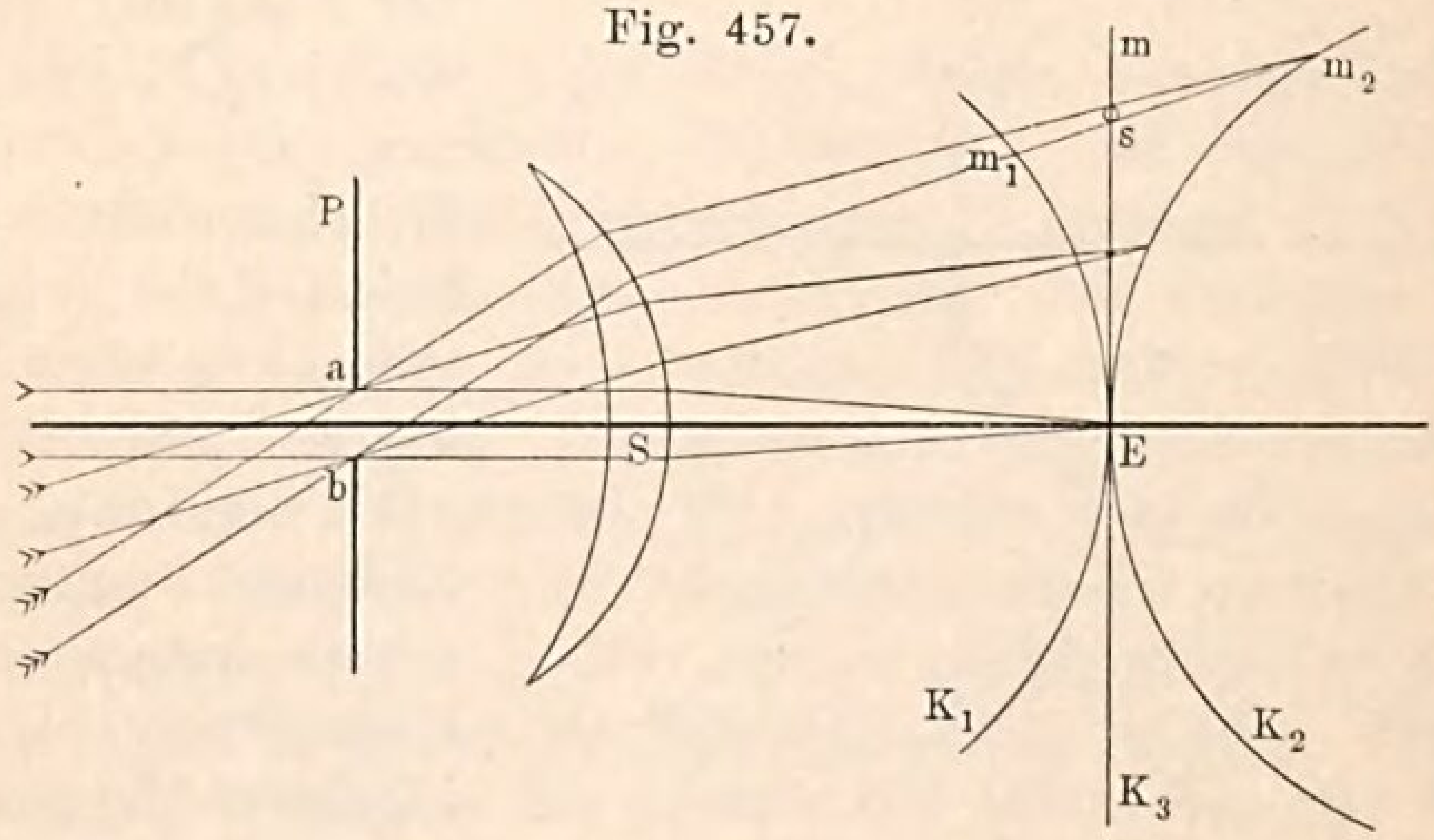
Wie die Figur ohne Weiteres lehrt, schneidet die abstehende Blende aus jedem Büschel ein Partialbüschel aus, welches allein wirksam wird, während die anderen Strahlen unterdrückt werden; und während ferner bei eng anliegender Blende alle diese Partialbüschel ein und dieselbe, nämlich die mittlere Zone der Linse durchsetzen, durchstossen bei *entfernter* Blende die wirksamen Partialbüschel die Linse an *ver-*

schiedenen Stellen, und zwar um so näher ihrer Randzone, je grösser die Neigung der Büschelaxe gegen die Linsenaxe ist.

Die Erfahrung lehrt, dass bei gewisser Entfernung der Blende für jeden Meniscus wirklich die kleinsten Querschnitte aller schiefen Büschel fast nahe in die Bildebene Em der Axenstrahlen verlegt werden können. Weit entfernt von dem, was wir mit Bildebenung bezeichnet haben, kann die durch eine Vorderblende bewirkte Aenderung des Strahlenganges nur eine künstliche Bildstreckung genannt werden. Was unter Bildwölbung im Sinne der Seidel'schen fünf Abbildungsfehler verstanden wird, ist lediglich die Wölbung eines punktweisen Abbildes. Nur wenn bei Aufhebung der Bildwölbung, also Herstellung der Bildebenung, die punktweise Strahlenvereinigung erhalten bleibt, kann von einer Beseitigung dieses Fehlers gesprochen werden.

Hier aber wird nur eine Verschiebung des kleinsten Querschnittes der astigmatischen Differenz $m_1 m_2$ bewirkt, unter Umständen selbst durch

Fig. 457.



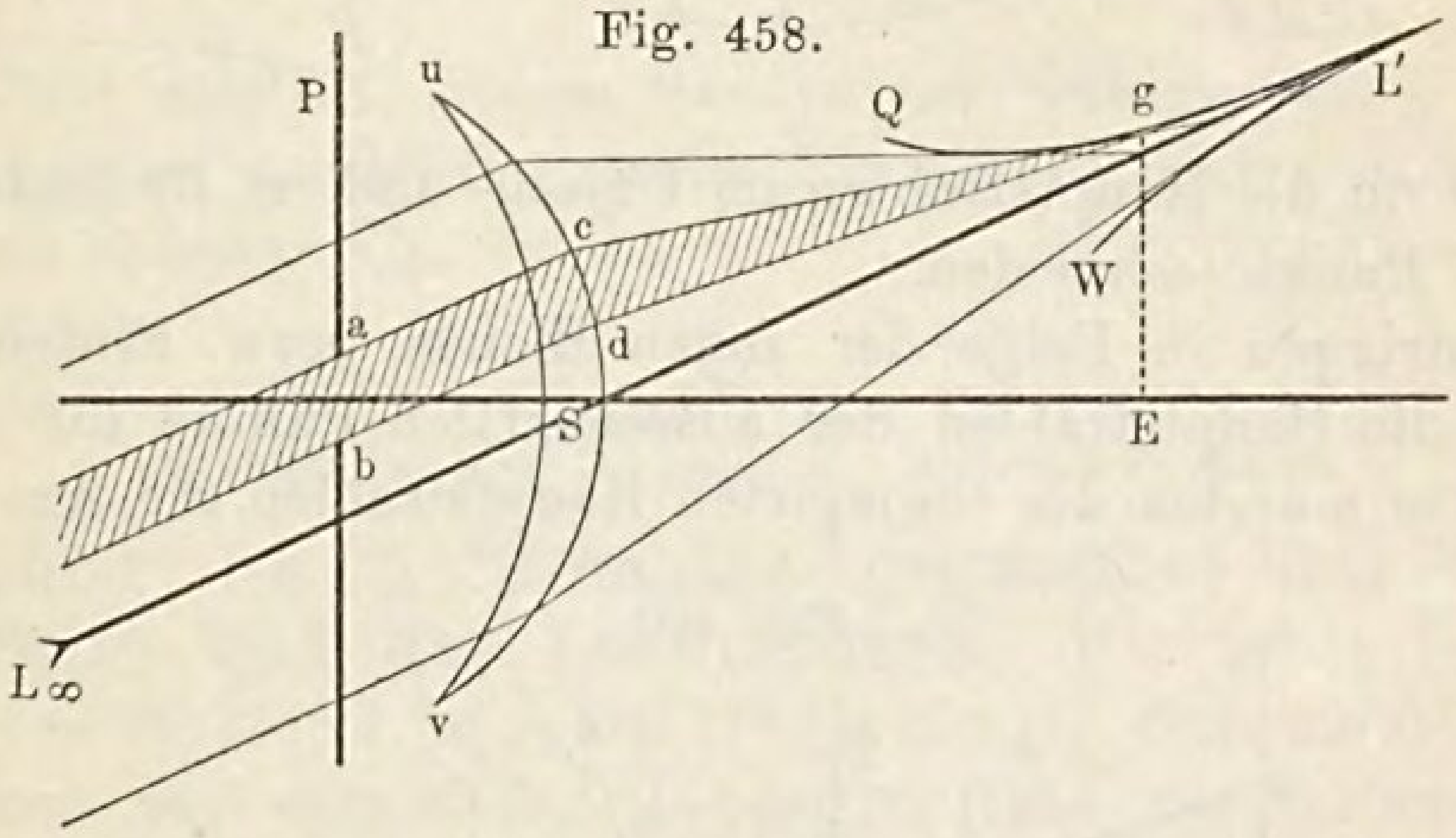
Vergrösserung der Strecke $m_1 m_2$. Ja, dieses künstliche Geradebiegen des Bildes ist überhaupt nur möglich, wo ein genügender Mangel an punktweiser Strahlenvereinigung vorhanden ist. Nur in solchem Falle kann der Schnittpunkt eines durch eine enge Blende aus einem vollen Büschel ausgeschnittenen Partialbüschels durch Lagenänderung der Blende ebenfalls in seiner Lage geändert werden. In Fig. 458 ist dieser Vorgang anschaulich gemacht worden.

Das volle schiefe Büschel mit der Oeffnung uv der Linse S bildet, soweit nur die in der Papierebene verlaufenden Meridionalstrahlen in Betracht kommen, eine caustische Curve $QL'W$, welche, nebenbei bemerkt, nicht symmetrisch zur Büschelaxe $L_\infty SL'$ gelegen ist. Nur die einander benachbarten Strahlen werden sich mehr oder weniger in einem Punkte bezw. in einer kleinen Brennlinie schneiden. Durch Anwendung der Blende P mit der engen Oeffnung ab werden nun alle Strahlen des schiefen Büschels uv bis auf das in der Figur schraffirt gezeichnete Partialbüschel cd abgeblendet. In Folge dessen entsteht an Stelle der caustischen Curve $QL'W$ jetzt vom Objectpunkte L_∞ ein nahe defi-

nirtes Bild bei *g*. Je näher die Blende *P* an *S* heranrückt, um so näher rückt *cd* nach der Linsenmitte und der „Bildpunkt“ *g* nach *L'*. Sobald also die Blende mit der Linse zusammenfällt, durchsetzen alle wirksamen Partialbüschel die Mitte der Linse, und die Spitzen *L'* der verschiedenen Caustiken bilden die Lage der meridionalen „Bildpunkte“. Sobald aber der Blendenabstand genügend gross ist, durchsetzen die verschiedenen Partialbüschel verschiedene Zonen der Linse, und von jeder Caustik kommt nur eine Stelle *g* zur Wirkung. Die benutzte Zone liegt um so näher dem Rande der Linse, und die wirksame Stelle *g* der Caustik liegt um so weiter von der Spitze *L'* ab, je grösser die Neigung des Büschels *uv* ist, dem das Partialbüschel *ab* angehört.

Nach einander kann man diesen Verlauf des Strahlenganges auch hervorbringen, indem man die Blende *P* ganz an die Linse rückt und längs ihrer Fläche in verticaler Richtung verschiebt. Aber nur die

Fig. 458.



axiale Blendenverschiebung vermag gleichzeitig aus den verschiedenen Büscheln ganz verschieden gelegene Partialbüschel auszuschneiden, von denen die geneigteren näher der Randzone, die weniger geneigten näher der Nullzone die Linse durchsetzen, so dass zugleich die Streckung aller schiefen wirksamen Büschel erreicht werden kann.

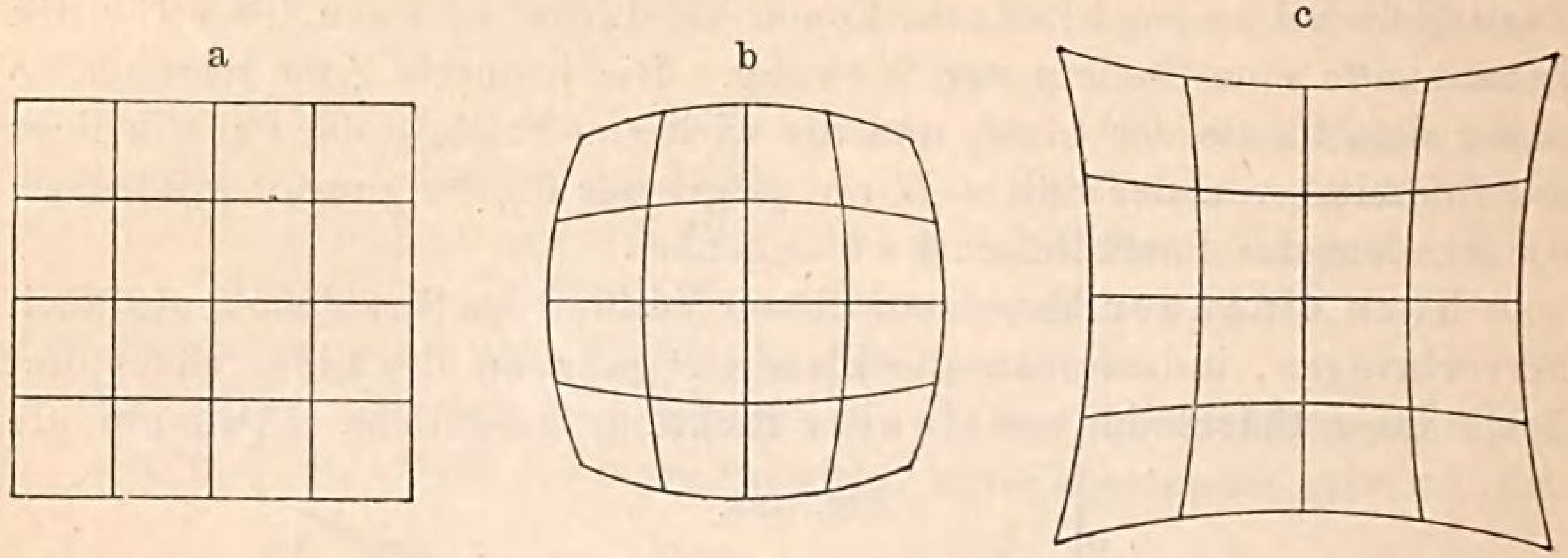
Hand in Hand mit der Vergrösserung des Blendenabstandes machen sich aber andere Uebelstände bemerkbar. Zunächst sei der geringfügigere Fehler erwähnt, den wir schon im §. 276 besprochen haben, dass nämlich die Grösse des Sehfeldes und ebenso der gleichmässig beleuchtete Theil des Bildes verkleinert wird. Aber noch ein anderer unangenehmer Fehler schleicht sich mit dem vergrösserten Blendenabstande ein, welcher nur unmerklich vorhanden, so lange die Blende unmittelbar der Linsenfläche benachbart ist: Das ist die Verzerrung (Distorsion) des Bildes.

Wir haben bei der allgemeinen Besprechung dieses Fehlers im §. 196 die Bedingung kennen gelernt, welche erfüllt sein muss, soll ein Objectiv winkelgetreu zeichnen und keine Verzerrung im Bilde hervorrufen, oder, wie man kürzer sagt, soll das System orthoskopisch sein. Diese Bedingung bezieht sich auf die Hauptstrahlen der abbildenden

Büschel; sie verlangt, dass das Tangentenverhältniss der Axenwinkel conjugirter Hauptstrahlen für alle Büschel constant ist.

In zwei Fällen ist diese Bedingung von selbst erfüllt; erstens, wenn, wie bei der Lochcamera, die Hauptstrahlen in derselben Richtung vom Object- bis zum conjugirten Bildpunkte ungebrochen weitergehen, und

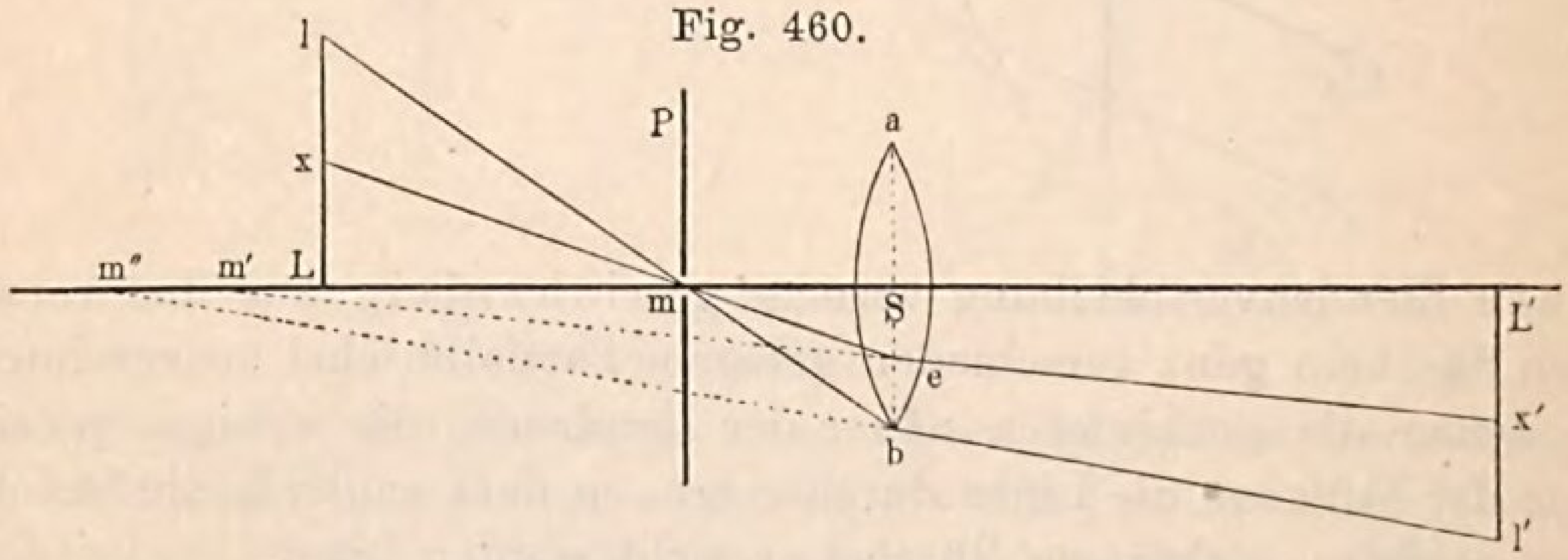
Fig. 459.



zweitens, wenn die Hauptstrahlen im Object- und im Bildraume die Axe in je einem Punkte schneiden.

Durchdringen in Folge der engen Blende bezw. Eintrittspupille P (Fig. 460) die Hauptstrahlen der ausseraxialen Punkte die Axe alle im Punkte m, so müssten die conjugirten Hauptstrahlen die Axe in dem zu

Fig. 460.

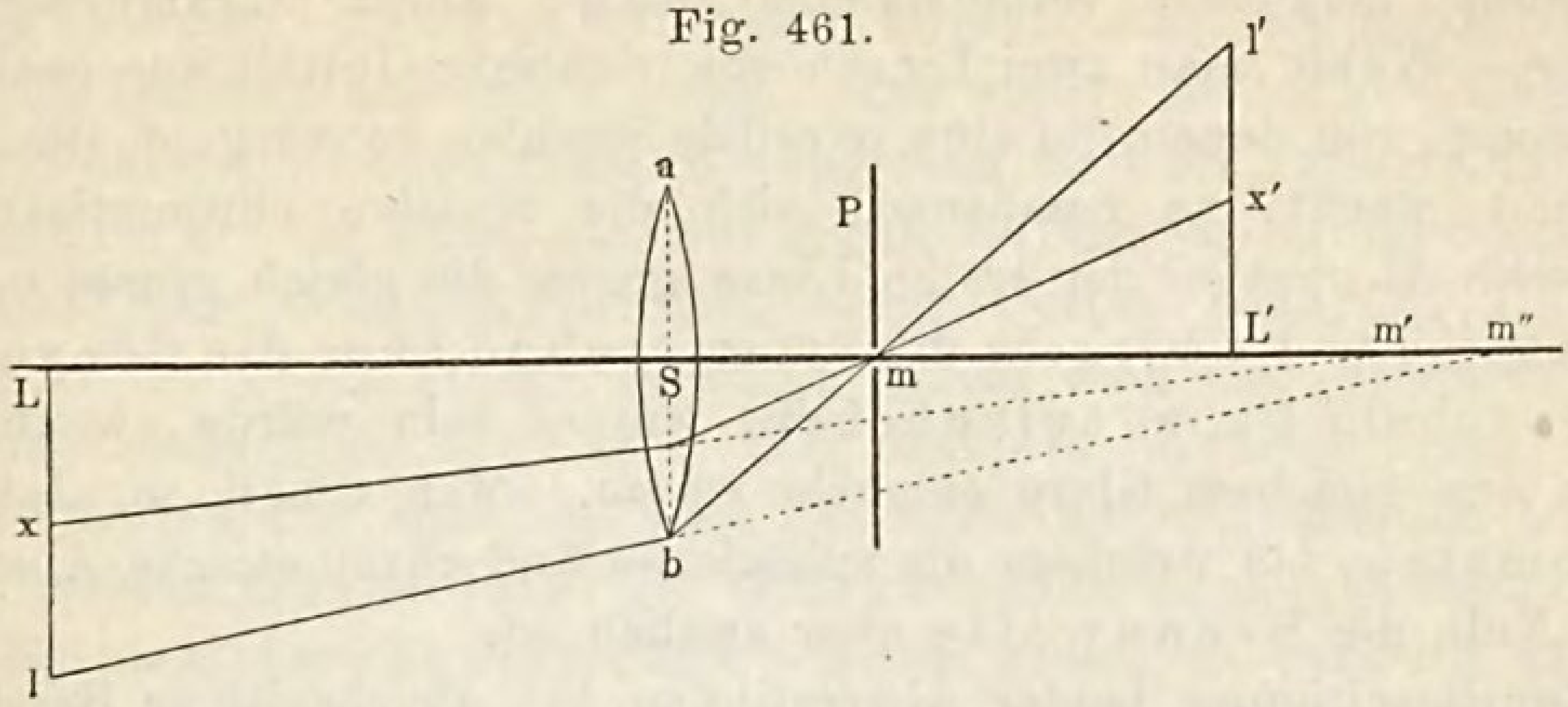


m conjugirten Punkte m' (Austrittspupille) schneiden, soll die Linse S orthoskopisch sein und das Verhältniss $\frac{tg\,u}{tg\,u'}$ für alle Punktepaare x und x' von Object Ll und Bild $L'l'$ einen constanten Werth haben (vergl. §. 196). In anderen Worten heisst das aber, soll Linse S frei von Verzeichnung sein, so müssen alle von m ausgehenden Strahlen nach m' gebrochen, also ein bei m liegender leuchtender Punkt müsste von der Linse S bei voller Oeffnung ab wieder als Punkt abgebildet werden! Dies ist schlechterdings unmöglich, da eine einfache Linse bedeutende sphärische Abweichung besitzt, in Folge deren sie die Randstrahlen in einer anderen Entfernung vereinigt, als die der Axe näheren Strahlen.

In den Fig. 460 und 461 ist der Gang der Hauptstrahlen gezeichnet, wie er eintritt, wenn einmal die Blende vor der Linse, das andere Mal hinter derselben gelegen ist und vom Object Lxl ein reelles Bild $L'x'l'$

entworfen wird. Da nur dann eine winkelgetreue Abbildung eintritt, wenn m'' und m' zusammenfällt, so erkennt man leicht, dass je nachdem man bei einer einfachen Sammellinse mit Vorder- oder Hinterblende (Fig. 461) arbeitet, von einem quadratischen Netze (Fig. 459 a) ein

Fig. 461.



verzerrtes Bild entsteht, dessen Randpartien weniger stark vergrössert sind im Vergleich zur Mitte (gemäss Fig. 459 c) oder aber stärker vergrössert sind (gemäss Fig. 459 b).

IV. Die achromatische und sphärisch corrigirte Linse als photographisches Objectiv. Altachromat.

Leistung des Achromaten gegenüber der einfachen Sammellinse und der Lochcamera. Wir haben im §. 85 gesehen, dass es Dollond im Jahre 1752 gelungen war, durch Verbindung zweier Linsen aus verschieden wirkendem Glase die Farbenzerstreuung aufzuheben, ohne die Strahlenconcentration zu vernichten. Diese achromatischen und zugleich sphärisch corrigirten Doppellinsen (Fig. 483), welche wir fortan als **Achromat** bezeichnen wollen, erfreuten sich anfangs als Fernrohrobjective eines hohen Ansehens. Aber sie waren es auch, welche der Camera obscura zu neuem Glanze verhalfen. 284

Um die Leistung des Achromaten gegenüber derjenigen der einfachen Linse und der Lochcamera kennen zu lernen, wollen wir kurz daran erinnern, worauf denn die Wirkung des Achromaten zurückzuführen ist.

Bei der einfachen Linse, wo nur eine Glassubstanz zur Verfügung steht, kann man die chromatische und sphärische Abweichung lediglich auf ein Minimum bringen. Die chromatische durch die Art des Glases, indem man einen hohen Brechungsindex wählt, wobei gleichzeitig die sphärische Abweichung abnimmt, letztere ausserdem durch die Form der Linse (vergl. §. 190).

Durch Anwendung zweier Linsen aus verschiedenen Substanzen kann man beide Abweichungen dagegen beseitigen [1]).

[1]) Wenigstens soweit es sich um das erste Glied der sphärischen Abweichung handelt (vergl. §. 188).

Die chromatische durch die Wahl der Gläser (von verschiedener Dispersion), die sphärische durch die Gestalt der Linsen. Der Weg zur Lösung beruht auf dem Principe der Compensation, welches wir noch mannigfach kennen lernen werden als das Hauptmittel zur Erreichung möglichst vollkommener Bilder durch zusammengesetzte Systeme. Wählt man zwei Linsen von richtiger Gestalt aus geeigneten Substanzen, von denen die eine parallele Strahlen convergent, die andere divergent macht, so compensirt sich die positive chromatische und sphärische Aberration der ersten Linse gegen die gleich grosse negative chromatische und sphärische der anderen, ohne aber die Convergenz des Büschels ganz aufzuheben, wie es sein würde, wenn beide Linsen aus gleichem Glase gemacht wären. Man erhält so also einen Achromaten, bei welchem die sphärische und chromatische Aberration gleich Null, die Brennweite aber endlich ist.

Zur Beseitigung beider Aberrationen bei gleichzeitiger Herstellung einer bestimmten Brennweite sind nur drei Elemente nothwendig, als welche wir drei Radien der vier Linsenflächen wählen wollen. Da wir mit vier Elementen aber vier Bedingungen genügen können (vergl. §. 220), so wollen wir festsetzen, die Linsen sollen verkittet sein, wozu zwei Radien gleich gemacht werden müssen, so dass gerade noch die drei nothwendigen Elemente disponibel bleiben. Die Dicke der Gläser ist hierbei noch willkürlich; sie sei relativ klein [1]).

Zur Compensation der sphärischen und chromatischen Aberration und Herstellung einer bestimmten Brennweite sind also nur zwei mit einander verkittete, dünne Linsen erforderlich.

Ein solcher Achromat entwirft demnach von einem weissen Objectpunkte einen farblosen Bildpunkt, oder genauer ausgedrückt, ein farbloses Beugungsscheibchen von solcher Ausdehnung, wie es dem benutzten Oeffnungsverhältniss zukommt (vergl. §. 173).

Wir wollen mit Petzval annehmen, dass der Achromat, wie zu Daguerre's Zeiten, bei der Oeffnung $f/16$ sphärisch so gut corrigirt sei, dass das Bild noch eine dreifache Vergrösserung vertrage. Dann steht ein solcher verkitteter Achromat dem Petzval'schen Porträtobjectiv nur noch dreimal an Bildschärfe nach, während er schon den neunzehnten Theil der Lichtstärke desselben erreicht. Er übertrifft somit an Schärfe die einfache Sammellinse um das Dreifache, an Lichtstärke um das 40fache. Zu dieser Ueberlegenheit kommt noch der weitere Vorzug hinzu, frei vom sogenannten „chemischen Focus" zu sein.

Bezogen sich diese Betrachtungen auf die Bildmitte, so wollen wir jetzt erörtern, wie sich die Schärfe der Bilder am Rande bei einem Achromaten gegenüber der einfachen Linse verhält.

[1]) Bei grosser Linsendicke kann auch bei zwei gleichen Glassorten Achromasie entweder der Brenn- oder Hauptpunkte erreicht werden (vergl. §. 217); davon sehen wir hier ab.

Einfluss der Construction und Form des Achromaten auf seine Correction für schiefe Büschel. 285 Bei der einfachen Linse konnte allein durch die Gestalt derselben in Verbindung mit einer engen Vorderblende die Schärfe des Bildrandes erhöht und das Bild eben gestreckt werden. Des gleichen Mittels bedient man sich natürlich auch beim Achromaten; ausserdem stehen noch andere Mittel zur Verfügung, um den Bildrand zu corrigiren. Wendet man statt der verkitteten Linsen getrennte an, so kann man mit Hülfe des vierten Radius ausser den drei genannten Bedingungen noch einer vierten genügen, z. B. der Fraunhofer'schen (vergl. §. 220), indem man die Brennweite der Randzone derjenigen der Mitte (der Hauptbrennweite) gleich macht. Hierdurch wird der einseitige Rest der sphärischen Aberration oder das Coma schiefer Büschel beseitigt. Oder aber man macht die Hauptbrennweite für zwei verschiedene Farben gleich gross, so dass die farbigen Säume am Bildrande in Folge verschiedener Bildgrösse für verschiedene Farben (§. 211) wegfallen [1]. Nimmt man aber auch die Dicke zu Hülfe,

Fig. 462.

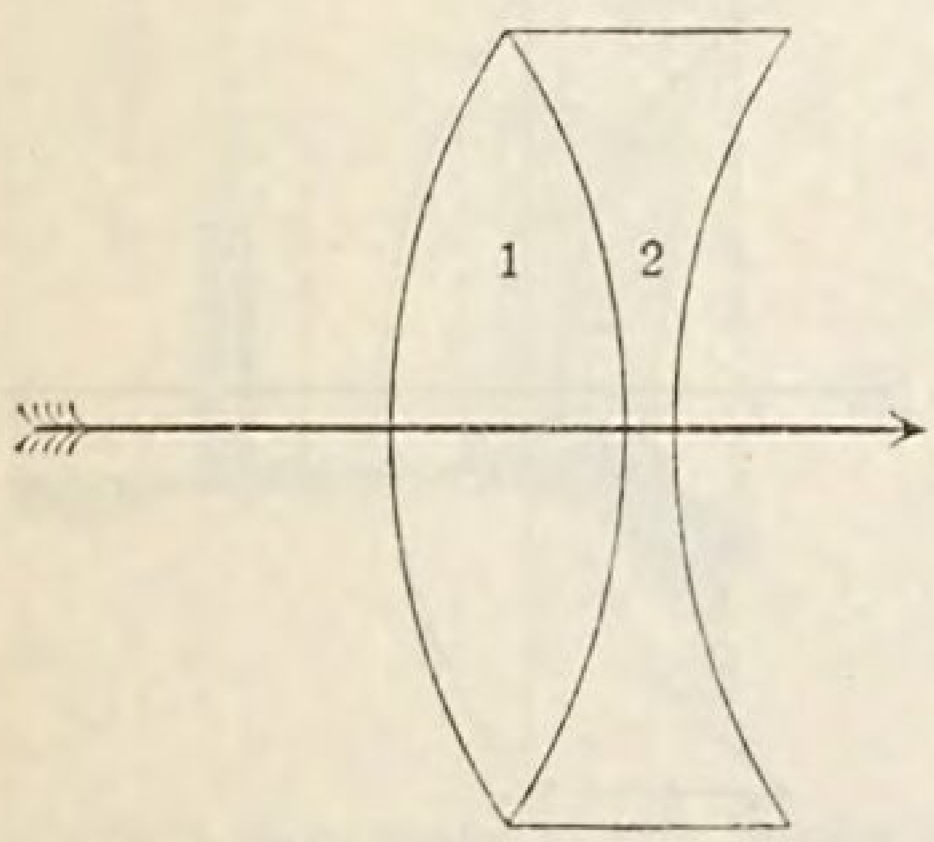
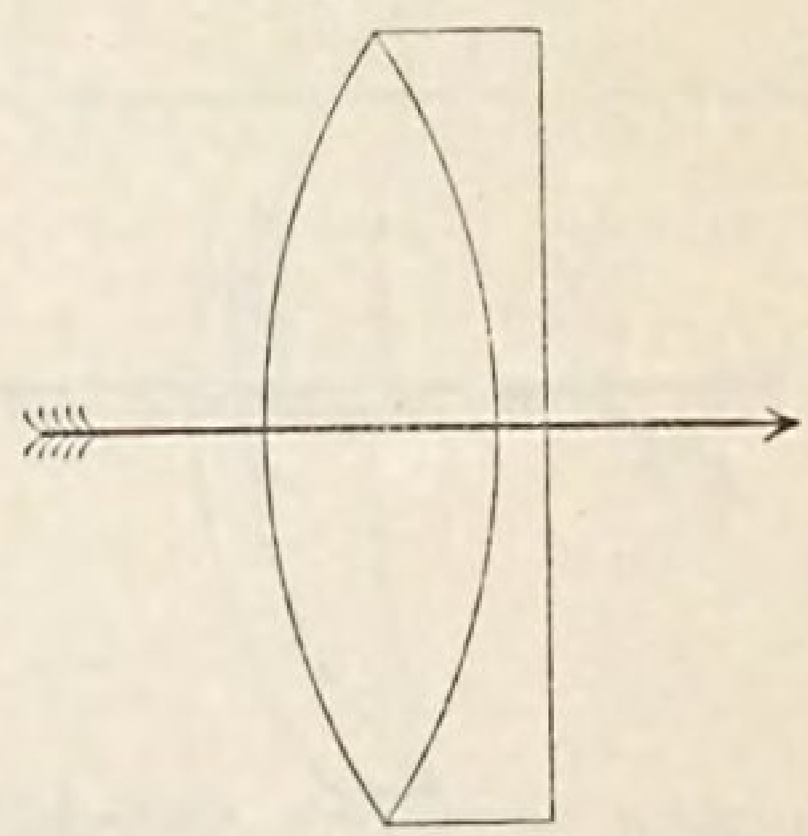


Fig. 463.



so lassen sich gleichzeitig beide Fehler heben. Alle diese Mittel sind aber für den photographischen Achromaten nicht so wichtig, wie die Verwendung geeigneter Gläser oder die Gestalt des Achromaten.

Anfangs benutzte man als Camera obscura-Objective die gewöhnlichen Fernrohrobjective, wie man sie in Operngläsern vorfand; dieselben besitzen noch heute die in Fig. 462 und 463 dargestellte Gestalt; sie bestehen aus einer Biconvexlinse aus Crownglas und einer biconcaven oder planconcaven Zerstreuungslinse aus Flintglas.

Dabei wird man durch Zufall dann gefunden haben, dass man viel ausgedehntere Bilder von nahezu gleichmässiger Schärfe erhält, wenn man das Objectiv umkehrt, so dass die concave oder plane Seite vorn liegt.

[1]) In Steinheil und Voit's „Handbuch der praktischen Optik“ sind im §. 4 für zwei Glassorten alle jene zweilinsigen Objective berechnet worden, welche bei gleicher Brennweite chromatisch und sphärisch corrigirt sind und für sie Art und Grösse der übrigen Fehler angegeben. Im §. 5 sind Objective berechnet, welche vier Bedingungen genügen.

In dieser Stellung wird das Objectiv ein schlechtes Fernrohrobjectiv sein, welches nur bei genügender Abblendung die vorher angewandte Vergrösserung verträgt, da es jetzt eine beträchtliche sphärische Aberration auch in Bezug auf den Axenpunkt besitzt. Aber gerade diese Eigenschaft, von einem Punkte eine caustische Curve zu entwickeln, macht es geeignet, ein einigermaassen scharfes Bild auch von einem ausseraxialen Punkte zu entwerfen, nämlich, wenn man eine Vorderblende in geeigneter Entfernung anbringt. Wie bei der einfachen Linse, wird die Blende dann aus den vollen schiefen Büscheln jedesmal dasjenige Partialbüschel herausschneiden, dessen Vereinigungspunkt in der Bildebene der Nullstrahlen liegt (vergl. §. 283).

Johann Baptista Porta wird genannt als derjenige, welcher zuerst die planconvexe Form mit der planen Seite gegen das Object anwandte, während Wollaston zeigte, dass die Ausdehnung des scharf gezeichneten Bildes noch mehr gesteigert wird, wenn man dem Achromaten eine meniskenförmige Gestalt (vergl. Fig. 464) giebt, wobei das

Fig. 464.

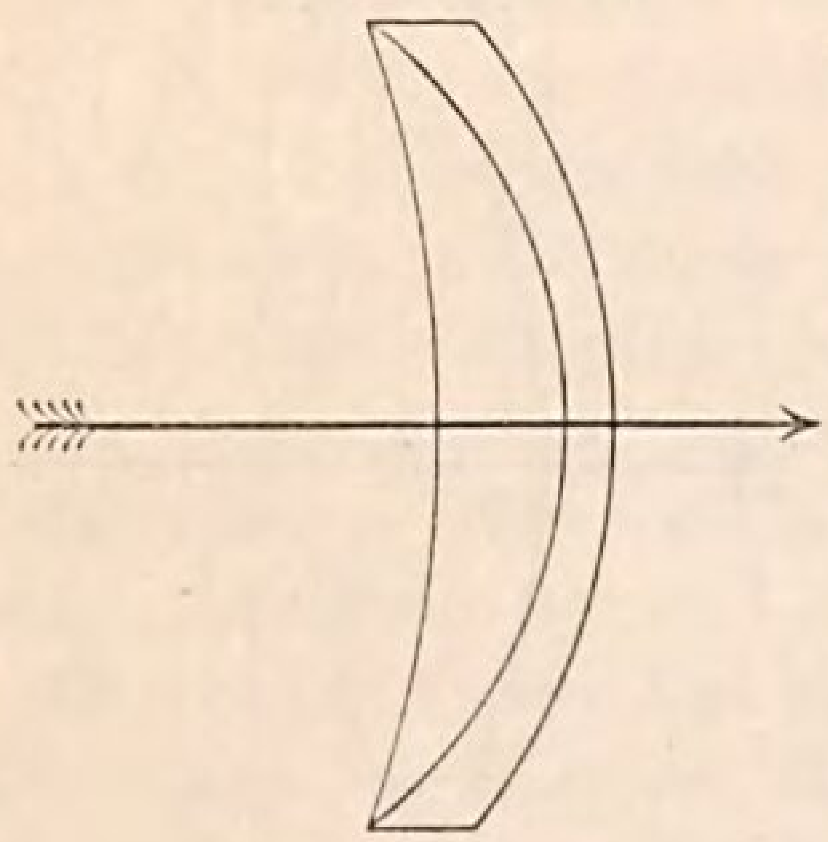
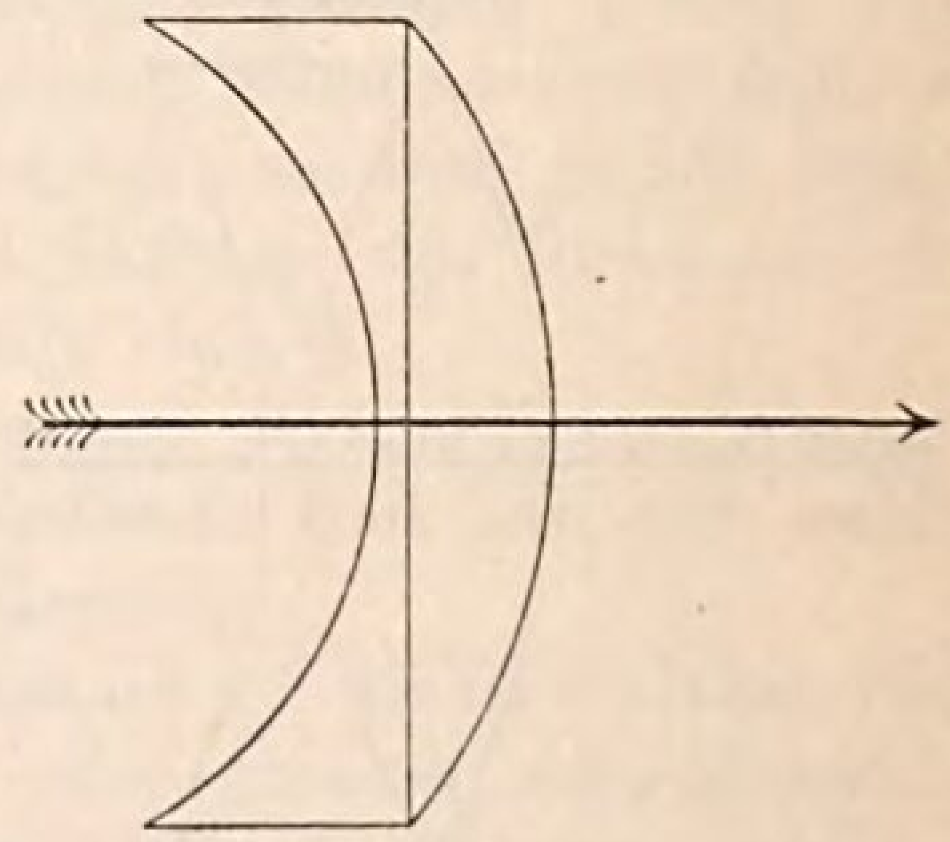


Fig. 465.



Licht auf die concave Fläche auffällt. Die mit diesen Menisken bei einer Oeffnung $f/30$ entworfenen Bilder sind genügend scharf bis zu einer linearen Ausdehnung gleich dem vierten Theile der Brennweite. Bis zu dieser Stufe der Entwickelung war das Objectiv der Camera obscura gediehen, als Daguerre im Jahre 1839 seine berühmte Entdeckung machte. Seine ersten Aufnahmen führte er mit Hülfe eines meniskenförmigen Achromaten aus, wobei wegen des „chemischen Focus" freilich die photographische Leistung weit hinter der optischen zurückblieb. Der Meniscus ist in photographischer Hinsicht die günstigste Form aller achromatischen Combinationen, da er die Fehler der schiefen Büschel verkleinert.

Noch günstiger in Bezug auf Beseitigung bezw. Verkleinerung des Astigmatismus ist die in Fig. 465 abgebildete parallelflächige Linse [1]) (*Concentric lens*), deren Kugelflächen also concentrisch sind und in deren gemeinsamem Centrum sich eine Blende befindet. Hier erfahren, ähnlich wie beim Durchgange durch die Vollkugel mit enger centraler

[1]) Diese von Dr. H. Schröder berechnete Linse ist das Glied eines aplanatischen Doppelobjectivs.

Blende, die ausseraxialen Büschel die gleiche Brechung wie das axiale. Freilich ist die *Concentric lens* von geringer lichtsammelnder Kraft, da sie nur in geringem Grade sphärisch corrigirbar ist.

Suchte man in den ersten Zeiten der Photographie Achromate von möglichst hoher Lichtstärke zu bauen, so verzichtet man heutzutage bei der grossen Empfindlichkeit der Platten von vornherein auf die hohe Lichtstärke, und bemüht sich, unter Benutzung einer Vorderblende, möglichst ausgedehnte Bilder von gleicher Schärfe bis zum Rande zu erzielen. Da sie wegen der unvermeidlichen Verzerrung nur zur Aufnahme von Landschaften dienen, so heissen sie schlechtweg „Landschaftslinsen“. Zumal in der gewöhnlichen Dollond'schen Form erfreuen

Fig. 466.

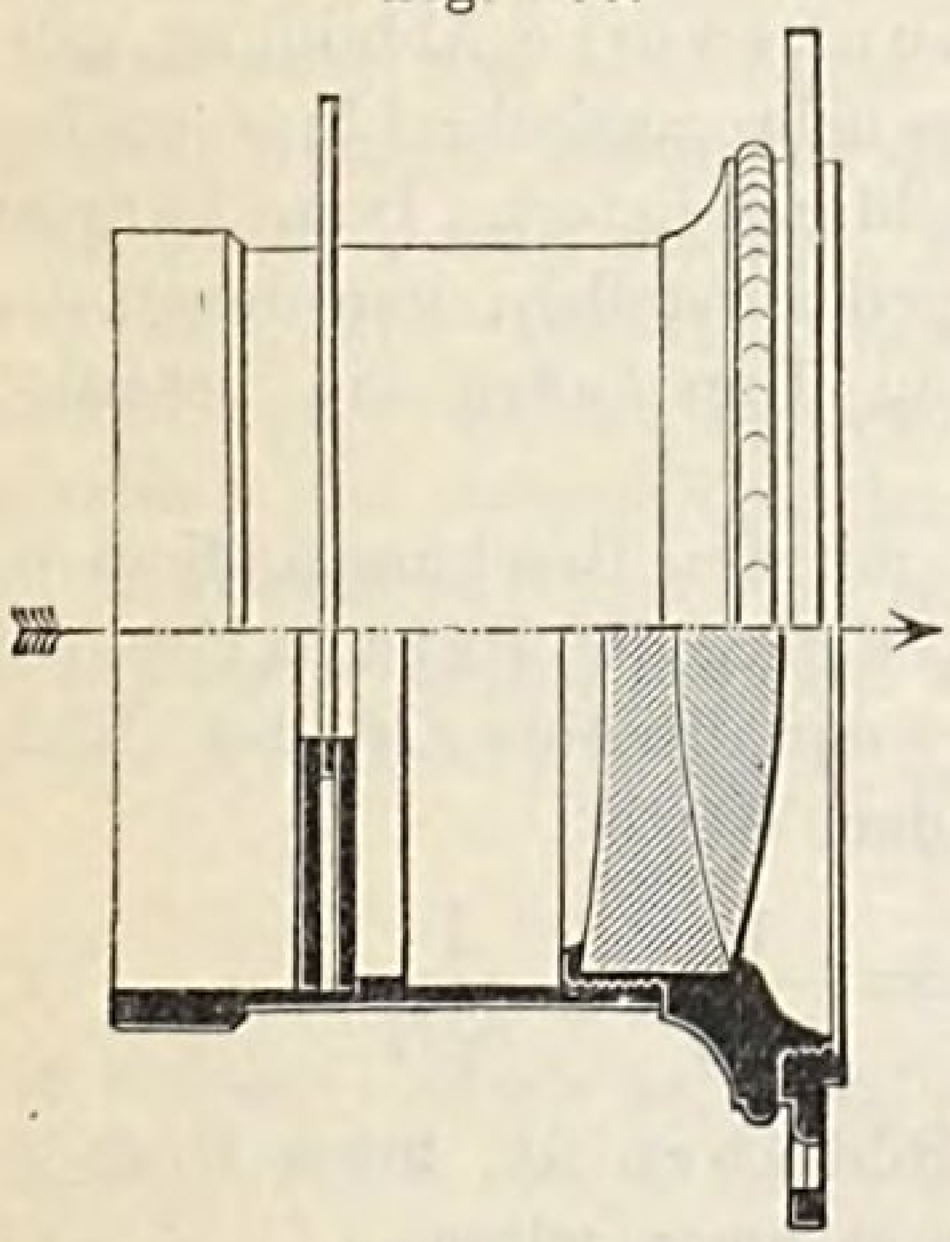
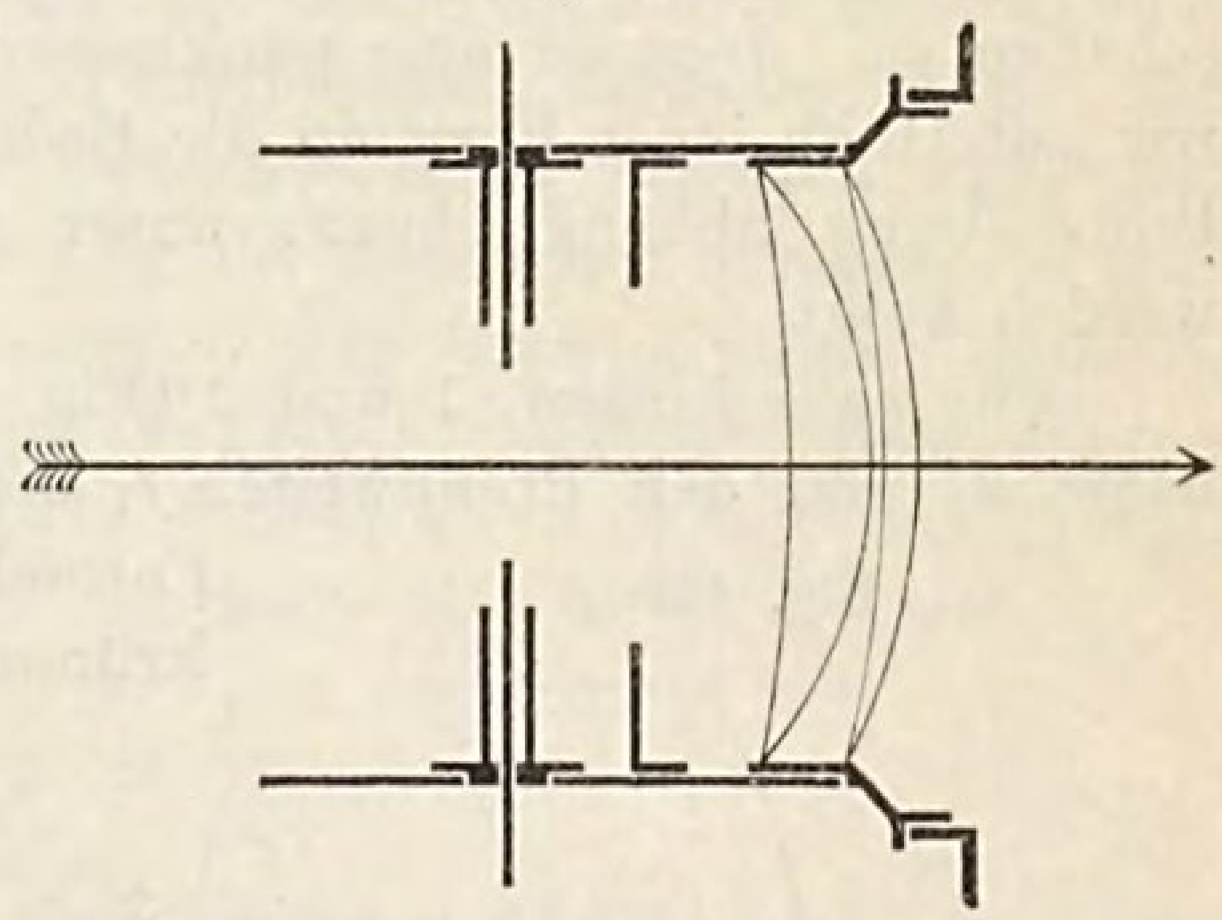


Fig. 467.



sich die Achromate noch heute grosser Beliebtheit und zwar wegen ihrer Billigkeit und weil sie wegen der geringeren Anzahl der reflectirenden Flächen weniger leicht zu Spiegelflecken Anlass geben.

Nur der äusseren Einrichtung wegen ist in Fig. 466 die Voigtländer'sche Landschaftslinse abgebildet; das Licht fällt auf die concave Fläche auf, die grösste Oeffnung beträgt $f/15$, der grösste Bildwinkel 90 Grad.

Erwähnung verdient jedoch noch die dreifach verkittete Weitwinkellandschaftslinse (Fig. 467) nach Dallmeyer. Durch Anwendung der stark gekrümmten Meniskenform und durch die Verwendung dreier Linsen behufs guter Correction gelingt es in der That, bei $f/20$ ein Bild von 72 Grad Ausdehnung vollkommen scharf zu erhalten. Bei anderen Arten dieser Linse kann man bis zur Oeffnung $f/12$ gehen. Bei dem neuen „Landschaftsrectilinear“, welches Dallmeyer 1888 construirte, sind ebenfalls drei Linsen verwandt, von denen aber nur zwei verkittet sind.

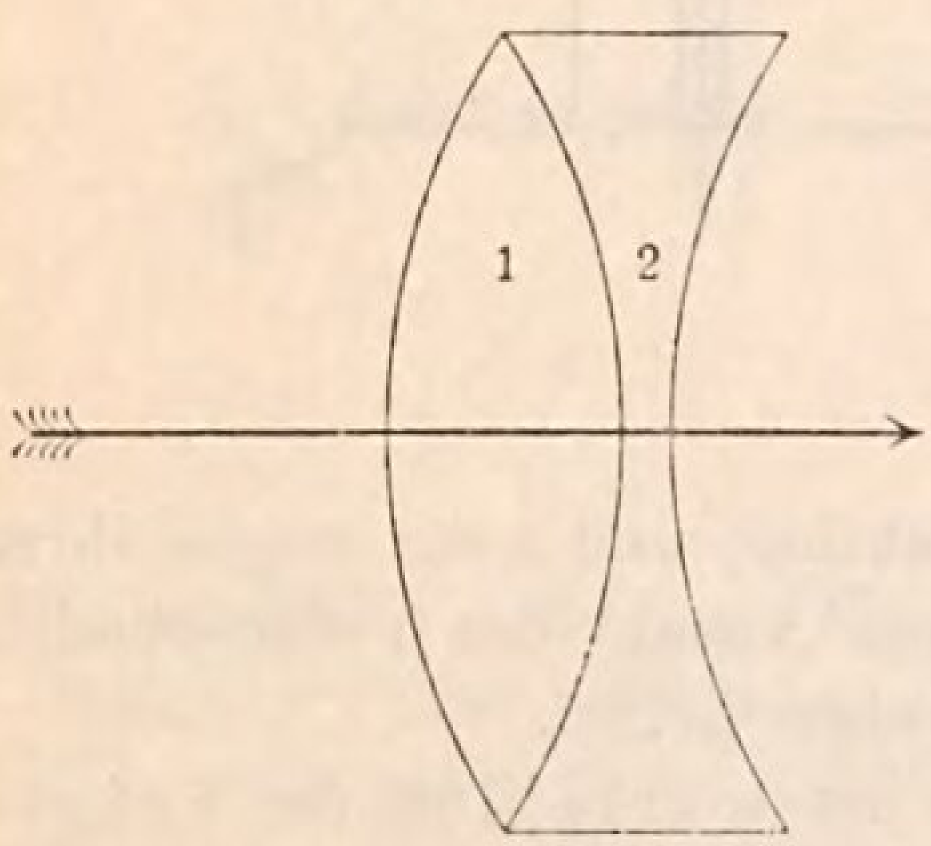
Neuerdings verwendet man mit Vortheil als Landschaftslinsen auch die dreifach und vierfach verkitteten anastigmatischen Einzelobjective (vergl. §. 291).

Bei den gewöhnlichen Achromaten ist die Sammellinse stets aus Crownglas, die Zerstreuungslinse aus Flintglas. Wir werden jetzt zur Besprechung von Achromaten übergehen, bei denen umgekehrt die Sammellinse aus Glas von höherem Brechungsindex besteht wie die Zerstreuungslinse und welche ohne Anwendung einer Vorderblende nur in Folge der Wahl der Glassorten frei von Bildwölbung sind.

286 **Beseitigung der Bildwölbung beim Achromaten durch geeignete Wahl der Glassorten. Neuachromat.** Da beim gewöhnlichen Achromaten der Astigmatismus nicht gehoben ist, kann man auch nicht von nur einer Bildwölbung reden, noch viel weniger die Krümmung des Bildes gemäss der Petzval'schen oder Seidel'schen Formel berechnen, welche nur für eine punktweise Abbildung gilt. Gleichwohl setzen wir den Fall, dass eine achromatische Linse so beschaffen sei, dass sie eine punktweise Abbildung liefert. Dann können wir mit Hülfe jener Formeln die Bedingungen aufstellen, von denen die Bildwölbung abhängt bezw. unter welchen Umständen sie beseitigt werden kann.

Für zwei Linsen, 1 und 2 (Fig. 468), mit den Brechungsindices n_1 bezw. n_2 und den Brennweiten f_1 bezw. f_2 liefert die Petzval'sche[1]) Formel für den Radius R der Bildkrümmung den Werth:

Fig. 468.



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{n_1 f_1} + \frac{1}{n_2 f_2} \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Damit das Bild eben ist, muss $R = \infty$ werden, also es muss gelten

$$\frac{1}{n_1 f_1} + \frac{1}{n_2 f_2} = 0$$

oder

$$n_1 f_1 = -n_2 f_2 \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

1. Unter der Annahme, dass $n_1 = n_2$ ist, erheischt Gleichung 2) demnach auch $f_1 = -f_2$; sind aber die Brennweiten zweier Linsen gleich und entgegengesetzt, so wirkt die Combination beider wie ein System mit unendlich grossen Brennweiten. Denn sind die Brennweiten der beiden Linsen gegeben, so folgt für die Gesammtbrennweite F beider Linsen laut Gleichung 1), §. 216, S. 561:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2},$$

[1]) In Bezug auf die Richtigkeit der Petzval'schen Formel vergleiche S. Czapski a. a. O., S. 110, wo auch die genauen Werthe für die Grösse der Bildkrümmung in Bezug auf die meridionalen und sagittalen Strahlen angegeben sind.

Uebrigens führen auch diese zu denselben Schlussfolgerungen, welche wir hier aus der Petzval'schen Formel ziehen werden.

also für $f_1 = -f_2$ einfach $F = \infty$. Die Linse wirkt wie eine planparallele Platte.

2. Interessanter gestaltet sich die Frage nach den Bedingungen der Bildebenung bei Anwendung zweier Linsen von verschiedenem Brechungsvermögen.

Bei den früheren Gläsern gehört zum schwach brechenden Crownglas eine geringe Dispersion, zum stark brechenden Flintglas eine hohe Dispersion. Solche Gläser wollen wir als gewöhnliche, normale oder Fraunhofer'sche bezeichnen.

Soll bei Verbindung zweier Linsen aus normalen, gewöhnlichen Crown- und Flintgläsern die Dispersion sich aufheben, ohne dass die Brechung, und zwar die Convergenz gleichzeitig vernichtet wird, so muss die Sammellinse aus Crownglas, die Zerstreuungslinse aus Flintglas hergestellt werden. Denn nur dann kann man die Brechung in der Sammellinse stark genug machen, um bei Verminderung derselben durch die negative Linse immer noch einen Ueberschuss zu behalten, während wegen der stärkeren Farbenzerstreuung die schwächer brechende Flintglaslinse die entgegengesetzte Dispersion der Crownglaslinse aufhebt. Diese älteren zu einem achromatischen zweilinsigen Objectiv nothwendigen Glaspaare wollen wir als normale Glaspaare bezeichnen (vergl. Patentschrift 56 109 von C. Zeiss). Es muss also in der Formel:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2},$$

bei welcher behufs achromatischer Verbindung f_1 positiv und f_2 negativ zu nehmen ist, der Werth von F positiv ist, also die Combination eine positive Brennweite hat, muss $f_1 < f_2$ sein.

Diese Forderung widerspricht derjenigen der Bildebenung

$$(n_1 f_1 = - n_2 f_2),$$

wonach $f_1 > f_2$ sein muss, da eben $n_2 > n_1$ ist.

Um zu sehen, unter welchen Umständen beiden Bedingungen zugleich genügt wird, setzen wir in die Gleichung für F den Werth von f_2 ein, wie er gemäss der Forderung nach Bildebenung lautet; hierdurch wird:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} - \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{1}{f_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 f_1} \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

wo f_1 eine positive Grösse ist. Soll also F ebenfalls positiv sein, so müsste $n_1 > n_2$ sein, d. h. die Sammellinse einen höheren Brechungsindex besitzen, als die Zerstreuungslinse. In diesem Falle heben sich die Dispersionen aber nur dann auf, wenn die Sammellinsensubstanz trotz höheren Brechungsvermögens eine kleinere Dispersion besitzt, wie die zur negativen Linse verwandte Substanz.

In der That stehen seit der bedeutsamen Schöpfung des glastechnischen Laboratoriums von Schott und Genossen in Jena der optischen

Technik solche aussergewöhnliche Gläser zur Verfügung. Es sind die Baryumsilicatgläser, welche im Vergleich zum gewöhnlichen Crownglase einen höheren Brechungsindex, dabei aber geringeres Zerstreuungsvermögen besitzen (vergl. S. 526). Wir wollen diese Gläser als anomale, aussergewöhnliche oder Jenaer bezeichnen. Bildet man aus ihnen die Sammellinse und aus den gewöhnlichen Crowngläsern mit niedrigerem Index, aber höherer Dispersion die negative Linse, so erhält man bei geeigneter Wahl der Brennweiten eine, wenn auch nicht vollständige, so doch beträchtliche Bildebenung.

Wählen wir die Gläser

Baryumsilicat: $n_D = 1{,}6112 \qquad n_{F-C} = 0{,}01747,$

Natronbleiglas: $n_D = 1{,}5205 \qquad n_{F-C} = 0{,}01956,$

so erhalten wir für die Brennweite des achromatischen Objectivs:

$$F = \frac{n_1 f_1}{n_1 - n_2} = 18 f_1,$$

also es bleibt eine positive Brennweite bestehen.

Bei Verwendung gewöhnlicher normaler Glassorten, Crownglas vom Index $n_D = 1{,}5$ und Flintglas vom Index $n_D = 1{,}6$, würde dagegen $F = -15 f_1$ werden, falls die Combination gemäss der Petzval'schen Formel ein ebenes Bild liefern soll.

Je höher andererseits der Brechungsindex n_1 der Sammellinse genommen werden kann, ohne dass die Möglichkeit der Achromasie verloren geht, um so kleiner wird die positive Brennweite der Combination bei vollkommener Ebenheit des Bildes. Für Diamant vom Index $n_1 = 2{,}4$ würde bei Verwendung von gewöhnlichem Flint $n_2 = 1{,}6$ die Brennweite $F = 3 f_1$ werden.

Schon Petzval hat bei der Discussion der möglichen Bildebenung auf die bildebnende Eigenschaft des Diamanten hingewiesen, ohne aber ausdrücklich die Schwierigkeiten hervorzuheben, welche der Achromatisirung der positiven Diamantlinse durch eine negative Linse entgegenstehen. Auch L. Seidel hebt hervor, dass die Forderung der Achromasie derjenigen der Bildebenung widerspricht (vergl. §. 203).

Seitdem man mittelst der Jenaer Gläser solche zur Bildebenung nothwendige anomale Gläser besitzt, sind sogleich auch aus ihnen Achromate hergestellt worden, bei denen die Sammellinse höheren Index und niedrigere Dispersion besitzt, als die negative Linse.

Wir wollen diese aus anomalen Glaspaaren hergestellten aus zwei Linsen verkitteten und so gut als möglich sphärisch corrigirten Achromate kurz als „Neuachromate" bezeichnen, im Gegensatze zu den aus gewöhnlichen Crown- und Flintgläsern gebauten, welche „Altachromate" heissen mögen. Dabei werde ausdrücklich betont, dass die drei Elemente (Radien) ausser zur Einhaltung der vorgeschriebenen Brennweite, lediglich zur bestmöglichen Beseitigung der chromatischen und sphärischen Aberration Verwendung finden sollen.

Auch werde festgehalten, dass nicht etwa die Reihenfolge der Gläser entscheidet, sondern lediglich die Frage, ob die Sammellinse aus Glas von höherem Index bei niedrigerer Dispersion besteht, wie die Zerstreuungslinse, oder aus Glas von sowohl niedrigerem Index als auch niedrigerer Dispersion. Das Glied der *Concentric lens* (siehe Fig. 465) ist wohl das erste aus anomalen Glaspaaren hergestellte zweilinsige Objectiv gewesen, bei welchem aber in Folge der Form die sphärische Correction mangelhaft ist, die ohne dies beim Neuachromaten nicht vollkommen möglich ist. Auch im später zu besprechenden Gruppen-Antiplanet von C. A. Steinheil besteht das eine Glied aus anomalen Glaspaaren; dasselbe ist aber hyperchromatisch [1]) und zwar zu dem Zwecke, um die beiden Glieder des Antiplaneten mit möglichst starken entgegengesetzten Fehlern zu versehen.

Die Linsendistanz als Mittel zur künstlichen Streckung 287
des Bildes. Die von Petzval wie auch von Seidel aufgestellte Formel für den Krümmungsradius im Scheitel des Bildes gilt nur, falls

Fig. 469 a.

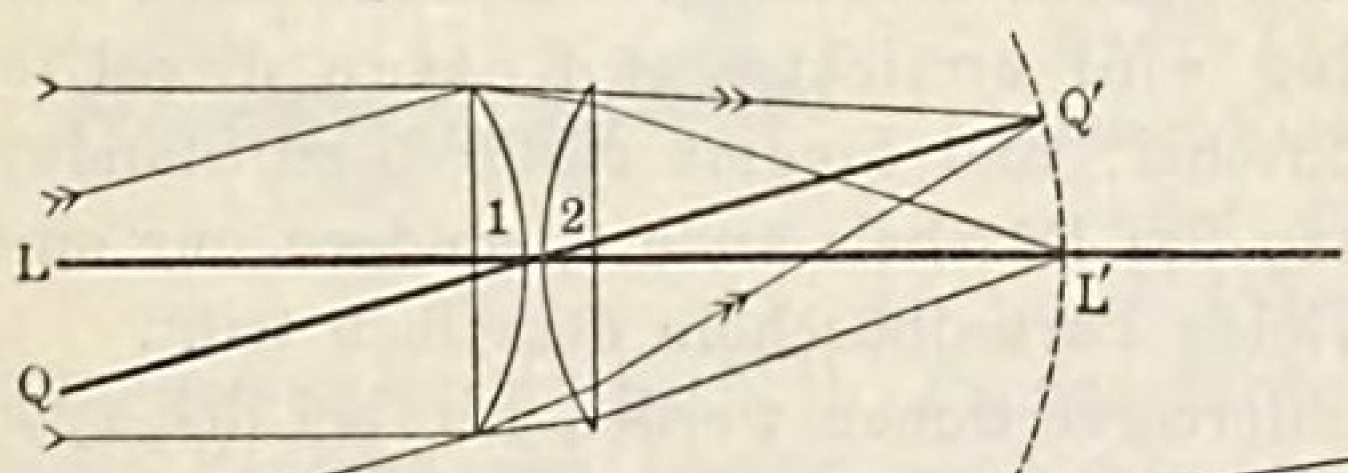
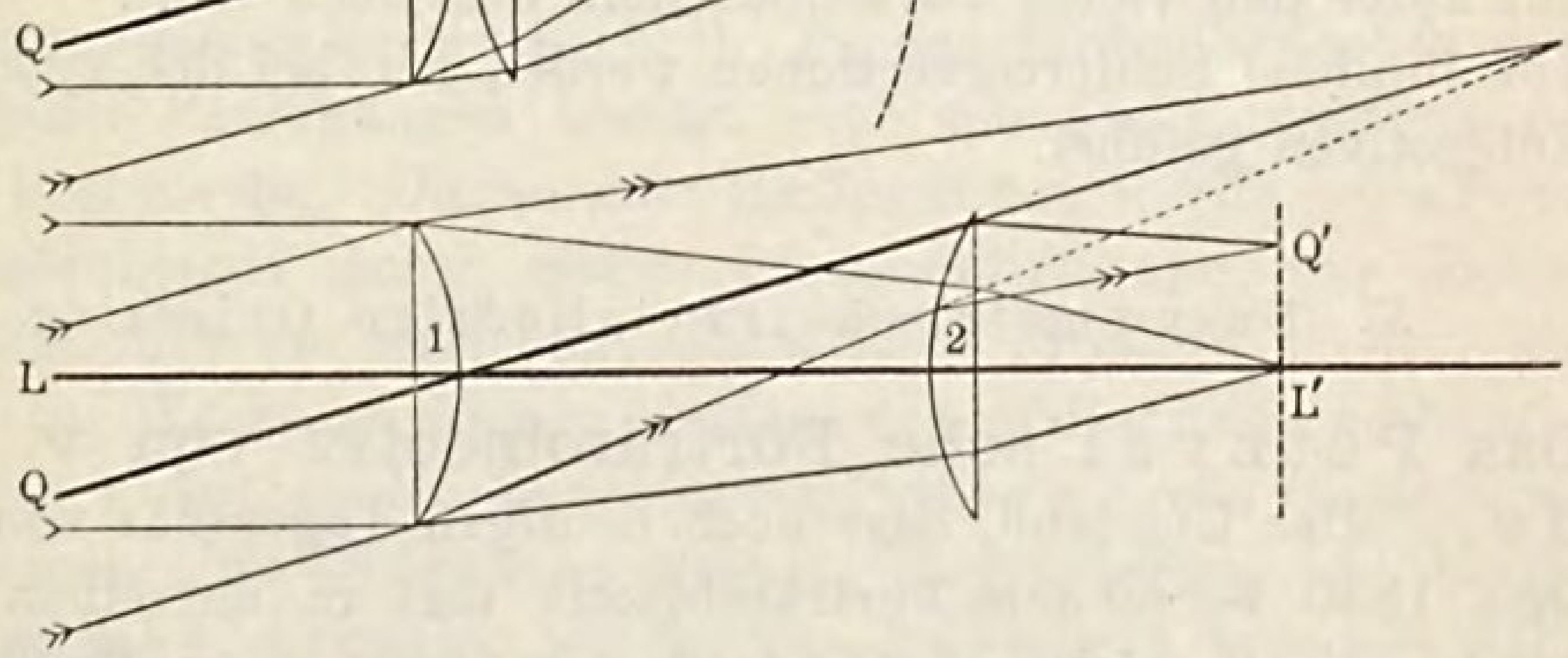


Fig. 469 b.



eine punktweise Abbildung stattfindet. In ihr kommt weder der Abstand der Linsen, noch auch der Abstand des Objectes vor. Und thatsächlich sind beide Elemente ohne Einfluss, wenn bei deren Variation stets die punktweise Strahlenvereinigung erhalten bleibt [2]). Sie werden von grossem Einfluss in Bezug auf die Bildkrümmung, wenn mit ihrer Veränderung auch eine Aenderung der Strahlenconcentration eintritt. Als Beispiel wählen wir den Fall, wo zwei planconvexe Linsen 1 und 2 (Fig. 469) einmal sehr nahe (a), das andere Mal von einander weit entfernt (b) als System benutzt werden. Ist das Bild im ersten Falle stark gekrümmt, so wird dasselbe immer ebener, je weiter man die Linsen von einander trennt.

[1]) Also noch mehr chromatisch als die äquivalente einfache Linse.

[2]) Vergl. L. Seidel, Astron. Nachr. Nr. 1027 bis 1029.

Dass das Bild bei Berührung der Linsen gekrümmt ist, darf nicht Wunder nehmen, da die beiden Linsen doch nur wie eine einzige von derselben äquivalenten Brennweite wirken, wenn auch die verschiedenen Fehler wegen der Vertheilung der Strahlenconvergenz auf zwei Linsen geringer sind, als bei der einfachen, stark gekrümmten Linse. Jedem Punkte entspricht also auch hier noch eine caustische Curve, so dass bei geeigneter Abblendung eine künstliche Bildstreckung erzielt werden kann (vergl. §. 283). Diese Abblendung wird nun bewirkt durch die Trennung beider Linsen (Fig. 469 b). Hier wirkt die erste Linse gleichsam als Blende in Bezug auf die schiefen Büschel, so dass von diesen nur ein Theil zur Wirksamkeit kommt; dabei durchsetzt ausserdem jedes wirksame Partialbüschel beide Linsen in umgekehrter Weise, insofern es die entgegengesetzten Seiten beider Linsen benutzt. Die durch die Trennung beider Linsen verursachte Bildstreckung ist nicht zu vergleichen mit der Bildebenung, hervorgerufen durch die geeignete Wahl der Glassorten, wie beim Neuachromaten. Letztere ist eine wirkliche Correction bei Benutzung der vollen Oeffnung im Vergleich wenigstens zu einem Altachromaten gleicher Oeffnung. Die künstliche, durch Blenden bewirkte Bildstreckung wird erreicht auf Kosten der Lichtstärke, zumal der schiefen Büschel, und kommt dadurch zu Stande, dass man nicht den Strahlengang des Büschels ändert, sondern nur eine geeignete Auswahl unter den vielen Partialbüscheln desselben trifft.

Auf ähnliche Fehlercorrectionen werden wir bei den symmetrischen Doppelobjectiven geführt.

V. Unsymmetrische zweigliedrige Objective.

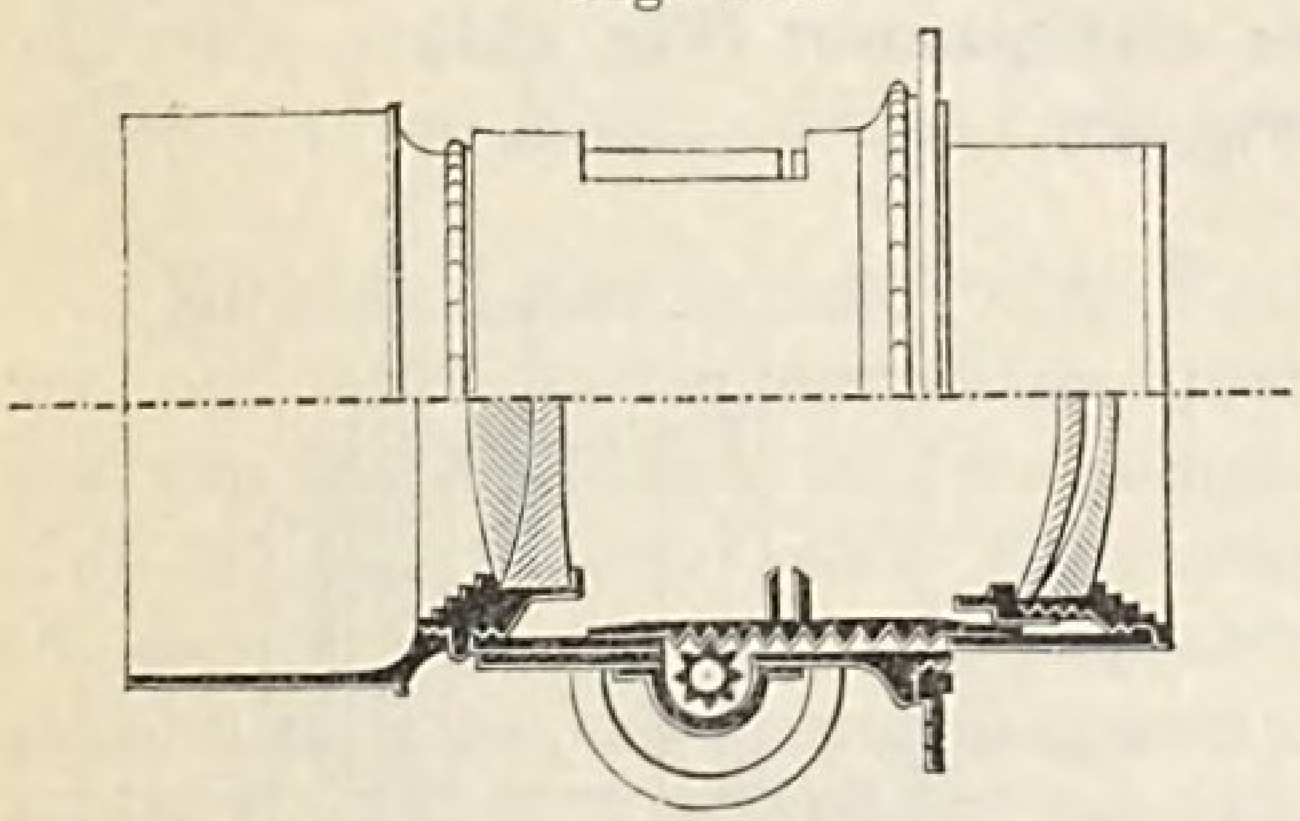
288 **Das Petzval'sche Porträtobjectiv von v. Voigtländer.** Der Umstand, dass noch heutigen Tages das von Petzval im Jahre 1840 berechnete Porträtobjectiv fast in derselben Form gebräuchlich und als solches unübertroffen ist, lehrt recht deutlich, dass in der optischen Kunst vor Allem die richtig angewandte Theorie zum Ziele führt. In der Zeit, da die Photographie aufkam, und Draper in New-York 1840 das erste Porträt einer lebenden Person bei einer Expositionszeit von 10 bis 20 Minuten erhielt, war es der lebhafte Wunsch aller Betheiligten, ein lichtstarkes Objectiv zu besitzen, welches die Zeit der Exposition verminderte. Petzval in Wien und Chevalier in Paris suchten, unabhängig von einander, dieses Ziel zu erreichen, indem sie aus mehreren Gliedern zusammengesetzte Linsencombinationen construirten. Schon im Jahre 1841 trat Voigtländer in Wien mit dem ersten Objectiv nach Petzval's Berechnungen an die Oeffentlichkeit, welches wesentlich dazu beitrug, die Photographie populär zu machen.

Bei diesem in Fig. 470 abgebildeten Objectiv ist alles dem Zwecke geopfert worden, bei einem grossen Oeffnungsverhältniss von nahe $f/3$ ein

Bild eines Axenpunktes zu erhalten, welches frei ist von chromatischer und vor Allem von sphärischer Aberration höherer Ordnung. Trotz der hohen Lichtstärke sollte die Bildmitte noch eine zehnmalige Vergrösserung vertragen.

Hat man zur Beseitigung des ersten Gliedes der sphärischen Aberration nur einen disponiblen Radius nöthig, so sind zur Beseitigung von fünf Gliedern, wie beim Petzval'schen Objectiv, auch fünf Bedingungen zu erfüllen. Wollte man diesen Bedingungen dadurch genügen, dass man beliebig viele Linsen ohne Distanz aneinanderfügt, wodurch thatsächlich die sphärische Abweichung bis zu einer beliebig hohen Ordnung beseitigt wird (vergl. §. 190, Nr. IV), so würden andere Fehler erster Ordnung auftreten, welche nur dann zum Verschwinden zu bringen sind, falls das System wie eine planparallele Platte wirkt (vergl. §. 203). Man muss demnach die Linsen von einander trennen und demgemäss wiederum die getrennten Theile des Systems jedes für sich achromatisiren, um stabilen Achromatismus zu erreichen [1]). Zu den fünf sphärischen und zwei achromatischen Bedingungen kommt noch die für Einhaltung der gewünschten Brennweite. Diesen acht Bedingungen wurde beim Petzval'schen Porträtobjectiv durch sieben Linsenradien und eine Entfernung genügt. Um dies zu erreichen, nützt alles Probiren nichts, es muss rechnerisch zu Werke gegangen werden, wie es Petzval gethan [2]).

Fig. 470.



Das von Voigtländer ausgeführte Petzval'sche Objectiv vertrug unter günstigen Umständen eine 20fache Vergrösserung und besass eine 16mal so grosse Lichtstärke, als der von Daguerre benutzte Achromat. Diese grosse Errungenschaft war aber mit verhältnissmässigen Opfern bezahlt worden, welche das zur Aufnahme von Porträts sehr geeignete Objectiv für andere Zwecke (Gruppen und Landschaftaufnahme) ungeeignet machten. Alle Elemente waren zur Correction allein der Bildmitte verwendet; als Folge davon zeigte das Bild ausser der Axe die Fehler schiefer Büschel. Die Verwendung von zwei getrennten Systemen hat andererseits zur Folge ein beschränktes Gesichtsfeld mit nach dem Rande zu abnehmender Intensität, während in Folge von sechs Glasflächen gegen Luft eine grosse Anzahl von Spiegelbildern auftritt, so dass die Brillanz des Bildes keine so grosse ist, wie beim Landschaftsachromaten.

1) Achromasie des Bildortes und der Brennweite (vergl. §. 216, S. 563).

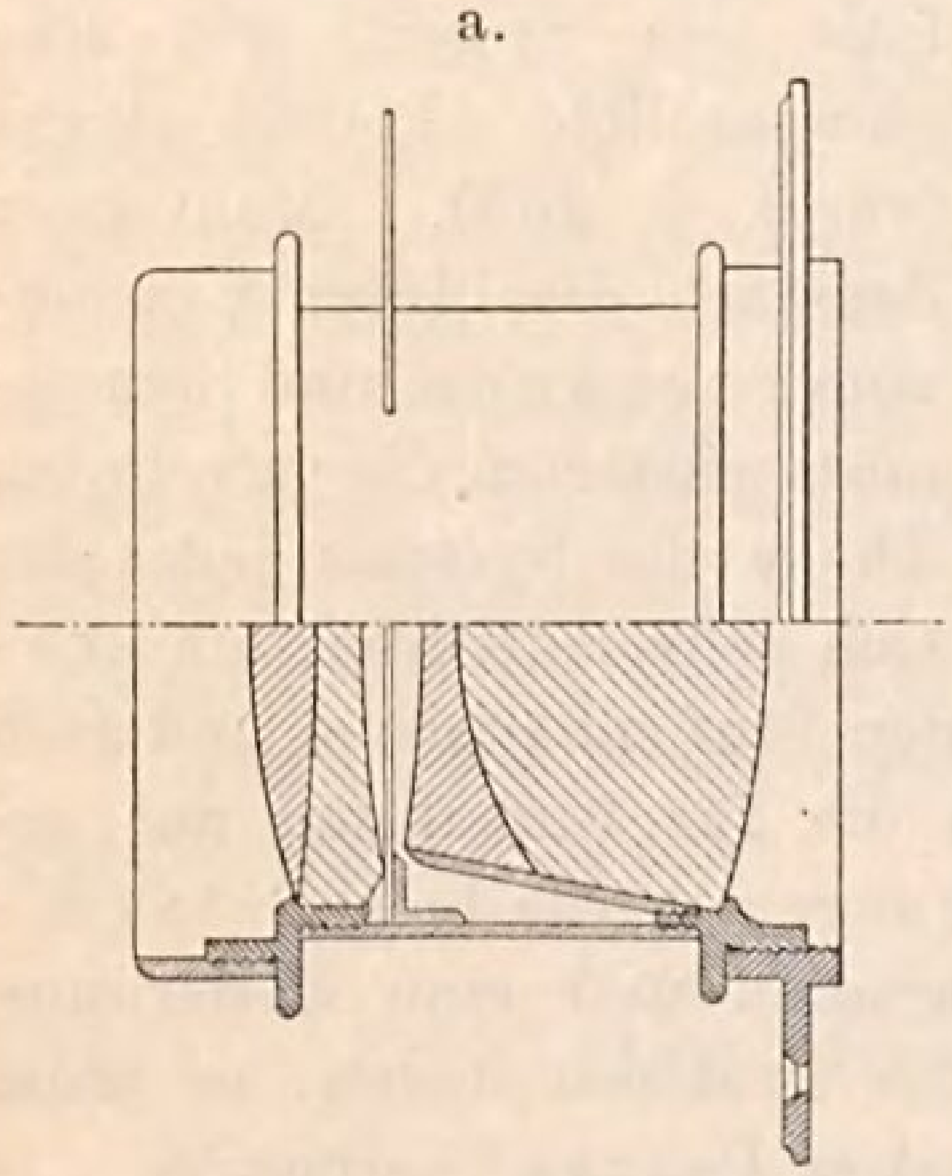
2) Petzval wurde während mehrerer Jahre durch zwei Oberfeuerwerker und acht Kanonire der österreichischen Artillerie im Rechnen unterstützt.

Bei den von Chevalier ebenfalls im Jahre 1841 gefertigten Doppelobjectiven, welche, ähnlich wie das Petzval'sche Porträtobjectiv, aus zwei getrennten unsymmetrischen Systemen bestanden, konnten letztere einander genähert oder von einander entfernt werden, um die Brennweite und somit die Bildgrösse zu ändern. Auch konnte die Hinterlinse durch eine andere ersetzt und hierdurch das Porträt- in ein Landschaftsobjectiv verwandelt werden.

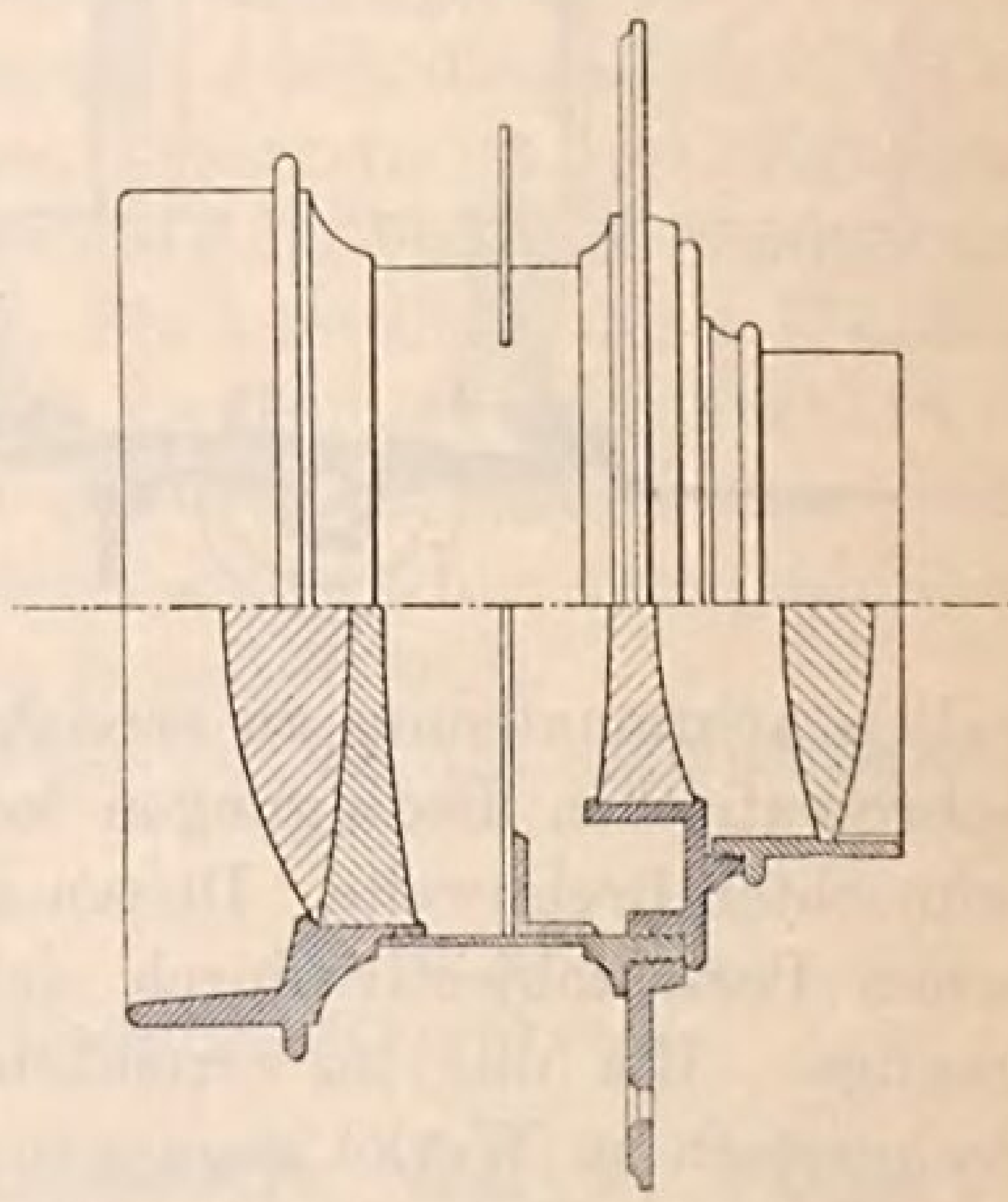
289 **Antiplanet von A. Steinheil**[1]). Zur Beseitigung der Uebelstände, welche den älteren, mit grosser Oeffnung arbeitenden Systemen mehr oder weniger anhaften, dass in Folge von Astigmatismus die Schärfe von der Mitte zum Rande relativ schnell abnimmt, construirte Steinheil im Jahre 1881 seinen Antiplanet (Fig. 471).

Fig. 471.

a.



b.



Auf Grund umfangreicher Rechnungen hatte Dr. Adolph Steinheil sich das Urtheil gebildet, dass das Bild an Schärfe um so gleichmässiger ist, je ungleicher die Gesammtleistung des Objectivs in die beiden Glieder desselben vertheilt ist. Demgemäss besitzen die beiden Glieder[2]) I und II entgegengesetzte Fehler von absichtlich hohem Betrage, und während die Brennweite von I positiv, aber kleiner als die Gesammtbrennweite ist, besitzt II eine negative Brennweite von genügender Länge. Ist Theil I mit den Fehlern einer einfachen Sammellinse behaftet, so besitzt Theil II die Fehler einer einfachen Zerstreuungslinse. Auf diese Weise ist innerhalb eines beschränkten Gesichtsfeldes der Astigmatismus zugleich mit der Bildwölbung verringert, dafür nimmt aber die Unschärfe über dieses Feld hinaus rasch zu, so

1) Der Antiplanet, D. R.-P. Nr. 16354 vom Jahre 1881.

2) Fortan wollen wir bei allen aus zwei getrennten Gliedern bestehenden Objectiven das Vorderglied mit I, das Hinterglied mit II bezeichnen (vergl. Fig. 476 u. ff.).

dass von einer gewissen Grenze an auch bei starker Abblendung kein scharfes Bild erhalten wird.

Man kann den Antiplaneten (Fig. 471 a) für Aufnahmen im Freien von Gruppen, Landschaften etc. als ein Universalinstrument für Momentaufnahmen sowohl als bei Anwendung von Blenden für Gruppenaufnahmen bezeichnen. Das „Gruppenantiplanet“ genannte Objectiv giebt bis zu 70 Grad Bildwinkel ein scharfes Bild und soll auch noch bei einer Oeffnung $f/5$ vortrefflich arbeiten.

Bei dem für Porträts construirten Antiplaneten (Fig. 471 b) sind die Linsen des Theiles II getrennt. Im Uebrigen wirken Theil I und II in derselben Weise hier wie beim Gruppenantiplanet.

Erst durch Benutzung der neuen Jenaer Gläser konnten die in den folgenden Paragraphen zu besprechenden Objective construirt werden, welche ein von Astigmatismus freies und dabei ebenes Bild liefern.

Zeiss-Anastigmat von P. Rudolph [1]. Zur Beseitigung 290
der vom Antiplaneten erstrebten anastigmatischen Bildebenung führte das von Dr. Rudolph in Jena aufgestellte Princip der gegensätzlichen Abstufung der Brechungsquotienten in den beiden Gliedern des unsymmetrischen Doppelobjectivs. Hatte Steinheil durch absichtlich hohe, aber entgegengesetzte Fehler in den beiden Gliedern schon eine gewisse Reduction der Anomalien schiefer Büschel erreicht, so konnte P. Rudolph dieselben thatsächlich beseitigen, indem er ein aus normalen Glaspaaren gebildetes, chromatisch und sphärisch corrigirtes Glied mit einem aus anomalen Glaspaaren gebildeten, chromatisch und sphärisch annähernd corrigirten Gliede verband oder wie wir gemäss unserer neu eingeführten Definition (§. 286) einfach sagen können: indem er einen Neuachromaten mit einem Altachromaten combinirte. Durch Combination zweier Achromaten, von denen jeder nahe sphärisch und chromatisch corrigirt ist, kann aber nur dann der Astigmatismus gehoben werden, wenn die durch den einen Achromaten erzeugte astigmatische Aberration entgegengesetztes Vorzeichen hat gegenüber der vom anderen Achromaten hervorgerufenen astigmatischen Abweichung. Es lässt sich nun zeigen, dass in der That ein Neuachromat in Folge seiner positiv oder sammelnd wirkenden

[1]) D. R.-P. Nr. 56109; Engl. Patentschrift, 24. Mai 1890, Nr. 6028; The British Journal of Photography 1890, S. 443. Vogel's Photogr. Mitthlgn., Bd. 27, S. 84. Carl Zeiss, Optische Werkstätte, Provis. Preislisten von 1890 und Katalog von 1891.

Dr. Rudolph, „Ueber den Astigmatismus photogr. Linsen“. Eder's Jahrb. f. Photogr. 1891, S. 225 und 1893, S. 221.

Derselbe, „Die Zeiss-Anastigmate“, Photogr. Wochenblatt 1892, Nr. 18 bis 21.

Derselbe, „Die Zeiss-Anastigmate und deren Verwendbarkeit“, Vortrag, gehalten im Verein zur Pflege der Photographie und verwandter Gebiete zu Frankfurt a. M. 1893. Phot. Corr. 1893, S. 512 bis 522.

Kittfläche eine astigmatische Abweichung von entgegengesetztem Vorzeichen hervorruft wie der Altachromat mit seiner negativen oder wie eine zerstreuende Linse wirkenden Kittfläche. In dieser Gegensätzlichkeit der beiden Kittflächen liegt die Bedeutung der gegensätzlichen Abstufung der Brechungsquotienten in den beiden Gliedern des Zeiss'schen Anastigmaten für die Beseitigung des Astigmatismus; dabei bietet der Neuachromat zugleich ein Mittel, die Bildwölbung zu corrigiren. Verbindet man also, wie beim Zeiss'schen Anastigmat (Fig. 472), einen Neuachromaten I mit einem Altachromaten II von geeigneter Construction, so lässt sich eine nahe vollkommene Aufhebung des Astigmatismus schiefer Büschel unbeschadet der Ebenung eines grossen Bildfeldes erreichen. Auch bei relativ beträchtlichem Oeffnungsverhältniss wird beim Zeiss-

Fig. 472.

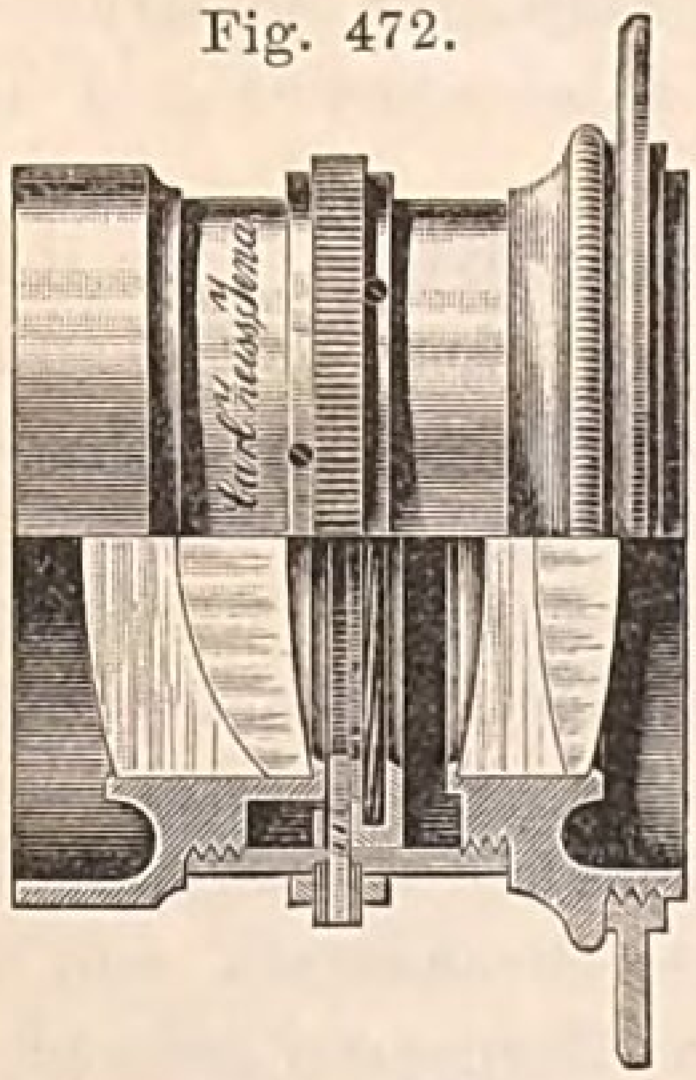
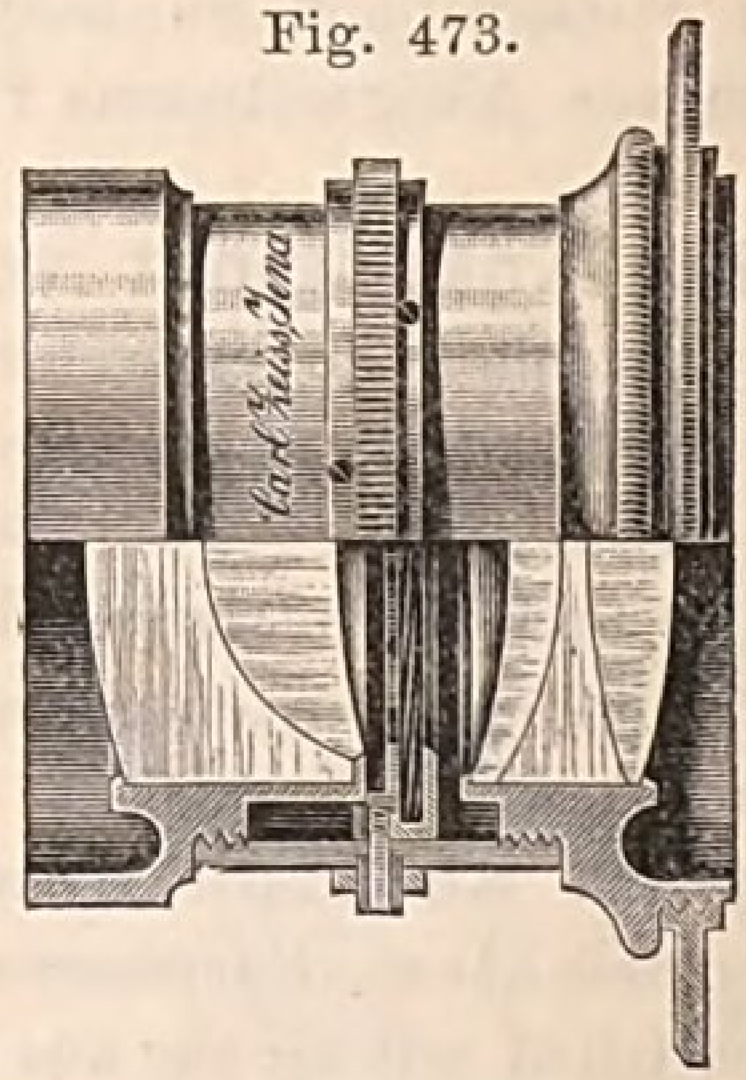


Fig. 473.



schen Anastigmaten eine ungewöhnliche Gleichförmigkeit der Bildschärfe innerhalb eines grossen Bildwinkels erreicht.

Jedes Glied des Anastigmaten ist für sich nur nahezu vollständig achromatisirt; wohl aber ist das Gesammtsystem sowohl frei von „chemischem Focus", als auch von der chromatischen Vergrösserungsdifferenz, weil erstens das optisch scharfe Bild mit dem photographisch scharfen zusammenfällt, und zweitens beide gleiche Grösse haben. In anderen Worten heisst dies, sowohl die Brennpunkte wie die Hauptpunkte coincidiren für die optischen und photographischen Strahlen. Auch die Verzeichnung ist bis zum Rande aufgehoben.

Wird schon durch die bessere Correction der schiefen Büschel eine nur langsam abnehmende Helligkeit von der Bildmitte zum Rande bedingt, so wirkt in demselben Sinne, nur ungleich mehr, der geringe Abstand beider Glieder des Doppelobjectivs und der Ueberschuss der Linsendurchmesser über den der grössten anwendbaren Blende.

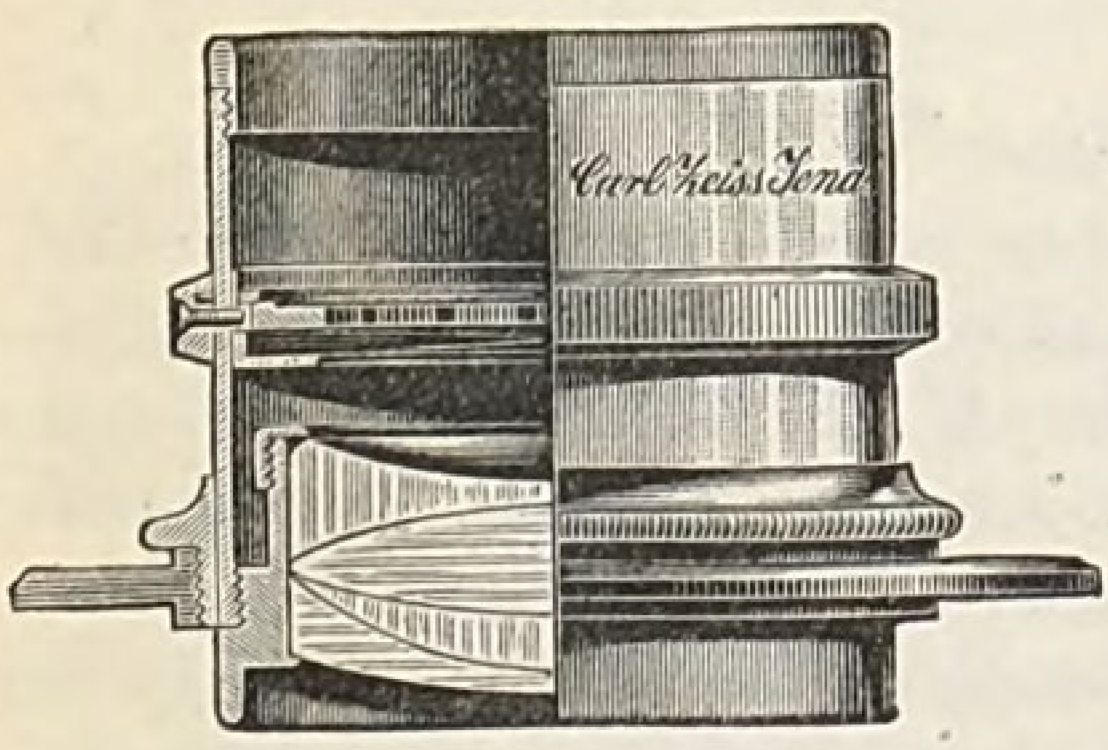
Der in Fig. 472 abgebildete Anastigmat ist ein lichtstarkes Weitwinkelobjectiv mit grösster Oeffnung $f/9$; bei kleineren Oeffnungen beträgt, je nach der absoluten Dimension des Objectivs, das Gesichtsfeld etwa 85 bis 100 Grad. Der in Fig. 473 abgebildete Anastigmat dient als lichtstarkes Momentobjectiv; er besteht aus einer zweifachen

Front-, aber einer dreifachen Hinterlinse, natürlich unter Wahrung der gegensätzlichen Abstufung der Brechungsindices in beiden Gliedern. Nur um bei grossem Oeffnungsverhältniss noch die sphärische Aberration höherer Ordnung beseitigen zu können, dient die fünfte Linse. Bei voller Oeffnung $f/4,5$ ist in Folge der grossen Lichtstärke das Objectiv zu Momentaufnahmen zu verwenden; dabei ist bei geringerer Oeffnung das Bild noch eben und scharf bis zu einem Bildwinkel von 75 Grad.

Eine dritte Serie stellen eigentliche Weitwinkelsysteme vor, deren kleinere Nummern Felder bis 108 Grad zeichnen und noch bei sehr grossem Winkel genügend lichtstark sind, um bei Sonnenlicht Momentaufnahmen zu gestatten; die grösseren Nummern sind für Strichreproductionen bestimmt. Letztere geben ein Bild von 60 Grad Ausdehnung vollkommen eben und anastigmatisch, sowie frei von der geringsten Verzeichnung wieder. Auf die vor P. Rudolph von H. Schröder und A. Miethe gemachten Versuche, mittelst Benutzung von nur anomalen Gläsern Anastigmate herzustellen, kommen wir im §. 295 zu sprechen, da dieselben den symmetrisch zur Blende angeordneten Doppelobjectiven zugehören.

Aus drei und vier Linsen verkittete Einzelobjective mit anastigmatischer Bildebenung. 291 Nachdem durch P. Rudolph das Princip festgelegt und erprobt war, nach welchem ein Objectiv gebaut werden musste, damit es ein ebenes und anastigmatisches Bild liefert, nämlich, dass es aus einem Neu- und Altachromaten zusammengesetzt sei, von denen die eine Kittfläche eine sammelnde, die andere eine zerstreuende Wirkung besitzt, lag es nahe, auch einfache Objective mit anastigmatischer Bildebenung zu construiren.

Fig. 474.

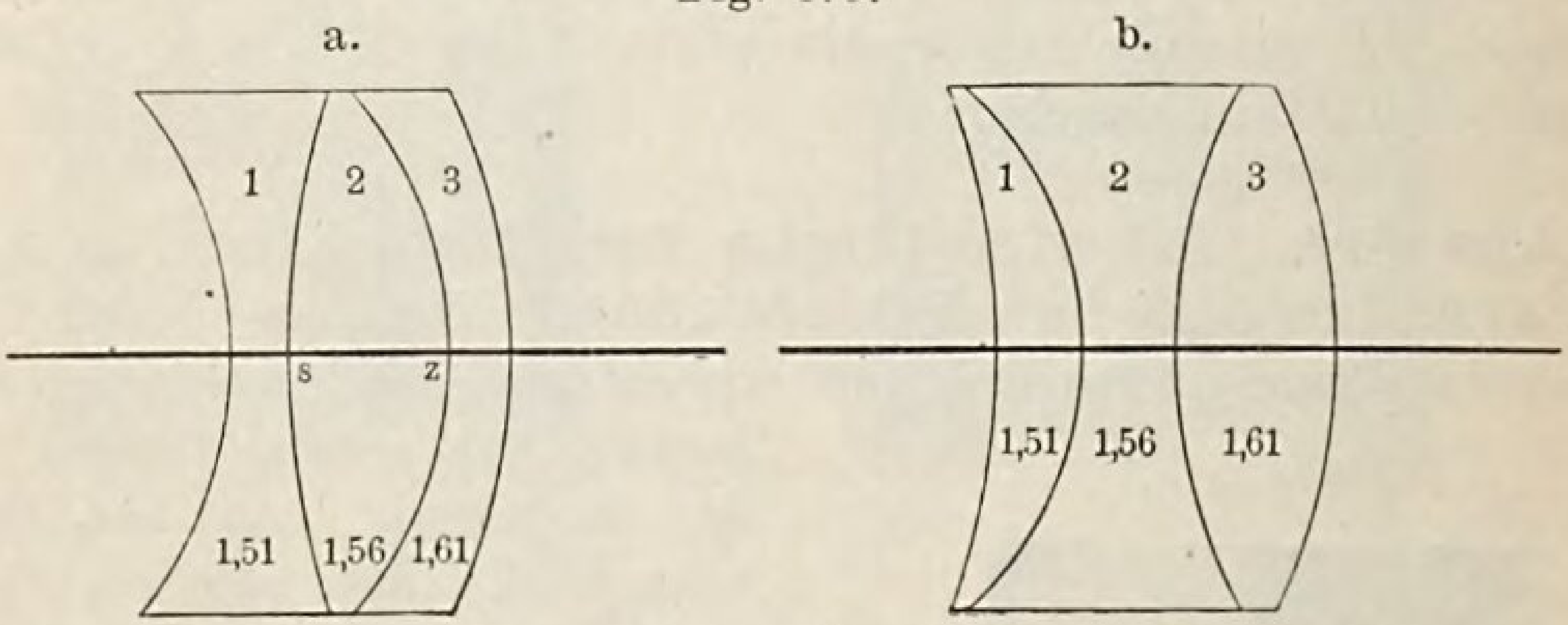


Denkt man sich den Zeiss-Anastigmat (Fig. 472) so construirt, dass die äussere Fläche des zweiten Gliedes (Neuachromat) dieselbe absolute Krümmung hat, wie die äussere Fläche des ersten Gliedes (Altachromat), dreht das eine von beiden Gliedern um und kittet beide Glieder zusammen, so erhält man das im Jahre 1894 von Rudolph construirte und von C. Zeiss unter dem Namen „Anastigmatlinse $^1/_{12,5}$“ in den Handel gebrachte anastigmatische Einzelobjectiv [1]) (Fig. 474),

[1]) Improvements in and relating to Photographic Objectives No. 19 509. Paul Rudolph, Jena, November 17., 1894. Englische Patentschrift in „The British Journal of Photography“ 1894, pag. 829. Siehe auch die deutsche Uebersetzung davon in Eder's Jahrbuch für Photographie 1895, S. 283.

welches bei grosser Lichtstärke und guter Schärfe eine „bisher unerreichte Vollkommenheit der anastigmatischen Ebenung des Bildfeldes" besitzt. Da dieses Objectiv nicht aus getrennten Gliedern besteht, braucht auch nicht mehr jedes Glied für sich achromatisirt zu sein, vielmehr können, um andere Vortheile zu erzielen, die beiden Glieder stärkere, entgegengesetzte Aberrationen erhalten. In dieser Gestalt vereinigt in gewissem Sinne das Objectiv das antiplanetische Princip von Steinheil mit dem anastigmatischen von Rudolph. Jedenfalls sind die näheren Constructionsbedingungen nur noch von besonderen Anforderungen an das Objectiv und von den zur Verfügung stehenden Glasarten abhängig. Dabei können die verkitteten Glieder wieder den verschiedensten Charakter besitzen, sie können beide positiv oder aber das eine positiv, das andere negativ bezw. plan sein, wenn nur das Gesammtsystem dadurch achromatisch und sphärisch corrigirt bleibt. Auch ist die Reihenfolge der Gläser Nebensache, wenn nur der Typus gewahrt bleibt, dass zwei

Fig. 475.



Gläser zusammen einen Neuachromaten mit einer sammelnden Kittfläche, die zwei anderen einen Altachromaten mit zerstreuender Kittfläche bilden, so dass das Rudolph'sche Princip der gegensätzlichen Abstufung der Brechungsquotienten verwirklicht ist und der Astigmatismus compensirt werden kann.

Denken wir uns in dem vierlinsigen anastigmatischen Einzelobjective die beiden mittleren Linsen durch eine einzige ersetzt, deren Brechungsexponent zwischen den Exponenten der beiden äusseren Linsen liegt, so erhalten wir ein dreilinsiges Einzelobjectiv (Fig. 475), welches gleichfalls die oben definirte Gegensätzlichkeit der Brechungsindices aufweist und dem anastigmatischen Typus mit den zwei verschieden wirkenden Kittflächen (s = sammelnd und z = zerstreuend) angehört. Dabei ist das Rudolph'sche Princip gewahrt, sowohl wenn die mittlere Linse eine Sammellinse ist und die äusseren Linsen negative Brennweiten (Fig. 475 a) haben, als auch umgekehrt, wenn die mittlere Linse eine Zerstreuungslinse ist und die äusseren Linsen eine positive Brennweite (Fig. 475 b) haben.

Ein derartiges achromatisches Einzelobjectiv, welches aus drei verkitteten Linsen besteht und bei welchem das Bild anastigmatisch geebnet,

sowie sphärisch in und ausser der Axe corrigirt ist, wurde bereits vor dem vierlinsigen Einzelobjectiv (Fig. 474) ausgeführt und zwar Ende 1891 nach Rechnungen von Dr. Rudolph in der Werkstätte von C. Zeiss, aber von dieser Firma erst 1893 unter dem Namen „Anastigmat-Satzlinse Ser. VI" in den Handel gebracht[1]).

Unabhängig davon wurde Herr v. Hoegh durch Rechnung gleichfalls auf diese einfachste Form einer anastigmatisch geebneten Einzellinse geführt, welche von der Firma C. P. Görz im December 1892 nach v. Hoegh's Rechnungen zum Patent eingereicht wurde, speciell in der Combination zweier solcher dreifach verkitteter Linsen zu einem symmetrisch gebauten Doppelobjectiv, welches unter dem Namen „Doppel-Anastigmat" (siehe §. 296, Fig. 485) in den Handel gebracht worden ist.

Auch die Firma C. Zeiss combinirte die schon als Einzelobjectiv corrigirte Anastigmat-Satzlinse zu zweien in dem „Satzanastigmat" Ser. VI a. Die Fabrikation des dreilinsigen Einzelobjectivs wurde von ihr jedoch wieder aufgegeben, seitdem diese Firma in dem verkitteten vierlinsigen System ein Einzelobjectiv (Fig. 474) besitzt, welches lichtstärker, besser anastigmatisch geebnet und besser corrigirt ist in Bezug auf die chromatische Vergrösserungsdifferenz als das dreilinsige.

VI. Doppelobjective mit zwei identischen, zur Blendenmitte symmetrischen Gliedern. Aplanate etc.

Allgemeine Eigenschaften symmetrischer Doppelobjective. 292 Zu der Zeit, als ausser der gewöhnlichen Landschaftslinse, dem Petzval'schen Porträtobjective und einer Abänderung desselben, dem Orthoskop, kein Objectiv existirte, welches bei relativ grosser Lichtstärke ausgedehnte Bilder verzerrungsfrei und scharf lieferte, wurde die photographische Optik durch den Steinheil'schen Aplanaten (Fig. 484) bereichert, welcher mit einem Schlage jenem Mangel ein Ende machte. Schon kraft der Anordnung zweier gleichen Glieder, symmetrisch zur Blendenmitte, erfüllte der Aplanat die Bedingung der Orthoskopie für beliebig grosse Gesichtsfelder; in Folge der eigenartigen Construction des zu den Gliedern verwandten Achromaten war die Strahlenvereinigung auch bei relativ grossem Oeffnungsverhältniss eine gute. Gerade dem letzteren Umstande verdankte der Steinheil'sche Aplanat seine Ueberlegenheit und Bevorzugung; denn schon vor ihm waren symmetrische Doppelobjective in Anwendung. Ehe wir auf dieselben näher eingehen, wollen wir erst die allen symmetrischen Doppelobjectiven eigenen Vorzüge schildern, welche die Folge allein der An-

[1]) Improvements in Photographic Lenses or Objectives. Englische Patentschrift No. 4692. Paul Rudolph, Jena, April 22., 1893. In „The British Journal of Photography" 1893, pag. 331.

ordnung der Linsen und ganz unabhängig von der Correction oder Beschaffenheit der einzelnen Glieder sind.

Diese Vorzüge sind dreierlei Art:

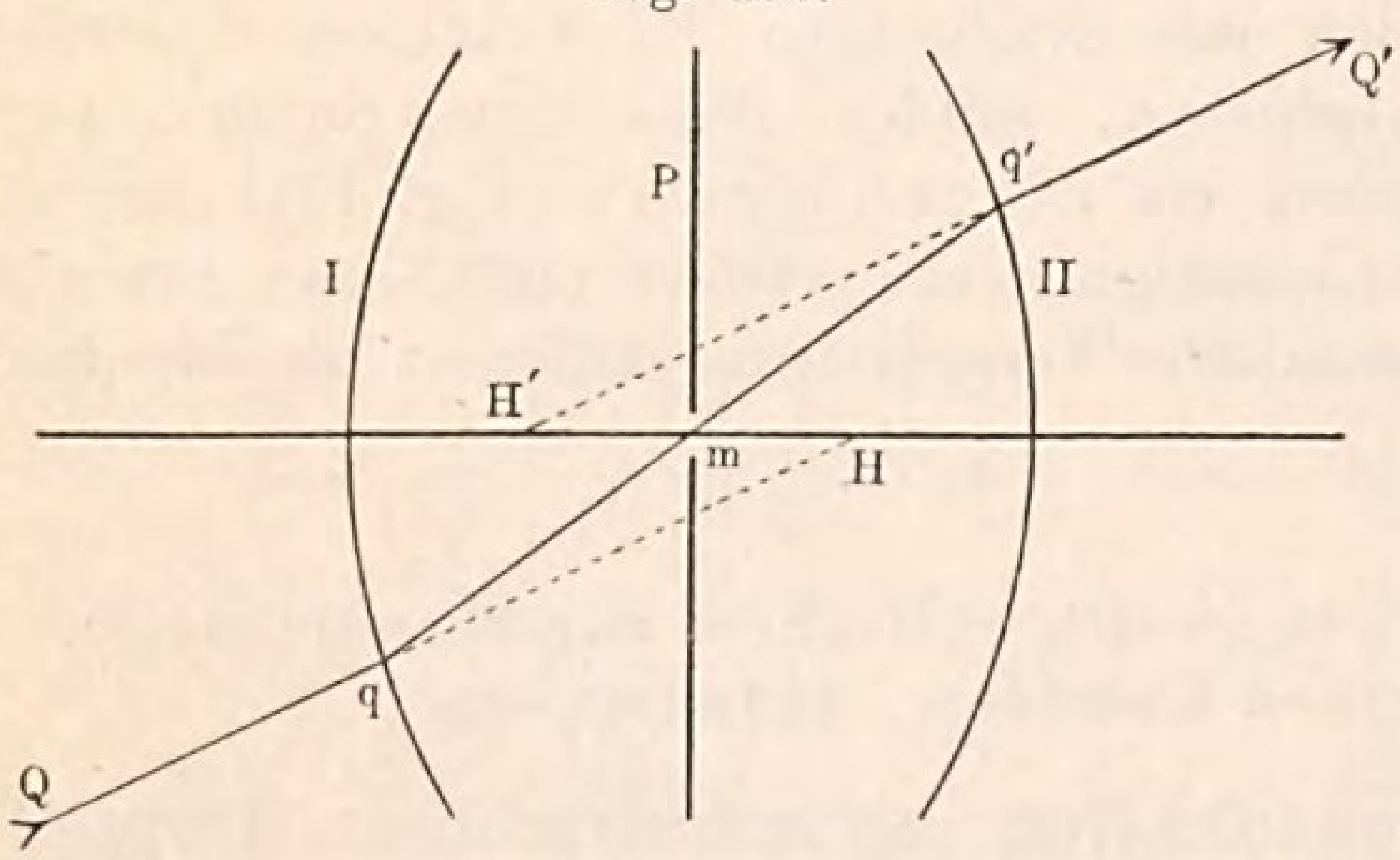
Erstens zeichnen die symmetrischen Doppelobjective, welche wir kurz als Aplanate bezeichnen wollen, selbst bei sehr schief einfallenden Büscheln, orthoskopisch.

Zweitens liefern sie für verschiedene Farben gleich grosse Bilder, so dass sie frei sind von der farbigen Vergrösserungsdifferenz.

Drittens ist der einseitige Rest der sphärischen Aberration oder der Comafehler bei ihnen von selbst beseitigt, wenigstens für Abbildung des Objects in natürlicher Grösse.

Diese natürlichen Vorzüge der Aplanate beruhen, wie bei allen wirklich erreichten Correctionen, wiederum auf dem Principe der Compensation. Indem man zwei gleiche Glieder I und II (Fig. 476) symmetrisch zur Blendenmitte m anordnet, zwingt man die Hauptstrahlen $q\,q'$ der wirksamen Büschel, ein und dasselbe System (Glied I oder II) an derselben Stelle einmal in der einen Richtung, das andere Mal in der entgegengesetzten Richtung zu durchlaufen. Der längs $Q\,q\,m\,q'\,Q'$ laufende Hauptstrahl erleidet dieselben Brechungen, als ob er das System I längs $Q\,q\,m$ und nochmals längs $m\,q\,Q$ durchlaufen würde. Noch anders aufgefasst, kann man sagen, die symmetrische Anordnung bewirkt, dass die Strahlen das erste Glied mit Hinterblende, das zweite Glied mit Vorderblende durchsetzen, wobei sie stets dieselbe Zone benutzen.

Fig. 476.



Alle Fehler der schiefen Büschel, welche bei Anwendung einer Hinterblende statt der Vorderblende das entgegengesetzte Vorzeichen annehmen, müssen daher beim Aplanaten von selbst verschwinden, da hier der Abstand der Blende in beiden Fällen gleich gross ist.

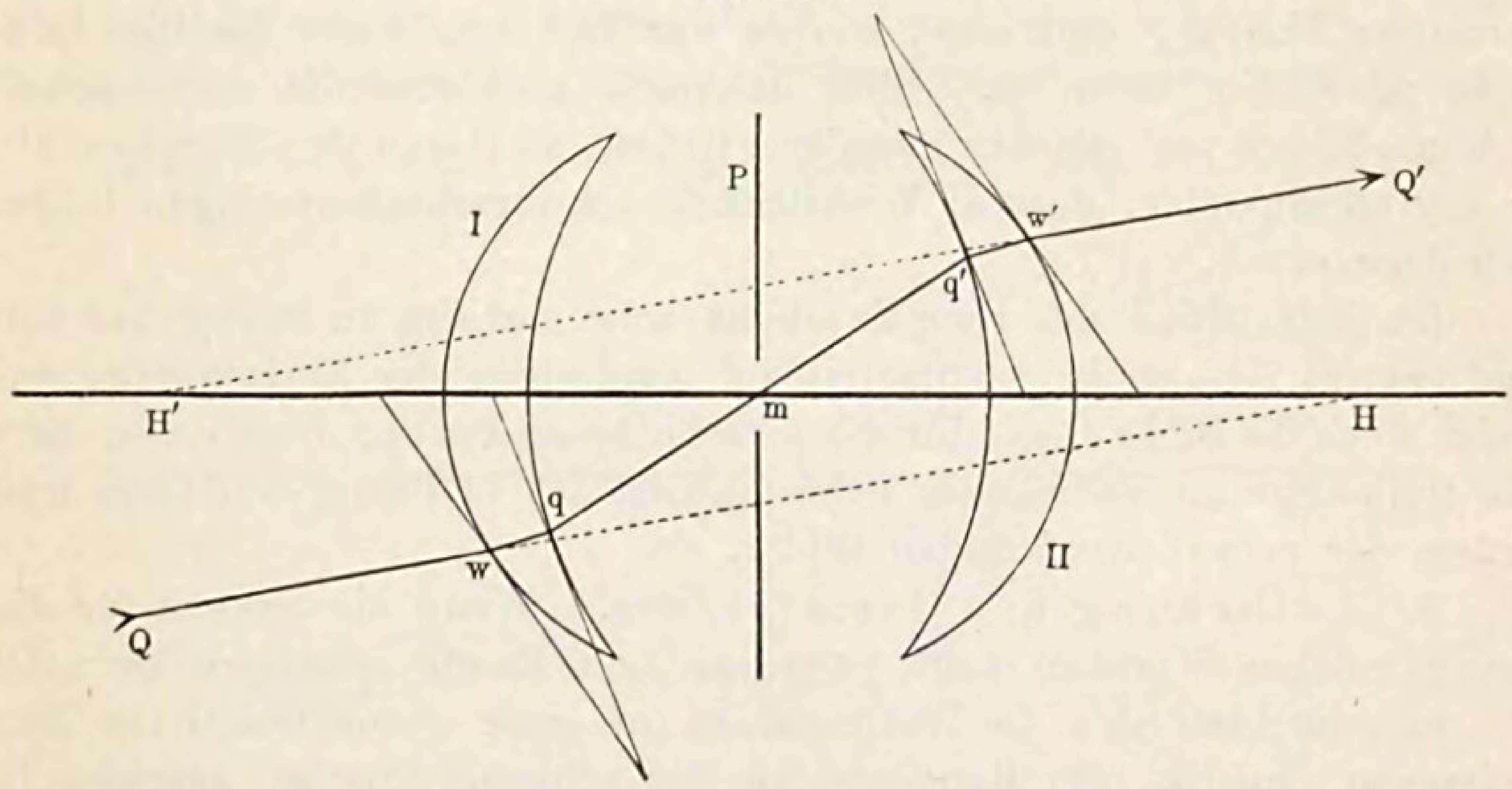
1. Orthoskopie. Alle wirksamen Hauptstrahlen laufen zwischen den Gliedern I und II (Fig. 477) geradlinig durch den Mittelpunkt m der Blende P. Denken wir uns letzteren selbstleuchtend, so sind als Hauptstrahlen alle diejenigen Strahlen von m zu betrachten, welche die Glieder treffen. Die von m in genau entgegengesetzten Richtungen $m\,q'$ und $m\,q$ ausgehenden Strahlen werden nun aber absolut gleichmässig gebrochen, so dass sie rückwärts verlängert die Axe im gleichen Abstande $H'm = Hm$ schneiden. Fassen wir zunächst den einfacheren Fall ins Auge, dass Punkt m mit homogenem Lichte leuchte, so entsprechen

jedem Doppelstrahle qmq' zwei unter sich parallele Strahlen QH und $Q'H'$. Da dies für jeden durch m gehenden Strahl gilt, so lautet unser Resultat:

Sich entsprechende Hauptstrahlen in Bild- und Objectraum verlaufen parallel.

Eine zur Axe im Objectraume errichtete senkrechte Ebene wird somit von den einfallenden Hauptstrahlen in eben denselben Punkten durchstossen, wie eine in gleicher Entfernung im Bildraume befindliche, zur Axe senkrechte Ebene von den austretenden conjugirten Hauptstrahlen. Ein Netz rechtwinklig sich schneidender Geraden wird also abgebildet als ein Netz sich rechtwinklig schneidender Geraden. Dasselbe ist ausserdem von gleicher Grösse, wenn Object und Bild in

Fig. 477.



gleichen Entfernungen vom Blendenmittelpunkte entstehen. Es ist perspectivisch und ähnlich, wenn Object und Bild verschiedene Distanzen von m haben.

Die Abbildung ist demnach winkelgetreu und das Bild absolut frei von Verzerrung bis zum äussersten Rande.

Dabei werde aber betont, dass jedes einzelne Glied für sich eine Verzerrung hervorbringt, da nicht alle von m ausgehenden Strahlen mq bezw. mq' nach der Brechung am Gliede I bezw. II homocentrisch sind. Vielmehr scheinen sie von verschieden gelegenen Punkten H bezw. H' zu kommen. Nur in Folge der verschiedenen Vorzeichen dieser Abweichung, also auch der Verzerrung in beiden Einzelgliedern, heben sich beide gegenseitig auf.

Man sollte aus diesem Grunde die symmetrischen Doppelobjective eigentlich „Orthoskope“ nennen.

2. Beseitigung der Chromasie der Brennweiten. Als Bedingung dafür, dass ein System von einem weissen Objecte ein am Rande farbenfreies Bild liefert, haben wir im §. 211 ausser der Gleichheit des Bildortes auch noch die Gleichheit der Brennweite für verschiedene

Farben aufgestellt. Wir werden zeigen, dass bei einem Aplanat von selbst stets die chromatische Differenz der Vergrösserung nahe gleich Null ist oder wenigstens unmerklich wird.

Dazu denken wir uns die vom Hauptstrahl QmQ' getroffenen Zonen qw und $q'w'$ ersetzt durch die ihnen äquivalenten Prismen (in der Fig. 477 gezeichnet) von gleicher Ablenkung, wie die betreffenden Zonen. Da beide Prismen gleiche brechende Winkel und ausserdem paarweise parallele Flächen besitzen, so können wir sie zusammen auffassen als eine Planparallelplatte, auf welche der Hauptstrahl schief auffällt. Wie wir im §. 116 ausführlich erörtert haben, treten dann aus der Platte die verschiedenfarbigen Strahlen als unter einander und zum einfallenden Strahl parallele Strahlen aus. Diese Farbenzerlegung wird aber unmerklich, sobald ausser dem Hauptstrahle auch noch andere Strahlen von nahe derselben Richtung eintreten, wie es der Fall ist, wenn die Blende P nicht unendlich klein ist. Sind demnach einerseits die verschiedenfarbigen Bilder von gleicher angulärer Grösse, so liegen ihre Hauptpunkte so eng an einander, dass in Wirklichkeit die verschiedenfarbigen Bilder sich decken.

Ist jedes Glied des Doppelsystems achromatisirt in Bezug auf den Bildort, so ist also bei symmetrischer Anordnung der Einzelglieder zugleich auch die Bildgrösse für die verschiedenen Farben dieselbe, so dass das Doppelsystem vollständig achromatisirt ist in Bezug auf Lage und Grösse der verschiedenfarbigen Bilder.

3. Aufhebung des Comafehlers. Wenn ein System für die axenparallelen Strahlen nicht ganz bis zum Rande sphärisch corrigirt ist, so schneiden sich die Randstrahlen in einer symmetrisch zur Axe gelegenen Caustik, die Randstrahlen der schiefen Büschel dagegen in einer zur Axe des schiefen Büschels einseitigen unsymmetrischen Caustik (vergl. Fig. 335 und 336 im §. 201). Dieser einseitige Rest wird praktisch verschwindend klein, wenn ein Strahlenbüschel, wie beim Aplanattypus, dasselbe System einmal mit Hinterblende, das andere Mal mit Vorderblende durchsetzt.

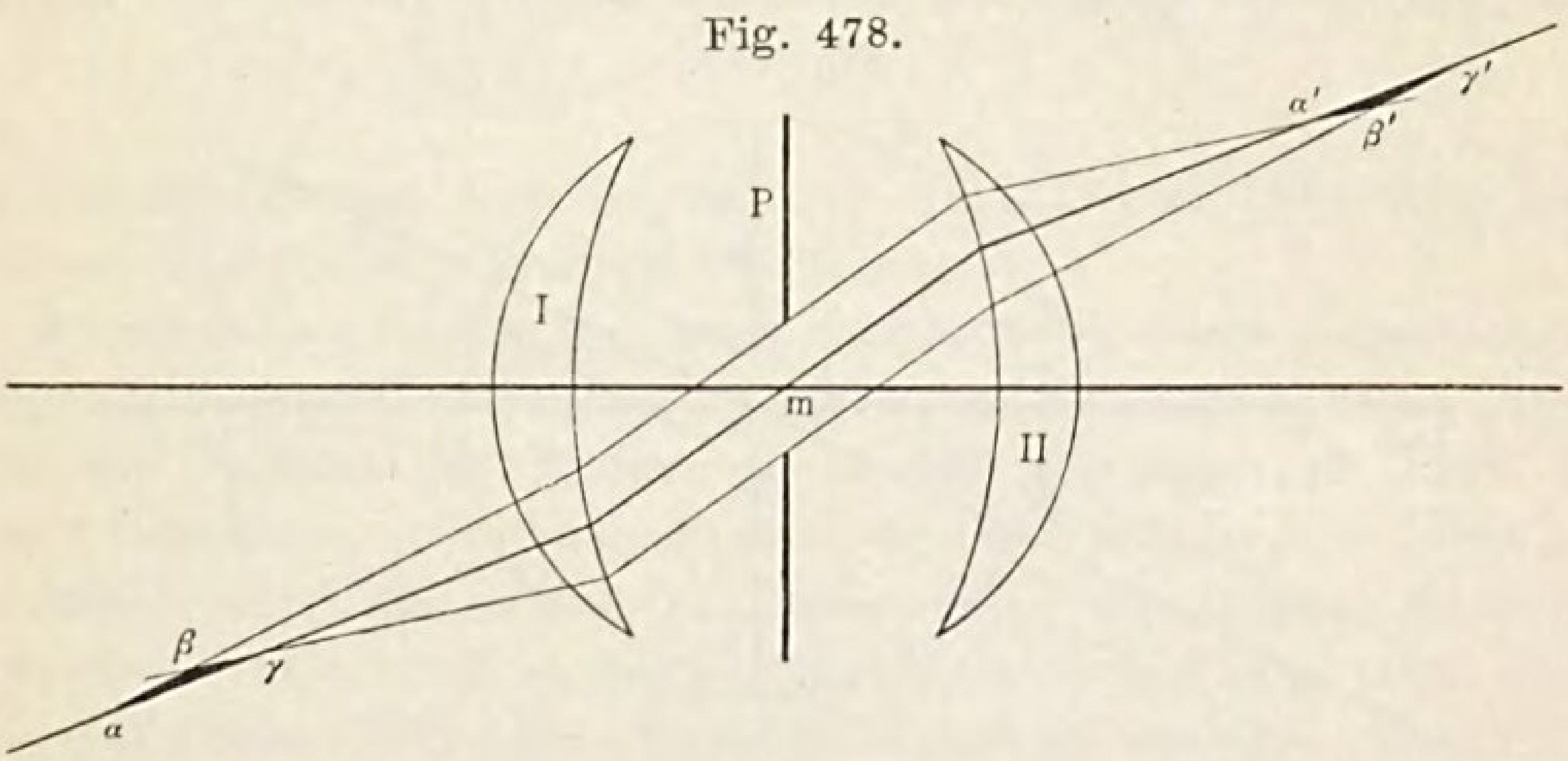
Aus der Fig. 478 ist die Richtigkeit dieser Behauptung leicht zu ersehen. Das zwischen den Systemen I und II parallel gedachte Büschel erzeugt nach dem Austritte aus I die umgekehrt gelegene comaartige Aberration $\alpha\beta\gamma$, wie das aus II austretende Büschel, welches die Aberration $\alpha'\beta'\gamma'$ besitzt. Jetzt betrachte man α und γ als leuchtende Punkte, von denen nur Partialbüschel ausgehen, welche gerade die Hälfte der Oeffnung ausfüllen. Rückt Punkt α längs des von ihm ausgehenden Büschels näher an das System bis β, so rückt sein Vereinigungspunkt α' in demselben Sinne, also vom System fort, nach β', und zwar um gleich viel, wenn β um die doppelte Brennweite vom System entfernt liegt, weil ja die Axialvergrösserung hier gleich Eins ist. Ebenso muss aber γ' nach β' rücken, wenn γ nach β wandert, so dass also das von β ausgehende, die volle Oeffnung ausfüllende homocentrische

Büschel nach der Brechung ebenfalls als homocentrisches Büschel durch den Punkt β' geht [1]). Unser Resultat lautet also:

Ein in Bezug auf die Blende symmetrisch gebautes Doppelobjectiv vereinigt die im Meridianschnitt verlaufenden schiefen Strahlenbüschel mit derselben Genauigkeit und Schärfe wie das axiale Büschel, es ist also frei von Coma.

Dabei ist aber nicht gesagt, dass nun auch die anderen Strahlen des schiefen Büschels sich in demselben Punkte treffen, in welchem die meridionalen vereinigt werden. Vielmehr bleibt die astigmatische Differenz der schiefen Büschel trotz der symmetrischen Anordnung der beiden Glieder bestehen, gerade wie ein durch ein Prisma gesehener leuchtender Punkt, durch ein zweites umgekehrtes Prisma betrachtet, nicht als Punkt erscheint. Ein symmetrisches Doppelobjectiv wird demnach im Allgemeinen mit reinem Astigmatismus ohne Coma behaftet sein und von jedem ausseraxialen Objectpunkte zwei verschieden gelegene

Fig. 478.



Brennlinien erzeugen; von diesen liegen die einen auf einer krummen Fläche, die anderen auf einer zweiten, davon verschiedenen, welche beide sich berühren, da, wo die Axen- oder Nullstrahlen sich schneiden.

Betrachtet man die zwischen den Brennlinien auftretenden kleinsten, hier kreisförmigen Querschnitte als die zu den Objectpunkten conjugirten Bilder, so liegen diese im Allgemeinen ebenfalls auf einer gewölbten Fläche. Hängt von der Construction der einzelnen Glieder des Aplanaten die Grösse der astigmatischen Differenz ab, so von der Entfernung der Glieder die Bildwölbung. Im Allgemeinen ist der Verlauf der, dass mit geringerer Entfernung die astigmatische Differenz abnimmt und die Bildkrümmung wächst, dagegen mit zunehmender Distanz der Glieder das Bild mehr und mehr gestreckt wird bei wachsender astigmatischer Differenz.

Nur diejenigen Fehler der axialen Büschel werden durch die symmetrische Anordnung der Glieder nicht beseitigt, welche, wie die

[1]) Vergl. S. Czapski, a. a. O., S. 201 und 202.

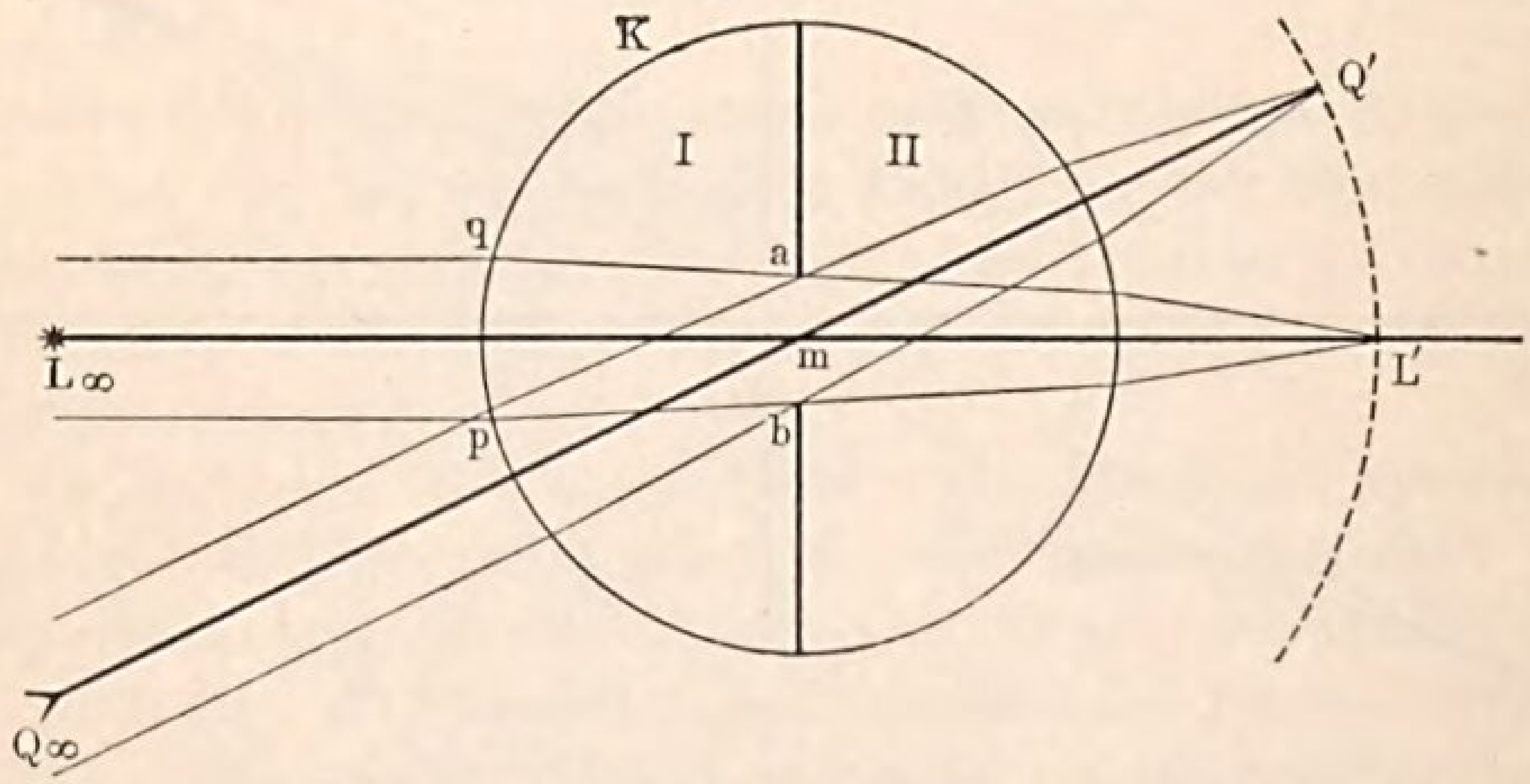
Chromasie der Schnittweiten und die sphärische Aberration, nicht durch zwei Glieder gleicher Beschaffenheit compensirt werden können.

Alle die zuletzt genannten Fehler müssen schon im einzelnen Gliede des Aplanaten beseitigt sein, sollen sie im symmetrischen Doppelobjectiv nicht die punktweise Vereinigung der axialen und schiefen Büschel illusorisch machen.

Nach diesen allgemeinen Erörterungen gehen wir über zur Besprechung der einzelnen Typen der symmetrischen Doppelobjective.

293 **Die verschiedenen, nur mit sehr enger Oeffnung arbeitenden Weitwinkel-Doppelobjective.** 1. Die Vollkugel. Als der einfachste Repräsentant symmetrischer Doppelobjective kann die einfache Kugellinse, die Vollkugel (Fig. 479), angesehen werden; dieselbe kann man sich aus zwei Halbkugeln I und II zusammengesetzt vorstellen, welche in ihrem mittelsten Theile *ab* verkittet und bis auf diesen abgeblendet sind. Die Cardinalstrahlen, welche eine mit enger

Fig. 479.



Blende im Mittelpunkte versehene Vollkugel durchlaufen, fallen sämmtlich mit den Einfallslothen, d. h. den Durchmessern der Kugel, zusammen. In diesem speciellen Falle ist die Brechung, also auch die Dispersion gleich Null, und die Hauptstrahlen sind, wie bei der Lochcamera, die geraden Verbindungslinien conjugirter Punkte des Object- und Bildraumes. Die sphärische Abweichung ist bedeutend, so dass nur ganz kleine Oeffnungen zu deutlichen Bildern führen. Die Bildkrümmung ist so gross, dass auch bei engen Blenden auf ebenem Schirme die Schärfe von der Mitte zum Rande sehr schnell abnimmt. Dazu kommt die unvermeidliche Focusdifferenz.

2. Sutton's Panoramalinse. Dem Vollkugelobjectiv am nächsten steht die von Sutton 1859 construirte Panoramalinse (Fig. 480). Zwei einfache Linsen I und II von concentrischer Krümmung sind in einem Ringe befestigt; der Hohlraum der eine Kugel bildenden Einzellinsen ist mit Wasser (in der Figur schraffirt) gefüllt.

3. Steinheil's Periskop und Zentmeyer's Linse. Das beste symmetrische Objectiv aus zwei einfachen Linsen ist das Periskop

(Fig. 481) von Steinheil, welches im Jahre 1865 patentirt wurde. Trotz des chemischen Focus, welcher nach jeder Einstellung mittelst des Auges eine Regulirung von etwa $^1/_{40}$ der Brennweite nöthig macht, ist es bei sehr kleinen Brennweiten für Detectivcameras von grossem Nutzen, weil man hier ein- für allemal die Focusdifferenz durch einmalige fixe Einstellung corrigiren kann. Bei einem Durchmesser von nur 11 mm und

Fig. 480.

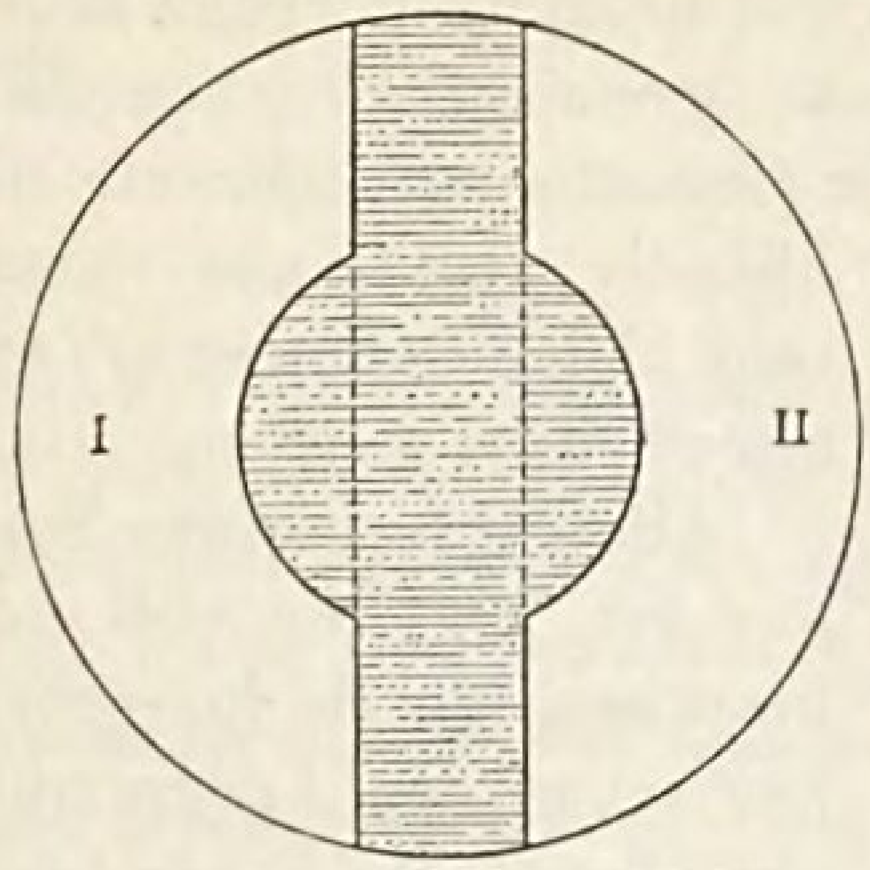
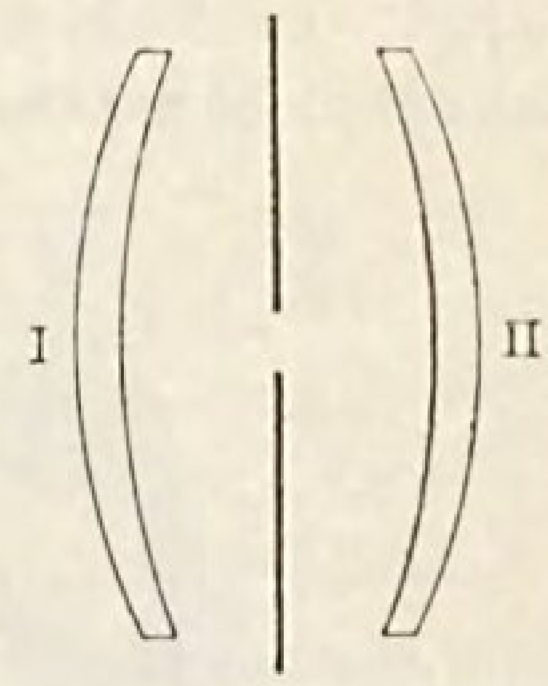


Fig. 481.



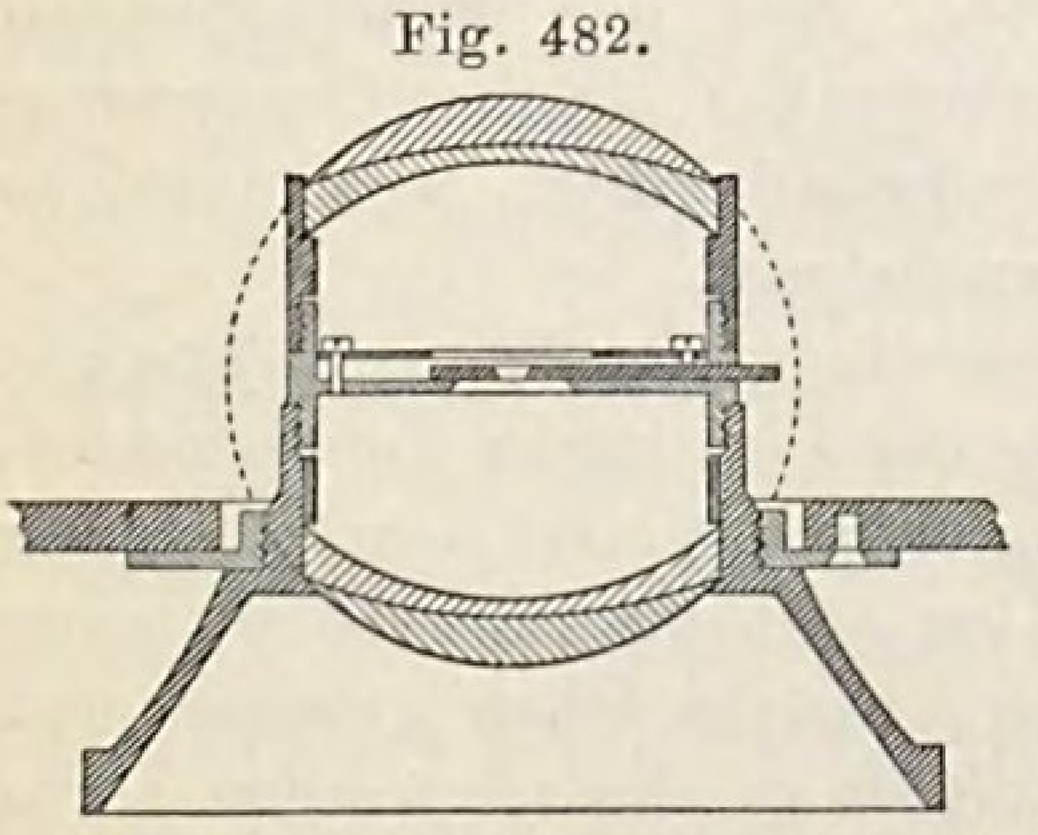
einer Brennweite von 9 cm zeichnet es ein Bild von 18 cm Durchmesser bei einem Bildwinkel von etwa 100 Grad.

Wegen seiner relativ grossen Lichtstärke bei einer „künstlerischen", mässigen Unschärfe, wegen der leichten Ausführbarkeit und Billigkeit, wegen der Brillanz der Bilder wurde dem Periskop seit 1890 wieder grössere Beachtung geschenkt, so dass sowohl Steinheil in München als auch Andere die Fabrikation des Periskops wieder aufgenommen haben.

1866 construirte Zentmeyer in Philadelphia eine dem Periskop ähnliche Weitwinkellinse aus einfachen Linsen mit äusseren concentrischen Flächen.

4. Harrison's Kugelobjectiv. Das von Harrison 1860 construirte Kugelobjectiv (Fig. 482) war das der Zeit nach erste Weitwinkelobjectiv. Es besteht aus zwei achromatischen, stark gekrümmten Menisken I und II mit einer solchen Krümmung und Entfernung, dass die äusseren Flächen beider bei genügender Ausdehnung eine Kugelfläche bilden. Es ist frei von Verzeichnung und giebt bei $f/36$ Oeffnung ein bis zu 90 Grad scharfes Bild. Diese kleine Oeffnung war nothwendig, da so stark gekrümmte Menisken bei Herstellung der Achromasie nicht gut sphärisch zu corrigiren sind (vergl. §. 287).

Fig. 482.

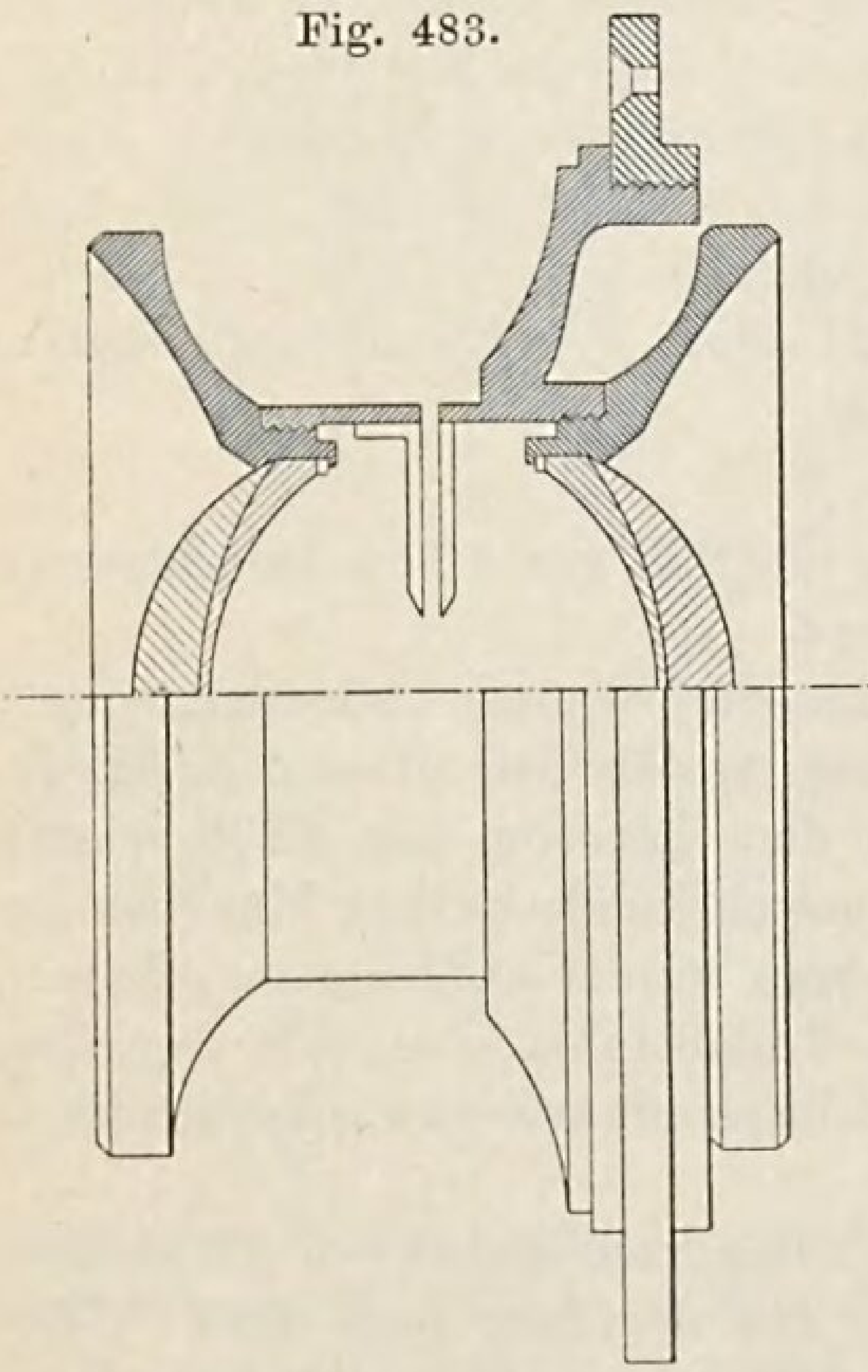


Schraubt man die Vorderlinse ab, so erhält man ein recht brauchbares Landschaftsobjectiv von doppelt so grosser Brennweite wie das Kugelobjectiv.

Später (1864) ist letzteres von den Franzosen als Lentiforme de l'oeil (Augenlinse) und als Globe Lens eingeführt worden. Sie waren zu jener Zeit die einzigen Objective, welche bei kurzer Aufstellungsdistanz architektonische Bauten ohne Verzeichnung wiedergaben.

5. Busch's Pantoskop. Noch vor dem Steinheil'schen Aplanaten erschien Busch's Pantoskop (Fig. 483), welches zwischen Periskop und Kugelobjectiv liegt und einen Gesichtsfeldwinkel von 105 Grad besitzt. Wiewohl die Glieder stark gewölbte, fast halbkugelförmige achromatische Menisken sind, so haben sie keinen gemeinschaftlichen Mittelpunkt. Das Pantoskop zeichnet bei gleicher Oeffnung schärfer als das Kugelobjectiv, muss aber ebenfalls auf sehr kleine Oeffnung ($f/40$ — $f/30$) abgeblendet werden.

Fig. 483.



Alle die bisherigen Systeme sind nur bei kleiner Oeffnung zu gebrauchen, da sie für grössere Blenden schon den Axenpunkt unscharf abbilden. In Folge der starken Abblendung werden aber auch die Anomalien der schiefen Büschel sehr gering, so dass diese Systeme thatsächlich auf einem ebenen Schirme ein scharfes Bild bis zum Rande erzeugen und auch grosse „Tiefe" besitzen, zumal wenn deren Brennweite klein ist. Diese Ebenheit des Bildes bei grosser Schärfe am Rande ist aber nicht durch Correction, sondern auf Kosten der Lichtstärke durch Abblenden erreicht. Nur der orthoskopischen Eigenschaft der symmetrischen Systeme verdanken sie ihre Concurrenzfähigkeit gegenüber auch den besten Landschaftslinsen, welche bei so grossen Bildwinkeln recht beträchtlich verzeichnen.

Um das natürliche Princip der Herstellung der Winkelrichtigkeit durch symmetrische Anordnung mit dem der Lichtstärke zu verbinden, musste man vor Allem von der Anwendung einfacher nicht achromatischer Linsen, wie beim Periskop, absehen. Aber auch die starke Krümmung der Achromaten, wie beim Kugelobjectiv, musste fallen gelassen und zur Verwendung schwach gekrümmter Menisken geschritten werden, sollte die sphärische Aberration für grössere Oeffnungen einen geringen Betrag erreichen und das Bild noch möglichst eben sein. Mit der Aufhebung der sphärischen und chromatischen Abweichung und der Einhaltung der vorgeschriebenen Brennweite sind aber alle disponiblen Elemente eines verkitteten Achromaten erschöpft, und da beim symmetrischen Doppel-

objectiv beide Glieder genau gleich sind, so kommt als verfügbares Element beim Aplanat nur noch die Entfernung beider Glieder und die Wahl der Glassorten hinzu.

Sollte den genannten Objectiven gegenüber ein Fortschritt erzielt werden, so musste dem einzelnen Gliede alle Sorgfalt zugewandt und dasselbe aus solchen Gläsern construirt werden, dass das ganze System für ein möglichst grosses Oeffnungsverhältniss corrigirt war und auch für schiefe Büschel von grosser Oeffnung geringe Anomalien zeigte. Diese Bedingungen, so gut als es die damaligen Gläser erlaubten, schon im Jahre 1866 erfüllt zu haben, ist das Verdienst Adolph Steinheil's.

Aplanat von A. Steinheil. Der von A. Steinheil[1]) im 294
Jahre 1866 auf Grund besonderer Berechnungen construirte Aplanat wird in drei Typen gebaut als Gruppen-, Landschafts- und Weitwinkelaplanat. Das Einzelglied ist ein aus zwei Menisken gebildeter Meniscus, welcher sich dadurch von den damals gebräuchlichen Achromaten unterschied, dass sowohl die positive wie die negative Linse aus Flintglas bestand. Neuerdings wird auch im Aplanaten statt der älteren Flintgläser mit Erfolg von den Jenaer Gläsern Gebrauch gemacht.

Ist der Achromat in Folge der gewählten Gläser und seiner Form günstig zur Correction für grosse Oeffnung, so wird man mit Hülfe desselben einen lichtstarken Aplanaten bauen, Gruppenaplanat genannt.

Bei ihm ist, wie die Fig. 484a (a. f. S.) zeigt, die Krümmung der Glieder gering, der Abstand der Linsen relativ gross. Bei einem Oeffnungsverhältniss von $f/6$ bis $f/7$ zeichnet der Gruppenaplanat ein Bild von etwa 60 Grad Winkel noch scharf. Freilich kann man durch Abblendung auch noch grössere Bildfelder erzielen. Besser aber ist es, für diese Zwecke einen Landschaftsaplanat (Fig. 484b) zu wählen.

Bei diesem Objectiv sind die Glieder für kleinere Oeffnung corrigirt, dabei aber für schiefe Büschel geeigneter construirt. In Folge dessen lässt sich schon bei geringerer Linsendistanz das Bild ebenen, so dass auch die gleichmässige Beleuchtung sich über einen grösseren Theil des Bildes erstreckt. Bei einer Oeffnung von $f/12$ bis $f/15$ beträgt der Bildfeldwinkel gegen 90 Grad.

Wohl lässt sich durch Entfernen der Glieder das Bild noch besser ebenen, aber nur auf Kosten der astigmatischen Correction, welche um so besser ist, je näher die Glieder einander stehen. Um daher noch ausgedehntere Bildfelder zu erreichen, musste noch mehr auf die Lichtstärke verzichtet werden, die Distanz der hierfür passendsten Glieder aber so klein als zulässig gewählt werden. Diesen Bedingungen genügt

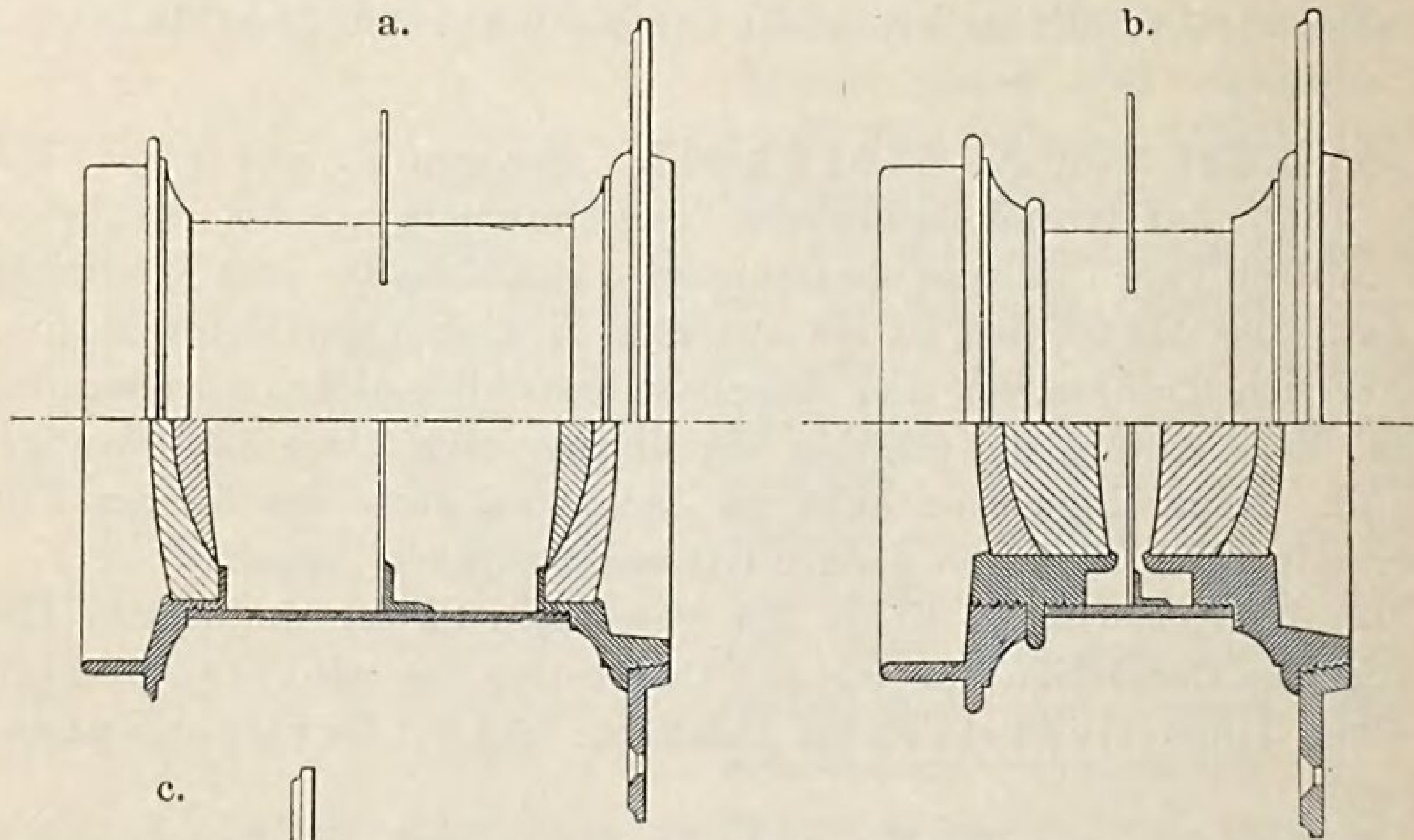
[1]) Vergl. die Steinheil'sche Patentschrift, abgedruckt in Eder, a. a. O., S. 71 ff.

der Weitwinkelaplanat (Fig. 484 c), welcher bei einer Oeffnung von $f/20$ bis $f/25$ ein Gesichtsfeld von 104 Grad Winkelausdehnung umfasst.

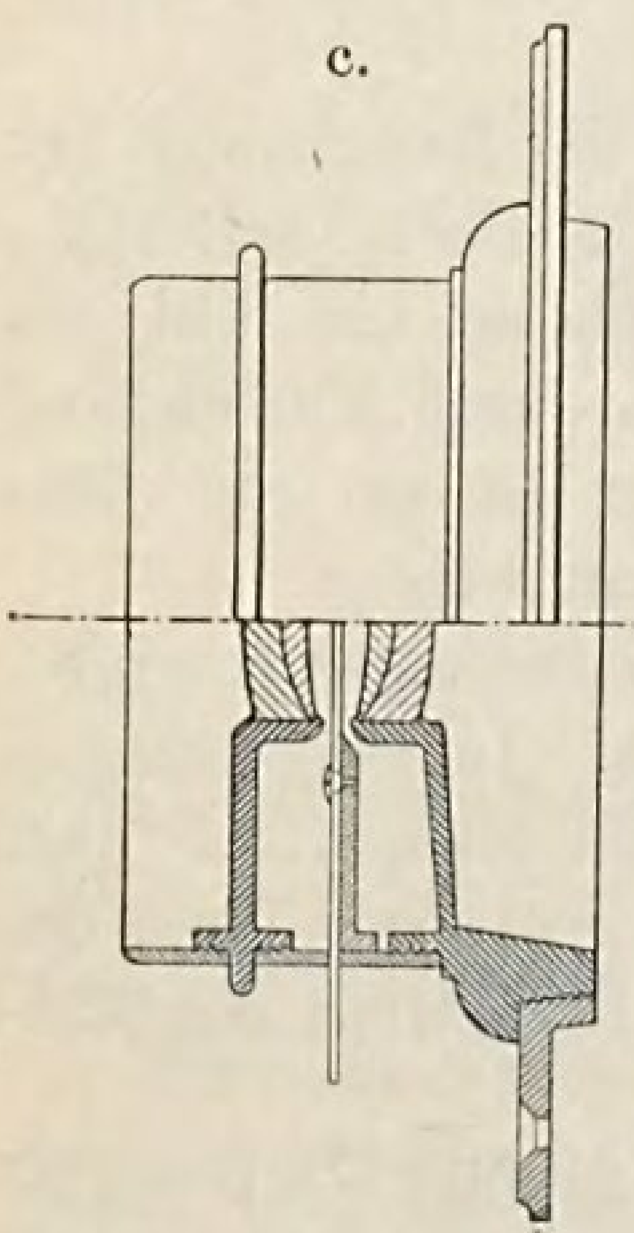
Seit 1886 baut Steinheil Aplanate mit variablem Abstande beider Glieder, welche bei voller Oeffnung und kleinem Abstande als lichtstarke Gruppenaplanate, dagegen bei kleiner Oeffnung und grossem Abstande als Weitwinkelobjective zu brauchen sind und somit in ge-

Fig. 484.

a. b.



c.



wissem Umfange die Eigenschaften der drei Aplanatformen (Fig. 484 a, b und c) in sich vereinigen.

Seit 1878 stellte Voigtländer symmetrische Doppelobjective her, welche dem Aplanat an Lichtstärke gleichkommen. Die „Euryskope“ genannten Objective zerfallen ebenso, wie die Steinheil'schen Aplanate, in Porträt- und Weitwinkeleuryskope. Auch diese Constructionen erfuhren durch Verwendung der neuen Jenaer Gläser Verbesserung in dem Sinne, dass bei gleicher Lichtstärke der Bildwinkel erhöht werden konnte, ohne die Schärfe und Ebenheit des Bildes zu beeinträchtigen.

In neuerer Zeit wird nach dem Aplanattypus von den verschiedensten Firmen gebaut und unter den verschiedensten Namen in den Handel gebracht, von denen wir nur folgende erwähnen wollen [1]:

Das „Pantoskop“ von Hartnack (1889), der Dallmeyer'sche „Rectilinear“, die Görz'schen „Lynkeioskope“ und „Rapidparaplanate“; ausserdem führt der Aplanat die Namen:

[1]) Siehe Eder, a. a. O. S. 104.

„Objective Aplanétique Orthopanactinique", Globelens rapide, Eury-scope rectilinéaire, Symmetrical Lens, Rectiskop, Autograph Lens, „The Heliograph".

Ist durch die Erfindung des Aplanattypus ein grosser Schritt vorwärts gethan worden, um winkelgetreue Zeichnung und Bildausdehnung mit grosser Lichtstärke zu erhalten, so sind sie doch noch nicht ganz von Astigmatismus frei. Ein Zeichen hierfür bildet eben die Möglichkeit, durch Aenderung des Abstandes der beiden Glieder eine Bildstreckung erreichen zu können.

Der Anastigmat nach Miethe[1] **und H. Schröder's Concentric lens**[2]. Eine besondere Stellung unter den aus einfachen Achromaten zusammengesetzten Aplanaten nimmt der nach Miethe's Berechnung von Hartnack construirte Anastigmat ein. Hier wird zum ersten Male der Achromat aus anomalen Glaspaaren zusammengesetzt, mit der bestimmten Absicht, die astigmatische Differenz der Vereinigungsweiten meridionaler und sagittaler Strahlen zu verkleinern und eine vollkommene Bildebenung zu erreichen. Da aber zwei gleichartige Achromate (Neuachromate) zu einem Aplanat zusammengesetzt wurden, so musste der Erfolg ausbleiben, den Astigmatismus vollständig zu beseitigen[3]. Erst durch Aufgabe der Gleichartigkeit der beiden zweitheiligen Glieder und durch Combination eines Alt- mit einem Neuachromaten konnte in Folge der entgegengesetzt wirkenden Kittflächen in beiden Gliedern das Princip der Compensation auch auf den Astigmatismus ausgedehnt werden, ohne die Bildebenung zu zerstören (vergl. §. 290). Gleichzeitig konnte hierbei durch geeignete Wahl des Altachromaten die sphärische Aberration auf Null gebracht werden, welche beim Neuachromaten stets endlich ist. 295

Ein noch vor Miethe von H. Schröder construirtes Objectiv „Concentric lens" verfolgt denselben Zweck, durch Verwendung der neuen

[1]) A. Miethe, „Der Anastigmat", Vogel's Photogr. Mittheilungen, Bd. 25, S. 123 und 173 bis 174.

[2]) Ross-Concentric lens von Dr. Schröder, Englische Patentschrift 5194 vom Jahre 1888. Photogr. News 1889, S. 316 ff. Die Objective kamen erst 1892 in den Handel, vergl. „The new concentric lens", British Journ. of Photography, Nr. 1669, Vol. 39, April 1892.

[3]) Nachdem Dr. Miethe in seinem Buche „Photogr. Optik", S. 87 hervorgehoben hat, dass sich auch bei den von uns „Neuachromate" genannten Objectiven die Axenaberrationen auf kleine Beträge reduciren und mit ihnen Aplanate von genügender Lichtstärke herstellen lassen, fährt er wörtlich fort: „Die nach diesen Principien ausgeführten und Anastigmate genannten Linsencombinationen sind noch mit gewissen Fehlern behaftet, welche sowohl mechanischer wie optischer Natur sind. Einmal nämlich mussten die Distanzen der Linsen verhältnissmässig sehr gross genommen werden, zweitens war die Behebung des Astigmatismus nicht über das ganze Bildfeld hin möglich, und drittens war das benutzte Crownglas für photographische Zwecke nicht genügend wetterbeständig."

Jenaer Crowngläser mit hohem Index und relativ geringer Dispersion bei guter Bildebenung den Astigmatismus zu beseitigen. Aus demselben Grunde, wie beim Miethe'schen Anastigmat, scheiterte auch hier der volle Erfolg an der Symmetrie und Gleichartigkeit der beiden zweilinsigen Glieder der „Concentric lens“ [1]).

Erst ganz neuerdings, nachdem es in Folge der Zeiss'schen Anastigmate auch möglich geworden war, schon mittelst drei oder vier verkitteter Linsen eine genügende anastigmatische Bildebenung zu erzielen, stand auch der Ausführung „anastigmatischer Aplanate“ nichts mehr im Wege. Darunter werde verstanden ein System, welches durch symmetrische Construction die jedem Aplanaten eigenen Vorzüge verbindet mit den des Zeiss'schen Anastigmaten. Hierbei wollen wir die verschiedenen anastigmatischen Aplanate in zwei Gruppen theilen; erstens in solche, deren Wirkung als Gesammtsystem ein Maximum erreicht, während die Correction des Einzelgliedes und somit die Verwendung desselben als Einzelobjectiv erst in zweiter Linie kommt (Anastigmataplanate) und zweitens in solche, bei denen auch noch jedes Einzelglied für sich genügend achromatisch, aplanatisch und anastigmatisch corrigirt ist, so dass es bei relativ grosser Oeffnung als Einzelobjectiv (Satz-Anastigmate) zu verwenden ist.

296 **Anastigmataplanate.** Um die Vorzüge des Anastigmaten mit denjenigen des Aplanaten zu verbinden, sind die hier zu besprechenden Anastigmataplanate symmetrisch zur Blendenmitte gebaut und aus Einzelgliedern zusammengesetzt, von denen jedes nach dem anastigmatischen Correctionsprincip mindestens aus drei verkitteten Linsen besteht. Sie unterscheiden sich also dadurch vortheilhaft von dem gewöhnlichen Aplanat mit zweilinsigen Gliedern bezw. den Anastigmaten, dass bei ihnen mehr oder weniger schon in jedem einzelnen Gliede die anastigmatische Bildebenung verwirklicht ist; freilich sind die Glieder wie beim gewöhnlichen Aplanaten nicht vollkommen sphärisch corrigirt, wenigstens um als lichtstarke Einzelobjective verwandt werden zu können.

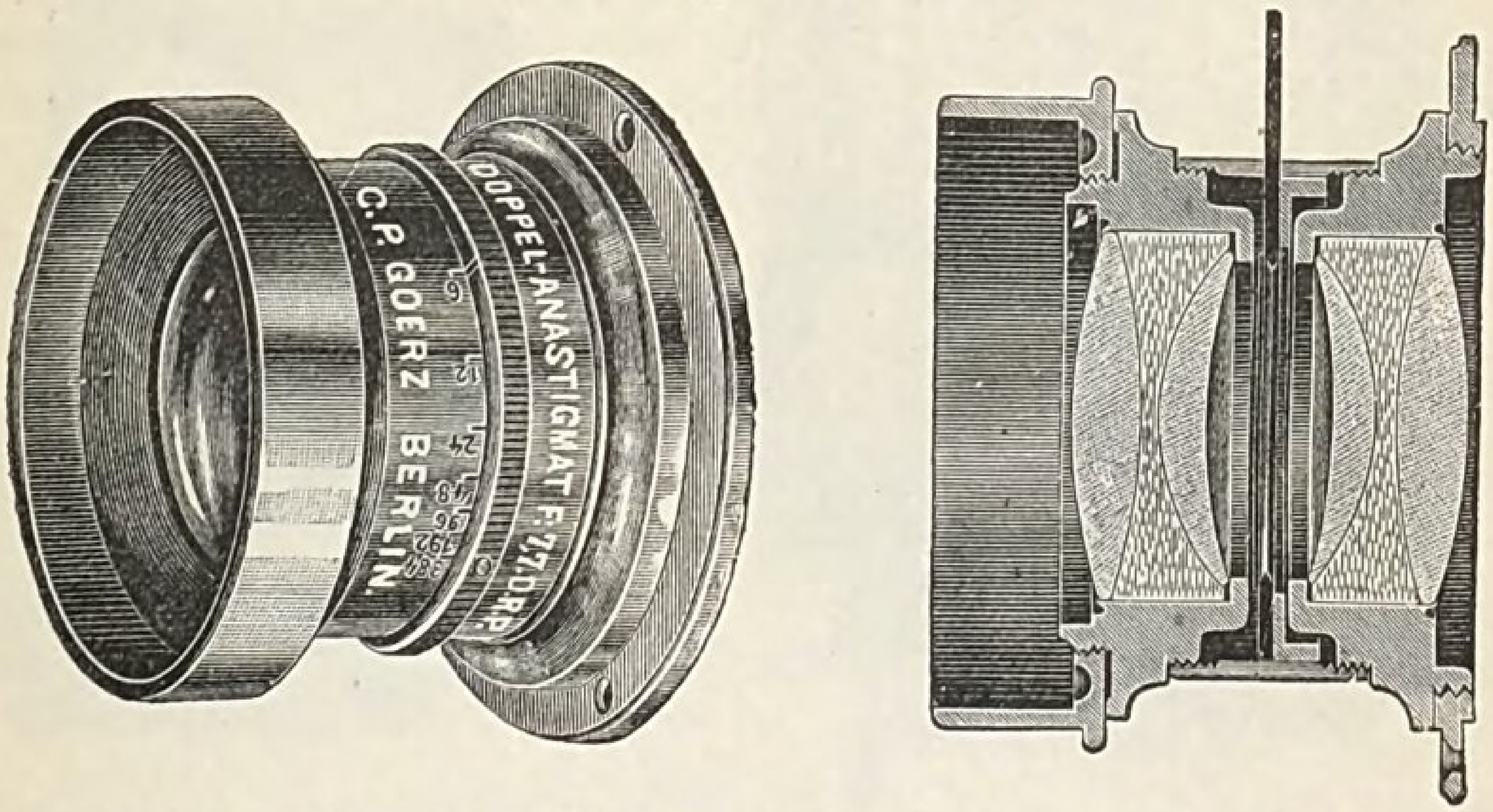
1. Der Doppelanastigmat von C. P. Görz: Das erste Objectiv dieser Art wurde im Jahre 1893 von C. P. Görz nach den Rechnungen des Herrn von Hoegh unter dem Namen „Doppelanastigmat“ auf den Markt gebracht [2]). Dasselbe ist in Fig. 485 abgebildet. Nach

[1]) Es ist eben unmöglich, ein aus zwei gleichartigen Achromaten bestehendes Doppelobjectiv zu construiren, welches zugleich sphärisch corrigirt ist und anastigmatisch geebnete Bilder giebt. Ist letzteres, wie bei der Concentric lens erzielt, so ersteres nicht und umgekehrt.

[2]) Kais. Deutsches Patent Nr. 74437, Photogr. Mittheilungen, Berlin 1893, Nr. 5, 6, 7, 8, 9, 12, 17; 1894, Nr. 21. „The British Journal of Photography“ 1893, July 28, p. 485. Englische Patentschrift Nr. 23378.

den Angaben des Görz'schen Kataloges[1]) hat der Doppelanastigmat bei einem Oeffnungsverhältniss $F/7,7$ einen Bildwinkel von 70 Grad und bei kleinerer Oeffnung einen solchen bis zu 90 Grad. Der Typus der dreilinsigen Hälften ist ausführlich im §. 291 besprochen worden, weswegen wir betreffs der Einzelheiten auf jenen Paragraphen verweisen. In Bezug auf die Gesammtleistung war der Doppelanastigmat entschieden ein bedeutender Fortschritt gegenüber dem gewöhnlichen Aplanaten. Inwieweit

Fig. 485.



die Leistung desselben, verglichen mit der des Zeiss'schen Anastigmaten (Fig. 473), aus fünf Linsen bestehend, erhöht ist, darüber ist in der Literatur noch kein endgültiges, allgemein anerkanntes Urtheil zu finden.

Ist in der Görz'schen Patentschrift als zweiter Anspruch auch die Verwendung des einzelnen Gliedes vom Doppelanastigmaten als Einzelobjectiv ausgesprochen, so hat jedoch der Doppelanastigmat hauptsächlich als Gesammtsystem seinen Ruf erworben und konnte bei seinem Erscheinen als bestes (symmetrisches) Doppelobjectiv bezeichnet werden.

2. Collinear von Voigtländer und Sohn: Das Collinear von Voigtländer und Sohn (Fig. 486 a. f. S.), welches von Dr. Kämpfer berechnet wurde[2]), ist ähnlich dem Doppelanastigmat zusammengesetzt aus zwei gleichen dreifachen Einzelgliedern. Jedes Einzelglied besteht aber aus einer mittleren convexconcaven Sammellinse von niedrigem Brechungsquotienten, verkittet mit zwei Linsen von höherem Index, von denen die der Blende zugekehrte biconcav, die andere biconvex ist. Es ist auf solche Weise ebenfalls eine sammelnde und eine zerstreuende Kittfläche vorhanden, wie es die Herstellung der anastigmatischen Bildebenung verlangt (vergl. §. 291, S. 769).

[1]) Vergl. den englischen Katalog von C. P. Görz, S. 12, welchem auch die Fig. 485 entlehnt ist.

[2]) Photogr. Correspondenz 1894, S. 495. Katalog von Voigtländer und Sohn über „Collineare“.

Gleichwohl ist auch hier das Einzelglied noch der Gesammtleistung untergeordnet. Als Doppelobjectiv ist das Collinear nach den Angaben des Verfertigers für eine Oeffnung von etwa $F/7$ gut sphärisch

Fig. 486.

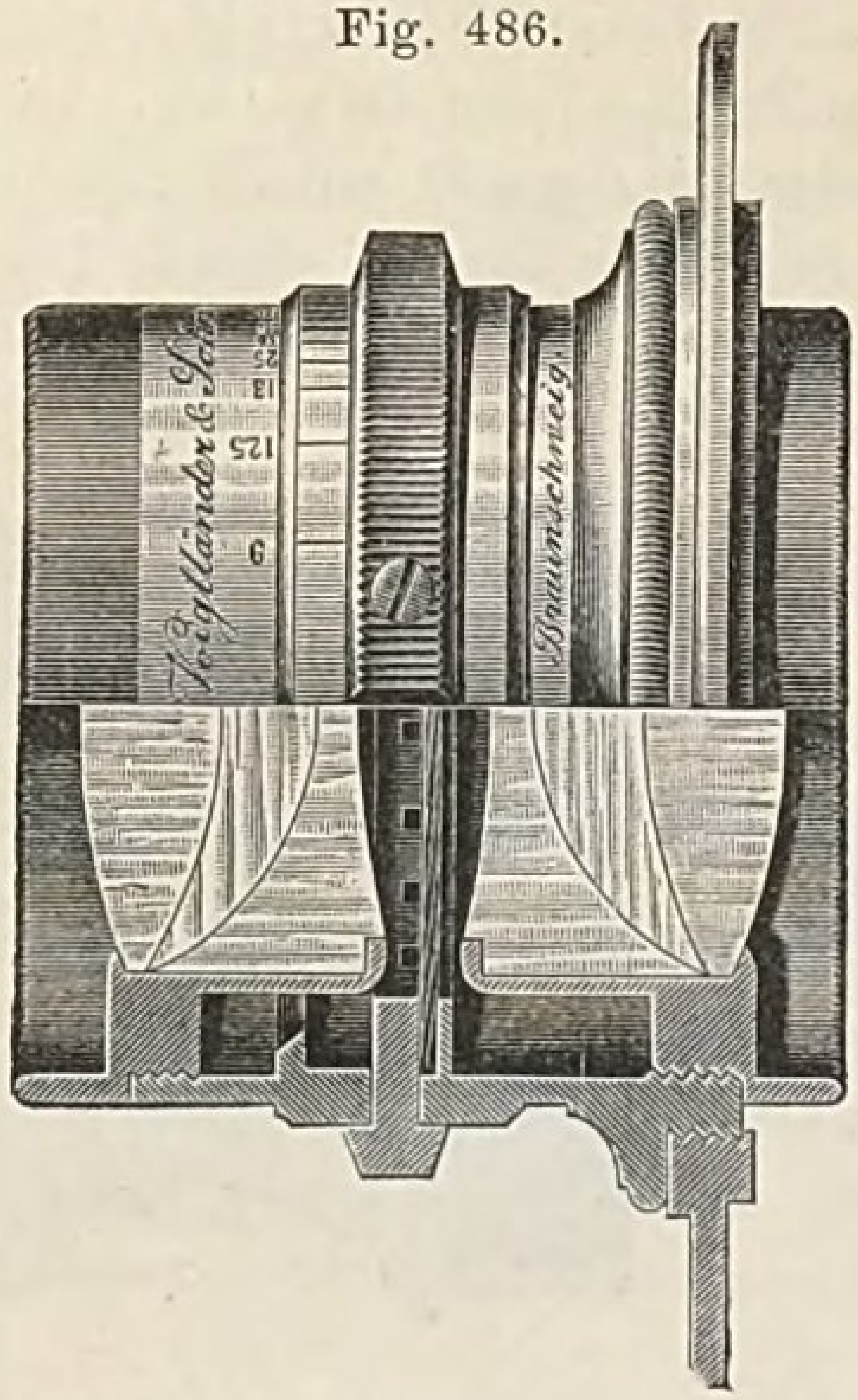
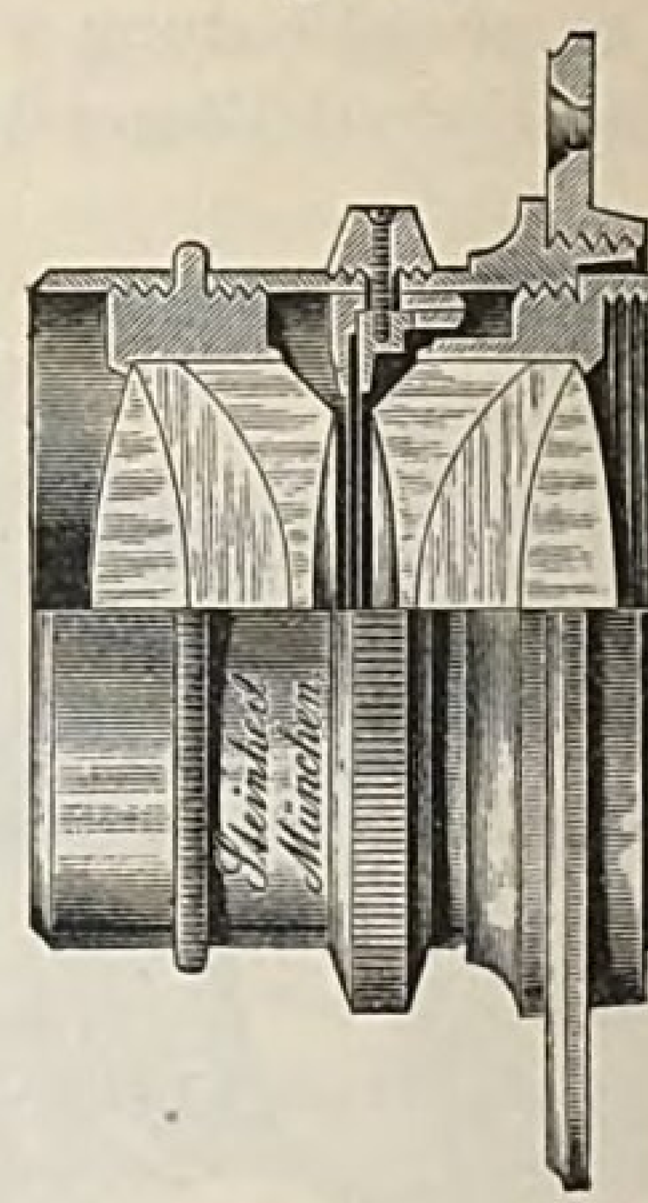


Fig. 487.



corrigirt und besitzt ebenfalls eine gute anastigmatische Ebenung bei grosser Winkelausdehnung.

3. Orthostigmat Typus II von C. A. Steinheil Söhne: Der in Fig. 487 abgebildete Orthostigmat, Typus II, ist von C. A. Steinheil Söhne ganz neuerdings [1]) in den Handel gebracht worden. Demselben Typus angehörend wie das Collinear, besteht er gleichfalls aus zwei Gliedern von je drei verkitteten Linsen, bei denen die mittlere kleineren Brechungsindex hat, wie die äusseren Linsen. Die Details der Construction sind im British Journal 1896, p. 489 veröffentlicht.

297 **Satzanastigmate von Carl Zeiss, Ser. VIa und VIIa.** Die im §. 291 beschriebenen dreilinsigen und vierlinsigen Anastigmat-

[1]) In Bezug auf die Zeit des Erscheinens giebt folgende, aus dem neuesten Katalog (1896) von C. A. Steinheil Söhne entnommene Notiz genügende Auskunft.

„Die verhältnissmässig lange Zeitdauer zwischen der patentamtlichen Anmeldung und Ausgabe dieser Objective findet ihre Erklärung darin, dass ursprünglich nur der Orthostigmat Typus I (mit negativer Mittellinse) zur Herstellung beabsichtigt war. Da diese letztere Construction Aehnlichkeit mit der der „Doppelanastigmaten“ von Görz besitzt und eine gerichtliche Entscheidung betreffs unseres Vorbenutzungsrechts auf Ausführung des „Typus I“ noch nicht erfolgt ist, wurde die jetzige (zuerst als Nachtrag zur Anmeldung des Typus I gebrachte) Construction Typus II späterhin als eigenes Patent behandelt und im Mai 1895 seitens des Deutschen Patentamtes als patentfähig mit Gültigkeit vom Tage der ersten Einreichung (26. März 1893) ab erachtet.“

linsen der Firma Carl Zeiss, Ser. VI und VII, lassen sich mit grossem Vortheil zu je zwei zu symmetrischen Objectiven zusammensetzen.

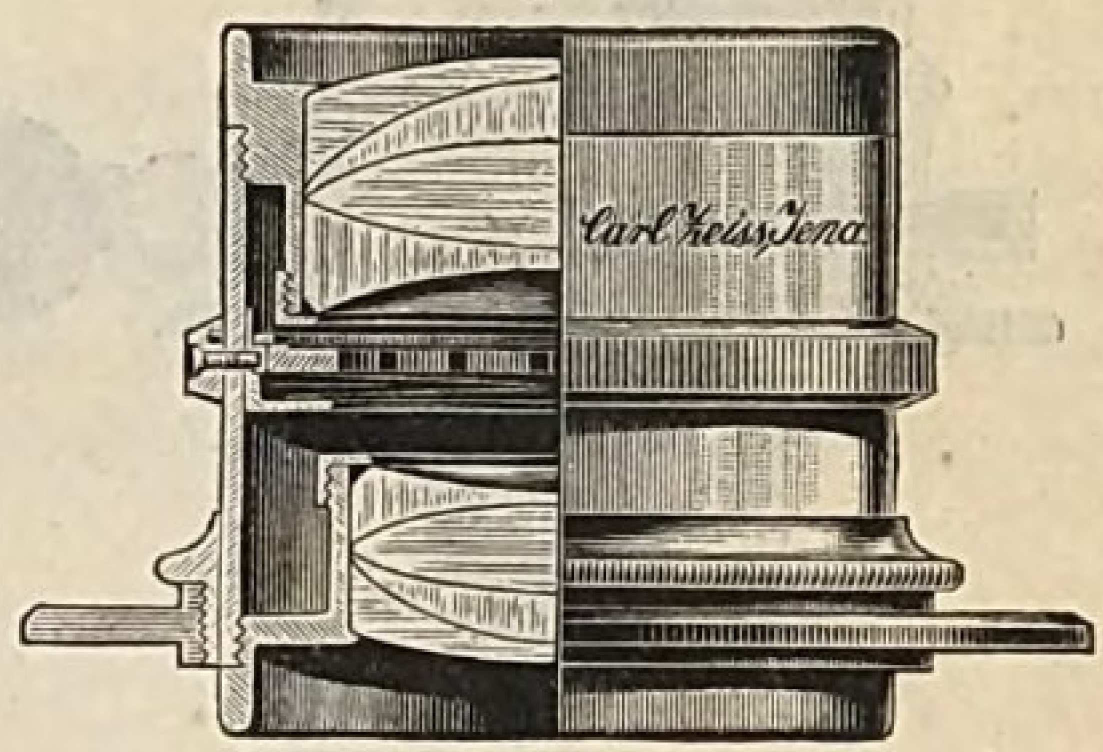
Das aus zwei dreilinsigen Gliedern gleichgrosser Brennweite gebildete Satzanastigmat fällt äusserlich mit dem Typus des Doppelanastigmaten zusammen, während der Satzanastigmat mit zwei gleichen vierlinsigen Gliedern als ein neuer Typus zu bezeichnen ist, bei welchem die theoretische Möglichkeit zur Erzielung der anastigmatischen Bildebenung eine vollkommenere ist wie bei Doppelanastigmaten.

Da die Objective der Ser. VI und VII von Zeiss ausserdem für sich so gut als irgend möglich corrigirt sind, ist es für die

Fig. 488.



Fig. 489.



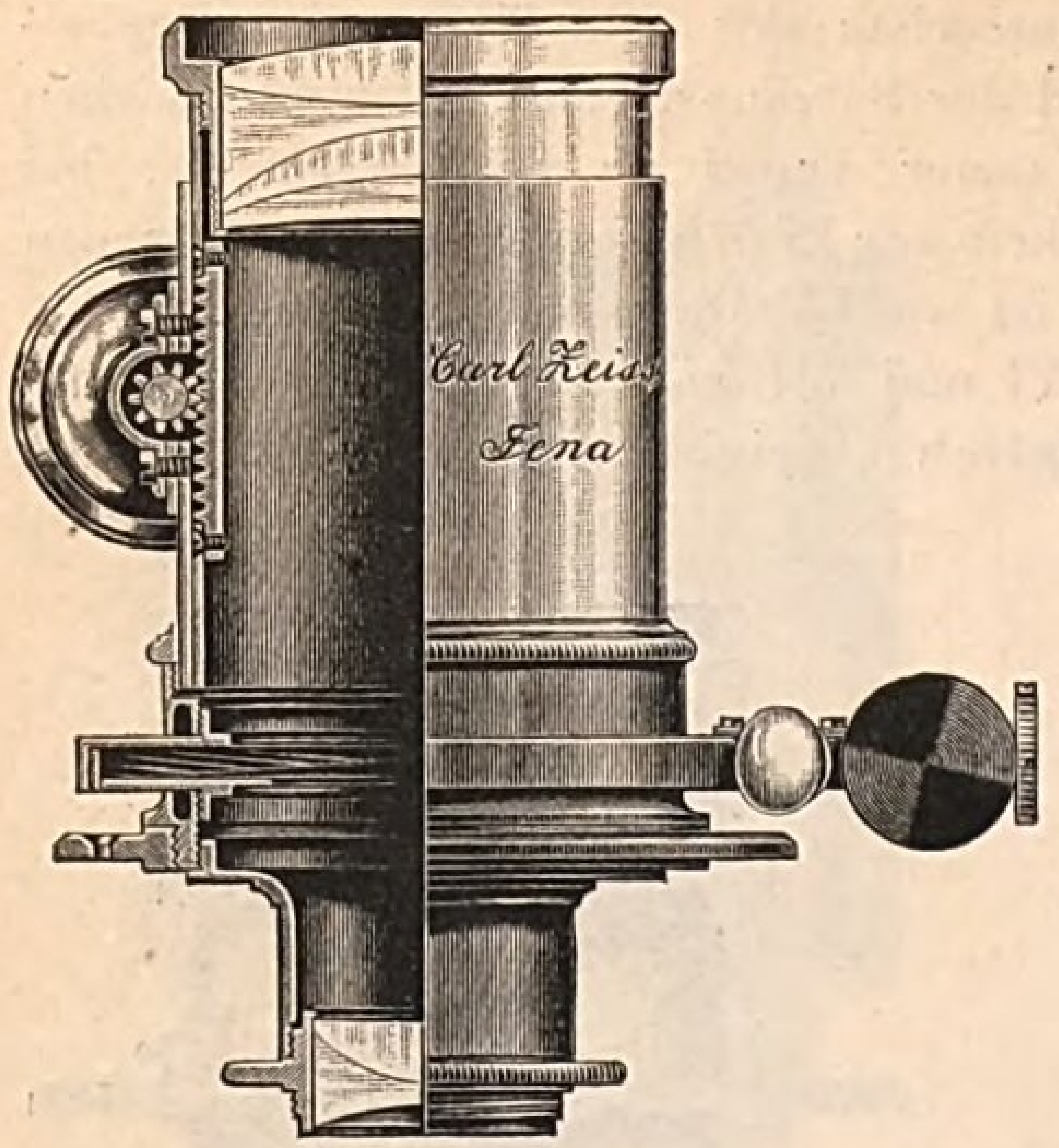
Leistung des Doppelobjectivs, Satzanastigmat, bezüglich Schärfe und anastigmatischer Ebenung praktisch gleichgültig, ob das Doppelobjectiv VIa (Fig. 488), oder VIIa (Fig. 489) aus zwei gleich- oder ungleichbrennweitigen Einzelobjectiven (VI oder resp. VII) zusammengesetzt ist. Der einzige praktische Unterschied ist der, dass das aus zwei gleichbrennwerthigen Objectiven der Ser. VI oder VII bestehende Doppelobjectiv entsprechend lichtstärker ist. Mit einer Anzahl von zwei, drei oder mehr verschiedenen Nummern der Einzelobjective Ser. VI und VII lassen sich daher sehr gute anastigmatische Objectivsätze, (Anastigmatsätze [1]), combiniren, welche rasch in Aufnahme gekommen sind. Mit dem achtlinsigen Satzanastigmaten Ser. VII scheint die Verbesserung photographischer Objective nach der Richtung hin zu einem gewissen Abschluss gelangt zu sein, welche bezweckt, die neuen Jenaer Gläser nutzbar zu machen unter Verwirklichung des von Rudolph ausgesprochenen anastigmatischen Correctionsprincips, sei es im Einzelobjectiv, im (symmetrischen) Doppelobjectiv oder in den Objectivsätzen.

Das Teleobjectiv. Einen ganz besonderen Platz unter den 298
photographischen Objectiven nimmt das Teleobjectiv (Fig. 490, a. f. S.) ein, welches seit mehreren Jahren benutzt wird, um ferne Gegenstände

[1]) Näheres siehe: Dr. Rudolph, „Der neue Satzanastigmat 1/6.3 der Firma Carl Zeiss" in Eder's Jahrbuch 1896, S. 216 ff., sowie in den diesbezüglichen Katalogen von C. Zeiss.

möglichst gross abzubilden. Dasselbe ist von J. Traill Taylor (1873) erfunden, unabhängig davon 1890 von A. Steinheil construirt, wenn auch erst 1892 publicirt worden. Inzwischen (1891) ist das Teleobjectiv fast gleichzeitig von R. Dallmeyer in England und A. Miethe in Deutschland beschrieben worden. Da die Bildgrösse nur vom Objectabstande und der Brennweite abhängt, so bedarf es bei gegebenem Objectabstande zur Erzielung grosser Bilder auch grosser Brennweiten. Grosse Brennweiten erheischen bei den gewöhnlichen Objectiven aber auch grosse Cameralängen und demnach unhandliche Apparate zur Aufnahme. Diesem Uebelstande hilft das Teleobjectiv ab, insofern es bei relativ geringer Cameralänge eine grosse Brennweite besitzt.

Fig. 490.



Beim gewöhnlichen Objectiv, z. B. der Biconvexlinse s (Fig. 491 b) ist die Brennweite $h'b'$ (Distanz zwischen Brennpunkt und Hauptpunkt) nahe

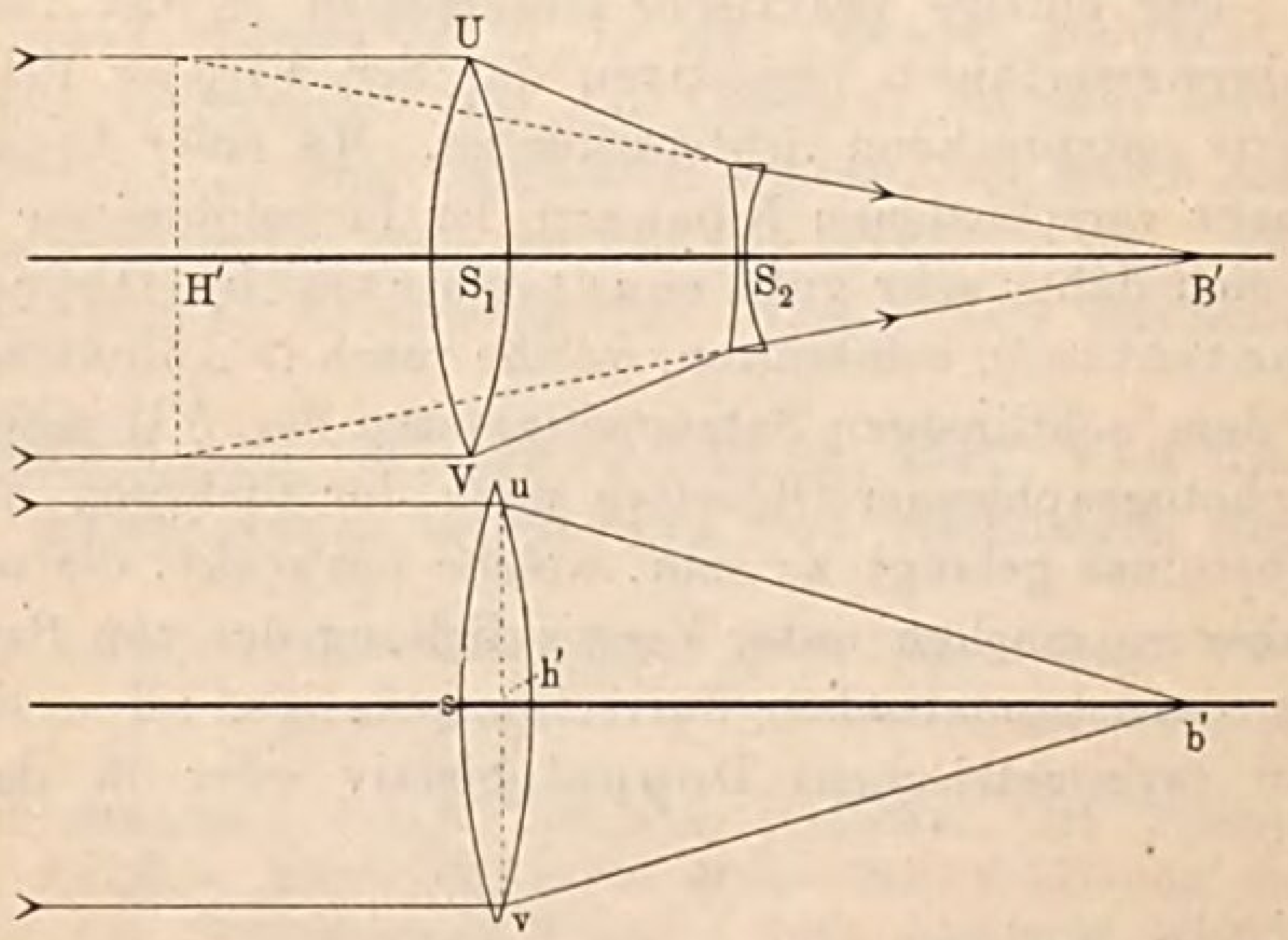


Fig. 491 a.

Fig. 491 b.

identisch mit dem Bildabstande (Distanz zwischen Bildort und Linsenscheitel), da der Hauptpunkt in der Linse selbst gelegen ist. Soll nun bei gleicher Bilddistanz (Cameralänge) die Brennweite wachsen, so kann das nur erreicht werden, indem der Hauptpunkt der Linse nach links gerückt wird. Man erzielt dies in beliebigem Grade, indem man zur

Sammellinse S_1 (Fig. 491 a) in geeignetem Abstande eine Zerstreuungslinse S_2 hinzufügt.

Ist der Abstand beider Linsen, dieselben als unendlich dünn angenommen, gleich Null, so verändert die Zerstreuungslinse nur den Bildort, insofern sie denselben nach rechts schiebt, ohne den Hauptpunkt zu verschieben; die Brennweite ist nach wie vor gleich der Distanz des Brennpunktes vom gemeinsamen Scheitel beider Linsen. Vergrössert man jetzt aber den Linsenabstand mehr und mehr, so rückt nicht nur der Brennpunkt nach rechts, sondern gleichzeitig rückt der Hauptpunkt nach links, wie es die Fig. 491 a zeigt. Die Bildweite des dem unendlich entfernten Object conjugirten Bildes ist kleiner als die Brennweite.

Gegenüber dem Objective gewöhnlicher Construction hat das Teleobjectiv von gleich grosser Brennweite ausser der leicht zu variirenden Brennweite F und dem kürzeren Bildabstande eine weitere charakteristische Eigenschaft. Es ist nämlich der Objectabstand beim Teleobjectiv grösser, als derjenige beim gewöhnlichen Objectiv, und zwar um den Betrag [1]):

$$F\left(\frac{F_1}{F_2} - 1\right) + F_1,$$

während der Bildabstand um den Betrag

$$F\left(1 - \frac{F_2}{F_1}\right) + F_2$$

kleiner ist, wobei der Quotient F_1/F_2 (Verhältniss der Einzelbrennweiten) stets grösser als Eins ist.

Nun hängt die Perspective ab von der Entfernung des Objectes. Bei gleichem Objectabstande giebt demnach das Teleobjectiv bei geringerer Brennweite dieselbe Perspective wie das gewöhnliche Objectiv [2]).

B. Die Projectionsapparate.

Camera obscura. Laterna magica. Skioptikon. Photographische Camera. Sonnenmikroskop. Abbe'scher Condensor.

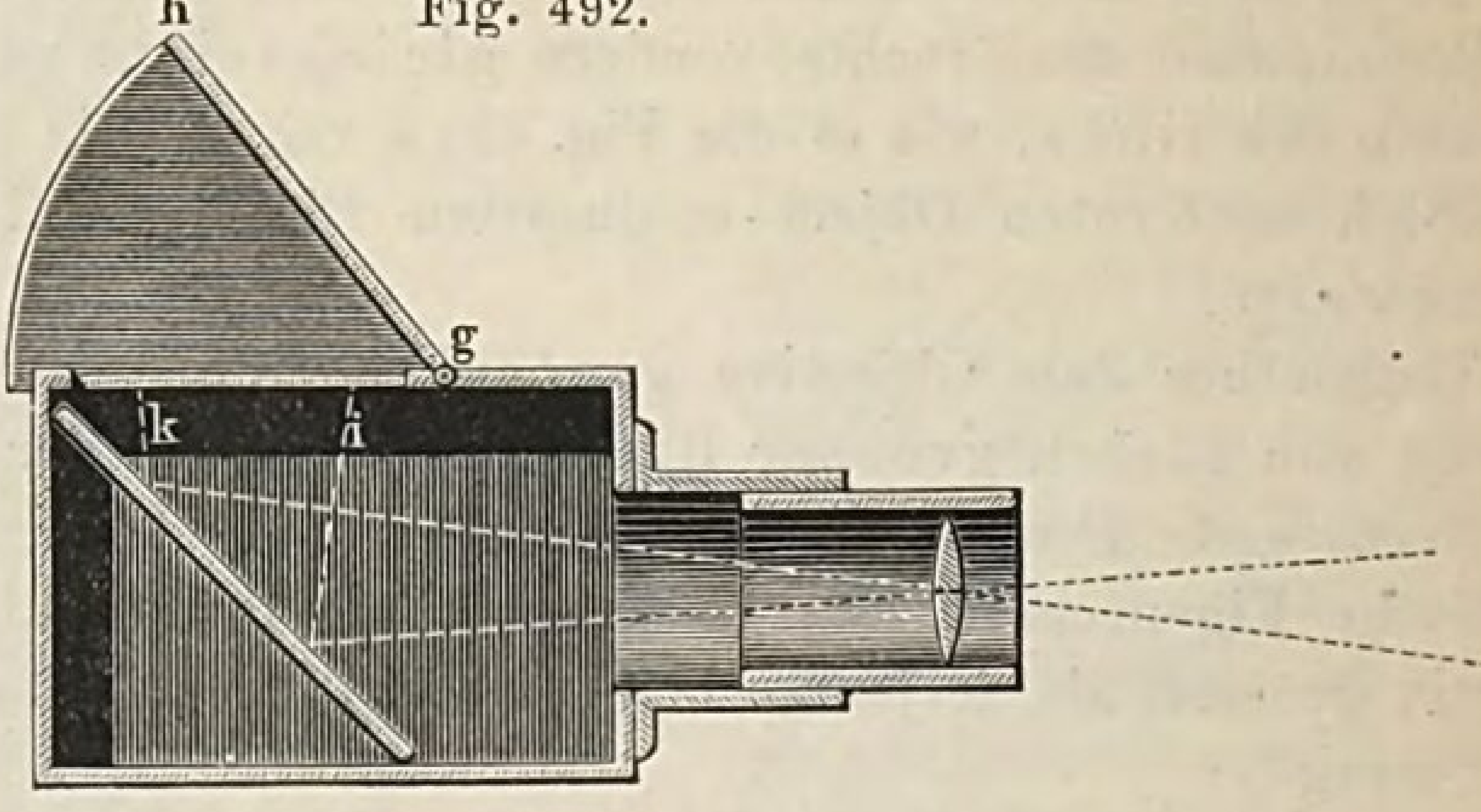
Einleitung. Im ersten Abschnitt dieses Capitels haben wir aus- 299
führlich die Linsensysteme behandelt, welche man zu Projectionszwecken

[1]) Vergl. Rudolph, Gebrauchsanweisung für Teleobjective von Dr. P. Rudolph, Jena, herausgeg. von Carl Zeiss, opt. Werkstätte in Jena 1896.

[2]) Ausser Rudolph's Gebrauchsanweisung für Teleobjective ist folgende Literatur über letztere vorhanden. British Journ. of Phot. 1891 v. Oct. bis Dec. 1892, S. 24 bis 25; 1893, S. 477 bis 479; Photogr. Corr. 1892, S. 61 bis 69 und Eder's Jahrb. 1893, S. 247 bis 255.

und zwar speciell in der photographischen Technik gebraucht, ohne auf die Apparate selbst einzugehen, in denen jene Systeme Verwendung finden. Hier wollen wir wenigstens die Hauptrepräsentanten der Projectionsapparate besprechen, soweit es zum Verständniss der bei Lehr- und Demonstrationszwecken angestellten Experimente nothwendig ist. Eine wichtige Rolle bei der Projection spielt die Lichtquelle und die Vorrichtung, um durchscheinenden, durchsichtigen und undurchsichtigen

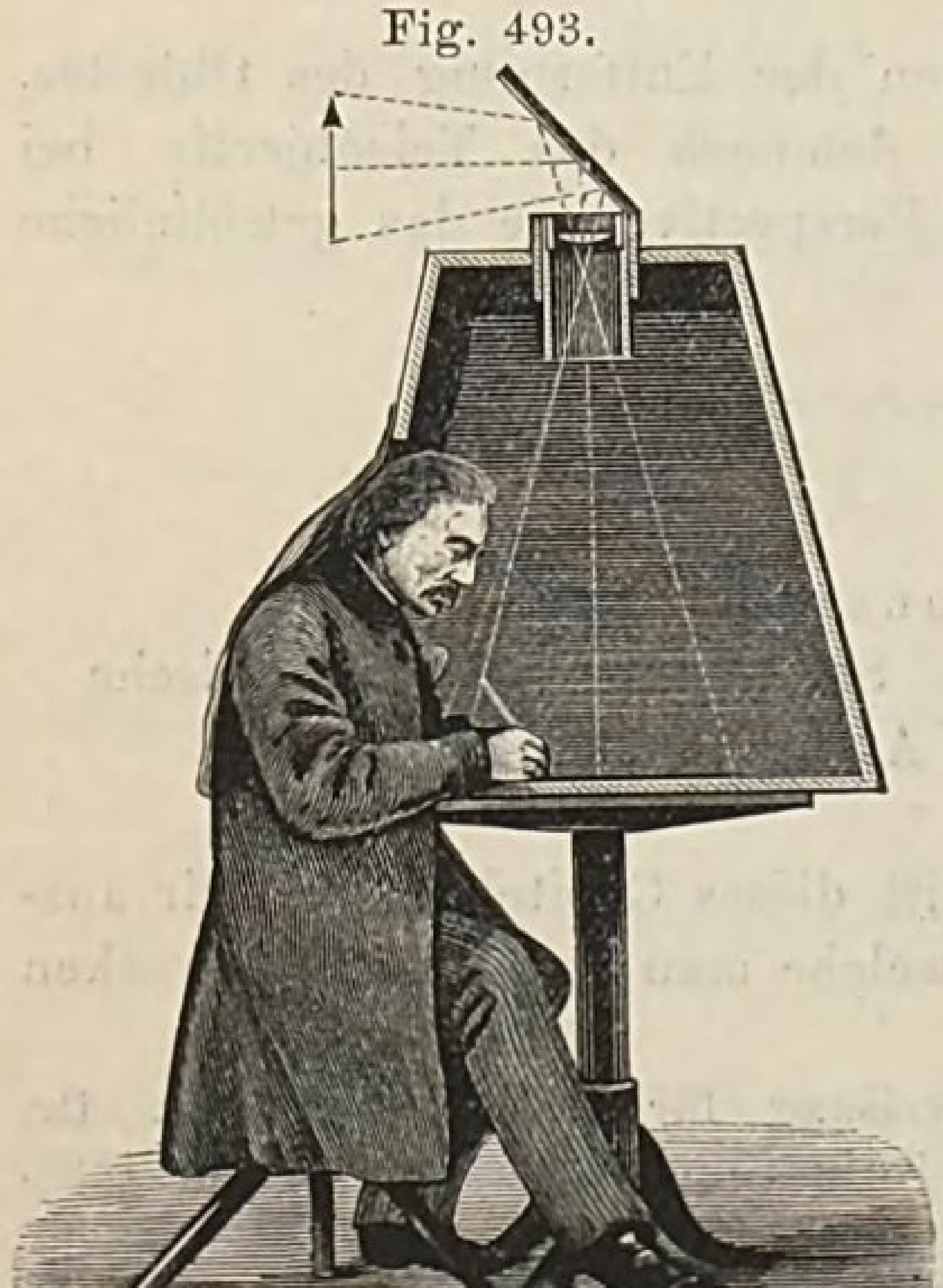
Fig. 492.



Objecten eine genügende Leuchtkraft beilegen zu können. Auch diese wollen wir, soweit es hier thunlich erscheint, der Besprechung unterziehen.

300 **Camera obscura.** In Fig. 492 ist eine der früher gebräuchlichsten Formen der von Leonardo da Vinci erfundenen Dunkelkammer abgebildet. Sie besteht im Wesentlichen aus einem Kasten mit Rohransatz, in dem sich ein zweites Rohr mit der projicirenden Sammellinse von passender Brennweite verschiebt. Die von der Linse convergent gemachten Strahlenbüschel werden vor ihrer Vereinigung durch einen um 45 Grad gegen die Linsenaxe geneigten Spiegel nach oben reflectirt, so dass das Bild eines entfernten Gegenstandes bei *ik* auf einer daselbst befindlichen mattirten Glasscheibe entsteht. Dient der Kasten dazu, um das fremde Licht von der Platte fernzuhalten, welches nicht von dem abzubildenden Objecte ausgegangen ist, so soll der Deckel *gh* das von oben her auffallende störende Nebenlicht möglichst abblenden.

Fig. 493.

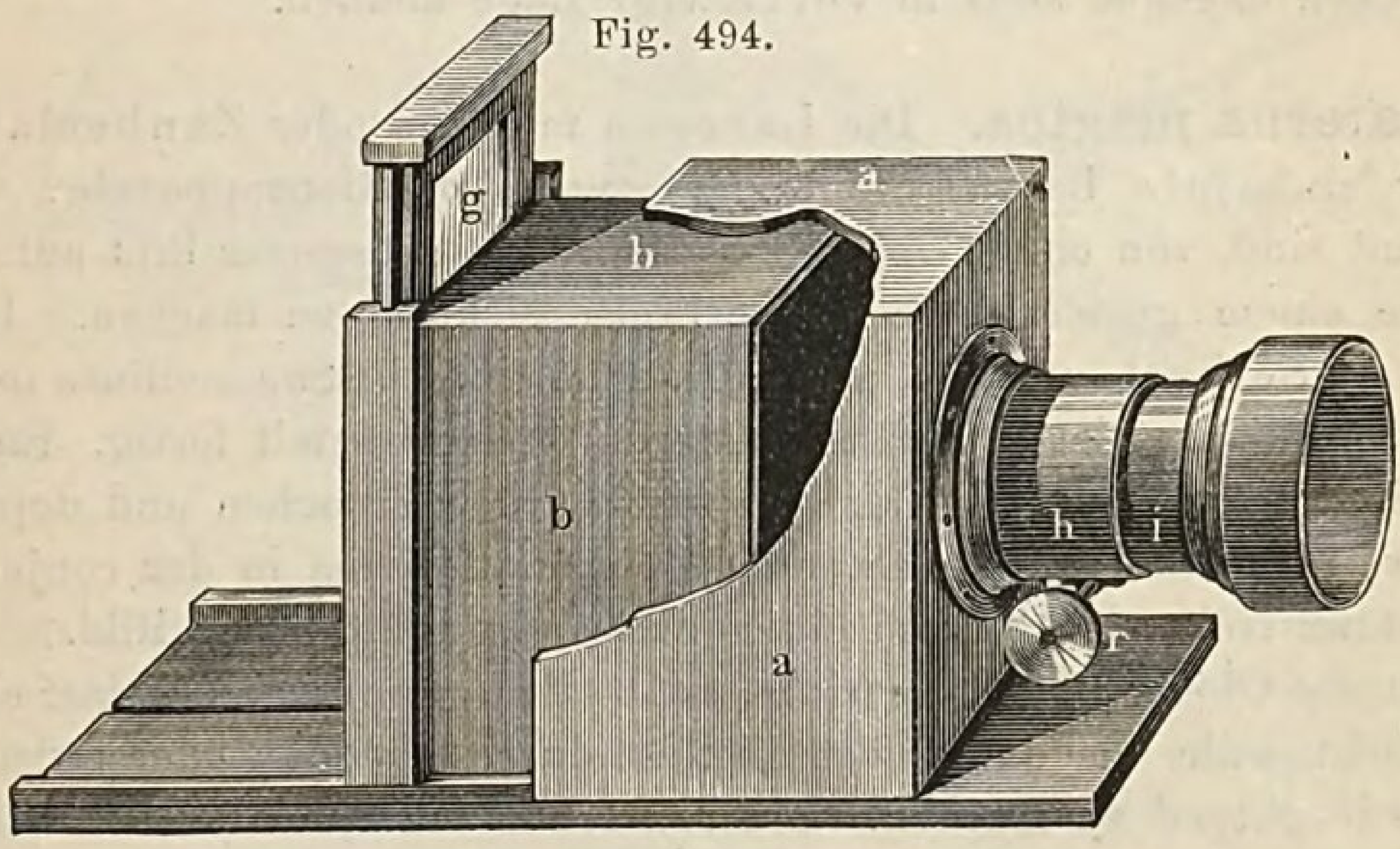


Eine andere Form der Camera obscura ist in Fig. 493 abgebildet; bei ihr werden die Strahlen vor dem Eintritt in das Projectionssystem gespiegelt (am besten mittelst eines total reflectirenden Prismas) und auf dem Boden des Kastens vereinigt. Das hier entstehende Bild ist wegen der Beseitigung aller nicht wirksamen Strahlen sehr intensiv und kann leicht nachgezeichnet werden.

Die photographische Camera. Durch die Erfindung der 301
Photographie, welche die Bilder der Camera obscura festzuhalten erlaubt, wuchsen die Ansprüche sowohl an die projicirenden Linsen wie an die Camera selbst. Die Entwickelung der photographischen Objective haben wir als interessantes Beispiel für die reichen Früchte, welche die sogenannte „trockene" Dioptrik zu tragen im Stande ist, ausführlich behandelt, zumal in den bisherigen Lehrbüchern für Photographie und photographische Optik wenig Befriedigendes zu finden ist. Um so mehr müssen wir es uns versagen, auf die unzähligen Variationen der photographischen Camera selbst einzugehen.

Allen gemeinsam ist der dunkle Kasten, welcher die zum Bilde nicht beitragenden Strahlen von der photographischen Platte fernhält. Es ist

Fig. 494.

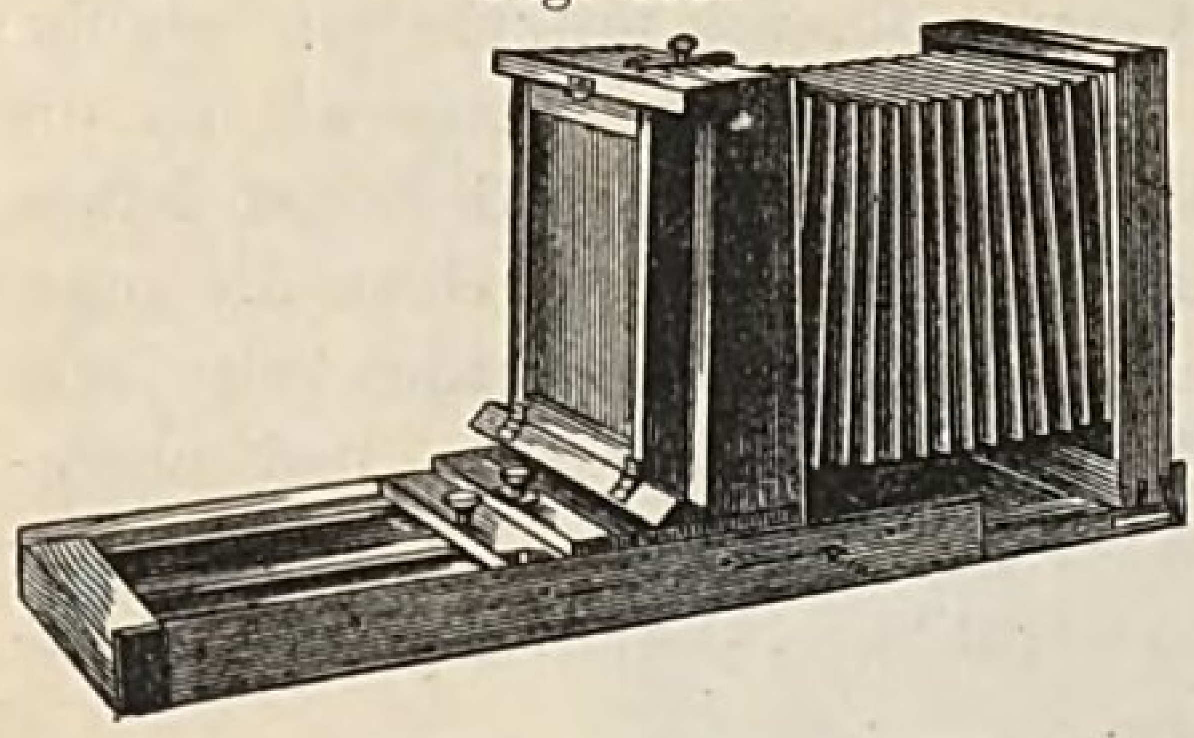


die „Lichtdichtigkeit" der photographischen Camera ungleich wichtiger wie bei der Camera obscura; und zwar muss die Camera um so lichtdichter sein, je empfindlicher die benutzten photographischen Platten sind. Fig. 494 zeigt einen Apparat, wie er in der ersten Zeit gebräuchlich war. Auf der Vorderseite des Kastens *a* ist eine messingene Hülse *h* befestigt, in welcher sich eine zweite *i* mittelst eines Triebes, der durch den Knopf *r* bewegt wird, aus- und einschieben lässt. Diese Hülse *i* enthält das Linsensystem, welches seine Bilder auf einer gegenüberstehenden mattgeschliffenen Glastafel entwirft. Diese Glastafel *g* ist in einem Schieber befestigt, welcher die Rückwand des in den Kasten *a* hineinpassenden, nach vorn hin offenen Kastens *b* bildet. Unsere Figur

zeigt den Schieber mit der Glastafel etwas in die Höhe gezogen. Je näher der Gegenstand rückt, dessen Bild man erhalten will, desto weiter muss man den Kasten *b* aus *a* herausziehen. Die feinere Einstellung geschieht durch Verschiebung der Linse mittelst des schon erwähnten Triebes *r*.

In Fig. 495 ist eine der neueren Cameras abgebildet, wie sie in den Ateliers gebraucht werden. Der Kasten ist ersetzt durch einen Balg, wie er bei Harmonikas gebräuchlich ist; der Rahmen für die matte Scheibe bezw. photographische Platte ist sowohl um eine verticale wie horizontale Axe drehbar und an jeder Stelle auf der Grundplatte feststellbar.

Fig. 495.



Um sowohl hoch als auch tief über oder unter dem Horizonte gelegene Objecte perspectivisch richtig aufnehmen zu können, ist bei den besseren Cameras das Objectiv in seiner Höhe (manchmal auch quer) verstellbar. Die Mattscheibe soll dagegen stets in verticaler Lage bleiben.

302 **Laterna magica.** Die Laterna magica oder Zauberlaterne ist der einfachste Repräsentant der sog. Projectionsapparate, welche bestimmt sind, von einem Object ein reelles, vergrössertes Bild auf einem Schirme einem grösseren Zuschauerkreise sichtbar zu machen. Ist das Object ein Selbstleuchter, so genügt eine einfache Sammellinse und der Projectionsapparat ist in seiner allerprimitivsten Gestalt fertig. Entwirft doch eine Sammellinse von einem zwischen der einfachen und doppelten Brennweite befindlichen leuchtenden Object auf einem in der conjugirten Bilddistanz stehenden Schirm ein reelles vergrössertes Bild.

Ist das Object hingegen nicht selbstleuchtend, so bedarf es noch einer Lichtquelle, um das Object mittelst durchgehenden oder reflectirten Lichtes leuchtend zu machen. Müssen schon die Selbstleuchter intensiv sein, sollen sie starke Vergrösserungen vertragen, so erheischen die opaken Gegenstände erst recht lichtstarke Flammen oder Beleuchtungsvorrichtungen, die ein Projiciren in vergrössertem Maassstabe erlauben. In weitaus den meisten Fällen dreht es sich um die Projection durchscheinender bezw. opaker Objecte. Der Fortschritt im Bau von Projectionsapparaten war daher ausser auf die Projectionslinsensysteme im Wesentlichen auf die Verbesserung der Beleuchtungsvorrichtung bezw. die Auffindung und Ausnutzung geeigneter Lichtquellen gerichtet, um die Objecte zu erleuchten.

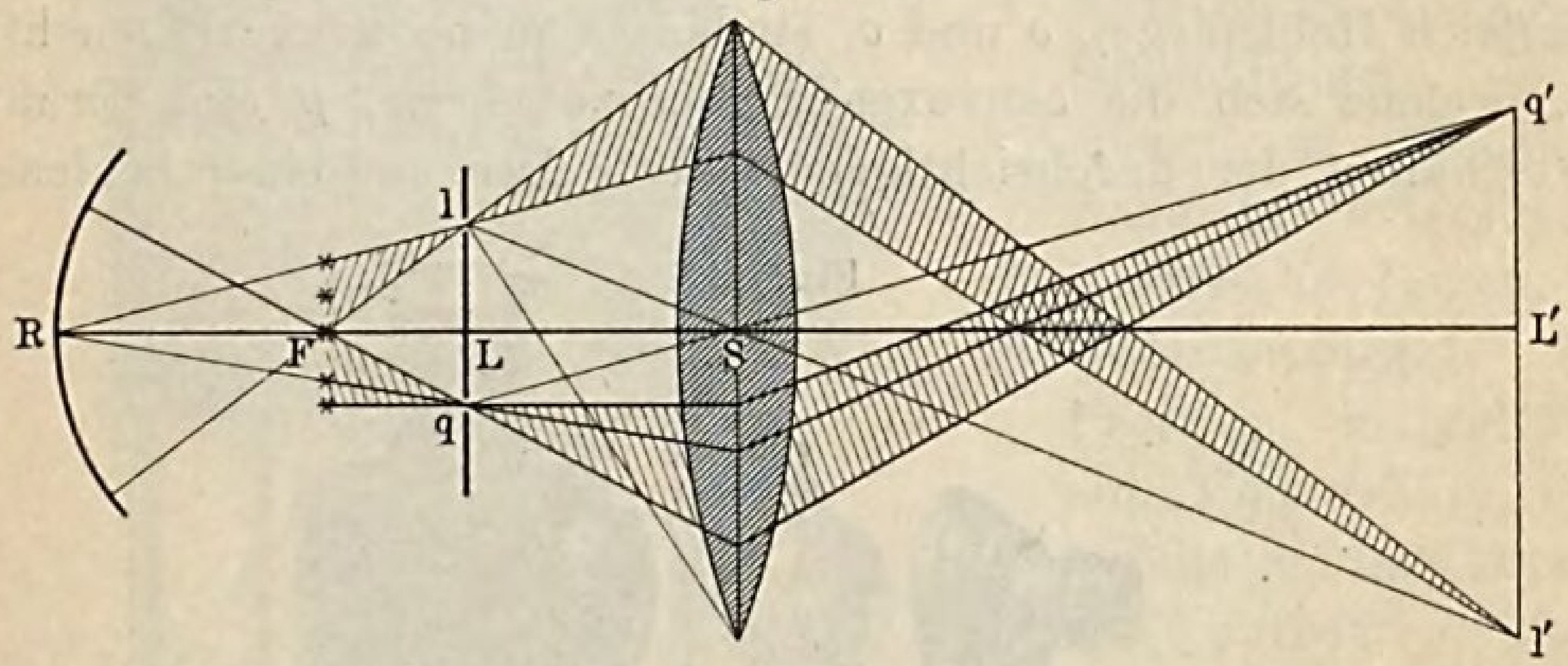
Schon bei der einfachsten Laterna magica sucht man die von der beleuchtenden Flamme *F* (Fig. 496) ausgehenden Strahlen dadurch möglichst auszunutzen, dass man hinter der Flamme bei *R* einen Hohlspiegel

anbringt, welcher die rückwärts gehenden Strahlen wieder gegen die Flamme reflectirt und so deren Leuchtkraft in Bezug auf das Object *L* vermehrt.

Dieser Apparat hat nun vor Allem das Missliche, dass sehr viele Lichtstrahlen wegen zu grosser Divergenz die Linse nicht mehr treffen und für die Projection verloren gehen. Wollte man, um dies zu verbessern, die Linse näher an das Object rücken, so müsste ihre Brennweite eine sehr kurze sein und es würden dann die Bilder wegen der starken sphärischen Aberration nicht scharf genug ausfallen. Man ersetzt daher auch bei den einfachsten Zauberlaternen die Linse durch zwei Linsen von längerer Brennweite, von denen die erste dem Object so weit genähert wird, dass sie die Strahlen noch nicht convergent macht, sondern nur die Divergenz derselben vermindert. Auf die zweite Linse fallen dann viel mehr Lichtstrahlen und werden zu einem viel schärferen Bilde vereinigt.

Eine weitere wesentliche Vervollkommnung des Apparates besteht nun aber darin, dass man die von der Lichtquelle ausgehenden diver-

Fig. 496.

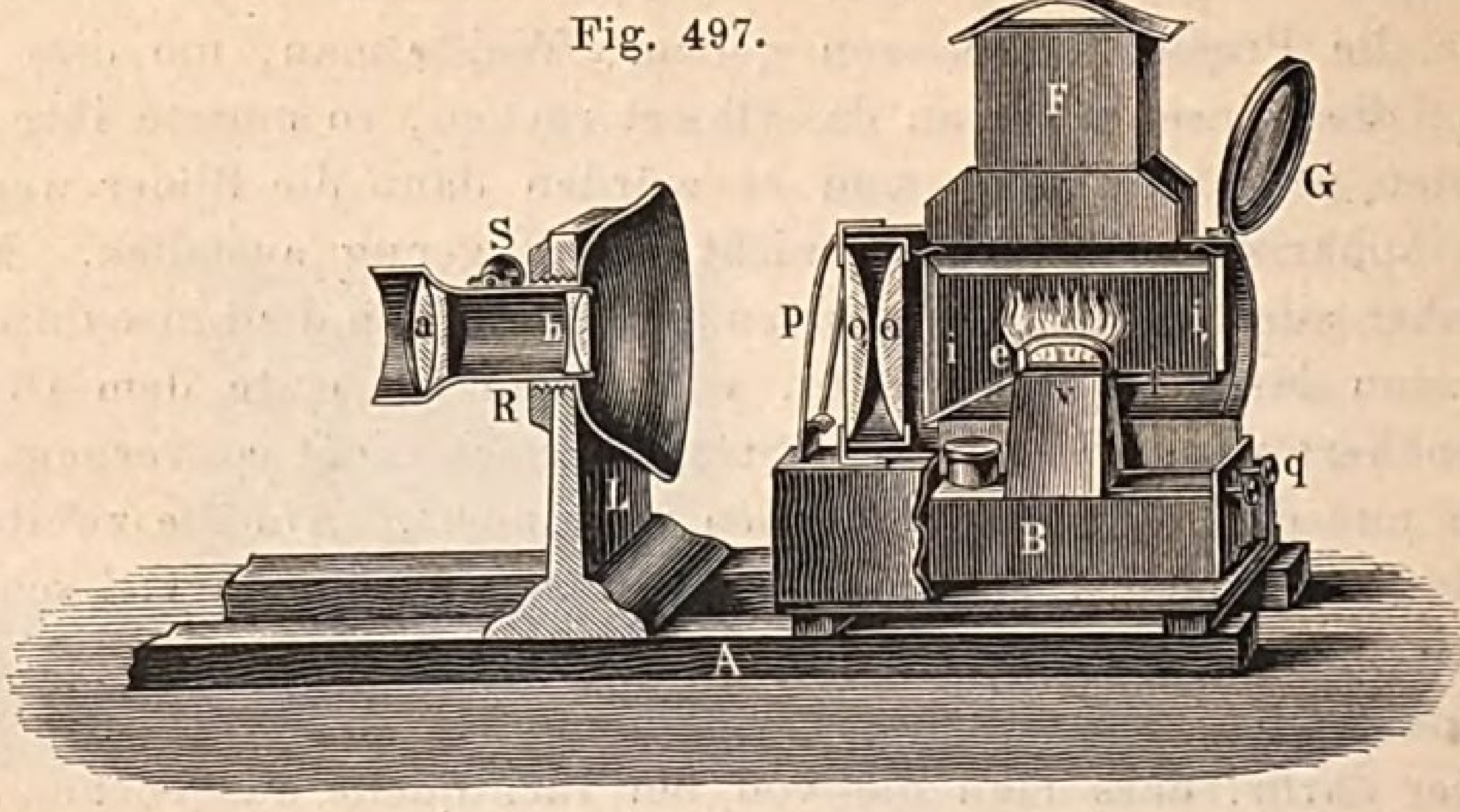


girenden Strahlen, noch **bevor** sie das durchsichtige Object treffen, durch eine oder mehrere Convexlinsen, die dann **Beleuchtungs-** oder **Condensorlinsen** genannt werden, parallel oder schwach convergent macht und dann mittelst zweier achromatischer Linsen zu dem Bilde vereinigt. Eine nach diesem Principe construirte Laterna magica wird neuerdings unter dem Namen **Skioptikon** vielfach angewendet, um von durchsichtigen Bildern auf Glas, kleinen Apparaten oder im kleinen Maassstabe angestellten physikalischen und chemischen Experimenten vergrösserte Abbildungen auf einem weissen Schirme zu erhalten.

Fig. 497 (a. f. S.) zeigt einen Längsdurchschnitt durch ein solches Skioptikon in der Ausführung, wie solches von E. **Stöhrer** in Leipzig zu Projectionszwecken geliefert wird; *e* ist die Flamme einer vom Amerikaner **Marey** sehr zweckmässig construirten Petroleumlampe, welche durch zwei schräg zu einander gestellte, ebene Dochte aus dem Reservoir *B* gespeist wird. Durch luftdichte Absperrung der Kammer und einen gut ziehenden Kamin wird die Luft genöthigt, von unten zwischen

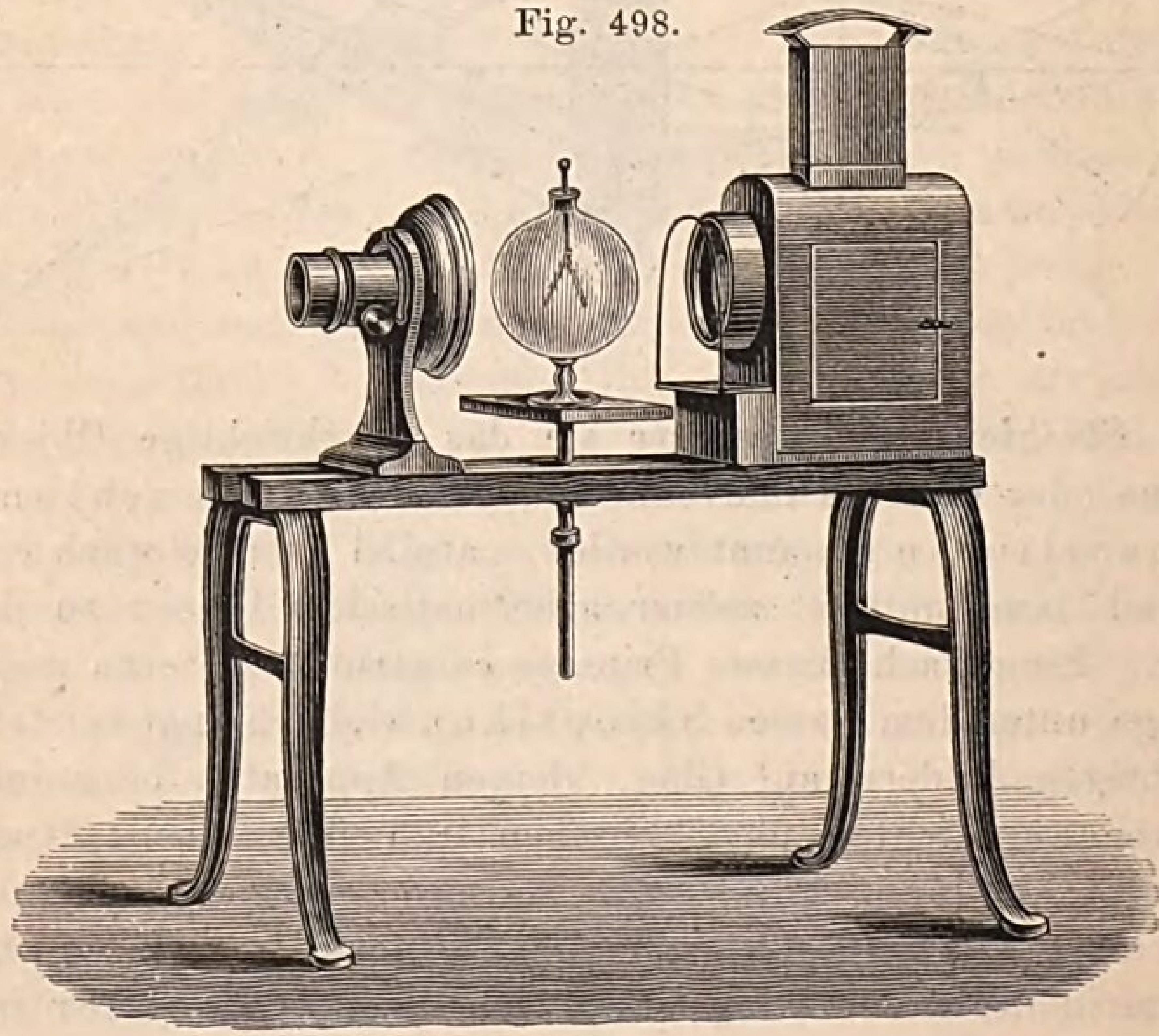
den Dochten aufzusteigen, wodurch Rauch und Geruch vermieden und ein sehr helles Licht erzielt wird. Dasselbe kann übrigens auch durch das unten zu besprechende Drummond'sche Licht, oder durch das einer Alkoholsauerstofflampe ersetzt werden; i und i_1 sind

Fig. 497.



zwei abschliessende Spiegelglasplatten, G ist ein aufschlagbarer Deckel und zugleich Hohlspiegel, o und o_1 sind zwei planconvexe Beleuchtungslinsen, welche sich die convexen Seiten zukehren, p eine Drahtfeder zum Festhalten der durchsichtigen Bilder. Der auf einer Schiene ver-

Fig. 498.

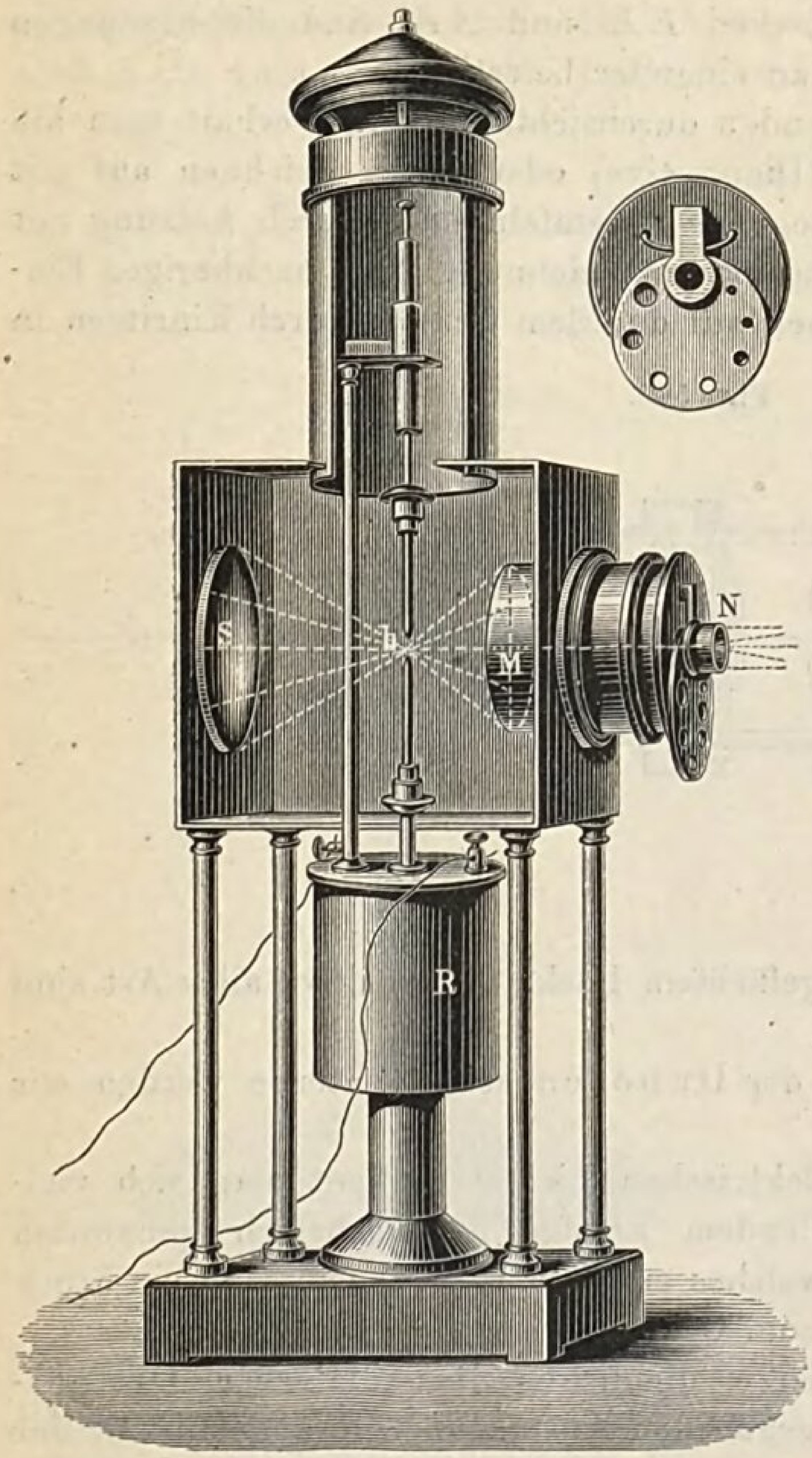


schiebbare Träger L trägt den aus zwei achromatischen Linsen bestehenden sogenannten Linsenkopf, dessen feine Einstellung mittelst des Triebes S bewerkstelligt wird. Ein Schirm hält das Seitenlicht ab. Sollen nicht flache Bilder, sondern physikalische Apparate, beispiels-

weise die divergirenden Goldblättchen eines Elektroskops, projicirt werden, so wird der Apparat in der durch Fig. 498 angedeuteten Weise benutzt.

Der für wissenschaftliche Zwecke verbreitetste Projectionsapparat ist die Duboscq'sche Laterne, welche wir schon mehrmals erwähnt haben. Sie dient übrigens nicht allein als Laterna magica, sondern auch zu unzähligen anderen optischen und überhaupt physikalischen Versuchen, zu welchen sonst directes Sonnenlicht verwendet wird. Als Lichtquelle wird in der Regel elektrisches oder Drummond'sches Licht angewendet. Fig. 499 zeigt eine Abbildung dieses Apparates mit der Einrichtung für elektrisches Kohlenlicht als Ersatz des Sonnenlichtes. *R* ist der später zu beschreibende Regulator, *b* der leuchtende elektrische Bogen, *S* der Reflectorspiegel, *M* die Fassung, in welcher sich eine Convexlinse befindet, welche um ihre Brennweite von *b* entfernt steht. Unter dieser Bedingung treten die Strahlen unter sich parallel aus und bilden nach dem Durchgange durch eine Oeffnung der neben Fig. 499 besonders abgebildeten Drehscheibe ein paralleles cylindrisches Strahlenbündel, wie es zu zahlreichen optischen Versuchen gebraucht wird.

Fig. 499.



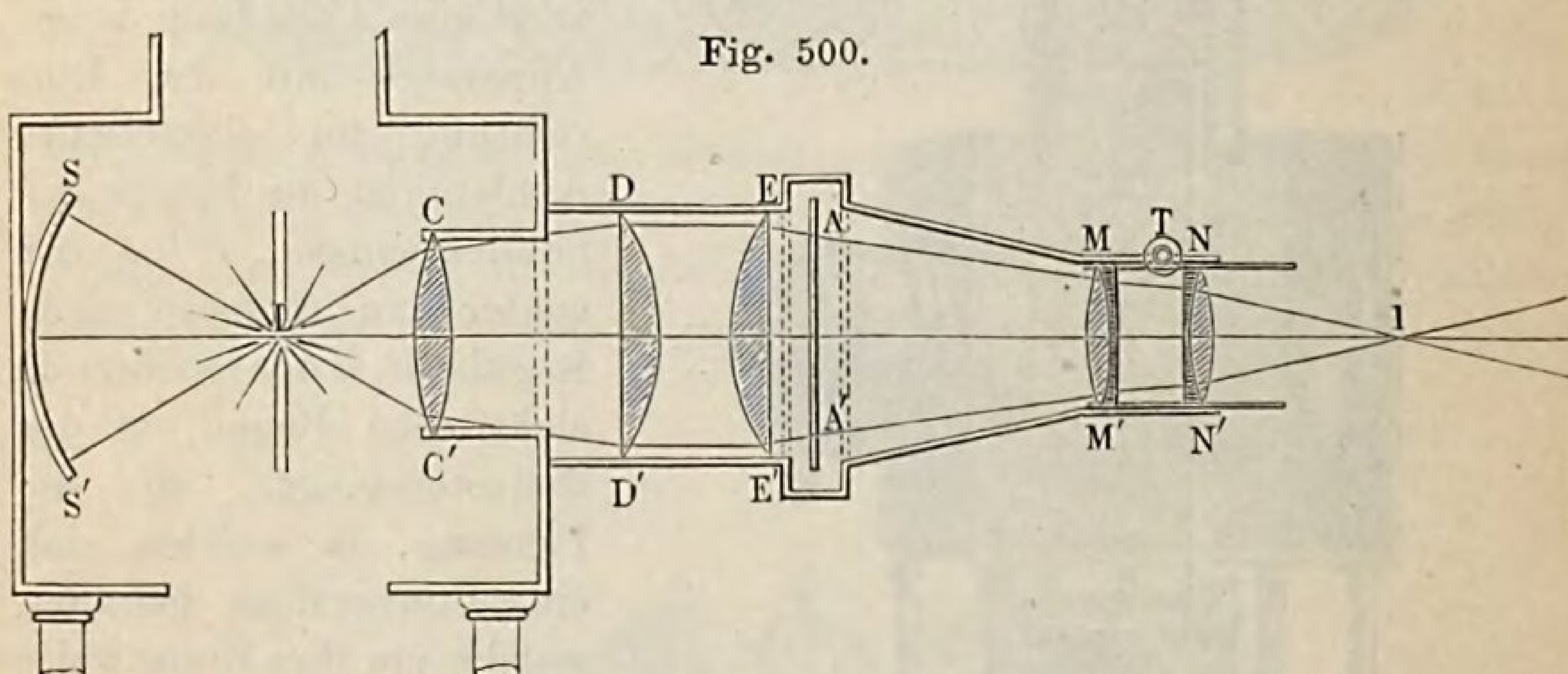
Rückt man die Linse etwas weiter von *b* weg, so convergiren die Strahlen und liefern in passender Entfernung auf einem Schirm ein vergrössertes Bild der glühenden Kohlenspitzen.

Will man ein anderes Object projiciren, so entfernt man die Drehscheibe mit den runden Oeffnungen und setzt in den Gang der Strahlen zuerst das abzubildende Object, dann noch eine oder zwei wo möglich

achromatische Convexlinsen, welche auf passenden Stativen befestigt sind. Noch bequemer bedient man sich zur Projection von Glasbildern des von Duboscq zu seiner Laterne gelieferten Linsensystems, welches in Fig. 500 skizzirt ist. Man erkennt daselbst den Reflectorspiegel SS', das elektrische Licht L, die Beleuchtungslinsen CC', DD' und EE', das durchsichtige Glasbild AA', welches in eine Holzfassung eingeschoben wird, und endlich den aus zwei achromatischen Linsen MM' und NN' zusammengesetzten Linsenkopf, der mittelst Trieb T in der äusseren Röhre verschiebbar ist. Zwischen EE' und AA' sind die Fassungen durch ein Schraubengewinde an einander befestigt.

Die zur Projection dienenden durchsichtigen Bilder erhält man am besten durch Photographie (Diapositive) oder durch Zeichnen auf mit durchsichtigem Firniss überzogenen Glastafeln oder durch Aetzung mit Flusssäure der in Wachs eingeritzten Zeichnung und nachheriges Einreiben mit Farbe oder auch hell auf dunklem Grunde durch Einritzen in

Fig. 500.



einen Ueberzug von dunkel gefärbtem Lack. Diapositive aller Art sind im Handel vielfach zu haben.

Anderen Anwendungen der Duboscq'schen Laterne werden wir später begegnen.

Statt des kostspieligen elektrischen Lichtes bedient man sich vielfach mit ganz zufriedenstellendem Erfolge des mehrfach genannten Drummond'schen Lichtes, welches erhalten wird, indem man ein Stück Kalk in der Knallgasflamme zum Glühen bringt.

Fig. 501 zeigt den hierzu dienlichen Daniell'schen Doppelhahn in der von Duboscq gegebenen Ausführung in ungefähr $^1/_5$ der natürlichen Grösse. S ist ein schweres Stativ, T ein Trieb zum Höherstellen der Tragsäule C, auf deren verjüngten Fortsatz die verschiebbare Hülse D aufgesteckt wird, welche den Kalkcylinder trägt. Duboscq's Kalke sind prismatisch und werden in eine äussere Fassung gesteckt. Der abgebildete Cylinder ist ein sogenannter Kalkborolivinstift von L. Harnecker in Wriezen a. O., welcher vor den gewöhnlichen Kalkstiften den Vortheil bietet, dass er nicht so schnell durch Wasseranziehung zerfällt, wie die gewöhnlichen Aetzkalkstifte. Diese Cylinder

sind durchbohrt und werden auf eine Axe aufgesteckt. Man kann sie wiederholt benutzen. Durch die Schraube *E* wird der Brenner *B* so befestigt, dass die Ausströmungsöffnung *A* sehr nahe, fast bis zur Berührung, an den Kalkstift heranreicht. h_1 und h_2 sind die beiden Hähne zum Reguliren der bei *H* und *O* durch angesteckte Gummischläuche zugeführten Gase Wasserstoff und Sauerstoff oder Leuchtgas und Sauerstoff.

Die innere Einrichtung des Brenners ist aus der Fig. 502 zu ersehen. Der Sauerstoff tritt in die innere enge Kupferröhre *i*, der Wasserstoff in die äussere Röhre *k*. Beide Röhren finden ihre Fortsetzung in

Fig. 501.

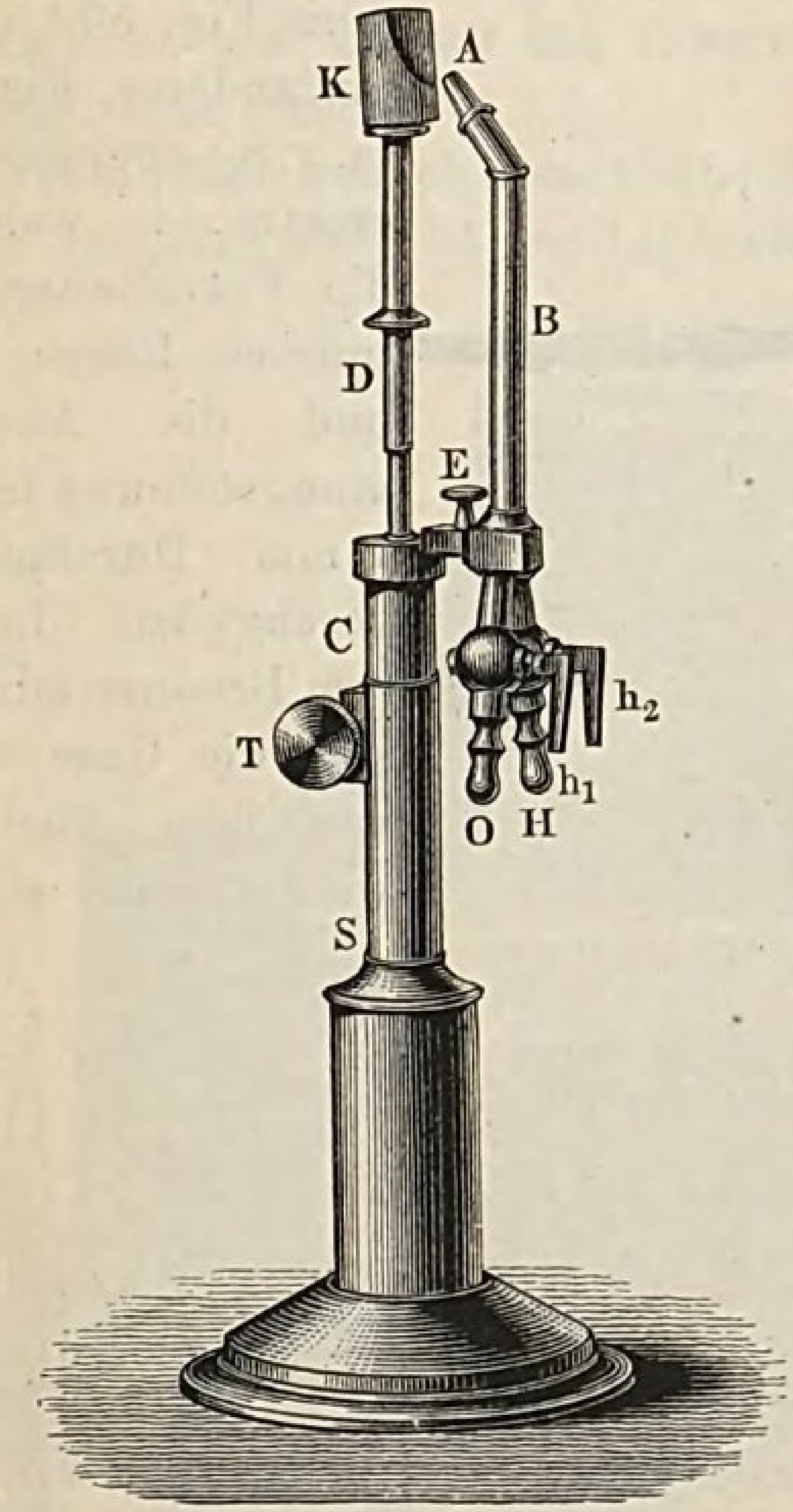


Fig. 502.

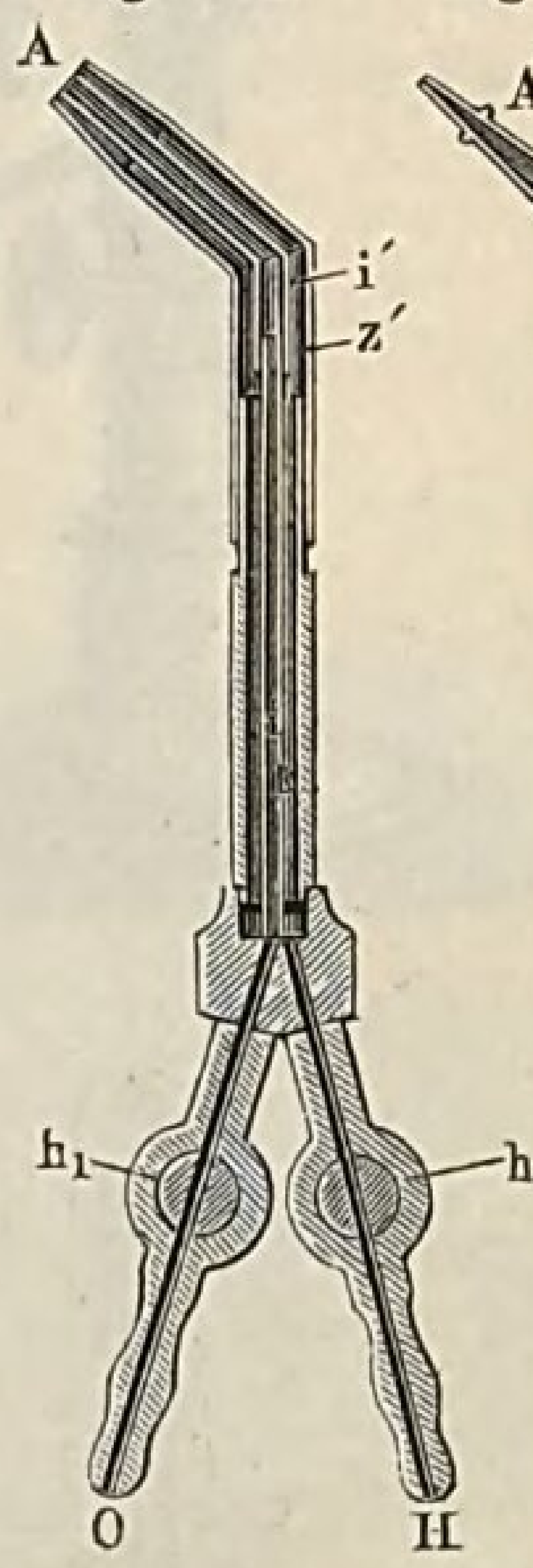
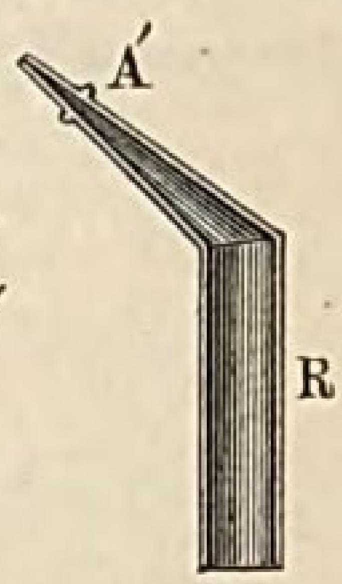


Fig. 503.

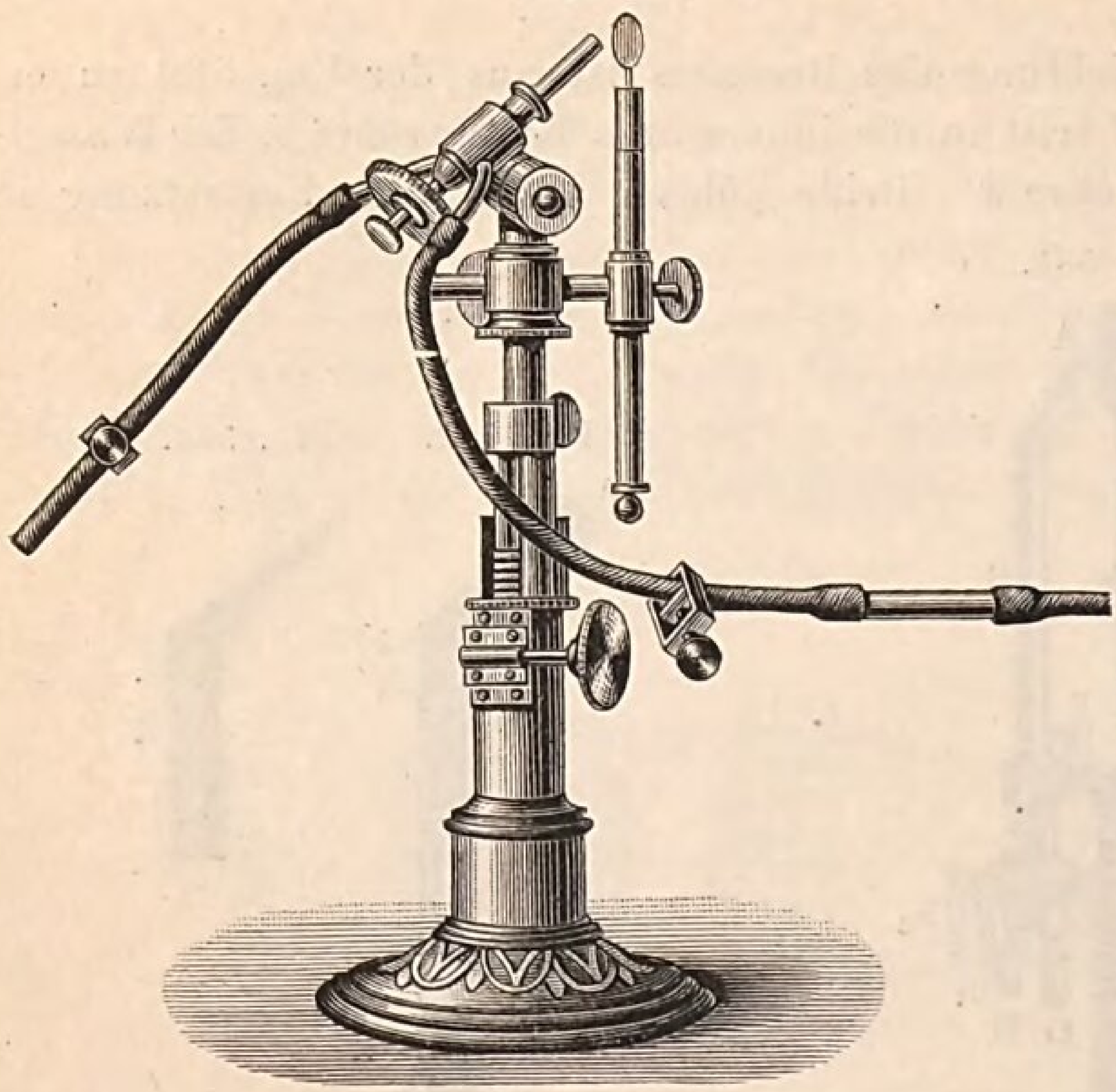


dem aufzusteckenden Kniestücke, dessen innere Röhre *i'* an der äusseren Röhre *z'* befestigt ist. (In der Figur ist das Kniestück um 90^0 aus seiner Lage gedreht gezeichnet.) Die Gase mischen sich daher erst nach dem Austritte bei *A*. Sie werden entweder aus beschwerten Kautschuksäcken oder aus Gasometern zugeführt; das Leuchtgas kann auch direct der Gasleitung entnommen werden.

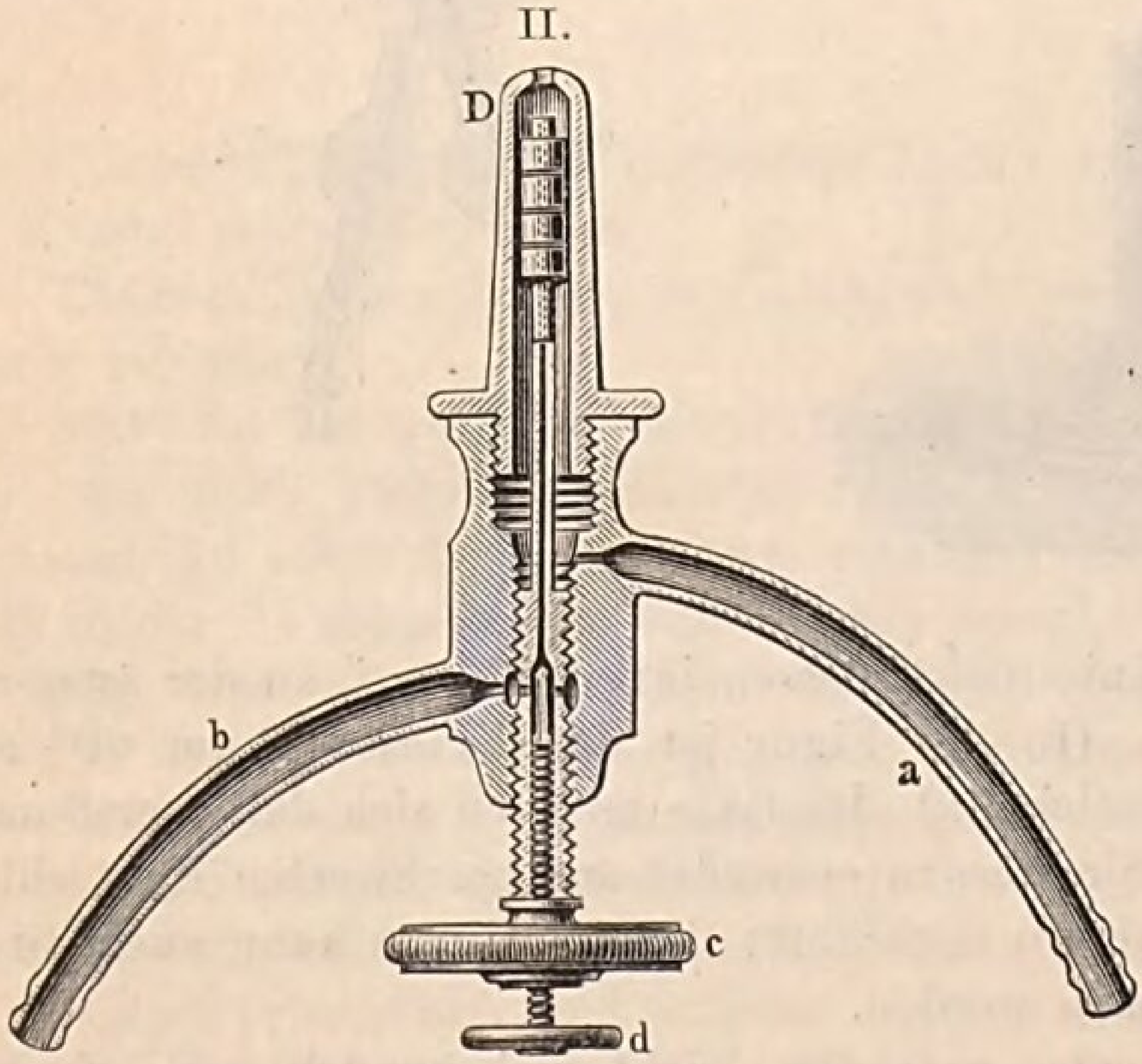
Dieser Brenner ist ganz gefahrlos, leicht zu behandeln und erfordert nur einen geringen Druck des zugeführten Gases (ungefähr 3,6 cm Wasserhöhe an einem unterhalb der Hähne eingeschalteten Manometer). Die Lichtstärke beträgt nach Pfaundler bei Anwendung von Wasser-

stoff und einem Sauerstoffverbrauch von 100 Liter pro Stunde ungefähr 150, bei Anwendung von Leuchtgas ungefähr 120 deutsche Normalkerzen bezw. 180 und 144 Hefnerlicht.

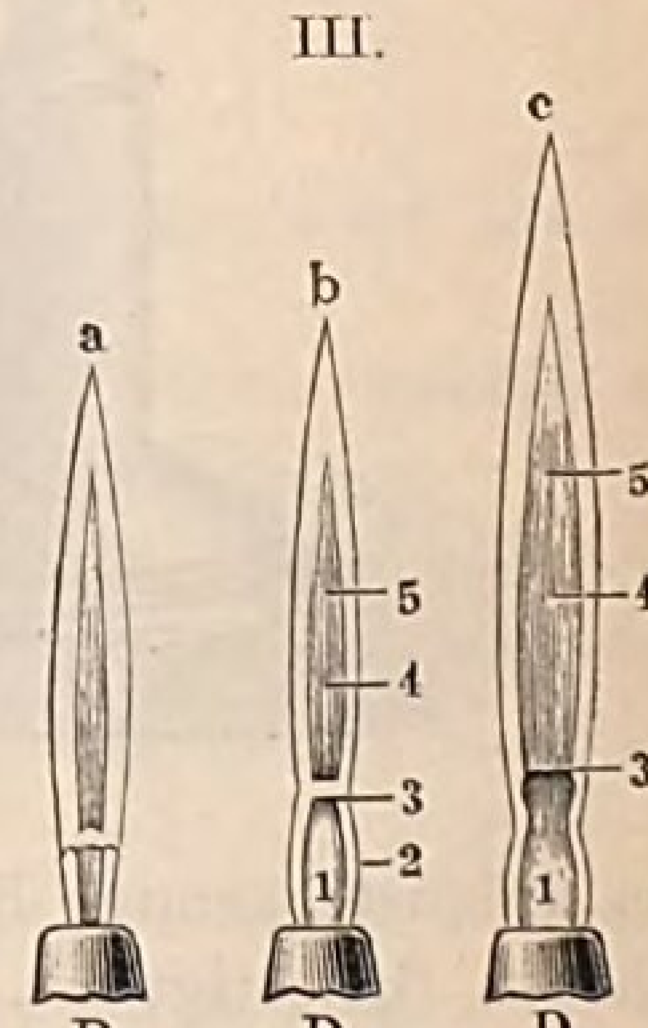
Fig. 504. I.



II.



III.



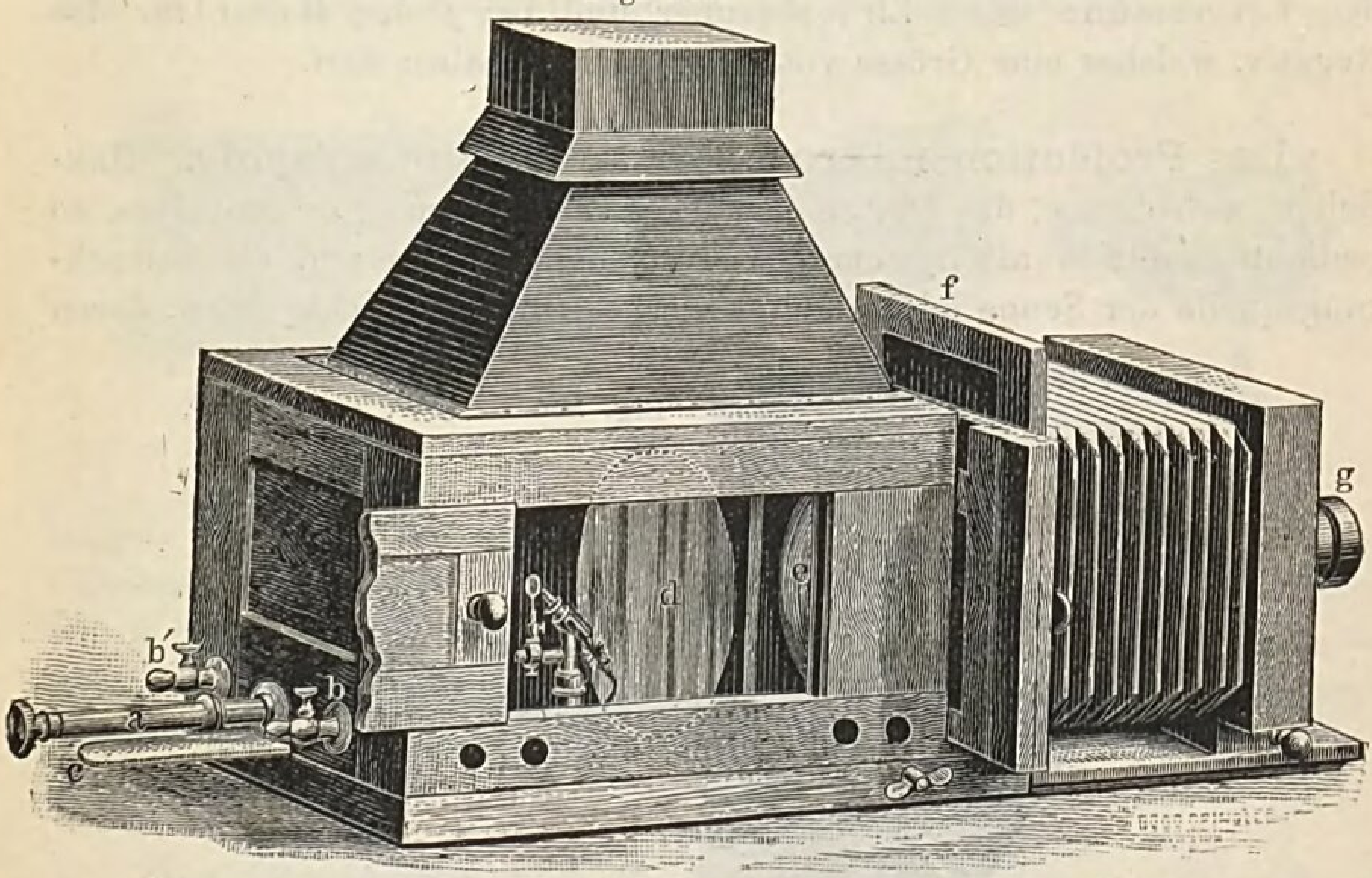
Ein Nachtheil dieses Brenners ist für manche Versuche, dass die leuchtende Stelle in der Mitte einen dunklen Fleck besitzt. Man erhält eine besser concentrirte, mehr punktförmige Lichtquelle und erspart an Sauerstoff, wenn man das Kniestück des Brenners Fig. 502 durch ein anderes, Fig. 503 (a. v. S.) abgebildetes, ersetzt, in welchem die Fortsetzung der inneren Röhre fehlt und die Ausströmungsöffnung bis auf 1 mm Durchmesser verengt ist. In diesem Brenner mischen sich die Gase schon vor dem Austritte, weshalb man stärkeren Druck (bis zu 10 cm Wasserhöhe) anwenden muss, um das Zurückschlagen der Flamme zu verhindern; auch hat man dafür Sorge zu tragen, dass der Druck beider Gase nahe gleich sei, damit nicht etwa

Uebertritt des stärker gedrückten Gases in das Behältniss des anderen Gases stattfinde, was Explosionen veranlassen könnte. Der so construirte Brenner liefert mit Wasserstoff bei einem Verbrauche von nur 38 Liter Sauerstoff pro Stunde eine Lichtstärke von ungefähr 144 Hefnerlicht. Bei Anwendung von Leuchtgas ist das Licht entsprechend schwächer und gegenüber dem anderen Brenner die Unbequemlichkeit vorhanden, dass das Leuchtgas wegen zu geringen Druckes nicht direct der Gasleitung entnommen werden kann, sondern aus einem beschwerten Sacke oder Gasometer zugeführt werden muss.

Beim Gebrauche ist zu merken, dass man stets zuerst Wasserstoff oder Leuchtgas ausströmen und brennen lässt, bis der Kalk vorgewärmt ist und hierauf den Sauerstoffhahn öffnet, bis die Lichtstärke das Maximum erreicht.

Neuerdings wendet man vielfach statt des Drummond'schen Kalklichtes das Zirkonlicht an, bei welchem Zirkon in der Knallgasflamme

Fig. 505.



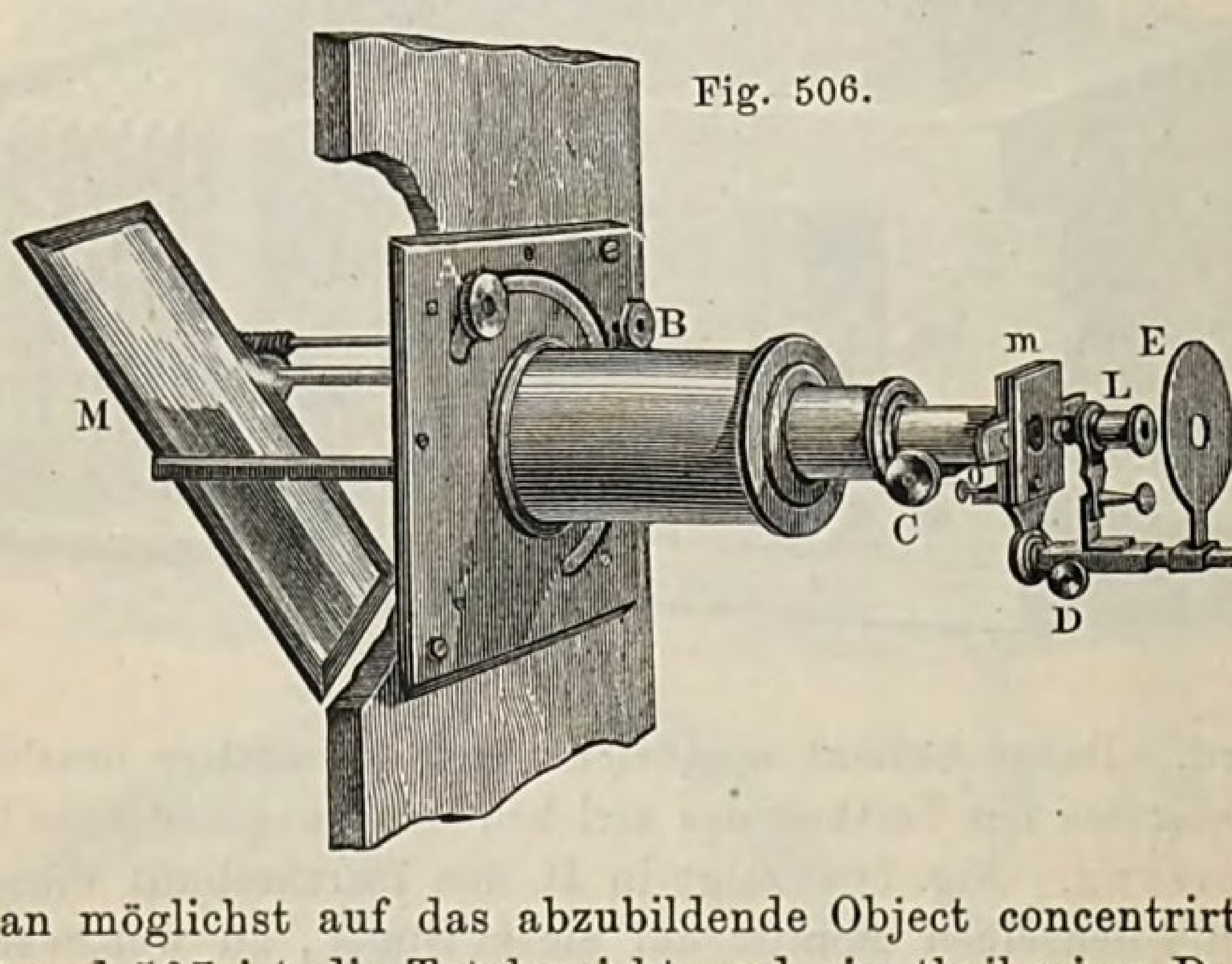
erhitzt wird. Dabei bedient man sich statt des vorher beschriebenen Knallgasapparates mit Vortheil des viel bequemer angeordneten Brenners von Linnemann. Fig. 504 zeigt in II den Durchschnitt dieses Brenners und in I denselben montirt auf einem Stativ, an welchem gleichzeitig rechts oben von der Mündung des Brenners das in Platin gefasste Zirkonplättchen in einem verstellbaren Arm getragen wird. Der Arm *a* des Brenners II führt diesem Leuchtgas, Arm *b* den Sauerstoff in der durch die Hähne *c* und *d* bestimmten Menge zu. Die erzeugte Knallgasflamme (Fig. 504 III) soll bei mässigem Rauschen die Grösse und Form wie *c* haben; bei geräuschlosem Brennen hat sie die Form *b*, während

a die Flammengestalt der alten Knallgasbrenner darstellt[1]). Das Zirkonplättchen ist in den heissesten Theil 3 der Flamme zu bringen, um das hellste Licht zu erzielen. Rückt das Plättchen nach 1 zu, so zeigt sich auf ihm ein dunkler Punkt. In diesem Falle sowohl wie auch wenn das Plättchen in dem Raume 4 sich befindet, ist die Lichtstärke geringer, als wenn es bei 3 steht.

Das Zirkonlicht ist ausserordentlich intensiv und bei einigermaassen constantem Gasdruck auch ziemlich constant. Bedient man sich des comprimirten Sauerstoffs, wie er durch die Firma Dr. Theodor Elkan[2]) geliefert wird, so ist auch die Handhabung des Zirkonlichtes eine äusserst bequeme. In Verbindung mit Projectionsapparaten wird es jetzt häufig angewandt. Fig. 505 (a. v. S.) zeigt einen von Schmidt und Haensch gebauten Projectionsapparat für photographische Zwecke behufs Herstellung von Vergrösserungen. Die aus Mahagoni hergestellte und mit Balgenverschiebung versehene Camera enthält bei *g* das Projectionssystem, bei *d* und *e* zwei grosse Beleuchtungslinsen von nahe 24 cm Durchmesser, den Linnemann'schen Zirkonbrenner und bei *f* den Halter für das Negativ, welches eine Grösse von 13 × 18 cm haben darf.

303 **Das Projectionsmikroskop. Mikrophotographie.** Handelt es sich darum, das Object in starker Vergrösserung zu projiciren, so bedient man sich als System des Mikroskopobjectivs und als Beleuchtungsquelle der Sonne oder anderer starker irdischer Lichtquellen, deren

Fig. 506.



Licht man möglichst auf das abzubildende Object concentrirt. In den Fig. 506 und 507 ist die Totalansicht und ein theilweiser Durchschnitt des Sonnenmikroskops gegeben, wie es vor der Zeit der Bogenlampe viel-

[1]) Vergl. die Preisliste über Projectionsapparate von Fr. Schmidt und Haensch vom Jahre 1895, S. 3, welcher auch die Fig. 2 (I, II und III) entnommen ist.

[2]) Berlin N, Tegelerstr. 15.

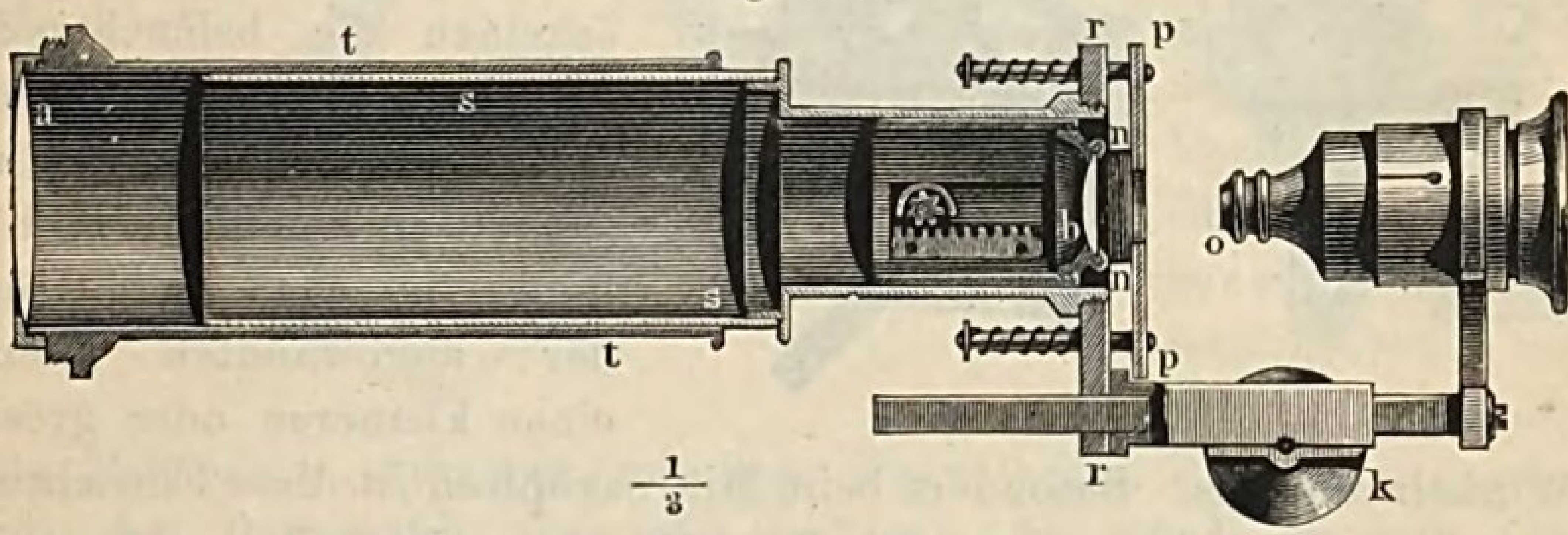
fach in Anwendung kam. Der Spiegel *M* wirft die Sonnenstrahlen auf den Beleuchtungsapparat, der aus den Linsen *a* und *h* besteht und die Strahlen möglichst auf dem bei *nn* befindlichen Object vereinigt. Von dem Object entwirft das System *o* ein vergrössertes Bild auf einem entfernten Schirme.

Soll das Bild photographisch festgehalten werden, so müssen natürlich Objectiv *o* und die auffangende Platte in einer lichtdichten, aufziehbaren photographischen Camera untergebracht sein.

Statt der Sonne bedient man sich bei den mikrophotographischen Apparaten meist der künstlichen Lichtquellen, sei es der elektrischen Bogenlampe oder des Zirkonlichtes. Speciell für mikrophotographische Zwecke hat die Firma Zeiss die sog. Projectionsoculare construirt, welche den Zweck haben, ein für die Projection besseres Bild zu liefern, als es die gewöhnlichen, für subjective Beobachtung construirten Oculare vermögen [1]).

Aber auch besonderer weit geöffneter Concentrationssysteme bedient man sich bei der Mikrophotographie, um die nöthige Lichtstärke zu er-

Fig. 507.



langen. Als Repräsentant dieser Beleuchtungssysteme ist der Abbe'sche Condensor zu nennen. Wiewohl der Abbe'sche Condensor construirt wurde, um beim subjectiven Beobachten mit dem Mikroskope die nöthige Lichtstärke einerseits und einen weit geöffneten Lichtkegel andererseits zu erhalten, so werde derselbe gleichwohl schon hier besprochen, da er auch in der Mikrophotographie Anwendung findet.

Der Condensor von E. Abbe [2]). Wie die im Cap. XII, B abgeleiteten allgemeinen Sätze über die Intensität subjectiver und objectiver Bilder lehren, kann auch bei den zur Lichtconcentration in Projectionsapparaten verwandten Linsencombinationen die erzielte Beleuchtungswirkung am Orte des opaken Objectes niemals grösser sein, als sie sein würde, wenn man die Lichtquelle entweder dem Objecte be- 304

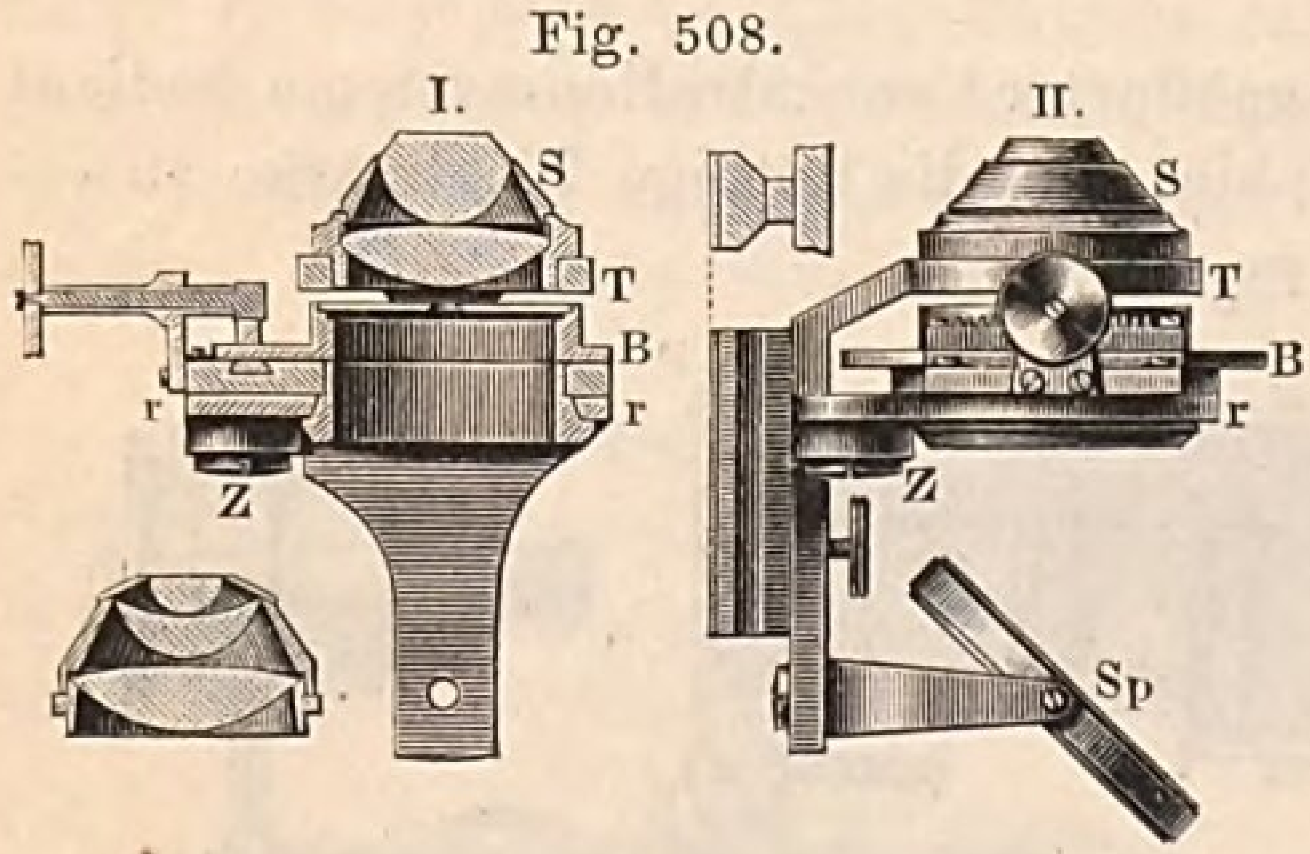
[1]) Näheres siehe in dem „Special-Katalog über Mikrophotographie“ von Carl Zeiss, in welchem Herr Dr. Rod. Zeiss die Einrichtung und die Wirkungsweise der mikrophotographischen Apparate ausführlich behandelt hat.

[2]) Siehe Max Schultze's Archiv für mikroskop. Anat. 9, 1872, und L. Dippel, Handb. d. allgem. Mikroskopie, 2. Aufl., 1882, S. 274 ff.

liebig nähern oder aber ihr eine beliebige Flächenausdehnung geben könnte.

Besonders die neueren Mikroskopobjective mit den hohen Aperturen erheischen sowohl bei subjectiver wie objectiver Beobachtung ganz besonders construirte Beleuchtungsapparate (Condensoren), welche im Wesentlichen umgekehrten Mikroskopobjectiven ähneln. In ihrer einfachsten Form, wenigstens bei Aperturen bis etwa 1,0, bestehen die Condensoren aus einfachen Halbkugeln, welche mit ihrer ebenen Seite möglichst dem abzubildenden Objecte genähert werden. Bei grösseren Aperturen verwendet man ausser der halbkugeligen Linse noch eine biconvexe Linse oder gar deren zwei. In Fig. 508 ist der von Abbe construirte Beleuchtungsapparat abgebildet. Nr. I und II zeigen das Beleuchtungssystem (S), den Blendenapparat (B und r) und den Spiegel (Sp); ausserdem enthält die Figur noch das dreilinsige Beleuchtungssystem, welches an Stelle von S in den Condensor geschraubt werden kann. Je nach der Stellung der Blende scheinen die beleuchtenden Strahlen aus dem Unendlichen in verschiedenen Richtungen zu kommen, und sie füllen je nach der Grösse der angewandten Blende einen kleineren oder grösseren Winkelraum aus. Besonders beim Mikroskopiren ist diese Einrichtung wichtig, wo man bald eine centrale, bald eine schiefe Beleuchtung benöthigt (vergl. §. 270, S. 719).

Fig. 508.

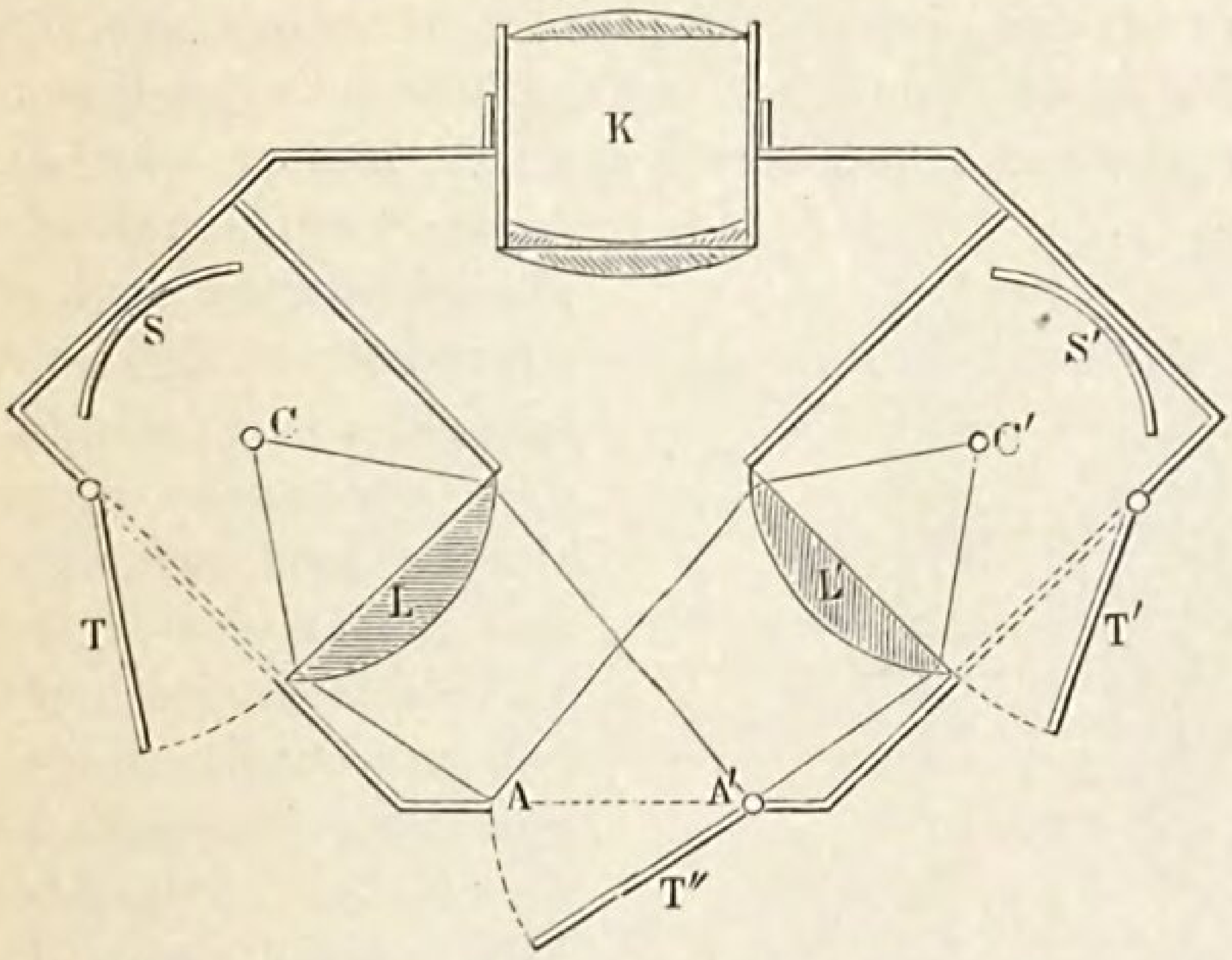


305 **Projection undurchsichtiger Objecte, Megaskop.** Unter dem alten Namen Megaskop wird ein Apparat verstanden, welcher undurchsichtige Objecte und Bilder, z. B. Photographien oder Holzschnitte, zu projiciren gestattet. Ein solcher Apparat unterscheidet sich von dem früher beschriebenen im Wesentlichen nur dadurch, dass das abzubildende Object von vorn, statt von rückwärts, beleuchtet wird. Fig. 509 giebt eie Skizze des Grundrisses eines solchen Apparates. In der aus Blech gearbeiteten Kammer wird nach geöffneter Thür T'' an der Stelle AA' das Object befestigt. Die beiden Beleuchtungslinsen L und L' concentriren das Licht der Lampen C und C', welches durch die Hohlspiegel S und S' verstärkt wird, auf der Fläche AA'. Die Linsencombination K entwirft von dem so beleuchteten Objecte ein verkehrtes und vergrössertes reelles Bild auf einem Schirme. Die Thüren T und T' gestatten den Zugang zu den Lampen. Die Wirksamkeit dieser Apparate ist eine sehr unvollkommene. Wegen starker Zerstreuung des von AA' reflectirten Lichtes fällt das Bild sehr lichtschwach aus und gestattet

deshalb nur geringe Vergrösserung. Es ist daher die Anwendung durchsichtiger Objecte stets vorzuziehen.

Mikrophotographischer Apparat nach Wedding. Unter Benutzung des Zirkonlichtes hat die Firma Fr. Schmidt und Haensch in Berlin nach Angaben des Herrn Geheimrath H. Wedding [1]) einen Apparat construirt, bei welchem ebenfalls undurchsichtige Objecte, speciell Metallschliffe, mittelst des Mikroskops vergrössert photographisch aufgenommen werden. Aus den Photogrammen der untersuchten Schliffe bildet man sich ein Urtheil über die Güte des Metalles. Diese undurchsichtigen Objecte empfangen ihr Licht auf indirectem Wege mit Hülfe einer sogenannten Gauss'schen Platte, d. h. einer in den Weg der abbildenden Strahlen gestellten Spiegelglasscheibe, welche unter 45° gegen die Verbindungslinie von Object und Objectiv geneigt ist. Als Projectionssystem dient das zusammengesetzte Mikroskop, versehen mit dem Zeiss'schen Projectionsocular (vergl. den Paragraph über die Oculare). Es würde zu weit führen, alle die auch für durchscheinende Objecte construirten mikrophotographischen Apparate zu erwähnen [2]).

Fig. 509.



C. Das einfache Mikroskop oder die Lupe.

Zweck und Wirkungsweise der Lupe. Die scheinbare Grösse eines Gegenstandes hängt ab von der Grösse des Sehwinkels, unter dem derselbe erscheint; der Sehwinkel wird aber um so grösser, je mehr der Gegenstand dem Auge genähert wird; nun aber können wir ihn nur bis zu einer gewissen Grenze, der Weite des deutlichen Sehens, dem unbewaffneten Auge nähern, wenn noch eine scharfe Unterscheidung der Grenzen und der einzelnen Theile möglich sein soll, und dadurch ist auch einer weiteren Vergrösserung des Sehwinkels eine Grenze ge- 306

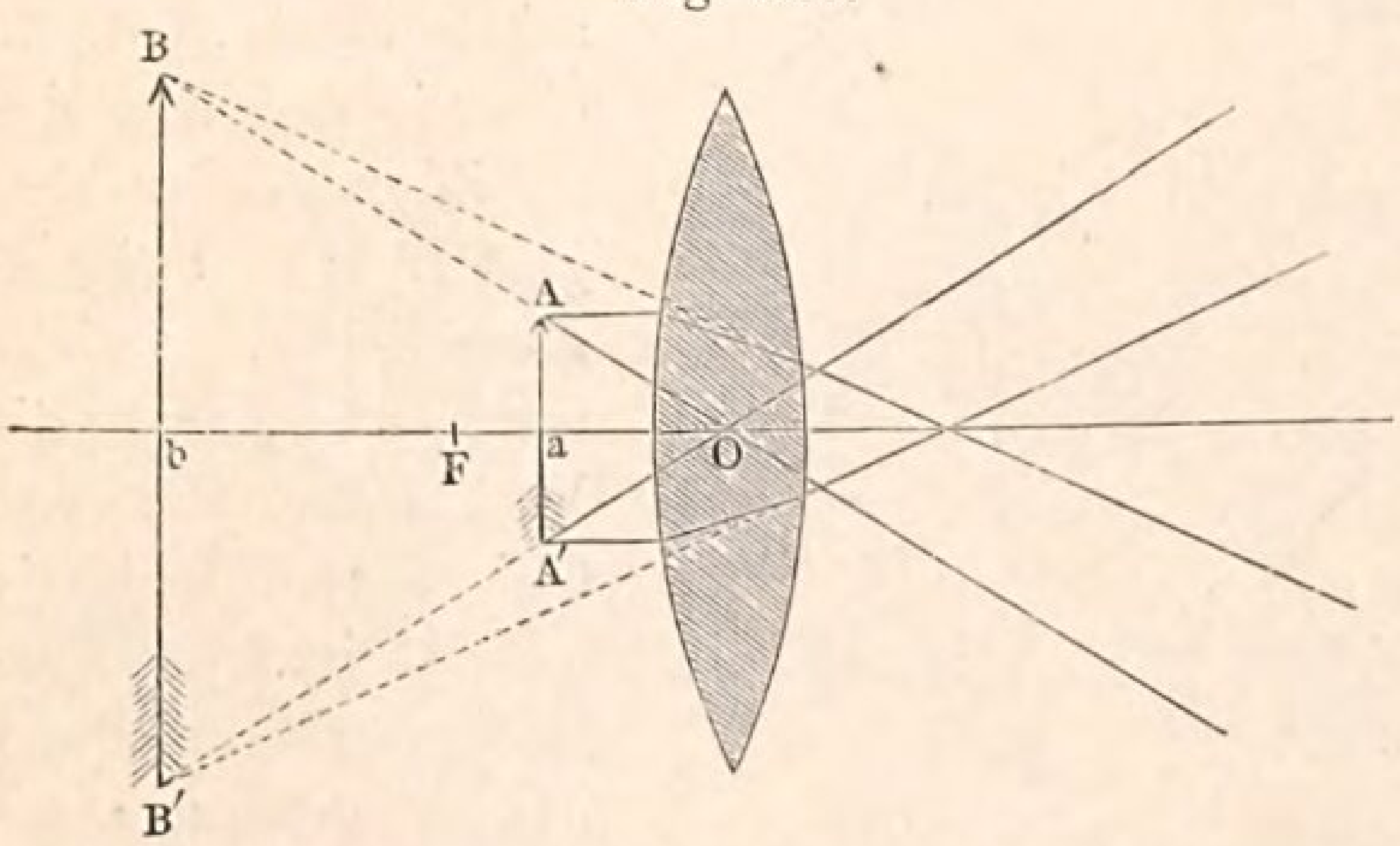
[1]) Vergl. Neuer Apparat zur Aufnahme der Lichtbilder von Eisenschliffen von Dr. H. Wedding in „Stahl und Eisen" 1894, Nr. 19.

[2]) Siehe G. Macktanner-Turmutscher, Die Mikrophotographie als Hülfsmittel wissenschaftlicher Forschung. Halle a. S. 1890.

setzt. Ein jedes Instrument, welches eine weitere Vergrösserung für den Sehwinkel kleiner naher Gegenstände möglich macht, als es bei unbewaffnetem Auge der Fall ist, wird ein Mikroskop genannt.

Um zu begreifen, wie eine einfache Sammellinse als Mikroskop dienen kann, braucht man nur einen Blick auf Fig. 510 zu werfen. Es sei AA' ein Gegenstand, der sich innerhalb der Brennweite der Sammellinse befindet, so divergiren alle von einem Punkte des Gegenstandes AA' ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse gerade so, als ob sie von dem entsprechenden Punkte des Bildes BB' herkämen. Ein auf der anderen Seite der Linse befindliches Auge wird den Gegenstand durch die Linse deutlich sehen können, wenn sich das Bild BB' in der Weite des deutlichen Sehens befindet. In diesem Falle aber liegt der Gegenstand selbst dem Auge weit näher; ohne die Linse würde man ihn also nicht mehr deutlich sehen können. Die Linse bewirkt somit lediglich, dass der nahe Gegenstand scharf und deutlich gesehen wird, und verbessert somit eigentlich nur unser Accommodationsvermögen für die Nähe. Denselben Effect erzielt man bis zu einem gewissen Grade auch ohne Anwendung einer Lupe, indem man durch eine sehr enge Oeffnung blickt. Durch Abblenden der Randstrahlen entsteht auf solche Weise noch von einem nahen Punkte ein deutlicher Bildpunkt, wo bei Benutzung der ganzen Pupille schon ein beträchtlicher Zerstreuungskreis auftreten würde. Diese Verbesserungsart des Accommodationsvermögens geschieht aber auf Kosten der Lichtstärke, während die Lupe dasselbe Ziel viel besser erreichen lässt, ohne die Helligkeit zu vermindern.

Fig. 510.



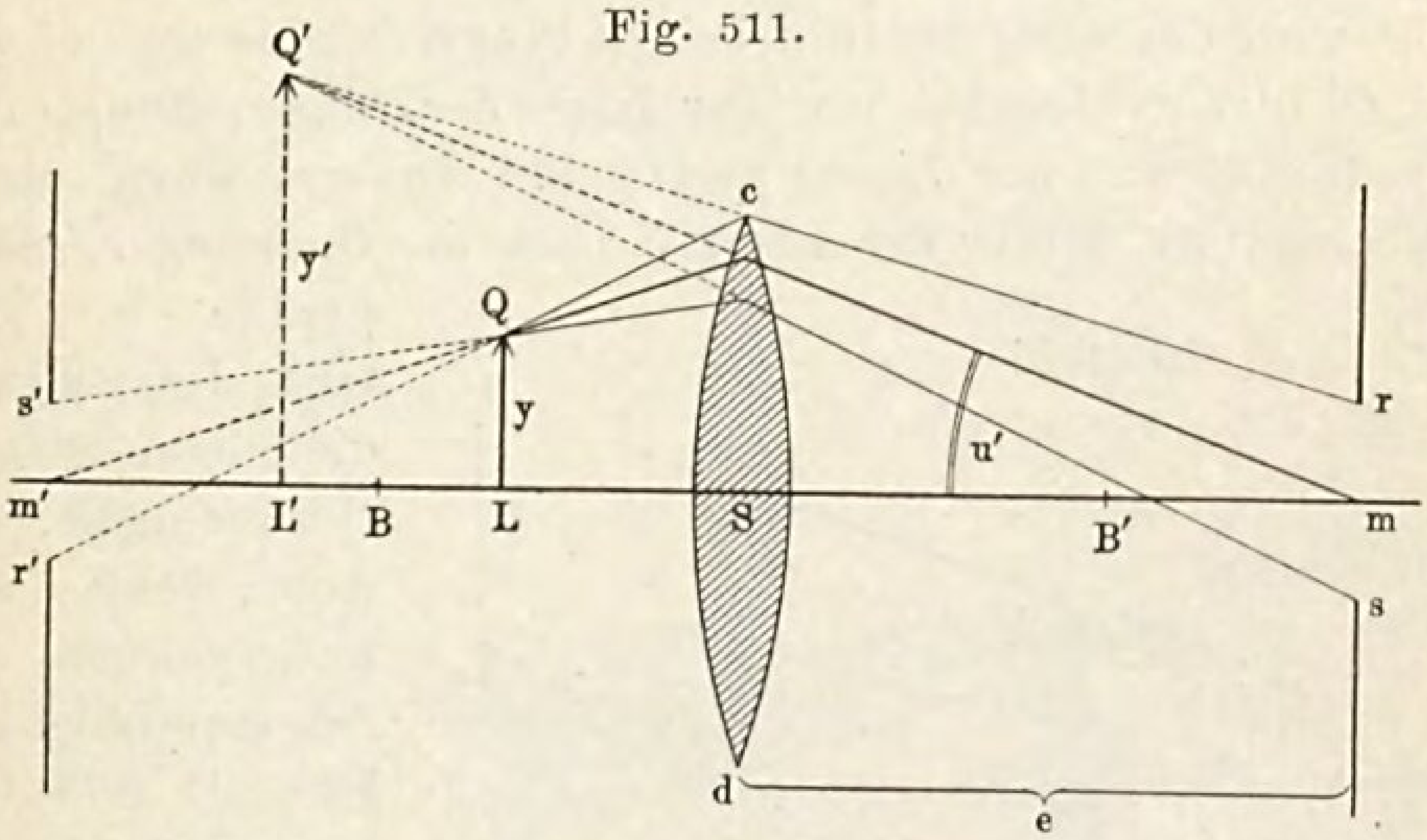
307 **Vergrösserung der Lupe.** In Fig. 511 sei y die Grösse des Objectes LQ, welches um die Strecke x vom vorderen Brennpunkte B der Lupe S entfernt liegt; das conjugirte virtuelle Bild $L'Q'$ habe die Grösse y' und die Entfernung x' vom Brennpunkte B. Ist rs die Pupille des beobachtenden Auges, so müssen alle wirksamen Strahlen im Objectraume durch $r's'$, das Bild von rs in Bezug auf die Linse S, gegangen sein. Bedeutet noch u' den Sehwinkel, unter welchem das Bild y' dem beobachtenden Auge erscheint, so ist die Vergrösserungskraft der Lupe *ceteris paribus* um so grösser, je grösser der Sehwinkel u' wird. Das Verhältniss des Sehwinkels, unter dem das Bild y' erscheint, zu

demjenigen, unter welchem das Object y ohne Lupe in derselben Entfernung $L'm$ (deutliche Sehweite l) erscheinen würde, haben wir als die subjective Vergrösserungskraft (N) bezeichnet. Als Abbe'sche Vergrösserungskraft (V) hatten wir dagegen definirt das Verhältniss:

$$V = \frac{tg\,u'}{y}.$$

Für dieses Verhältniss haben wir im §. 258 allgemein den Werth abgeleitet; danach gilt für den Fall, dass der Abstand ($B'm$) der Augenpupille rs vom hinteren Brennpunkte der Lupe mit X', der Abstand $L'B'$

Fig. 511.



des Bildes vom hinteren Brennpunkte mit x' bezeichnet wird und f' der Werth für die hintere Brennweite der Lupe ist:

$$V = \frac{tg\,u'}{y} = \frac{1}{f'} \cdot \frac{1}{1 - \frac{X'}{x'}}.$$

Für den Fall, dass $x' = \infty$, d. h. das Auge auf Unendlich accommodirt ist, oder falls die Augenpupille in den Brennpunkt B' rückt, so dass $X' = 0$ wird, erhalten wir:

$$V = \frac{1}{f'};$$

demnach wird aber die gebräuchlich definirte Vergrösserungskraft N, wenn wieder die deutliche Sehweite mit l bezeichnet wird:

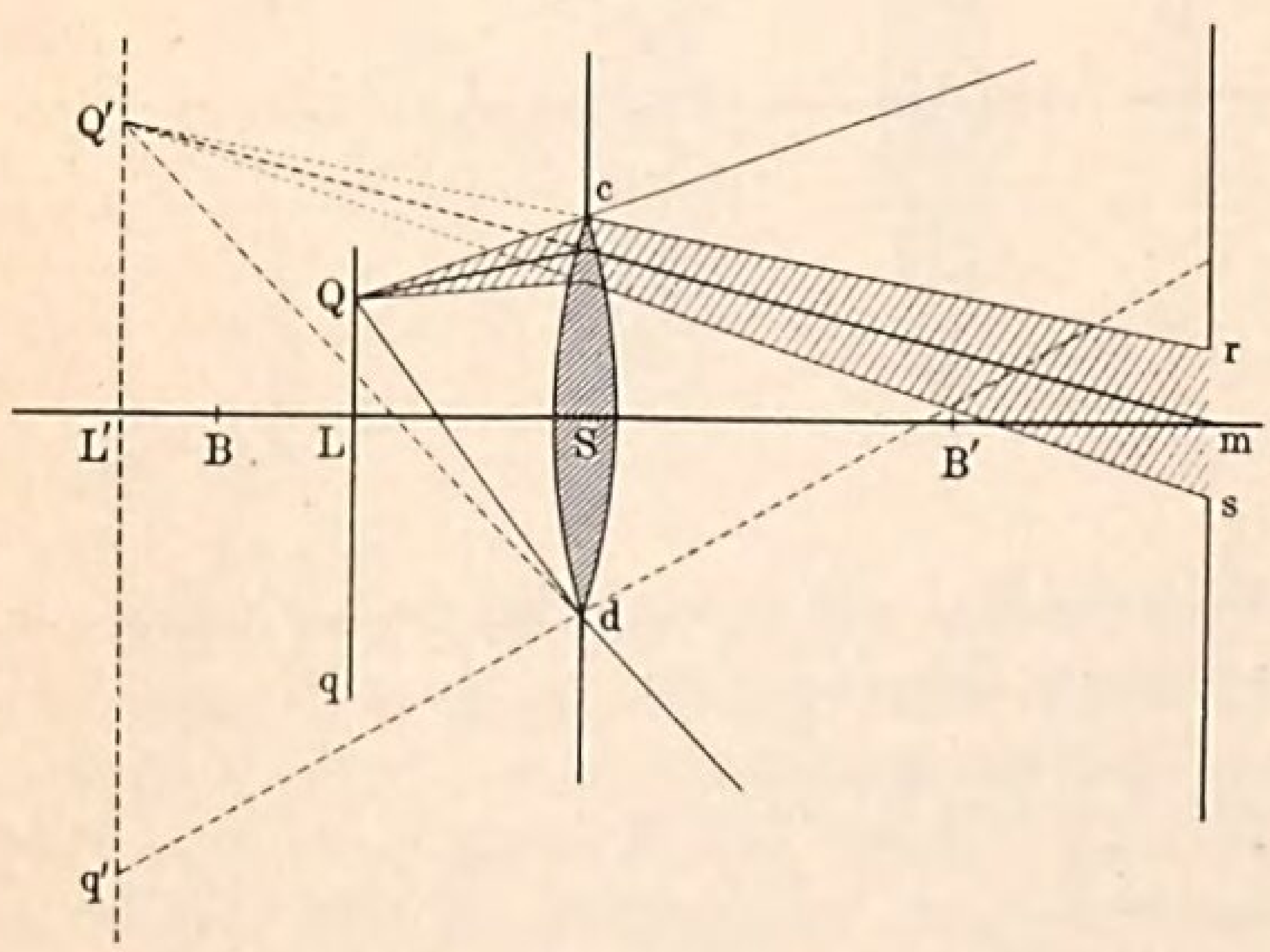
$$N = \frac{l}{f'}.$$

Die Vergrösserungskraft hängt also ab von der Brennweite der Lupe und ist um so grösser, je kleiner die Brennweite genommen wird.

Für die deutliche Sehweite von 250 mm ist die Vergrösserung gleich 10, wenn die Brennweite 25 mm beträgt; sie steigt auf 250 bei einer Brennweite von nur einem Millimeter.

308 **Gesichtsfeld der Lupe und Helligkeit des Lupenbildes.** Jedes System hat seine Ein- und Austrittspupille, welche bei gegebener Lage von Object und zugehörigem Bilde den ganzen Strahlengang bestimmen. Tritt nun zum System bei subjectiver Beobachtung noch das menschliche Auge, so beeinflusst die Augenpupille je nach ihrer Grösse und Stellung den Strahlengang, da sie in Concurrenz mit der Austrittspupille des Systems tritt (vergl. §. 257). Ganz besonders gilt dies von der Lupe, wo der Rand *cd* (Fig. 512) der Linse die einzige Begrenzung des Systems ist. Die Oeffnung *cd* vertritt also zugleich die Ein- und Austrittspupille der Lupe, und alle auf sie auffallenden Strahlen werden zum Bilde gelenkt. Ist das Object bei *L* eine ausgedehnte Ebene, so wird das virtuelle Bild bei *L'* ebenfalls eine solche, von deren Punkten *Q'* Strahlenbüschel mit der Basis der Linsenöffnung *cd* in den Bildraum (rechts von der Linse) gelangen. Anders, wenn, wie bei der Lupenbeobachtung, hinter der Linse *S* noch die Oeffnung *rs* der Augenpupille in Thätigkeit tritt. Jetzt kommen nur diejenigen Strahlen zur Wirksamkeit, d. h. ins Auge, welche, vom Bilde ausgegangen, durch die Augenpupille gelangen. Es ist dies nur der schraffirte Theil des Büschels, welcher von *Q* ausgegangen ist und von *Q'* zu kommen scheint. Es schneidet also die Augenpupille aus den vorher weiten Büscheln nur je ein enges aus.

Fig. 512.



Da aber von der Anzahl der Strahlen auch die Helligkeit abhängt, so wirkt die Augenpupille in diesem Falle als Aperturblende, insofern sie die Apertur der abbildenden Büschel beschränkt. Wie die Figur lehrt, schneidet die Augenpupille von den verschiedenen Büscheln verschieden viel aus, je nach der Lage der Bildpunkte, von denen sie zu kommen scheinen. Die Folge davon ist, dass die Bildfläche an den verschiedenen Stellen verschieden hell gesehen wird, selbst wenn die Objectebene überall gleich stark leuchtet. Ist somit *rs* die Aperturblende, so wirkt die Linsenöffnung *cd* als Gesichtsfeldblende, denn sie verhindert, dass von gewissen Punkten (z. B. *q'*) überhaupt ein Strahl nach *rs* gelangen kann. Das Auge sieht somit nur diejenigen Bildpunkte, von denen Strahlen sowohl durch die Oeffnung *cd* als auch durch die Pupille *rs* dringen können; und von der überhaupt sichtbaren Fläche der ausgedehnten Bildebene erscheint derjenige Theil unter voller Helligkeit, wie

das direct gesehene Object, dessen Strahlenbüschel die Pupille rs ganz ausfüllen, während der andere Theil mit geringerer Helligkeit gesehen wird. Der Vorgang ist also derselbe, wie wenn das Auge durch die Oeffnung cd zum unendlich ausgedehnten Bilde blickt. Von Punkten der Randzone der gesehenen Bildfläche kommen ja nur noch unendlich wenig Strahlen ins Auge.

Fig. 513.

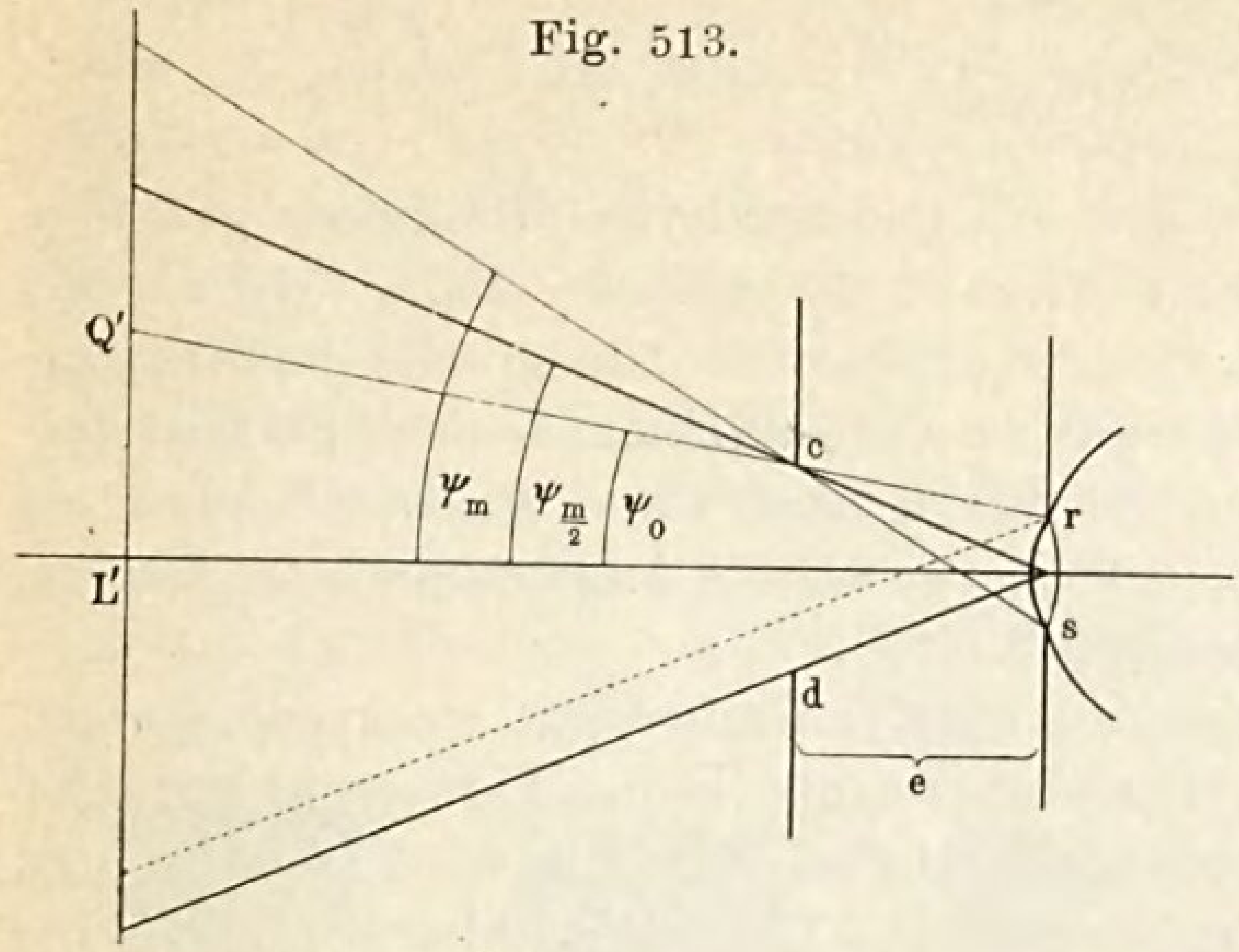
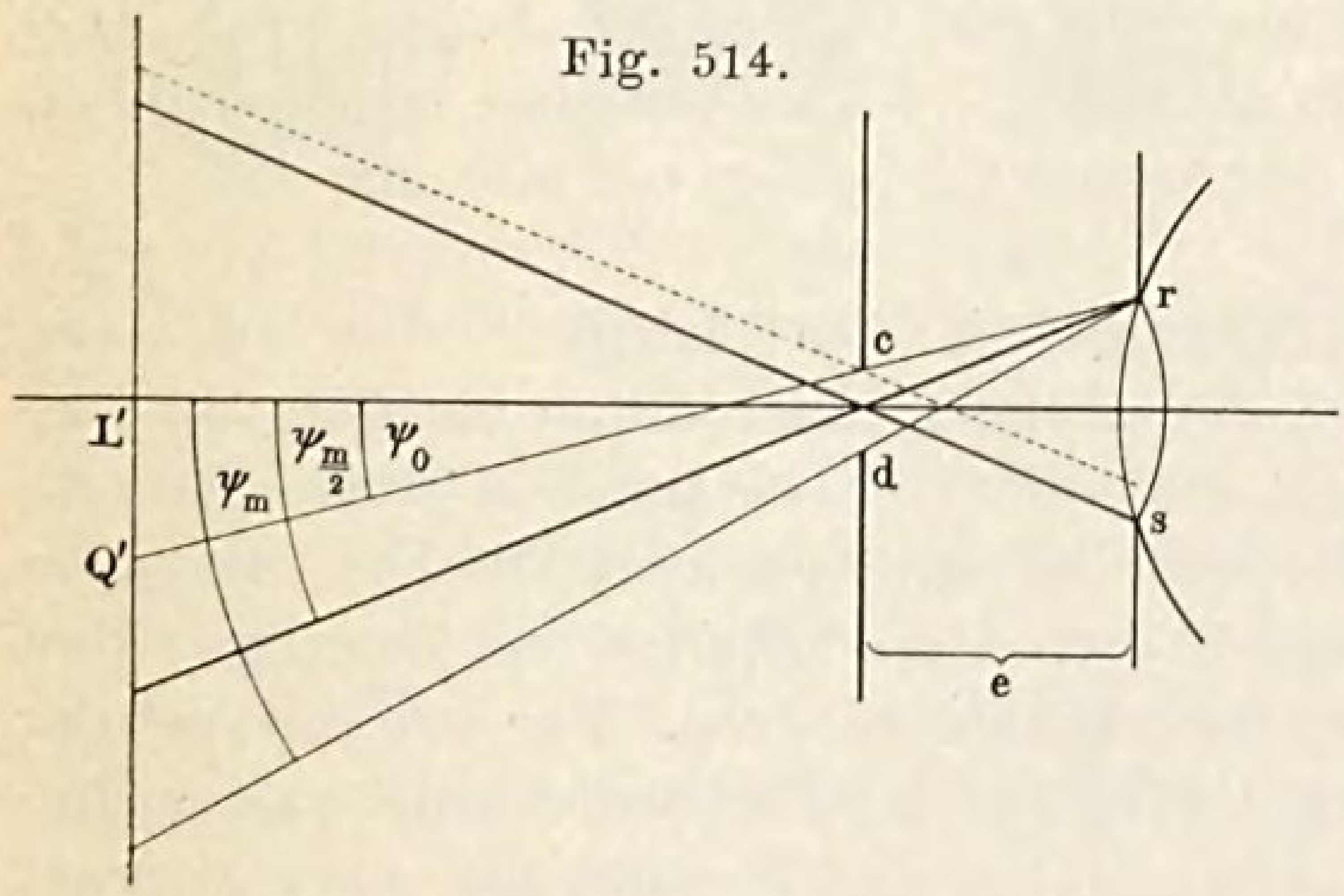


Fig. 514.



Die Grösse des Sehfeldes hängt somit ab von der Definition. Versteht man darunter die mit voller Helligkeit gesehenen Bildpunkte, so ist das Sehfeld ein anderes, als wenn man die überhaupt noch gesehenen Bildpunkte darunter begreift. Wir wollen drei Zonen unterscheiden, von denen die centrale mit voller, die nächstfolgende mit bis zu halber, die äusserste mit bis zu Null abnehmender Helligkeit gesehen wird. Bezeichnet man die Grenzwinkel dieser drei Bildtheile entsprechend mit $2\psi_m$, $2\psi_{\frac{m}{2}}$ und $2\psi_0$, so werden die Tangenten der halben Bildwinkel, wenn die Entfernung S_m (Fig. 513) zwischen Linse und Auge mit e, der Linsenradius $\frac{cd}{2}$ mit r, derjenige der Augenpupille mit ϱ bezeichnet wird:

$$tg\,\psi_m = \frac{r + \varrho}{e}, \quad tg\,\psi_{\frac{m}{2}} = \frac{r}{e}, \quad tg\,\psi_0 = \frac{r - \varrho}{e},$$

wobei stillschweigend vorausgesetzt ist, dass das Auge nahe auf Unendlich accommodirt ist, so dass die Strahlen eines Büschels zwischen cd und rs nahe parallel verlaufen.

Die Rolle zwischen der Linsenöffnung und der Augenpupille vertauscht sich, wenn letztere die erstere an Grösse genügend übertrifft; dieser Fall ist in Fig. 514 dargestellt. Dann bildet die Linsenöffnung cd die A p e r t u r b l e n d e und die Augenpupille rs die G e s i c h t s f e l d b l e n d e.

Sind demnach wieder r und ϱ die Radien der Oeffnung cd und rs, so gilt für die anguläre Grösse der drei Sehfeldzonen:

$$tg\,\psi_m = \frac{\varrho + r}{e}; \quad tg\,\psi_{\frac{m}{2}} = \frac{\varrho}{e}; \quad tg\,\psi_0 = \frac{\varrho - r}{e};$$

wobei aber zu bedenken ist, dass die mit maximaler Helligkeit gesehene mittlere Zone jetzt dunkler erscheint, als im ersten Falle, und als das direct gesehene Object. Unter der gemachten Annahme, dass die Strahlenbüschel im Bildraume, d. h. zwischen cd und rs einander nahe parallel verlaufen, ist die Helligkeit der mittleren Zone um so viel mal kleiner als diejenige des direct gesehenen Objectes, als die Augenpupille die Linsenfläche an Grösse übertrifft (vergl. §. 262).

Als Gesichtsfeldwinkel wollen wir der Einfachheit wegen denjenigen definiren, welcher von den Hauptstrahlen (in den Figuren 511 bis 514 stark gezeichnet) der abbildenden Büschel gebildet wird; derselbe ist, je nachdem die Pupille grösser (Fig. 513) bezw. kleiner (Fig. 514) als die Linsenöffnung ist, nur von der Grösse der Augenpupille (rs) bezw. der Linsenfläche (cd) abhängig. Jedenfalls aber ist das Sehfeld um so grösser, je kleiner der Abstand (e) beider von einander ist.

309 **Gebräuchliche Construction der Lupe.** Die einfachen Linsen genügen selten den Anforderungen, die man an ein gutes Lupenbild zu stellen hat. Decken sich diese Forderungen doch im Wesentlichen mit denjenigen, die wir bei den photographischen Systemen besprochen haben. Die Lupe soll eben ein scharfes und deutliches Bild geben und dabei ein grosses Gesichtsfeld besitzen. Um also mittelst der einfachen Linse das theoretisch Möglichste zu leisten, würde man wenigstens derselben die Meniskenform geben und dieselbe mit einer geeignet gewählten Blende versehen müssen. Während aber bei der photographischen Anwendung einer solchen einfachen Landschaftslinse mit abstehender Blende die letztere vor der Lupe liegen und die concave Linsenfläche dem Objecte zugewandt sein muss, kehrt sich hier die Sache gerade um. Ist doch bei der Lupe der Strahlengang insofern der umgekehrte, als hier das Object nahe im vorderen Brennpunkte liegt und das Bild im Unendlichen entsteht, während bei der photographischen Abbildung das Object sehr entfernt und das Bild nahe im hinteren Brennpunkte liegt. Schon eine planconvexe Linse, mit der planen Seite nach dem Auge gekehrt, giebt bis zu etwa achtfacher Vergrösserung, d. h. bis zu einer Brennweite von 30 mm herunter noch ein Bildfeld von $^1/_5$ der Brennweite, welches ziemlich eben und auch nahe frei von Verzerrung ist.

Aber schon durch Anwendung zweier einfachen Linsen wird das Lupenbild wesentlich verbessert, insofern durch Vertheilung der Brechung auf mehrere Linsen die sphärische Aberration in der Axe bedeutend verringert wird. Die bekanntesten Ausführungsformen dieses

Typus sind die Fraunhofer'sche Lupe (Fig. 515) und die Wilson'sche Lupe (Fig. 516).

Wird bei beiden durch die Anwendung zweier gleich geformten, aber umgekehrt gelegenen Planconvexlinsen die Verminderung der Aberrationen ausser der Axe begünstigt, so ist der Abstand beider Linsen wichtig für die Ebenung des Gesichtsfeldes (siehe §. 287) und die Reduction der chromatischen Differenz der Vergrösserung. Plössl construirte Lupen aus zwei planconvexen achromatischen Linsen, die einzeln oder combinirt gebraucht werden können.

Zu derselben Kategorie gehören die aus einem dicken Glasstück gefertigten Lupen, welche als aus zwei brechenden Systemen (einzelnen Kugelflächen) in endlicher Entfernung bestehend anzusehen sind.

Fig. 515.



Fig. 516.

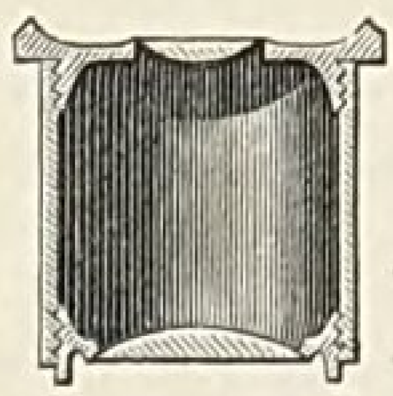


Fig. 517.

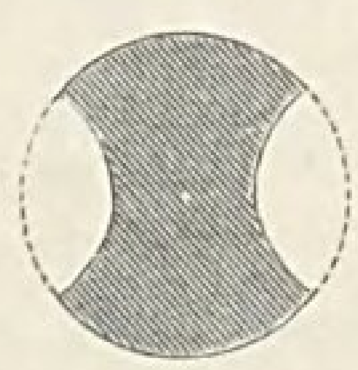


Fig. 518.

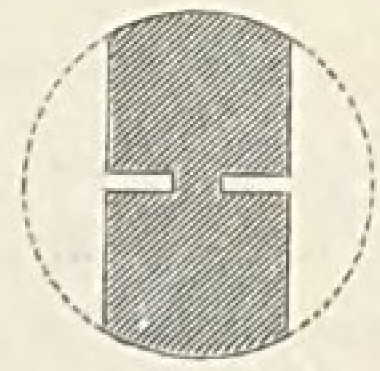
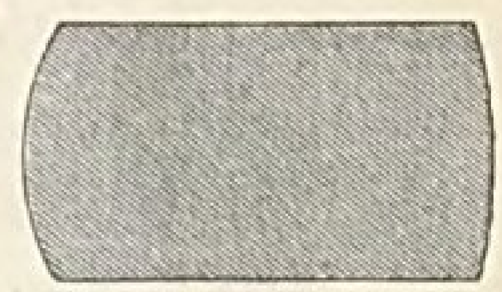


Fig. 519.



Bei der Lupe von Brewster (Fig. 517) und der Lupe von Coddington (Fig. 518) sind die brechenden Flächen Stücke einer und derselben Kugeloberfläche. Die Einschnürung in der Mitte bewirkt, dass nur centrale Strahlen zur Wirksamkeit kommen, ähnlich wie beim Kugelobjectiv (§. 293). Das Object muss der Lupe sehr nahe gebracht werden. Dasselbe gilt von der in Deutschland sehr verbreiteten, sogenannten Cylinderlupe von Stanhope, welche in Fig. 519 ohne Fassung dargestellt ist. Bei ihr ist die sphärische Aberration in der Axe dadurch möglichst

Fig. 520.

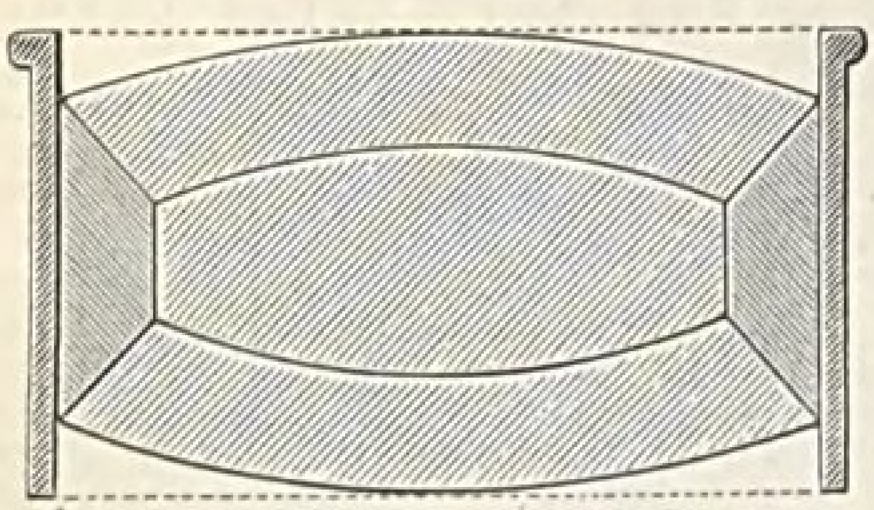
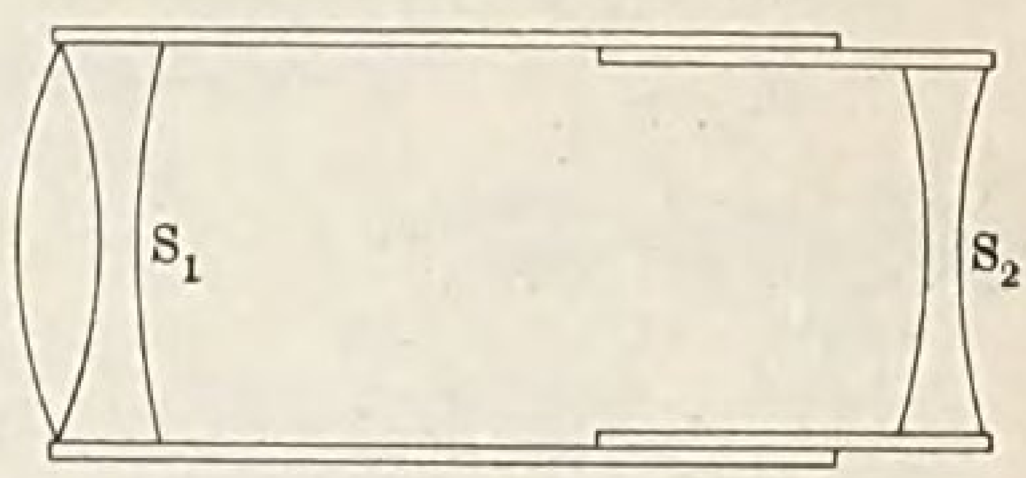


Fig. 521.



verringert, dass die dem Objecte zugekehrte Fläche eine schwächere Krümmung besitzt, als die dem Auge zugewandte; ausserdem bewirkt der grosse Abstand beider Flächen, dass alle Strahlenbüschel die stärker gekrümmte Fläche nahe im Scheitel durchsetzen.

Von den achromatischen Lupen, welche aus Linsen von verschiedenem Glase bestehen, sind vor Allem die Steinheil'schen sogenannten aplanatischen Lupen (Fig. 520) zu nennen. Bei ihnen ist eine biconvexe Crownglaslinse zwischen zwei Flintglasmenisken eingekittet.

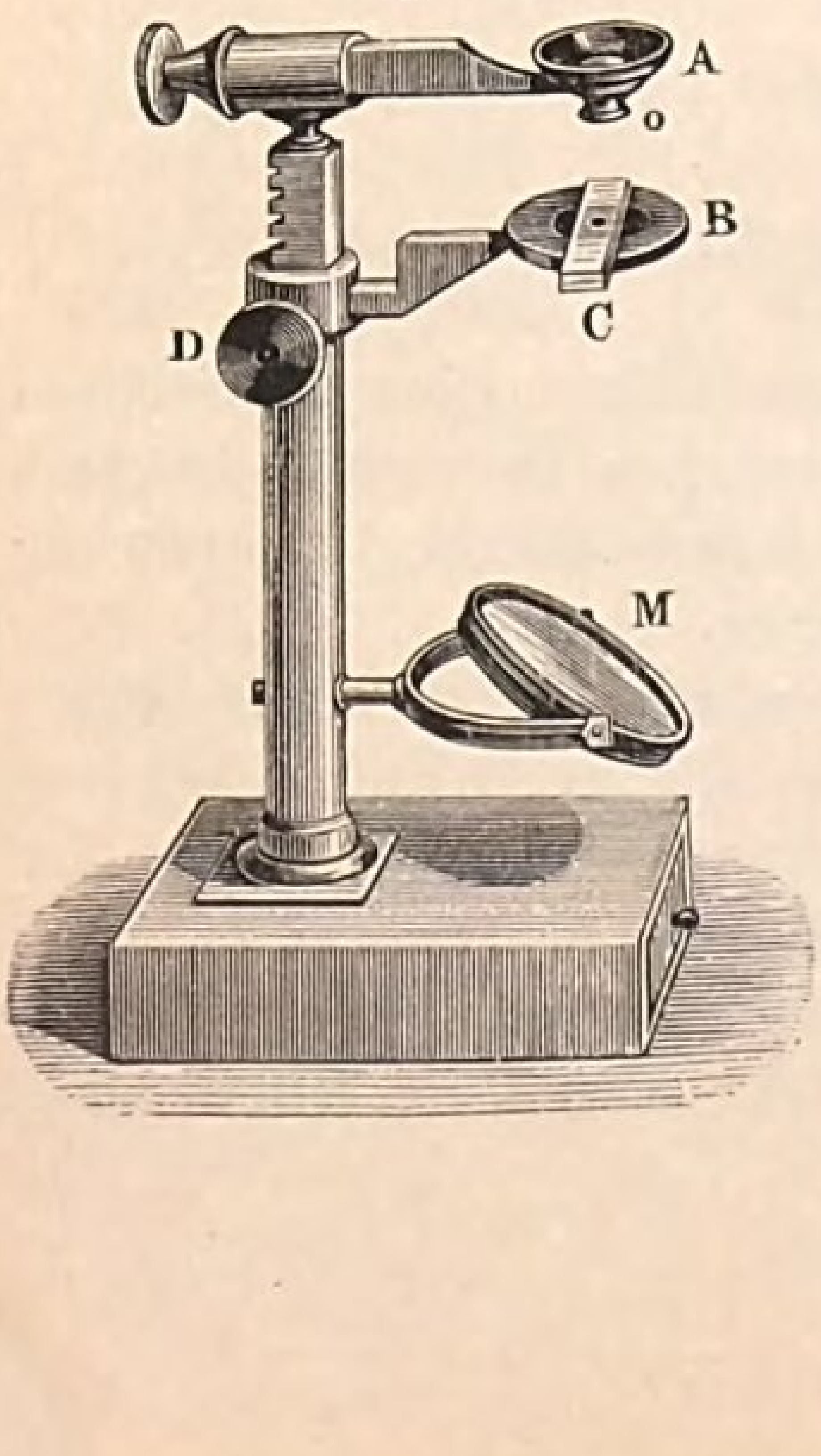
Die von Chevalier vorgeschlagene, von E. Brücke durchgeführte und nach ihm benannte Lupe (Fig. 521) besteht aus einer achromatischen

Sammellinse S_1 und einer entfernt davon stehenden Zerstreuungslinse S_2, welche die Convergenz der von S_1 kommenden Büschel in eine Divergenz verwandelt, wodurch diese Combination ähnlich dem Galilei'schen Fernrohre oder dem Opernglase wirkt. Ein Vorzug dieser Form ist der, dass bei gleicher Vergrösserung der Objectabstand relativ gross gewählt werden kann, wenn auch auf Kosten der Ausdehnung und der Güte des Bildes. Auch ist die Tiefe eine relativ grosse. Diese Lupe steht auf der Grenze zwischen dem einfachen und dem aus Objectiv und Ocular zusammengesetzten Mikroskop (S. 810 ff.).

Heutzutage wählt man bei den Lupen die Brennweite nicht mehr so klein, als es früher der Fall war, und bedient sich bei starken Vergrösserungen lieber des zusammengesetzten Mikroskops. In früheren Zeiten jedoch und bis in die Mitte unseres Jahrhunderts wurde der grösste Theil der mikroskopischen Untersuchungen mittelst der einfachen Lupen mit einer Vergrösserung bis zu 200 und darüber ausgeführt. Um solche Vergrösserungen zu erreichen, brauchte nur die Brennweite der Linse klein genug gemacht zu werden. Freilich ist das Schleifen von Linsen so starker Krümmung mühsam, auch ist in Folge der letzteren die sphärische Aberration sehr gross. Man ergriff daher nach dem Vorschlage von Brewster seine Zuflucht sogar zu Linsen aus Edelstein, weil diese wegen der hohen Brechkraft bei gleicher Brennweite viel weniger gekrümmte Flächen besitzen. Bei gleicher Vergrösserung verhalten sich die Krümmungsradien einer Diamant- und Glaslinse wie 8 zu 3; bei gleichem Durchmesser wird also die sphärische Aberration für die Diamantlinse bedeutend geringer sein.

Schliesslich aber verliess man diesen Weg wieder und wandte sich den aus mehreren Linsen zusammengesetzten Lupen zu, welche man je nach der Anzahl der combinirten Linsen als Doublets (zwei Linsen) oder Triplets (drei Linsen) bezeichnet. Die von Zeiss gebauten Doublets gehen bis zu 120facher Vergrösserung.

Fig. 522.

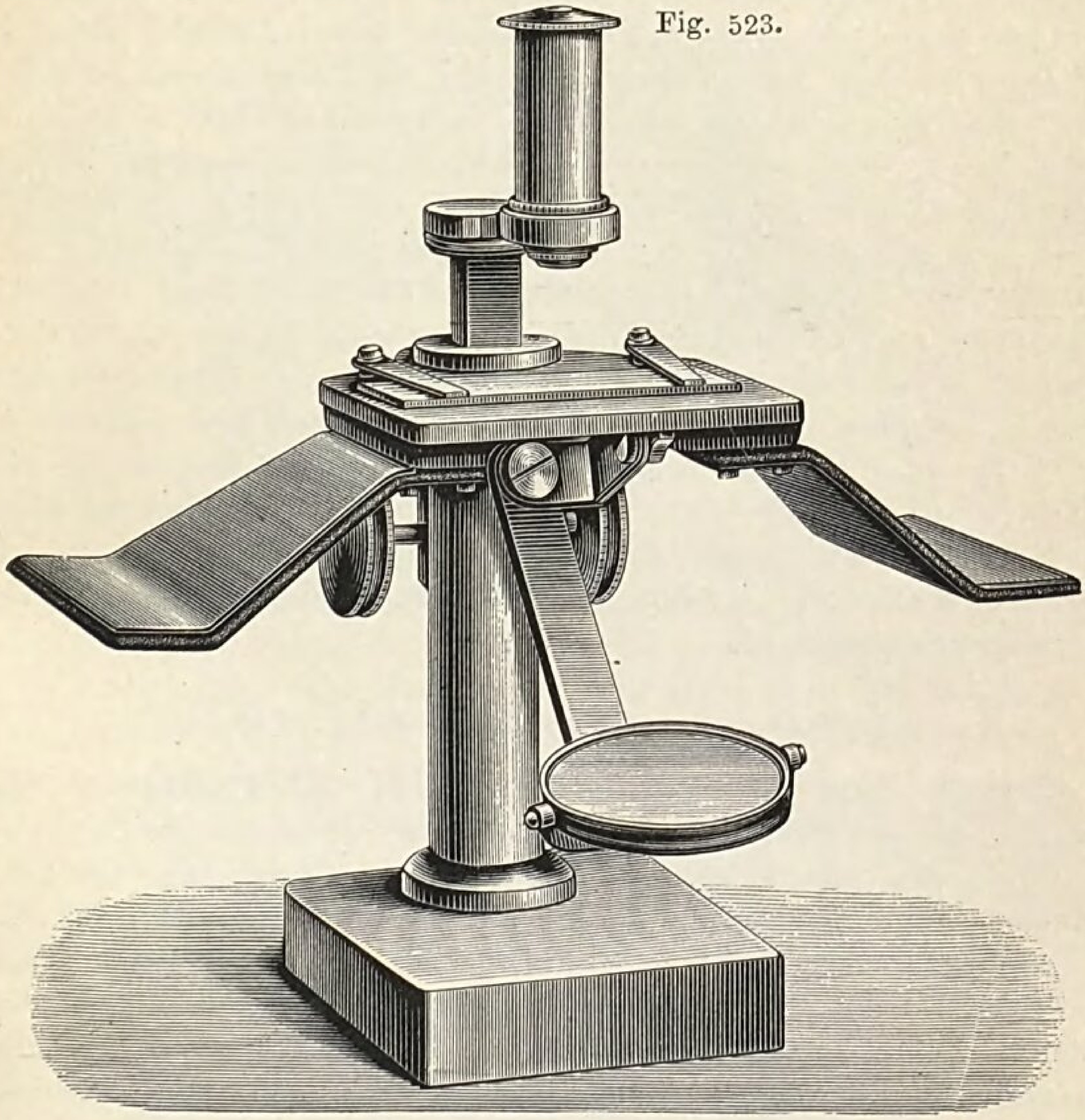


310 **Lupenstativ.** Um mit dem einfachen Mikroskop bequem beobachten und arbeiten zu können, hat man die Linsen auf verschiedene Weise gefasst und mit Stativen versehen. Fig. 522 stellt ein solches dar. Die Linse, entweder eine einfache Linse oder ein Doublet oder ein Triplet, je nachdem man eine schwächere oder stärkere Vergrösserung beabsichtigt, ist bei *o* eingeschraubt. Die zu beobachtenden Gegenstände werden auf ein Tischlein *B* gelegt, welches mittelst der Schraube *D* auf- und niedergeschoben

werden kann. Zur Beleuchtung der Objecte von unten dient der Spiegel *M.*

Eines der neueren Lupenstative, das grosse Zeiss'sche Präparirmikroskop, ist in Fig. 523 abgebildet. Der feststehende Objecttisch ist ausreichend gross und befindet sich in geeigneter Höhe, um bequem präpariren zu können. Die Einstellung geschieht wieder mittelst Zahn und Trieb, der Spiegel von grossem Durchmesser kann nach allen Seiten bewegt und sogar zur Beleuchtung von oben verwandt werden. Die dem Objecttische eingefügten, mit Leder überzogenen, wenig geneigten Platten dienen als Lager für die Hände des Beobachtenden.

Fig. 523.



Der optische Theil besteht aus einer dreifachen Linsencombination als Objectivsystem und einem einfachen zerstreuenden Ocular, welche zusammen eine Brücke'sche Lupe darstellen. Das Auge liegt etwa 75 mm über dem Objecttische und gestattet eine bequeme Kopfhaltung. Schraubt man das Ocular mit seiner Hülse ab, so kann man durch die drei Linsen des Objectivs eine 15- bezw. 20- bezw. 30 fache Vergrösserung erzielen. Mit Ocular erreicht man eine Vergrösserung entsprechend von 40, 60 und 100 mit Objectabständen von 27, 26 und 9 mm.

D. Apparate mit Ocular.

311 **Zurückführung der zusammengesetzten Apparate auf die Wirkung zweier getrennter einfacher Linsen.** Wir haben bisher nur Apparate besprochen, welche wie eine einfache Linse wirken und auch praktisch durch eine Sammellinse ersetzt werden können, wenigstens was Ort, Lage und Grösse der Bilder betrifft. Nur um die Strahlenvereinigung zu verbessern und die Güte des Bildes zu vermehren, werden Projectionssystem und Lupe [1]) aus mehreren Linsen zusammengesetzt. Wir werden im Fernrohre und zusammengesetzten Mikroskope jetzt Apparate kennen lernen, welche nicht wie eine einfache Linse wirken und bei denen die Bilder eine Lage haben, wie sie praktisch durch die Brechung einer einfachen Linse nicht erzielt werden kann. Stets aber lassen sich diese optischen Apparate in ihrer Wirkung auf die zweier einfacher Linsen S_1 und S_2 (Fig. 524) zurückführen, wenn dem Abstande derselben eine gewisse Grösse beigelegt wird. Dabei ist stets die erste Linse positiv, also eine Sammellinse, Objectiv genannt, die zweite, Ocular genannte Linse kann dagegen positiv oder negativ, also eine Sammel- oder Zerstreuungslinse sein. Coincidiren beim Teleskop der hintere Brennpunkt des Objectivs S_1 mit dem vorderen des Oculars S_2, so sind beide beim zusammengesetzten Mikroskop um eine endliche positive Strecke getrennt. Im Princip läuft die Wirkung dieser beiden Ersatzlinsen S_1 und S_2 darauf hinaus, dass die erste S_1 vom Object ein reelles Bild erzeugt, welches mittelst des Oculars als Lupe vergrössert gesehen wird.

I. Das zusammengesetzte Mikroskop.

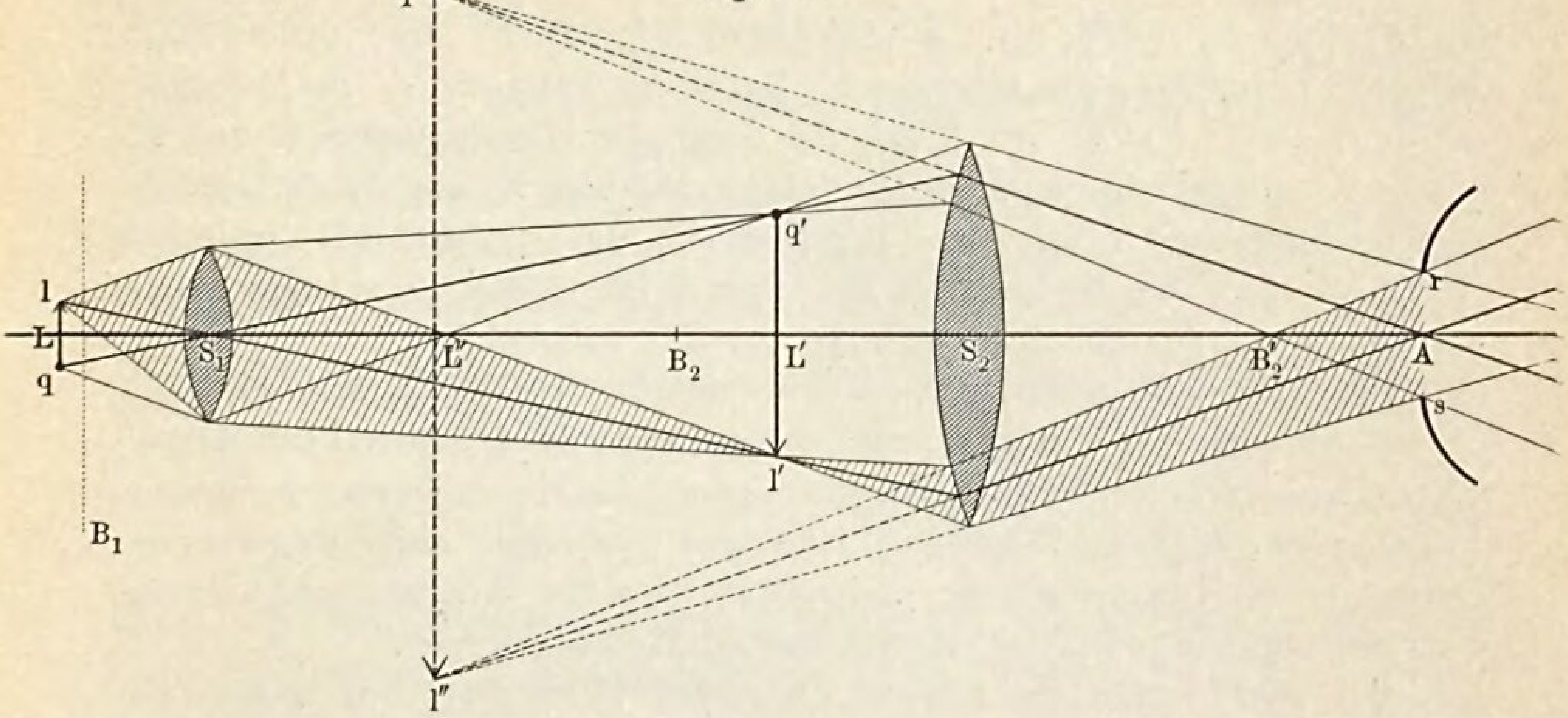
312 **Zweck und Wirkungsweise des Mikroskops.** Das zusammengesetzte Mikroskop dient demselben Zwecke wie die Lupe oder das sogenannte einfache Mikroskop; es soll also ein zu nahes, mit unbewaffnetem Auge nicht mehr wahrnehmbares Object in der deutlichen Sehweite unter vergrössertem Sehwinkel dem Auge darbieten. Diesen Zweck erreicht das Mikroskop aber ungleich besser und leichter wie die Lupe in Folge seiner eigenthümlichen Zusammensetzung aus zwei getrennten Einzelsystemen, welche sich in Bezug auf ihre Functionen gegenseitig ergänzen, und in ihrer Gesammtwirkung von der einer einfachen Sammellinse abweichen. Ueberall, wo es gilt, starke Vergrösserungen anzuwenden, bedient man sich daher neuerdings nur noch des zusammengesetzten Mikroskops, welches in seiner einfachsten Form aus zwei einfachen Sammellinsen S_1 und S_2 (Fig. 524) besteht, deren Abstand von einander beträchtlich grösser ist als die Summe

[1]) Mit Ausnahme der Chevalier-Brücke'schen Lupe, welche eigentlich zum Typus des zusammengesetzten Mikroskops gehört.

ihrer beiden Brennweiten. Die Figur erläutert den Abbildungsvorgang, welcher jedem Mikroskop zu Grunde liegt, gleichviel, ob die beiden Einzelsysteme aus nur je einer Linse bestehen, oder ob sie wieder aus einer ganzen Anzahl Linsen zusammengesetzt sind, welche wie eine positive Linse wirken.

Von dem kleinen Gegenstande qLl kurz vor der vorderen Brennebene bei B_1 des Objectivs S_1 entwirft letzteres das weit entfernte,

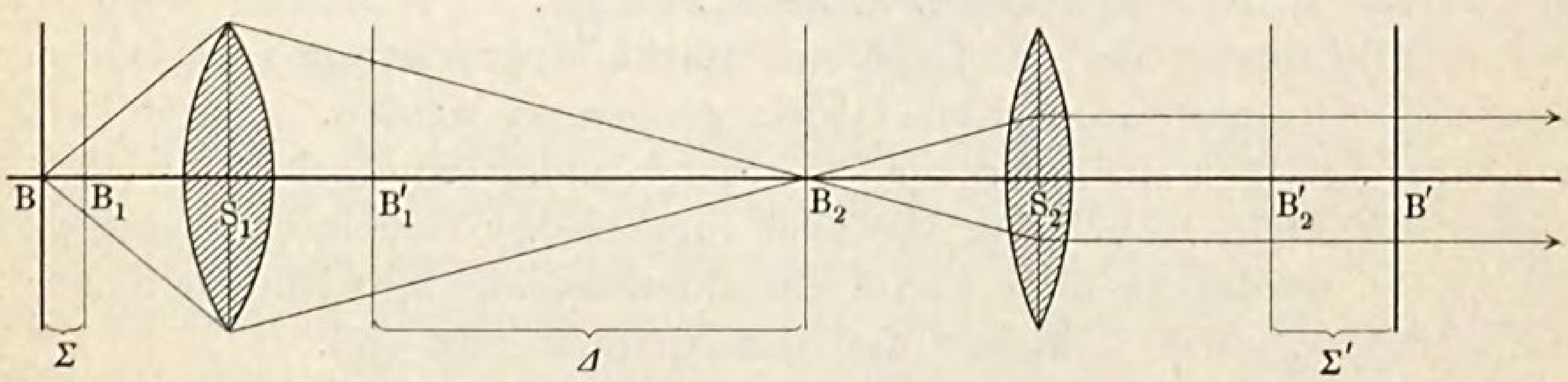
Fig. 524.



reelle, vergrösserte und umgekehrte Bild $q'L'l'$, von welchem das Ocular S_2 als Lupe wirkend in der deutlichen Sehweite $L''A$ des beobachtenden Auges A das virtuelle, nochmals vergrösserte Bild $q''L''l''$ entwirft. Der Vorgang ist also kurz der, dass man das von einem nahen Object durch ein Projectionssystem entworfene reelle, vergrösserte Bild durch eine Lupe betrachtet.

Das zusammengesetzte Mikroskop zeigt also gleich einer Lupe vom Object ein virtuelles, vergrössertes Bild, entwirft aber dabei vom Object kurz vor dem Ocular ein **reelles**, vergrössertes Bild. Ehe wir näher auf die Bildentstehung im Mikroskop eingehen, wollen

Fig. 525.



wir uns an der Hand der Theorie klar machen, wie denn das aus zwei getrennten Systemen S_1 und S_2 (Fig. 525) bestehende Gesammtsystem wirkt, speciell, welches der Werth seiner Brennweite und die Lage seiner Brennpunkte B und B' ist. Dazu gehen wir zurück auf die

Formeln, welche wir im §. 73 für die Constanten eines aus zwei Einzelsystemen zusammengesetzten Systems abgeleitet haben. Die das Gesammtsystem $S_1 + S_2$ charakterisirenden Gleichungen lauteten:

$$F = -\frac{F_1 . F_2}{\varDelta}, \quad F' = \frac{F_1' . F_2'}{\varDelta},$$

$$\Sigma = \frac{F_1 . F_1'}{\varDelta}, \quad \Sigma' = -\frac{F_2 . F_2'}{\varDelta},$$

wo F_1 und F_1' bezw. F_2 und F_2' bezw. F und F' die vordere und hintere Brennweite des Systems S_1 bezw. S_2 bezw. $S_1 + S_2$ bedeutet, wo $\Sigma = BB_1$ und $\Sigma' = B'B_2'$ die Lage der Brennpunkte B und B' des Gesammtsystems gegenüber den Brennpunkten B_1 und B_2' der Einzelsysteme bestimmen und wo $\varDelta = B_2 B_1'$ das Intervall bedeutet (vergl. §. 73). Das Intervall $B_2 B_1'$ oder $\varDelta$ ist positiv bezw. negativ zu nehmen, wenn B_2 rechts bezw. links von B_1' gelegen ist.

In unserem Falle ist $\varDelta$ positiv, ebenso F_1 und F_2, also wird die Gesammtbrennweite F negativ, und dem entsprechend entwirft das Mikroskop umgekehrte Bilder. Das mit einem positiven Ocular versehene zusammengesetzte Mikroskop ist somit äquivalent einer negativen Linse von der Brennweite F; gleichwohl ist seine Wirkung nicht durch die einer dünnen, einfachen Zerstreuungslinse zu ersetzen.

Bei dem schon im §. 309 erwähnten Mikroskop mit negativem Ocular, der Brücke'schen Lupe oder dem negativen Mikroskop, wie wir dasselbe nennen wollen, ist dagegen die Brennweite F positiv, da $\varDelta$ ebenfalls positiv und F_2 negativ ist.

Lassen wir jetzt das Intervall kleiner und kleiner werden, bis es den Werth Null erreicht[1]), so wird F immer grösser und schliesslich gleich Unendlich. Das mikroskopische System $S_1 + S_2$ geht in ein teleskopisches über, und zwar das System mit positivem Ocular in das astronomische und das System mit negativem Ocular in das Galilei'sche Fernrohr.

313 **Grund der Trennung in Objectiv und Ocular. Ocularfunction und Vergrösserungswirkung.** Um mittelst des einfachen Mikroskops oder der Lupe eine starke Vergrösserung zu erhalten, musste die Brennweite möglichst klein genommen werden. Dieser Verkleinerung stellten sich aber, wie wir gezeigt, unüberwindliche Schwierigkeiten sowohl in technischer wie auch dioptrischer Beziehung entgegen: Die Linsen werden zu klein und die Strahlenvereinigung wird eine immer weniger punktweise, je kleiner die Brennweite werden soll.

Durch die Verwendung zweier um ein positives Intervall getrennter Einzelsysteme können wir uns ein Gesammtsystem herstellen von

[1]) Wobei zur praktischen Verwirklichung unter Umständen auch die Grösse der Brennweiten geeignet zu verändern ist.

beliebig kleiner Brennweite. Denn die Gleichung für die vordere Brennweite F des Systems $S_1 + S_2$, welche in folgender Form geschrieben werden kann:

$$F = - F_1 \cdot \left(\frac{F_2}{\varDelta}\right)$$

lehrt, dass man aus dem Objectiv von der Brennweite F_1 durch Hinzufügung des Systems von der Brennweite F_2 im Intervall $\varDelta$ ein neues System von zehnmal, zwanzigmal etc. kleinerer Brennweite $\left(\frac{F_1}{10}, \frac{F_2}{20} \text{ etc.}\right)$ erhält, wenn man nur das Intervall zehnmal, zwanzigmal etc. so gross ($\varDelta = 10\,F_2$, $20\,F_2$ etc.) wählt.

Bei gleicher Brennweite wie eine Lupe führt das zusammengesetzte Mikroskop auf Linsen von viel grösseren Dimensionen; dieselben übertreffen die der einfachen äquivalenten Lupe so viel mal, wie der Factor $\frac{\varDelta}{F_2}$ angiebt. Nimmt man z. B. $F_1 = 5$ mm, $F_2 = 10$ mm und $\varDelta = 200$ mm, so wird

$$F = - \frac{5 \,.\, 10}{200} = - 0{,}25 \text{ mm}.$$

Eine Lupe von so geringer Brennweite ist nur schwer herstellbar, während die Herstellung der Linsen von 5 und 10 mm Brennweite keine Schwierigkeiten bietet.

Innig mit der Brennweite eines Systems ist die durch sie bewirkte Vergrösserung verknüpft. Nach der Abbe'schen Definition ist die Vergrösserungskraft V für den Fall eines auf Unendlich accommodirten oder im hinteren Brennpunkte des Systems (B') stehenden Auges direct gleich dem Reciproken der hinteren Brennweite des Systemes (vergl. S. 676, Gleichung 5), d. h. im Falle einer Lupe von der Brennweite F' wird:

$$V = \frac{1}{F'}$$

und demgemäss im Falle des zusammengesetzten Mikroskops von der gleichen Brennweite:

$$V = \frac{1}{F'} = \frac{\varDelta}{F_1' \,.\, F_2'} \qquad \qquad 1)$$

Und wenn wir die Vergrösserungswirkung nach der allgemein üblichen Weise als das Verhältniss der Sehwinkel definiren, unter denen das Object sich dem Auge in der deutlichen Sehweite darstellt, einmal dem mit Instrument bewaffneten Auge, das andere Mal dem blossen Auge, und wie früher mit N bezeichnen, erhalten wir[1]):

[1]) Auf dieselbe Gleichung kommt man, wenn man das Verhältniss bildet aus dem Winkel, unter dem das Mikroskopbild dem auf Unendlich eingestellten Auge erscheint und dem Winkel, unter dem das Object dem unbewaffneten Auge in der deutlichen Sehweite erscheinen würde.

$$N = \frac{d}{F'} = \frac{d \cdot \varDelta}{F_1' \cdot F_2'} \quad \dots \dots \dots \quad 2)$$

Diese Gleichungen lassen sich nun wie folgt schreiben:

$$\left.\begin{aligned} V &= \frac{1}{F_1'} \cdot \left(\frac{\varDelta}{F_2'}\right) \\ N &= \frac{d}{F_1'} \cdot \left(\frac{\varDelta}{F_2'}\right) \end{aligned}\right\} \quad \dots \dots \dots \quad 3)$$

und zeigen in dieser Form, wie sich der Vergrösserungseffect des zusammengesetzten Mikroskops auf die beiden Bestandtheile vertheilt. Zunächst sieht man, dass die Vergrösserungswirkung des zusammengesetzten Mikroskops gleich ist derjenigen des Objectivs, $\left(\frac{1}{F_1'} \text{ bezw. } \frac{d}{F_1'}\right)$ multiplicirt mit einem gewissen Factor $\left(\frac{\varDelta}{F_2'}\right)$, den wir mit Abbe als die „Ocularkraft" definiren wollen. Dabei ist die Ocularkraft nicht zu verwechseln mit der Ocularvergrösserung $\left(\frac{1}{F_2'}\right)$. Von der Ocularkraft $\frac{\varDelta}{F_2'}$ allein hängt also die verschiedene Wirkung des Gesammtsystems $S_1 + S_2$ im Vergleich zu derjenigen des Objectivs S_1 ab, so zwar, dass die Wirkung ganz dieselbe ist, gleichviel ob $\varDelta$ und F_2' gross oder beide klein sind. Nur das Verhältniss von $\varDelta$ und F_2' ist maassgebend für die Vergrösserung des Mikroskops. Ist dieses gross genug, so kann trotz beträchtlichen Werthes der Objectivbrennweite (F_1') die Vergrösserung eine bedeutende werden.

Tubuslänge: Unsere Gleichungen lehren ferner, was denn eigentlich unter der Tubuslänge beim Mikroskop zu verstehen sei. Es ändert sich die Vergrösserung bei demselben Objectiv, aber verschiedenen Ocularen mit verschieden grossen Brennweiten F_2' nur dann proportional, wenn bei der betreffenden Ocularaustauschung der Werth von $\varDelta$ dieselbe Grösse beibehält. Bei einer Entfernung eines und desselben Oculars vom Objectiv andererseits ändert sich die Vergrösserung proportional der Grösse $\varDelta$; wir wollen daher diese Strecke $\varDelta$ oder das optische Intervall mit Abbe als die Tubuslänge des Mikroskops bezeichnen. Dadurch ist dann bei gleicher Tubuslänge einfache Proportionalität zwischen der Vergrösserung und der Brennweite der Einzelsysteme und ebenso bei gleichbleibenden Einzelsystemen Proportionalität zwischen der Vergrösserung und der Tubuslänge des Mikroskops vorhanden.

Wenn auch theoretisch der Tubuslänge $\varDelta$ jeder Werth beigelegt werden kann, so sind doch der praktischen Ausnutzung zu grosser Tubuslängen Grenzen gesteckt (vergl. §. 317, S. 827 ff.).

Die Vertheilung der mikroskopischen Wirkung auf zwei getrennte Systeme bringt aber noch mancherlei Vortheile mit sich, von denen die-

jenigen am wichtigsten sind, welche sich auf die Strahlenvereinigung beziehen und die dioptrische Leistung des Mikroskops erhöhen. Vorerst sind aber noch zwei Vorzüge zu erwähnen, welche die Bequemlichkeit des Mikroskopirens betreffen.

Bei der Lupe von starker Vergrösserung ist sowohl das Object sehr nahe dem System wie auch dem beobachtenden Auge gelegen. Ist ersteres unbequem, so ist letzteres oft nicht ohne Gefahr, zumal beim Erhitzen etc. des Objectes.

Beim zusammengesetzten Mikroskop ist das Auge um mehr als die Tubuslänge vom Object entfernt; aber auch das Object hat vom Objectiv eine grössere Distanz, als es haben müsste, selbst wenn das Objectiv allein als Lupe gebraucht und somit die Vergrösserung bedeutend geringer wäre, wie die des Gesammtsystems.

Es erhellt dies aus der Distanz $\Sigma = BB_1'$ der vorderen Hauptbrennebene von der vorderen Brennebene des Objectivs, für welche gilt:

$$\Sigma = \frac{F_1 \cdot F_1'}{\Delta},$$

und welche stets negativ ist, da das Objectiv wie eine Sammellinse wirken und somit F_1 positiv, F_1' negativ sein muss, und insofern Δ einen positiven Werth hat. Daraus folgt, dass B noch vor B_1' liegt.

Praktisch von Nutzen ist auch der Umstand, dass beim zusammengesetzten Mikroskop vom Object an einer zugänglichen Stelle ein reelles Luftbild entworfen wird. Hierdurch wird es ermöglicht, das Bild ausmessen und verschiedenen anderen physikalischen Manipulationen unterwerfen zu können.

Die durch die Trennung in Objectiv und Ocular bewirkte Arbeitstheilung in dioptrischer Beziehung. 314 Der wichtigste Vortheil der Trennung der beiden Einzelglieder bezieht sich auf die Möglichkeit, eine punktweise Abbildung eines im Vergleich zur Brennweite des ganzen Mikroskops grossen Objectstückes mittelst weit geöffneter Büschel herzustellen. Wollte man mittelst des einfachen Mikroskops oder der Lupe bei voller Oeffnung ein ausgedehntes Object abbilden, so müssten auch weit geöffnete Büschel zur Vereinigung gebracht werden, welche eine beträchtliche Neigung gegen die Systemaxe hätten. Wie wir aber im §. 192 dargelegt haben, ist es schlechterdings unmöglich, bei grossem Oeffnungswinkel schiefe Strahlenbüschel zur punktweisen Vereinigung zu bringen; vielmehr kann nur ein axiales Flächenelement mit Büscheln grosser Oeffnung abgebildet werden, während ein im Vergleich zur Brennweite grosses Object nur dann ein deutliches Abbild besitzt, wenn die abbildenden Büschel entsprechend eng gewählt werden. Bei der einfachen Linse kann demnach nur der eine oder der andere Fall verwirklicht werden, und da die weit geöffneten Büschel zur Erzielung einer genügenden Helligkeit des stark vergrösserten

Bildes nothwendig sind, so beschränkt sich die deutliche Abbildung letztenfalls auf ein Flächenelement. Als Bedingung für eine derartige „aplanatische" Abbildung haben wir die sog. „Sinusbedingung" kennen gelernt.

Auch beim Mikroskop bedarf es zur Abbildung sehr weit geöffneter Büschel; ist doch die Oeffnung des Systems oder, exacter ausgedrückt, die numerische Apertur ein Maass für die lichtsammelnde Kraft des Systems einerseits und für die ähnliche Abbildung nicht selbstleuchtender Objecte andererseits. Um nun trotz der grossen Oeffnung einen grossen Objectwinkel zu umfassen, findet beim getrennten System eine Theilung der Arbeit derart statt, dass das Objectiv die aplanatische Abbildung besorgt, während das Ocular das ausgedehnte, weit vergrösserte Objectivbild mittelst enger Büschel abbildet. Als Bedingung für eine derartige orthoskopische Abbildung haben wir die Tangentenbedingung kennen gelernt (§. 196). Jedem Einzelsystem kommt somit eine ganz specifische Leistung zu; während das Objectiv weite Büschel mit geringer Divergenz der Hauptstrahlen vereinigt, bringt das Ocular enge Büschel mit beträchtlicher Divergenz der Hauptstrahlen zur Vereinigung. In dieser Theilung der dioptrischen Leistung liegt der Hauptgrund der Ueberlegenheit des zusammengesetzten Mikroskops gegenüber der selbst besten Lupe, wenn man vor Allem die Güte der Abbildung ins Auge fasst, und zwar nach Abbe selbst schon bei solchen Vergrösserungen, die sich ohne alle Schwierigkeit auch mit der Lupe erreichen lassen. Durch diese Arbeitstheilung wird die Bedeutung der getrennten Einzelsysteme erst ins rechte Licht gesetzt.

Um einen Einblick in diese Verhältnisse zu gewinnen, gehen wir wieder aus von der Formel für die Abbe'sche Vergrösserungswirkung, welche lautete:

$$V = \frac{tg\,u'}{y} = \frac{1}{F'}$$

wo y die halbe Grösse des Objects und u' den halben Bildwinkel des Oculars bedeutet. Indem wir in diese Gleichung für die Brennweite F' des Gesammtsystems ($S_1 + S_2$) diejenigen der Einzelsysteme etc. einführen, erhalten wir:

$$\frac{tg\,u'}{y} = \frac{1}{F_1'} \cdot \left(\frac{\varDelta}{F_2'}\right)$$

oder anders geschrieben:

$$y = F_1' . tg\,u' \cdot \left(\frac{F_2'}{\varDelta}\right) \quad \cdots \cdots \quad 1)$$

Diese Gleichung lehrt, dass bei gleichbleibendem Werthe des angularen Bildfeldes (u') die Grösse des Objectes (y) im Verhältniss zu der Grösse der Objectivbrennweite (F_1') um so kleiner erscheint, je grösser die Ocularkraft $\left(\frac{\varDelta}{F_1'}\right)$ genommen wird. Ist letztere gleich 8, so ist auch y

im Vergleich zu F_1' achtmal kleiner, als es im Vergleich zur Brennweite f' der äquivalenten Lupe ist, für welche einfach $y = f'.tg\,u'$ gilt.

Je grösser also $\frac{\Delta}{F_2'}$ genommen wird, um so mehr beschränkt sich die Correction im Objectiv auf axiale, im Ocular auf ausseraxiale Büschel. Bei ersterem muss somit vor Allem der Aplanatismus hergestellt werden, d. h. die sphärische Abweichung gehoben und die Sinusbedingung erfüllt sein, während im Ocular der Orthoskopie Rechnung getragen werden muss, d. h. die Fehler enger und schiefer Büschel zu beseitigen sind. In Folge der grossen Apertur der neueren Mikroskopobjective, bei denen die Oeffnung an Grösse die Brennweite übertrifft, gewinnen jene Bedingungen der sphärischen und chromatischen Correction eine ganz andere Bedeutung, insofern wegen der grossen Neigung der Strahlen eines Büschels die höheren Glieder der Aberrationen zur Geltung kommen.

Aus dem, was wir früher über den Aplanatismus und die Orthoskopie gesagt haben (vergl. §§. 191 u. ff.), folgt ohne Weiteres, dass das Mikroskopobjectiv folgenden Bedingungen genügen muss:

1. Aufhebung der sphärischen Aberration für alle Zonen.
2. Erfüllung des constanten Sinusverhältnisses für alle conjugirten Strahlen des Axenbüschels (Sinusbedingung).
3. Herstellung der Achromasie. Gleiche Bildorte für mehrere Farben. Aufhebung des secundären Spectrums.
4. Beseitigung der chromatischen Differenz der sphärischen Aberration (Gauss'sche Bedingung für mehrere Farben).
5. Constantes Sinusverhältniss für mehrere Farben.

Das Ocular hingegen hat folgenden auf die Abbildung ausseraxialer Punkte bezüglichen Bedingungen zu genügen:

1. Herstellung winkelgetreuer Abbildung (Constanz des Tangentenverhältnisses conjugirter Hauptstrahlen).
2. Aufhebung des Astigmatismus.
3. Achromasie der Brennweiten (Herstellung gleicher Vergrösserung für verschiedene Farben).

Strahlengang. Lage der maassgebenden Pupillen. Gesichtsfeld. Helligkeit des Mikroskopbildes. 315 In der Art der Strahlenbegrenzung und dem damit zusammenhängenden Verlauf der Hauptstrahlen der wirksamen Büschel muss natürlich ebenfalls die durch die Trennung in Objectiv und Ocular bewirkte Arbeitstheilung zum Ausdruck kommen, und es lehrt schon die einfache Fig. 524, dass im Objectiv die Hauptstrahlen nur geringe, im Ocular dagegen eine starke Neigung zur Axe aufweisen. Hier wollen wir den Strahlengang etwas näher beleuchten, um vor Allem die Lage der maassgebenden Pupillen zu finden und mit Hülfe dieser die Helligkeit des Bildes und die Grösse des Sehfeldes zu bestimmen. In Fig. 526 (a. f. S.) ist der Strahlengang skizzirt unter der Annahme, dass die Begrenzung der Strahlen-

büschel im Objectiv stattfindet, und zwar durch die in der Nähe der Frontlinse (1) befindliche körperliche Blende *pu*; von ihr entwirft die Linse 1 das Bild *cmd*, welches demnach als Eintrittspupille fungirt.

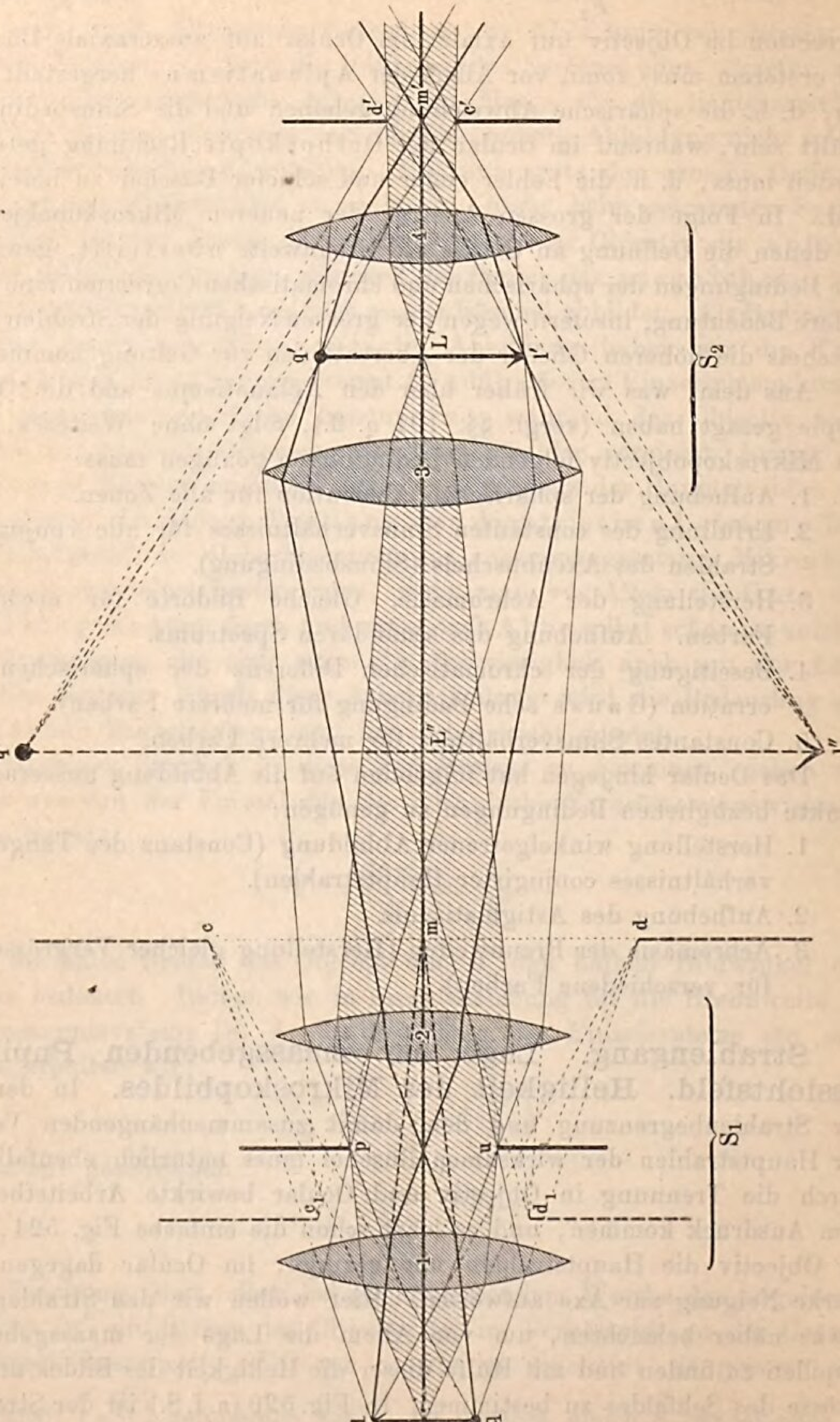


Fig. 526.

Um die Austrittspupille zu finden, müssen wir zunächst das Bild ($c_1 d_1$) suchen, welches die Linse 2 von cd entwirft; dieses Bild ($c_1 d_1$) ist zugleich Austrittspupille des Objectivs ($S_1 = 1 + 2$); suchen wir also zu der Oeffnung $c_1 d_1$ das in Bezug auf das Ocular ($S_2 = 3 + 4$) conjugirte Abbild $c'd'$, so ist dasselbe die Austrittspupille des gesammten Systems ($S_1 + S_2$). Man kann dieselbe auch auffassen als Bild zur Iris pu in Bezug auf das System 2, 3 und 4, oder als conjugirtes Bild zur Eintrittspupille cd, entworfen durch das gesammte Mikroskop ($S_1 + S_2$).

Zielen die Hauptstrahlen im Objectraume nach der Mitte m der Eintrittspupille, so durchkreuzen sie im Bildraume die Mitte m' der Austrittspupille. Um die Hauptstrahlen herum aber gruppiren sich die Strahlen eines Büschels, welche im Objectraume die Fläche cd der Eintrittspupille, im Bildraume dagegen die Fläche $c'd'$ zur Basis haben. Ist qLl das Object, so ist $q'L'l'$ das vom Objectiv S_1 plus Linse 3 des Oculars entworfene reelle vergrösserte Bild, welches durch die eigentliche Ocularlinse 4 in $q''L''l''$ virtuell vergrössert gesehen wird.

In Wirklichkeit dreht es sich beim zusammengesetzten Mikroskop meist nur um die Abbildung nicht selbstleuchtender Körper, welche auf indirectem Wege, sei es durch einen Spiegel oder mit Hülfe des Abbe'schen Condensors, Licht vom Himmel oder einer anderen Lichtquelle erhalten. Hier gestaltet sich die Strahlenbegrenzung etwas anders, insofern die lichtgebende Fläche (Spiegelfläche oder Blende im Condensor) als maassgebende Eintrittspupille in Wirksamkeit tritt.

Wie dem aber auch sei, in jedem Falle ist die Austrittspupille reell, d. h. sie liegt an einer dem Auge zugänglichen Stelle im Bildraume. Vorausgesetzt ist dabei, dass, wie in unserem Falle, das Ocular S_2 positiv ist, also wie eine Sammellinse wirkt. Hier erscheint die Austrittspupille in dem Augenpunkte des Oculars als ein kleiner heller Kreis (Ocularkreis), den man wie ein reelles Object mittelst einer Lupe betrachten kann.

Bei den halbkugeligen Frontlinsen der neueren Objective fällt die factische Begrenzung (Iris) mit der Vorderfläche der Frontlinse zusammen. Ist demnach das optische Intervall gross im Vergleich zu den Brennweiten von Objectiv und Ocular, so kann die Entfernung der Fläche cd vom Ocular als unendlich angesehen werden, so dass die Austrittspupille $c'd'$ in die hintere Brennebene des Oculars fällt.

Gesichtsfeld. Die Lage der Austrittspupille im zugänglichen Theile des Bildraumes ist nun ein weiterer wichtiger Vortheil des zusammengesetzten Mikroskops mit positivem Ocular gegenüber dem einfachen. Bei letzterem ist die Austrittspupille niemals mit der Augenpupille zur Deckung zu bringen. Hier coincidirt der Kreuzungspunkt der Hauptstrahlen im Bildraume oder der Augenpunkt mit dem hinteren Brennpunkte des Oculars. Bringt man das Auge an diese Stelle, so kommen alle Hauptstrahlen, welche die Austrittspupille durchdringen, auch wirklich ins Auge, und letzteres wirkt nicht als Gesichtsfeldblende.

Die Begrenzung des Sehfeldes erfolgt vielmehr stets durch den Rand einer der Ocularlinsen, und zwar meist durch die erste Ocularlinse (Nr. 3 in unserem Falle), welche darum auch Collectivlinse genannt wird.

Stets ist also die Begrenzung des Sehfeldes unabhängig vom Auge, und alle von der letzten Ocularlinse austretenden, die Fläche $c'd'$ durchdringenden Strahlen gelangen ins Auge, wenigstens so lange die Augenpupille grösser ist als die Austrittspupille. Dieser Fall ist aber beim Mikroskop stets vorhanden, da bei starker Vergrösserung die Oeffnung cd der Frontlinse klein und die Austrittspupille das stark verkleinerte Bild dieser Oeffnung ist. Je grösser also die Linsen 3 und 4 des Oculars sind, um so grösser ist der Bildwinkel.

Besteht das Ocular, wie in Fig. 524, nur aus einer einfachen Linse, so ist deren Rand maassgebend für das Seefeld und der Vorgang ist einfach der, dass das bis auf die Fläche $c'd'$ abgeblendete Auge durch die Ocularfläche nach dem virtuellen Mikroskopbilde blickt. Ist das Object eine unendlich ausgedehnte Ebene, so wird also nur dasjenige Stück der conjugirten Bildebene gesehen, von welchem Strahlen durch das Ocular zur Fläche $c'd'$ gelangen. Es werden also auch hier wie in dem Falle der Lupe, wo das Auge durch eine Blende gleich der Lupenöffnung zum Bilde blickt (vergl. §. 308), vom Rande der Bildfläche weniger Strahlen nach $c'd'$ und damit ins Auge gelangen, als von der Mitte, so dass die Helligkeit des Bildes nicht an allen Stellen die gleiche ist. Während es aber im Falle der Lupe oder einer virtuellen Austrittspupille kein Mittel giebt, um diesem Mangel abzuhelfen, so kann hier dieser Uebelstand leicht beseitigt werden. Da nämlich vom Object qLl ein reelles Bild kurz vor dem Ocular (Fig. 524) oder innerhalb desselben (Fig. 526) entsteht, so bringt man daselbst eine körperliche Blende an von solcher Grösse, dass nur die Hauptstrahlen derjenigen Strahlenbüschel hindurchgelangen, welche aus dem Ocular austretend die Austrittspupille $c'd'$ gerade noch ganz ausfüllen.

In dem angenommenen Falle, dass das beobachtende Auge auf Unendlich eingestellt ist, verlaufen die Strahlen eines jeden Büschels zwischen Ocularlinse 4 und Austrittspupille einander parallel. Das reelle Bild $p'L'l'$ entsteht also im vorderen Brennpunkte der Linse 4; hier bringt man also die Blende von passender Grösse an, so dass nur derjenige mittlere Theil lLq der ausgedehnten Objectebene abgebildet wird, welcher mit überall gleicher Helligkeit erscheint.

Helligkeit des Mikroskopbildes. Nach den im §. 263 erörterten Gesetzen über die Helligkeit der optischen Bilder ist die Helligkeit des Mikroskopbildes $q''L''l''$ dieselbe wie diejenige der direct gesehenen Objectebene, aber betrachtet durch die Austrittspupille $c'd'$ als Blende.

Um die Grösse der Helligkeit zu bestimmen, müssen wir die Grösse der Austrittspupille $c'd'$ kennen; aus ihr und der Lage der Augenpupille ist dann nach Analogie des Sehens mit blossem Auge ohne Weiteres die

Helligkeit des Mikroskopbildes bestimmt. Es möge die Augenpupille coincidiren mit der reellen Austrittspupille des Mikroskops. Es ist dann die Helligkeit H des Mikroskopbildes im Vergleich zu derjenigen (H_0) des directen Sehens:

$$H = \frac{r^2 \pi}{\varrho^2 \pi} H_0 = \frac{r^2}{\varrho^2} \cdot H_0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

wenn r bezw. ϱ den Radius der Austritts- bezw. Augenpupille bedeuten, wobei vorausgesetzt ist, dass $r < \varrho$ sei, da ja die Helligkeit eines optischen Bildes niemals diejenige des direct gesehenen Objectes überschreiten kann (vergl. §. 262). Gemäss §. 263 können wir statt der Gleichung 1) auch setzen:

$$H = H_0 \cdot \frac{a^2}{\varrho^2} \cdot \frac{d^2}{N^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

worin a die numerische Apertur, d die deutliche Sehweite und N die Vergrösserung des zusammengesetzten Mikroskops bedeuten. Im §. 263 haben wir auch schon die Vergrösserungswerthe N für einige Werthe der Apertur a und für verschiedene Helligkeiten angegeben.

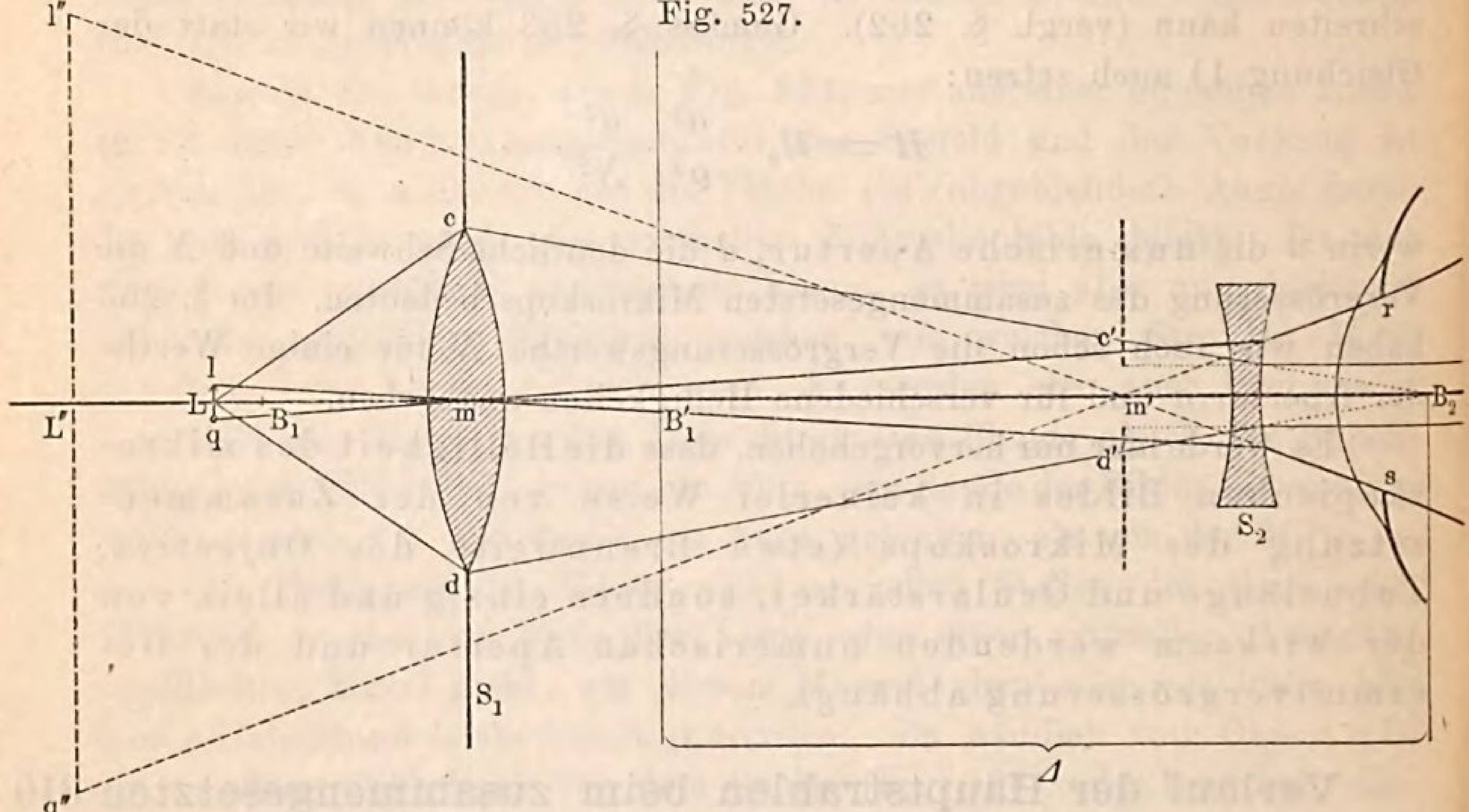
Es werde hier nur hervorgehoben, dass die Helligkeit des mikroskopischen Bildes in keinerlei Weise von der Zusammensetzung des Mikroskops (etwa Brennweite des Objectivs, Tubuslänge und Ocularstärke), sondern einzig und allein von der wirksam werdenden numerischen Apertur und der Gesammtvergrösserung abhängt.

Verlauf der Hauptstrahlen beim zusammengesetzten Mikroskop mit negativem Ocular (Chevalier-Brücke'sche Lupe). 316 Der in Fig. 526 skizzirte Strahlengang in Verbindung mit der Strahlenbegrenzung im zusammengesetzten Mikroskop mit positivem Ocular lässt deutlich erkennen, dass das Objectiv nach Art der Projectionssysteme wirkt und weite Büschel in solche von geringem Oeffnungswinkel überführt, wobei die Hauptstrahlen der Büschel eine geringe Neigung zur Axe haben, während das Ocular die engen Büschel in ihrer Divergenz nur wenig ändert bezw. sie parallelstrahlig macht, dafür aber die stets vom Objectiv divergent ausgehenden Hauptstrahlen zur Convergenz zwingt, und zwar in einem Punkte, welcher für das beobachtende Auge zugänglich ist. Gerade in der letzteren Eigenschaft, welche nur dem positiven Ocular zukommt, liegt die Bedeutung der Tennnung in Objectiv und Ocular gegenüber der einfachen Lupe.

Dieser Vortheil wird aufgegeben, wenn, wie beim Chevalier-Brücke'schen Mikroskop, das Ocular eine negative Wirkung besitzt. Sehen wir uns den Strahlengang bei diesem Apparate etwas näher an. In Fig. 527 (a. f. S.) stellt wieder S_1 das positive Objectiv mit den Brennpunkten B_1 und B_1' dar, welches vom Object qLl ein vergrössertes,

reelles Bild bei B_2 entwerfen würde, wenn nicht die abbildenden Strahlenbüschel vor ihrer Vereinigung vom Ocular S_2 mit den Brennpunkten B_2 und B_2' aufgefangen und divergent gemacht würden, so dass sie vom Bilde $q''L''l''$ in der deutlichen Sehweite des Auges A zu kommen scheinen. Wie die Figur lehrt, ist mit dieser Divergenzänderung der Strahlenbüschel durch das Ocular nothwendig stets auch eine Vermehrung der Divergenz der vom Objectiv divergirenden Hauptstrahlen verbunden. Ist, wie in Fig. 527 angenommen, das Objectiv S_1 zugleich Eintrittspupille cd, so ist das von ihr durch das Ocular S_2

Fig. 527.



entworfene virtuelle Bild $c'd'$ die Austrittspupille, von deren Mittelpunkt m' die Hauptstrahlen divergiren. Die aus dem Ocular austretenden Hauptstrahlen schneiden sich also rückwärts verlängert.

Der Vorgang ist also der gleiche, als ob das Auge das Bild durch die Oeffnung $(c'd')$ der Austrittspupille wie durch eine körperliche Blende betrachten würde. Da nun das Auge mit der zwischen S_1 und S_2 gelegenen Austrittspupille nicht zur Deckung gebracht werden kann, so wirkt die Augenpupille als Gesichtsfeldblende, wenn sie grösser als die Austrittspupille ist, dagegen als Aperturblende, wenn sie kleiner ist; der Austrittspupille fällt die umgekehrte Rolle zu (vergl. §. 254). Bei den stärker vergrössernden Mikroskopen ist die Augenpupille stets maassgebend für das Gesichtsfeld, und nur bei den als Brücke'sche Lupe eingeführten Mikroskopen von schwächerer Vergrösserungskraft blendet das Auge nichts vom Sehfelde ab.

Die mit der virtuellen Austrittspupille verbundenen Uebelstände eines beschränkten Sehfeldes von nach dem Rande zu abnehmender Helligkeit werden nicht aufgewogen durch die Vortheile, welche dieses Mikroskop mit negativem Ocular unstreitig gegenüber dem mit positivem

Ocular besitzt. Erstens ist bei gleicher Vergrösserung der Abstand der Linsen S_1 und S_2 kleiner beim negativen als beim positiven Mikroskope, und zweitens liefert ersteres aufrechte, letzteres aber umgekehrte Bilder. In der That ist laut Formel

$$F = -\frac{F_1 . F_2}{\Delta}$$

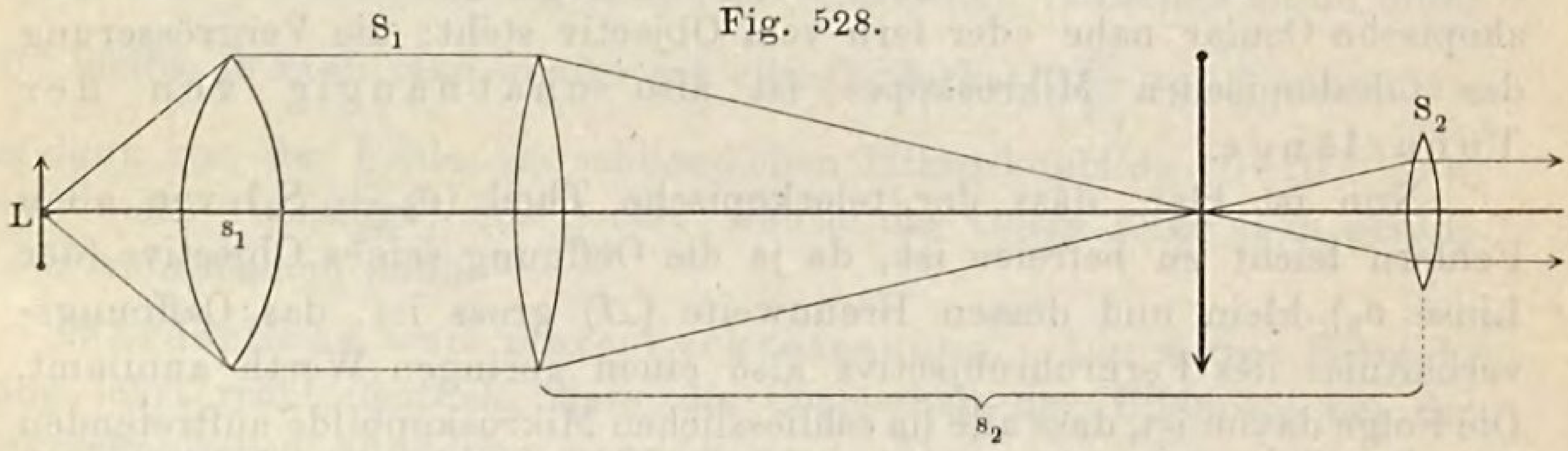
die Brennweite F bei der Brücke'schen Lupe positiv, da F_2 negativ, F_2 und Δ aber positiv sind.

Lässt man die Brennweite von S_1 immer grösser und grösser werden, bis schliesslich der hintere Brennpunkt mit dem vorderen des Oculars zusammenfällt, so geht das negative Mikroskop in das Teleskop und zwar in das sogenannte Galilei'sche Fernrohr über. In der That wird in diesem Falle $\Delta = 0$ und $F = \infty$; natürlich muss das Object jetzt sehr weit vom Objectiv abrücken, soll das Objectivbild nahe im gemeinschaftlichen Brennpunkte von S_1 und S_2 zu liegen kommen.

Entfernt man jetzt das Ocular vom Objectiv, wodurch Δ negativ wird, so erhält man das Teleobjectiv (vergl. §. 298), welches parallele Strahlen wirklich vereinigt und von fernen Objecten reelle, umgekehrte Bilder entwirft.

Ueber den Einfluss der Aberrationsreste des Objectivs auf das durch das Ocular gesehene vergrösserte Bild. Förderliche und leere Vergrösserung[1]. 317 Wir wollen erörtern, mit welchem Betrage die fehlerhafte Correction des Mikroskop-

Fig. 528.



objectivs in das schliesslich gesehene Mikroskopbild eingeht. Dazu vergleichen wir das Mikroskop mit einem zusammengesetzten Systeme, welches aus einer positiven Linse s (Fig. 528) und einem teleskopischen Systeme s_2 besteht, indem wir uns das Mikroskopobjectiv S_1 schematisch so in zwei Theile zerlegt denken, dass zwischen denselben die Strahlen jedes Büschels einander parallel verlaufen. Dies können wir stets bewerkstelligen, indem wir in die hintere Brennebene B_1' des Objectivs S_1 (Fig. 529 a. f. S.) eine planconvexe Linse σ_1 und eine concavplane Linse σ_2 bringen, welche zusammen auf einander gelegt eine dünne, planparallele Platte bilden; die Brennweite jeder Linse

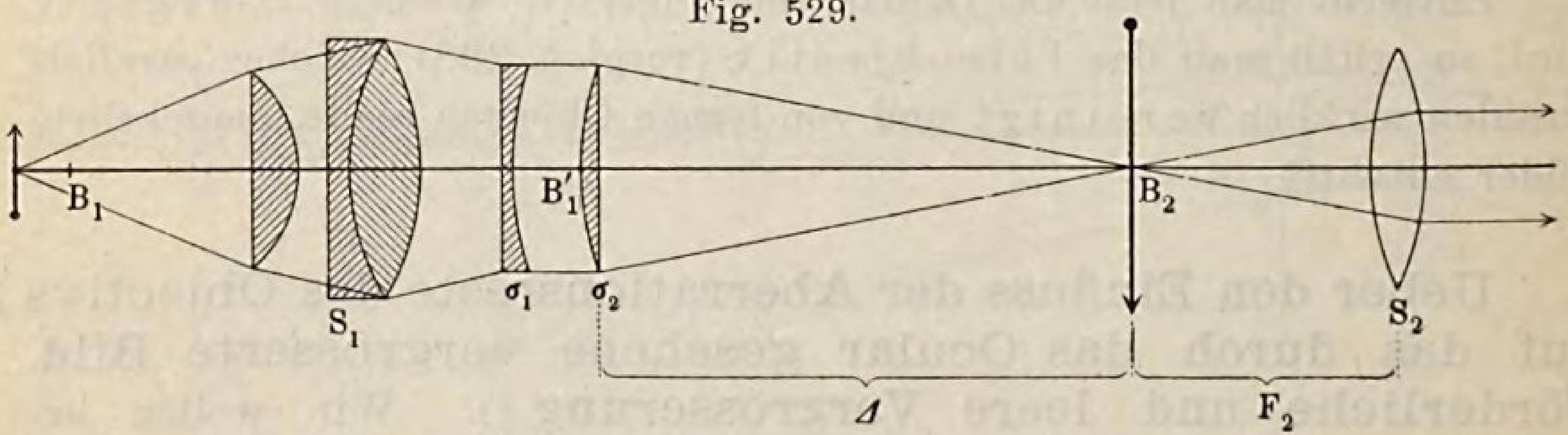
[1]) Vergl. S. Czapski, „Theorie d. opt. Instrumente etc.", S. 226 u. ff.

sei ihrem absoluten Betrage nach gleich dem optischen Intervalle $\varDelta$ des Mikroskopes. Indem wir die erstere (σ_1) zum Objectiv S_1 des Mikroskopes hinzurechnen, die zweite (σ_2) dagegen zum Ocular S_2, erhalten wir die gewünschte schematische Zerlegung des Mikroskopes in eine Sammellinse ($S_1 + \sigma_1$) und in ein Teleskop ($\sigma_2 + S_2$). Bei dieser schematischen Zerlegung des Mikroskopes ist die in der Zeichnung zum besseren Verständniss vorgesehene räumliche Trennung von positiv wirkender Linse und Teleskop durchaus nicht nöthig.

Man kann sich vielmehr in Wirklichkeit σ_1 und σ_2 zusammengeschoben und genau im Brennpunkte B_1' stehend denken [1]).

Liegt bei einem solchen teleskopischen Mikroskop das Object im vorderen Brennpunkte des Objectivs ($S_1 + \sigma_1$), so entsteht dessen Bild im Unendlichen, falls das Teleskop nicht da ist. Durch Mitwirkung des Teleskopes wird also das im Unendlichen entstehende Objectivbild nach Maassgabe der teleskopischen Vergrösserung vergrössert

Fig. 529.



gesehen. Dabei ist die Vergrösserung dieselbe, gleichviel ob das teleskopische Ocular nahe oder fern vom Objectiv steht; die Vergrösserung des teleskopischen Mikroskopes ist also unabhängig von der Tubuslänge.

Nun ist klar, dass der teleskopische Theil ($\sigma_2 + S_2$) von allen Fehlern leicht zu befreien ist, da ja die Oeffnung seines Objectivs (der Linse σ_2) klein und dessen Brennweite ($\varDelta$) gross ist, das Oeffnungsverhältniss des Fernrohrobjectivs also einen geringen Werth annimmt. Die Folge davon ist, dass alle im schliesslichen Mikroskopbilde auftretenden Fehler nur von dem Theile herrühren, der die divergirenden Strahlenbüschel in parallele verwandelt; das ist das Objectiv S_1 in Verbindung mit der Zerstreuungslinse (σ_1). Letztere Objectivcombination erzeugt von

[1]) Dass die planparallele Platte $\sigma_1 \sigma_2$ die Brennweite von S_1 nicht ändert, auch wenn sie eine Divergenzänderung hervorbringen könnte, d. h. als Linse wirkte, erkennt man aus der Formel:

$$F = -\frac{F_1 \cdot F_2}{\varDelta}$$

für die Zusammensetzung zweier Systeme mit den Brennweiten F_1 und F_2 und dem Intervall $\varDelta$ zu einem Gesammtsysteme. Wählt man nämlich, wie in unserem Falle, $\varDelta = -F_2$, d. h. stellt man die Linse mit der Brennweite F_2 in den hinteren Brennpunkt des Systems mit der Brennweite F_1, so wird $F = F_1$, also die Gesmamtbrennweite gleich der der ersten Linse.

dem mikroskopischen Objecte ein im Unendlichen gelegenes reelles Bild. Dieses Bild ist mit denselben Fehlern behaftet, wie das virtuelle unendlich entfernte Bild, welches das System $S_1 + \sigma_1$, als Lupe gebraucht, einem auf unendlich eingestellten Auge darbietet. Da man nun dieses Bild mittelst des teleskopischen Systems $(\sigma_2 + S_2)$ vergrössert erblickt, und die Vergrösserung eines teleskopischen Systems gleich ist dem Quotienten aus Brennweite $(\varDelta)$ des Fernrohrobjectivs (σ_2) und Brennweite (F_2) des Fernrohroculars S_2, so spielt der von Abbe „Ocularkraft" genannte Quotient $\frac{\varDelta}{F_2}$ auch hier wieder eine wichtige Rolle. Er giebt an, um wie viel mal die Bildfehler des Mikroskopobjectivs vergrössert gesehen werden.

Wir können nach dieser Ueberlegung die Zerstreuungslinse σ_1 wieder fortlassen, wenn wir dafür das beobachtende Auge als übersichtig voraussetzen, so dass es die etwas convergenten, aus dem Objectiv S_1 austretenden Strahlenbüschel zu vereinigen vermag. Wird also das Mikroskopobjectiv für ein fernsichtiges Auge als Lupe corrigirt, so werden die noch bestehenden unvermeidlichen Fehler im schliesslichen mikroskopischen Bilde $\frac{\varDelta}{F_2}$ mal vergrössert gesehen.

Lässt es sich feststellen, dass bei einer gewissen Oeffnung und Brennweite eines Systemes die Fehlerreste so klein sind, dass die anguläre Grösse der Zerstreuungskreise im entfernten virtuellen Bilde unter $10''$ bleibt, so kann man wenigstens eine Ocularkraft $\frac{\varDelta}{F_2} = 10$ anwenden, da dann erst der Fehler im schliesslichen Mikroskopbilde $10 . 10''$, d. h. noch nicht $2'$ beträgt, eine Grösse, welche das blosse Auge eben gerade noch wahrnehmen kann.

Förderliche und leere Vergrösserung. Die vorige Betrachtung lehrt recht deutlich, dass die Correctheit der Bildmitte bei der mikroskopischen Abbildung einzig und allein von der Güte der Objectivconstruction abhängt, und dass auf sie die Construction und Güte der Oculare fast gar keinen Einfluss haben kann und hat. Es muss also vor Allem das Objectiv möglichst gut corrigirt werden in Bezug auf die sphärische und chromatische Aberration. Bei der Grösse der Oeffnungswinkel ist jedoch ein besonders grosser Spielraum für die Aberration höherer Ordnung vorhanden, und deren Grösse erreicht einen hohen Betrag. Sind die Randstrahlen mit den Nullstrahlen vereinigt, so werden sich die Strahlen der mittleren Zonen in ganz anderen Punkten vereinigen. Bei der Brechung an den als Frontlinse meist üblichen halbkugeligen Linsen sowohl als an den Flächen der Deckgläschen, zwischen welchen die feineren mikroskopischen Präparate eingebettet werden, entsteht statt eines Bildpunktes eine caustische Curve. Sollen

solche Abweichungen wieder compensirt werden, so müssen weitere Brechungen erfolgen von ebenso grosser, aber entgegengesetzter Aberration, und zwar noch im Objectiv selbst, so lange nämlich die Divergenz der Strahlenbüschel noch gross ist.

Auch in Bezug auf die chromatischen Abweichungen kommen nicht allein die Fehler der Nullstrahlen (eigentliche Achromasie und secundäres Spectrum) in Betracht, sondern in gleicher Weise die entsprechenden Fehler für die verschiedenen Zonen, d. h. die chromatische Differenz der sphärischen Aberration. Letztere Fehler lassen sich erst seit Herstellung der neuen Jenaer Gläser beseitigen und müssen ebenfalls im Objective selbst gegen einander compensirt werden, indem man die an einer Fläche etwa in positivem Sinne auftretenden unvermeidlichen Fehler an einer zweiten in negativem Sinne absichtlich hervorzubringen versuchen muss, und zwar wiederum da, wo noch die Strahlenbüschel weit geöffnet sind, um auch die höheren Glieder der positiven Aberrationen wieder compensiren zu können.

Desgleichen muss auch die Constanz des Sinusverhältnisses durch Compensation positiver und negativer Aberration zu erfüllen gesucht werden, um eine aplanatische Abbildung wenigstens eines axialen Flächenelementes zu erzielen.

Wir werden später sehen, auf welchem Wege man den hohen Anforderungen an die weit geöffneten Mikroskopobjective zu genügen verstanden hat.

Gegenüber den in der Objectivconstruction verlangten Ansprüchen ist die Herstellung eines im Vergleiche zum Objectiv fehlerfreien Oculars kaum eine Schwierigkeit zu nennen. Bei den wirklichen Verhältnissen, wo das Teleskop des schematisch zerlegten Mikroskopes erstens von sehr kleinen absoluten Dimensionen ist und ein Objectiv vom Oeffnungsverhältniss $^1/_{10}$, $^1/_{20}$ etc. hat, ist es relativ leicht, eine vollkommen punktweise Abbildung so kleiner Objectwinkel zu liefern, wie sie beim Mikroskop vorkommen. An das Ocular dieses Teleskopes, d. h. an das Mikroskopocular S_2, sind also gar keine hohen Anforderungen gestellt. Ein noch so gut construirtes Ocular kann eben die Leistung eines Mikroskopes nicht erhöhen, weil diese allein auf der Vollkommenheit der Objectivconstruction beruht. Es ist also auch ganz gleichgültig, ob bei gleicher Ocularkraft die Vergrösserung durch die Länge des Tubus oder die Stärke des Oculars bewirkt wird, wenigstens innerhalb des praktisch vorkommenden Spielraumes.

Da gemäss dieser schematischen Zerlegung des Mikroskopes der Ocularapparat, aus Tubus und Ocularsystem S_2 bestehend, das unendlich entfernte virtuelle Bild nur nach Art eines Fernrohres auf den nothwendigen Bildwinkel auszubreiten hat, so ist die von ihm zu fordernde Vergrösserungszahl auch bedingt durch die Leistung des Objectivs allein. Je nach der Grösse der Apertur und der Güte der Correctur eines Mikroskopobjectivs ist die vom Ocularapparat erforderliche anguläre Ver-

grösserung eine verschiedene; jedenfalls muss es für jedes bestimmte Objectiv eine ganz bestimmte Ocularkraft geben, welche gerade ausreicht, um für ein Auge von gewisser Sehschärfe gerade die im Objectivbilde enthaltenen Einzelheiten dem Auge kenntlich zu machen. Man nennt das in Zahlen ausgedrückte Maass, bei welchem dieser Bedingung Genüge geleistet wird, die förderliche oder nutzbare Vergrösserung des Mikroskopes. Ist die Vergrösserung beträchtlicher als die ausreichende und förderliche, so zeigt das Mikroskop die vom Objectiv aufgelösten Details nur in grösserem Winkelabstande von einander, nicht aber deutlicher und besser als bei der ausreichenden Vergrösserung. Man bezeichnet eine solche Vergrösserung, welche stärker ist als das der numerischen Apertur zugängliche Detail erheischt, wohl auch als eine leere Vergrösserung.

Die Grenzen sind der förderlichen Vergrösserung dadurch gesteckt, dass das vom Objectiv entworfene Lupenbild ein unvollkommenes ist. Es lässt sich zeigen, dass bei gleichen Gesammtvergrösserungen und gegebenem Constructionstypus des Objectivs die Fehlergrösse in der Bildmitte direct proportional der Objectivbrennweite ist, also abnimmt, je kürzer man die Brennweite des Objectivs wählt [1]).

Um zu entscheiden, welches die erforderliche und ausreichende Angularvergrösserung durch Tubus plus Ocular und welches somit die förderliche und nützliche Gesammtvergrösserung für irgend eine Brennweite sei, kann man nur einen indirecten Weg einschlagen. Anstatt direct für verschiedene Constructionstypen und Aperturen die Grösse des Zerstreuungskreises im Lupenbilde zu berechnen, stellte Abbe auf empirischen Wege an den verschiedensten Mikroskopobjectiven den Betrag der Angularvergrösserung $\frac{\Delta}{F_2}$ fest, den das Objectivbild vertragen konnte, ohne an seiner Schärfe und Deutlichkeit zu verlieren. Aus dem so gefundenen Werthe von $\frac{\Delta}{F_2}$ und der Gesammtbrennweite des Mikroskopes ergiebt sich dann ohne Weiteres der Werth der Objectivbrennweite. In der folgenden Tabelle [2]) sind für verschieden grosse Aperturen die förderliche Gesammtvergrösserung (N), die Angularvergrösserung $V_2 = \frac{\Delta}{F_2}$ und die Brennweite F_1 des Objectivs zusammengestellt sowohl für die älteren achromatischen als auch die neueren apochromatischen Objective. Die Objectivbrennweiten (F_1) sind in Millimetern angegeben.

[1]) Vergl. Czapski, a. a. O., S. 232 und Dippel, a. a. O., S. 299.

[2]) Entlehnt der Czapski'schen „Theorie der optischen Instrumente etc.", S. 234.

Apertur		Förderliche Gesammtvergrösserung	Achromate		Apochromate	
			$V_2 = \frac{\Delta}{F_2}$	F_1	$V_2 = \frac{\Delta}{F_2}$	F_1
Trockensystem	0,10	53	10	47	—	—
	0,20	106	8	19	—	—
	0,30	159	7	10,5	10	16
	0,60	317	4,5	3,5	10	8
	0,90	476	4	2,1	8	4
Wasserimmersion .	1,20	635	4	1,6	7	2,5
Homogene Immers.	1,35	714	6	2,1	9	3

Die Tabelle lehrt, dass die förderliche Gesammtvergrösserung gar keine so grosse Höhe erreicht, wie man fast allgemein glaubt anwenden zu müssen, um die Leistung der Objective auszunutzen.

Wollte man die Objectivbrennweite aber noch mehr verkürzen, um dem vorher aufgestellten Satze gemäss noch günstigere Verhältnisse namentlich in Bezug auf die Güte der Bildmitte zu erlangen, so würden schliesslich alle die Nachtheile eintreten, welche beim einfachen Mikroskop starker Vergrösserung auftreten. Ferner erhielte man auch schon bei relativ schwacher Ocularkraft $\frac{\Delta}{F_2}$ die erforderliche und hinreichende Gesammtvergrösserung, während die stärkeren Oculare leere Vergrösserungen bewirkten, so dass ein Auswechseln der Oculare fortfiele und damit der bequeme Uebergang von einer Vergrösserung zur anderen verloren ginge. Auch würde, zumal bei den grösseren Aperturen, der freie Objectabstand sehr gering werden, da er bei Aperturen stärker als 0,85 weniger als den zehnten Theil der Objectivbrennweite beträgt.

Der bedeutendste Nachtheil, welcher mit der Verkleinerung der Objectivbrennweite eintritt, bezieht sich aber auf die Abbildung der ausseraxialen Objectelemente. Es hört eben dann der Vortheil mehr und mehr auf, den wir als Folge der Trennung des Mikroskopes in zwei Einzelsysteme kennen gelernt haben und welcher die Leistung des zusammengesetzten Mikroskopes praktisch so weit über die des einfachen erhob: dass mit Vergrösserung der Ocularkraft $\frac{\Delta}{F_2}$ die Abbildung durch des Objectiv mehr und mehr eine paraxiale wird, weil sich trotz gleichbleibender Gesammtvergrösserung und bei der gleichen Grösse des Sehfeldes das abgebildete Objectstück im Vergleich zur Objectivbrennweite als Flächenelement darstellt. Die lineare Grösse des Objectes beträgt bei einem angulären Bildwinkel von 35^0 etwa $^2/_3$ der Gesammtbrennweite F des ganzen Mikroskopes, während sie nach Maassgabe der Ocularkraft verkleinert wird, so dass, wenn letztere 10 beträgt,

das Object nur den fünfzehnten Theil der Objectivbrennweite ausmacht. Je höher also die Ocularkraft genommen wird, um so vollkommner wird das Object in seinen Randtheilen zur Abbildung gebracht. Demnach muss denjenigen Objectiven der Vorzug gegeben werden, welche bei gleicher Apertur und Auflösungskraft die nothwendige Gesammtvergrösserung durch eine hohe Ocularkraft erreichen bei möglichst grosser Objectivbrennweite.

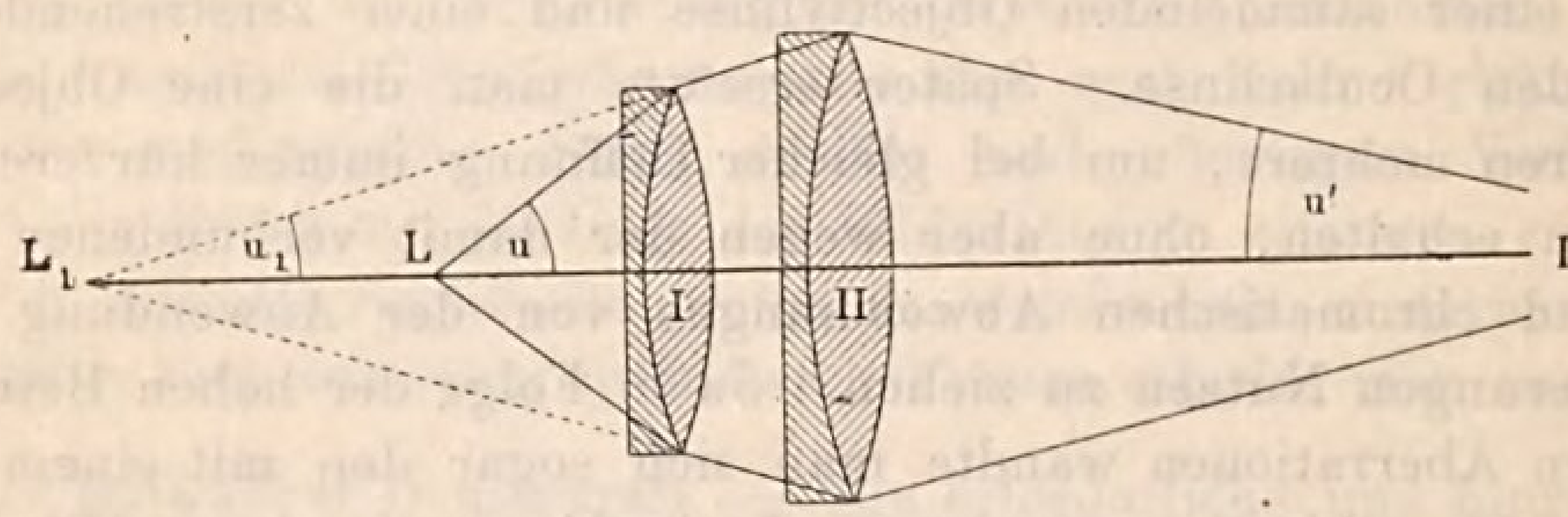
Die historische Entwickelung des Mikroskopobjectivs. Trockensysteme und Immersionssysteme. 318 Nach den vorhergehenden Erörterungen muss das Objectiv als der wichtigste Theil des zusammengesetzten Mikroskopes angesehen werden. Wir wollen kurz die hauptsächlichsten Constructionstypen in möglichst historischer Reihenfolge einzeln besprechen, um deren Wirkung und die mit jedem Typus verknüpften Fortschritte kennen zu lernen. Jedenfalls bestand das zusammengesetzte Mikroskop anfangs nur aus zwei einfachen Linsen, einer sammelnden Objectivlinse und einer zerstreuenden oder sammelnden Ocularlinse. Später ersetzte man die eine Objectivlinse durch deren mehrere, um bei gleicher Oeffnung immer kürzere Brennweiten zu erhalten, ohne aber wegen der damit verbundenen sphärischen und chromatischen Abweichungen von der Anwendung starker Vergrösserungen Nutzen zu ziehen. Ja in Folge der hohen Beträge der genannten Aberrationen wandte man sich sogar den mit einem Hohlspiegel als Objectiv versehenen katadioptrischen Mikroskopen zu, welche aber gänzlich verlassen wurden, als das Princip der Achromasie auch praktisch verwirklicht worden war.

Zunächst benutzte man das achromatische Fernrohrobjectiv ohne Weiteres als Mikroskopobjectiv, also auch in genau derselben Stellung zum Objecte und Bilde, die es im Fernrohre einnimmt. Nun wirkt aber das Objectiv des Mikroskopes, wie jedes Projectionssystem, gerade umgekehrt wie das Fernrohrobjectiv (vergl. §. 285), welches parallele Büschel in stark convergente verwandelt, während das Mikroskop stark divergente in nahe parallele umwandelt. Es vertauscht sich also gerade die Rolle von Bild und Object. Die Leistung des Mikroskopes wurde darum erhöht, sobald Fraunhofer das Fernrohrobjectiv umgekehrt als Mikroskopobjectiv verwandte und hierdurch ein Objectiv erhielt, das für den vorderen Brennpunkt sphärisch corrigirt war, wenn auch freilich nur in Bezug auf das erste Glied der sphärischen Aberration.

Princip von Selligue. Einen wirklichen Fortschritt bedeutete das von Selligue erdachte und von Chevalier ausgeführte Prinzip, nach welchem mehrere solche Fraunhofer'sche Achromate hinter einander Verwendung fanden, und zwar in ganz gewisser, von Chevalier angegebener Anordnung (Fig. 530 a. f. S.). Durch dieses Princip erreicht das zusammengesetzte Mikroskop einen bedeutenden Vorsprung vor dem einfachen. Während bei einer einzelnen achromatischen Linse das

Oeffnungsverhältniss $^1/_4$ nicht überschreiten darf, und somit die Vergrösserung nicht beliebig gesteigert werden kann, soll nicht die Correction des Bildes leiden, so erreicht Selligue durch seine Anordnung das Ziel, bei gleichbleibender Oeffnung die wirksame Brennweite zu verkleinern. Oder in anderen Worten: dieselbe minimale Brennweite zu erzielen, welche bei einer einfachen Linse mechanisch überhaupt erreichbar ist, ohne aber die Oeffnung wesentlich zu verkleinern. Die Wirkungsweise des Systems I und II in Fig. 530 ist die folgende. Ist die Linse II so corrigirt, dass, wenn II allein da wäre, gerade noch beim Oeffnungswinkel u_1 die vom Object L_1 kommenden Strahlenbüschel vereinigt werden, so würde jede Annäherung von L_1 nach L hin störende Aberrationen verursachen, wenn nicht gleichzeitig die Oeffnung von II verkleinert würde. Wird hingegen Linse I, welche ihrerseits für L und L_1 als conjugirte Punkte corrigirt ist, wie in Fig. 530 zwischen L_1 und II gesetzt, so ist der Divergenzwinkel u_1 auf u erhöht, ohne

Fig. 530.



dass die Aberration vermehrt worden wäre. Bringt man zwischen L und I wieder eine neue entsprechend richtig corrigirte Linse, so wird nochmals der Oeffnungswinkel verdoppelt, ohne dass die Aberration vergrössert wird. Dies kann so lange getrieben werden, bis der Raum zwischen Object und erstem Linsensystem zu klein geworden ist.

Verschiedene Optiker haben nach diesem Princip Mikroskopobjective gebaut, bei denen bis zu fünf solcher in der geschilderten Weise angeordnete Einzelachromate benutzt waren. Da jeder Einzelachromat I, II etc. in Bezug auf die Farbenabweichung corrigirt ist, so muss es auch die Combination aller sein. Aber bei Achromaten von nicht zu grosser Glasdicke variirt auch der Hauptpunkt nur wenig für die verschiedenen Farben; demnach ist für diese auch die Brennweite und somit die Bildgrösse für verschiedene Farben dieselbe. Die genannten Systeme sind also auch farbig bis zum Bildrande corrigirt, da sie für verschiedene Farben gleich grosse und gleich gelegene Bilder erzeugen.

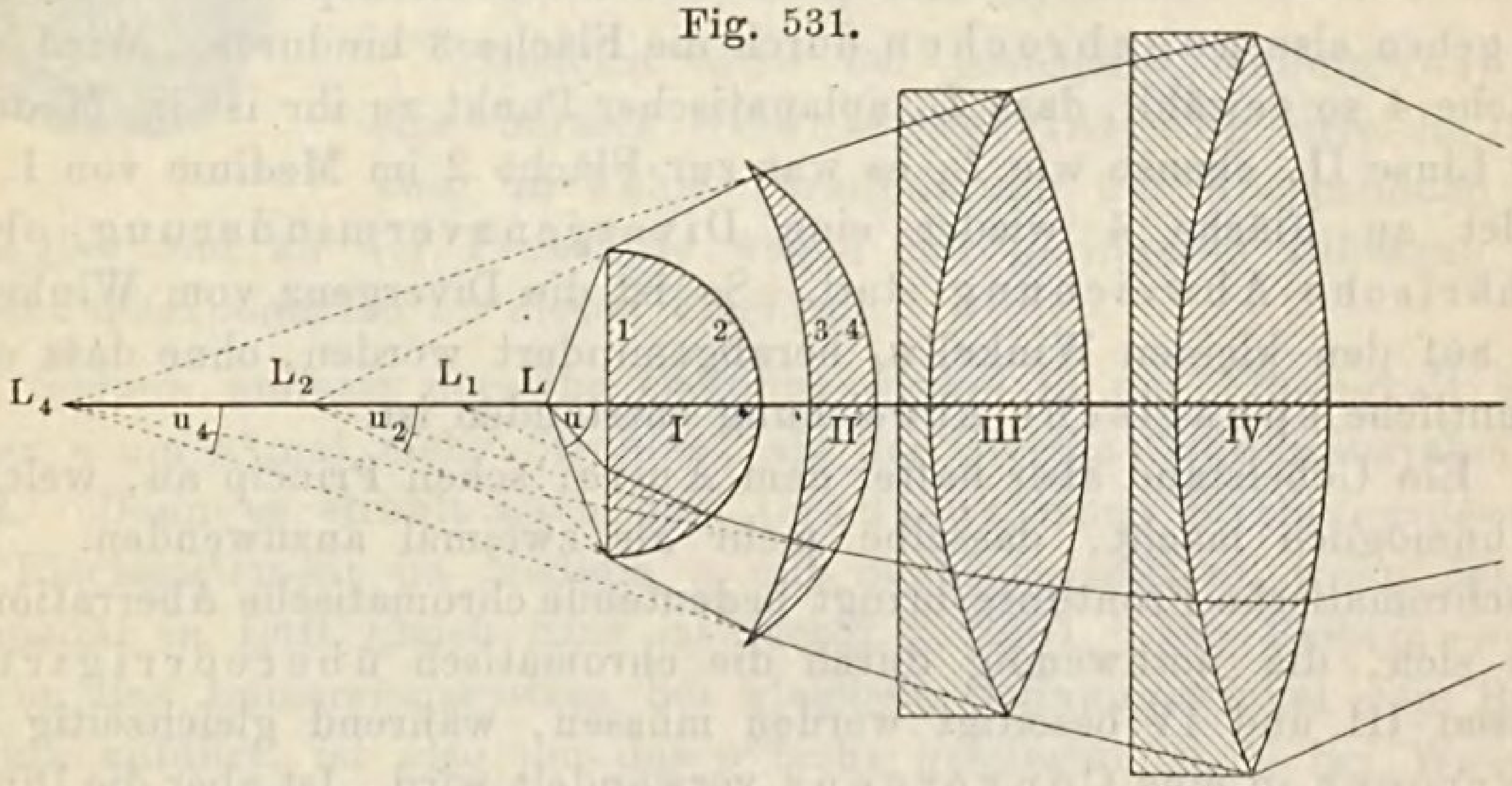
Obgleich sich diese Systeme bis in die neueste Zeit erhalten haben, so konnten sie doch auf keine hohe Leistungsfähigkeit gebracht werden. Um grosse Aperturen erreichen zu können, ist die Anwendung vieler gleichartiger Einzellinsen ungeeignet; vielmehr musste das Princip der Compensation von absichtlich angehäuften Fehlern an der einen Brechung durch entgegengesetzte Fehler bei der

darauf folgenden Brechung angewandt werden, sollten die bei grossen Aperturen auftretenden Aberrationsreste höherer Ordnung vollkommen beseitigt werden.

Erst Amici scheint die Wichtigkeit des grossen Oeffnungswinkels in seiner ganzen Bedeutung für die mikroskopische Abbildung erkannt zu haben. Ihm gelang es auch, praktische Mikroskopobjective von grosser Apertur herzustellen. Die von ihm gewählte, in Fig. 531 skizzirte Constructionsform legte den Grundstein, auf welchem das Mikroskopobjectiv zur heutigen Leistungsfähigkeit aufgebaut werden konnte, und bildet noch heute den Ausgangspunkt für alle Typen.

Amici benutzt die im §. 40 besprochene Eigenschaft der brechenden Kugelfläche, ausser ihrem Mittel- und Scheitelpunkte noch ein Paar aplanatischer Punkte zu besitzen, welche auf verschiedenen Seiten der Kugelfläche liegen. Sendet nämlich ein Punkt im Inneren einer

Fig. 531.



Kugel vom Radius r und dem Brechungsquotienten n in der Entfernung r/n vom Kugelmittelpunkte Strahlen aus, so werden dieselben so gebrochen, als ob sie wieder von einem Punkte und zwar ausserhalb der Kugel in der Entfernung nr von ihr herkämen. Um diese Eigenschaft der Kugelfläche, ein beliebig weit geöffnetes Büschel aberrationsfrei in ein solches geringerer Divergenz zu verwandeln, möglichst auszunutzen, verwendet Amici als untere Linse (Frontlinse) eine nahezu halbkugelige, einfache Linse (I, Fig. 531) aus gewöhnlichem Crownglase. Bei L befinde sich ein leuchtender Punkt in solcher Entfernung von der Planfläche 1, dass die an ihr gebrochenen Nullstrahlen von L_1 zu kommen scheinen, dessen Entfernung gerade gleich $\frac{r}{n}$ sei. Diese Strahlen treffen demnach die Fläche 2 genau so, als ob sie in der Glassubstanz vom aplanatischen Punkte ausgegangen wären und erleiden somit bei ihrer Brechung an der Kugelfläche gar keine Aberration, vielmehr schneiden sie sich rückwärts verlängert im con-

jugirten aplanatischen Punkte L_2, der um die Strecke $n.r$ von der Planfläche entfernt ist.

Wäre mit der Brechung an der Fläche 1 keine Aberration verknüpft, so würden alle von L ausgehenden Strahlen nach dem Durchgange der Linse I von L_2 zu kommen scheinen. Dasselbe wäre der Fall, wenn L_1 der leuchtende Punkt wäre und sich im Medium der Halbkugel befände [1]). Leuchtet aber, wie in Fig. 531, der Objectpunkt in Luft, so ist die Brechung an der Fläche 1 mit einer Aberration verbunden. Statt des Punktes L_1 leuchtet gleichsam die Caustik von L in Bezug auf Fläche 1. Dagegen bringt aber auch jetzt noch die Fläche 2 keine neuen Aberrationen hervor, trotzdem sie die von den verschiedenen Punkten L_1 kommenden Strahlenbüschel bedeutend convergenter macht.

Die von L_2 ausgehenden Strahlen treffen jetzt auf die Linse II, deren unterste Fläche (3) concav ist und ihren Mittelpunkt bei L_2 hat; sie gehen also ungebrochen durch die Fläche 3 hindurch. Wird nun Fläche 4 so gewählt, dass L_4 aplanatischer Punkt zu ihr ist im Medium der Linse II, ebenso wie L_1 es war zur Fläche 2 im Medium von I, so findet an Fläche 4 wieder eine Divergenzverminderung ohne sphärische Abweichung statt. So ist die Divergenz vom Winkel u bis auf den kleinen Winkel u_4 herabgemindert worden, ohne dass eine eigentliche sphärische Abweichung entstanden ist.

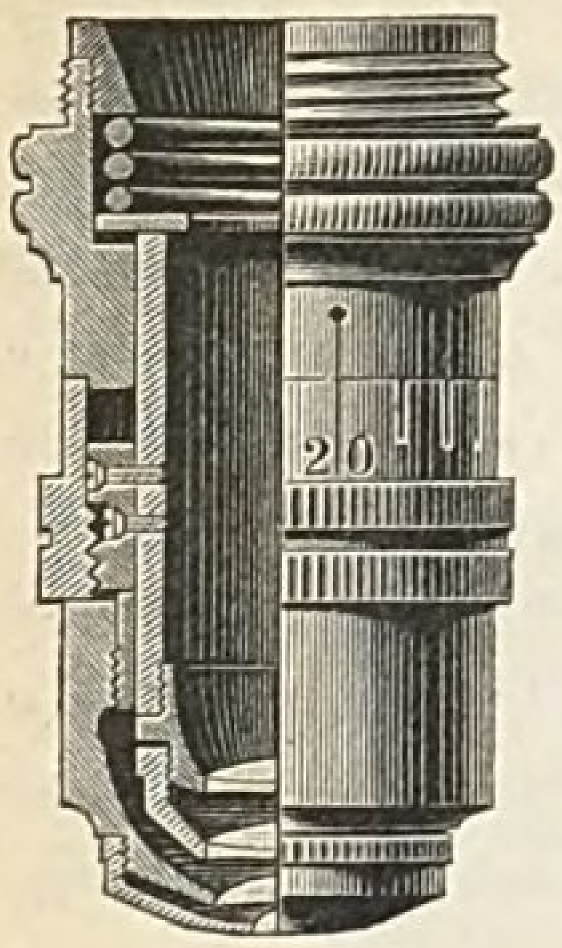
Ein Uebelstand aber haftet dem Amici'schen Princip an, welcher es unmöglich macht, dasselbe mehr als zweimal anzuwenden. Die unachromatische Frontlinse bringt bedeutende chromatische Aberrationen mit sich, die nothwendig durch die chromatisch übercorrigirten Linsen III und IV beseitigt werden müssen, während gleichzeitig die Divergenz in eine Convergenz verwandelt wird. Ist aber die Divergenz der chromatischen Büschel zu gering, so giebt es keine Combinationen III und IV, welche die farbigen Fehler aufheben bei gleichzeitiger Erreichung der Convergenz. Schon Amici gelang es, Objective für einen Oeffnungswinkel bis zu 120° in Luft zu corrigiren. Auch erkannte er, welchen schädlichen Einfluss das Deckgläschen ausübt, mit dem die meisten Präparate bedeckt werden. Dasselbe bringt eine der sphärischen ähnliche Abweichung hervor; es erscheint das Object durch das Deckglas gesehen wie ein Object unter der Wasseroberfläche (vergl. §. 181). Je dicker das Deckglas ist, um so grösser ist die Aberration, welche ein Strahlenbüschel beim Durchgange durch dasselbe erfährt, und dem entsprechend muss das Mikroskopobjectiv die entgegengesetzte Abweichung erhalten.

Gab Amici seinen Mikroskopen mehrere, verschiedenen Glasdicken angepasste Objective mit, so erreichte Ross dasselbe Ziel allgemeiner, wenn auch in unvollkommenerer Weise, indem er den Abstand der einen

[1]) Dies ist der Fall bei der homogenen Immersion (siehe S. 835).

Systemhälfte von der anderen durch Anwendung der sogenannten „Correctionsfassung“ (Fig. 532) variabel einrichtete. Sind die beiden Vorderlinsen fest mit der Hauptfassung verbunden, so kann die innere Röhre mit den beiden Hinterlinsen innerhalb der Hauptfassung auf- und abgeschoben werden. Diese Verschiebung geschieht mit Hülfe des mittleren in der Figur geränderten Ringes. Die Fehler des Deckglases, die Aberration an der Planfläche der Frontlinse werden vermindert bezw. ganz beseitigt bei den sogenannten Immersionssystemen, welche ebenfalls schon von Amici herrühren.

Fig. 532.



Wasserimmersion. Füllt man den Zwischenraum zwischen Deckglas und Frontlinse mit einer Flüssigkeit aus, so geht das Trockensystem in ein Immersionssystem über, welches verschiedene Vorzüge vor ersterem aufweist.

Zunächst wird bei gleichem Oeffnungswinkel eine bessere Strahlenvereinigung erreicht und zwar in Folge Verminderung der Aberrationen am Deckglas und an der Frontlinse wegen der geringeren Differenz der Brechungsexponenten an diesen Flächen.

Sodann umfasst derselbe Oeffnungswinkel in der Flüssigkeit vom Index n um n^2mal mehr Strahlen, als der gleiche Oeffnungswinkel in Luft. Denn es strahlt nach dem Clausius'schen Strahlungsgesetze ein Flächenelement im Medium n mit der Intensität n^2, wenn dessen Intensität in Luft gleich Eins ist (vergl. §. 260). Die Lichtmenge, welche das Immersionssystem bei gleichem Oeffnungswinkel dem Bildpunkte zuführt, ist also um das n^2fache gestiegen, d. h. bei Wasserimmersion $1{,}33^2 = 1{,}77$ mal grösser wie beim Trockensystem. Ausserdem vermindern sich bei der Immersion alle die Lichtverluste, welche in Folge der Reflexion am Deckglase und an der Frontlinse eintreten, die wegen der schiefen Incidenz, zumal bei den Randstrahlen, recht bedeutend sind.

Drittens gelangen bei der Immersion Strahlen ins Objectiv, die beim Trockensysteme für immer ausgeschlossen sind, insofern die numerische Apertur $n . \sin u$ grösser als Eins werden kann. Es tritt also direct ein Gewinn neuer Strahlen ein, die beim Trockensysteme deswegen verloren gehen, weil sie hier ausserhalb des Kegels von 180° verlaufen würden. Wie wir bei der Abbildung nichtselbstleuchtender Körper ausführlich erörtert haben, hängt die Aehnlichkeit der Abbildung bei kleinen beugenden Objecten (z. B. Gittern) lediglich ab von der Fähigkeit des Systems, möglichst alle Beugungsbüschel aufzunehmen. Je weniger gebeugte Strahlen ins System gelangen, um so unähnlicher ist das Bild dem Object, und wenn ausser dem directen Lichte (nullten Spectrum) gar kein gebeugtes Licht mehr eindringt, hört die Trennung

der Gitterstriche ganz auf und nur eine gleichmässige helle Fläche tritt als Bild auf (vergl. §. 269).

Nun verlaufen innerhalb desselben Oeffnungswinkels um so mehr gebeugte Lichtbüschel höherer Ordnung, je grösser der Brechungsindex des Objectmediums ist; es ist eben das Product $n . sin u$ oder die Apertur maassgebend für die Aufnahmefähigkeit des Systems. Gebeugte Strahlen, die für $n = 1$ nicht mehr in das Objectiv eintreten können, finden trotz gleichbleibender Grösse des Oeffnungswinkels u noch leicht Zugang für $n = 1,33$ und erst recht für einen noch höheren Werth von n. Ist also der Maximalwerth von u erreicht, und umfasst beim Trockensystem der ganze Lichtkegel von 180^0 noch nicht alle Beugungsbüschel, so kann nur durch Einbetten des Objectes in eine Immersionsflüssigkeit ein Fortschritt erzielt werden, insofern jetzt innerhalb des Kegelraumes von 180^0 ausser den bisher schon vorhandenen Beugungsbüscheln um so mehr neue Büschel verlaufen, je grösser n ist. Das Beugungsbild wird eben in einem Medium auf einen um so engeren Kegelraum zusammengedrängt, je höher der Brechungsindex des Mediums ist.

In dieser Fähigkeit zur Aufnahme von neuen Beugungsbüscheln also liegt der Hauptvortheil der Immersion und der Grund für eine Steigerung des Auflösungsvermögens. Bezüglich der Grenze der Leistungsfähigkeit beider Systeme, der Trocken- und Immersionssysteme, sei auf die im Cap. 12, §. 270 mitgetheilten Betrachtungen verwiesen.

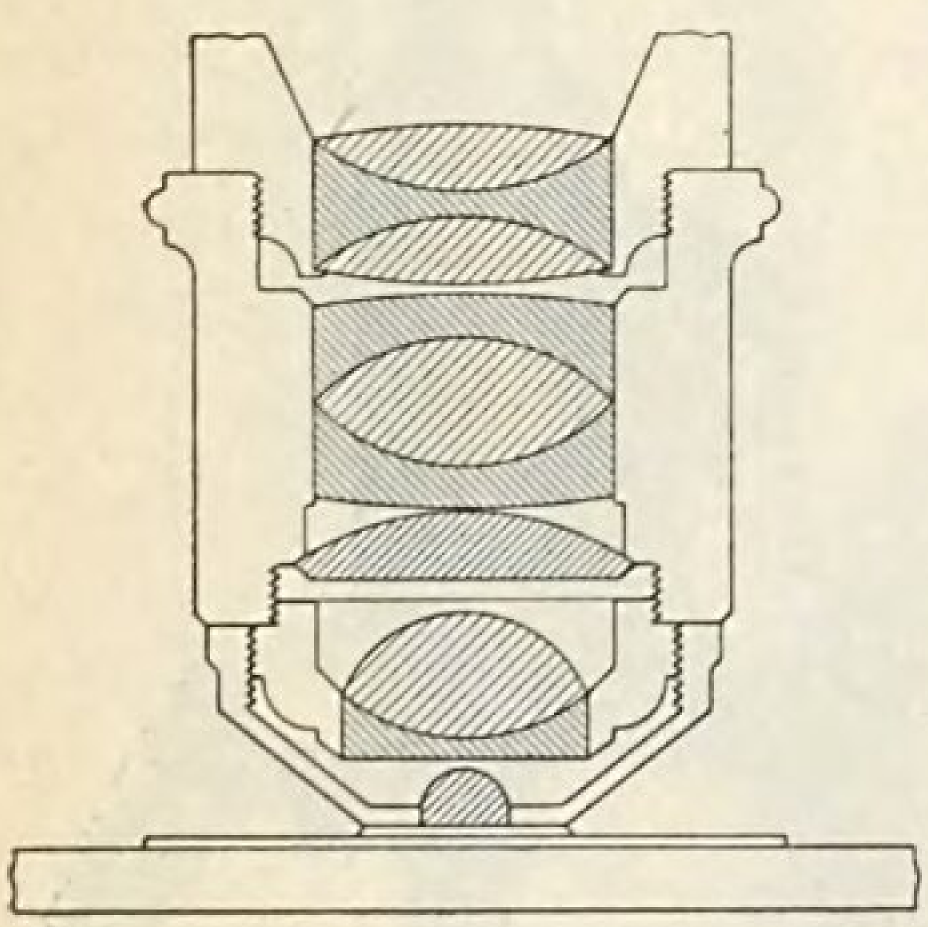
Homogene Immersion. Erst durch Anwendung der homogenen Immersion, bei welcher die Immersionsflüssigkeit genau denselben Brechungsindex hat, wie das Deckglas und die Frontlinse, wird das Princip von Amici in vollkommener Weise zur Ausführung gebracht. Hier coincidirt der Objectpunkt genau mit dem aplanatischen Punkte der Kugelfläche 2 (Fig. 531), an welcher überhaupt die erste Brechung erfolgt, da der Objectpunkt im Medium von I strahlt und die Strahlen sich ungestört bis zur Kugelfläche 2 ausbreiten können.

Wiederum hat auch Amici schon statt des Wassers stärker brechende Flüssigkeiten, wie Oele etc., zur Immersion verwandt. Diese Bestrebungen führten aber zu keinem Fortschritt, wohl weil damals die rechnerischen und technischen Schwierigkeiten zur Herstellung guter Linsen zu gross waren, als dass man die grossen Aperturen, welche die Oelimmersion mit sich bringt, hätte ausnutzen können. Wie schon im §. 270 erwähnt, geht eben Vergrösserung, Apertur und Güte der Correction Hand in Hand. Die beste Correction nützt nichts, wenn die Apertur zu klein ist, wie umgekehrt bei grosser Apertur an die dioptrische Leistung hohe Anforderungen gestellt werden müssen, soll die Apertur zur Geltung kommen.

Die vollständige Verwirklichung des Princips der homogenen Immersion war Professor Abbe vorbehalten. Durch Anwendung des Cedernholzöles einerseits, durch die Construction der „Apochromate“ andererseits ist die lichtsammelnde und die dioptrische Güte des Mikroskopobjectivs so weit gesteigert worden, dass die theoretische Grenze der Leistungsfähigkeit des Mikroskops als thatsächlich erreicht angesehen werden kann.

Fig. 533 stellt ein Aprochromatsystem von 2 mm Aequivalentbrennweite und einer numerischen Apertur von 1,40 mit Fassung in dreifacher natürlicher Grösse im Querschnitt dar. Bei ihm ist, wie der Name andeuten soll, das secundäre Spectrum praktisch als ganz beseitigt zu betrachten. Ferner ist die sphärische Aberration theoretisch für drei und damit praktisch für alle Farben aufgehoben; die chromatische Differenz der sphärischen Aberration ist also gleich Null. Beide Eigenschaften zusammen bedingen, dass das secundäre Spectrum für alle Zonen beseitigt ist. Durch die vorzügliche Strahlenvereinigung ist die Anwendung starker Oculare ermöglicht und somit die Ausführung der Objective in grösseren Brennweiten.

Fig. 533.



Die Apochromate haben gegenüber den gewöhnlichen Mikroskopobjectiven den Vorzug, für alle Zonen gleiche farbige Vergrösserungsdifferenz zu besitzen. In Folge dessen lässt sich dieselbe mittelst des Oculars beseitigen, indem man das Ocular mit der entgegengesetzten farbigen Vergrösserungsdifferenz von gleicher Grösse versieht. Auch hier ist es wieder die Compensation, welche den Fortschritt in der Correction bedingt; diese Oculare heissen dem entsprechend „Compensationsoculare“.

Aeussere Einrichtung des Mikroskops. Jedes Mikroskop 319
zerfällt in die drei Theile: 1. Ocular plus Objectiv oder Tubus, 2. Objectträger und 3. Beleuchtungsapparat mit den dazugehörigen Abblendungseinrichtungen. Eines der einfacheren Mikroskope ist in Fig. 534 (a. f. S.) abgebildet.

Das Objectiv *o* wird an dem unteren Ende, das Ocular *n* an dem oberen Ende einer Röhre angebracht, welche mit leichter Reibung in der federnden Messinghülse *h* sanft verschiebbar ist; letztere ist an dem Stativ befestigt und mittelst der Schraube *k* um geringe Distanzen auf- und abschiebbar. An dem Stativ sitzt unter dem Objectiv der Objectträger in Gestalt einer Metallplatte *p*, welche in der Mitte mit einer Bohrung

versehen ist, durch welche Licht vom Spiegel *s* ins Objectiv gelangen kann. Derselbe ist ein Doppelspiegel, auf der einen Seite plan, auf der anderen concav; er kann meist dem Objecttisch beliebig genähert werden. Auf die Platte *p* wird das zu untersuchende Object gebracht. Um centrales oder schiefes Licht auf das über der Oeffnung der Platte *p*

Fig. 534.

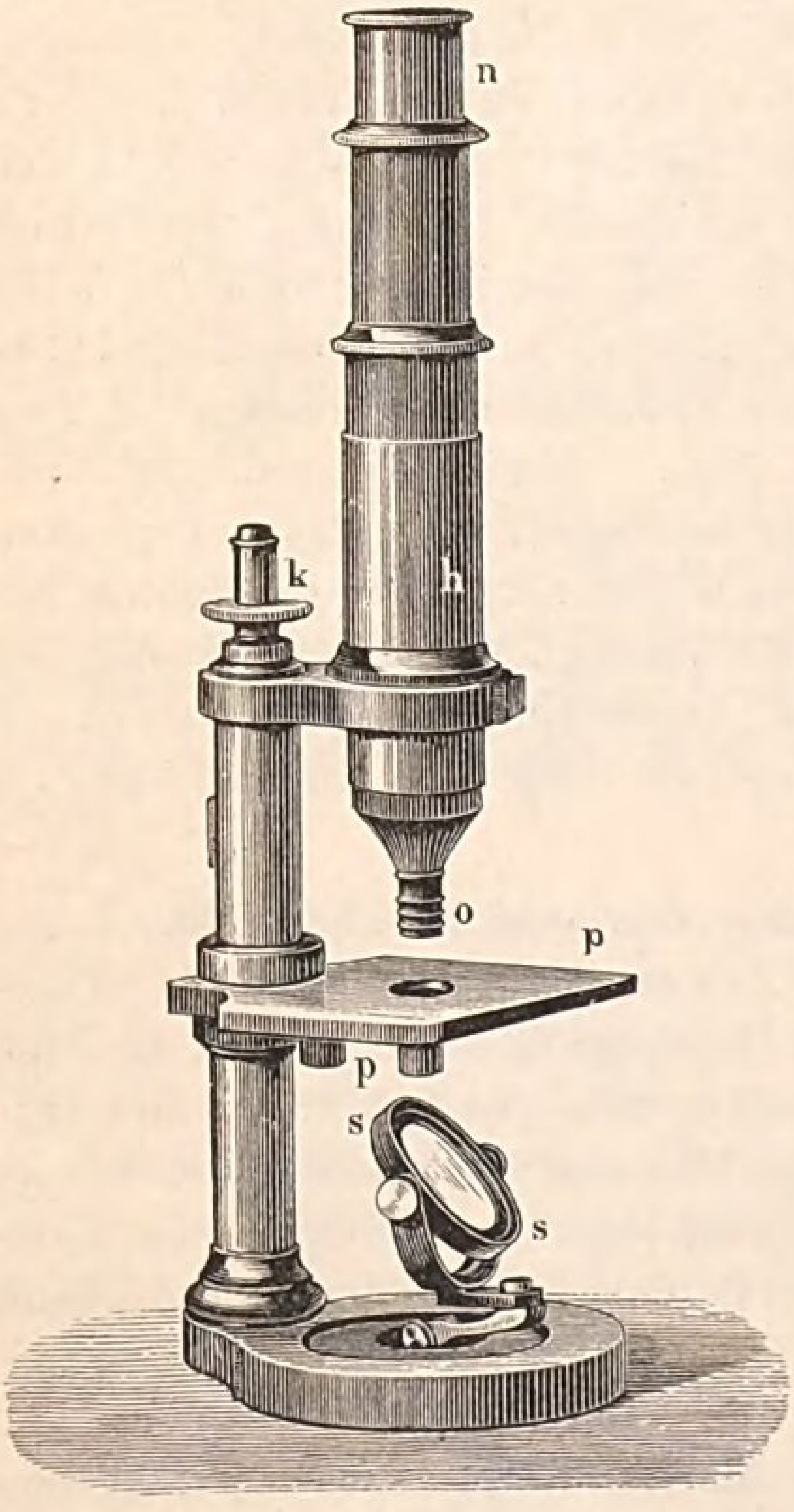
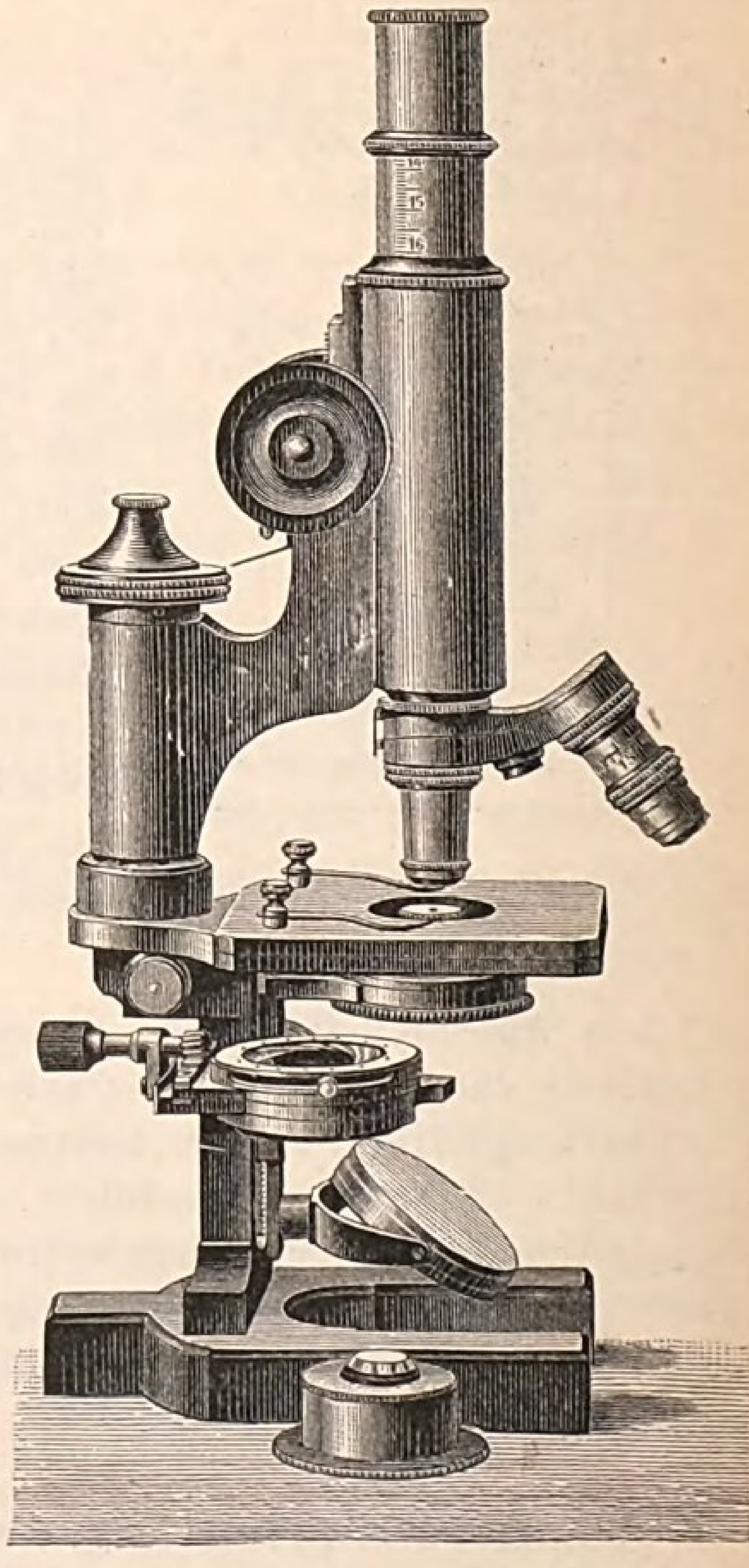


Fig. 535.

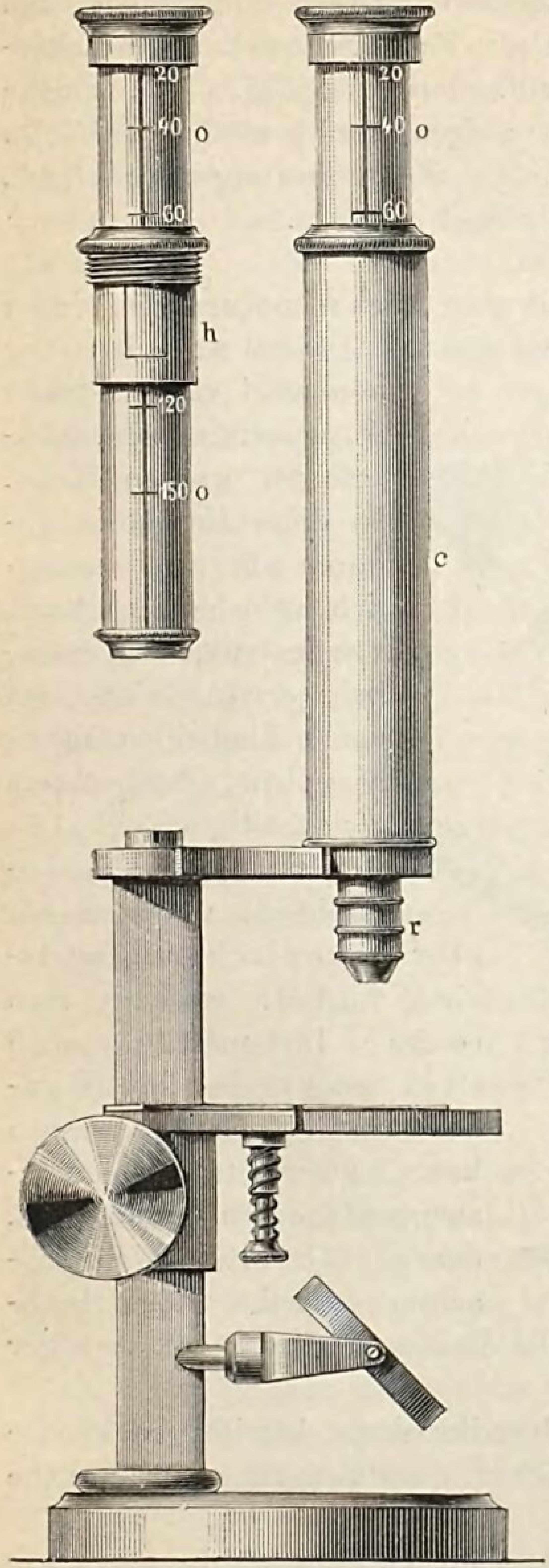


liegende Object fallen zu lassen und um ferner nach Belieben den Querschnitt des Lichtbündels abändern zu können, werden an der unteren Seite von *p* kleine Drehscheiben angebracht, welche verschieden grosse und verschieden gelegene Oeffnungen haben.

Die grösseren Mikroskope mit starken Vergrösserungen enthalten, wie die Fig. 535 zeigt, welche ein Zeiss'sches Stativ (IVa) darstellt, zwischen Spiegel *s* und Objecttisch einen vollständigen Beleuchtungsapparat (Condensor) nach Abbe (s. Fig. 508), welcher nach Art eines umgekehrten Mikroskopobjectivs gebaut ist und aus dem Beleuchtungs-

system dicht unter dem Tischchen, Blendenapparat (in Fig. 535 vorgeklappt) und Doppelspiegel besteht. Zwischen Condensor und untere

Fig. 536. Fig. 537.



Fläche des Deckgläschens wird eine stark brechende Flüssigkeit (Cassiaöl, $n = 1{,}6$) gebracht, so dass bei einer Apertur des Condensors von 1,4 die optische Axe im Object selbst unter etwa 72^0 getroffen wird (Näheres siehe §. 270).

Die neueren grossen Stative (Fig. 535) besitzen eine doppelte, eine sogenannte grobe und feine Einstellung.

Ausser den Mikroskopen mit constanter Tubuslänge hat man, wenigstens für schwächere Vergrösserungen, auch solche mit variabler Tubuslänge construirt, bei denen die Vergrösserung innerhalb gewisser Grenzen ohne Auswechseln des Oculars variirt werden kann. Solche Mikroskope werden „pankratische" genannt.

Wie der Strahlengang im Mikroskop (vergl. Fig. 526) lehrt, entwirft das Objectiv vom Object ein um so grösseres und dabei weiter vom Objectiv entferntes Bild, je kleiner die Objectdistanz genommen wird. Dabei genügt eine sehr kleine Verschiebung des Objectes, um eine sehr schnelle Grössenänderung des Bildes zu erzielen. Richtet man also das Rohr des Mikroskops (Fig. 536) so ein, dass das Ocular dem Objectiv nach Belieben genähert oder von demselben entfernt werden kann, so kann man das Luftbild jedesmal in die richtige Lage zum Ocular bringen und somit dasselbe stets deutlich sehen. Bei starken Systemen, die gut nur für ein einziges Punktepaar zu corrigiren sind, verbietet sich das pankratische Verfahren, soll nicht die Güte des Bildes sich mit der Veränderung des Object- und Bildortes verschlechtern.

In die Classe der pankratischen Mikroskope gehören auch die Dissectionsmikroskope, bei denen vermittelst eines terrestrischen

Oculars (s. §. 333) vom Object ein aufrechtes Bild dem Auge dargeboten wird und bei denen ausserdem die Objectdistanz grösser ist als beim gewöhnlichen Mikroskop. In Fig. 537 (a. v. S) ist ein mit terrestrischem Ocular versehenes Dissectionsmikroskop von Plössl abgebildet. Bei ihm besteht das Objectiv (*r*) aus drei über einander geschraubten achromatischen Linsen; die Zahlen auf der Ocularröhre (Fig. 536), welche mit der Hülse *h* auf das Mikroskoprohr aufgeschraubt wird und sich in der Hülse *h* verschiebt, geben an, welche Vergrösserung man erhält, wenn man die Ocularröhre bis zu dieser Zahl auszieht.

320 **Binoculare Mikroskope** nennt man solche Instrumente, deren Construction darauf berechnet ist, dass dasselbe Object gleichzeitig von zwei verschiedenen Augen mikroskopisch betrachtet werden kann. In diese Kategorie gehören nun zwei wesentlich verschiedene Arten von Instrumenten, nämlich: erstens solche, bei denen die beiden Augen desselben Beobachters gleichzeitig dasselbe Object mikroskopisch betrachten, wodurch ein stereoskopischer Effect erzielt wird [1]), weshalb man solche Instrumente auch stereoskopische Binocularmikroskope nennen kann, und zweitens solche Instrumente, deren Zweck es ist, dass gleichzeitig zwei Beobachter dasselbe Object beobachten können, was für mikroskopische Demonstrationen oft von der grössten Wichtigkeit ist.

Fig. 538.

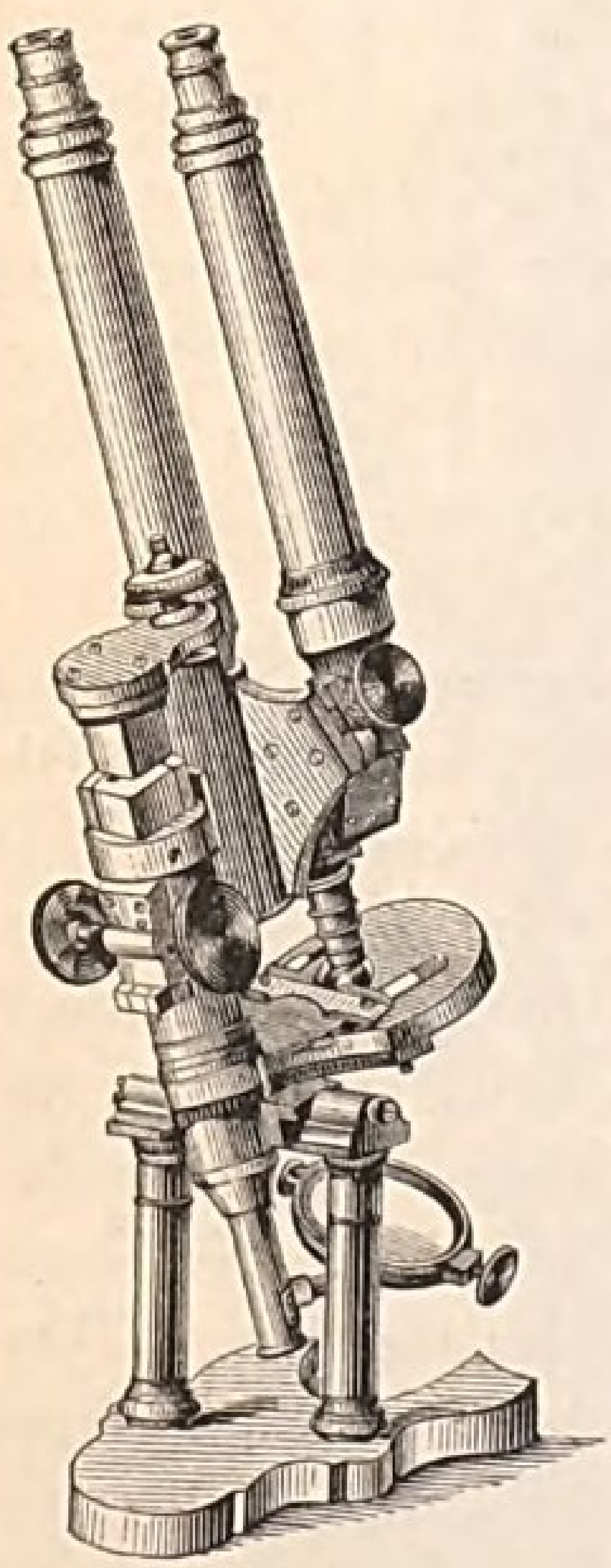


Fig. 539.

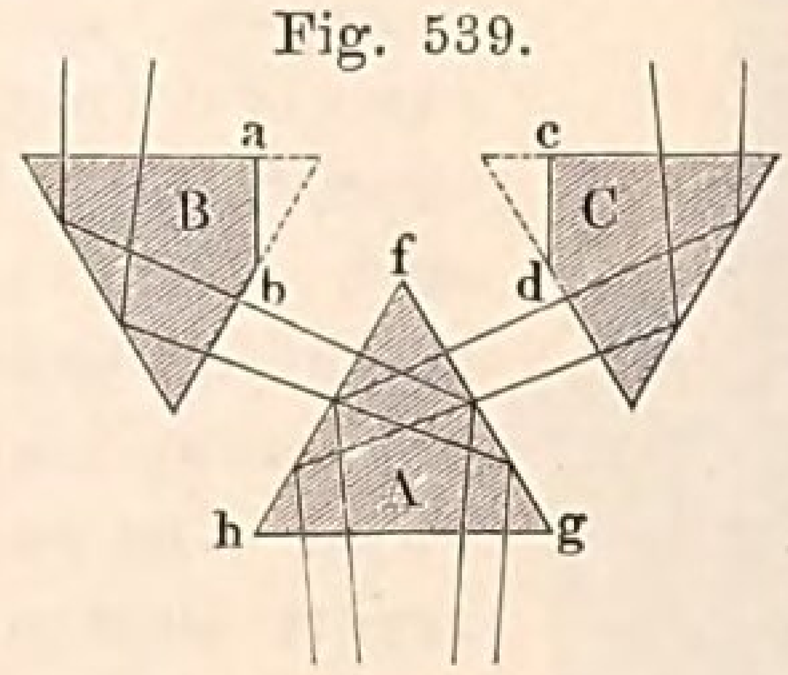
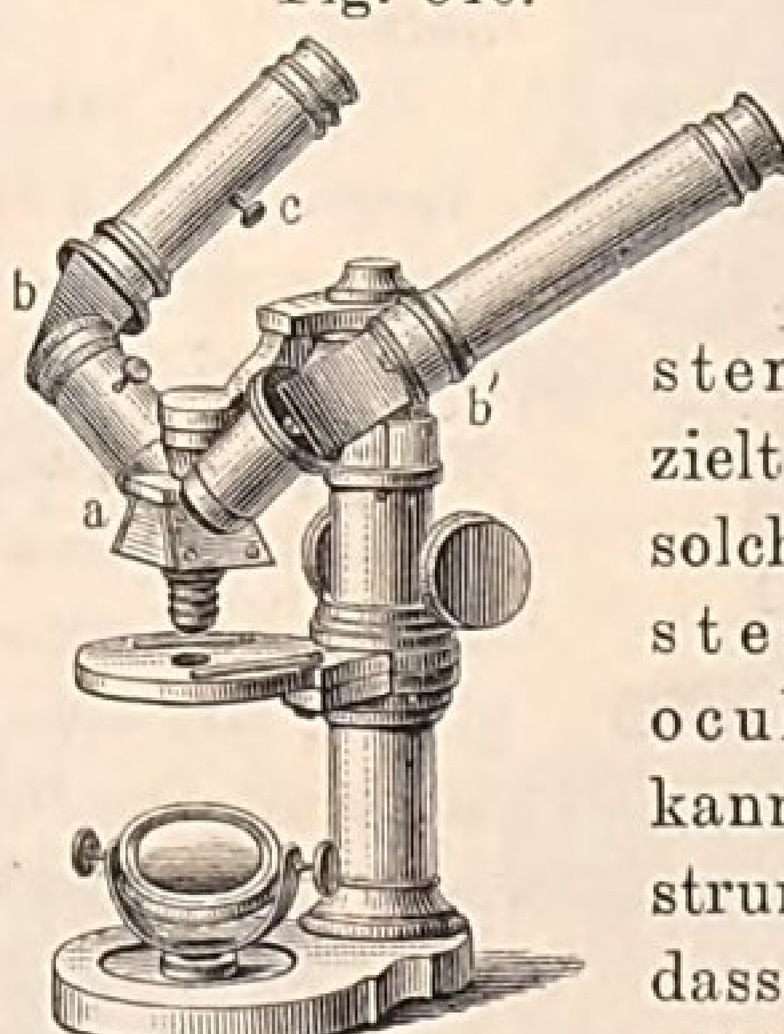


Fig. 540.



Was die stereoskopischen Binocularmikroskope betrifft, so könnte man den Zweck zunächst dadurch erreichen, dass man zwei gewöhnliche

[1]) Der hier erzielte stereoskopische Effect beruht nicht, wie beim gewöhnlichen Sehen mit beiden Augen, darauf, dass der fixirte Gegenstand von jedem Auge etwas anders gesehen wird; beim Binocularmikroskop erscheint das Object beiden Augen ganz gleich. Nur in Folge der Unmöglichkeit durch beide Rohre gleichzeitig eine gleich deutliche Abbildung herzustellen, tritt ein stereoskopischer Effect ein. (Näheres siehe H. Helmholtz, Physiologische Optik". I. Aufl., S. 682. Leipzig 1867.)

Mikroskope in der Weise combinirt, dass die beiden Röhren, in deren Oculare die beiden Augen des Beobachters hineinschauen, gegen dasselbe Object gerichtet sind; dies ist jedoch nur ausführbar, so lange man Objective von grosser Brennweite, also sehr schwache Vergrösserungen anwendet. Gewöhnlich ist die Einrichtung derartig, dass man ein gemeinschaftliches Objectiv für beide Röhren anwendet, und dass man die vom Objecte kommenden Strahlen erst nach ihrem Durchgange durch das Objectiv in zwei Bündel theilt, von denen das eine dem rechten, das andere dem linken Auge zugeführt wird. Riddel in Amerika, Nachet in Frankreich und Wenham in England haben diesen Zweck auf verschiedene Weise erreicht.

Fig. 538 ist eine äussere Ansicht von Nachet's „stereoskopischem", binocularem Mikroskop, in welcher man leicht das gemeinschaftliche Objectiv und die beiden einander parallelen Ocularröhren erkennt. Wie die Trennung der Strahlenbündel bewirkt wird, von welchen das eine in das rechte, das andere in das linke Auge gelangt, ist aus Fig. 539 zu ersehen. Die aus dem Objectiv austretenden Strahlen treten in das gleichseitige Glasprisma *A* ein, um zur Hälfte an der Fläche *fg*, zur anderen Hälfte an der Fläche *fh* eine totale Reflexion zu erfahren. Die an der Fläche *fg* gespiegelten Strahlen treten nahezu rechtwinklig zur Fläche *fh*, und die von *fh* gespiegelten treten ebenso an der Fläche *fg* aus. Die durch die Fläche *fg* austretenden Strahlen erfahren im Prisma *C* eine abermalige totale Reflexion, um dann nahezu in verticaler Richtung in das eine Ocularrohr einzutreten, während das aus der Fläche *fh* austretende Strahlenbündel in gleicher Weise dem anderen Ocularrohr zugeführt wird.

Da der Abstand der beiden Augen für verschiedene Individuen nicht derselbe ist, so ist die Einrichtung getroffen, dass man innerhalb gewisser Grenzen die Ocularröhren einander nähern oder sie von einander entfernen kann.

Es würde zu weit führen, wollten wir alle die verschiedenen Einrichtungen beschreiben, welche getroffen worden sind, um den stereoskopischen Effect beim mikroskopischen Sehen hervorzubringen.

Nur auf das für verschiedene Beobachter construirte binoculare Mikroskop (Fig. 540) sei noch verwiesen; bei ihm befindet sich innerhalb *a* ein Prisma, welches die vom Objectiv kommenden Strahlen theilt in zwei, drei oder mehr Strahlenbüschel, die dann mittelst Totalreflexion gesonderten Röhren *b* und *b'* zugeführt werden.

Zeichenapparat (camera lucida). Trotz der grossen Fort- 321
schritte, welche die Mikrophotographie gemacht hat, wird die mikroskopische Zeichnung der Photographie gegenüber stets ihren Werth behaupten. Um die im Mikroskop gesehenen Gegenstände nachzeichnen zu können, bedient man sich der sog. Zeichenapparate (camera lucida), welche dem beobachtenden Auge ausser dem Mikroskopbilde

gleichzeitig auch die zeichnende Hand und die Zeichenfläche sichtbar macht.

In ihrer einfachsten Form besteht die camera lucida nach Sömmering's Angabe aus einem kleinen Metallspiegel *s* (Fig. 541), welcher kleiner als die Fläche der Augenpupille ist. Der Ring *a* wird um das Ocularrohr des Mikroskops gelegt und das Spiegelchen *s* so gerichtet, dass die von unten auf den Spiegel fallenden und in horizontaler

Fig. 541.

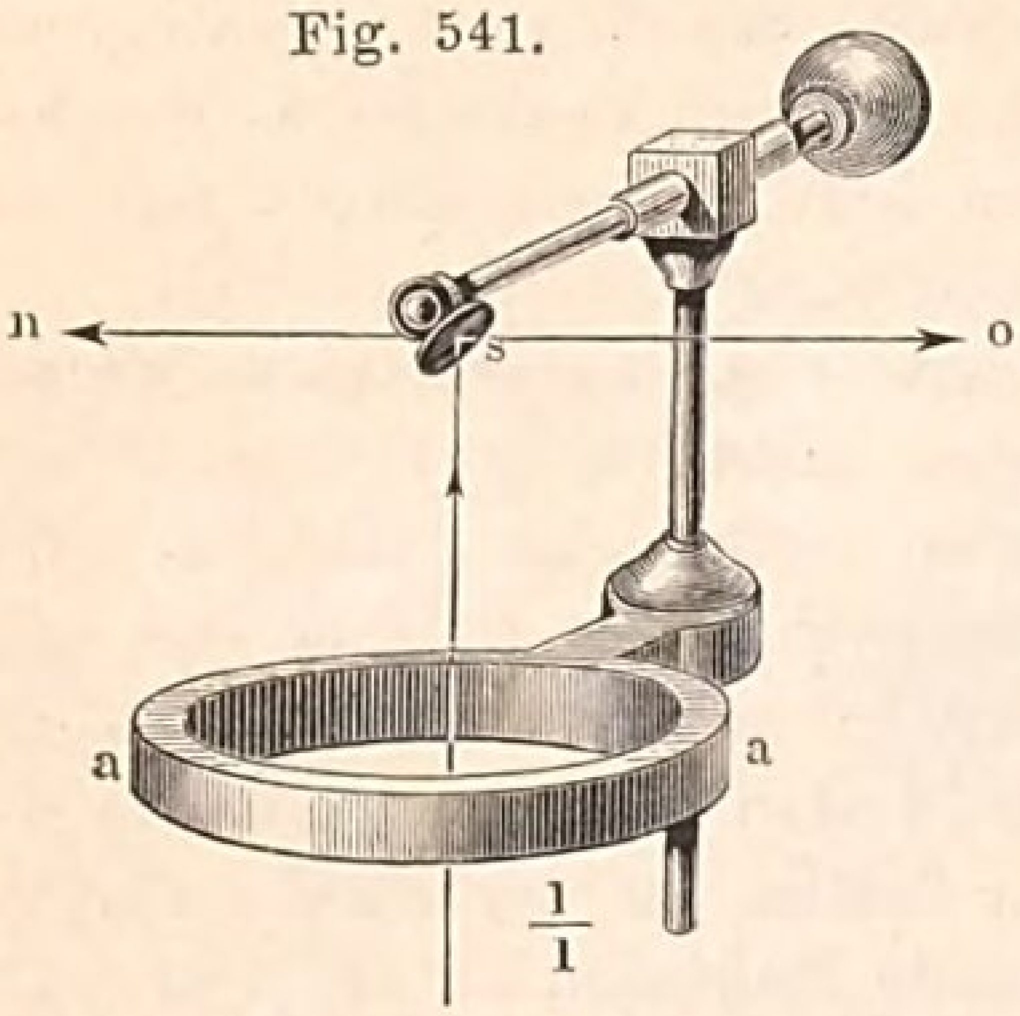
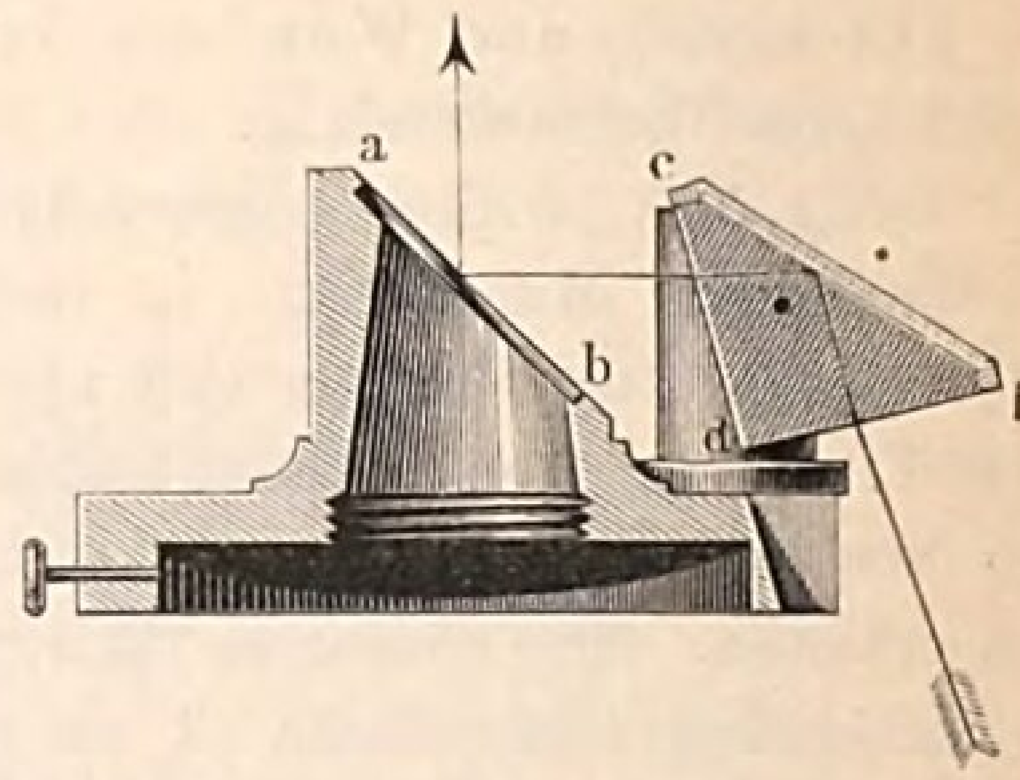


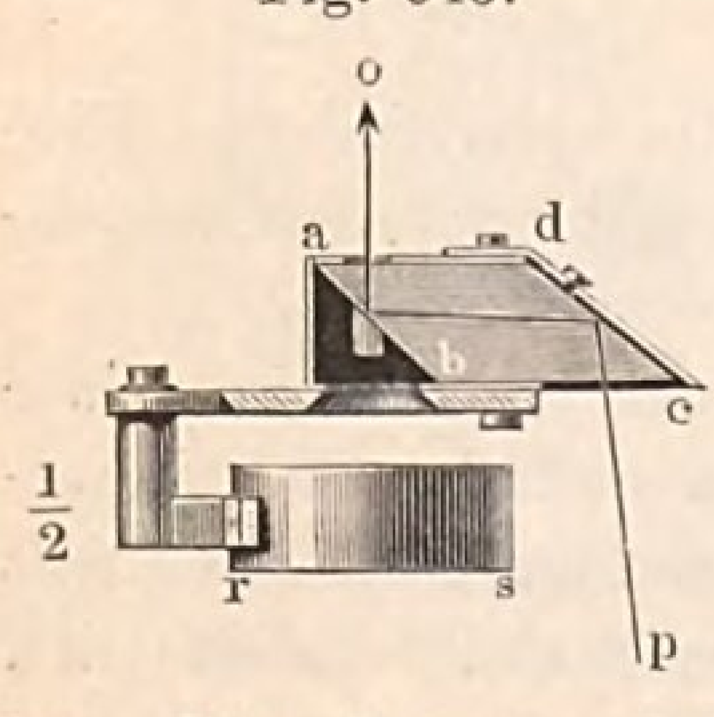
Fig. 542.



Richtung von demselben reflectirten Strahlen auf das Auge bei *o* fallen, welches also das Bild des unter dem Objectiv des Mikroskops liegenden Gegenstandes in der Richtung *on* erblickt. Wird nun rechtwinklig zu *on* ein Papierblatt aufgestellt, so erscheint das Bild des unter dem Objectiv liegenden Gegenstandes auf dieses Papierblatt projicirt, während gleichzeitig die neben dem Spiegel vorbei in das Auge fallenden Strahlen das Papier selbst nebst der Bleistiftspitze sehen lassen.

Fig. 542 stellt Nobert's camera lucida dar. Sie wird so auf das Ocular des Mikroskops aufgeschraubt oder aufgesetzt, dass die Mitte des oben unter einem Winkel von 45° abgeschnittenen und mit einer dünnen geschliffenen Glasplatte *ab* bedeckten Rohres gerade über die Mitte des Oculars zu stehen kommt.

Fig. 543.



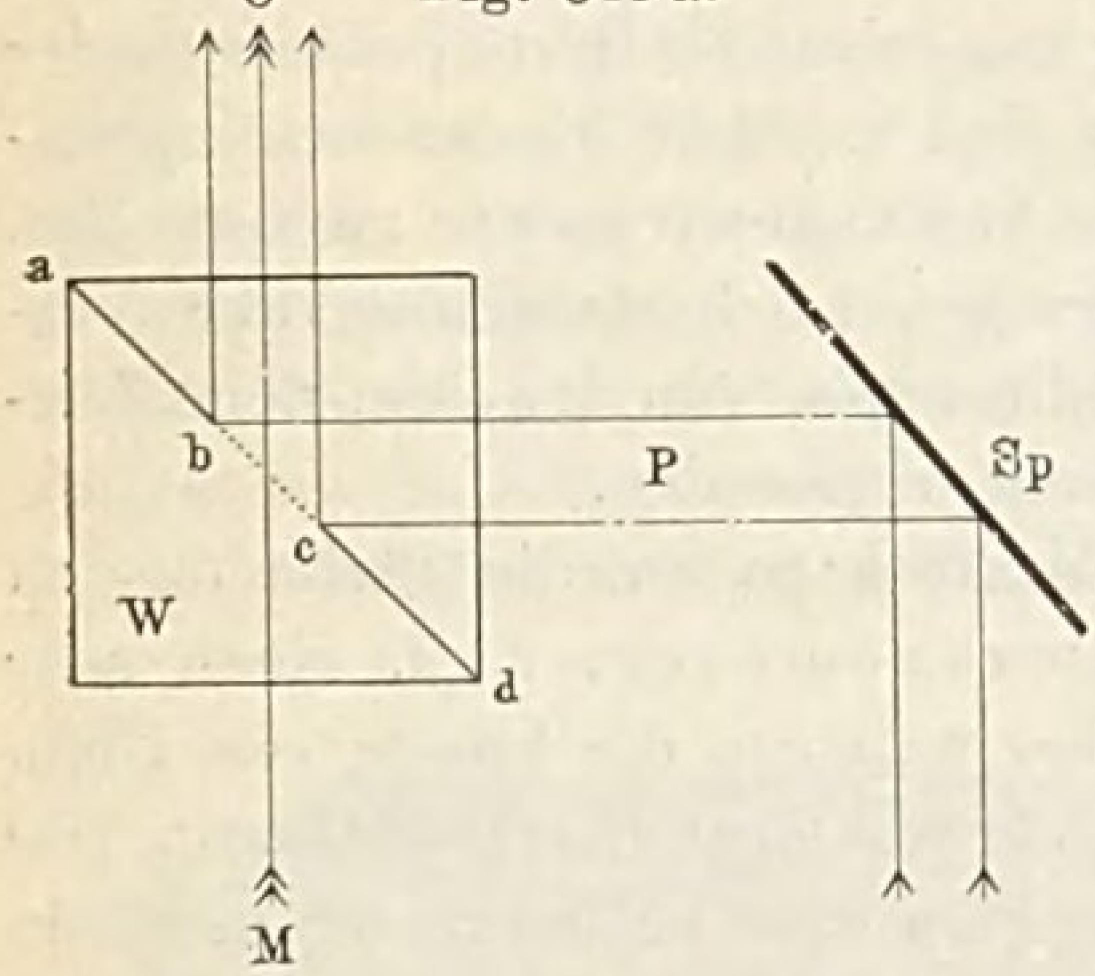
Der Glasplatte *ab* gegenüber ist ein rechtwinkliges Glasprisma *cdf* angebracht, welches durch einen kleinen Messingpfeiler getragen wird und um eine horizontale (in unserer Figur durch einen Punkt angedeutete) Axe drehbar ist. Dies Prisma wird nun so gestellt, dass die Lichtstrahlen von dem neben das Mikroskop gelegten Papiere auf dem durch den gebrochenen Pfeil angedeuteten Wege ins Auge gelangen.

Für den gleichen Zweck hat Nachet in Paris die in Fig 543 abgebildete camera lucida construirt. Auf die Mitte der Fläche *ab* des Glasparallelepipeds *abcd* ist ein kleines Glascylinderchen angekittet, durch welches hindurch ein in *o* befindliches Auge das Bild der unter das Mikroskop gelegten Gegenstände sieht, wenn der Ring *rs* die Ocular-

röhr desselben umfasst. Gleichzeitig sieht das Auge aber auch ein Blatt Papier, welches neben dem Mikroskop auf den Tisch gelegt ist, indem die von *p* herkommenden Strahlen, nachdem sie eine erste totale Reflexion an der Fläche *cd*, eine zweite an der Fläche *ab* erlitten haben, in gleicher Richtung in das Auge gelangen.

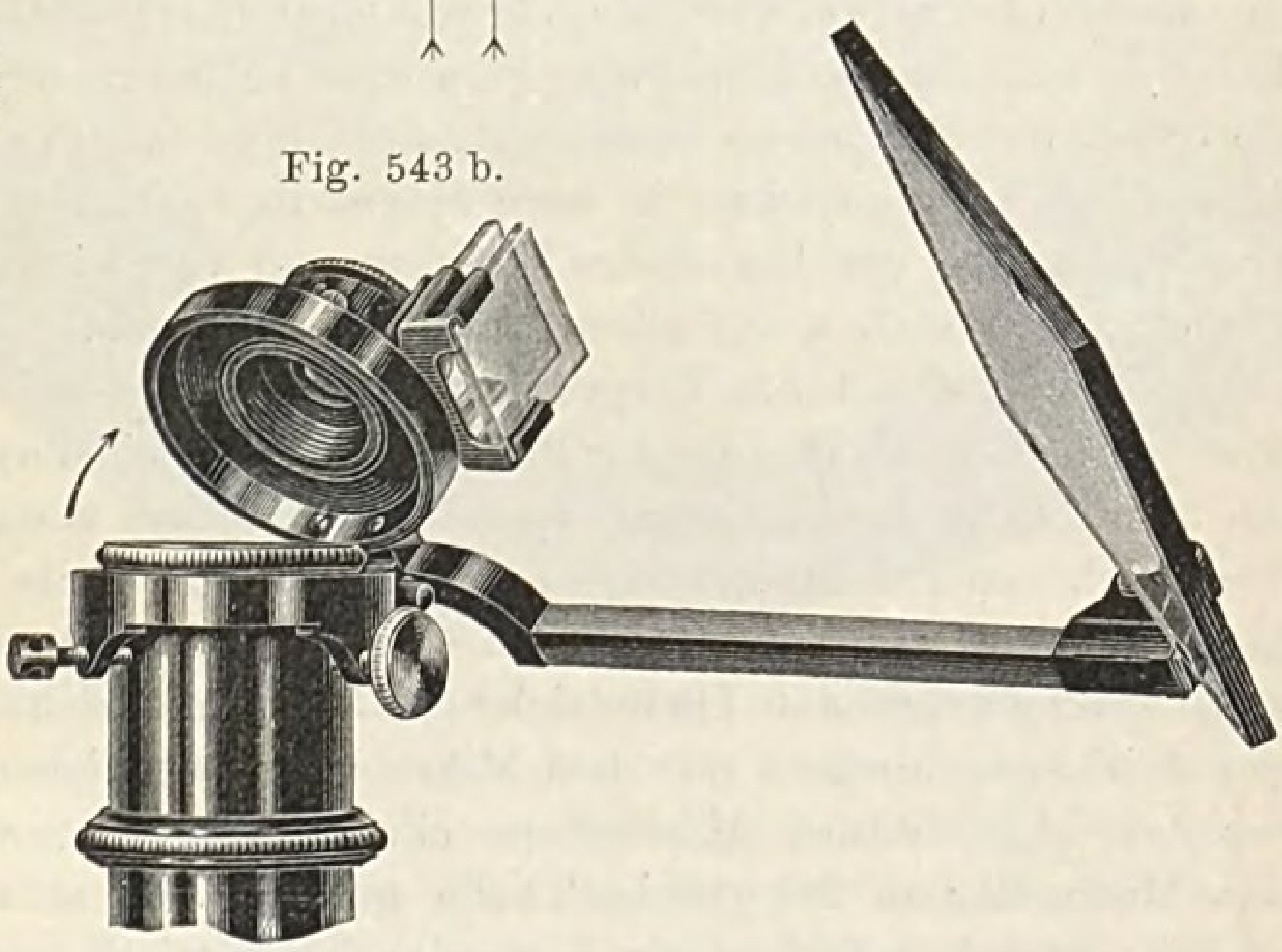
A. Terquem endlich hat die camera lucida durch eine schwach versilberte und dann gefirnisste Glasplatte ersetzt, welche gut reflectirt und doch noch genügend durchsichtig ist. Einfache Spiegelglasplatten (ohne Amalgam) wurden schon früher zu demselben Zwecke in Anwendung gebracht.

Fig. 543 a.



Eine sehr einfache und praktische Vorrichtung hat E. Abbe construirt; dieselbe besteht aus zwei kleinen rechtwinkligen Glasprismen, die sich zu einem Würfel *W* ergänzen (Fig. 543 a). Ist die Hypotenusenfläche des oberen Prismas bis auf die Kreisfläche *bc* ver-

Fig. 543 b.



silbert und mittelst Canadabalsams auf die Hypotenusenfläche des unteren Prismas aufgekittet, so sieht ein bei *O* befindliches Auge durch Reflexion an den Stellen *ab* und *cd* die in Richtung *P* gelegenen und direct durch die Mitte *bc* des Würfels hindurch die längs *OM* liegenden Objecte. Ist die Fläche *bc* kleiner als die Augenpupille und wird der Würfel auf das Ocular eines Mikroskops so gelegt, dass die Fläche *bc* mit dem Ocularkreise concentrisch ist, so sieht das beobachtende Auge gleichzeitig das mikroskopische Bild und die Zeichenfläche. Der Bequemlichkeit wegen ist bei *P* noch ein Spiegel *Sp* vorhanden, welcher ermöglicht, dass die Zeichenfläche neben das Mikroskop zu liegen kommt.

Fig. 543 b zeigt die neueste Zeiss'sche Construction des Abbe'-

schen Zeichenapparates; bei ihm ist das Gehäuse mit Würfel sammt daran befestigtem Spiegel umlegbar. Ferner lassen sich zwischen Spiegel und Würfel zwei Rauchgläser einschalten, um erforderlichenfalls die von der Zeichenfläche ausgehenden Strahlen zu schwächen.

322 **Messung der Vergrösserung des Mikroskops.** Die Vergrösserung des Mikroskops ist gegeben, sobald die Brennweite desselben bekannt ist; diese wiederum lässt sich berechnen, wenn die Brennweiten der beiden Bestandtheile, Objectiv und Ocular, und das optische Intervall oder der Abstand der einander zugewandten Brennpunkte beider Glieder experimentell bestimmt worden sind[1]). Auf die exacte Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems kommen wir später zu sprechen.

Handelt es sich um eine weniger genaue Feststellung der Vergrösserung, so kann man mit Vortheil die schon von Hooke, dem Zeitgenossen Newton's, angewandte Methode verwenden.

Man legt unter das Objectiv des Mikroskops an die Stelle des zu betrachtenden Gegenstandes ein Glasmikrometer, d. h. einen sehr feinen, auf Glas getheilten Maassstab, bei welchem die Länge von 1 mm in 20, und wenn es sich um stärkere Vergrösserungen handelt, in 100 gleiche Theile getheilt ist; während man nun dieses Mikrometer mit dem einen Auge durch das Mikroskop betrachtet, sieht man mit dem anderen unbewaffneten Auge gleichzeitig nach einem in deutlicher Sehweite befindlichen Maassstabe von bekannter Theilung und vergleicht, wie viel Theilstriche des Maassstabes auf einen Theil des Mikrometers kommen. Das Verhältniss giebt direct die Vergrösserung an.

Genauer wird diese Methode unter Benutzung eines Zeichenapparates. Bringt man über das Mikroskopocular irgend einen der im vorigen Paragraphen beschriebenen Zeichenapparate und ferner in die Weite des deutlichen Sehens (250 mm) ein Blatt Papier, so kann man auf demselben die durch das Mikroskop gesehenen Theilstriche der Scala nachziehen und die so erhaltene Zeichnung alsdann mit dem Mikrometer vergleichen. Es sei z. B. unter das Objectiv des Mikroskops ein Mikrometer gelegt, auf welchem ein Millimeter in 20 gleiche Theile getheilt ist, so also, dass der Abstand je zweier auf einander folgenden Theilstriche $^1/_{20}$ mm beträgt; von einem Theile dieses Mikrometers habe man alsdann mit Hülfe des auf das Mikroskop gesetzten Zeichenapparates eine Zeichnung erhalten, bei welcher der Abstand je zweier auf einander folgenden Theilstriche 4 mm beträgt, so erscheint die Länge von $^1/_{20}$ mm durch das Mikroskop gesehen zu 4 mm vergrössert; die Vergrösserung ist also $4 : {}^1/_{20}$, d. h. eine 80fache.

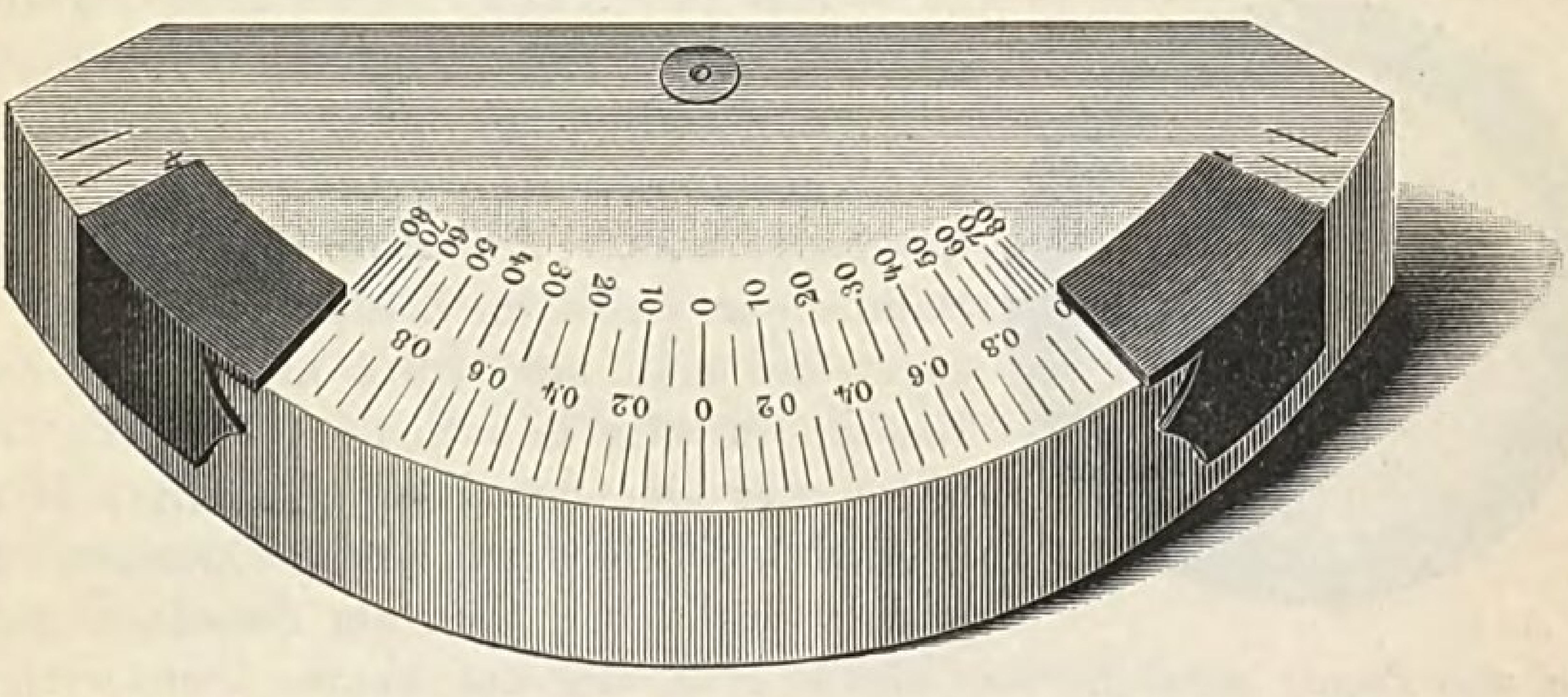
323 **Grösse des Oeffnungswinkels und der Apertur.** Kennt man die Brennweite des Objectivs und bestimmt mikrometrisch mittelst

[1]) Näheres siehe in Zimmermann, „Das Mikroskop etc.", S. 144 u. ff.

eines Hülfsmikroskops, welches an Stelle des Oculars in die Mikroskopröhre eingeschoben wird, die Grösse des Kreises, welcher bei vollem Beleuchtungskegel als helle Kreisscheibe nahe über dem Objectiv liegt, so folgt gemäss Gleichung 5 im §. 256, dass die Apertur gleich ist dem Quotienten, gebildet aus dem Durchmesser jener Kreisscheibe und der Brennweite.

Statt dieser Methode wird man aber auch hier einer directen, experimentellen Bestimmung den Vorzug geben. Wir wollen von den in Betracht kommenden Methoden nur die Abbe'sche beschreiben, welche zwar eines besonderen Apparates, des Apertometers, bedarf, dafür aber auch in kurzer Zeit genaue Resultate liefert. Das in Fig. 544 abgebildete Apertometer besteht im Wesentlichen aus einer überhalbkreisförmigen dicken Glasplatte, die an der geraden Kante unter einem Winkel von 45^0 abgeschrägt ist. Der Mittelpunkt des Kreises ist durch ein in Silber ausgekratztes kleines Loch markirt, welches genau über der abgeschrägten Fläche gelegen ist. Man legt diese Platte nun

Fig. 544.



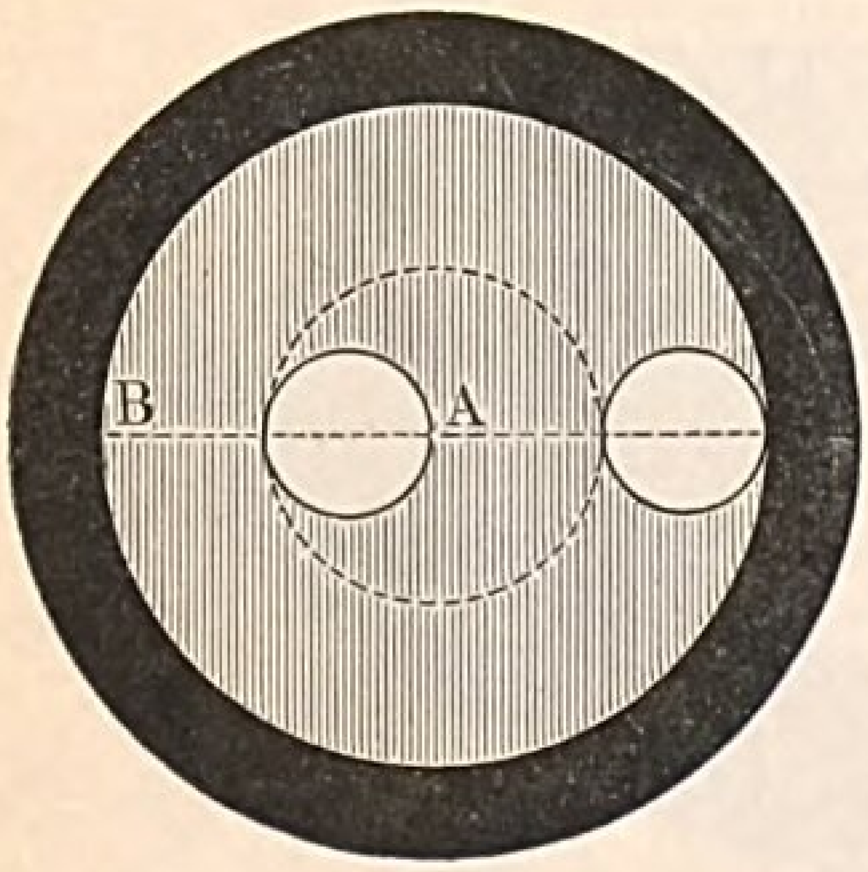
so auf den Tisch des Mikroskops, dass das centrale Loch gerade in die Axe des Mikroskops zu liegen kommt. Dazu stellt man das letztere auf das Loch mit einem beliebigen Ocular grob ein, natürlich bei der Tubuslänge, mit welcher man das Objectiv gewöhnlich gebraucht und mit eventueller Zwischenschaltung der zum Objectiv gehörigen Immersionsflüssigkeit, wenn das Objectiv ein Immersionssystem ist. Entfernt man jetzt das Ocular und blickt in den Tubus hinein, so sieht man alle vor der Cylinderwand der Apertometerplatte befindlichen Objecte in Folge der Totalreflexion an der geneigten, ebenen Fläche, also auch die an der Cylinderwand entlang gleitenden undurchsichtigen Zeiger, die man nun so lange verschiebt, bis ihre Spitzen das Gesichtsfeld gerade berühren. Die Verbindungslinien der Spitzen mit dem Mittelpunkte der kleinen Silberkreisfläche begrenzten also offenbar den in Glas gemessenen Oeffnungswinkel des untersuchten Objectivs. Eine Umrechnung der so gemessenen Winkel mit Hülfe des Glasindex ergiebt die auf Luft bezogenen Oeffnungswinkel. Diese Umrechnung ist aber schon bei der

Construction des Apertometers ausgeführt; dasselbe ist mit zwei Scalen längs der Kreisperipherie versehen, auf denen die Stellung der Zeiger direct abzulesen ist. Die innere Scala giebt die den verschiedenen Stellungen der Zeigerspitzen entsprechenden, auf Luft umgerechneten halben Oeffnungswinkel an, die äussere Scala liefert direct die Grösse der numerischen Apertur.

Bei starken Objectiven, wo das Bild der Zeiger zu klein ist, als dass es genau mit blossem Auge erkannt würde, bedient man sich zur genauen Zeigereinstellung eines Hülfsmikroskops[1]).

324 **Prüfung der Leistungen eines Mikroskops.** Das Definitionsvermögen des Mikroskops hängt von der Güte der Strahlenvereinigung ab, und zwar hauptsächlich von der Correction des Objectivs (vergl. §. 317). Zur Prüfung der dioptrischen Leistung bedient man sich der Abbe'schen Testplatte, welche sechs kreisrunde Deckgläschen von verschiedener Dicke trägt, die auf der unteren Seite mit einer Silberschicht überzogen sind, in welche eine Anzahl feiner Linien geritzt ist. Auf die zackigen Conturen dieser Linien wird eingestellt, und zwar bei Benutzung einer geeigneten Abblendung des Beleuchtungsapparates. Ist AB (Fig. 545) der Radius der weitesten Blendungsöffnung, so construirt man mit $AB/4$ als Radius zwei Kreise (in Fig. 545 nicht schraffirt), von denen der eine den Rand des mit AB als Radius beschriebenen Kreises tangirt, der andere durch das Centrum desselben geht.

Fig. 545.



Die aus Pappe geschnittene Blende AB, mit den beiden kreisförmigen Oeffnungen in den Blendungsträger gebracht, liefert zwei getrennte Strahlenbüschel, die Strahlen jeder möglichen Neigung enthalten, und deren Hauptstrahlen dabei mit einander den grösstmöglichen Winkel bilden. Den beiden Strahlenbüscheln entsprechend beobachtet man im Allgemeinen auch zwei getrennte Bilder der Objecte der Testplatte, die sich beim Wechsel der Einstellung gegen einander verschieben. Nur wenn das Objectiv vollkommen ist, muss bei einer bestimmten Einstellung ein einziges und scharfes Bild der Streifenränder auftreten, welches auch frei von Farbensäumen ist. Letzteres ist bei den Apochromaten der Fall, während bei den gewöhnlichen Achromaten das vorhandene secundäre Spectrum Farben erzeugt.

Natürlich können statt der Testplatte auch mikroskopische Präparate mit scharfen Conturen als Probeobjecte benutzt werden.

Eine bei genügender Vergrösserungskraft und Güte der dioptrischen

[1]) Näheres siehe in Czapski, a. a. O., S. 283.

Leistung der Apertur proportionale Fähigkeit ist das Auflösungs- und Abbildungsvermögen des Mikroskops. Um dasselbe direct zu prüfen, bedient man sich natürlicher und künstlicher Testobjecte.

Unter den verschiedenen, zu diesem Zwecke vorgeschlagenen natürlichen Probeobjecten sind die Schuppen von den Flügeln des Weibchens von Hipparchia Janira (ein unter den deutschen Namen „gelbes Sandauge“ oder „Riedgrasfalter“ bekannter, ziemlich häufiger Tagesschmetterling) vorzugsweise zu empfehlen. Ein gutes Mikroskop soll bereits bei einer 44maligen Vergrösserung deutlich Längsstreifen auf denselben zeigen; bei 300maliger Vergrösserung müssen aber zwischen den Längsstreifen sehr nahe an einander liegende Querstreifen erscheinen.

Weit feinere Probeobjecte sind verschiedene Arten von Diatomeen, namentlich Navicula und Pleurosigma. Nur mit sehr guten Instrumenten kann man auf ihnen verschiedenartige Streifungen erkennen. Näheres darüber ist in den Handbüchern der Mikroskopie (Harting, Dippel etc.) nachzusehen.

Als künstliche Probeobjecte verwendet man die sog. Nobert'schen Probeplatten, welche Gruppen von in Glas geritzten Parallellinien (Gittern) enthalten, bei denen der Streifenabstand von Gruppe zu Gruppe sich ändert. Ist der Abstand zweier Streifen von der ersten dieser Gruppen $^1/_{1000}$ Pariser Linie, so bei der letzten der 20 Liniengruppen nur $^1/_{20000}$ Pariser Linie.

Ueber den Einfluss der Beleuchtungsart auf die Auflösungskraft und das Abbildungsvermögen des Mikroskops haben wir im §. 270 Ausführliches gebracht. Selbstverständlich hat auch die Stärke der Beleuchtung einen gewissen Einfluss auf die Sichtbarkeit der Probeobjecte (hierüber vergleiche das bei der Fernrohrprüfung Gesagte).

II. Das Fernrohr.

Historisches[1]. Wie es bei allen grossen Erfindungen unmöglich 325
ist, einen Einzigen als den Erfinder zu bezeichnen, so haben die geschichtlichen Forschungen vergeblich gesucht, den Entdecker des Fernrohres und des Mikroskops ausfindig zu machen. Der Grund liegt eben in der Thatsache, dass die Erfindung des Fernrohres nicht das Eigenthum eines Einzigen ist, sondern dass das Fernrohr unter Mitwirkung Vieler aus einem zufälligen Anfang zu seiner heutigen vollkommenen Höhe entwickelt worden ist. So wird als erster Erfinder des Fernrohres von Einigen Zacharias Joannides (Jansen), von Anderen Joannes Lipperseim bezeichnet. Beide waren um die Mitte des 17. Jahrhunderts Brillenmacher in Middelburg in den Niederlanden. Ersterer soll als Kind zufällig beim Spielen mit Brillengläsern zwei derselben in einer Röhre, in welcher sein Vater die Gläser aufzuheben pflegte, so zusammengebracht haben, dass er dadurch den Hahn auf dem Kirchthurme seiner Vaterstadt

[1]) „Geschichte der Optik“ von E. Wilde, I. Theil, S. 138 bis 172.

vergrössert sah. Voller Verwunderung zeigte er es seinem Vater, der die Bedeutung des durch Zufall entdeckten Instrumentes richtig erkannte.

Wieder Andere aber verlegen die Erfindung des Fernrohrs in das Alterthum. Denn schon zu Alexander's des Grossen Zeiten erwähnt Diodorus Siculus, dass Hekatäus von einer Insel erzähle, auf der man den Mond so nahe sähe, dass man darauf Berge erkenne. Auch findet man in einer Chronik vom Jahre 1096 in der „historia scholastica" des Petrus Comestor ein Bild des Ptolemäus, der durch ein längeres, einem Fernrohre ähnliches Instrument, das vier Auszüge hatte, den Himmel betrachtet. Trotzdem ist es zweifelhaft, ob das Fernrohr vor dem 17. Jahrhundert bekannt war. Hierfür spricht auch Kepler's Ansicht. Kepler nennt als Erfinder einen Belgier und hält es für wahrscheinlich, dass die Erfindung des Fernrohres durch eine Zeichnung in Porta's Paralipomenis ad Vitellonem, p. 202 veranlasst sei. Dies Werk erschien 1604 und enthält eine Zeichnung, bei der eine Sammel- und eine Zerstreuungslinse auf gemeinschaftlicher Axe gezeichnet sind, freilich bloss, um die Wirkung beider Linsen nach einander zu demonstriren. Auch Galilei wird als der Erfinder des nach ihm benannten Fernrohres genannt. Jedoch sagt er selbst in der Vorrede zu seinem 1610 erschienenen Sidereus nuncius, dass er auf das Gerücht von der Existenz der Fernröhre bald mittelst der dioptrischen Gesetze herausgefunden hätte, wie ein solches Instrument beschaffen sein müsse. Er construirte hierauf Fernrohre mit vielfacher Vergrösserung. Später wurde an diesen Versicherungen Galilei's gezweifelt, weil derselbe jedenfalls vorher Kenntniss von der ungefähren Beschaffenheit des Fernrohres erlangt habe und nicht auf theoretischem Wege zum Ziele gelangt sei. Wie dem aber auch sei, jedenfalls erkannte er zuerst die Bedeutung des Fernrohres und theilte seine Erfindung, entgegen der damaligen Sitte, offen der Welt mit. Er zuerst durchmusterte den Himmel mit seinem Instrument, entdeckte die Jupitermonde, und machte eine Menge wichtiger anderer astronomischer Entdeckungen.

Kepler bestimmte die Wirkungen des Fernrohres mit zwei und drei Sammellinsen auf theoretischem Wege, ohne selbst das nach ihm benannte Fernrohr experimentell auszuführen. Dagegen scheint der Optiker Scheiner (1613) der Erste gewesen zu sein, der beide Arten Fernrohre praktisch ausgeführt hat, das Galilei'sche oder holländische mit einem zerstreuenden Ocular, und das Kepler'sche mit einem sammelnden Ocular. Das Fernrohr mit dem sog. terrestrischem Ocular scheint Rheita zum Erfinder zu haben.

326 **Zweck und Wirkungsweise des Fernrohres.** Wie schon der Name „Teleskop" andeutet, läuft die Wirkungsweise desselben auf die eines teleskopischen Systems hinaus, dessen Eigenschaften wir ausführlich im §. 74 erörtert haben. Ein solches System erzeugt von einem unendlich entfernten Objecte wieder ein im Unendlichen ge-

legenes Bild, aber unter einem Sehwinkel, der um so viel mal demjenigen des direct gesehenen Objectes übertrifft, als die Angularvergrösserung des teleskopischen Systems angiebt. Ein auf Unendlich accommodirtes Auge sieht also das Object mit Hülfe des Fernrohres lediglich vergrössert; entsprechend der Stärke der Vergrösserung kann das bewaffnete Auge Einzelheiten erkennen, die ohne Fernrohr wegen zu kleinen Sehwinkels nicht getrennt gesehen werden.

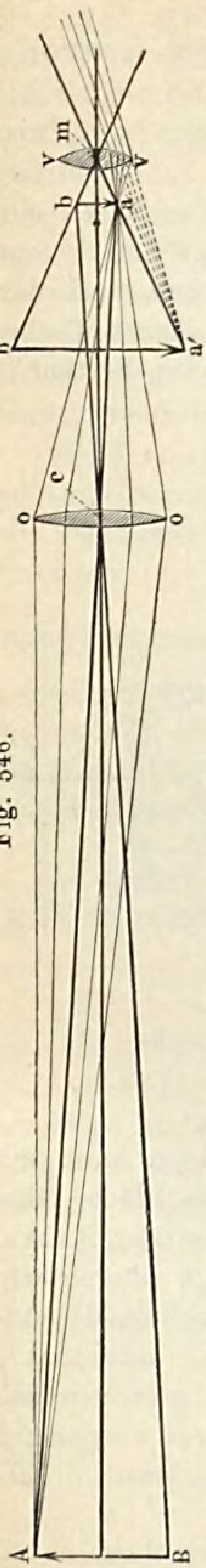


Fig. 546.

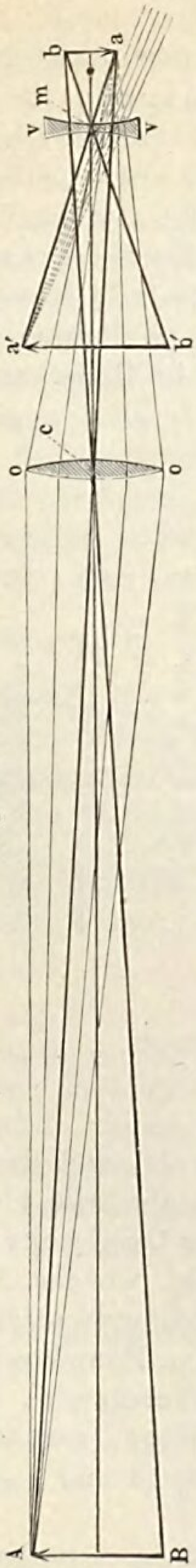


Fig. 547.

Wie das zusammengesetzte Mikroskop besteht auch das Fernrohr aus zwei getrennten Theilen, dem Objectiv *oo* (Fig. 546 und 547) und dem Ocular *vv*. Fällt dem Objectiv die Aufgabe zu, vom weit entfernten Object AB ein reelles Bild ab zu entwerfen (gleichviel ob es wirklich zu Stande kommen kann, wie in Fig. 546, oder nicht, wie in Fig. 547), so dient das Ocular wieder als Lupe, um den Sehwinkel des Objectivbildes zu vergrössern.

Je nachdem das Ocular positiv (wie in Fig. 546) oder negativ (wie in Fig. 547) ist, unterscheidet man zwei Arten von Fernrohren, von denen das erstere (astronomische) umgekehrte Bilder, das letztere (Galilei'sche, Opernglas etc.) aufrechte Bilder liefert.

Dies wird bestätigt durch die Formel für die teleskopische Angularvergrösserung A (vergl. §. 74), welche, da allgemein bei Linsen stets $F = -F'$ gilt, lautet:

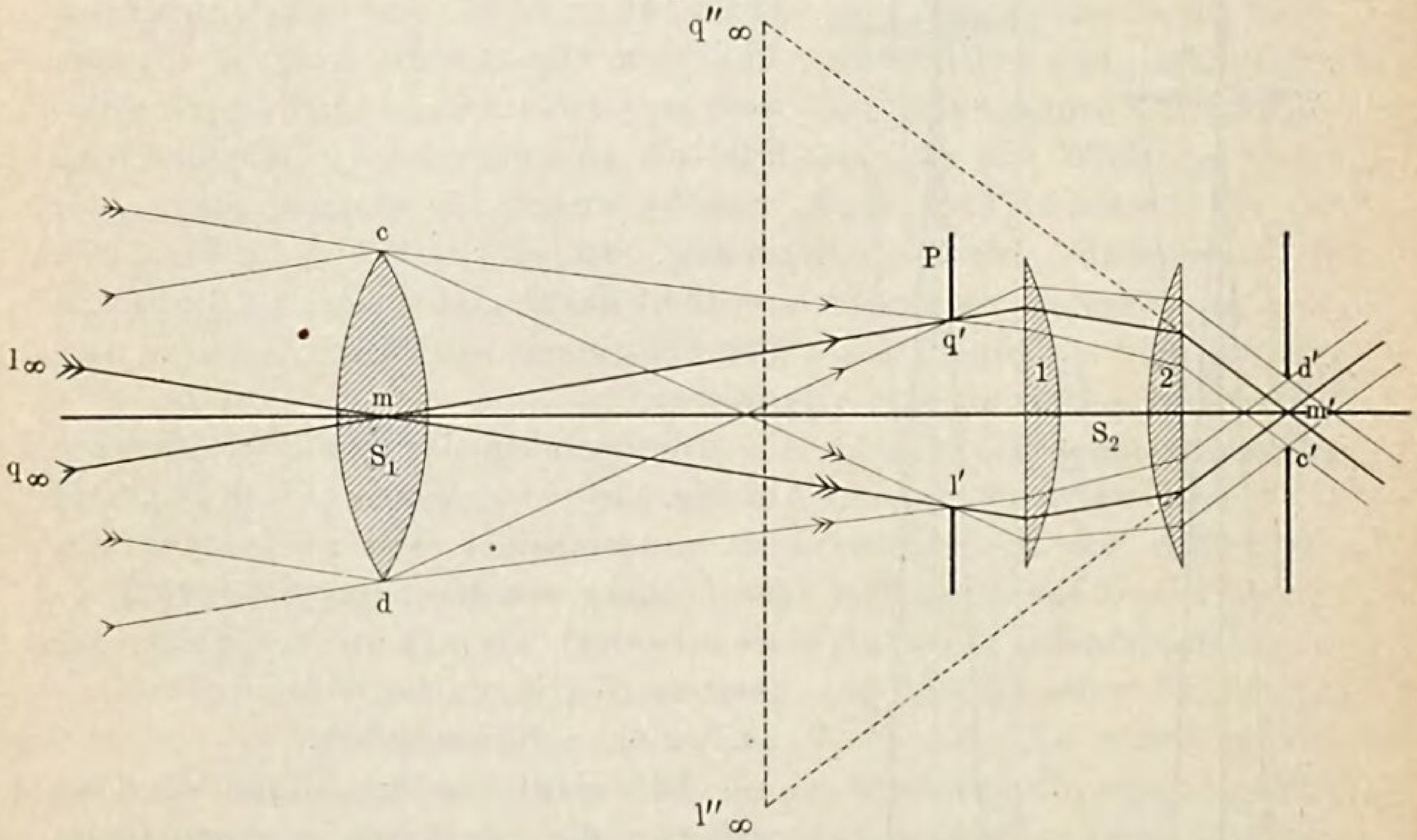
$$A = + \frac{F_1}{F_2'} = - \frac{F_1}{F_2},$$

wo F_1 und F_1' die Brennweiten des Objectivs und F_2 und F_2' diejenigen des Oculars bedeuten. Da nun die Brennweite F_1 des Objectivs immer positiv ist, insofern das Objectiv vom unendlich fernen Objecte ein reelles Bild entwerfen muss, so bleiben nur zwei Möglichkeiten übrig. Für F_2 positiv wird A negativ, also das Fernrohrbild ein umgekehrtes, für F_2 negativ wird dagegen A positiv und das Bild ein aufrechtes. Wir werden

beide Arten besonders besprechen und beginnen mit dem astronomischen Fernrohr, wo sowohl F_1 als auch F_2 positiv ist.

327 **Strahlengang und Strahlenbegrenzung im astronomischen Fernrohre.** Beim astronomischen wie beim Galilei'schen Fernrohre bildet der Rand cd (Fig. 548[1]) des Objectivs S_1 zugleich die Eintrittspupille und somit das durch das Ocular S_2 entworfene Bild ($d'c'$) dieses Randes die Austrittspupille. Da das Ocular S_2 wie eine Sammellinse wirkt, so schneiden sich die in m kreuzenden Hauptstrahlen, welche vom unendlich fernen Objecte lq herkommen, nach dem Durchgange durch das Ocular factisch im Punkte m' der optischen Axe, wobei m und m' conjugirte Punkte in Bezug auf das System S_2

Fig. 548.



sind. Die Austrittspupille $c'd'$ ist also reell, und das Auge kann mit ihr zur Coincidenz gebracht werden. Die als helle kleine Fläche über dem Oculare sichtbare Austrittspupille (der Ocularkreis oder Ramsden'sche Kreis genannt) ist also die Stelle, wo das Auge hingebracht werden muss, damit die Pupille desselben nicht etwa als Gesichtsfeldblende wirkt, sondern alle in m' sich schneidenden Hauptstrahlen aufnimmt[2]). Coincidirt die Augenpupille mit der Oeffnung $c'd'$, so gelangen alle Strahlen ins Auge, die auf regelrechtem Wege, vom Object ausgehend, die Oeffnung cd passiren und die Ocularlinsen 1 und 2 gemeinsam durch-

[1]) Das virtuelle Bild $l''q''$ liegt in Wirklichkeit im Unendlichen, da die aus dem Ocular austretenden Strahlen als parallel gezeichnet sind.

[2]) Auch wenn Auge und Ocularkreis nicht ganz zusammenfallen, kann die Augenpupille jedenfalls nur dann als Gesichtsfeldblende wirken, wenn sie grösser als der Ocularkreis ist (vergl. §. 308).

setzen. Man erkennt aus der Fig. 548, dass also die Ocularlinsen als Gesichtsfeldblenden wirksam sind, ganz wie es beim zusammengesetzten Mikroskop mit positivem Ocular der Fall war. Auch hier sieht man das virtuelle Bild des Objectes gleichsam durch eine körperliche Blende hindurch, welche bei genügender Grösse der Linse 1 durch die Fläche der Linse 2 gegeben ist, oder aber durch das Bild, welches Linse 2 von 1 entwirft. Wie bei der Lupe (§. 308) würde also das Bild in der Mitte heller erscheinen als am Rande, wenn man nicht, wie Fig. 548 zeigt, durch eine körperliche Blende P bewirkte, dass alle diejenigen Bildpunkte abgeblendet werden, deren abbildende Strahlenbüschel die Austrittspupille $c'd'$ nicht mehr ganz ausfüllen. In diesem Falle wird das Bild in allen Theilen gleich hell gesehen, vorausgesetzt, dass das Object überall gleich intensiv leuchtet.

Die Grösse der Helligkeit hängt ab vom Verhältniss der Flächen der Austrittspupille zur Augenpupille und ist gleich der des ohne Fernrohr gesehenen Objectes, so lange $c'd'$ grösser als die Pupille des Auges ist (vergl. §. 263). Da nun die Grösse von $c'd'$ lediglich von der Angularvergrösserung $A = \frac{F_1}{F_2}$ abhängt, insofern diese ja beim teleskopischen Systeme (§. 74, S. 149) für alle conjugirten Ebenenpaare constant ist, also auch für cd und $c'd'$, so folgt, dass bei gleich bleibendem Objectivdurchmesser der Ocularkreis $c'd'$ um so kleiner ist, je grösser die Vergrösserung des Fernrohres ist.

Einfluss der Correction von Objectiv und Ocular auf das Fernrohrbild[1]. 328 Aus der Gleichung für die Angularvergrösserung:

$$A = \frac{tg\, u'}{tg\, u}$$

folgt ohne Weiteres, dass für ein gegebenes u' im Bildraume das objectseitige Sehfeld u um so kleiner ist, eine je stärkere Vergrösserung im Teleskope stattfindet. Bedenken wir, dass bei Ocularen verschiedener Stärke $(1/F_2)$ und gleichem Bildwinkel u' das abzubildende Stück y' des vom Objectiv entworfenen reellen Bildes einfach proportional der Ocularbrennweite F_2 gesetzt werden kann, insofern die Gleichung gilt:

$$y' = F_2 . tg\, u',$$

so erhalten wir für den Objectwinkel u folgende Formel:

$$tg\, u = \frac{tg\, u'}{A} = \frac{y'}{F_2} \cdot \frac{F_2}{F_1} = \frac{y'}{F_1} \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

oder:

$$y' = \frac{tg\, u'}{A} \cdot F_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Ist u' eine Constante, so ist für eine gewisse Vergrösserung A stets y' derselbe Bruchtheil von F_1, gleichviel auf welche Weise die Vergrösserung

[1]) Vergl. S. Czapski's „Theorie d. opt. Instr." in Winkelmann's Handbuch d. Physik. Band Optik, S. 270.

$A = \frac{F_1}{F_2}$ zu Stande kommt. Nun ist der Quotient y'/F_1 nichts anderes als die Tangente des Winkels, unter dem das Object y vom Objectiv aus erscheint, also maassgebend für die Grösse des abgebildeten Objectfeldes. Je grösser A also gemacht wird, einen um so kleineren Bruchtheil beträgt bei gleich grossem Bildfelde die Bildstrecke y' von der Brennweite F_1, ein um so kleineres Objectfeld ist durch das Objectiv abzubilden, um so mehr beschränkt sich demnach die Abbildung durch das Objectiv auf der Axe benachbarte Punkte. Ist der Sinusbedingung genügt, so zwar, dass der unendlich ferne Punkt und der hintere Brennpunkt des Objectivs aplanatische Punkte sind, so genügt diese Correction bei selbst schwachen Vergrösserungen, um praktisch eine genügend scharfe Abbildung im ganzen vom Ocular erreichten Sehfelde zu erzeugen. Jedenfalls aber nehmen die Fehler der ausseraxialen Büschel mit steigender Vergrösserung immer mehr ab.

Was beim Mikroskope die numerische Apertur ist, wird beim Fernrohre dargestellt durch die lineare Oeffnung des Objectivs. Auch das Fernrohrobjectiv hat weit geöffnete Büschel in convergente bezw. parallele umzuwandeln, nur wirkt es umgekehrt wie das Mikroskopobjectiv, insofern die Strahlen im Objectraume den geringen, dagegen im Bildraume den grossen Oeffnungswinkel besitzen. Dabei ist aber das Oeffnungsverhältniss beim Fernrohrobjectiv ein bedeutend kleineres wie beim Mikroskopobjectiv. Selbst bei Fernrohren von geringer Vergrösserung übersteigt das Oeffnungsverhältniss selten die Zahl $^1/_{10}$. Und je stärker die Vergrösserung sein soll, um so geringer wird dieses Verhältniss genommen. Dabei wächst die durch das Objectiv erzeugte sphärische Abweichung umgekehrt proportional der dritten Potenz der Brennweite, die chromatische umgekehrt proportional der ersten Potenz (vergl. §. 210).

329 **Strahlengang und Strahlenbegrenzung im Galilei'schen Fernrohre.** Beim Galilei'schen Fernrohre besteht das Ocular aus einer meist einfachen Zerstreuungslinse, welche die vom Objectiv kommenden convergenten Strahlenbüschel auffängt, noch ehe dieselben sich vereinigt haben. Ist, wie in Fig. 549 angenommen, das Auge rs auf Unendlich eingestellt, so muss das Ocular S_2 die auffallenden Büschel in parallele verwandeln [1]). Da letztere nach dem Brennpunkte B_1' des Objectivs zielen, so müssen also der hintere Brennpunkt B_1' des Objectivs und der vordere B_2 des Oculars zusammenfallen. Es treten dann auch hier parallel einfallende Axenstrahlen wieder als parallele Axenstrahlen aus, wie es das teleskopische System erheischt.

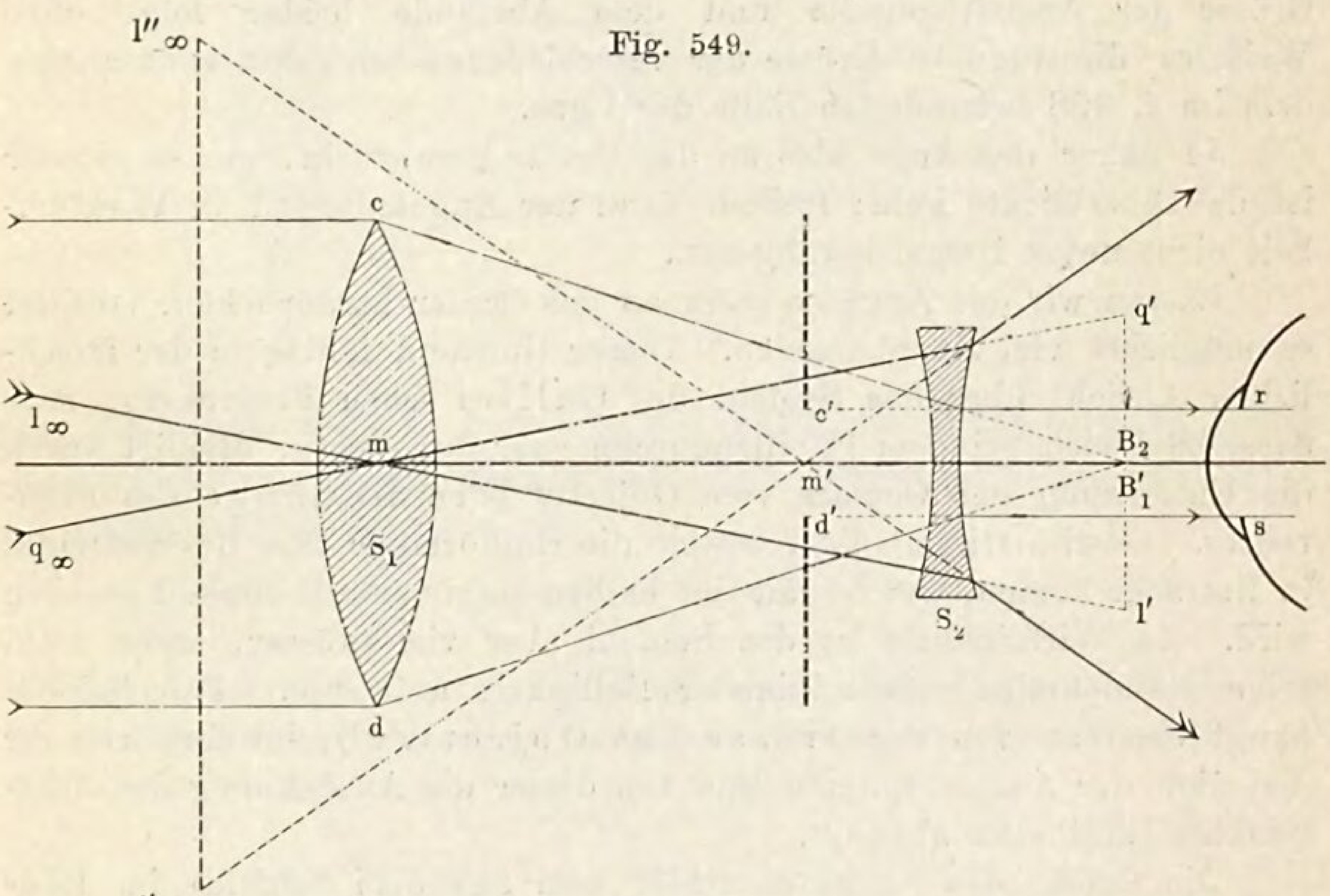
Auch hier ist das Objectiv zugleich Eintrittspupille, also das von ihm durch das Ocular entworfene virtuelle Bild $c'd'$ Austrittspupille

[1]) Bei dieser Annahme liegt das Bild $l''q''$ auch nicht, wie es der Deutlichkeit wegen in Fig. 549 gezeichnet ist, im Endlichen, sondern im Unendlichen.

des ganzen Systems. Die in m sich kreuzenden Hauptstrahlen werden bei der Brechung im Ocular in ihrer Divergenz vermehrt und scheinen vom Mittelpunkte m' der Austrittspupille zu kommen. Auf ihren Verlängerungen nach rückwärts liegen die virtuellen Vereinigungspunkte l'' und q'' der von den unendlich entfernten Objectpunkten l und q ausgegangenen Strahlenbüschel, welche sich in l' und q' schneiden würden, wenn das Ocular S_2 nicht da wäre.

Das Unterscheidende zwischen dem Galilei'schen und astronomischen Fernrohre ist ausser der Bildaufrichtung der Umstand, dass bei letzterem die Hauptstrahlen sich ausserhalb desselben im Bildraume schneiden, bei ersterem dagegen innerhalb des Rohres. Kann man beim

Fig. 549.



astronomischen Fernrohre das Auge mit dem (weil reellen) Augenkreise zur Deckung bringen, so nicht beim Galilei'schen mit virtueller Austrittspupille. Hier ist der Hergang demnach ähnlich wie bei der Lupe. Man sieht das virtuelle Fernrohrbild $l''q''$ durch die entfernte Austrittspupille $c'd'$ wie durch eine **körperliche** Blende. Und damit ist eigentlich nach dem früher Gesagten Alles gegeben, was Sehfeld und Helligkeit des Bildes anlangt. Wir brauchen nur noch die Grösse und den Abstand der Oeffnung $c'd'$ vom Auge rs zu suchen, um direct die im §. 308, Fig. 513 und 514 besprochenen Fälle anwenden zu können. Ist die Oeffnung $c'd'$ grösser als die Fläche der Augenpupille rs, so wirkt erstere als Gesichtsfeld-, letztere als Aperturblende. Die Rollen werden vertauscht, falls $rs < c'd'$ ist. Jedenfalls aber liegt in beiden Fällen die Gesichtsfeldblende um eine beträchtliche Strecke vom Bilde $q'l'$ des Objectes ql entfernt; das

Bild wird also in drei Zonen verschiedener Helligkeit gesehen. Die innere oder centrale Kreisfläche erscheint unter gleichmässiger Helligkeit, abgebildet durch Büschel mit voller Apertur; diese Kreisfläche ist umschlossen von einer ringförmigen Zone, in welcher die Helligkeit von der maximalen abnimmt bis auf die Hälfte dieser Helligkeit, während in der dritten Zone die Helligkeit noch weiter bis zur Null abnimmt (vergleiche §. 308).

Sind Augenpupille und Austrittspupille gleich gross, so fällt die centrale Zone ganz fort; in diesem Falle wird nur der Axenpunkt mit voller Apertur abgebildet, und die Helligkeit nimmt von der Mitte zum Rande hin allmählich ab. Aus der Grösse der Augenpupille, der Grösse der Austrittspupille und dem Abstande beider folgt ohne Weiteres die anguläre Grösse der verschiedenen Sehfelder, ganz analog dem im §. 308 behandelten Falle der Lupe.

Je näher das Auge also an das Ocular heranrückt, um so grösser ist das überblickte Feld; freilich kann der Augenabstand in Wirklichkeit nicht unter 10 mm herabgehen.

Lassen wir das Auge rs ganz an das Ocular heranrücken, so fasst es möglichst viel Hauptstrahlen. Dieser Umstand führte zu der fälschlichen Ansicht über das Sehfeld des Galilei'schen Fernrohres, dass dasselbe gleich sei dem Pupillendurchmesser des Auges, dividirt durch die Entfernung des Oculars vom Objectiv oder die Länge des Fernrohres. Gewiss stimmt dies, soweit die ringförmige Zone des Sehfeldes in Betracht kommt, welche mit der halben maximalen Helligkeit gesehen wird. In Wirklichkeit ist das Sehfeld aber viel grösser, wenn auch seine Randpartien mit minimaler Helligkeit auftreten. Das Sehfeld hängt eben ab von der Grösse des Objectivs[1]), insofern von ihr diejenige der Austrittspupille und von dieser die Ausdehnung des überblickten Bildtheiles abhängt.

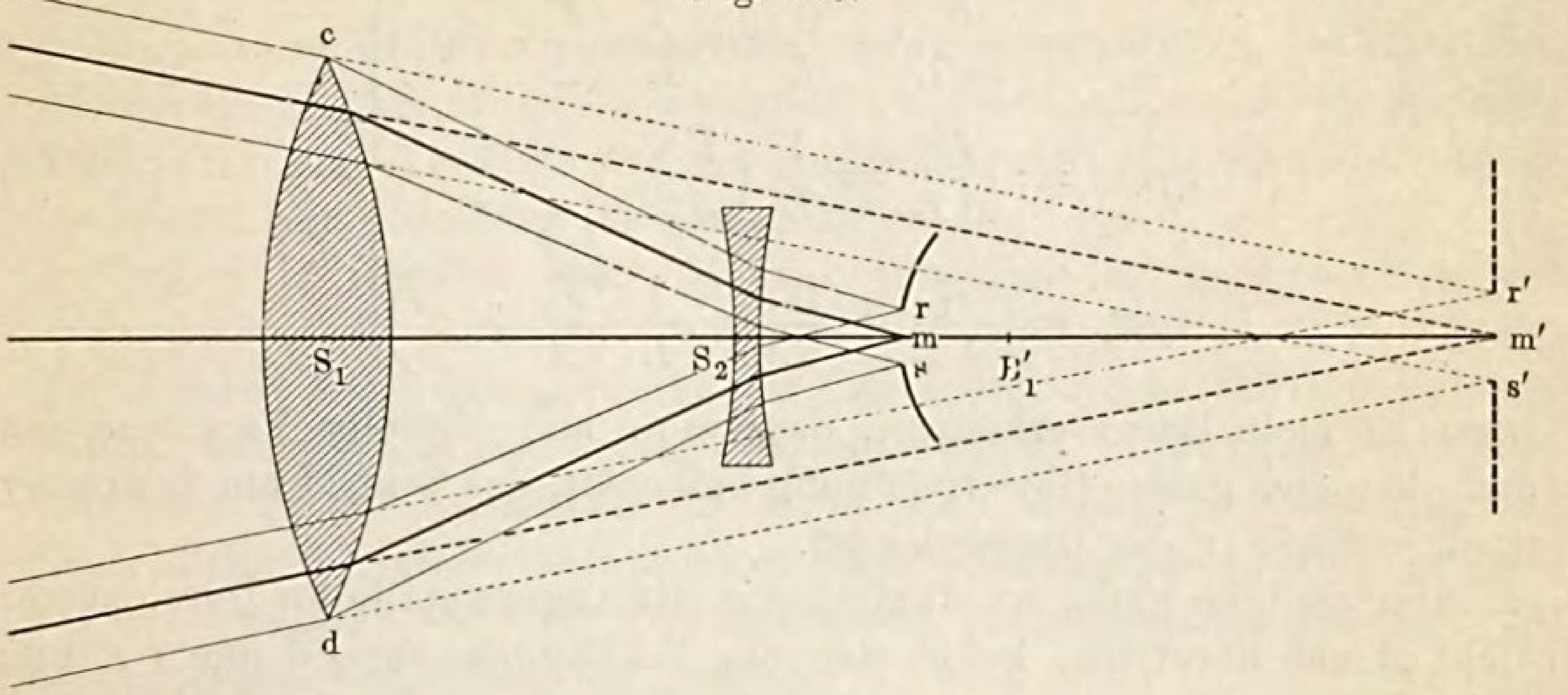
Die Grösse des Sehfeldes erhält man aus dem Sehfelde im Bildraume einfach, indem man letzteres durch die Vergrösserungsziffer dividirt.

Direct kommen wir zu demselben Resultate, wenn wir von der Augenpupille rs (Fig. 549) ausgehen, das von ihr durch das ganze Fernrohr ($S_1 + S_2$) entworfene Bild $r's'$ bestimmen, letzteres als Eintrittspupille des Systems (Fernrohr plus Augenpupille) betrachten und den Objectivrand cd als körperliche Blende auffassen. Alle wirksamen Strahlen müssen durch die letztere hindurch nach der Eintrittspupille $r's'$ zielen. Von dem Grössenverhältniss zwischen $r's'$ und cd hängt es also ab, welche Rolle die eine oder die andere Blende spielt. Nun ist $r's'$ das teleskopische Bild von rs, also so oft mal grösser als rs wie die Angularvergrösserung $\left(A = \frac{F_1}{F_2}\right)$ des Fernrohres angiebt. Ist

[1]) Lubimoff, „Neue Theorie des Gesichtsfeldes und der Vergrösserung der optischen Instrumente", Separatabdruck 1872, worin zum ersten Male die richtige Theorie des Sehfeldes im Galilei'schen Fernrohre gegeben wird.

der Durchmesser 2ϱ der Augenpupille rs gleich 4 mm, so derjenige $2\varrho'$ ihres Bildes $r's'$ demnach $4A$. Nun ist beim Opernglase der Objectivdurchmesser $cd = 2R$ immer grösser als $4A$; es ist demnach, wie es auch Fig. 550 ohne Weiteres erkennen lässt, die Objectivfläche Gesichtsfeldblende im Objectraume und $r's'$ die Aperturblende. Alle Objectpunkte, deren Strahlenbüschel die Eintrittspupille $r's'$ voll ausfüllen,

Fig. 550.



erscheinen also auch in derselben Helligkeit, wie beim directen Sehen ohne Instrument. Der halbe anguläre Durchmesser dieser centralen Zone ist gegeben durch die Gleichung:

$$tg\,\psi_m = \frac{R - \varrho'}{e},$$

wenn der Abstand $S_1 m'$ mit e bezeichnet wird. Die mit ganzer bis halber maximaler Helligkeit gesehene Zone hat den äusseren Durchmesser:

$$tg\,\psi_{\frac{m}{2}} = \frac{R}{e}$$

und der Rand des Sehfeldes ist gegeben durch:

$$tg\,\psi_0 = \frac{R + \varrho'}{e}.$$

Jedenfalls erkennt man, dass in dem Falle, wo der in Millimetern ausgedrückte Objectivdurchmesser grösser als die vierfache Angularvergrösserung $\left(\frac{F_1}{F_2}\right)$ des Galilei'schen Fernrohres ist, das von den wirksamen Hauptstrahlen gebildete Sehfeld proportional dem Objectivdurchmesser wächst. Kennt man den Werth von $e = S_1 m'$, so kann man aus dem gemessenen Objectivdurchmesser R und dem Durchmesser ϱ' der Augenpupille die Grösse von ψ leicht berechnen. Die Bestimmung von e ist sehr bequem, falls man annimmt, dass das Auge mit dem Ocular zusammenfällt. Dann ist die Entfernung e identisch mit derjenigen, in welcher das Objectiv vom Ocular ein Bild entwirft.

Nun ist das Ocular vom Objectiv um die Länge ($S_1 S_2 = L = F_1 + F_2$) des Opernglases entfernt, also sein Bild um die Strecke:

$$e^{1)} = \frac{L F_1}{L - F_1} = L \frac{F_1}{F_2} = L A$$

und wir erhalten für die halben angulären Werthe der objectseitigen Sehfelder, entsprechend den dreierlei Zonen:

$$\left.\begin{aligned} tg\,\psi_m &= \frac{R}{A\,L} - \frac{\varrho'}{L} = \frac{1}{L}\left(\frac{R}{A} - \varrho'\right) \\ tg\,\psi_{\frac{m}{2}} &= \frac{R}{A\,L} = \frac{1}{L}\left(\frac{R}{A}\right) \\ tg\,\psi_0 &= \frac{R}{A\,L} + \frac{\varrho'}{L} = \frac{1}{L}\left(\frac{R}{A} + \varrho'\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

Diese Formeln lassen erkennen, dass wenn man dieselbe Vergrösserung und die gleich grosse Objectivöffnung beibehält, das Sehfeld um so grösser wird, je kürzer das Opernglas ist.

Im anderen Falle, wo das Objectiv die Augenpupille an Durchmesser nicht A mal übertrifft, kehrt sich das Verhältniss von cd und $r's'$ um; es ist das Objectiv cd Apertur- und die Eintrittspupille $r's'$ Gesichtsfeldblende. Diese Verhältnisse treten beim Galilei'schen Fernrohre praktisch nicht ein; vielmehr ist der Strahlengang in diesem Falle ähnlich demjenigen, welcher für das Präparirmikroskop gezeichnet wurde (§. 316).

Bei den Operngläsern wird höchstens eine zwei- bis achtfache Vergrösserung verwandt, so dass das Objectiv stets A mal so gross wie die Augenpupille genommen werden kann. Die geringen Vergrösserungen bringen es mit sich, dass bei den Operngläsern auch keine Theilung der Arbeit zwischen Objectiv und Ocular eintritt, wie wir es am stark vergrössernden Fernrohre und zusammengesetzten Mikroskope kennen gelernt haben. Das Opernglas ist vielmehr in Bezug auf dioptrische Correction zu betrachten als ein Projectionssystem [2]). Dabei ist auf die Beseitigung der sphärischen und chromatischen Abweichung in der Axe wegen der geringen Vergrösserung nur relativ wenig Werth zu legen und ausserdem brauchen beide Aberrationen nicht für das ganze Objectiv gehoben zu sein, sondern nur für die der Eintrittspupille $r's'$ ($\varrho' = A \, . \, \varrho$) äquivalente Oeffnung. Relativ wichtig sind aber wegen des grossen Sehfeldes die Aberrationen ausser der Axe. Damit auch der Rand des Sehfeldes scharf erscheint, müssen die schiefen und relativ weit geöffneten Büschel frei von Astigmatismus sein und soll keine Verzeichnung auftreten, so müssen die Punkte m und m' (Fig. 548), wo die Hauptstrahlen die Axe schneiden, orthoskopische Punkte sein.

[1]) Gemäss der Formel: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$ erhält man den obigen Werth von Strecke e, indem man $a = L$, $F = F_1$ und $b = e$ setzt.

[2]) Vergl. Czapski a. a O., S. 251.

Dazu kommt, dass die chromatische Differenz der Vergrösserung zu beseitigen ist, sollen am Rande keine Farben auftreten.

Fernrohre mit continuirlich variabler Vergrösserung. 330
Die kleineren Fernrohre, zumal die Perspective oder Operngläser, baut man gewöhnlich nur für eine ganz gewisse und constante Vergrösserung. Nur den grossen Instrumenten giebt man mehrere Oculare von verschiedener Stärke mit. Um Fernrohre von variabler Vergrösserung zu erhalten, genügt es nicht, wie bei den pankratischen Mikroskopen, den Tubus ausziehbar zu gestalten, sondern es muss gleichzeitig eine Veränderung der Objectivbrennweite eintreten, da ja das Object seine Stellung im Raume beibehält.

Schon in früherer Zeit hat man mehrfach solche Fernrohre mit continuirlich variabler Vergrösserung construirt [1]). Als Objectiv wurde dabei meist das nach Art des Teleobjectivs construirte dialytische benutzt, bei welchem eine geringe Verschiebung der hinteren Zerstreuungslinse eine grosse Aenderung der Brennweite erzeugt. Neuerdings ist dieses Princip systematisch durchgeführt worden von Alfred Conrad Biese [2]), welcher 1893 ein Patent auf ein „Terrestrisches Fernrohr für veränderliche Vergrösserung“ erhielt.

Auch beim Biese'schen Fernrohre ist das Objectiv nach Art des Teleobjectivs construirt; der Bewegungsorganismus ist aber so eingerichtet, dass man mittelst einer einzigen Schraube sowohl die beiden Objectivlinsen gegen einander bewegt als auch gleichzeitig das Ocular so verschiebt, dass die vorher besonders bewirkte Einstellung erhalten bleibt.

Prismendoppelfernrohre von C. Zeiss. Um im astro- 331
nomischen Fernrohre die Objecte aufrecht abzubilden, wie beim Fernrohre von Galilei, muss man seine Zuflucht zu dem wegen seiner bedeutenden Länge unbequemen terrestrischen Ocular nehmen. Ausserdem hat das astronomische Fernrohr gegenüber dem Galilei'schen den Vortheil, bei gleicher Vergrösserung ein grösseres und bis zum Rande gleich helles Gesichtsfeld zu liefern. Bei der Construction der neuen Zeiss'schen Prismenfernrohre [3]) hatte sich jene Firma die Aufgabe gestellt, die Vortheile der beiden Fernrohrtypen mit einander zu vereinigen, dabei deren Nachtheile zu vermeiden.

[1]) Vergl. H. Krüss, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1895.

[2]) Theorie der Fernrohre mit continuirlich variabler Vergrösserung von A. C. Biese, Berlin 1895. Im Selbstverlage des Verf. Diese Instrumente werden von der Firma Voigtländer & Sohn in Braunschweig hergestellt.

[3]) Deutsche Patentschr., Cl. 42, Nr. 77 086; Schweizer Patentschr., Cl. 63, Nr. 7791 u. 8079; Prospect der Firma Carl Zeiss, Jena.

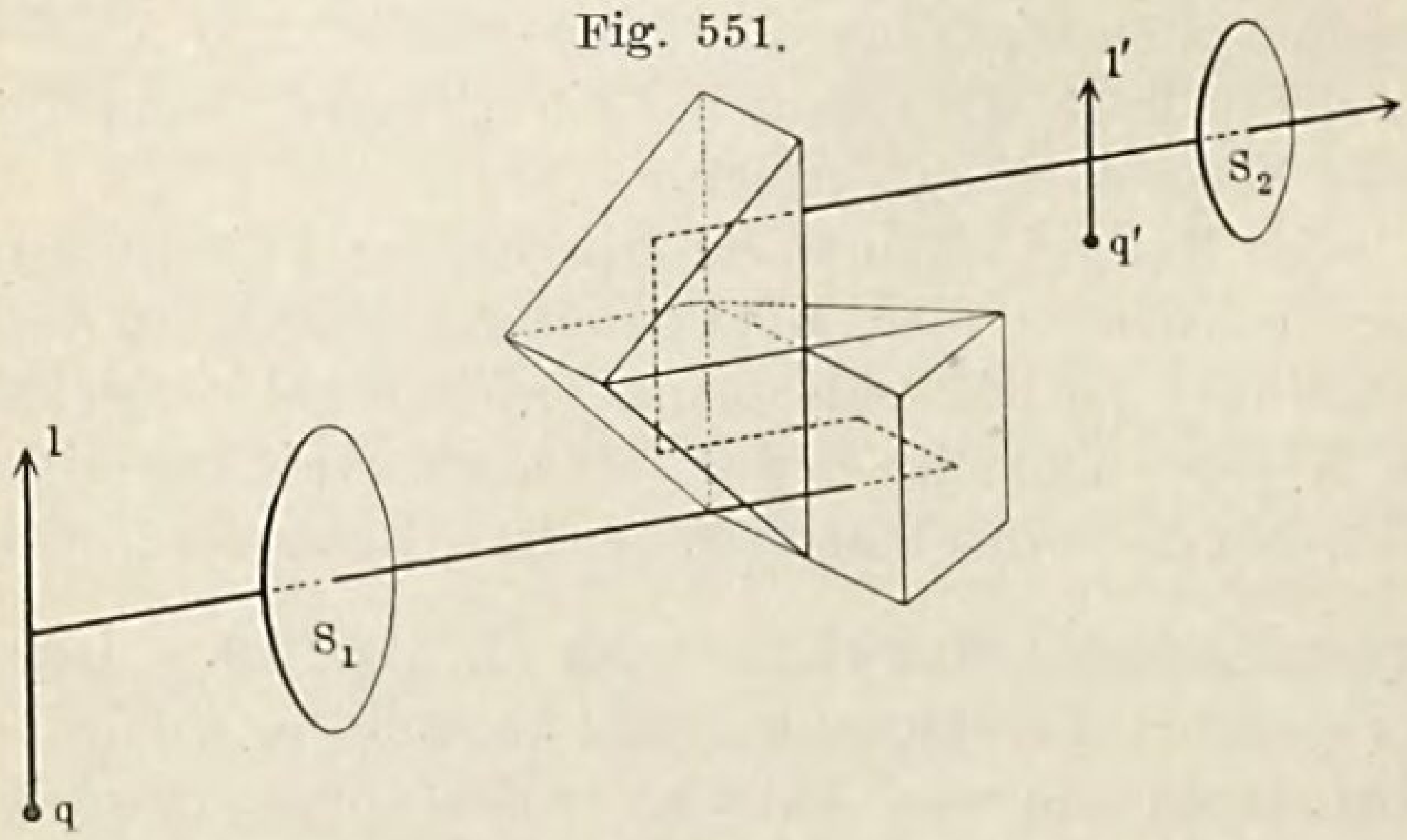
S. Czapski, „Ueber die neuen Doppelfernrohre von Zeiss“, Vortrag, gehalten im Verein für Gewerbefleiss zu Berlin, 1895.

O. Lummer, „Ueber die Zeiss'schen Doppelfernrohre“. Der Mechaniker, Heft 4 bis 6, 1895. Diesem Aufsatze ist ein grosser Theil dieses Paragraphen fast wörtlich entnommen.

Um vor Allem aufrechte Bilder zu erhalten, wird sowohl vom negativen Ocular des Galilei'schen wie vom zusammengesetzten Ocular des terrestrischen Fernrohres abgesehen. Man bedient sich vielmehr des gewöhnlichen astronomischen Fernrohres, zwischen dessen Objectiv S_1 (Fig. 551) und Ocular S_2 aber ein System von zwei Reflexionsprismen eingeschaltet wird; in diesem, übrigens schon von Porro 1853 und 1856 angewandten Systeme werden die einfallenden Strahlenbüschel auf ihrem Wege vom Objectiv bis zum Ocular einer viermaligen, von Lichtverlust theoretisch freien Totalreflexion unterworfen, und zwar in solcher Weise, dass zugleich mit einer Aufrichtung des vom Objectiv entworfenen umgekehrten Bildes eine Verkürzung des Rohres, und eine Parallelverschiebung der Ocularaxe gegen die Objectivaxe herbeigeführt wird.

Beschäftigen wir uns zunächst nur mit der Umkehrung des Bildes. Der Strahlengang für ein Objectiv ist gegeben, wenn derselbe in einer Axenebene bekannt ist; denn da sich Alles um die Axe herum sym-

Fig. 551.



metrisch verhält, so erhält man die Abbildung im Raume, wenn man die Axenebene um die Objectivaxe rotiren lässt. Da nun in einer Axenebene die Objectpunkte über der Axe sich als solche unterhalb derselben abbilden, so erkennt man aus der Rotation der Axenebene, dass ein Objectiv oben und unten und zugleich rechts und links vertauscht. Es ist sofort ersichtlich, dass eine zweite Sammellinse von diesem verkehrten Bilde wieder ein in jeder Beziehung aufgerichtetes erzeugen würde, sobald sie von ihm ein reelles Bild entwirft.

Complicirter verhält es sich bei Anwendung von Spiegeln, als welche man die in den Zeiss'schen Fernrohren gebrauchten total reflectirenden Prismen aufzufassen hat. Bei einer einzigen Spiegelung [1]) an einem ebenen Spiegel wird in Bezug auf nur eine Normalebene (Ebene, welche die Spiegelnormale enthält) eine Umkehrung erzielt. Geht die Spiegelung in einer horizontalen Lothebene vor sich, d. h. ist die Reflexionsebene horizontal gelegen, so wird rechts und links ver-

[1]) Zur grösseren Klarheit denke man sich den Einfallswinkel nicht Null Grad.

tauscht, oben und unten bleibt unverändert. Geht die Spiegelung in einer verticalen Lothebene vor sich, liegt also die Reflexionsebene vertical, so wird dagegen oben und unten vertauscht, während rechts und links ungeändert bleibt. Soll also sowohl rechts und links als auch gleichzeitig oben und unten vertauscht werden, so muss man zwei Spiegelungen combiniren, eine in einer horizontalen mit einer in einer verticalen Lothebene. Dies ist schon mittelst zweier Spiegel möglich, von denen der eine um eine verticale, der andere um eine horizontale Axe drehbar ist. Dabei werden aber die anfangs in horizontaler Ebene verlaufenden Hauptstrahlen der Büschel nach der zweiten Spiegelung aus dieser Ebene herausgeworfen. Soll die Bildumkehrung ohne eine Richtungsänderung der Hauptstrahlen erfolgen, so muss eine doppelte Spiegelung sowohl in der verticalen wie in der horizontalen Ebene vor sich gehen, und zwar in der durch die Fig. 551 angedeuteten Weise.

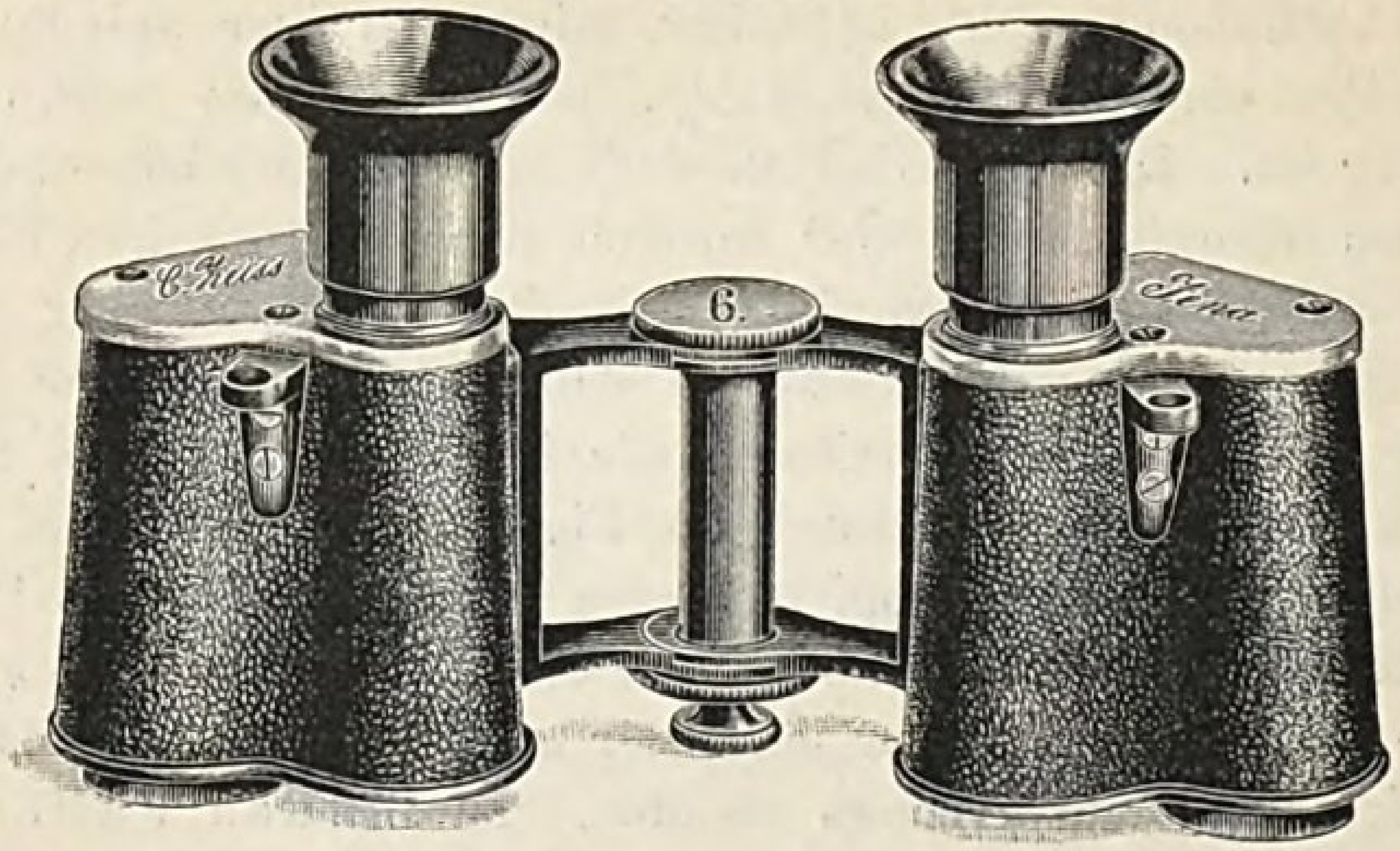
Die vier nothwendigen Spiegelungen können, wie Fig. 551 erkennen lässt, mittelst vier Prismen, aber auch schon mit zwei Prismen erzielt werden — man denke sich nur jedes der beiden mit den Kathetenflächen auf einander liegenden Prismen als eins. In beiden Fällen finden jedoch vier Totalreflexionen statt. Bei den neuen, zu Operngläsern combinirten Fernrohren, Fig. 552, verwendet man zwei Prismen. Man lässt das durch das Objectiv eindringende Licht auf die eine Hälfte der Hypotenusenfläche eines genügend grossen, rechtwinkligen, gleichschenkligen Prismas auffallen. Das eindringende Licht wird an der zunächst liegenden Kathetenfläche total reflectirt, geht im Glase zur zweiten Kathetenfläche, wird dort wieder total reflectirt und tritt an der anderen Hälfte der Hypotenusenfläche wieder aus. Dieses austretende der Einfallsrichtung entgegengesetzt verlaufende Licht lässt man ganz analog auf ein zweites Prisma auffallen, dessen brechende Kante aber zu derjenigen des ersten senkrecht steht. Nach abermaliger Totalreflexion an jeder Kathetenfläche dieses zweiten Prismas geht das Licht in gleicher Richtung wie das auf das Objectiv auffallende zum Ocular weiter. Es ist ersichtlich, dass hierbei eine Parallelverschiebung der Axen der Strahlenbündel stattgefunden hat. Auch erkennt man, dass eine Verkürzung des Rohres in Folge der zweimaligen Umkehr der Lichtstrahlen möglich ist. Es können die Strahlen dreimal denselben Weg (nur stets ein wenig seitlich verschoben) durchlaufen, den man etwa gleich dem dritten Theile der Brennweite des Objectivs machen wird.

Nach dieser viermaligen Totalreflexion vereinigen sich die von den verschiedenen Objectpunkten kommenden Strahlenbündel zu je einem Bildpunkte und geben vom Objecte ein Bild, welches in Bezug auf jede Lothebene aufrecht ist. Indem man dasselbe mittelst eines gewöhnlichen Oculars als Lupe betrachtet, bleibt die gegenseitige Lage der Bildpunkte ungeändert.

So hat man demnach bei relativ grosser Kürze des Rohres

ein aufrechtes Bild unter Verwendung eines gewöhnlichen astronomischen Oculars, wodurch die Mängel des negativen Galilei'schen und die Unbequemlichkeit des terrestrischen Oculars beim astronomischen Fernrohre vermieden werden. Die neuen zu Operngläsern combinirten Rohre sind gegenüber den Galilei'schen Fernrohren also dadurch überlegen,

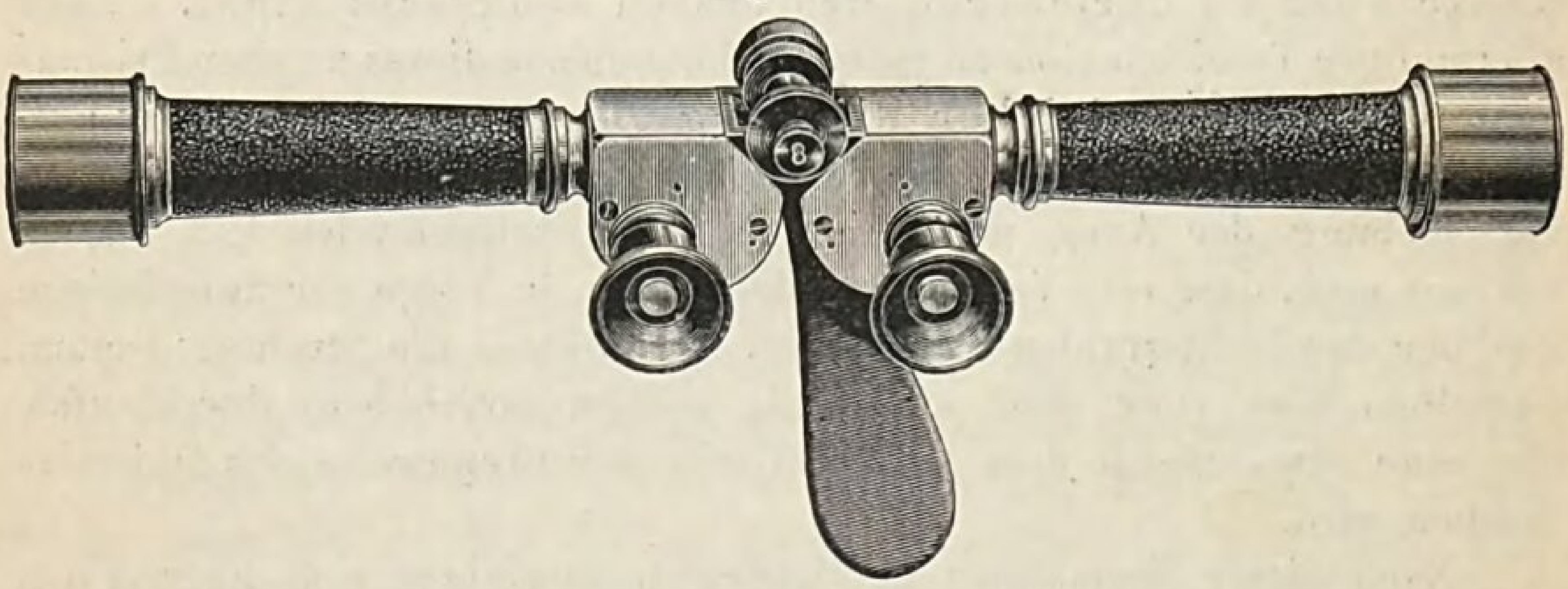
Fig. 552.



dass sie bei gleicher oder kleinerer Kürze der Rohre stärkere Vergrösserung und grösseres Gesichtsfeld besitzen.

Wie die Fig. 552 erkennen lässt, sind bei dem neuen Doppelfernrohre die optischen Axen weiter von einander entfernt, als die Augenaxen, so dass man mit demselben die Gegenstände gleichsam telestereoskopisch sieht (vergl. §. 238). Um diesen telestereoskopischen Effect zu erhöhen, kann man bei Verzicht auf die Kürze des Rohres die vier Prismen der in Fig. 551 abgebildeten Prismencombination so anordnen, dass zwei derselben den durch das Objectiv dringenden Strahl senkrecht zu seiner

Fig. 553.

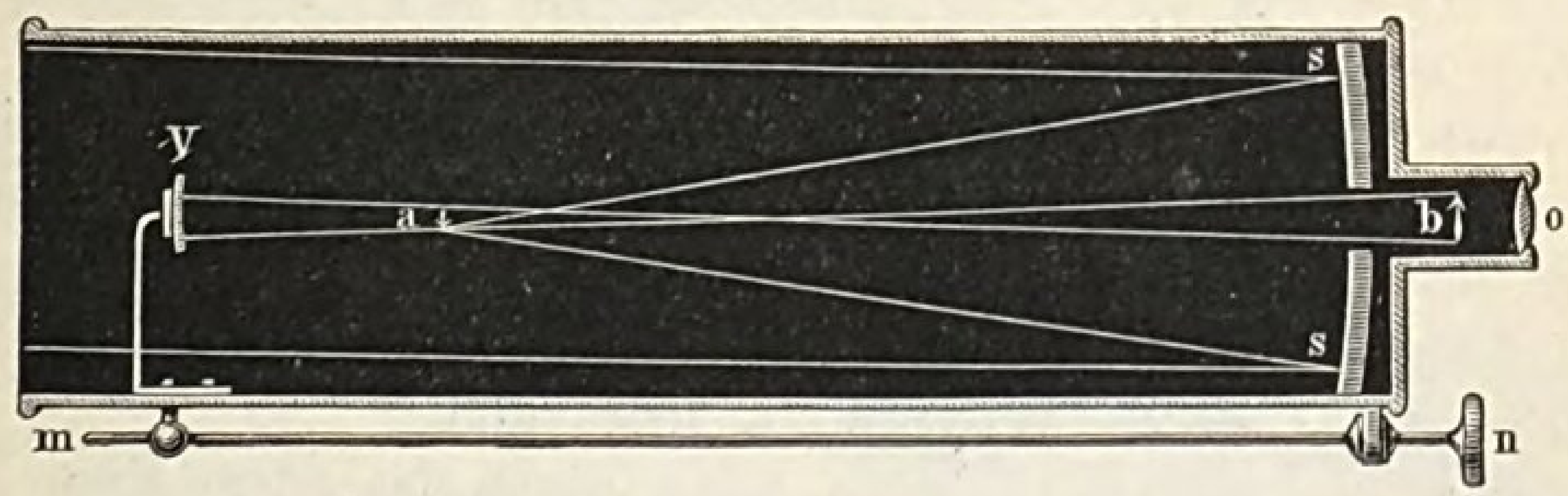


Einfallsrichtung reflectiren und dass in beliebigem Abstande davon die beiden anderen Prismen den Strahl wieder zu seiner ursprünglichen Richtung parallel machen und ins Ocular schicken. In Fig. 553 ist ein solches von Abbe „Relieffernrohr" genanntes Doppelfernrohr abgebildet, bei dem die Distanz der Objectivaxen gleich der Länge der beiden Rohre ist, an dessen Enden die in der Figur unsichtbaren Objective

sitzen, aber mit ihren Axen parallel zu denen der sichtbaren Oculare. Klappt man die Rohre um das in ihrer Mitte befindliche Charnier, so nähern sich die Axen der Objective mehr und mehr einander und der stereoskopische Effect wird entsprechend kleiner. Dafür aber erhalten wir ein für gewisse militärische Zwecke geeignetes Fernrohr, bei dem das Objectiv vertical höher liegt als das Ocular und mit dem man gleichsam „um die Ecke" schauen kann.

Spiegelteleskope. So lange man nicht im Stande war, achromatische Objective herzustellen, blieben die Leistungen der dioptrischen Fernrohre weit hinter denjenigen der Spiegelteleskope zurück. Es sei daran erinnert, dass man zu Huyghens' Zeiten das Objectiv in einer mehrere Hundert Fuss betragenden Entfernung vom Oculare aufstellte, um bei starken Vergrösserungen Farbenfehler zu eliminiren (vergl. 332

Fig. 554.



§. 210). Man suchte daher die Objective durch Hohlspiegel zu ersetzen, weil das vom Hohlspiegel entworfene Bild in jeder Beziehung farbenfrei ist.

Eins der ersten Spiegelteleskope war das im Jahre 1616 vom Jesuiten Nicolaus Zuechius verfertigte. Mersenne schlug im Jahre 1639 eine dem Gregory'schen Teleskop ähnliche Construction vor und 1668 verfertigte Newton sein erstes Spiegelteleskop. Bald nachher (1674) führte Hooke das von Gregory ersonnene Instrument aus.

Die verschiedenen Spiegelteleskope unterscheiden sich nur durch die Art und Weise, wie das vom Hohlspiegel erzeugte Sammelbild des entfernten Gegenstandes durch das Ocular beobachtet wird.

Der Hohlspiegel *ss* des Gregory'schen Teleskopes, Fig. 554, hat in der Mitte eine kreisförmige Oeffnung; die einfallenden Strahlen werden so reflectirt, dass in *a* ein reelles verkehrtes Bild des fernen Gegenstandes entsteht; dieses Bild nun befindet sich nahe dem Brennpunkte des kleinen Hohlspiegels *V*, durch welchen vor dem Ocular ein aufrechtes Bild *b* des verkehrten Bildes *a* entworfen wird. Dieses Bild *b* wird nun endlich durch die Ocularlinse *o* betrachtet.

Je nachdem die zu betrachtenden Gegenstände näher oder ferner sind, muss der Spiegel *V* vom Ocular entfernt oder demselben genähert werden. Dies geschieht mit Hülfe der Schraube *mn*. Fig. 555 (a. f. S.) zeigt die äussere Ansicht eines Gregory'schen Spiegelteleskopes, wie sie früher ziemlich verbreitet waren.

Cassegrain's Teleskop unterscheidet sich von dem Gregory'schen dadurch, dass der Hohlspiegel V durch einen Convexspiegel ersetzt ist, welcher die von dem grossen Hohlspiegel kommenden Strahlen auffängt, ehe sie sich zum Bilde vereinigt haben; sie werden also mit verringerter Convergenz so reflectirt, dass vor der Ocularlinse ein verkehrtes Sammelbild entsteht, welches durch diese Linse betrachtet wird.

Fig. 555.

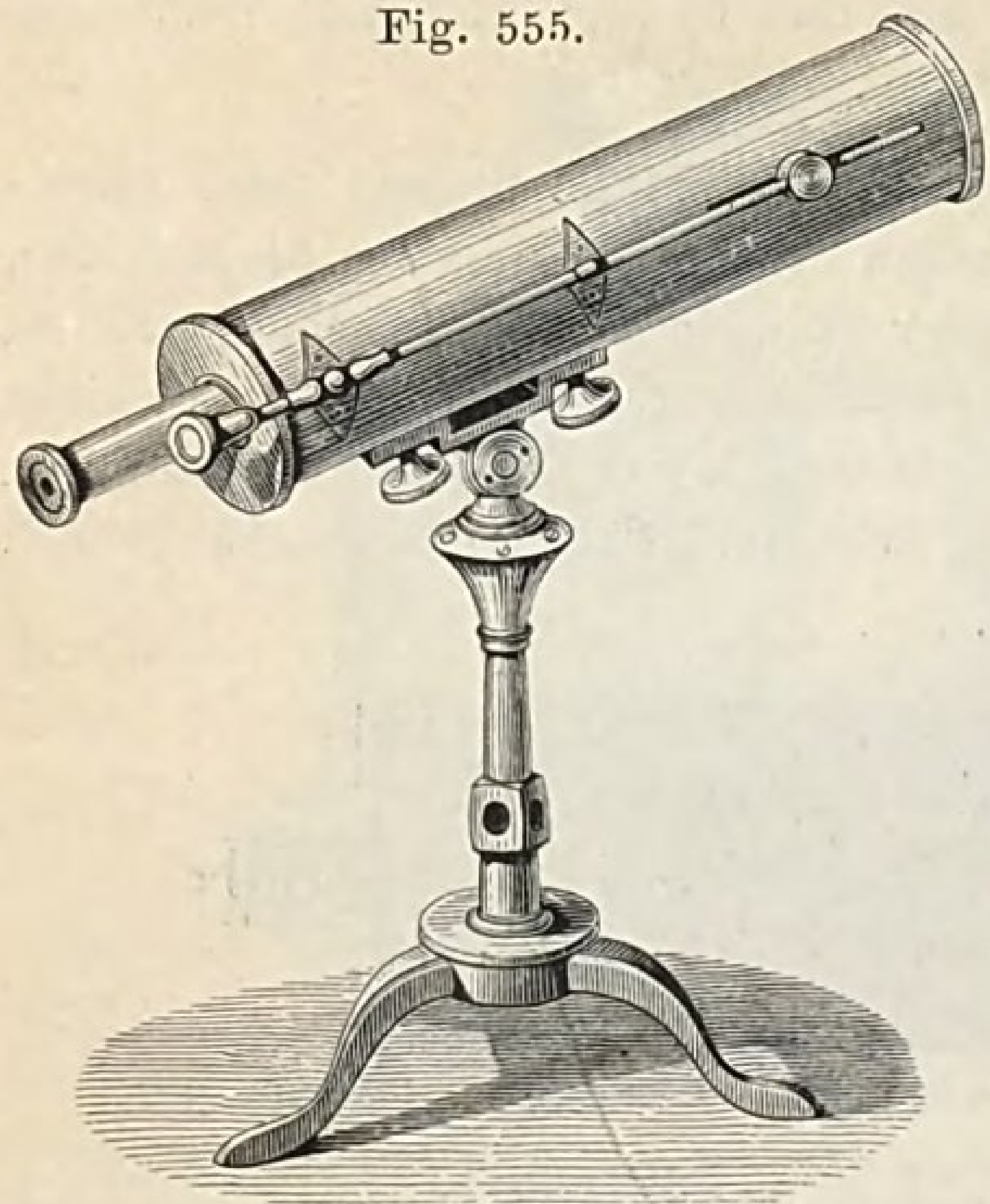
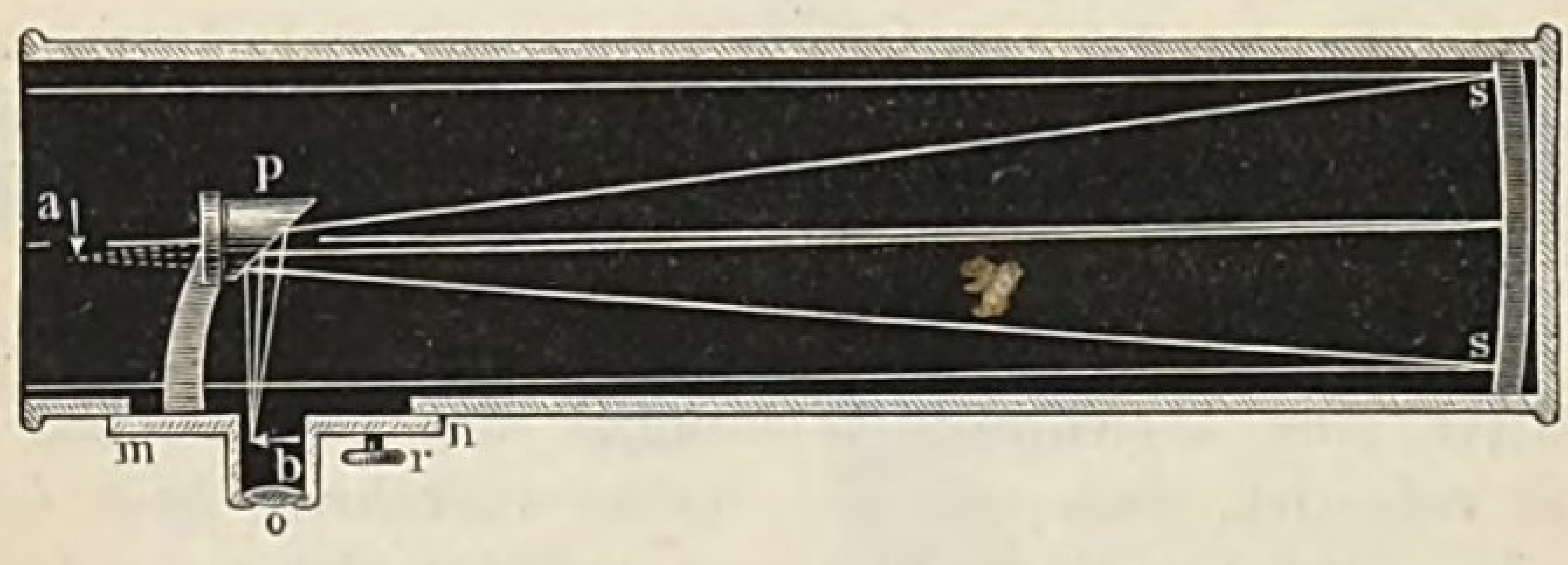


Fig. 556 stellt ein Newton'sches Spiegelteleskop schematisch dar. Der Hohlspiegel SS würde von dem entfernten Gegenstande ein Bild in a entwerfen; ehe jedoch die Strahlen hierher gelangen, werden sie von einem Planspiegel p, der 45^0 gegen die Axe des Rohres geneigt ist, seitwärts reflectirt, so dass das Bild wirklich in b entsteht. Dieses Bild wird nun durch das Ocular betrachtet.

Gegen das offene Ende hin ist in der Seitenwand des Rohres (welches bei den Newton'schen Teleskopen meist achteckig ist) eine Oeffnung angebracht, welche von einer Metallplatte mn verdeckt wird. In dieser Metallplatte ist nun einerseits das Ocularrohr eingeschraubt, andererseits ist auf derselben mittelst eines Metallstabes der Planspiegel

Fig. 556.



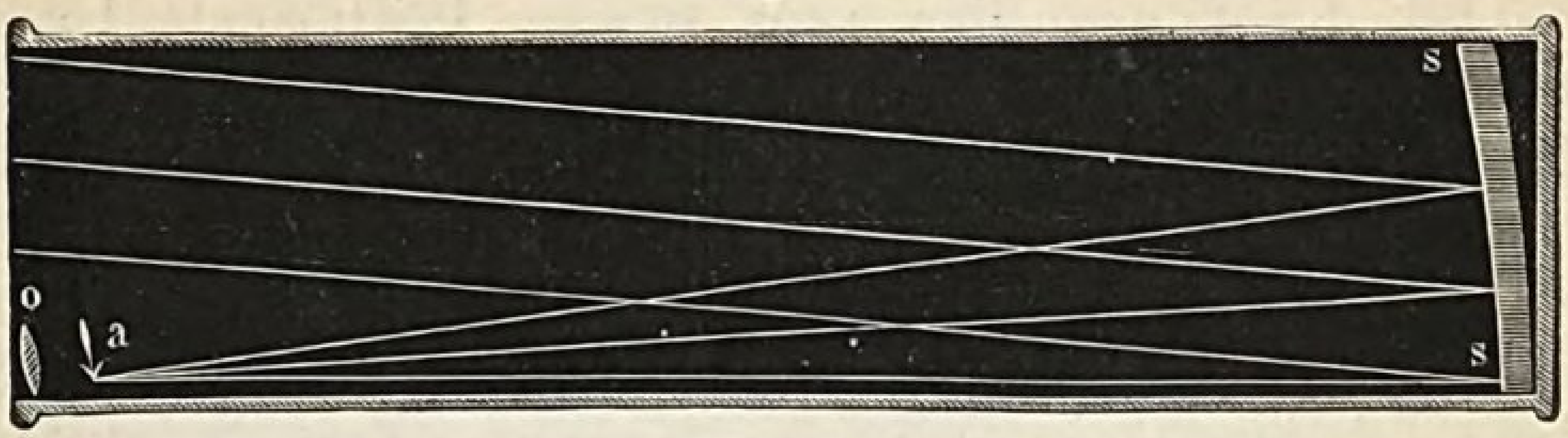
p befestigt. Die Scheibe mn kann durch Umdrehung des Knopfes r sammt dem Ocular und dem Planspiegel parallel mit der Axe des Rohres verschoben, und es kann dadurch eine scharfe Einstellung auf einen bestimmten Gegenstand bewerkstelligt werden.

Bei den Herschel'schen Spiegelteleskopen, deren Einrichtung durch Fig. 557 erläutert wird und welche nur in grösserem Maassstabe ausgeführt werden, ist kein zweiter Spiegel angebracht. Das durch den Objectivspiegel SS, welcher etwas schräg gegen die Axe des Instru-

mentes steht, erzeugte Bild *a* wird unmittelbar durch das am Eingange des Rohres angebrachte Ocular *o* betrachtet.

Abweichend von den bisher genannten Spiegelteleskopen ist das vor wenigen Jahrzehnten von Forster und Fritsch in Wien con-

Fig. 557.

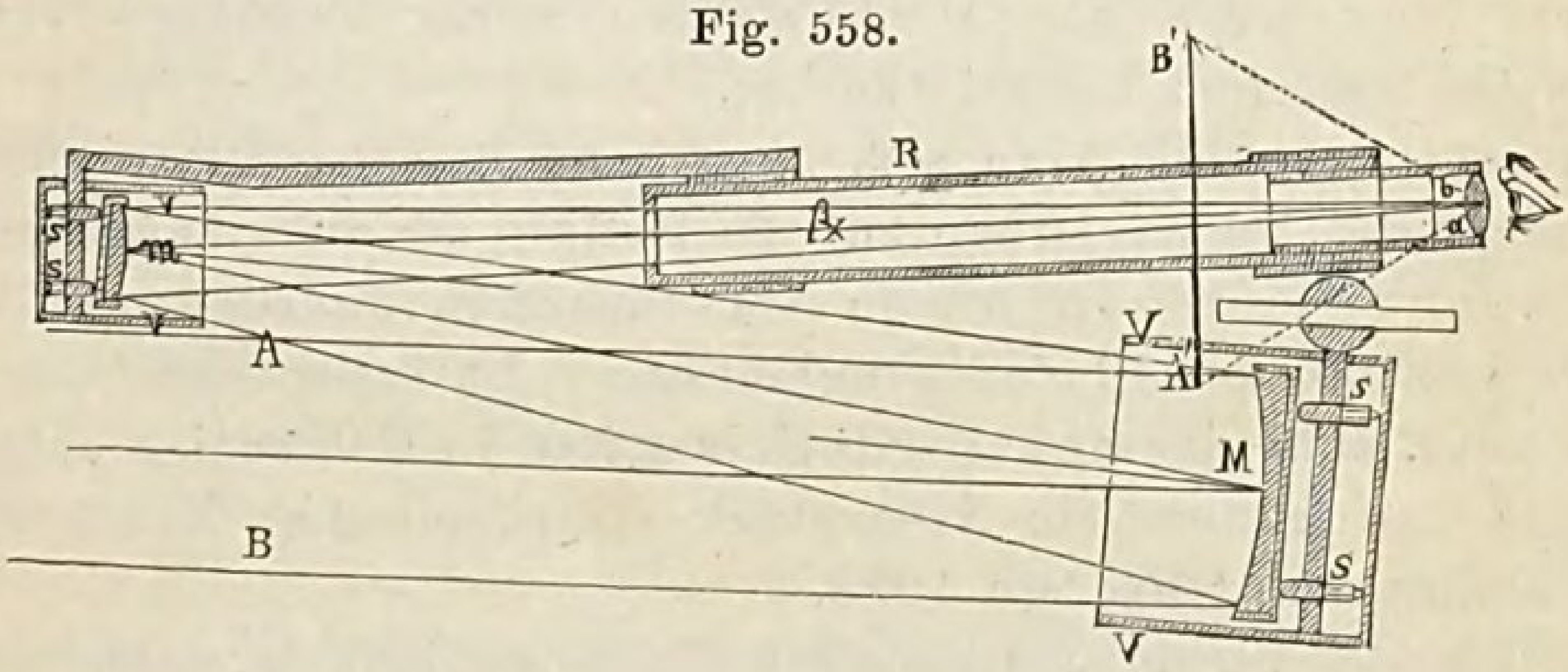


struirte, wegen der Kürze des Rohres Brachyteleskop genannte Spiegelfernrohr.

Das Brachyteleskop, dessen Princip durch Fig. 558 veranschaulicht wird, vereinigt die Vorzüge des Herschel'schen Teleskopes mit denen des Cassegrain'schen. Der grosse Spiegel *M*, welcher unter einem bestimmten (durch Rechnung ermittelten) Winkel zur Ocularaxe geneigt ist, wirft die von dem Gegenstande ausgesandten Strahlen convergirend dem kleinen Spiegel *m* zu, und dieser, welcher eine schwach convexe Krümmung besitzt, macht, dass das Bild *ab* erst hinter dem grossen Spiegel zu Stande kommt, welches dann durch das Ocular vergrössert in $A'B'$ gesehen wird.

Wäre statt des convexen Spiegels ein Planspiegel vorhanden, so würde, wenn der Abstand desselben vom grossen Spiegel ungefähr $^2/_3$

Fig. 558.



von dessen Brennweite beträgt, ein Bild in β zu Stande kommen; die Beobachtung desselben mit einem kurzen astronomischen Ocular wäre dadurch unmöglich gemacht.

Da der einfallende Strahl *A* nicht parallel zur Ocularaxe ist, also auch nicht zum reflectirten Strahle des kleinen Spiegels, so ist ein Sucher (siehe §. 334, Fig. 566) von unbedingter Wichtigkeit.

Durch die Erfindung der achromatischen Correction in Linsensystemen wurden die kleineren Spiegelteleskope fast vollständig verdrängt, weil sie den achromatischen Fernrohren gegenüber bei gleicher Leistungsfähigkeit ungleich schwerer und unbequemer beim Beobachten

sind. Dazu kommt, dass ein sphärischer Spiegel grosse sphärische Abweichung besitzt, während beim parabolischen Spiegel, der in dieser Beziehung aberrationsfrei ist, die aplanatische Bedingung nicht erfüllt ist, so dass er selbst ein Flächenelement mit seinen verschiedenen Zonen verschieden gross abbildet (vergl. §. 483).

Nur bei der Construction ganz grosser Instrumente boten die Hohlspiegel noch Vortheile vor den dioptrischen Objectiven, so lange man nicht im Stande war, gute optische Gläser von denselben Dimensionen wie Hohlspiegel herstellen zu können.

Besassen bis vor Kurzem noch die grössten achromatischen Objective einen Durchmesser von 36 bis 45 cm, so hatte der Hohlspiegel des grossen 40 füssigen Teleskopes von William Herschel, dem Organisten der Vauxhallcapelle zu Bath, einen Durchmesser von 1,25 m. In Folge der enormen Lichtstärke und der guten Correction im Axenpunkte vertrug dieses Riesenfernrohr eine 6000 fache Vergrösserung. Ja in neuerer Zeit construirte Rosse ein 53 füssiges Spiegelteleskop, dessen Spiegel einen Durchmesser von fast 2 m erreichte.

Zu den Spiegeln selbst verwandte man anfangs das sogenannte Spiegelmetall, eine Legirung von Kupfer und Zinn mit 0,6 Theilen Arsen. Die so hergestellten Spiegel erreichten daher ein hohes Gewicht und ihre Politur war weder vollkommen noch lange haltbar. Eine neue Zukunft wurde daher den Spiegelteleskopen eröffnet durch die S. 84 besprochene Liebig'sche Erfindung, nach welcher man Glasflächen versilbern und poliren kann. Diese versilberten Glasspiegel reflectiren mehr Licht als die Metallspiegel und sind bedeutend leichter. Steinheil und Foucault vor Allem stellten solche Teleskope von ausgezeichneter Güte und Lichtstärke her.

Neuerdings wendet man sich auch beim Bau von Riesenteleskopen wieder mehr den Refractoren zu. So fertigte die amerikanische Firma Alvan Clark Söhne in Boston vor mehreren Jahren zwei Riesenobjective von 36 und 40 Zoll Durchmesser. Ist ersteres auf der Lick-Sternwarte nahe der Stanford-Universität in Californien aufgestellt, so bildete das letztere ein Schaustück amerikanischer Kunst auf der Weltausstellung zu Chicago 1893.

In Folge des Aufblühens deutscher Glasschmelzekunst, welches wir den Herren Abbe und Schott in Jena verdanken, geht auch die Herstellung von Riesenobjectiven einer neuen Zukunft entgegen. Der Firma Schott und Genossen in Jena ist es schliesslich gelungen, nach einer neuen Methode vorzügliche Glasscheiben sowohl aus Crown- wie aus Flintglas zu giessen, deren Durchmesser mehr denn ein Meter betragen. Dieselben legten auf der Berliner Gewerbe-Ausstellung 1896 ein beredtes Zeugniss von der Leistungsfähigkeit deutscher Optik ab. Dabei sind diese Riesenscheiben in der kurzen Zeit eines Jahres fertig gestellt worden.

Aber auch in Bezug auf die dioptrische Leistung grosser Objective konnte neuerdings in Folge der Jenaer Gläser ein Schritt vorwärts gethan

werden. Im §. 213 haben wir gezeigt, dass man bei geeigneter Auswahl unter den Schott'schen Gläsern schon mit nur zwei Linsen nahe drei Farben vereinigen kann. Leider sind die hierzu passenden Gläser nicht wetterbeständig genug; auch bleibt stets ein Rest von farbiger Abweichung wegen des nicht ganz proportionalen Ganges der Dispersion jener Gläser.

Indem nun Taylor eins der beiden Gläser durch zwei ersetzt, bei denen das Mittel aus den partiellen Dispersionen genau proportional den partiellen Dispersionen eines Flintglases von guter Haltbarkeit geht, gelingt es ihm, theoretisch und praktisch alle Farben zu vereinigen.

Die aus drei verkitteten Linsen hergestellten Objective nach Taylor erreichen in Folge der genauen punktweisen Strahlenvereinigung für drei Farben eine hohe Lichtstärke.

Die Oculare. Die Oculare der zusammengesetzten Apparate 333
wirken ähnlich den Lupen. Ihnen fällt die Aufgabe zu, relativ ausgedehnte Objecte mittelst relativ enger Büschel abzubilden. Als Object dient das vom Objectiv entworfene Bild des Objectes. Aus demselben Grunde, aus welchem man bei der Lupe statt einer einzigen Linse mehrere Linsen anwendet, verwendet man auch zu den Ocularen Combinationen mehrerer Linsen. Nur bei Ocularen mit negativer Brennweite, wie beim Opernglase oder dem Chevalier'schen Mikroskope werden einfache Zerstreuungslinsen gebraucht. Bei den stärker vergrössernden Apparaten mit positivem Ocular würde eine einfache Sammellinse die dem Objectivbilde anhaftenden Fehler hauptsächlich in Bezug auf ausseraxiale Bildpunkte beträchtlich vermehren. Kommt doch bei dem geringen Oeffnungswinkel der abbildenden Strahlenkegel im Oculartheile, zumal beim Mikroskop, die sphärische und chromatische Abweichung auf der Axe gar nicht in Betracht, mindestens aber weniger als bei den Lupen, wo die Büschel die Pupille ausfüllen. Wohl aber muss dem Gange der Hauptstrahlen im Oculare eine Regulirung zu Theil werden, damit die Bilder am Rande deutlich, farbenfrei und ohne Verzeichnung sind.

Die von Alters her und noch heute gebräuchliche Form der Oculare ist ein aus zwei einfachen planconvexen Sammellinsen gebildetes System, bei welchem der Abstand beider Glieder gleich der halben Summe der Einzelbrennweiten ist. Wie die im §. 216 angestellten Erörterungen lehren, hat ein solches System eine für zwei Farben gleich grosse Brennweite und giebt als Lupe oder Ocular gebraucht trotz Chromasie der Bildorte farbenfreie Bilder bis zum Rande, weil die Hauptstrahlen für zwei Farben einander parallel verlaufen (siehe Fig. 348).

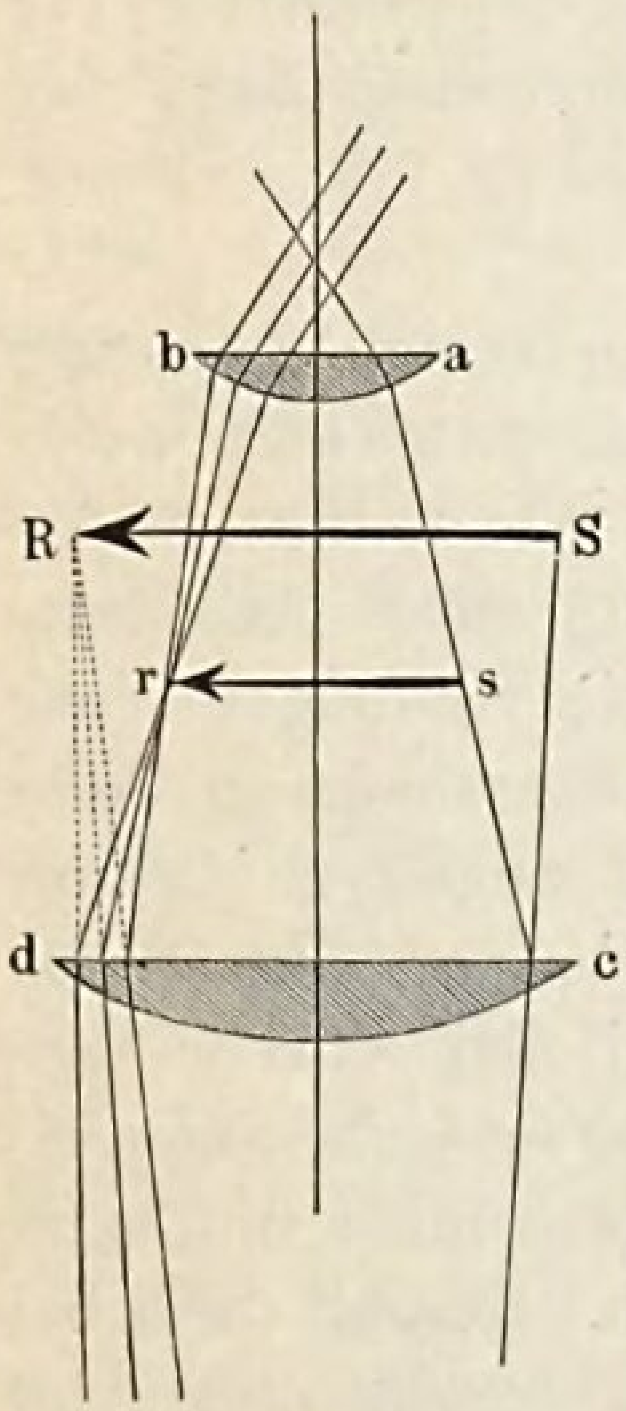
Durch die Trennung der Linsen wird auch bewirkt, dass die in der Objectivmitte und in der ihr conjugirten Ocularkreismitte die Axe kreuzenden Hauptstrahlen ein nahe constantes Verhältniss der Tangenten ihrer Neigungswinkel besitzen. Somit wird auch die Orthoskopie inner-

halb eines mässigen Sehwinkels hergestellt und das Bild ohne Verzeichnung gesehen. Mittelst einer einfachen Linse wäre die Orthoskopie nicht herstellbar, da die Hauptstrahlen der schiefen Büschel eine zu grosse Divergenzänderung erleiden müssten.

Beim Huyghens'schen Ocular (Fig. 571), welches fälschlich auch unter dem Namen des Campani'schen Oculares bekannt ist, haben die beiden Glieder verschieden grosse Brennweite.

Bezeichnet man die Brennweite der Linse *ab*, durch welche man in das Instrument hineinschaut, mit 1, so ist in der Regel der Abstand der beiden Linsen gleich 2, die Brennweite der unteren gleich 3.

Fig. 559.



Die beiden Linsen zusammen wirken also keineswegs wie eine einzige stärkere. Die grössere der beiden Linsen ist so gestellt, dass sie die vom Objectiv kommenden Strahlen bereits auffängt, ehe sie sich zu einem Bilde vereinigt haben.

Wenn in unserer Figur *RS* das Bild ist, welches durch die Wirkung des Objectivs entstehen würde, wenn die Linse *cd* nicht vorhanden wäre, so werden die nach einem Punkte dieses Bildes, etwa nach *R* hin convergirenden Strahlen durch die Linse *cd* noch stärker convergirend gemacht, so dass das Bild nun in *rs* zu Stande kommt.

Dieses Bild *rs* wird endlich durch die Lupe *ab* betrachtet, welche das eigentliche Augenglas ist; die Linse *cd* führt den Namen des Collectivglases. Dasselbe hat aber keineswegs den Zweck, das Sehfeld zu vergrössern, wie vielfach geglaubt wird, sondern es soll lediglich die Divergenz der Hauptstrahlen in eine Convergenz verwandeln, ohne das Objectivbild wesentlich in seiner Grösse zu verändern [1]). Die eigentliche Lupenwirkung kommt dem Augenglase (*ab*) zu, welches das reelle Bild *rs* in die deutliche Sehweite projicirt, ohne die Divergenz der Hauptstrahlen wesentlich zu vermehren. Es sei hierbei erwähnt, dass das Ocular in umgekehrter Lage als Lupe zu gebrauchen ist, da in dieser Lage der vordere Brennpunkt reell ist.

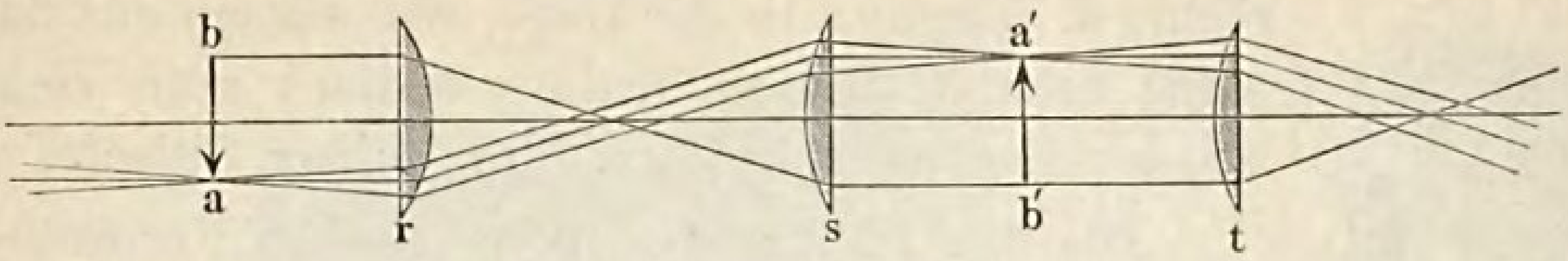
Da der vordere Brennpunkt des Huyghens'schen Oculars zwischen die Linsen fällt, so dass auch dort das Objectbild *rs*, die Gesichtsfeldblende und das Fadenkreuz zu liegen kommen, so eignet sich dieses Ocular nicht zu mikrometrischen Messungen. Auch ist ein Wechsel der Oculare und damit der Vergrösserung nicht möglich, ohne dass gleichzeitig das Fadenkreuz entfernt würde. Um diesen Uebelstand

[1]) Dabei sei aber hervorgehoben, dass das Ocular als Ganzes bei gleicher Vergrösserung ein doppelt so grosses Gesichtsfeld giebt, wie eine einfache Lupe von äquivalenter Brennweite.

zu vermeiden, bedient man sich des Ramsden'schen Oculars, welches im Wesentlichen wie eine aus zwei Linsen zusammengesetzte Lupe wirkt.

Beim Ramsden'schen Ocular (aus Fig. 548 zu ersehen) ist die Brennweite der beiden Linsen einander gleich und der Abstand derselben

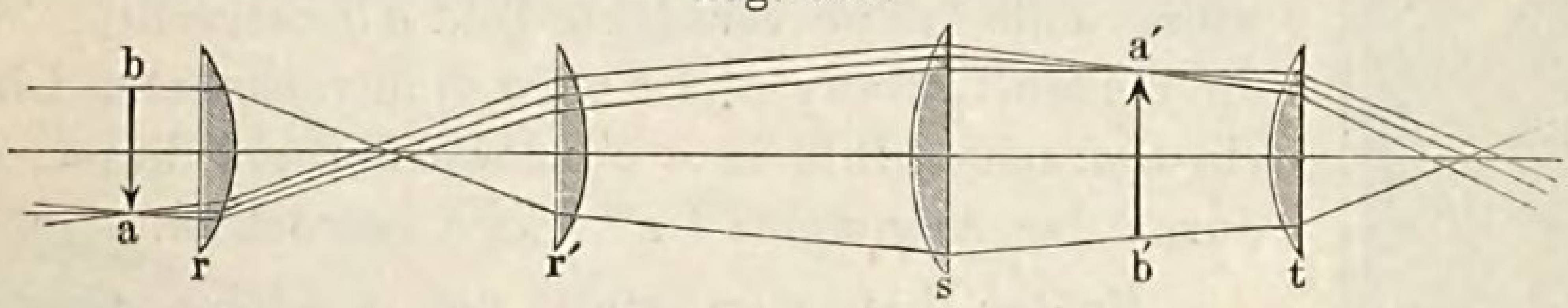
Fig. 560.



etwas kleiner als die gemeinschaftliche Brennweite, damit der vordere Brennpunkt noch um eine kleine Strecke vor die Collectivlinse zu liegen kommt. Hier liegt also das Fadenkreuz ausserhalb des Oculars, und es wird demnach das mit einem Mikrometer zur Deckung gebrachte Luftbild in gleichem Maasse vergrössert, wie die Scala des Mikrometers.

Das orthoskopische Ocular von Kellner[1]) besitzt eine achromatische Augenlinse und ein biconvexes, um die Brennweite der letzteren von ihr abstehendes Collectivglas. Dasselbe zeichnet sich durch

Fig. 561.



ein grosses, von Verzerrung freies Gesichtsfeld aus, so dass das Fadennetz in seiner ganzen Ausdehnung rein, scharf und unverzerrt erscheint. Auch in Bezug auf Achromasie ist es den oben genannten Ocularen überlegen.

Das „periskopische" Ocular von Gundlach, welches aus einer dreifachen Augenlinse und einem zweifachen Collectiv besteht, hat einen reellen Brennpunkt. Eignet dasselbe sich somit zum Mikrometerocular, so besitzt es ausserdem ein grosses und ebenes Gesichtsfeld.

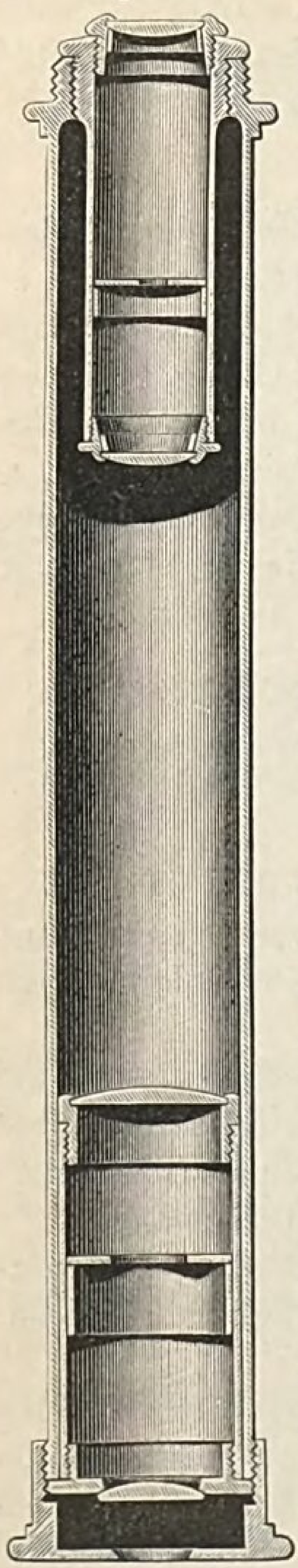
Das aplanatische Ocular besteht aus zwei, ähnlich dem Ramsden'schen Ocular zusammengesetzten achromatischen planconvexen Linsen.

Ueberhaupt können alle die bei der Lupe aufgeführten Formen Verwendung als Ocular finden. Nur sei nochmals betont, dass auch die besten Oculare nicht die im Objectivsysteme uncorrigirt gebliebenen Aberrationsreste beseitigen können (vergl. §. 317). Eine Ausnahme macht das Compensationsocular von Zeiss insofern, als es die farbige Vergrösserungsdifferenz compensirt, welche im Apochromaten gleichmässig längs aller Zonen bestehen bleibt.

[1]) „Das orthoskopische Ocular", eine neu erfundene achromatische Linsencombination von Karl Kellner, Optiker in Wetzlar. Braunschweig 1849, Friedr. Vieweg und Sohn.

Entwerfen die genannten Oculare gleich den einfachen Lupen von dem reellen, umgekehrten Objectivbildchen ein virtuelles, aber gleichfalls umgekehrtes Bild, so wirkt das terrestrische Ocular wie ein zusammengesetztes Mikroskop. Ein mit dem terrestrischen Ocular versehenes Fernrohr zeigt also die aufrechten Objecte aufrecht, d. h. genau in der Lage, wie wir sie mit blossem Auge sehen. Dieser Oculare bedient man sich daher bei der Beobachtung terrestrischer Objecte.

Fig. 562.



Die Ocularröhre des terrestrischen Fernrohres oder das terrestrische Ocular ist im Wesentlichen nichts Anderes als ein zusammengesetztes Mikroskop, dessen Objectiv jedoch weit schwächer ist als das der gewöhnlichen Mikroskope. Fig. 560 (a. v. S.) stellt die Einrichtung dar, welche Rheita ursprünglich dem terrestrischen Ocular gab. Es besteht aus drei Linsen, von denen die erste, r, gewissermaassen das Objectiv, s das Collectivglas und t das Augenglas des Mikroskops darstellt, durch welches man das vom Objectiv des Fernrohres entworfene verkehrte Bild ab betrachtet. Durch die beiden Linsen r und s wird vom verkehrten Bilde ab ein aufrechtes Bild in $a'b'$ entworfen und dieses endlich durch das Augenglas t als Lupe betrachtet.

Später hat man statt des vorderen Glases im Rheita'schen Ocular zwei Linsen substituirt, und so entstand die jetzt gebräuchliche Form des terrestrischen Oculars, welche in Fig. 561 (a. v. S.) schematisch dargestellt ist. Das vom Objectiv des Fernrohres entworfene Bild ab steht innerhalb der Brennweite der ersten Linse r, so dass die von einem Punkte des Bildes ab ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch r divergiren. Diese Strahlenbündel schneiden nun die Axe und treffen alsdann erst auf die zweite Linse r', die sie parallel oder schwach convergirend macht, bis sie endlich durch die dritte Linse s wieder zu einem aufrechten Bilde $a'b'$ gesammelt werden.

Sowohl da, wo die Strahlenbündel zwischen r und r' die Axe schneiden, als auch an der Stelle des Bildes $a'b'$ ist eine Blendung angebracht.

Fig. 562 zeigt die vollständige Einrichtung des terrestrischen Oculars sammt der Fassung.

334 Aeussere Einrichtung des Fernrohres. Oculardeckel.

Aehnlich wie das zusammengesetzte Mikroskop besteht auch das Fernrohr im Wesentlichen aus einer Röhre, welche Objectiv und Ocular

enthält. Giebt Fig. 563 einen Durchschnitt durch ein Galilei'sches Fernrohr, so Fig. 564 den Axenschnitt durch ein terrestrisches Fernrohr. Beim Gebrauche des letzteren wie der astronomischen Fernrohre ist das Rohr meist an einem Stativ drehbar befestigt, so dass

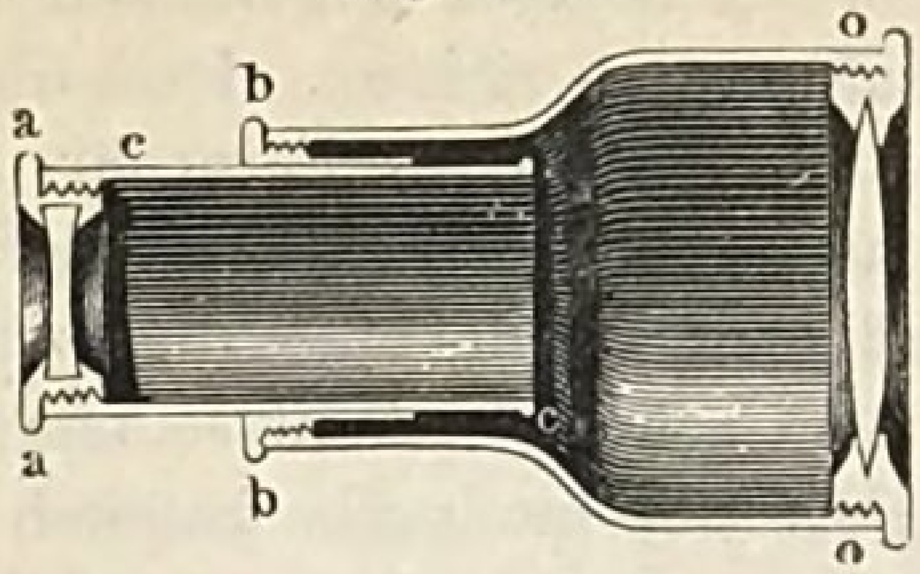


Fig. 563.

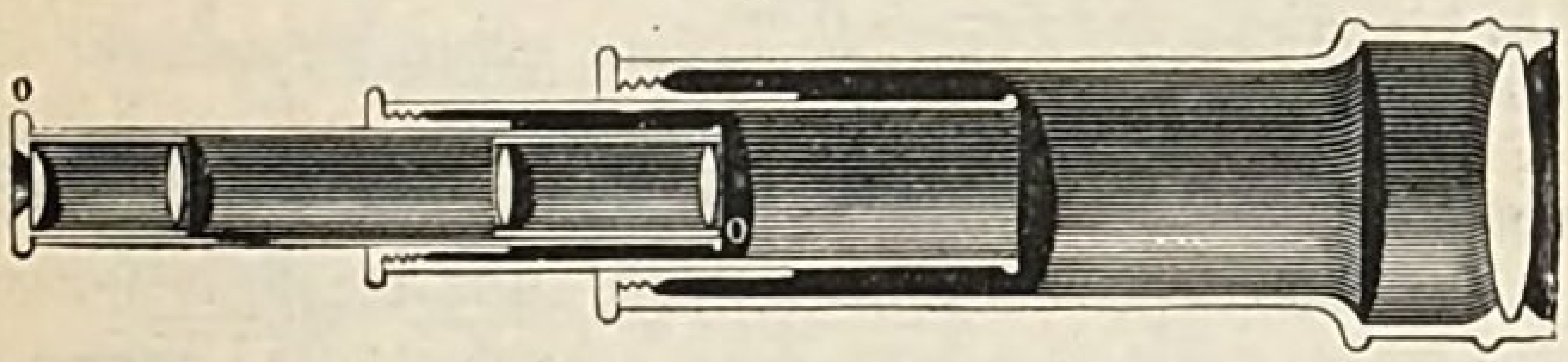
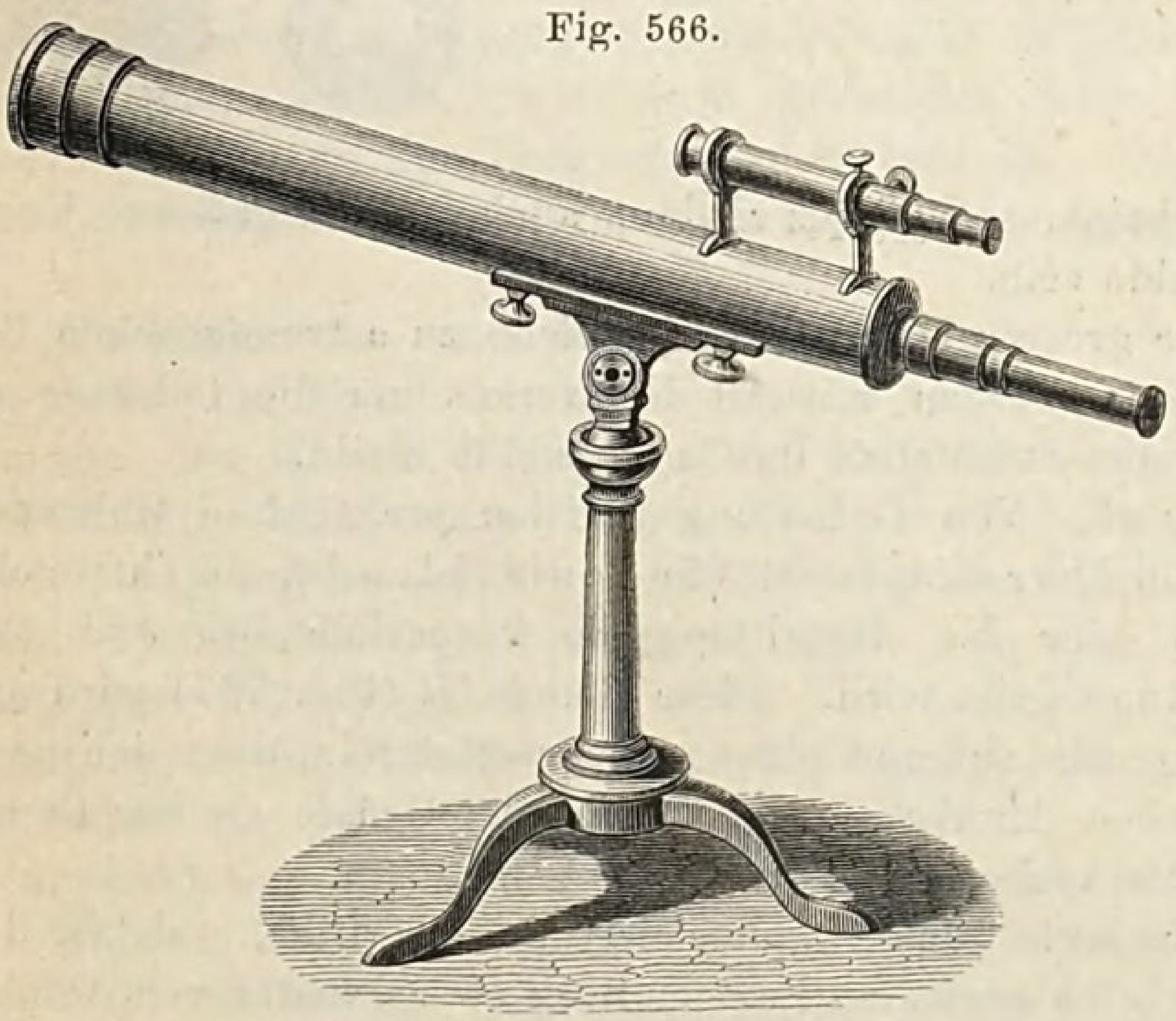


Fig. 564.


Fig. 566.

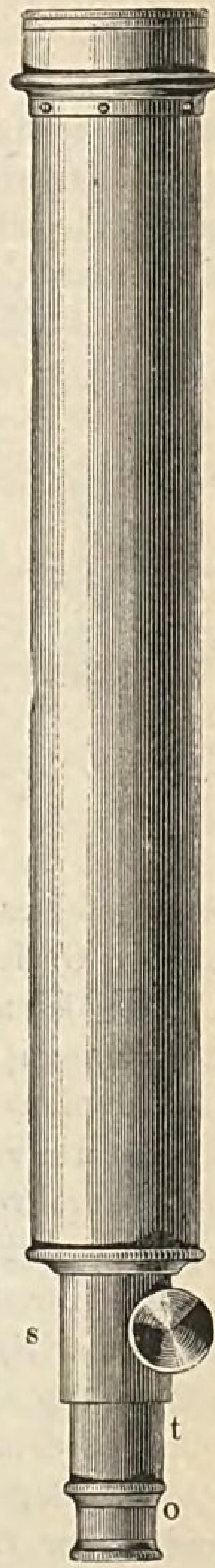


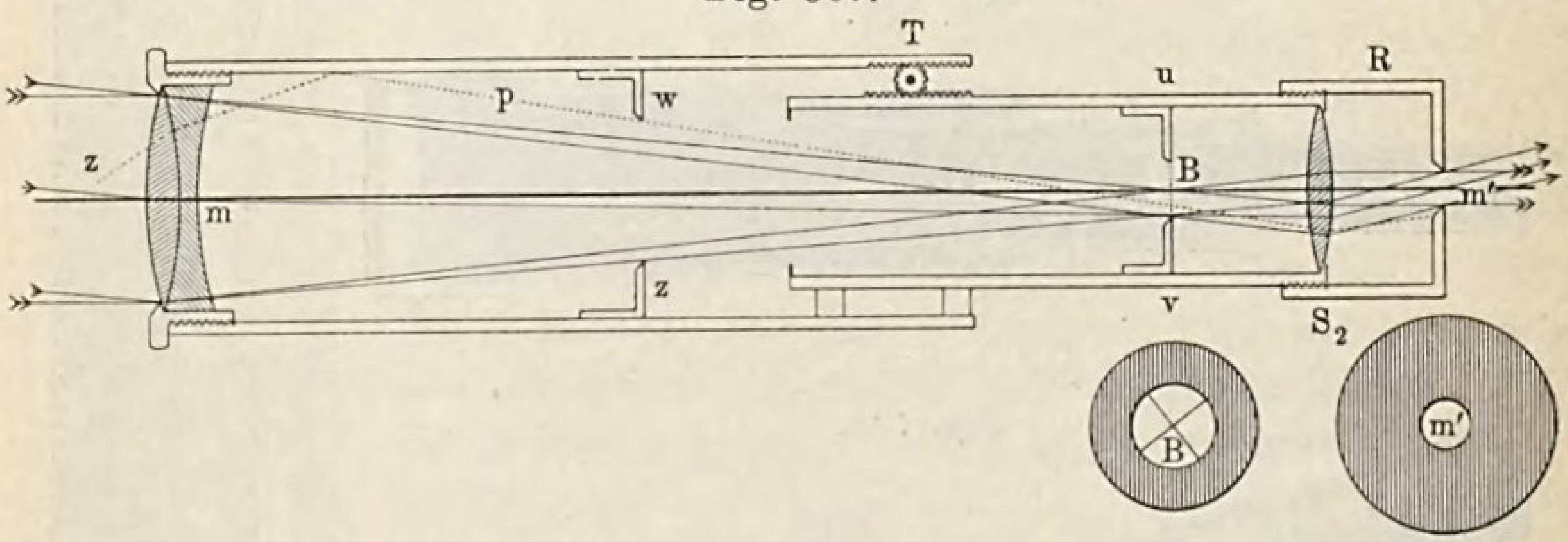
Fig. 565.

seine Sehaxe möglichst alle Richtungen bestreichen kann. Fig. 565 und 566 stellen die äussere Einrichtung eines astronomischen Fernrohres der einfachsten Art dar. An die Röhre, an welcher vorn das Objectiv *k* angeschraubt ist, setzt sich am anderen Ende eine engere Röhre *s* an, in welcher sich mittelst des Triebes *r* die Röhre *t* aus- und einschieben lässt. An das Rohr *t* ist das Ocular *o* angeschraubt.

In der Regel sind jedem derartigen Fernrohre mehrere Oculare beigegeben, welche verschieden starke Vergrösserungen geben und welche man nach Belieben wechseln kann.

Wegen der mit starker Vergrösserung unvermeidlich verbundenen Kleinheit des Gesichtsfeldes ist es oft ungemein schwierig, ein stark vergrösserndes Fernrohr auf einen bestimmten Gegenstand einzustellen, es also z. B. auf einen bestimmten Stern zu richten. Deshalb ist mit solchen grösseren Instrumenten meist ein kleineres Fernrohr von geringerer Vergrösserung („Sucher" genannt) in der Art verbunden, dass die Axen beider Fernrohre genau parallel sind, wie man dies z. B. in Fig. 566 sieht, welche ein grösseres Standfernrohr sammt seinem Stativ darstellt. Wenn man, durch das kleine Fernrohr hindurchschauend, das Instrument so gerichtet hat, dass der zu betrachtende Gegenstand in der Mitte des

Fig. 567.



Gesichtsfeldes erscheint, so wird er alsdann auch für das grössere Fernrohr im Gesichtsfelde sein.

Die Fernrohre grosser Dimensionen, welche zu astronomischen Beobachtungen dienen; werden mittelst Uhrwerkes um die Polaraxe so gedreht, dass derselbe Stern stets im Gesichtsfelde bleibt.

Oculardeckel. Von Bedeutung für den praktischen Gebrauch des Fernrohres und Mikroskopes ist die Ocularblende, durch welche der Ocularkreis oder die Austrittspupille körperlich begrenzt und dadurch für das Auge fixirt wird. Diese Blende *R* (Fig. 567) wird auf das Ocular S_2 aufgeschraubt und muss so gearbeitet sein, dass sich nach Befestigung derselben der Ausschnitt sowohl der Grösse als der Länge nach mit dem Ocularkreise vollkommen deckt [1]).

Da der Ocularkreis nichts weiter ist als das Bild, welches das Ocular vom Objectiv entwirft, so liegt er noch etwas weiter vom Ocular entfernt als dessen hinterer Brennpunkt. Für starke Vergrösserungen, wo die Ocularbrennweite klein und die Objectivdistanz gross ist, fällt praktisch der Ocularkreis mit dem Brennpunkte des Oculars zusammen.

[1]) In der Praxis wird man freilich darauf Rücksicht nehmen müssen, dass möglichst die von der Cornea um mehrere Millimeter zurückstehende Augenpupille mit dem Ocularkreis zur Coincidenz kommt.

Durch den Ocularkreis kann nur Licht gelangen, welches das Objectiv und das Ocular passirt hat und somit zum Bilde beiträgt; indem man denselben exact abblendet, erleichtert man nicht nur die Beobachtung, insofern dem Auge die richtige Stellung angewiesen wird, sondern man blendet alles falsche Licht ab, welches von etwa seitlich gelegenen Lichtquellen herkommt. Die Ocularblende verhindert also, dass Licht, welches ausserhalb des Strahlenganges verläuft, ins Auge gelangt.

Blenden im Rohre. Von der Gesichtsfeldblende am Orte, wo das reelle, durch das Objectiv entworfene Bild entsteht, haben wir schon gesprochen (vergl. §. 327). In Fig. 567 liegt sie bei *uv* und ist so gross gewählt, dass nur diejenigen Bildpunkte gesehen werden, deren Helligkeit die maximale, d. h. diejenige des Axenpunktes ist.

Im Inneren des Rohres, welches selbstverständlich möglichst geschwärzt wird, sind noch weitere Blenden angebracht, um auch das an den inneren Wänden reflectirte Licht abzuhalten, natürlich ohne die wirksamen Strahlen abzublenden.

Je nach der Länge des Rohres verwendet man mehr oder weniger solche Schutzblenden, die streng genommen überflüssig sind, falls ins Auge nur Licht gelangen kann, welches durch den Ocularkreis gegangen ist. Diese Bedingung ist aber praktisch kaum zu erfüllen. Bei den kleineren Fernrohren genügt es, die einmal reflectirten Strahlen vom Bilde fernzuhalten, da die zweimal reflectirten ohnehin zu lichtschwach sind, zumal wenn das Rohr gut geschwärzt ist. Dann aber ist auch meist eine Schutzblende (*zw*) wie in Fig. 567 genügend.

Fadenkreuz und Fadenbeleuchtung. An der Stelle, wo 335
das reelle vom Object durch das Objectiv entworfene Bild liegt, bringt man bei den meisten Fernrohren ein Fadenkreuz an, d. h. zwei sich rechtwinklig schneidende Fäden (Spinnen-Coconfäden, feine Quarzfäden etc.), welche auf der Gesichtsfeldblende *uv* (Fig. 567) befestigt sind. Der Fadenkreuzschnittpunkt spielt bei allen Winkelmessungen eine grosse Rolle (vergl. §. 99); seine Verbindungslinie mit dem zweiten Hauptpunkte des Objectivs repräsentirt nämlich die mechanische Axe des Fernrohres. Sie fällt mit der optischen Axe zusammen, falls der Brennpunkt sich mit dem Fadenkreuzschnittpunkte deckt.

Gilt es, den Winkelabstand von strichförmigen Objecten auszumessen, wie bei den meisten spectrometrischen Messungen, so bedient man sich mit Vortheil paralleler Fadenpaare (vergl. Fig. 568) von verschieden grosser Distanz der Fäden. Bei der Einstellung bringt man das Bild des strichförmigen Objectes zwischen ein Fadenpaar, und zwar wählt man je nach der Stärke des Striches ein Fadenpaar von grösserer oder kleinerer Distanz.

Die Beleuchtung des Fadenkreuzes spielt eine grosse Rolle. Sind die zu messenden Objecte lichtstark, wie bei den meisten Spec-

tralbeobachtungen, so ist das ganze Feld hell erleuchtet und die Fäden erscheinen dunkel auf hellem Grunde. Sind die Objecte aber so lichtschwach, dass ihr Licht nicht ausreicht, um das Sehfeld zu erleuchten, so muss eine besondere künstliche Beleuchtung des Fadenkreuzes eintreten.

Dies kann auf zweierlei Art geschehen. Einmal, indem man ähnlich wie beim Gauss'schen Ocular (s. S. 227) seitwärts eine Lichtquelle aufstellt und das Feld vom Ocular her erleuchtet, so dass die Fäden Licht reflectiren oder indem man nach Abbe die Fäden vom Objectiv her ebenfalls durch eine seitwärts gestellte Lichtquelle erleuchtet. In diesem Falle wirft eine zwischen Objectiv und Ocular gestellte Blende aus weissem Papier oder Gyps, welche so ausgeschnitten ist, dass die vom Objectiv kommenden wirksamen Strahlen gerade hindurch gehen können, das von der seitlichen Lichtquelle kommende Licht diffus von hinten auf die Fäden. Die directen, von der Gypsblende ausgegangenen Strahlen gelangen nicht durch die Augenblende bezw. den Ocularkreis; das beobachtende Auge sieht also weder Gypsschirm noch Lichtquelle, wohl aber unter Umständen die Fäden. Sind nämlich die Fäden des Fadenkreuzes fein genug, so werden an ihnen die vom Gypsschirme kommenden Strahlen gebeugt und die gebeugten Strahlen gelangen innerhalb des wirksamen, vom Objectiv ausgegangenen Strahlenkegels, also auch durch den Augenkreis, ins Auge. Es erscheinen auf diese Weise die Fäden hell auf dunklem Grunde. Bedingung dabei ist wiederum eine exacte Abblendung des Ocularkreises durch die Ocularblende. Diese schöne und sinnreiche Methode ist vor Allem da wichtig, wo lichtschwache Objecte auszumessen sind. (Näheres siehe S. Czapski: „Einrichtung zur Fädenbeleuchtung bei astronomischen Fernrohren.“ Zeitschr. f. Instrkde. 1885, Bd. V, S. 347 bis 356 und K. Homann: Bamberg's Durchgangsinstrument. Zeitschr. f. Instrkde. 1891, S. 125 bis 131.)

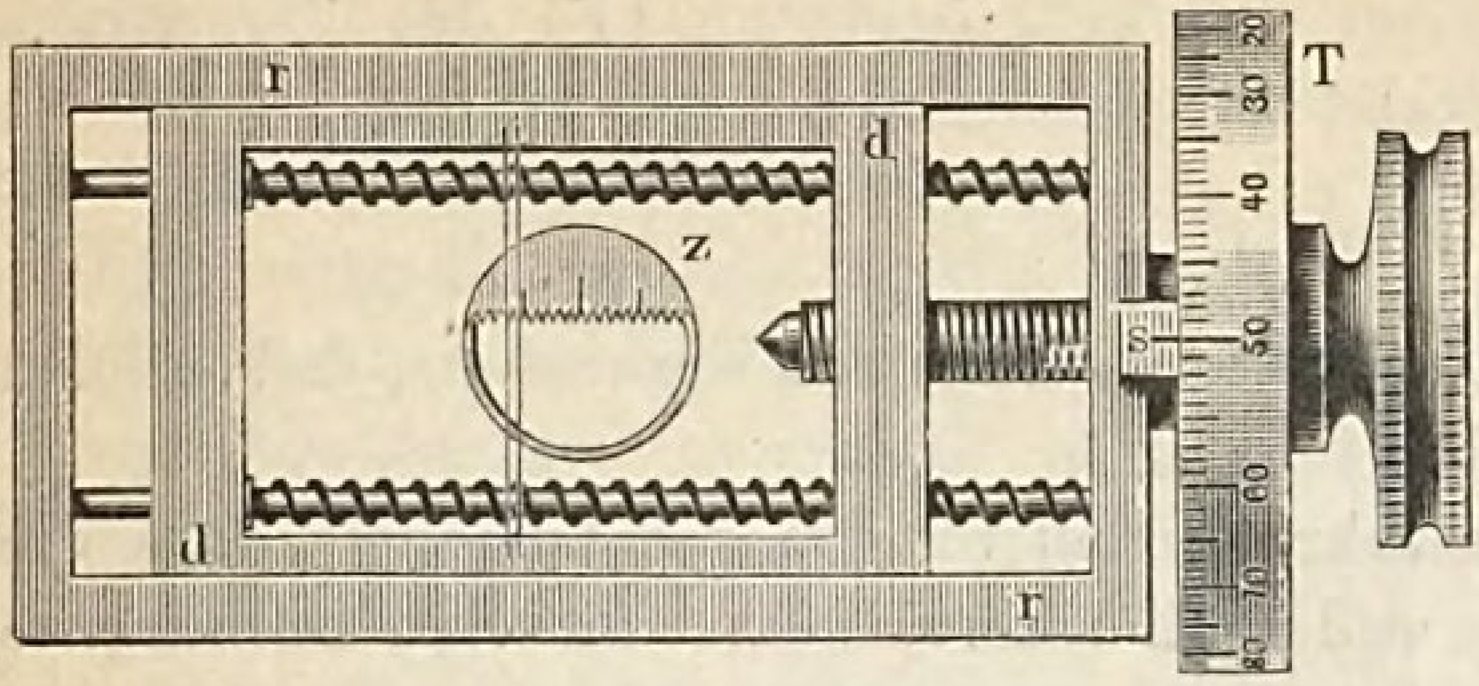
336 **Ocularmikrometer.** Zur Ausmessung kleiner Distanzen senkrecht zur optischen Fernrohr- oder Mikroskopaxe bedient man sich des sog. Ocularmikrometers. Dasselbe besteht in seiner einfachsten Gestalt aus einer kreisförmigen Glasplatte, in welche ein feiner, etwa in 0,1 mm getheilter Maassstab geritzt ist. Diese Platte wird beim Huyghens'schen Ocular auf die zwischen beiden Gliedern desselben befindliche Gesichtsfeldblende gelegt. Dann muss aber das Augenglas für sich verschiebbar sein, um zunächst das Ocularmikrometer deutlich zu sehen, worauf durch Verschiebung des ganzen Oculars das vom Objectiv entworfene reelle Bild fixirt wird. Da beim Huyghens'schen Ocular die Vergrösserung von Bild und Mikrometer verschieden ausfällt, so bedarf es einer Auswerthung des Ocularmikrometers, wozu bei Mikroskopen ein Objectmikrometer benutzt wird.

Bei genaueren Messungen zieht man das Ramsden'sche Ocular vor und verwendet ausserdem das Schraubenmikrometer (Fig. 568).

Ein solches Instrument besteht aus einem Metallrahmen *rr*, in

welchem ein mit Fadenkreuz oder Parallelfäden versehener Schlitten *dd* messbar verschoben werden kann. Die bei *m* im Rahmen *rr* festsitzende Mikrometerschraube *s* nimmt den Schlitten bei einer Drehung mit, welch letztere direct an der Theilung der Trommel *T* abzulesen ist. Zur Vermeidung des todten Ganges dienen die beiden Spiralfedern, welche stets den Schlitten nach *m* hin zu schieben suchen. Ist die Ganghöhe der Schraube $^1/_4$ mm und ist der Trommelumfang in 50 Theile getheilt, so kann noch eine lineare Verschiebung von nur $^1/_{200}$ mm abgelesen werden. Einer ganzen Umdrehung der Trommel entspricht der Abstand je zweier der in der Figur sichtbaren Zähne, deren mittelster als Nullpunkt dient.

Fig. 568.



Experimentelle Bestimmung der Vergrösserung und des Sehfeldes beim Fernrohre. Bei Fernrohren mit schwacher Vergrösserungskraft kann man zur rohen Bestimmung derselben, ähnlich wie beim Mikroskop, folgendes einfache Verfahren anwenden: 337

Man stellt in einiger Entfernung vom Fernrohre einen getheilten Stab, etwa eine Latte, wie man sie zum Feldmessen gebraucht, auf, und betrachtet diesen Gegenstand gleichzeitig mit dem einen Auge direct, mit dem anderen durch das Fernrohr; man sieht auf diese Weise, wie viele Abtheilungen des mit blossem Auge gesehenen Maassstabes auf eine durch das Fernrohr vergrösserte Abtheilung fallen, und erhält so unmittelbar den Werth der Vergrösserung. Man kann zu dem eben angegebenen Verfahren auch die Ziegelreihen eines Daches oder einen ähnlichen Gegenstand anwenden.

Genauere Werthe erhält man auch hier, wenn man mit ein und demselben Auge beobachtet und zu diesem Zwecke einen Zeichenapparat verwendet.

Diese Methoden erfordern eine hinlänglich grosse Visirdistanz.

A. v. Waltenhofen[1]) hat nun eine sehr bequeme und auch genaue Methode angegeben, Vergrösserung und Gesichtsfeld von Fernrohren auf dem beschränkten Raume eines Tisches zu messen, wobei ausser dem Maassstabe oder einer beliebigen Scala nur noch eine Sammellinse von bekannter Brennweite erfordert wird. Man befestigt einfach die Sammellinse mit Wachs vor dem Objectiv des Fernrohres und richtet das letztere auf einen in einem Abstande gleich der Brennweite *F* der

[1]) Abhandl. d. k. böhm. Ges. d. W. VI. Folge, 5. Ber., Carl's Rep. VIII, S. 104.

Sammellinse aufgestellten Maassstab. Das Fernrohr ist dann auf parallele Strahlen, oder, wie man auch sagt, auf unendliche Distanz eingestellt.

Jetzt bestimmt man auf die vorher angegebene Weise die Vergrösserung (V') und berechnet die Vergrösserung (V) des Fernrohres ohne vorgesetzte Linse mittelst der Formel:

$$V = V' \frac{F}{F + L},$$

worin L gleich der Summe der Brennweiten des Fernrohres, d. h. gleich seiner Länge ist.

Was die praktische Ausführung betrifft, so sei bemerkt, dass die Zusatzlinse möglichst dünn und schlierenfrei sein und eine Brennweite nicht unter 1 bis 2 m besitzen soll.

Eine genauere Methode lässt sich beim Fernrohre mit reeller Austrittspupille anwenden; dieselbe beruht auf dem Satze, dass bei teleskopischen Systemen die Vergrösserung gleich ist dem Verhältniss der Querschnitte conjugirter axenparalleler Büschel. Da nun ein solches, das Objectiv ausfüllendes Büschel gerade den Ocularkreis ausfüllt, so erhält man durch Ausmessung von Objectiv und Ocularkreis direct die Vergrösserung. Zur Bestimmung dieser Grössen bedient man sich des Dynameters (Fig. 569) und einer geeignet ausgeschnittenen Blende (Fig. 570). Das Dynameter besteht aus einem Rohre r mit der Lupe l und einem in r verschiebbaren Ocularmikrometer mit fein getheilter Scala s. Das Ganze ist verschiebbar in einem zweiten Rohre R, welches entweder auf den Oculardeckel oder anstatt desselben direct auf das Ocular des Fernrohres aufgesetzt wird. Zunächst stellt man mittelst Linse l als Lupe scharf auf die Scala s ein; sodann verschiebt man Rohr r im Rohre R, bis gleichzeitig mit der Scala s auch der Ocularkreis deutlich gesehen wird.

Fig. 569.

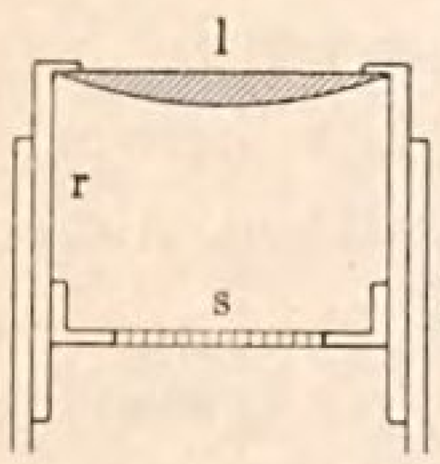
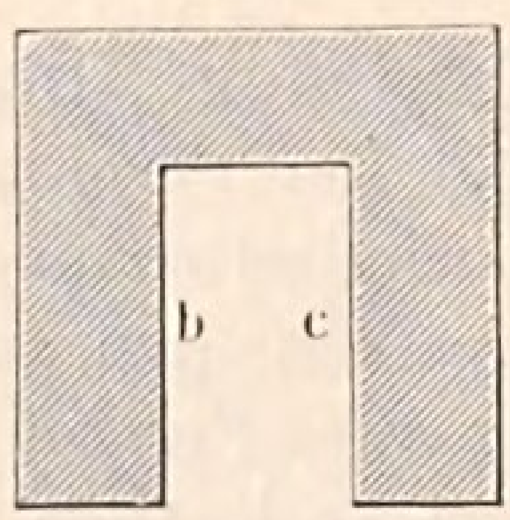


Fig. 570.



Kennt man den Abstand der Scalentheile, und zählt, wie viel deren auf den Durchmesser des Ocularkreises gehen, so kennt man direct die Grösse des letzteren. Damit p' und s die gleiche Vergrösserung erfahren, müssen beide genau in einer Ebene liegen, also gleichzeitig deutlich gesehen werden; bei einer seitlichen Bewegung des Auges dürfen sich also beide gegen einander nicht verschieben.

Den Durchmesser des Objectivs misst man direct aus. Natürlich muss bei diesen Versuchen das Fernrohr vorher auf Unendlich eingestellt werden, damit es streng der teleskopischen Bedingung genügt.

Nun ist der Objectivrand, dessen Bild der Rand des Ocularkreises ist, stets etwas Undefinirtes. Man wählt daher lieber die Abbildung einer körperlich scharf begrenzten und daher exact ausmessbaren Blende (Fig. 570), welche man vor dem Objectiv des Fernrohres befestigt. Aus

der Grösse des Abstandes *bc* und dessen Bildes, welches mittelst des Dynameters gemessen wird, folgt ohne Weiteres die Vergrösserung. Statt der Blende *ab* lässt sich auch mit Vortheil ein Glasmaassstab als Object verwenden.

Die experimentelle Bestimmung des Sehfeldes kann beim astronomischen und terrestrischen Fernrohre ziemlich genau auf folgende Weise ausgeführt werden: Man montirt das Fernrohr auf einen drehbaren Kreis, dessen Drehung direct in Winkelgraden abzulesen ist, der Kreisfläche parallel und stellt in genügender Entfernung einen Lichtpunkt, etwa eine Kerze, so auf, dass sie mitten im Gesichtsfelde gesehen wird. Hierauf dreht man Fernrohr mit Kreis einmal nach der einen Seite so lange, bis gerade der Lichtpunkt verschwindet, liest den Theilkreis ab, dreht dann nach der anderen Seite, bis wieder der Lichtpunkt gerade unsichtbar zu werden anfängt und liest wieder ab. Die Differenz beider Ablesungen giebt direct die Grösse des Sehfeldes im Objectraume an.

Das gemessene Sehfeld stellt das mit maximaler Helligkeit gesehene dar, wenn die Gesichtsfeldblende am Orte des vom Objectiv entworfenen Bildes nur solche Strahlenbüschel hindurchlässt, die den Ocularkreis ganz ausfüllen. Nach Herausnahme der Blende erhält man ein etwas grösseres Sehfeld, welches auch diejenigen Objectpunkte umfasst, von denen gerade eben noch ein Strahl ins Auge gelangt. Aus der Grösse der Blende und deren Abstand vom Objectiv kann man auch ohne Weiteres das zu überblickende Sehfeld berechnen, falls kein Collevtivglas vorhanden ist. Ist der Blendendurchmesser gleich D und die Distanz gleich E, so ist der angulare Werth ψ des Sehfeldes gegeben durch die Formel:

$$tg\,\psi = \frac{D}{E}.$$

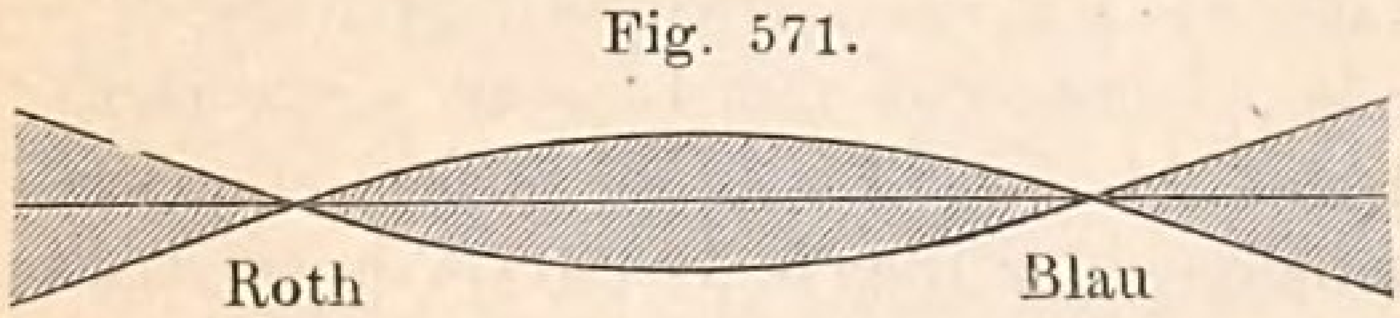
Ungenauer ist die folgende Methode, welche aber auch beim Galilei'schen Fernrohre anwendbar ist. Man entfernt zwei weit abstehende Lichtpunkte (etwa Kerzenflammen) so lange von einander, bis sie gerade eben anfangen, unsichtbar zu werden. Der Quotient aus dem Abstande d der Lichtpunkte von einander und ihrer Entfernung e vom Fernrohre ist gleich der trigonometrischen Tangente des Sehwinkels.

Prüfung der Leistung eines Fernrohres. Bei den stark vergrössernden Fernrohren wird man am besten so verfahren, dass man 338
zunächst das Objectiv auf seine Correction hin untersucht. Dieser Theil der Prüfung zerfällt in zwei Operationen. Einmal muss man nachsehen, ob das Objectiv achromatisch ist, sodann muss man dasselbe auf seine sphärische Correction prüfen.

Die Prüfung der Achromasie geschieht am besten gemäss der H. C. Vogel'schen Methode, indem man vor das Ocular ein kleines geradsichtiges Prisma bringt und nun das Fernrohr auf einen hellen Lichtpunkt, Fixstern oder das an einer kleinen schwarzen Kugel ge-

spiegelte Sonnenbild fixirt. Es dient hier das Fixsternbild gleichsam als Object, welches man mit dem Ocular als Lupe betrachtet und durch das Prisma in ein Spectrum auszieht. Ist das Objectiv vollkommen achromatisch, so gehen vom Fixsternbilde homocentrische Lichtkegel in allen Farben aus, und es ist so gut, als ob daselbst ein weisser, selbstleuchtender Punkt sich befände. Sieht man einen solchen durch das Prisma plus Ocular an, so entsteht ein lineares, virtuelles Spectrum von überall gleicher Schärfe, da eben die virtuellen Vereinigungspunkte der verschiedenen Farbenbüschel alle in derselben Entfernung vom Auge liegen. Ist das Objectiv nicht achromatisch, so entwirft dasselbe vom Fixstern für rothes Licht ein Bild an anderer Stelle als für gelbes, grünes etc. Licht. Dem entsprechend muss das Fixsternbild aufgefasst werden als eine Reihe von leuchtenden, farbigen Punkten hinter einander, und es kann bei starker Ocularvergrösserung nur eins dieser Bilder scharf fixirt werden. Das durch das Prisma gesehene Spectrum ist also nicht mehr linear, sondern nur an der Stelle derjenigen Farbe punktförmig, auf welche man eingestellt hat, an allen anderen Stellen aber in Folge der Zerstreuungskreise verbreitert. Ist ein Objectiv z. B. so corrigirt, dass es die rothen und blauen Strahlen vereinigt, so sieht man ein Spectrum, wie es in Fig. 571 dargestellt ist, nämlich mit zwei Einschnürungen im rothen und blauen Theile.

Fig. 571.



Um Fehler zu vermeiden, muss man aber die Chromasie des Oculars und des Auges eliminiren. Dazu macht man erst eine Voruntersuchung, indem man sich mit Ocular und Prisma von einem factischen Lichtpunkte das Spectrum ansieht[1]).

Die sphärische Correction und etwaige Zonenfehler erkennt man aus der Art, wie sich ein Fixsternbild verändert, wenn man das Ocular von der deutlichen Einstellung aus dem Objectiv nähert und von demselben entfernt. Betreffs dieser Prüfung sei auf die ausführliche Abhandlung der Firma T. Cooke & Söhne zu York hingewiesen, übersetzt von R. Straubel in Zeitschr. f. Instrkde. 1894, Bd. 14, S. 113, 153, 189.

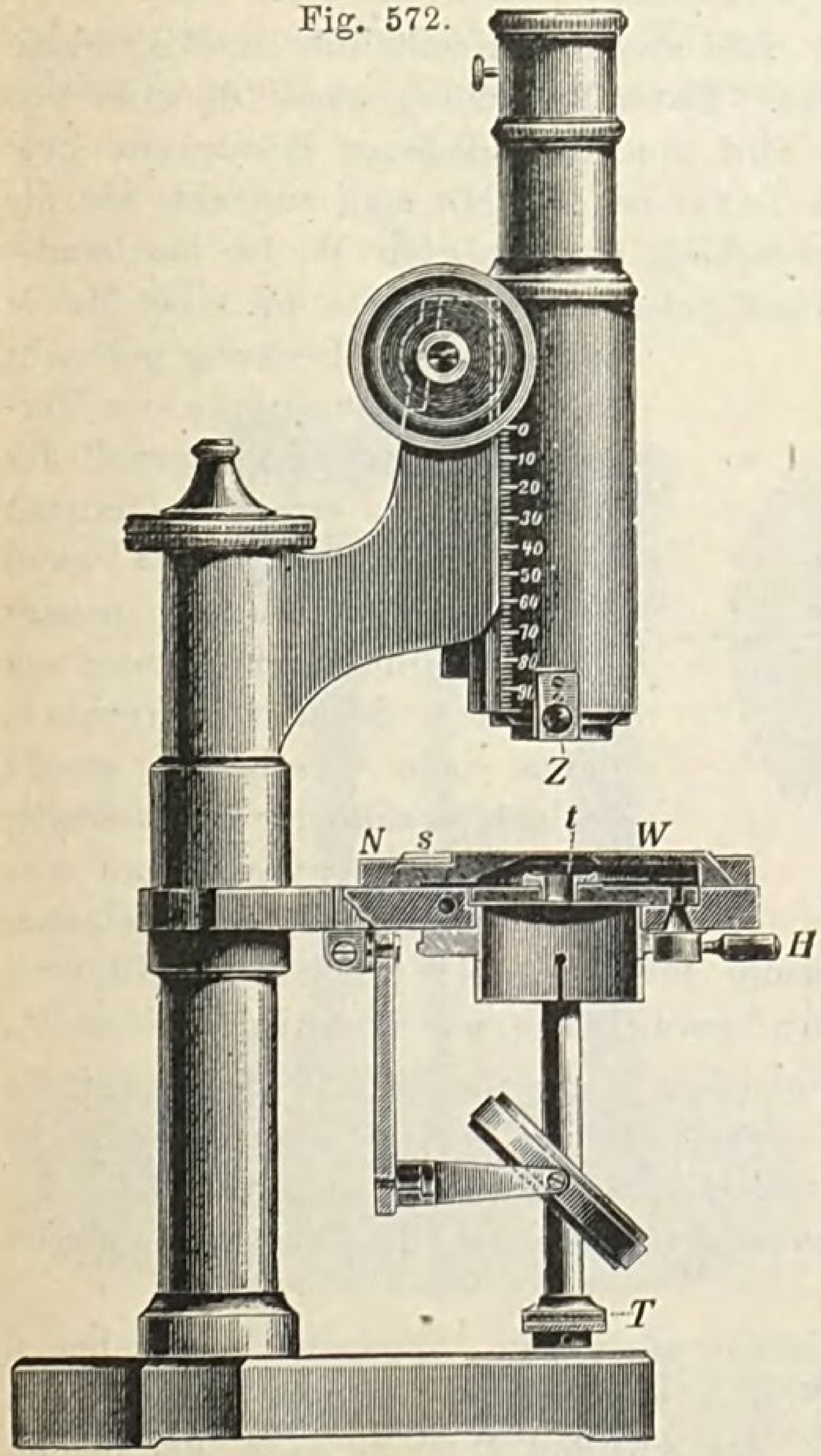
Um die Gesammtleistung des Fernrohres zu prüfen, untersucht man dasselbe auf sein Auflösungsvermögen in ähnlicher Weise, wie wir es beim Mikroskop kennen gelernt haben. Diese Untersuchung ist nicht ohne Schwierigkeit und führt leicht zu falschen Resultaten. Das Auflösungsvermögen ist nämlich eine Function der Intensität der aufzulösenden Lichtpunkte bezw. der Helligkeitsdifferenz der noch zu unterscheidenden Details.

[1]) Näheres siehe in H. C. Vogel, „Das secund. Spectrum etc." Vierteljahrsschrift d. astron. Ges. Bd. 22, S. 142 und M. Wolf, „Bestimmung der chrom. Abweichung etc." Wied. Ann., Bd. 33, S. 212. Ein Referat über beide Arbeiten ist in Zeitschr. f. Instrkde. 1888, Bd. VIII, S. 246 bis 249 erschienen.

Benutzt man sehr lichtstarke Doppelsterne als Testobject, so kann auch ein weniger gutes Objectiv an Auflösungsvermögen einem gut corrigirten Objectiv gleich kommen, welches, auf minder lichtstarke Objecte eingestellt, viel mehr Einzelheiten zeigt, wie das schlechter corrigirte.

Es wird sich demnach empfehlen, die zu vergleichenden Fernrohre auch darauf zu prüfen, ob sie von den in der Natur vorkommenden Objecten gleich viel Einzelheiten erkennen lassen. Natürlich wird man hierbei die Fernrohre sowohl auf gleiche Vergrösserung als auch auf gleiche Helligkeit bringen müssen.

Fig. 572.



Beim Opernglase kann man mit Erfolg die Auflösungsfähigkeit mit der des Auges vergleichen, wobei man die Bedingung aufstellen darf, dass das Opernglas um so viel mal besser auflösen soll, wie das Auge, als seine Vergrösserungszahl angiebt. Als Testobject benutzt man entweder eine Tafel mit Sehzeichen oder ein Gitter aus abwechselnd hellen und dunklen Streifen.

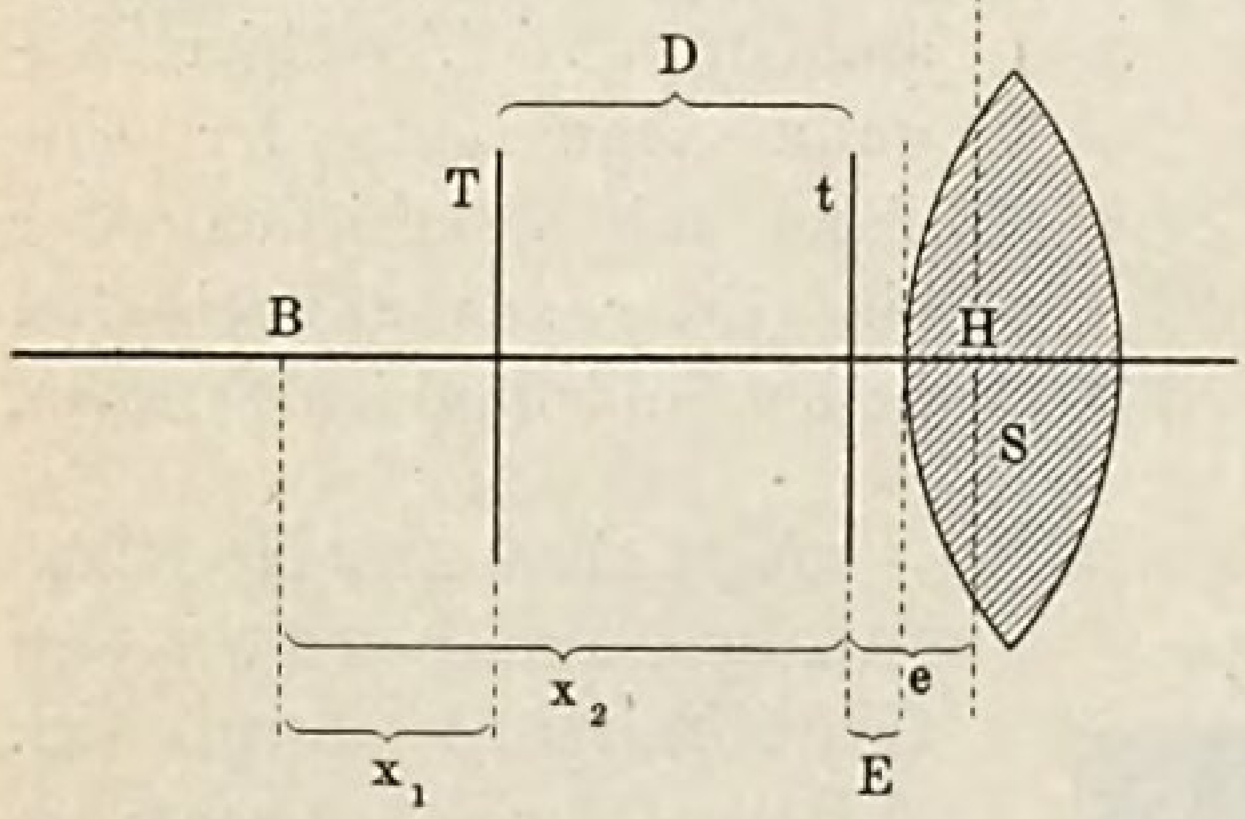
Apparat zur Bestimmung der Brennweiten (Focometer) nach E. Abbe. 339
Wir haben schon im §. 84 kurz die von E. Abbe ersonnene Methode erwähnt, aus der linearen Bildvergrösserung in zwei beliebigen Bildebenen und dem Abstande der beiden Ebenen von einander die Brennweite eines Linsensystems zu bestimmen. E. Abbe hat die Methode hauptsächlich auf Objective von Mikroskopen, kleineren Fernrohren und photographischen Objectiven angewandt und zu diesem Zwecke den in Fig. 572 abgebildeten Apparat [1]) construirt. Derselbe

[1]) Die genauere Beschreibung desselben hat Czapski in der Zeitschr. f. Instrumentenk. 1892, S. 185 und in seiner Theorie d. opt. Instrumente gegeben. Wir folgen der im Katalog der Firma C. Zeiss, „Opt. Messinstrumente" 1893 gegebenen Beschreibung, welcher auch die Fig. 572 entnommen.

besteht im Wesentlichen aus einem Mikroskopstativ mit ausziehbarem Tubus, auf dessen Tisch ein verschiebbarer Schlitten W angebracht ist. Die Verschiebung desselben erfolgt im Groben mit der Hand; zur Feinverschiebung dient eine Mikrometerschraube. Die Grösse der Verschiebung lässt sich an der Millimeterscala s mit Nonius N bis auf etwa 0,02 mm genau ablesen. Unterhalb des Tischchens ist in einem Abstande von etwa 100 mm eine Glasscala, in halbe Millimeter getheilt, fest angebracht. Eine zweite kleinere Glasscala mit $^1/_{10}$ mm Theilung lässt sich mittelst des Hebels H im Niveau der oberen Fläche des Schlittens W bei t vorübergehend in die Axe des Mikroskops führen und feststellen.

Das zu messende Objectiv wird annähernd centrisch zur Mikroskopaxe auf den Schlitten W gelegt. Unter Benutzung eines Objectivs von passender Brennweite (deren fünf von verschiedener Brennweite dem Apparate beigegeben sind) am Tubus bei Z stellt man zunächst auf die obere Scala t scharf ein und verschiebt den Schlitten W, bis bestimmte, in Bezug auf die Axe symmetrisch gelegene Theilstriche mit einer Marke im Ocular zur Deckung gebracht sind. Aus der Grösse der Verschiebung und dem Intervall der beiden nach einander fixirten Theilstriche der Scala t kann man, wie weiter unten gezeigt wird, die Bildvergrösserung am Orte der Scala t berechnen. Indem man verschieden grosse Scalenintervalle der Beobachtung zu Grunde legt, findet man mittelst der Methode der kleinsten Quadrate auch die Vergrösserung für unendliche kleine Objecte, d. h. die Gauss'sche oder Fundamentalvergrösserung; sie sei β_2.

Fig. 573.



Jetzt wiederholt man die gleichen Manipulationen in Bezug auf die untere Scala T, nachdem man zuvor die obere Scala (t) zurückgeschlagen und mittelst eines geeigneten Objectivs auf T scharf eingestellt hat. Es sei β_1 die Fundamentalvergrösserung in Bezug auf die Ebene der unteren Scala T.

Misst man nun noch mittelst eines dem Apparate beigegebenen Tiefentasters, der mit einem Nonius versehen ist, so dass noch 0,1 mm gut abgelesen werden können, den Abstand $D = x_2 - x_1$ der beiden Scalenflächen von einander, so kann man laut der auf Seite 178 abgeleiteten Gleichung

$$f = \frac{D}{\frac{1}{\beta_2} - \frac{1}{\beta_1}} = \frac{D \cdot \beta_1 \beta_2}{\beta_1 - \beta_2}$$

die Brennweite f direct berechnen.

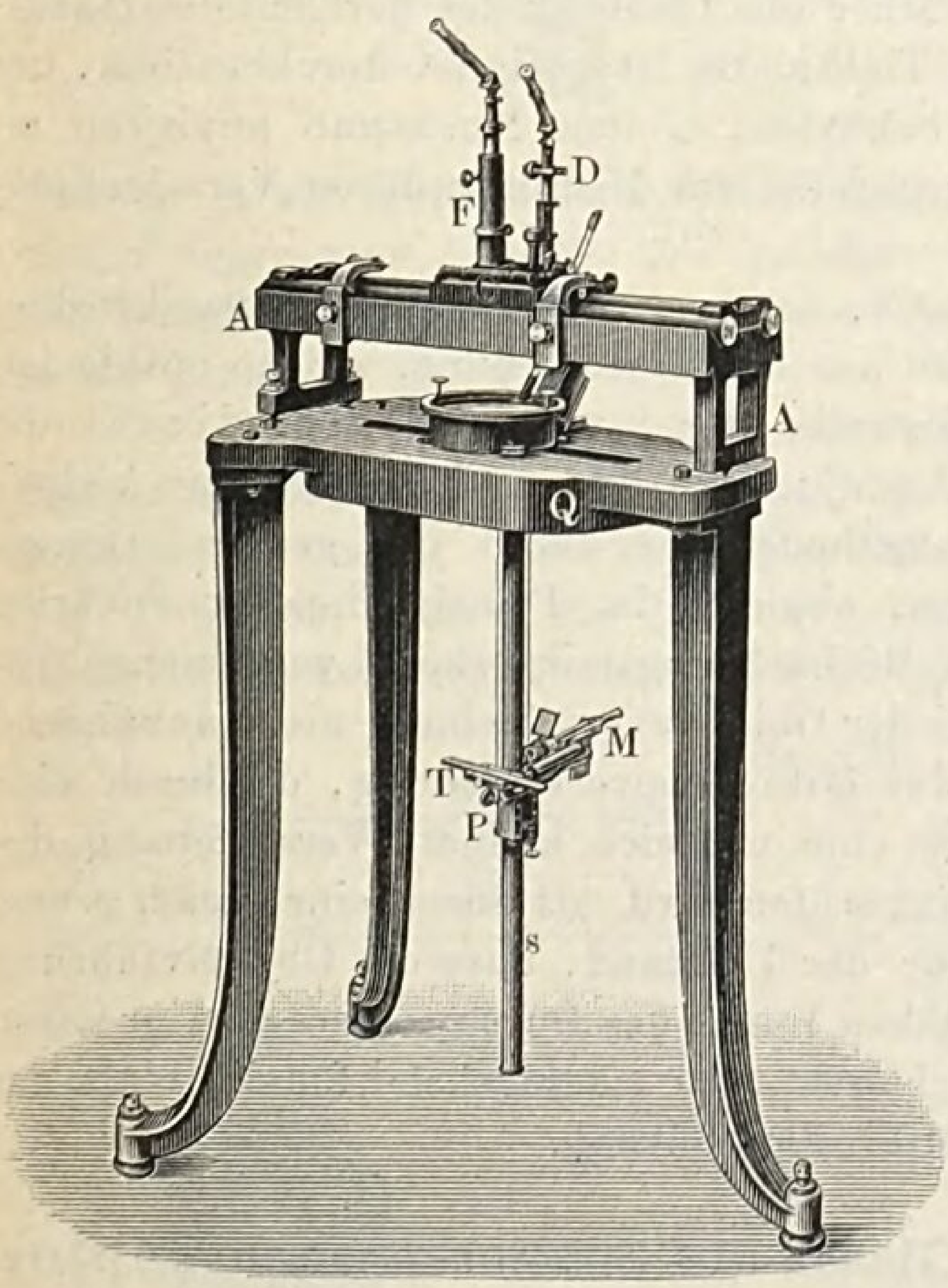
Aber auch die Lage der Fundamentalpunkte zum Scheitel der untersten Linsenfläche lässt sich mit einer Genauigkeit bis zu 0,1 mm bestimmen.

Der Abstand des vorderen Brennpunktes von der Scala t (Fig. 573) ist dabei gegeben durch die Gleichung $x_2 = f/\beta_2$, wo für f die gewonnene Brennweite und für β_2 die für die Scala t erhaltene Bildvergrösserung zu setzen ist. Mithin muss der Abstand zwischen Scala t und vorderem Hauptpunkt H sein:

$$e = f - x_2 = f - f/\beta_2 = f\left(1 - \frac{1}{\beta_2}\right).$$

Hat man also noch den Abstand (E) vom Maassstabe t bis zum Linsenscheitel mittelst des Tiefentasters gemessen, so erhält man aus $e - E$ die Entfernung d des Hauptpunktes vom Linsenscheitel.

Fig. 574.



Was die Relation zwischen der Verschiebung des Objectivs und Bildvergrösserung betrifft, so gilt folgender Satz, dessen Beweisführung wir uns schenken wollen:

Ist die Verschiebung des Objectivs, welche nöthig ist, um von dem Bilde eines Objectpunktes zu dem eines anderen überzugehen, gleich y', so ist das zugehörige conjugirte Object gleich $y' - y$, wenn y den wahren Abstand der Objectpunkte bedeutet, auf welche nach einander eingestellt wurde.

Das Abbe'sche Focometer ist nicht mehr brauchbar, wenn der Durchmesser des zu messenden Objectivs mehr als 100 mm beträgt. Um die Brennweiten von Objectiven grösserer Oeffnung messen zu können, hat C. Bamberg nach den vom Verfasser angegebenen Daten den in Fig. 574 abgebildeten Apparat construirt. Derselbe erlaubt die Brennweite von Objectiven bis zu 500 mm Durchmesser bequem zu bestimmen. Um die Bildvergrösserung in beliebigen Ebenen senkrecht zur Objectivaxe und den Abstand derselben von einander genau messen zu können, ist der Apparat folgendermaassen eingerichtet.

Der auf drei Beinen ruhende massive Tisch Q trägt die Verticalsäule s mit in Silber getheilter Scala, entlang welcher der Schlitten P

mit dem horizontalen Maassstabe T, ähnlich wie beim Bamberg'schen Kathetometer, verschiebbar ist; das mit dem Schlitten verbundene Mikroskop M gestattet eine genaue Einstellung des Schlittens auf einen Theilstrich der in ganze Centimeter getheilten Scala ss. Auf der Tischplatte befindet sich ein comparatorähnlicher Aufbau AA, im Wesentlichen bestehend aus zwei gut gelagerten Stahlcylindern, auf denen sich der Schlitten C mit dem Mikroskopfernrohr F leicht horizontal verschieben lässt. Die Verschiebung kann mittelst des Mikroskops D an einer Scala, welche ebenso wie die Stahlcylinder fest auf dem Aufbau gelagert ist, bis auf $^1/_{1000}$ mm abgelesen werden. Unter den Stahlcylindern ruht auf der Tischplatte, mit seiner Fassung auf deren Oberfläche lagernd, das zu untersuchende Objectiv, dasselbe ist so orientirt, dass sein Centrum nahe in die Verlängerung der Axe des Mikroskopfernrohrs F zu liegen kommt, welches vorher genau auf die Mitte der Theilung des horizontalen Maassstabes T eingestellt ist. Die Tischplatte ist geeignet durchbrochen, um bei einer Verschiebung des Schlittens C den Maassstab anvisiren zu können, der seinerseits genau parallel zur Richtung dieser Verschiebung orientirt ist.

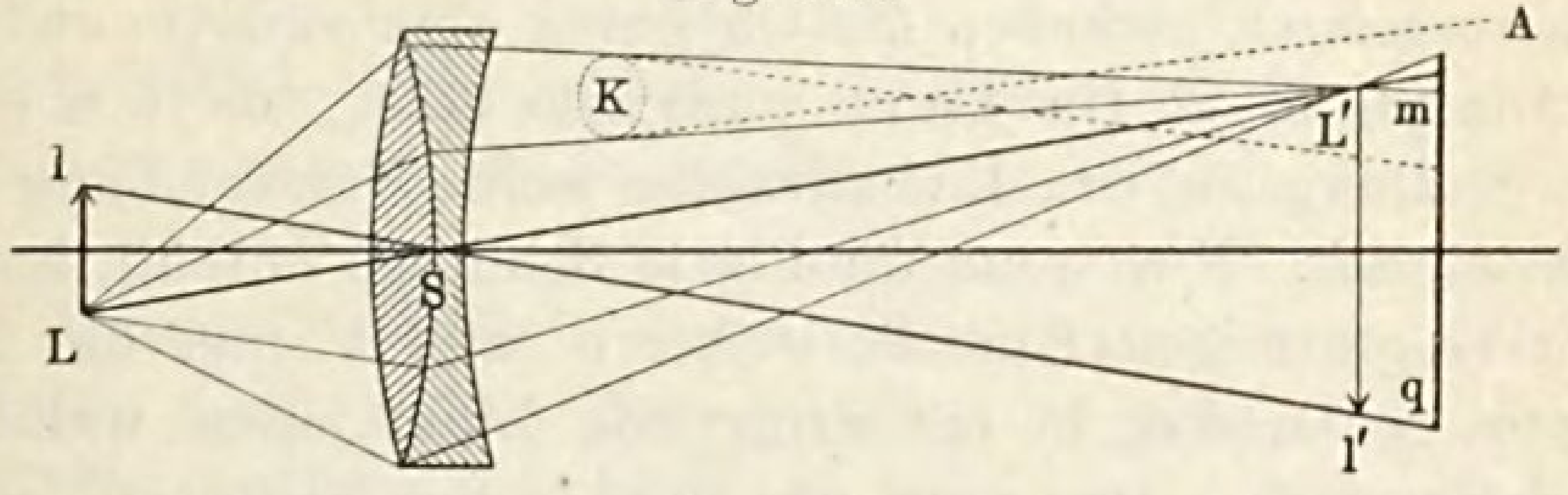
Da hier nicht das Objectiv, sondern das Beobachtungsmikroskop verschoben wird, so erhält man aus der Verschiebung, welche nöthig ist, um nach einander zwei Theilstriche der Scala zu fixiren, direct die Grösse des zum Strichintervall conjugirten Bildes. Diese von der Abbe'schen abweichende Messungsmethode war durch die grossen Dimensionen des Apparates geboten, obgleich im Princip die Verschiebung des Objectivs derjenigen des Beobachtungsmikroskops vorzuziehen ist. Braucht doch die Führung bei der Objectivverschiebung nicht annähernd so genau zu sein, wie bei der Mikroskopverschiebung, da durch eine geringe Neigung des Objectivs eine ungleich kleinere Verschiebung des anvisirten Objectpunktes hervorgerufen wird, als durch eine gleich grosse Neigung des Mikroskops. Nur der Umstand, dass die Objectivführung eine Tischplatte von der dreifachen Länge des Durchmessers vom grössten noch zu messenden Objectiv erheischt, war maassgebend für die Wahl der technisch viel schwierigeren Mikroskopführung.

340 **Untersuchung der Gläser auf Schlieren nach Töpler. Schlierenapparat von Abbe.** Um die Homogenität eines zu einem Objectiv zu verwendenden Glases zu studiren und die etwa vorhandenen Schlieren in demselben aufzufinden, hat Töpler[1]) die nach ihm benannte Methode ersonnen, welche wir an Fig. 575 erläutern wollen. In ihr bedeutet S ein schlierenfreies, achromatisch und sphärisch corrigirtes Objectiv, welches vom Object Ll (kreisförmiger Ausschnitt einer breiten hellen Lichtquelle) das scharf begrenzte Bild $L'l'$ entwirft. Hinter das Bild bringt man eine passend geschnittene Scheibe mq aus schwarzem

[1]) Töpler, Wiedem. Ann., Bd. 27, S. 556.

Blech, welche man mit ihm so zur Deckung bringt, dass das längs des Randes *mq* zum Objectiv blickende Auge *A* absolut kein Licht wahrnimmt, das Objectiv also dunkel erblickt. Sobald jetzt zwischen Objectiv und Bild eine den bisherigen Strahlengang störende Schliere, z. B. ein in der Luft schwebendes Wassertröpfchen *K*, auftritt, wird das Auge wieder Licht empfangen und das Tröpfchen selbst sehen müssen, wenn die durch dasselbe hervorgerufene Strahlenablenkung gross genug ist. Von jedem Strahlenbüschel wird ein Theil durch die Schliere abgelenkt

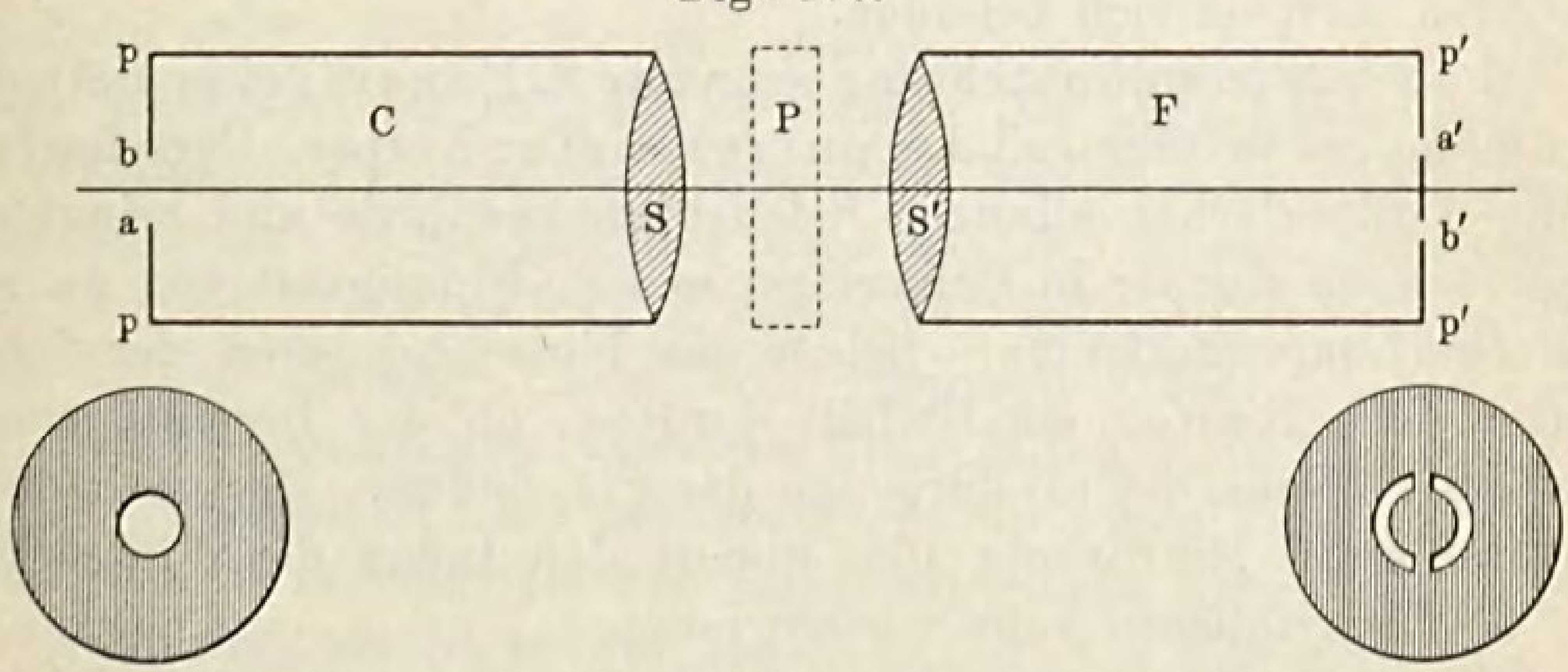
Fig. 575.



oder an seiner ursprünglichen Vereinigung gehindert. Statt des vorher scharf begrenzten Abbildes *L'l'* entsteht ein undeutliches Bild mit verwaschenen Rändern. Das oberhalb *m* befindliche Auge muss also Licht in der Richtung *KA* erhalten.

Je grösser der Bildabstand ist, eine um so geringere Strahlenablenkung durch die Schliere ist nöthig, um die Strahlen ins Auge *A* gelangen zu lassen. Man sieht dies ohne Weiteres ein, wenn man sich das Tröpfchen durch ein Prisma ersetzt denkt. Eine empfindliche Schlierenbeobachtung erheischt demnach grosse Räume, genaue Justirung

Fig. 576.



und festen Aufbau. Man wählt den Bildabstand bis zu 10 Meter, um z. B. die in Quarzplatten enthaltenen Schlieren zu entdecken.

Um auf bequemere Weise die Schlieren beobachten zu können, hat Abbe die Versuchsanordnung in der aus Fig. 576 ersichtlichen Weise getroffen, welche leicht an jedem Spectroskop zu verwirklichen ist.

In der Brennebene des Spaltrohres *C* befindet sich statt des Spaltes eine Blende *pp* mit der centralen, kreisförmigen Oeffnung *ba*, während in der Brennebene des Fernrohrs *F* die Blende *p'p'* sitzt, welche in der

Mitte die undurchsichtige kreisförmige Platte vom Durchmesser $b'a' = ba$ enthält, um welche fast rund herum ein schmaler Ring den Durchblick zum Objectiv S' gestattet. Zunächst stellt man Collimator und Fernrohr auf Unendlich ein, beleuchtet Oeffnung ba und bringt die Scheibe $b'a'$ mit ihr zur vollständigen Deckung, indem man sich dabei des (in Fig. 576 nicht gezeichneten) Oculars als Lupe bedient. Nachdem dies geschehen, nimmt man das Ocular ab und führt das Auge entlang dem ringförmigen Ausschnitt der Ocularblende $p'p'$. Bei richtiger Justirung muss dann das Objectiv S' absolut dunkel erscheinen. Dies muss auch noch der Fall sein, wenn man zwischen die Objective eine schlierenfreie planparallele Glasplatte P (in Figur punktirt) setzt, da diese selbst bei schräger Stellung zu den Lichtstrahlen keine Verschiebung des Bildes von ab hervorruft. Nur wenn die Platte Schlieren enthält, kommt Licht durch den ringförmigen Ausschnitt bei a' und b' und das Auge sieht die Schliere, wenn das in sie dringende Licht einen wahrnehmbaren Eindruck hervorruft. Dies wird um so eher der Fall sein, je länger bei gleicher Winkelablenkung des Bildes durch die Schliere die Brennweite des Objectivs S' bezw. das Rohr F, d. h. der Hebelarm ist, an welchem gewissermaassen die Schliere angreift. Um grosse Genauigkeit mit dem Abbe'schen Apparate zu erreichen, sind also lange Spectrometerrohre nothwendig, wodurch wieder die solide und bequeme Form des Aufbaues verloren geht.

Sehr schöne Schlierenerscheinungen erhält man bei Einfügung eines an sich schlierenfreien Glastroges zwischen die Objective S und S', wenn man denselben mit einer Flüssigkeit füllt, in welcher sich ein Niederschlag bildet oder Bläschen aufsteigen oder Theilchen eines anders brechenden Körpers sich befinden.

Auf die Schlierenbeobachtung gründete S. Exner[1]) eine Methode zur Bestimmung des Brechungsindex pulverisirter Körper. Derselbe benutzt eine der Töpler'schen ähnliche Beleuchtungsmethode und bringt die zu untersuchenden Körper in Pulverform in eine Flüssigkeit von nahe demselben Brechungsquotienten. Schon das blosse Aussehen der Schlieren gestattet nach Exner ein Urtheil darüber, ob der Brechungsquotient grösser oder kleiner ist als derjenige der Flüssigkeit. Exner beobachtet mit Hülfe eines Mikroskops und ändert den Index der Flüssigkeit so lange, bis die Schlieren nahe verschwinden.

Ist das Pulver sehr fein, und ist sein Brechungsquotient gleich demjenigen der Flüssigkeit, so treten reizende Farbenerscheinungen auf, welche zuerst von Christiansen[2]) beobachtet und studirt worden sind. Es kann nämlich der Brechungsquotient der gemischten Substanzen gleichzeitig nur für eine einzige Farbe genau der gleiche sein. Für diese Farbe verhält sich die Mischung wie ein homogener Körper,

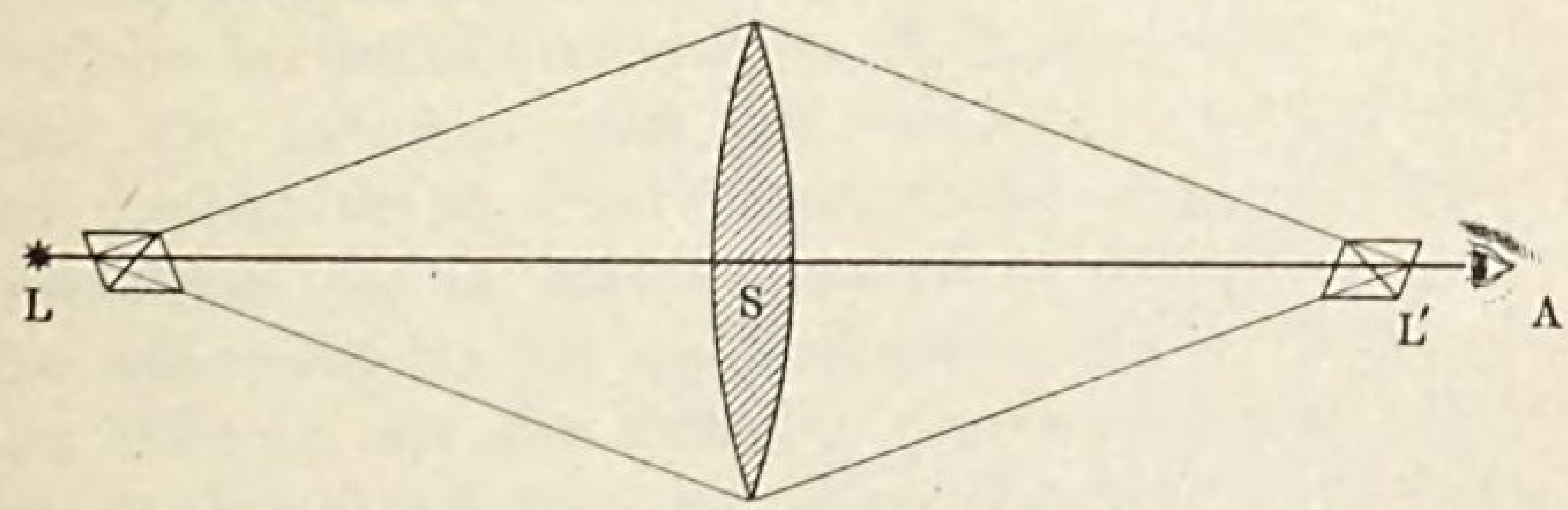
1) S. Exner, Zeitschr. f. Instrumentenk. 1886, S. 139.

2) Christiansen, Wiedem. Ann., Bd. 23, S. 298 u. 439 (1885).

während die Strahlen anderer Wellenlängen gebrochen werden. Die Mischung erscheint somit im durchgehenden Lichte nothwendig gefärbt, und zwar in der Mischfarbe der abgelenkten Strahlensorten.

Untersuchung der Gläser und Linsen auf Spannung. 341
Die Untersuchungen im Glastechnischen Laboratorium zu Jena haben ergeben, dass sich der Brechungsquotient eines Glases je nach der Art der Abkühlung um einige Einheiten der dritten Decimalstelle [1]) ändert. Soll aber eine Linse ein deutliches Bild liefern, so muss der Brechungsquotient jeder Linsenzone derselbe sein, d. h. die Linse muss aus spannungsfreiem Glase gefertigt sein. Zur Untersuchung der Substanzen auf Spannung bringt man sie in die Form von Platten, welche man in der weiter unten erläuterten Weise zwischen zwei Polarisationsprismen (Nicol'sche Prismen) schaltet, deren Polarisationsebenen auf einander senkrecht stehen (gekreuzte Nicols). Zwei so gestellte Prismen haben die Eigenschaft, lichtundurchlässig zu sein, so dass ein durch die Prismen nach einer Flamme L blickendes Auge dieselbe nicht sehen

Fig. 577.



kann. Erst wenn das eine oder andere Prisma aus dieser Stellung herausgedreht wird, ist die Flamme wieder sichtbar, und zwar nähert sich deren Helligkeit um so mehr derjenigen der mit blossem Auge gesehenen Flamme, je geringer die Neigung der beiden Polarisationsebenen gegen einander ist. Derselbe Effect wird bewirkt durch eine zwischen die gekreuzten Nicols gebrachte Substanz, welche die Polarisationsebene zu drehen vermag. Aber auch gepresste Gläser oder schlecht gekühlte, mit Spannungen versehene Glasplatten bewirken eine Aufhellung des Gesichtsfeldes der gekreuzten Nicol'schen Prismen. Dabei ist das aufgehellte Gesichtsfeld von einem schwarzen Kreuz durchzogen, wenn die Spannung im Glase eine regelmässige, von der Mitte ringsum zum Rande zu abnehmende ist, während das Sehfeld von unregelmässigen dunklen Streifen oder Curven durchzogen ist, wenn die Spannung eine unregelmässige ist.

Bei der Prüfung einer fertigen Linse auf ihre Spannung bedient man sich der Eigenschaft von Linsen, die von einem Punkte L (Fig. 577)

[1]) Mittheilung aus dem Glastechnischen Laboratorium in Jena, December 1889. Siehe auch S. Czapski, Ueber die Doppelbrechung schnell gekühlter Glasplatten. Wiedem. Ann. 1891, Bd. 42, S. 319.

ausgehenden Strahlen wieder in einem zu L conjugirten Punkte L' zu vereinigen. Bringt man also an die Stelle von L' das Auge A und blickt zur Linse S, so sieht man deren ganze Fläche hell. Jetzt schalte man nahe hinter L und nahe vor L' je ein Nicol'sches Prisma P_1 und P_2. Tritt bei gekreuzten Nicols das regelmässige dunkle Kreuz auf, so schadet die etwa vorhandene Spannung so gut wie nicht, da sie nur einer Aenderung des Brechungsquotienten in Richtung der Linsenaxe entspringt. Eine solche Linse zeigt vollkommen scharfe und deutliche Bilder, wenn sie dioptrisch vollkommen corrigirt ist.

Um eine Platte zu untersuchen, kann man statt der Linse die von L ausgehenden Strahlen mittelst eines versilberten Hohlspiegels zum Bilde L' etwas seitlich von L vereinigen und nun die Platte vor dem Spiegel in den Gang der Strahlen bringen.

Vierzehntes Capitel.

Interferenz des Lichtes.

Geschichtliches[1]. Die an Seifenblasen auftretenden herrlichen 342
Farbenerscheinungen erregten früh die Aufmerksamkeit der Physiker. Schon 1663 beschreibt Robert Boyle die an Flüssigkeitslamellen und dünnen Glasplättchen bemerkbaren Farben, und theilt mit, dass letztere von der Dicke der Schicht abhängen. R. Hooke lehrt zwei Jahre später, dass auch die zwischen zwei auf einander gelegten Gläsern eingeschlossene Luftschicht die Farbenerscheinung zeigt, und führt sie auf das Zusammenwirken des an beiden Glasflächen reflectirten Lichtes zurück, ohne aber näher auf die Art des Zusammenwirkens einzugehen. Immerhin muss Hooke als der Erfinder des sogenannten Newton'schen Farbenglases (bestehend aus einer ebenen Glasplatte mit darauf gelegter, schwach gekrümmter Linse) gelten, dessen Räthsel aber erst von Newton gelöst worden ist. Im Jahre 1672 theilte Newton die Resultate seiner experimentellen Studien über die am Newton'schen Farbenglase auftretenden Farbenerscheinungen der Royal Society mit. In der von ihm versuchten Erklärung kommt zum ersten Male die Idee der Periodicität vor, ja es wird sogar auch von periodischen Schwingungen eines elastischen Mittels, des Aethers, gesprochen. Da aber die von Huyghens gemachte Entdeckung der Doppelbrechung bei der Vorstellung longitudinaler Schwingungen des Aethers nicht erklärt werden konnte, verliess Newton die Wellentheorie auch bei der Erklärung der Farben dünner Schichten und versuchte dieselben mittelst der „Anwandlungen" der Lichtmolecüle zu erklären. Danach sollen sich dieselben in periodisch wechselnden Zuständen befinden, gemäss denen die Lichttheilchen an der Grenzschicht zwischen zwei Körpern in dem einen Zustande leichter durchgelassen, im anderen Zustande leichter reflectirt werden.

So kam es, dass durch die Newton'sche Annahme der Corpus-

[1] Vergl. Verdet-Exner, Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichtes, Bd. I, 1881 (Fr. Vieweg u. Sohn in Braunschweig) und Feussner's Bearbeitung der Interferenz in Winkelmann's „Handbuch der Physik".

culartheorie die von Huyghens verfochtene Wellenlehre des Lichtes in den Schatten gestellt wurde (vergl. §. 1).

Erst Thomas Young vermochte 1802 durch sein Interferenzprincip die Erklärung der Farben dünner Blättchen zu geben, indem er annahm, dass die an der vorderen und hinteren Fläche des Newton'schen Farbenglases reflectirten Strahlen mit einander interferiren (vergl. §. 164). Seine Theorie führt vollständig zu denselben von Newton auf experimentellem Wege gefundenen Resultaten in Bezug auf die Abhängigkeit der Ringabstände von der Dicke der Schicht, dem Einfallswinkel, dem Brechungsexponenten etc.

Young's grundlegende und geniale Arbeiten erhielten ihre Bedeutung und Anerkennung erst durch die Arbeiten Fresnel's (1815), welcher die Transversalschwingungen in die Wellenlehre einführte und durch sein Princip der Interferenz der Elementarwellen alle Interferenz- und Beugungserscheinungen zu erklären vermochte.

Auch Grimaldi, der Entdecker von der Beugung des Lichtes (1665), spricht einmal von der Möglichkeit, dass sich zwei Lichtstrahlen bei ihrem Zusammentreffen abschwächen können. Jedoch lehrt das von ihm beschriebene Experiment, dass die von ihm beobachtete Lichtschwächung keine reine Interferenzerscheinung ist.

Um möglichst einwandsfreie Interferenzerscheinungen zu erhalten, bei denen jede Beugung ausgeschlossen war, ersann Fresnel (1816) seinen berühmt gewordenen Spiegelversuch, und etwas später den Versuch mit dem Doppelprisma. An beiden Apparaten bestimmte er die Grösse der Wellenlänge des Lichtes.

Brewster entdeckte die nach ihm benannten Streifen, welche zwei gleich dicke, ein wenig gegen einander geneigte planparallele Glasplatten bei nahe senkrechter Durchsicht zeigen. Jamin benutzte dieselben, um den Interferentialrefractor zu construiren, bei welchem die Platten sehr dick sind und weit von einander abstehen, so dass die räumlich getrennten interferirenden Strahlen durch verschiedene Substanzen geschickt werden können. Die von Haidinger 1849 entdeckten Ringe an planparallelen Platten wurden später von Mascart erklärt, unabhängig davon 1884 nochmals vom Verfasser gefunden, erklärt und benutzt, um die Planparallelität der Glasplatten bis auf Bruchtheile einer Wellenlänge anzugeben.

Einige neue Arten, um Strahlen zur Interferenz zu bringen, rühren von A. A. Michelson her (1886). Auch hat derselbe den Fresnel'schen Spiegelversuch so umgemodelt, dass die beiden Spiegelflächen nicht wie bei Fresnel nahe parallel, sondern senkrecht zu einander stehen. Diese Anordnung eignet sich vorzüglich, um Interferenzen mit hohem Gangunterschiede hervorzubringen und die verschiedenen Lichtquellen auf die Homogenität ihrer Strahlung zu studiren. Die wichtigste Anwendung dieser Studien ist die von Michelson 1894 durchgeführte Auswerthung des Meters in Wellenlängen, wodurch

zugleich die genaueste Bestimmung der Grösse einer Wellenlänge gewonnen wird.

Alle möglichen Gestalten der Interferenzstreifen, wie Kreise, Ellipsen, Hyperbeln etc., erhielt der Verfasser (1885) unter Anwendung homogenen Lichtes, indem er den Winkel der Brewster'schen Platten von nahe Null bis 180^0 variirte, stets aber in der Richtung beobachtete, dass die Strahlen zwischen den Platten senkrecht zur Halbirungslinie des Plattenwinkels verlaufen.

Eine ganz neue Art von Interferenzerscheinungen, sogenannte stehende Lichtschwingungen, erhielt O. Wiener (1890), indem er nicht, wie bei den bisher genannten Versuchen, die nahe in derselben Richtung verlaufenden Strahlen mit einander interferiren liess, sondern die directen mit den an einer spiegelnden Fläche senkrecht reflectirten, so dass die interferirenden Strahlen gerade entgegengesetzte Richtung besitzen. Wir haben diese interessante Erscheinung schon im §. 156, S. 397 besprochen.

Mehrere Arbeiten sind über den Ort der Newton'schen Ringe veröffentlicht worden (Wangerin 1867, Sohncke 1881 und neuerdings Feussner) und mehrfache Abänderungen und Umbildungen hat der Jamin'sche Interferenzrefractor erfahren (Quincke 1867, Zehnder 1891 und Mach 1892).

Indem wir auf die in den §§. 157 bis 172 gegebene Darstellung der Elemente der Wellentheorie und Interferenz verweisen, gehen wir hier nur auf die Besprechung der verschiedenen Interferenzversuche ein.

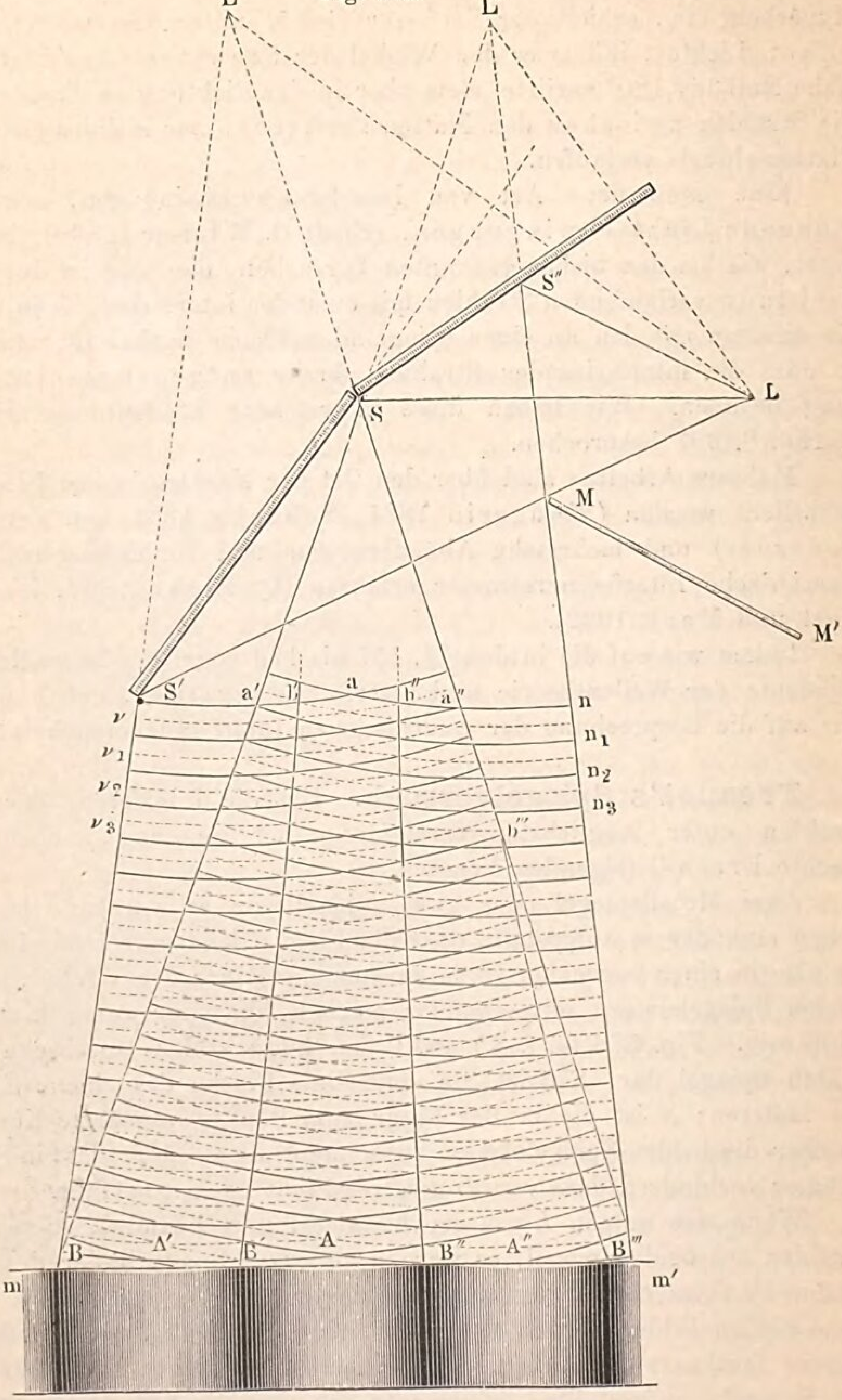
Fresnel's Spiegelversuch. Um die Interferenz der Licht- 343
strahlen unter möglichster Vermeidung der Beugung nachzuweisen, machte Fresnel folgenden Versuch.

Zwei Metallspiegel oder zwei Spiegel von schwarzem Glase sind neben einander so aufgestellt, dass die Ebenen beider vertical sind, dass sie also in einer verticalen Linie zusammenstossen; der Winkel, den die beiden Spiegelebenen mit einander machen, darf nur wenig kleiner als 180^0 sein. Fig. 578 (a. f. S.) stellt den horizontalen Durchschnitt der beiden Spiegel dar; $S'S$ ist die spiegelnde Fläche des einen, SS'' die des anderen; S ist die in der Figur zum Punkte verkürzte Kante, in welcher die beiden Spiegelebenen zusammentreffen. MM' ist ein Schirm, welcher verhindert, dass von L directes Licht nach mm' fällt.

Wenn sich nun in L ein leuchtender Punkt befindet, so sendet er Strahlen auf beide Spiegel, es werden also zwei Spiegelbilder des leuchtenden Punktes entstehen, und zwar das eine in L', das andere in L''; diese beiden Bilder werden sehr nahe beisammenliegen, weil die Spiegelebenen fast zusammenfallen. Auf einem in beliebiger Entfernung von den Spiegeln aufgestellten Schirme treffen nun die reflectirten Strahlen zusammen und bilden daselbst abwechselnd helle und dunkle verticale Streifen. Ist A ein Punkt, welcher gleichweit von L' und L'' entfernt

ist, so bildet sich in A ein heller Streifen, zu beiden Seiten desselben in B' und B'' ein dunkler; auf diese folgen wieder zwei helle in den

Fig. 578.



Punkten A' und A'', zwei dunkle in B und B''' etc., wie am unteren Rande der Fig. 578 angedeutet ist.

Fig. 579 und 580 stellen den Fresnel'schen Spiegelapparat in der einfacheren Ausführung dar, und zwar Fig. 579 in perspectivischer Ansicht, Fig. 580 in horizontalem Durchschnitte. Die beiden Spiegel sind auf der Vorderseite eines Holzklötzchens angebracht, und zwar ist der Spiegel BC vollkommen fest, AB um ein Charnier drehbar. Durch Drehung der Schraube S kann man den Spiegel AB mehr und mehr aus der Ebene des Spiegels BC herausschieben, während er beim Zurückdrehen der Schraube S durch eine Feder wieder zurückgezogen wird. Man hat es auf diese Weise in der Gewalt, ganz allmählich den Winkel der beiden Spiegel nach Belieben zu vergrössern oder zu verkleinern.

Fig. 579.

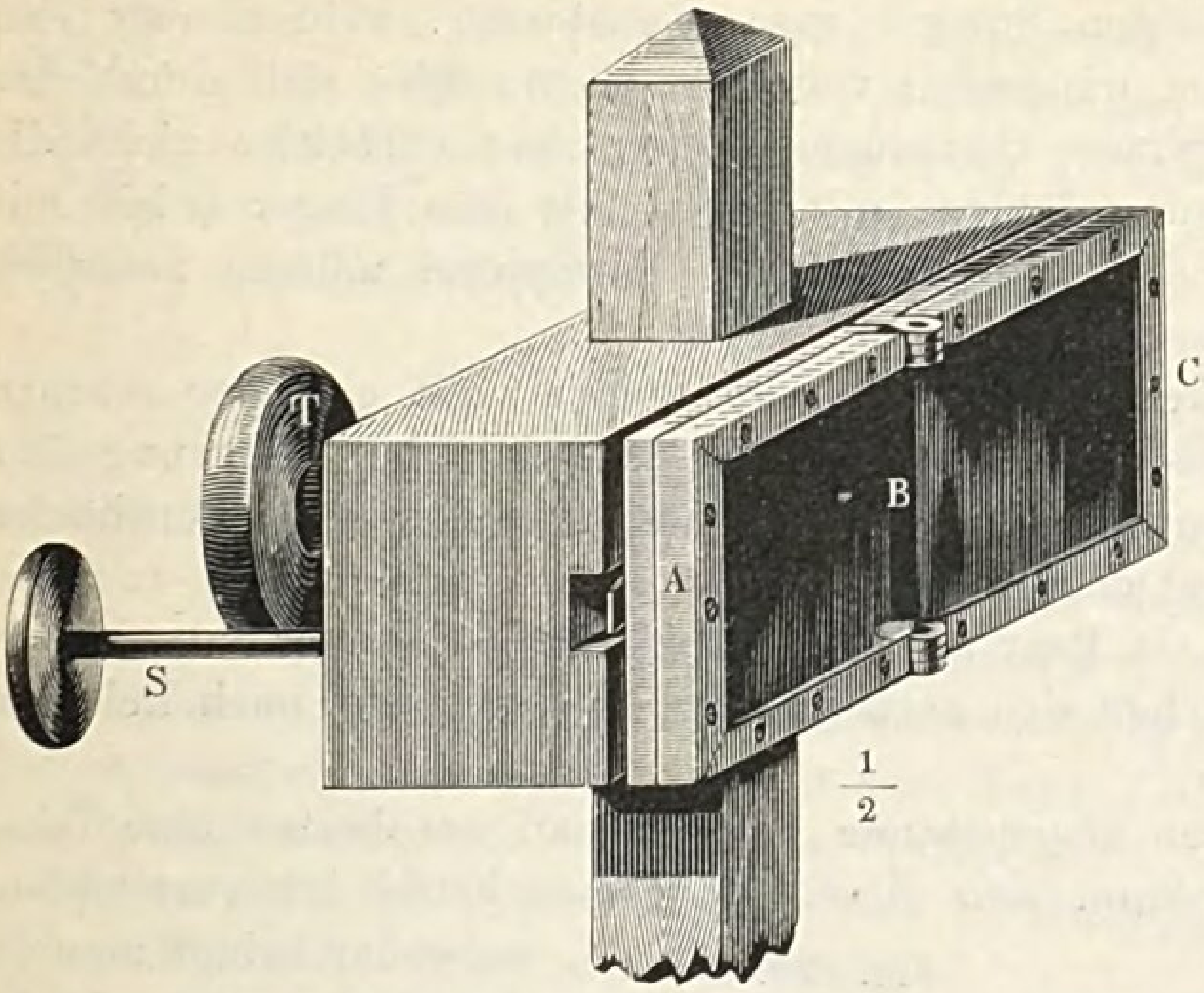
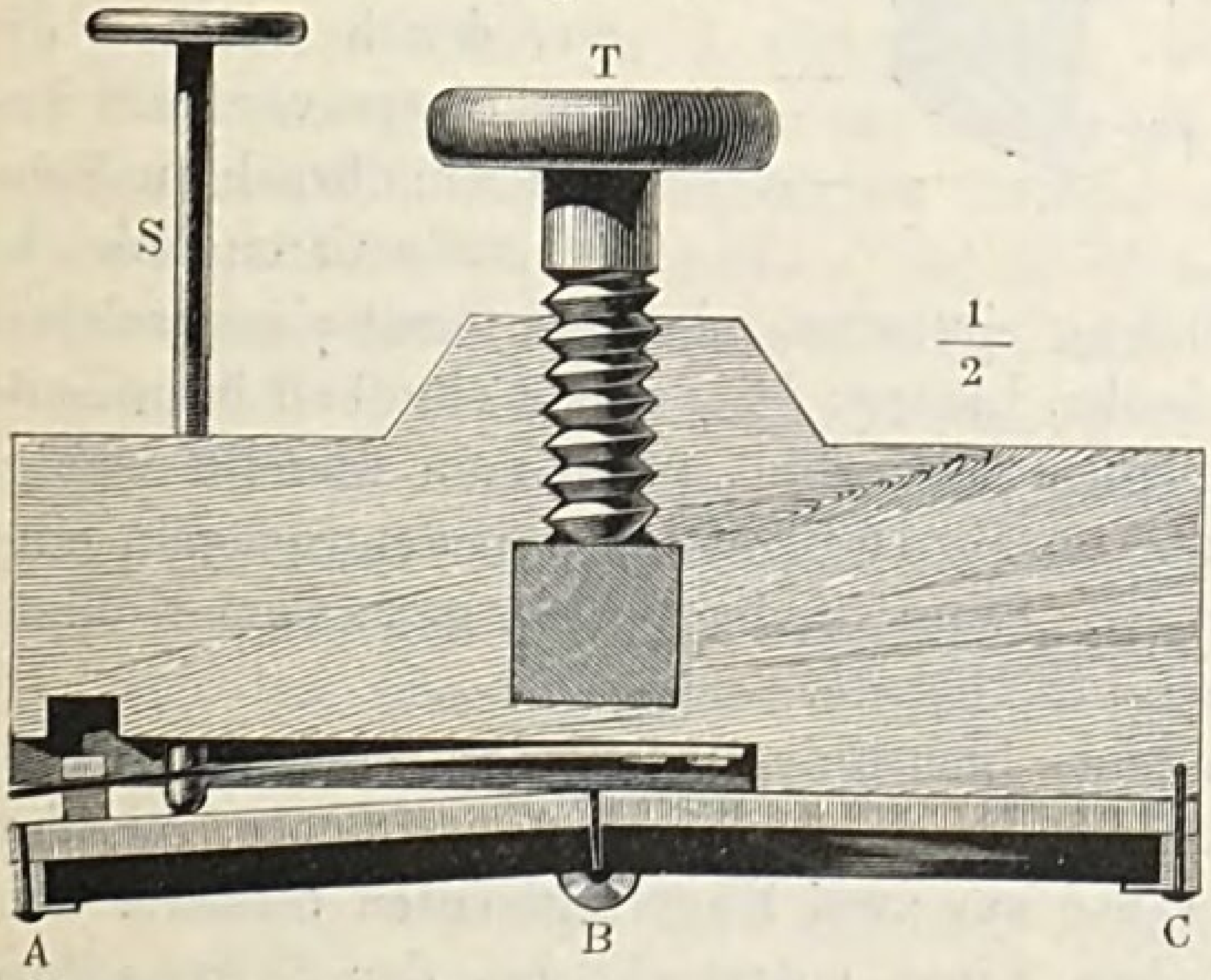


Fig. 580.



Je weniger der Winkel, welchen die beiden Spiegel mit einander machen, von 180⁰ abweicht, desto breiter erscheinen die Streifen.

Das Holzklötzchen ist an einem verticalen, auf einem entsprechenden Fusse befestigten Stabe verschiebbar und kann in jeder beliebigen Höhe mit Hülfe der hölzernen Schraube T festgestellt werden.

Sehr leicht lassen sich Interferenzspiegel auch auf folgende Weise herrichten: Auf die obere Fläche eines Holzklötzchens, welches ungefähr 10 cm lang, 2 cm breit und 3 cm hoch ist, klebe man an drei Stellen, nämlich in der Mitte und gegen jedes Ende hin, etwas weiches Wachs auf und lege darauf zwei Stücke von geschliffenem Spiegelglas, von denen jedes nahe 5 cm lang und fast 3 cm breit ist. Diese beiden Spiegel

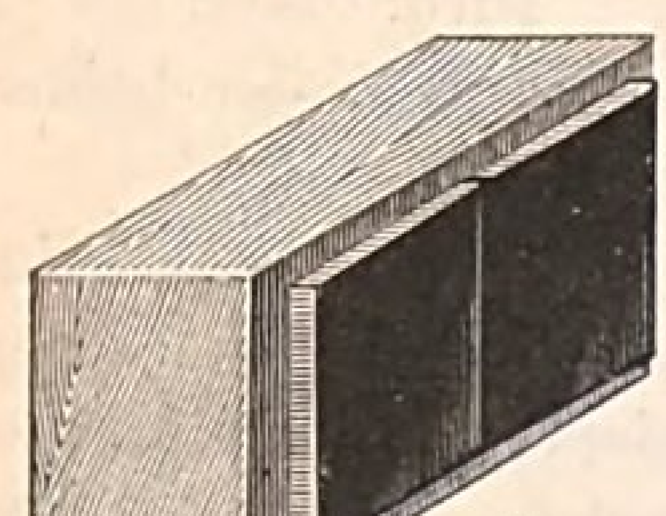
müssen auf dem mittleren Wachsstücke zusammenstossen. Wenn man nun hier, wo beide Spiegel an einander grenzen, dieselben etwas stärker auf das Wachs aufdrückt, als an den Enden, so kann man es leicht dahin bringen, dass die Ebenen der beiden Spiegel einen sehr stumpfen Winkel mit einander machen. Ganz besonders kommt es darauf an, dass da, wo die beiden Spiegel zusammenstossen, keiner über den anderen auch nur im mindesten vorstehe, wovon man sich durch das Gefühl der Fingerspitzen überzeugen kann; man darf hier nicht die mindeste Unterbrechung fühlen, wenn man mit dem Finger (nicht mit dem Nagel) über diese Stelle hinfährt. Die Spiegel müssen natürlich auf der Rückseite geschwärzt sein.

Was den Winkel betrifft, den die Spiegel mit einander machen sollen, so muss er so gross sein, dass die beiden Bilder einer ungefähr 8 bis 10 Schritte entfernten Kerzenflamme nur um wenige Centimeter von einander getrennt erscheinen.

Fig. 581 stellt ein Paar auf diese Weise hergerichteter Interferenzspiegel dar, bei welchen sich natürlich der Winkel nicht nach Belieben verändern lässt.

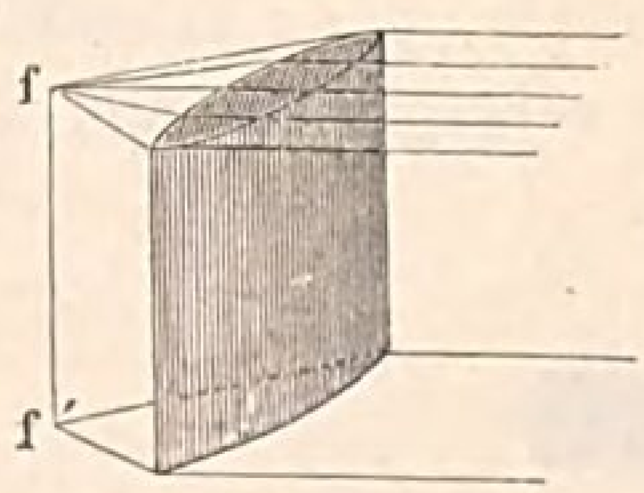
Zum leuchtenden Gegenstande wendet man am besten eine feine Lichtlinie an; man kann sich dieselbe auf mancherlei Art verschaffen, entweder bringt man in dem Laden eines dunklen Zimmers einen ungefähr 1 mm breiten vertical stehenden Spalt an, durch welchen die von einem vor dem Laden angebrachten Spiegel reflectirten Sonnenstrahlen in horizontaler Richtung eintreten, oder man setzt einen solchen Spalt vor die Flamme einer hellen Lampe; ja es reicht eine hell brennende Kerzenflamme ohne jeden Schirm schon hin, wenn man dieselbe wenigstens in einer Entfernung von 12 bis 15 Schritten von den Spiegeln oder dem Interferenzprisma aufstellt. Eine Glühlampe mit geradem Kohlenfaden thut auch hier wieder gute Dienste.

Fig. 581.



$\frac{1}{2}$

Fig. 582.



Fresnel erzeugte die feine Lichtlinie durch eine Cylinderlinse; eine solche Linse, Fig. 582, ist durch zwei Cylindersegmente gebildet, während eine gewöhnliche Linse aus zwei Kugelsegmenten besteht; dem Brennpunkte der gewöhnlichen Linse entspricht bei der Cylinderlinse eine Brennlinie ff'. Diese Brennlinie bildet den leuchtenden Streifen.

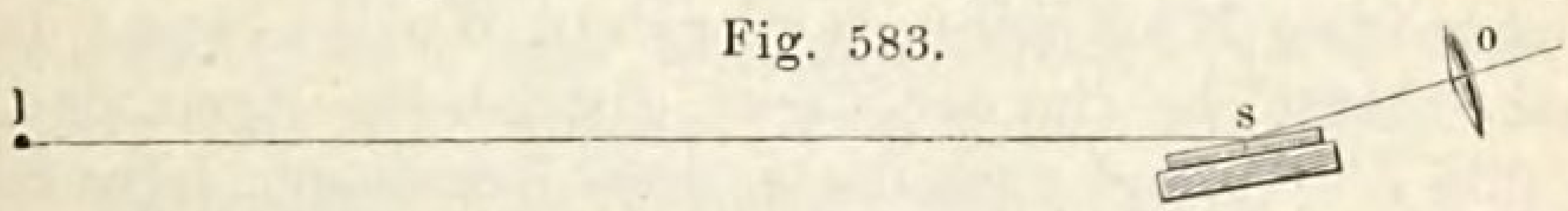
Auch der Lichtstreifen auf einem in der Sonne liegenden glänzenden Metallstäbchen oder einem innen geschwärzten Glasröhrchen kann sehr gut zu diesem Interferenzversuche angewendet werden.

Selbst wenn die Lichtquelle keine Lichtlinie, sondern nur ein leuchtender Punkt ist, lassen sich die Interferenzstreifen noch sehr gut zeigen;

einen leuchtenden Punkt erhält man, wenn man statt des Schirmes mit dem Spalte einen Schirm mit einer kleinen runden Oeffnung von 1 bis 2 mm Durchmesser in den Laden des dunklen Zimmers oder vor die Lampenflamme setzt. Ferner ist zu diesem und vielen der folgenden Versuche ein sehr brauchbarer Lichtpunkt das Sonnenbildchen im Focus einer gewöhnlichen Linse von kurzer Brennweite; dann das Sonnenbildchen auf einer Metallkugel, einem Metallknopfe, einer etwas grossen Thermometerkugel, einem innen geschwärzten Uhrglase u. s. w.

Fig. 583 zeigt die Anordnung des Versuches für die Interferenzspiegel: *l* ist die Lichtquelle, *s* sind die Spiegel, *o* ist eine Lupe, durch

Fig. 583.



welche man die Streifen beobachten kann. Bei Anwendung von Sonnenlicht hat es keine Schwierigkeit, sie direct auf einem weissen Schirme aufzufangen, da sie durch Entfernung desselben beliebig vergrössert werden können. Bei geringerer Lichtstärke wendet man eine Lupe an, oder beobachtet wohl auch direct mit dem Auge. Die Wirksamkeit der Lupe hierbei werden wir weiter unten erklären.

Es versteht sich von selbst, dass sich Lichtquelle, Spiegel und Auge in einer Horizontalebene befinden müssen.

Bringt man vor das Auge ein ziemlich homogenes, etwa ein rothes Glas, so sieht man nur abwechselnd helle und dunkle Streifen; wendet man dagegen kein homogenes, sondern weisses Licht an, so erscheinen die Streifen mit verschiedenen Farben gesäumt.

Wir haben schon im §. 164 gesehen, wie die Undulationstheorie diese Erscheinungen zu erklären im Stande ist.

Um mittelst der im siebenten Capitel entwickelten Gesetze der Undulationstheorie den Fresnel'schen Spiegelversuch zu erklären, müssen wir nochmals Fig. 578 auf S. 886 näher betrachten. In derselben sind die relativen Dimensionen nicht richtig dargestellt, weil dies wegen der Kleinheit der Wellenlänge und der Interferenzstreifen nicht wohl möglich ist. Der von den Spiegeln eingeschlossene Winkel ist in Wirklichkeit viel weniger von 180° verschieden, der leuchtende Punkt L viel weiter von den Spiegeln entfernt und die relative Distanz der Spiegelbilder L' und L'' viel geringer, als die Figur der Deutlichkeit wegen darstellt.

Die von L zwischen LS' und LS ausgehenden Strahlen werden vom Spiegel $S'S$ so reflectirt, als wenn sie von L' kämen, sie gehen also in den Raum zwischen $S'm$ und Sm'. Die von L zwischen LS und LS'' ausgehenden Strahlen werden vom anderen Spiegel so reflectirt, als ob sie von L'' ausgingen; sie gehen daher in den Raum zwischen Sm und $S''m'$.

Den Raum Smm' haben also die beiderlei Strahlen gemeinschaftlich, und jeder in demselben gelegene Punkt wird mithin von

zwei Strahlen getroffen, von denen der eine von L', der andere von L'' zu kommen scheint. Denken wir uns nun mit einer Reihe von Zirkelöffnungen gleich $L''n$, $L''n_1$, $L''n_2$, $L''n_3$ u. s. w., welche ganzen Vielfachen der Wellenlänge des Lichtes $\lambda = nn_1$ gleich sind, um L' und L'' als Centra Kreisbögen beschrieben, so fallen in diese Kreisbögen (welche in der Figur ganz ausgezogen sind) lauter solche Punkte, wo die Lichtwellen mit gleicher Phase ankommen. Die Durchschneidungspunkte dieser Kreisbögen sind also solche Punkte, welche von beiden Wellensystemen mit gleicher Phase getroffen werden.

Ziehen wir nun mit den Zirkelöffnungen $L'v$, $L'v_1$, $L'v_2$, $L'v_3$ u. s. w., welche ungeraden Multiplen der halben Wellenlänge des Lichtes gleich sind, ebensolche (in der Figur gestrichelte) Kreisbögen um die Centra L' und L'', so sind auch die in diese Kreisbögen fallenden Punkte unter sich gleichen Phasen angehörig, jedoch entgegengesetzter Phase mit denen der erst gezogenen Kreisbögen. Die Durchschneidungspunkte auch dieser (der gestrichelten) Kreisbögen unter sich sind demnach ebenfalls Punkte, welche von beiden Wellensystemen mit gleicher Phase getroffen werden. Hingegen sind alle jene Durchschneidungspunkte der ersten (ganz ausgezogenen) Kreisbögen mit den zweiten (gestrichelten) Kreisbögen solche Punkte, welche von je zwei Wellen mit entgegengesetzter Phase, d. h. mit der Phasendifferenz $\frac{\lambda}{2}$ getroffen werden. Man entnimmt unmittelbar aus der Zeichnung, dass die Punkte mit der Phasendifferenz $= 0$ sich in Reihen gruppiren, welche von a nach A, von a' nach A', von a'' nach A'' zu liegen kommen, während die Punkte entgegengesetzter Phasen in die Reihen $b'B'$, $b''B''$, $b'''B'''$ fallen. Alle Punkte, welche längs der Linien aA, $a'A'$, $a''A''$ liegen, werden demnach doppelt erleuchtet, alle Punkte, welche in die Linien $b'B'$, $b''B''$ u. s. w. fallen, bleiben dunkel, weil die entgegengesetzten Schwingungsimpulse sich in ihrer Lichtwirkung aufheben. Stellen wir daher einen Schirm mm' in irgend einem Abstande senkrecht zur Strahlenebene, so werden auf demselben helle Stellen A, A', A'' mit dunklen Stellen B, B', B'', B''' abwechseln. Eine einfache Ueberlegung lässt ferner einsehen, dass für alle Punkte, welche zwischen zwei der so erhaltenen Curven, z. B. zwischen aA und $b'B'$ zu liegen kommen, der Phasenunterschied weder $= 0$, noch $= \frac{\lambda}{2}$ sein kann, weshalb weder doppelte Helligkeit, noch vollständige Dunkelheit resultiren können, mithin ein dazwischenliegender Grad der Helligkeit eintreten muss, der sich gegen aA dem Maximum, gegen $b'B'$ dem Minimum nähert (vergl. §. 164, S. 422). Hieraus erklärt sich dann der verwaschene Rand der schwarzen Streifen, wie diese die Figur unterhalb mm' andeutet.

Von den eben erwähnten Verbindungslinien der Durchschnittspunkte aA, $b'B'$, $b''B''$, $a'A'$, $a''A''$ u. s. f. ist nur die erste eine gerade Linie, wie unmittelbar aus der Construction hervorgeht. Alle anderen sind

krumm, und zwar Stücke von Hyperbeln, deren Brennpunkte L' und L'' sind. Jeder Punkt einer solchen Linie hat nämlich von L' und L'' Abstände, die eine constante Längendifferenz besitzen. So z. B. differiren die Abstände der Punkte der Linie $b'B'$ von L' und L'' um $\frac{\lambda}{2}$, die der Linie $a'A'$ um λ, die der Linie $b'''B'''$ um $\frac{3\lambda}{2}$ u. s. f., die Hyperbel ist aber durch die Eigenschaft charakterisirt, dass jeder ihrer Punkte von zwei gegebenen Punkten (ihren Brennpunkten) Abstände besitzt, deren Längendifferenz constant ist. Hieraus folgt, dass das auf dem Schirme mm' erscheinende Phänomen zwar grösser erscheinen muss, wenn man denselben weiter von $L'L''$ entfernt, dass jedoch die Vergrösserung nicht genau der Entfernung proportional zunehmen kann.

Die Figur gilt unter der Annahme, dass die Wellenlänge des angewandten Lichtes ist:

$$\lambda = nn_1 = n_1 n_2 \cdot \cdot \cdot \cdot = \nu \nu_1 = \nu_1 \nu_2 \cdot \cdot \cdot \cdot$$

Würde man λ kleiner gewählt haben, so würden die Durchschnittspunkte, also auch die Abstände der dunklen Streifen B, B', B'', einander näher gerückt sein. Man begreift, dass beim wirklichen Versuche die Streifen sehr nahe an einander rücken werden, da λ sehr klein ist, und dass man $L'L''$ ziemlich klein machen muss, damit die Streifen überhaupt eine sichtbare Breite erlangen. Wendet man bei dem Versuche rothes Licht an, so erscheinen die Abstände der Streifen breiter als bei gelbem Lichte, und bei diesem breiter als bei blauem oder violettem. Es folgt also daraus, dass die Wellenlänge des rothen Lichtes grösser als die des gelben, und diese grösser als die des blauen oder violetten Lichtes ist.

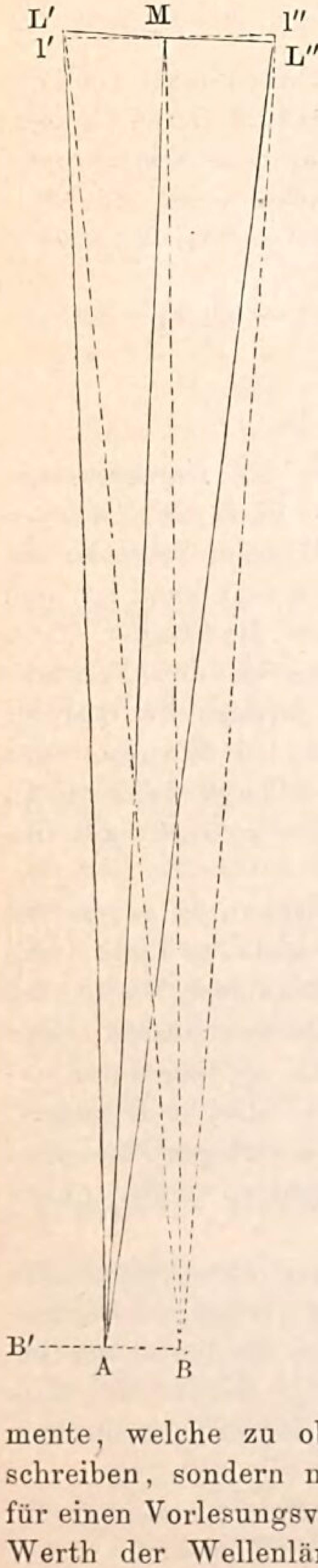
Wie muss sich nun die Erscheinung darstellen, wenn man gemischtes Licht verschiedener Wellenlängen anwendet, z. B. weisses Licht? Es werden verschieden gefärbte Streifensysteme verschiedener Breite sich überdecken. Die Mitte bei A wird rein weiss erscheinen müssen, denn dort treffen alle Farben zusammen. Da das Roth am breitesten erscheint, so wird es am Rande gegen die ersten dunklen Streifen B' und B'' vorherrschen, im Allgemeinen wird ein complicirtes farbiges Phänomen entstehen, welches wir später bei analogen Vorgängen näher untersuchen wollen.

Der Fresnel'sche Versuch gestattet aber auch eine quantitative Prüfung. Man kann mittelst desselben die absolute Grösse der Wellenlänge verschiedener Lichtsorten messen, indem man die Beziehung benutzt, die zwischen dem Abstande der Spiegelbilder L' und L'', dem Abstande dieser vom Schirme mm' und der Breite zwischen zwei dunklen Streifen $B'B''$ besteht.

Wir gelangen mit ganz ausreichender Annäherung zu einem sehr einfachen Ausdrucke für diese Beziehung auf folgende Weise:

Es sei (Fig. 584) der Abstand der leuchtenden Bilder $L'L'' = d$, die Entfernung der Interferenzerscheinung $B'B$ von $L'L''$ sei $AM = D$, es sei endlich der Abstand der Mitten der beiden ersten dunklen Streifen $B'B = \delta$. Wir stellen uns vor, es werde das System der auf einander senkrechten Geraden $L'L''$ und MA um den Punkt M ein wenig gedreht, so dass L' nach l', L'' nach l'', A nach B zu liegen komme. Beträgt diese Drehung nur einen sehr kleinen Winkel, so kann man ohne merklichen Fehler annehmen, dass:

Fig. 584.



$$BL' = Bl' + l'L' \text{ und } BL'' = Bl'' - l''L'',$$

mithin, da $Bl' = Bl''$:

$$BL' - BL'' = l'L' + l''L'' = 2\,l''L'.$$

$BL' - BL''$ ist nun aber jene Wegdifferenz, für welche der Vorsprung des einen Wellensystems vor dem anderen gerade $\frac{\lambda}{2}$ beträgt, da dann in B zum ersten Male die Schwingungen sich aufheben, es ist also

$$BL' - BL'' = 2\,l'L' = \frac{\lambda}{2},$$

oder

$$l'L = \frac{\lambda}{4}.$$

Nun verhält sich, wie aus der Figur ersichtlich ist:

$$l'L' : L'M = AB : AM$$

oder:

$$\frac{\lambda}{4} : \frac{d}{2} = \frac{\delta}{2} : D,$$

woraus

$$\lambda = \frac{d\,\delta}{D}$$

folgt.

Man hat also nur d, δ und D zu messen, um λ berechnen zu können. Die wirkliche Ausführung dieser Messung mit einer zur Bestimmung der Wellenlänge genügenden Genauigkeit ist schwierig, und da es andere, viel genauere Mittel hierzu giebt, so wollen wir die feinen Instrumente, welche zu obiger Messung construirt worden sind, nicht beschreiben, sondern nur eine sehr einfache Methode bezeichnen, welche für einen Vorlesungsversuch vollständig hinreicht, um einen angenäherten Werth der Wellenlänge zu erhalten. Nachdem man vor dem Licht-

einlassapparate einen verticalen Spalt angebracht, dann in möglichst grossem Abstande davon die Spiegel aufgestellt (Fig. 583 auf S. 889) und statt auf einem Schirme mit Hülfe der Lupe das Phänomen zur deutlichen Ansicht gebracht hat, befestigt man mittelst eines Halters einen fein getheilten Millimetermaassstab in horizontaler Richtung zwischen Lupe und Spiegel in solchem Abstande, dass man die Theilstriche desselben auf dem Streifensysteme deutlich wahrnehmen kann. Man zählt nun, nachdem man durch Einschaltung etwa eines rothen Glases das Licht genügend homogen gemacht hat, die Anzahl der hellen Zwischenräume, die auf eine Abtheilung des Millimetermaassstabes zu liegen kommen, wobei man, wenn die Anzahl nicht ohne Bruchtheil ausgeht, durch Verstellung der Spiegel nachhelfen kann. Hat man so δ ermittelt, so bleibt noch $\frac{d}{D}$ zu bestimmen, was auf zweierlei Weise geschehen kann. Entweder man misst nach Entfernung der Lupe mittelst eines kleinen Theodoliten den Winkel $L'AL'' = \alpha$ (Fig. 584), unter dem die beiden Spiegelbilder im Abstande D erscheinen, und rechnet dann $\frac{d}{D} = tang\,\alpha$, oder man misst mittelst eines Messbandes den Abstand D und ermittelt d in der Weise, dass man mit freiem Auge, von A über den oberen Rand der Spiegel hinwegvisirend, zwei senkrechte Objecte ermittelt, welche gleichen Abstand unter sich und von A haben, wie die Spiegelbilder L' und L''. Ein ganz brauchbares Verfahren besteht auch darin, dass man, nachdem die Streifenbreite gemessen, die Lichtquelle L (den Spalt) verdoppelt (L_1 und L_2) und nun dieselben so aufstellt, dass von den vier neben einander erscheinenden Spiegelbildern, die man so erhält, die beiden mittleren sich decken. Es ist dann, wie leicht zu zeigen, mit sehr grosser Annäherung der Abstand $L'L''$ gleich dem Abstande $L_1 L_2$ und kann direct gemessen werden. Bei einem solchen Versuche, bei welchem einfach nur zwei Kerzenflammen benutzt wurden, ergab sich für rothes Licht: Die Anzahl der Streifenintervalle auf 1 mm = 3, also $\delta = {}^1/_3$ mm. Der Abstand der Flammenmitten betrug 4 cm, also $d = 40$ mm, endlich die Distanz D betrug 20 m = 20000 mm, die Wellenlänge ist demnach:

$$\lambda = \frac{1}{3} \cdot \frac{40}{20\,000} = 0{,}00067 \text{ mm},$$

was mit anderweitigen Messungen für die Fraunhofer'schen Linien B (0,0006878) und C (0,0006564) genügend übereinstimmt.

Für blaues Glas findet man dann die Anzahl der Streifen auf 1 mm = 4, woraus sich

$$\lambda = \frac{1}{4} \cdot \frac{40}{20\,000} = 0{,}0005$$

berechnet, was der Wellenlänge für Fraunhofer's Linie $F = 0{,}000484$ nahe kommt.

Die Wirksamkeit der Lupe bei diesem Versuche bedarf noch einiger Erklärung. Man darf dieselbe nicht einfach so auffassen, als ob man das Streifenphänomen durch die Lupe vergrössert sähe, so wie etwa einen anderen kleinen Gegenstand; denn die Streifen haben keinen bestimmten Ort, wie etwa ein reelles Bild einer Linse, sie sind gewissermaassen noch nicht fertig gebildet, sondern entstehen erst auf einem Schirme, den wir irgendwo hinter den Spiegeln in den Weg der Strahlen setzen. Die Convexlinse der Lupe erzeugt von den Lichtpunkten L' und L'' zwei reelle, verkehrte, verkleinerte Bilder, von denen jetzt die Lichtstrahlen ausgehen und beim Sichdurchkreuzen interferiren. Auf einem Schirme in beliebigem Abstande entstehen dann die Streifen. Als solcher Schirm kann nun auch die Netzhaut des Auges dienen. Schaut man direct ohne die Lupe mit dem Auge, so tritt das brechende System des Auges an Stelle der Convexlinse der Lupe. Blickt man mit dem Auge durch die Lupe, so wirken beide zusammen wie eine Linse, welche zwei reelle, kleine, verkehrte Bildchen der Lichtpunkte vor der Netzhaut erzeugt, von denen die Strahlen ausgehen, welche dann auf der Netzhaut das Streifenphänomen erzeugen. Da zugleich auf der Netzhaut das reelle, verkleinerte Bild des Millimetermaassstabes entsteht, so fallen daselbst ebenso viele Streifen auf das Bild eines Millimeterintervalles, als auf ein solches Intervall fallen würden, wenn man einfach das Streifenphänomen auf einem Schirme mit Millimeterscala ohne Anwendung einer Lupe auffangen würde.

344 **Modification des Fresnel'schen Spiegelversuches.** Statt der Fresnel'schen Spiegel kann man auch das von Fresnel und später von Pouillet und von Ohm angewendete Interferenzprisma oder nach Fizeau zwei geneigte Glasplatten, oder endlich nach Billet zwei Halblinsen benutzen, um dieselbe Erscheinung hervorzurufen. Die Figuren 585, 586 und 587 geben eine Darstellung dieser drei Methoden.

Das Interferenzprisma P, Fig. 585, lässt die von L ausgehenden Strahlen nach der Brechung so austreten, als ob die Strahlen von den Punkten L' und L'' kämen, die Interferenzstreifen entstehen demnach auf dem Schirme mm' ganz wie beim Spiegelversuche. Auch hier kann man eine Lupe zu Hülfe nehmen, indem man den Apparat wie Fig. 588 (a. S. 896) zusammenstellt.

Die Fizeau'sche Anordnung des Versuches wird durch Fig. 586 erläutert. Die beiden geneigten planparallelen Glasplatten A und B geben den von L ausgehenden Strahlen eine Parallelverschiebung, so dass sie ihren Weg fortsetzen, als ob sie von L' und L'' kämen. Das Interferenzphänomen entsteht bei Anwendung einer Linse O auf dem Schirme bei mm'.

Die Billet'schen Halblinsen, Fig. 587, sind durch Halbirung einer Convexlinse erhalten und so gefasst, dass die Schnittebene vertical

steht, und die beiden Hälften in horizontaler Richtung mittelst Mikrometerschraube aus einander geschoben werden können. Die Halblinsen geben dann den von L kommenden Strahlen eine solche Richtung, dass statt eines einzigen Bildpunktes auf der Axe zwei reelle Bilder von L,

Fig. 585.

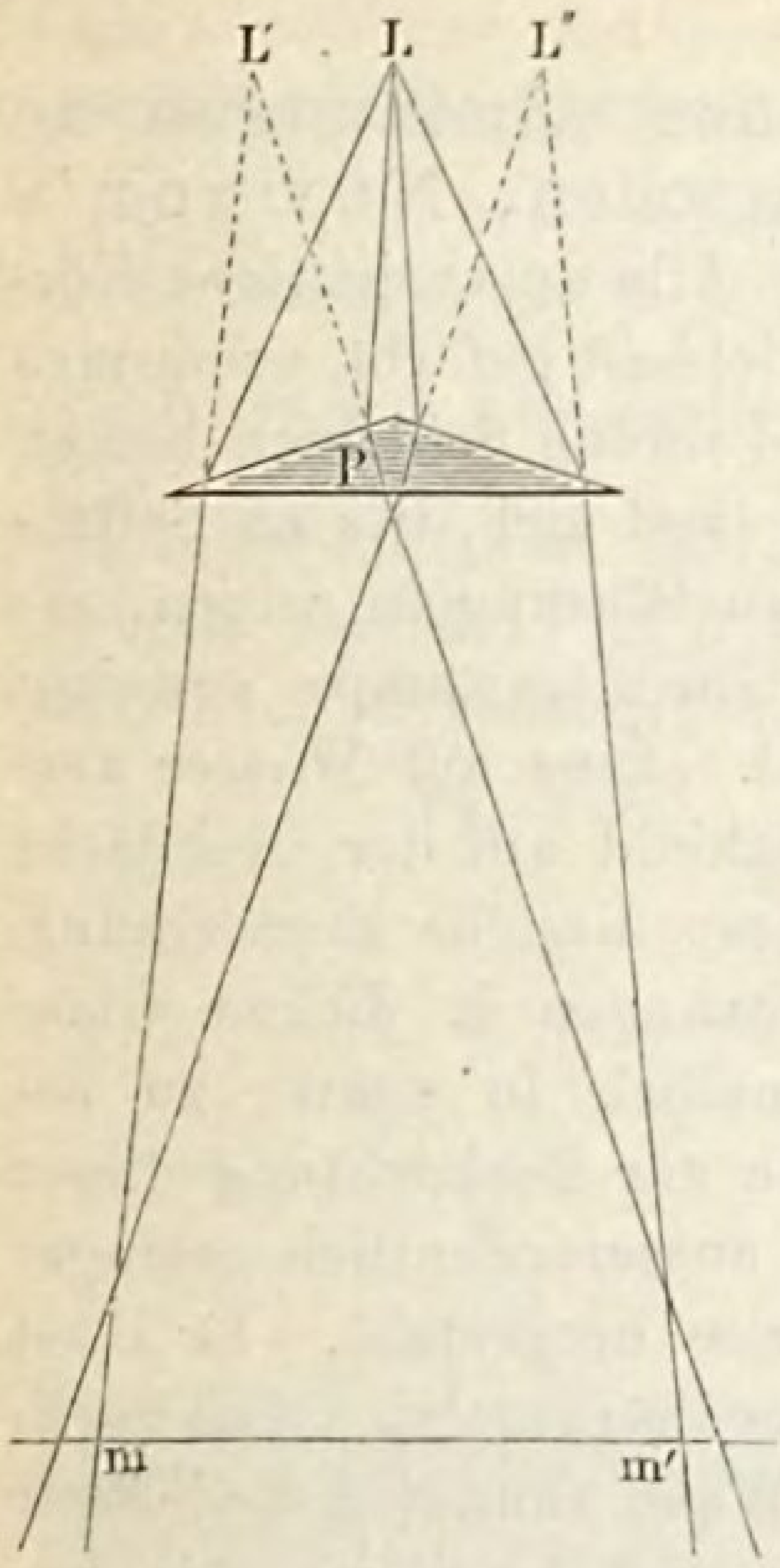


Fig. 586.

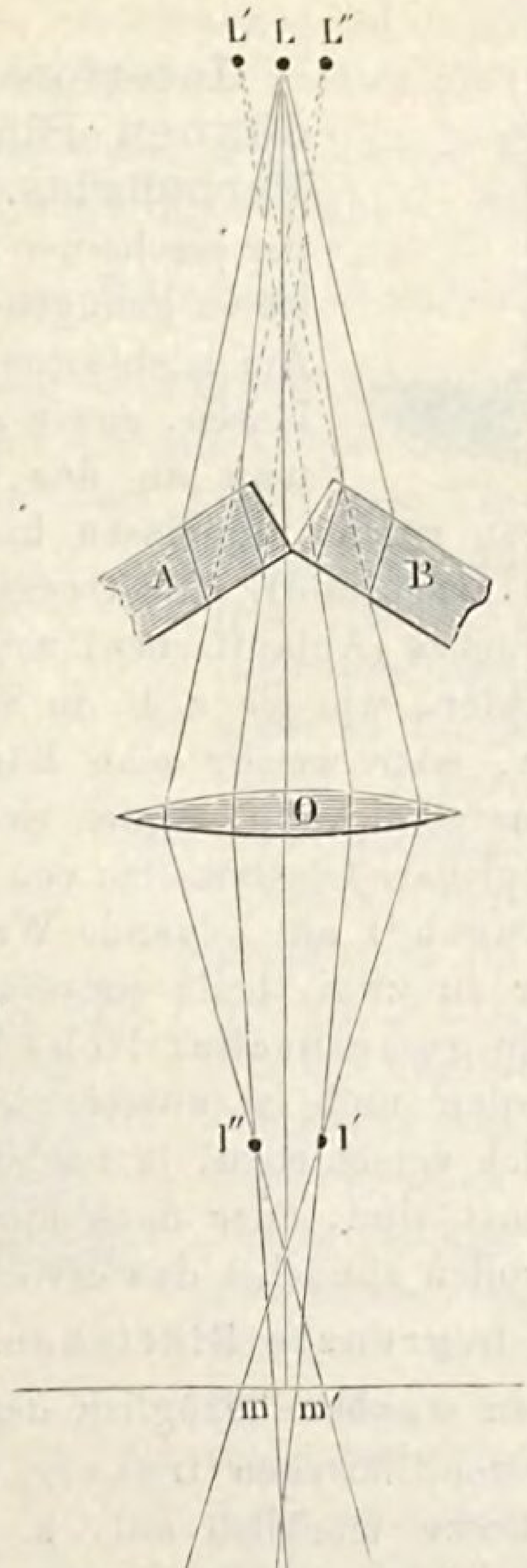
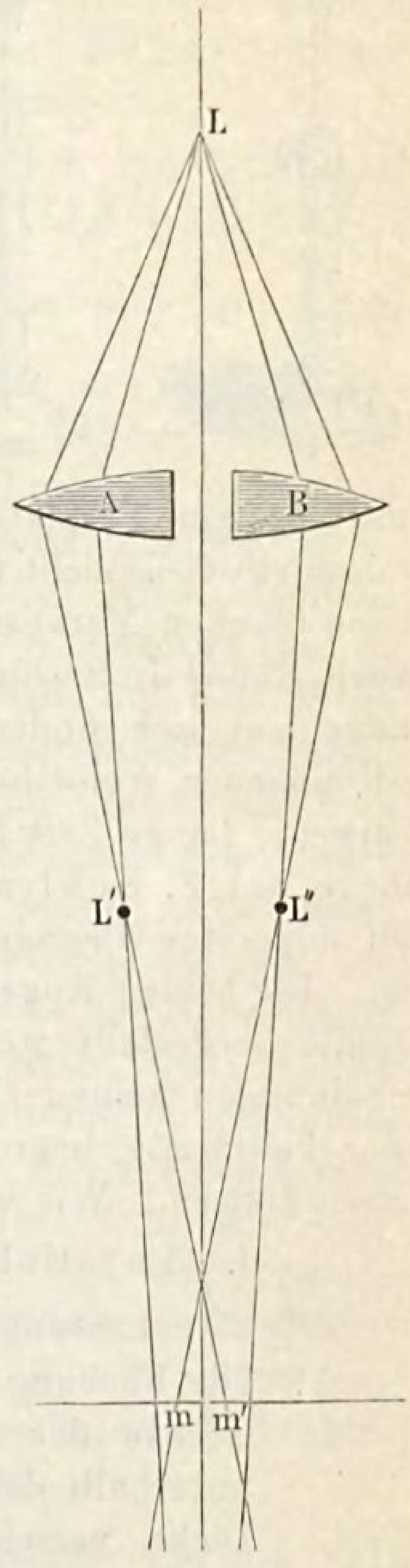


Fig. 587.

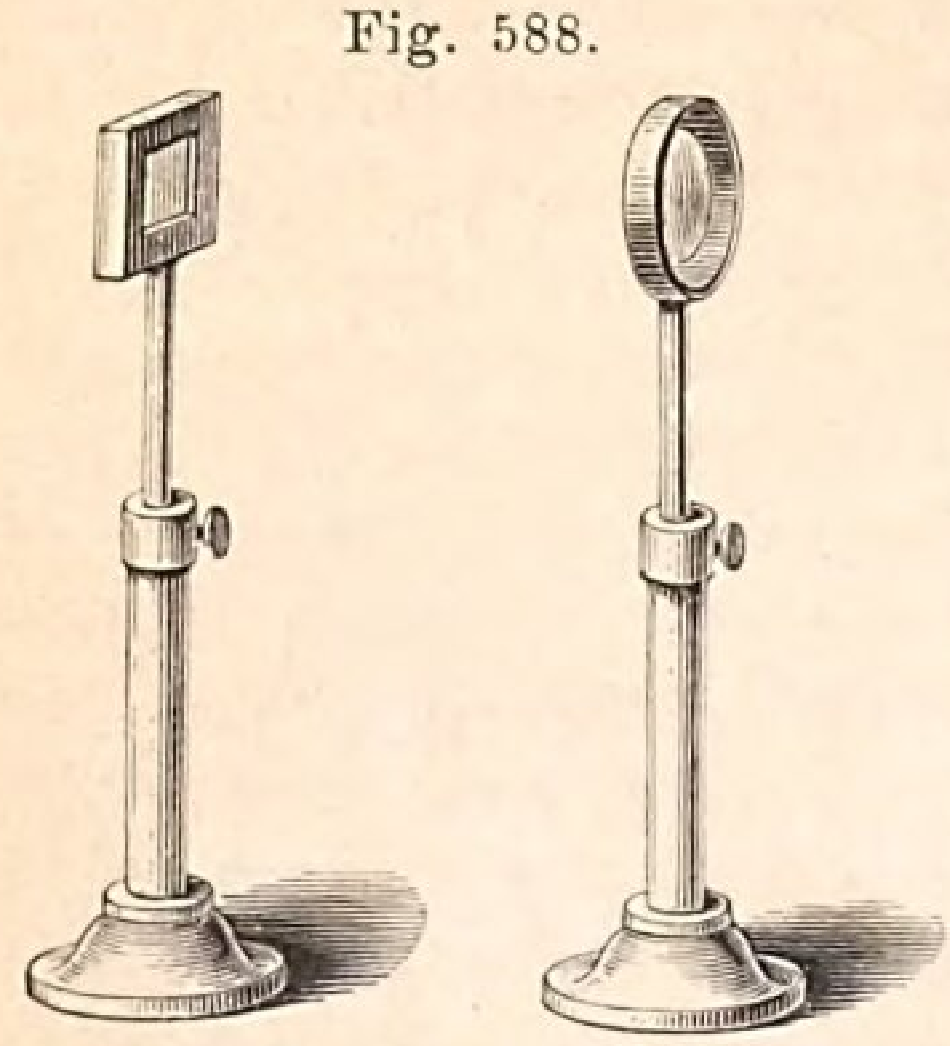


nämlich L' und L'', entstehen, welche die interferirenden Strahlen aussenden. Das Interferenzphänomen entsteht auf einem Schirme bei mm'.

Alle vier beschriebenen Methoden haben also das Gemeinschaftliche, dass mittelst geeigneter Vorrichtungen aus zwei nahe an einander liegenden Strahlencentren cohärente oder interferenzfähige Lichtstrahlen ausgesendet werden, die sich unter sehr spitzem Winkel durchkreuzen. Man könnte nun fragen, ob dies nicht einfacher ohne weitere Apparate durch Aufstellung zweier separater Lichtquellen zu erreichen wäre. Diese Frage ist mit nein zu beantworten. Es ist nämlich ein wesentliches Erforderniss für das Gelingen des Experimentes, dass die interferirenden Lichtstrahlen mit gleicher Phase, oder wenigstens mit constanter Phasendifferenz von den Ausgangspunkten abgehen. Dies wäre aber bei verschiedenen Licht-

quellen nie zu erreichen; es ist daher nothwendig, nur eine Lichtquelle anzuwenden, deren Licht dann durch die aufgezählten Hülfsmittel in zwei Wellensysteme getheilt wird, deren Centra nahe an einander liegen und cohärente Strahlen aussenden (vergl. §. 164 und 173).

Fig. 588.



345 **Interferenzerscheinungen an dünnen Blättchen, Newton's Farbenglas.** Alle durchsichtigen Körper erscheinen lebhaft gefärbt, wenn man sie in genügend dünne Schichten bringt. Am leichtesten lässt sich dies an Seifenblasen, sowie an Glaskugeln zeigen, die man an der Glasbläserlampe erweicht und bis zum Zerplatzen rasch aufgeblasen hat. Eine auf Wasser ausgebreitete Oelschicht (Terpentinöl), eine Oxydschicht auf der Oberfläche eines blanken Metallstückes (Anlauffarben) zeigen dieselbe Erscheinung. Auch dünne Luftschichten, wie sie z. B. in Sprüngen in dickem Glase manchmal sich finden, oder welche man künstlich in später zu beschreibender Weise herstellen kann, eignen sich zur Beobachtung dieser Farben. Lange Zeit haltbare Glaslamellen von ausserordentlich geringer Dicke hat F. Kohlrausch [1]) auf folgende Weise hergestellt. Er bläst ein doppeltes Glasrohr zu zwei theils zusammenhängenden Glaskugeln auf. Die beiden Kugeln gemeinschaftliche Wand kann von beliebiger Dünne hergestellt werden und ist ausserordentlich haltbar. Die Erscheinungen zeigen sich verschieden, je nachdem die Blättchen parallel oder keilförmig begrenzt sind, oder nach einem anderen Gesetze ihre Dicke ändern. Wir wollen zunächst den ersteren Fall besprechen.

I. Parallel begrenzte Blättchen.

Die Beobachtungen ergeben bezüglich derselben folgende Gesetze:

1. Die Färbung der Blättchen tritt erst unterhalb einer gewissen Grenze der Dicke merklich auf, z. B. bei einer Luftschicht unterhalb der Dicke von 0,001 mm; sie ist bei verschiedener Dicke verschieden an Farbenton und an Lebhaftigkeit der Farbe. Bei Luft z. B. am lebhaftesten zwischen 0,0003 und 0,0005 mm Dicke.
2. Der Farbenton hängt, ausser von der Dicke, auch vom Brechungsquotienten der Substanz ab, aus der das Blättchen besteht.
3. Die Färbung hängt endlich von dem Winkel ab, den die reflectirten Strahlen mit der Normale des Blättchens bilden, und ist ferner im durchgelassenen Lichte complementär zu der im reflectirten, wenn auch von geringerer Lebhaftigkeit.

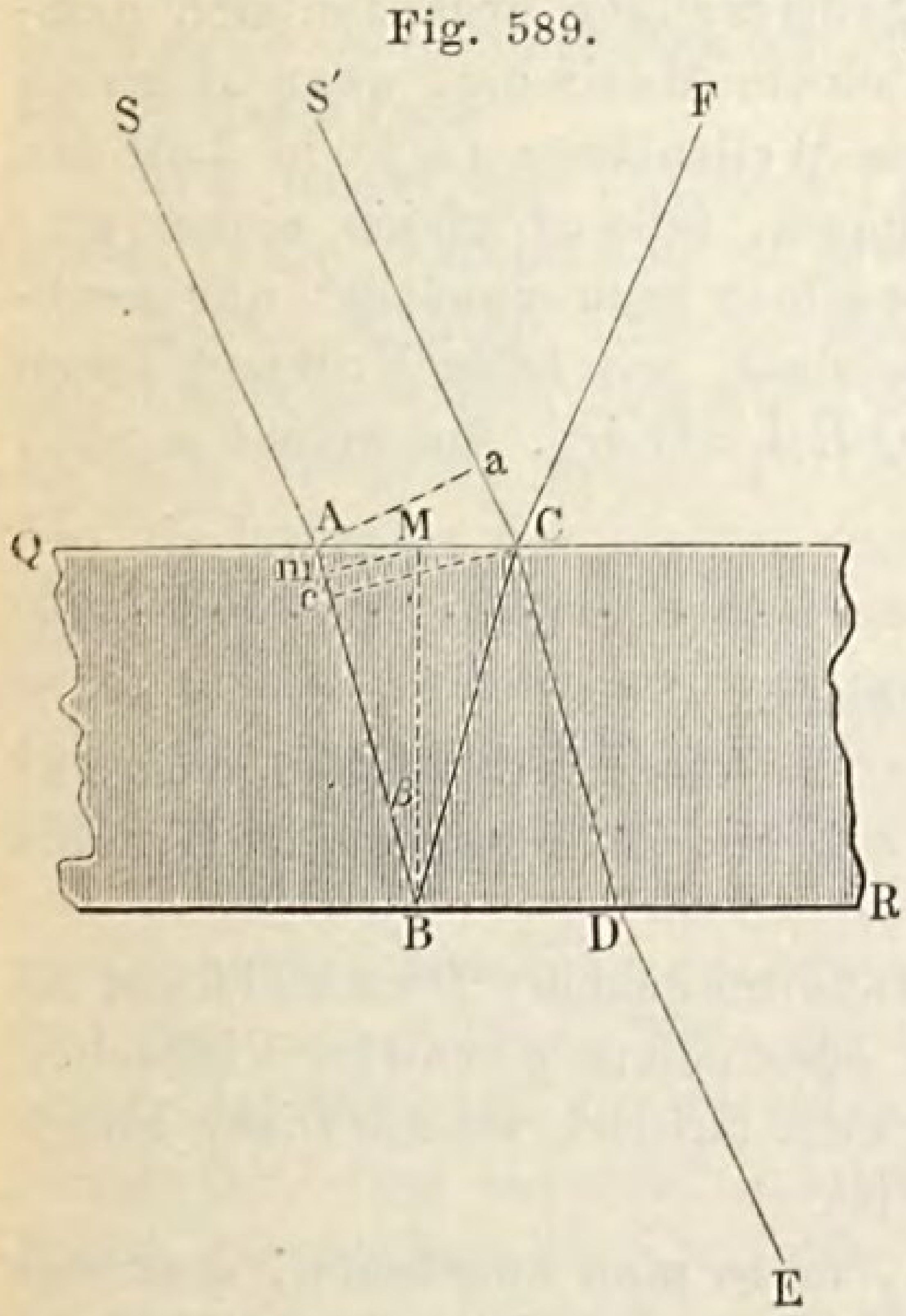
[1]) Wied. Ann., Bd. 51, S. 351, 1894.

4. Im monochromatischen Lichte ändert sich lediglich die **Helligkeit** der Blättchen, welche bis zu Null sinken kann.

Diese Erscheinungen sind sämmtlich von Young und Fresnel mittelst der Undulationstheorie erklärt worden. Um systematisch vorzugehen, wollen wir zuerst die Erscheinungen im homogenen Lichte studiren und dann im nächsten Paragraphen auf den Fall der Betheiligung aller Farben des weissen Lichtes übergehen.

QR, Fig. 589, sei ein Verticaldurchschnit durch das Blättchen, SA ein einfallender Strahl einfarbigen Lichtes, für welches die Wellenlänge in Luft λ, innerhalb des Blättchens λ' sei, so dass also $\frac{\lambda}{\lambda'} = n$ den Brechungsquotienten für den Uebergang des Lichtes aus Luft in das Blättchen vorstellt. AB sei der gebrochene Strahl, welcher zum Theil wieder nach C reflectirt und dort wieder zum Theil nach F gebrochen wird. Ein anderer, mit SA paralleler Strahl $S'C$ wird ebenfalls theilweise nach F reflectirt, und so muss es für jeden, auf dem Wege $SABCF$ zurückgeworfenen Strahl einen zugehörigen, direct auf dem Wege $S'CF$ reflectirten geben, oder umgekehrt zu jedem auffallenden Strahle FC gehören ein an der Vorder- und ein an der Hinterfläche der Platte reflectirter Strahl, welche beide Strahlen zusammen zur Interferenz gelangen, da sie einen Gangunterschied haben müssen. Jene Strahlen, welche nach noch öfteren Reflexionen ebenfalls in die Richtung CF fallen, können wir wegen ihrer sehr viel geringeren Intensität ausser Acht lassen.

Fig. 589.



Ziehen wir die Senkrechten Aa und Cc, so ersieht man aus der Construction sogleich, dass die beiden Wege Ac und aC in gleichen Zeiten zurückgelegt werden, da Aa bezw. cC Wellenfläche zu den einfallenden bezw. gebrochenen Strahlen und Ac bezw. aC die kürzesten Wege zwischen ihnen sind (vergl. §§. 162 u. 163). Gehen also die beiden Strahlen SA und $S'C$ von ein und demselben unendlich weit entfernten, leuchtenden Punkte aus, so trifft ihre Wellenbewegung in A und a, sowie in c und C ohne Gangunterschied ein. Die beiden von C nach F zusammen verlaufenden Strahlen haben daher nur einen den Wegstrecken $cB + BC$ entsprechenden Gangunterschied. Zieht man jetzt noch die senkrechte BM und fällt von M das Loth Mm,

so ist aus der Figur unmittelbar ersichtlich, dass $cB + BC = cB + BA = 2\,Bm$ ist. Bezeichnen wir die Dicke des Blättchens BM mit d, nennen α den Einfallswinkel und β den zugehörigen Brechungswinkel, so beträgt der gesuchte Gangunterschied $2\,Bm = 2\,BM.\cos\beta = 2\,d\cos\beta$. Nun wird aber dieser Weg zurückgelegt in der Substanz des Blättchens vom Brechungsindex n. Um denselben auf Luft zu reduciren und so die Strecke zu erhalten, um welche die beiden interferirenden in Luft verschieden wären, müssen wir den Ausdruck noch mit n multipliciren. Wir erhalten somit als Gangunterschied Δ den Werth:

$$\Delta = 2\,d\,n\cos\beta = 2\,d\,n\sqrt{1 - \sin^2\beta}$$

oder, da nach dem Brechungsgesetze $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ ist:

$$\Delta = 2\,d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}\,. \qquad \qquad 1)$$

Nach den im §. 164 angestellten Erörterungen ergänzen sich demnach die beiden Strahlen längs CF zu einem Maximum, wenn Δ gleich einem geraden Vielfachen der halben Wellenlänge ($\lambda/2$) in Luft ist, und sie vernichten sich zu einem Minimum, falls Δ gleich einem ungeraden Vielfachen von $\lambda/2$ ist. Beachtet man zunächst nur senkrecht auffallendes Licht und nimmt an, dass, wie beim Newton'schen Farbenglas, die Substanz der Schicht QR Luft ist, für welche $n = 1$ gesetzt werden kann, so wird:

$$\Delta = 2\,d \qquad \qquad 2)$$

d. h. gleich der doppelten Dicke der Schicht.

Dieser Betrachtung gemäss müsste also das Luftblättchen dunkel erscheinen, falls $2\,d = \lambda/2,\ 3\,\lambda/2,\ 5\,\lambda/2$ etc. ist, dagegen hell, falls $2\,d = 0,\ \lambda,\ 2\,\lambda,\ 3\,\lambda$ etc. wäre.

Die Erfahrung lehrt aber, dass gerade umgekehrt Dunkelheit da herrscht, wo die Dicke gleich Null ist oder einem geraden Vielfachen von $\lambda/2$ gleich kommt, während Helligkeit auftritt, wo die Dicke gleich einem ungeraden Vielfachen von $\lambda/2$ ist.

Um diesen Widerspruch zu heben, muss man annehmen, dass das von der zweiten Fläche reflectirte Lichtbündel durch irgend eine Ursache noch um eine halbe Wellenlänge mehr verzögert wird, als man nach der Dicke der zweimal durchlaufenen Schicht erwarten sollte. Ein solcher Verlust einer halben Wellenlänge findet in der That statt. Die Ursache für diesen Phasensprung können wir uns auf folgende Weise verständlicher machen.

Wenn eine Oscillationsbewegung sich in einem Mittel von gleichförmiger Elasticität und Dichtigkeit fortpflanzt, so kehrt sie niemals zurück; wenn sie sich einer neuen Schicht mittheilt, so bleiben die vorhergehenden Schichten in Ruhe, wie ja auch eine Elfenbeinkugel, wenn sie gegen eine andere von gleicher Masse stösst, dieser ihre Bewegung mittheilt und selbst in Ruhe bleibt. Die stossende Kugel bleibt aber nach

dem Stosse nicht in Ruhe, wenn die zweite nicht dieselbe Masse hat, und zwar springt sie entweder zurück, wenn die Masse der zweiten Kugel grösser ist oder setzt ihre Bewegung in der ursprünglichen Richtung fort, wenn die Masse der zweiten Kugel kleiner ist. Dies macht begreiflich, was vorgeht, wenn eine Lichtwelle die Trennungsfläche zweier Mittel von verschiedener Dichtigkeit trifft. Die unendlich dünne Schicht des ersten Mittels, welche das zweite Mittel berührt, können wir mit der ersten Kugel vergleichen; wegen der Verschiedenheit der Masse bleibt sie nicht in Ruhe, nachdem sie die benachbarte Schicht des zweiten Mittels in Bewegung gesetzt hat, und deshalb findet eine Reflexion statt; die neue Geschwindigkeit, von welcher die letzte Schicht des ersten Mittels unmittelbar nach dem Stosse afficirt ist, und welche sich nach und nach den vorhergehenden Schichten desselben Mittels mittheilt, muss aber eine verschiedene Richtung haben, je nachdem die getroffene Schicht des zweiten Mittels mehr oder weniger Masse hat, als die des ersteren, d. h. je nachdem das erste Mittel mehr oder weniger dicht ist, als das zweite.

Wir haben den analogen Fall in der Akustik bei den Seilwellen, I. Bd., §. 180, bereits kennen gelernt.

Dieses wichtige Princip, welches Young, geleitet durch die eben auseinandergesetzten Betrachtungen, aufgefunden hat, ergiebt sich auch aus den Formeln, welche Poisson auf analytischem Wege ableitete. Auf die Reflexion des Lichtes angewandt, folgt daraus, dass, je nachdem eine Lichtwelle innerhalb oder ausserhalb eines dichten Mittels reflectirt wird, die Oscillationsgeschwindigkeit positiv oder negativ werden muss, dass also in beiden Fällen alle Vibrationsbewegungen eine entgegengesetzte Richtung haben werden.

Wenden wir dies nun auf die dünne, zwischen zwei Glasflächen eingeschlossene Luftschicht an, so ist klar, dass zwischen den an der oberen und der unteren Grenzfläche der Luftschicht reflectirten Strahlenbündeln ausser der Differenz der durchlaufenen Wege auch noch der Unterschied stattfindet, dass das eine Lichtbündel in Glas, also in einem dichteren Mittel, das andere aber in Luft, also in einem weniger dichten Mittel, an der unteren Glasfläche reflectirt wird; das an der unteren Glasfläche reflectirte Strahlenbündel wird sich also in einem Schwingungszustande befinden, welcher dem gerade entgegengesetzt ist, den man nach der Länge des durchlaufenen Weges erwarten sollte; die Oscillationen dieses zweiten Strahlenbündels gehen also gerade so vor sich, als ob sie einen um eine halbe Wellenlänge grösseren Weg durchlaufen hätten. In dem Falle also, wo die Wirkungen der beiden Strahlenbündel sich summiren würden, wenn man nur die Differenz der Wege in Betracht zu ziehen hätte, wird ein vollkommener Gegensatz zwischen beiden stattfinden; in dem Falle aber, wo die Differenz der Wege einen vollkommenen Gegensatz andeutet, werden die beiden Strahlenbündel sich gegenseitig unterstützen; dadurch erklärt sich der erwähnte Widerspruch vollkommen.

Um ihn zu beseitigen, brauchen wir nur unserem Ausdrucke für den Gangunterschied noch $\lambda/2$ zuzuzählen, so dass derselbe allgemein lautet:

$$2\,d\,\sqrt{n^2 - sin^2\,\alpha} + \frac{\lambda}{2}.$$

So oft dieser Ausdruck gleich wird einem geraden Vielfachen von $\lambda/2$, haben wir ein Maximum der Helligkeit, so oft er gleich wird einem ungeraden Vielfachen von $\lambda/2$, haben wir die grösste Dunkelheit.

Wenn m eine ganze Zahl vorstellt, so ist also Bedingung für

Helligkeit: $$2\,d\,\sqrt{n^2 - sin^2\,\alpha} + \frac{\lambda}{2} = m\,\lambda \quad \ldots\ldots \quad 1\,a)$$

Dunkelheit: $$2\,d\,\sqrt{n^2 - sin^2\,\alpha} + \frac{\lambda}{2} = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda \quad \ldots \quad 1\,b)$$

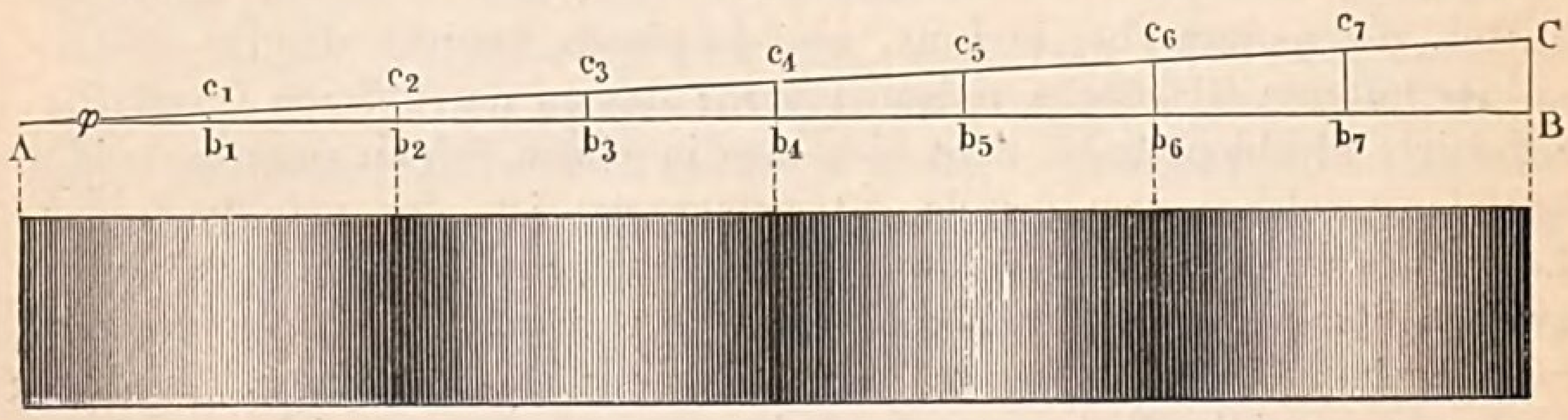
wo wir für m die Zahlen 1, 2, 3 einzusetzen haben, um jene Dicken d zu erhalten, für welche die Helligkeit ein Maximum oder Minimum wird.

II. Keilförmige Blättchen.

Um die eben abgeleiteten Resultate experimentell zu prüfen, könnte man sich einer Anzahl dünner Blättchen oder Luftschichten verschiedener Dicke bedienen. Bequemer verwendet man dazu eine keilförmige Schicht, welche man z. B. erhält, indem man zwei Streifen Spiegelglas auf einander legt, so dass sie an dem einen Ende unmittelbar an einander liegen, am anderen durch ein Goldblättchen von einander getrennt sind. Man hat dann gewissermaassen eine Reihe von Schichten, deren Dicke continuirlich vom Werthe 0 am einen Ende bis zum grössten Werthe am anderen Ende fortschreitet und deren Innenraum man entweder mit Luft oder einer tropfbaren Flüssigkeit ausfüllen kann.

BAC, Fig. 590, stelle einen Verticaldurchschnitt durch eine solche keilförmige Schicht vor, deren Kantenwinkel $CAB = \varphi$ allerdings

Fig. 590.



der Deutlichkeit wegen viel grösser gezeichnet wurde, als beim Experiment zulässig wäre. Diese Schicht werde mit homogenem Lichte von der Wellenlänge λ beleuchtet, sie enthalte ein Medium vom Brechungsquotienten n und werde unter schiefem Winkel beobachtet, so dass für die betheiligten Lichtstrahlen der Brechungswinkel die Grösse r habe.

Man beobachtet dann die im unteren Theile der Figur dargestellte Erscheinung.

Da bei A die Dicke $= 0$ oder nahe $= 0$ ist, so muss dort Dunkelheit beobachtet werden. Die Mitte des nächsten dunklen Streifens muss auf eine Stelle b_2 treffen, wo die Dicke $b_2 c_2 = \lambda/2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$ beträgt; bezeichnen wir nun den Abstand $A b_2$ mit B, so ist $b_2 c_2 = B . \operatorname{tang} \varphi$, also

$$B = \frac{\lambda}{2 \operatorname{tang} \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

Dieser Abstand B ist aber zugleich der Abstand aller benachbarten dunklen Streifen unter sich, denn die Dicken wachsen proportional ihrer Entfernung von A. Der Abstand zweier dunklen Streifen ist daher abhängig von vier Grössen, von λ, n, α und φ, und zwar in folgender Weise:

1. Der Abstand ist desto grösser, je kleiner φ ist; er wird unendlich, d. h. die ganze Schicht hat einen gleichen Grad von Helligkeit ohne dunkle Streifen, wenn sie planparallel begrenzt ist.
2. Der Abstand ist desto kleiner, je kleiner α ist. Ist $\alpha = 0$, d. h. die Strahlenrichtung senkrecht auf der Platte, so sind die Streifen einander am nächsten, beim schiefen Daraufschauen rücken sie aus einander.
3. Der Abstand ist desto kleiner, je grösser n, der Brechungsquotient der Schicht ist; er ist also bei Wasser, dessen Brechungsquotient nahe $^4/_3$ ist, nur $^3/_4$ von dem bei Luft.
4. Der Abstand ist desto grösser, je grösser die Wellenlänge des Lichtes λ ist; bei Anwendung rothen Lichtes ist derselbe nahe doppelt so gross wie bei violettem Lichte.

Für eine Luftschicht berechnet sich, unter Annahme senkrechter Incidenz und der Wellenlänge des Natriumlichtes $= 0{,}00059$ mm, die Reihenfolge der Dicken für die Maxima und Minima wie folgt:

Dicke der Luftschicht	$= 0$ mm		erster dunkler Streifen
„ „ „	$= \frac{\lambda}{4}$	$= 0{,}00015$ mm	erster heller „
„ „ „	$= \frac{\lambda}{2}$	$= 0{,}00030$ „	zweiter dunkler „
„ „ „	$= \frac{3\lambda}{4}$	$= 0{,}00044$ „	zweiter heller „
„ „ „	$= \lambda$	$= 0{,}00059$ „	dritter dunkler „
„ „ „	$= \frac{5\lambda}{4}$	$= 0{,}00074$ „	dritter heller „

Dicke der Luftschicht $= \frac{3\lambda}{2} = 0{,}00089$ mm vierter dunkler Streifen

„ „ „ $= \frac{7\lambda}{4} = 0{,}00103$ „ vierter heller „

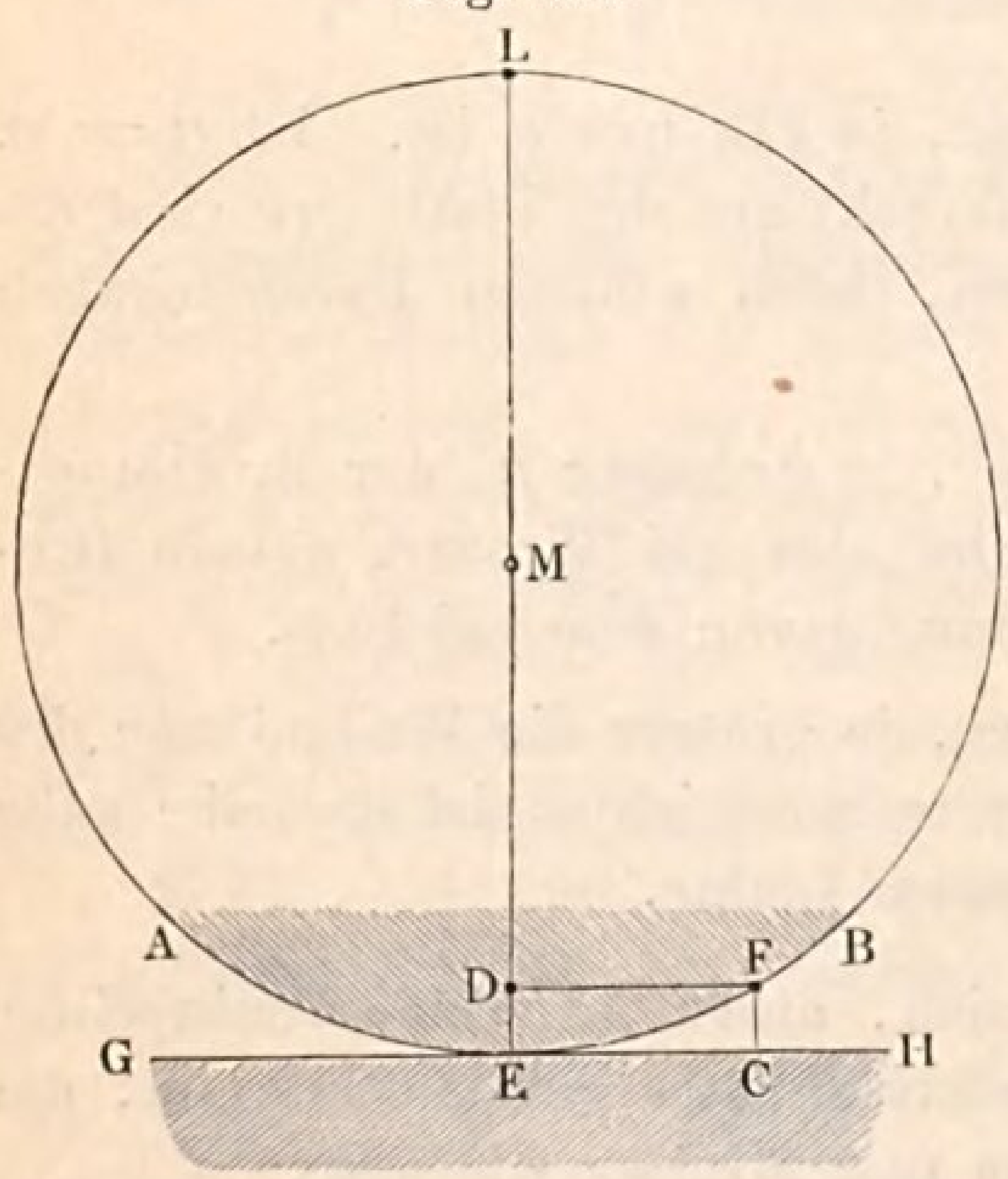
„ „ „ $= 2\lambda = 0{,}00118$ „ fünfter dunkler „

u. s. f.

III. Newton's Farbenglas.

Statt einer keilförmigen Luftschicht bediente sich Newton und vor ihm schon Hooke einer unter dem Namen „Newton's Farbenglas" bekannten Vorrichtung, welche einfach durch Auflegen einer Convexlinse von grossem Krümmungsradius auf eine ebene Glasplatte entsteht. Linse und Glasplatte werden häufig in eine metallene Fassung gelegt, welche durch drei Schrauben ein gleichmässiges Andrücken der Linse auf die Platte gestattet. Es ist leicht einzusehen, dass bei dieser Anordnung die dunklen Streifen statt in Form paralleler Geraden in Form concentrischer Kreise um den Berührungspunkt erscheinen müssen, und dass, da die Dicke der Luftschicht sich hier nicht proportional mit dem Abstande von dem Berührungspunkte, sondern in rascherem Verhältniss steigert, die Abstände der dunklen Streifen nicht constant bleiben können, sondern von der Mitte gegen aussen abnehmen müssen.

Fig. 591.



Die Dicke der Luftschicht, welche den einzelnen Ringen entspricht, ergiebt sich in folgender Weise. In Fig. 591 sei GH die ebene Glasfläche, auf welche die convexe Glaslinse AEB gelegt ist; ME stellt also den Krümmungsradius der Linsenfläche vor. Ist DF der Radius irgend eines hellen oder dunklen Ringes, so ist FC, oder was dasselbe ist, DE die diesem Ringe entsprechende Dicke der Luftschicht. Nach einem bekannten Satze der Geometrie haben wir aber

$$DF^2 = DE.DL,$$

wenn EL der Durchmesser der Kugel ist, von welcher die convexe Fläche der Linse ein Stück bildet. Diese Gleichung wird

$$r^2 = d\,(2R - d),$$

wenn wir mit r den Halbmesser DF des Ringes, mit d die Dicke FC oder DE der Luftschicht und mit R den Radius ME der Kugel bezeichnen. Da nun aber d verschwindend klein ist gegen $2R$, so kann

man ohne merklichen Fehler d aus der eingeklammerten Grösse der letzten Gleichung weglassen, so dass diese übergeht in

$$r^2 = 2\,d\,.\,R,$$

woraus

$$r = \sqrt{2\,d\,.\,R}$$

folgt. Wenn wir nun den Radius des innersten hellen Ringes gleich Eins setzen, so muss, da die folgenden hellen Ringe an den Stellen entstehen, wo die Dicke 3, 5, 7, 9 mal so gross ist, die Reihenfolge der Radien der hellen Ringe durch die Reihe:

$$\sqrt{1},\ \sqrt{3},\ \sqrt{5},\ \sqrt{7},\ \sqrt{9}\ \text{u. s. f.}$$
$$= 1,\ 1{,}732,\ 2{,}236,\ 2{,}646,\ 3{,}000\ \ldots$$

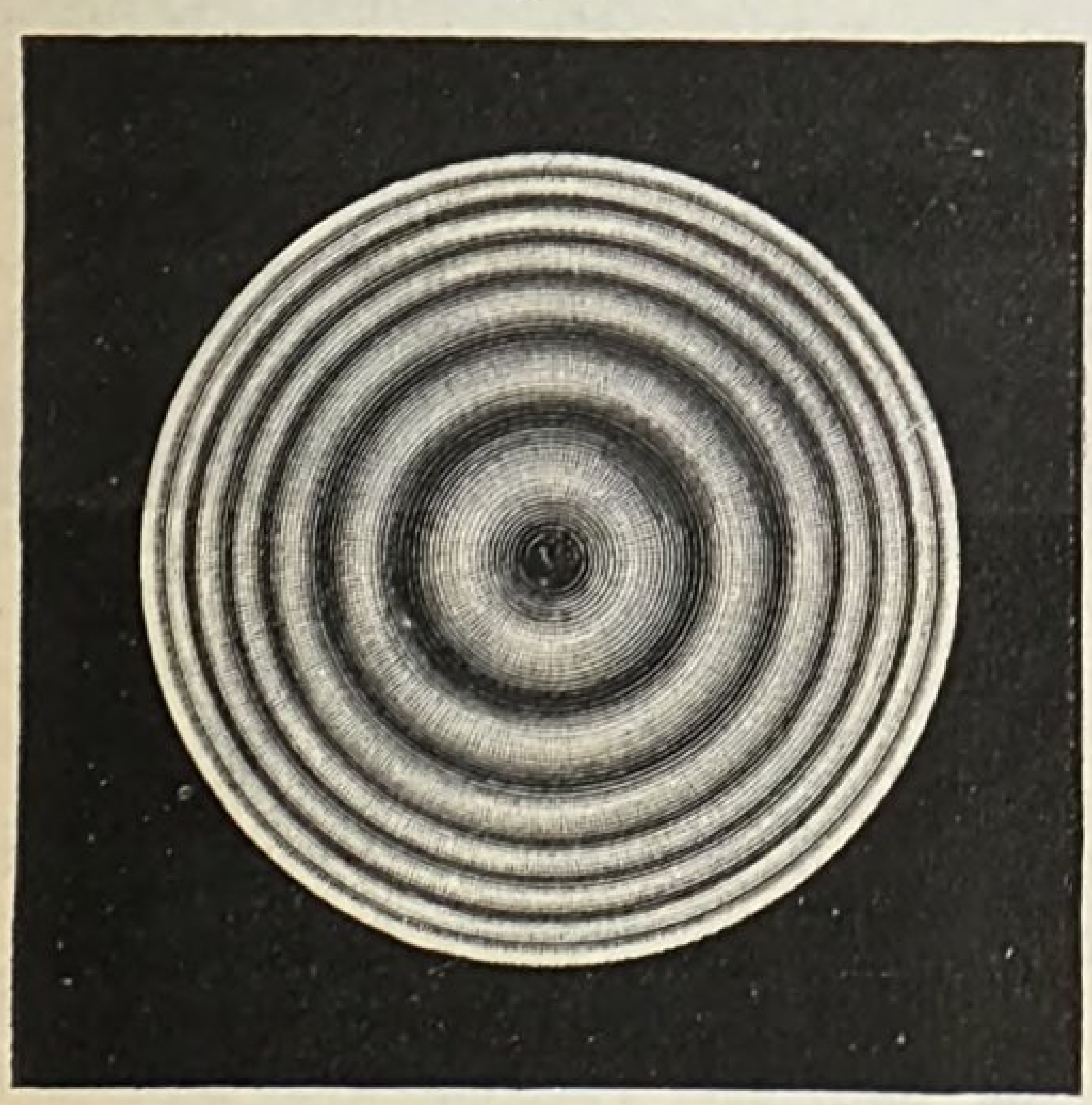
gegeben sein.

Ebenso findet man, dass für die dunklen Ringe die Radien die Werthe

$$\sqrt{2},\ \sqrt{4},\ \sqrt{6},\ \sqrt{8}$$
$$= 1{,}414,\ 2{,}000,\ 2{,}449,\ 2{,}828$$

haben müssen, wie bereits von Newton nachgewiesen wurde. Beobachtet man daher das Farbenglas im homogenen reflectirten Lichte, so erhält man die in Fig 592 dargestellte Erscheinung. Auch hier lässt sich nun weiter nachweisen, dass die Ringe desto enger sein müssen, je rascher die Dicke nach aussen zunimmt, wie ja auch aus der Formel $r = \sqrt{2\,d\,R}$ folgt, dass die Ringhalbmesser mit der Quadratwurzel aus dem Krümmungshalbmesser der Linse zunehmen. Ferner lässt sich der Einfluss des Brechungsquotienten nachweisen, indem z. B. bei Einbringung von Wasser auf die eine Seite zwischen Linse und Platte die Ringe daselbst auf $^3/_4$ ihres Durchmessers sich zusammenziehen, endlich lässt sich auch zeigen, dass beim schiefen Daraufsehen die Ringe sich erweitern, und dass sie bei rothem Lichte weiter sind, als bei violettem, lauter Schlüsse, die sich ganz analog wie bei der keilförmigen Schicht ergeben. Obwohl beim Newton'schen Farbenglase die Erscheinung complicirter ist, als bei der keilförmigen Schicht, so ist doch eine exactere experimentelle Bestätigung

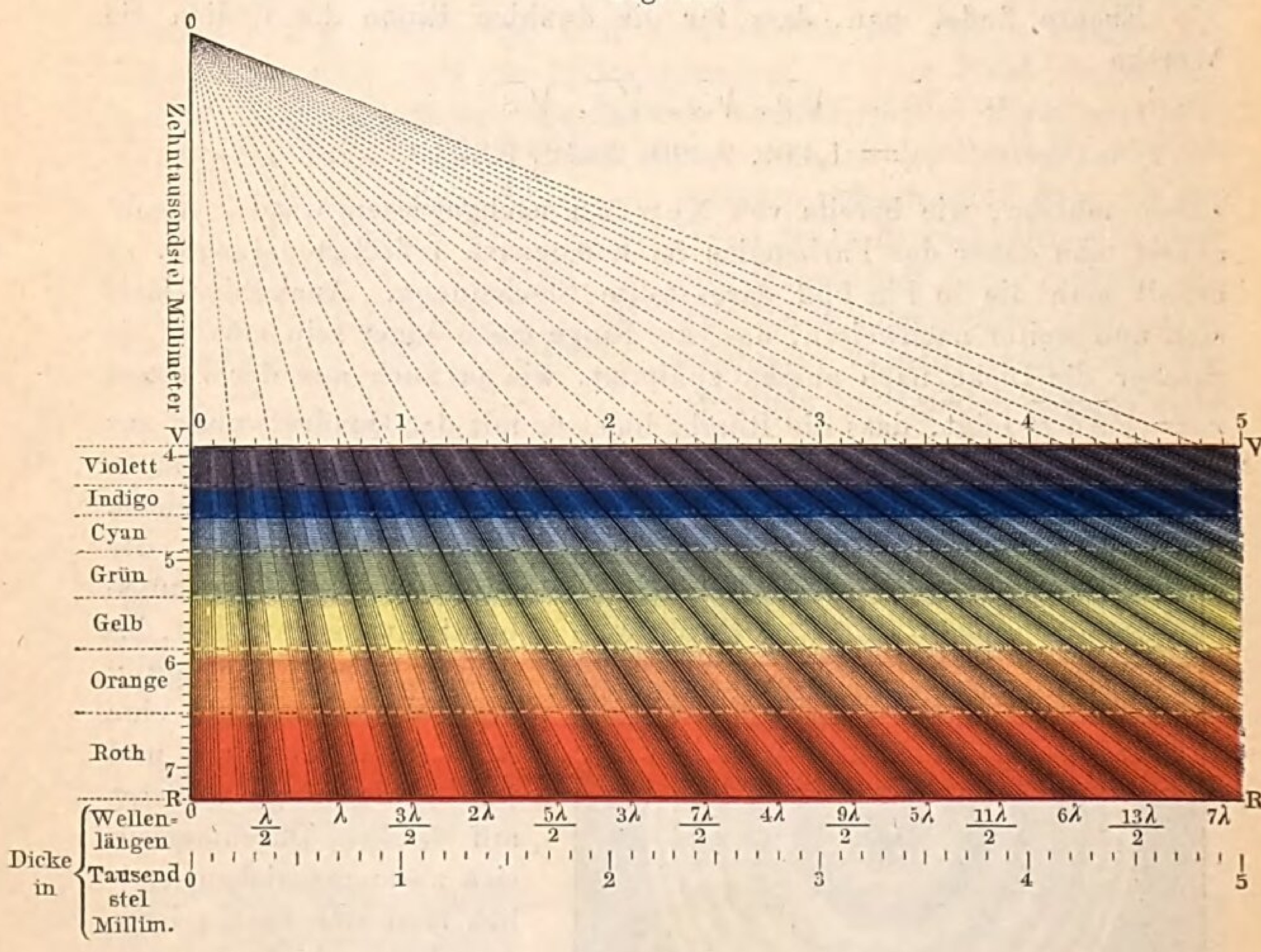
Fig. 592.



der Rechnung durch dasselbe zu erreichen, weil die Linse weniger einer Verbiegung ausgesetzt ist und daher die Luftschicht sicherer die berechneten Dicken besitzt, als dies bei dem aus Glasplatten zusammengesetzten Luftkeil der Fall ist.

346 **Farben dünner Blättchen.** Gemäss dem im vorigen Paragraphen abgeleiteten Resultate können wir nun erst daran gehen, zu untersuchen, wie die Interferenzerscheinungen der dünnen Blättchen sich gestalten, wenn man dabei nicht bloss homogenes Licht, sondern alle Lichtsorten, welche im gewöhnlichen weissen Lichte enthalten sind, sich betheiligen lässt. Auch hier wird es sich empfehlen, zuerst eine keilförmige Schicht in Betracht zu ziehen, da sich dann von derselben leicht

Fig. 593.



auf das Verhalten verschieden dicker planparalleler Blättchen einerseits und des Newton'schen Farbenglases andererseits schliessen lässt.

Aus dem Ausdrucke für die Breite B zwischen zwei dunklen (oder hellen) Streifen, den wir im vorigen Paragraphen unter 2) abgeleitet haben, ergiebt sich, dass dieselbe der Wellenlänge λ proportional ist. Wir erhalten nun zunächst für farbige Lichtsorten verschiedener Wellenlänge die Lage der dunklen und hellen Streifen durch folgende einfache Construction:

Auf der Geraden OR, Fig. 593, tragen wir die Strecken OV und OR im Verhältniss der Wellenlängen des violetten und rothen Lichtes auf. Wir erreichen dies z. B. dadurch, dass wir von O aus eine Millimeterscala auftragen und, indem wir 1 cm als $\frac{1}{10\,000}$ mm gelten lassen, die Punkte V und R an den Stellen 0,000723 mm und 0,000397 mm (den Wellenlängen für die Grenzen des Roth und des Violett) auftragen.

Zwischen V und R schalten wir dann, stets proportional den Wellenlängen, noch einige Zwischenpunkte für die Grenzen zwischen den Hauptfarben ein, wobei wir eine von Listing [1]) aufgestellte Farbenscala benutzen. Nach Listing bilden die Schwingungszahlen der Hauptfarben und deren Grenzen eine arithmetische Reihe, mithin die Wellenlängen, welche Reciproke der Schwingungszahlen sind, eine sogenannte harmonische Reihe. Listing nahm ausserdem die von Brücke [2]) an dem rothen und violetten Ende des Spectrums nachgewiesenen Farben, Braun und Lavendelgrau, in die Farbenscala auf, deren Wellenlängen und Schwingungszahlen in der nachfolgenden Tabelle mitgetheilt sind:

	Wellenlänge in Milliontel Millimeter	Schwingungszahl in Billionen per Secunde		Wellenlänge in Milliontel Millimeter	Schwingungszahl in Billionen per Secunde
Grenze	819,8	363,9	Grenze	491,9	606,6
Braun	768,6	388,2	Cyan	473,0	630,8
Grenze	723,4	412,5	Grenze	455,5	655,1
Roth	683,2	436,7	Indigo	439,2	679,3
Grenze	647,2	461,0	Grenze	424,0	703,6
Orange	614,9	485,2	Violett	409,9	727,9
Grenze	585,6	509,5	Grenze	396,7	752,1
Gelb	559,0	533,8	Lavendel	384,3	776,4
Grenze	534,7	558,0	Grenze	372,6	800,6
Grün	512,4	582,3			

Wir denken uns also gewissermaassen zwischen V und R ein Gitterspectrum aufgetragen, bei welchem bekanntlich diese Proportionalität der Abstände mit den Wellenlängen stattfindet. In V und R, sowie in den Zwischenpunkten ziehen wir die auf OR senkrechten (in der Figur horizontalen) Geraden VV', RR' etc. Die so erhaltenen horizontalen Schichten füllen wir mit den entsprechenden Farben aus.

Wir denken uns nun die keilförmige Luftschicht so an RR' angelegt, dass die Kante des Keils in R senkrecht auf die Zeichnungsebene zu liegen kommt; für die Dicken dieser Luftschicht tragen wir einen (darunter gezeichneten) Maassstab auf. Es bedeutet also z. B. die Zahl 3, dass an dieser Stelle die Dicke der Luftschicht 0,003 mm betrage. Unter Annahme senkrechter Incidenz können wir dann mittelst

[1]) Pogg. Ann. **131**, 564. — [2]) Ibid. **74**, 461.

der im vorigen Paragraphen berechneten Tabelle die Punkte, wo für das äusserste Roth die Dicke $= \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, 2\lambda$ etc. . . . beträgt, auftragen, es sind dies die Punkte, wo die Mitten der dunklen Stellen hintreffen.

Verbinden wir diese Punkte sämmtlich mit O, so durchschneiden die schiefen Verbindungslinien alle horizontalen in jenen Punkten, in welchen die dunklen Stellen zu Stande kommen, wenn man mit Licht von der zugehörigen Wellenlänge beleuchtet. Zur Vollständigkeit der Zeichnung ist noch nöthig, diese schiefen Linien auf beiden Seiten mit passender Schattirung zu versehen, welche dem Uebergang aus dem Minimum der Helligkeit zum Maximum derselben entspricht. Der Construction gemäss sind dann die Abstände der Durchschnittspunkte auf den Horizontalen proportional den Wellenlängen. Sind die angeschriebenen Spectralfarben richtig aufgetragen und würden wir einen ganz schmalen Glasstreifen von RR' aus parallel mit RR' gegen VV' verschieben, so würden durch das Glas hindurch genau dieselben Farben und dunklen Streifen gesehen werden, welche bei Beleuchtung mit der an der Ordinatenaxe abgelesenen Farbe an einem Luftkeil entstehen würden.

Es handelt sich demnach jetzt nur noch darum, die neben einander dargestellten Erscheinungen für die verschiedenen getrennten Farben auf einander zu legen und zu addiren, um die gleichzeitige Wirkung aller Farben des Spectrums zu erhalten. Experimentell könnte man dies dadurch bewerkstelligen, dass man die in Farben ausgeführte Zeichnung der Fig. 593 als Mantelfläche auf einem Cylinder in der Weise befestigte, dass VR als Umfang des Cylinders und RR' an VV' anstossend als eine Seite desselben erschiene, und hierauf den Cylinder um seine Axe rasch rotiren liesse, so dass sich der Farbeneindruck der Mantelfläche zu einer Reihenfolge paralleler gefärbter Umfangsstreifen vermischen würde. Auch durch ein oscillirendes Prisma könnte man diesen Zweck erreichen, da dasselbe ebenso gut ein durchbrochenes Spectrum zusammenzusetzen vermag, wie ein vollständiges.

Für unseren Zweck wird es jedoch genügen, durch einfache Berücksichtigung der Gesetze der Farbenmischung das Resultat der Hauptsache nach abzuleiten.

Um z. B. aufzufinden, welche Farbennüance eine Luftschicht der Reihe nach zeigen wird, wenn sie von der Dicke 0 an bis zur Dicke von 0,001 mm zunimmt, denken wir uns parallel zu VR eine Gerade von dem Abscissenpunkte 0 bis zum Punkte 1 vorrückend und die Summe aller der Spectralfarben gebildet, welche innerhalb dieser Geraden vorhanden, d. h. nicht durch dunkle Streifen ausgelöscht sind.

Um die Zeichnung nicht zu sehr zu verwirren, sind diese Geraden nicht eingetragen. Man braucht aber nur die Kante eines Lineals von der rechten Seite her an VR anzulegen und dieselbe nach und nach weiter nach rechts zu rücken, wobei die beiden horizontalen Maassstäbe als Parallelführung zu benutzen sind. Man wird dann finden, dass in

der nächsten Nähe der Dicke 0 alle Farben fehlen, was auf eine schwarze Färbung schliessen lässt, dass dann zuerst Violett und Blau auftreten und dann zwischen den Dicken 0,0001 und 0,0002 fast alle Farben zur Wirkung kommen, so dass Weiss entsteht, dass dann zuerst Violett und Blau verschwinden, weshalb das Gemisch weisslichgelb ausfallen wird, und dass es dann, da Roth vorherrschend wird, in Braunroth übergeht.

Zwischen 0,0002 und 0,0003 sind dann alle Farben, mit Ausnahme des Roth und des Violett, durch den dunklen Streifen ausgelöscht, die übrig bleibende Mischung ist also Purpur. Zwischen 0,0003 und 0,0004 überwiegt Blau, bei 0,0004 Gelb, vor 0,0005 Roth, welches bei 0,0005 durch Hinzutritt des Violett wieder in Purpur übergeht. Bei 0,0006 ist fast nur Blau und etwas Grün frei, welches dann ins Rothe übergeht. Bei 0,0008 sind Blau, Orange und Roth vorhanden, was, da Blau und Orange zusammen Weiss geben, ein blasses Roth erzeugen muss. Bei 0,0010 endlich ist fast nur Blau und Orangegelb vorhanden, welche zusammen ein blasses Grün geben. Geht man so weiter, so findet man, dass immer mehr gleichzeitig aus allen Regionen des Spectrums Repräsentanten auftreten, weshalb sich die Mischung in Bezug auf unsere Empfindung immer mehr dem Weiss nähern muss, ohne indess mit dem Weiss des reinen Sonnenlichtes im physikalischen Sinne identisch zu sein, da überall dort Farben fehlen, wo ein dunkler Streifen das Spectrum durchschneidet.

Newton hat diese Farbenmischungen bereits studirt und in Abtheilungen gebracht, weshalb sie häufig die Newton'schen Farben genannt werden. Wir geben hier noch eine Zusammenstellung derselben sammt den zugehörigen Dicken und der Newton'schen Eintheilung in Ordnungen.

	Erste Ordnung.	
1 . . .	0,000114 mm . . .	Bläulichweiss (Helllavendelgrau)
2 . . .	0,000148 „ . . .	Gelblichweiss (Strohgelb)
	0,000168 „ . . .	Braunroth (Braungelb).
	Zweite Ordnung.	
3 . . .	0,000276 mm . . .	Dunkelpurpur (Violett)
4 . . .	0,000360 „ . . .	Blau (Himmelblau)
5 . . .	0,000432 „ . . .	Gelb (Gelb)
	0,000492 „ . . .	Roth (Roth).
	Dritte Ordnung.	
6 . . .	0,000552 mm . . .	Purpur (Purpurviolett)
	0,000602 „ . . .	Blau (Blaugrün)
7 . . .	0,000666 „ . . .	Gelblichgrün (Grün)
	0,000712 „ . . .	Dunkelroth (Fahlgelb).
	Vierte Ordnung.	
	0,000828 mm . . .	Blassroth (Mattpurpur)
8 . . .	0,000954 „ . . .	Blassgrün (Graugrün).

Die den Newton'schen Farbenangaben beigefügten eingeklammerten Farbenbezeichnungen sind einer neueren Untersuchung von A. Rollet[1]) entnommen, welche ergeben hat, dass die älteren Tabellen von Newton, Werthheim, Quincke u. A. theils auf unrichtigen Voraussetzungen, theils auf Missverständnissen beruhen. Dieselben wurden übrigens indirect aus den Farben von Gypsblättchen im polarisirten Lichte abgeleitet. Wie wir an späterer Stelle nachweisen werden, sind die Farben der letzteren sehr nahe identisch mit denen einer Luftschichte von $\frac{1}{204.3}$ der Dicke der Gypsblättchen.

Es ist nach dem Vorhergehenden klar, dass keine der Newton'schen Farben eine reine homogene Spectralfarbe sein kann, sie sind sämmtlich Mischungen, doch sind die der zweiten Ordnung, insbesondere von der Dicke 0,0003 bis 0,0005 am wenigsten unrein. Ebenso ist ersichtlich, dass (ausser im Anfangspunkte 0) nirgends ein vollkommenes Schwarz oder Weiss auftreten kann. An deren Stelle treten dunklere und hellere Farbentöne, und zwar als erstere Purpur und Blau, als letztere die gelblichen Mischungen.

So wie wir die Newton'schen Farben in der Theorie aus ihren Bestandtheilen zusammengesetzt haben, so können wir umgekehrt auf experimentellem Wege sie wieder zerlegen und dadurch für die vorgetragene Theorie einen Beweis erbringen. Stellen wir einen schmalen Luftkeil, der die Newton'schen Farben zeigt, horizontal vor uns auf, so dass die Kante vertical steht, und benutzen denselben wie eine leuchtende Spalte, von der wir ein Spectrum entwerfen, indem wir ein Prisma mit horizontaler nach aufwärts gerichteter Kante oder besser ein Beugungsgitter mit horizontalen Linien davor setzen, so muss das erhaltene Spectrum im Wesentlichen mit der Fig. 593 übereinstimmen. Die dunklen Streifen werden bei Anwendung des Gitters geradlinig, bei der des Prismas nicht geradlinig, sondern gekrümmt ausfallen, weil die prismatischen Ablenkungen nicht den Wellenlängen proportional sind, was eben nur beim Beugungsspectrum der Fall ist. Wir kommen auf eine solche spectrale Zerlegung der durch Interferenz entstandenen Farbenmischungen später nochmals zu sprechen.

Die Farben dünner planparalleler Blättchen und die des Farbenglases im weissen, reflectirten Lichte sind nun auch so gut wie erklärt, und es ergeben sich insbesondere die im §. 345 aufgezählten Thatsachen als unmittelbare Folge des Vorgetragenen. Die durch genaue Messungen von Provostaye und Desains am Newton'schen Farbenglase bestätigte Uebereinstimmung mit der von Young, Fresnel, Poisson und Airy geschaffenen und ausgebildeten Theorie liefert ein glänzendes Zeugniss für die Richtigkeit der letzteren. A. Wangerin hat 1867 (Pogg. Ann., Bd. 131, S. 497) noch einige früher vernach-

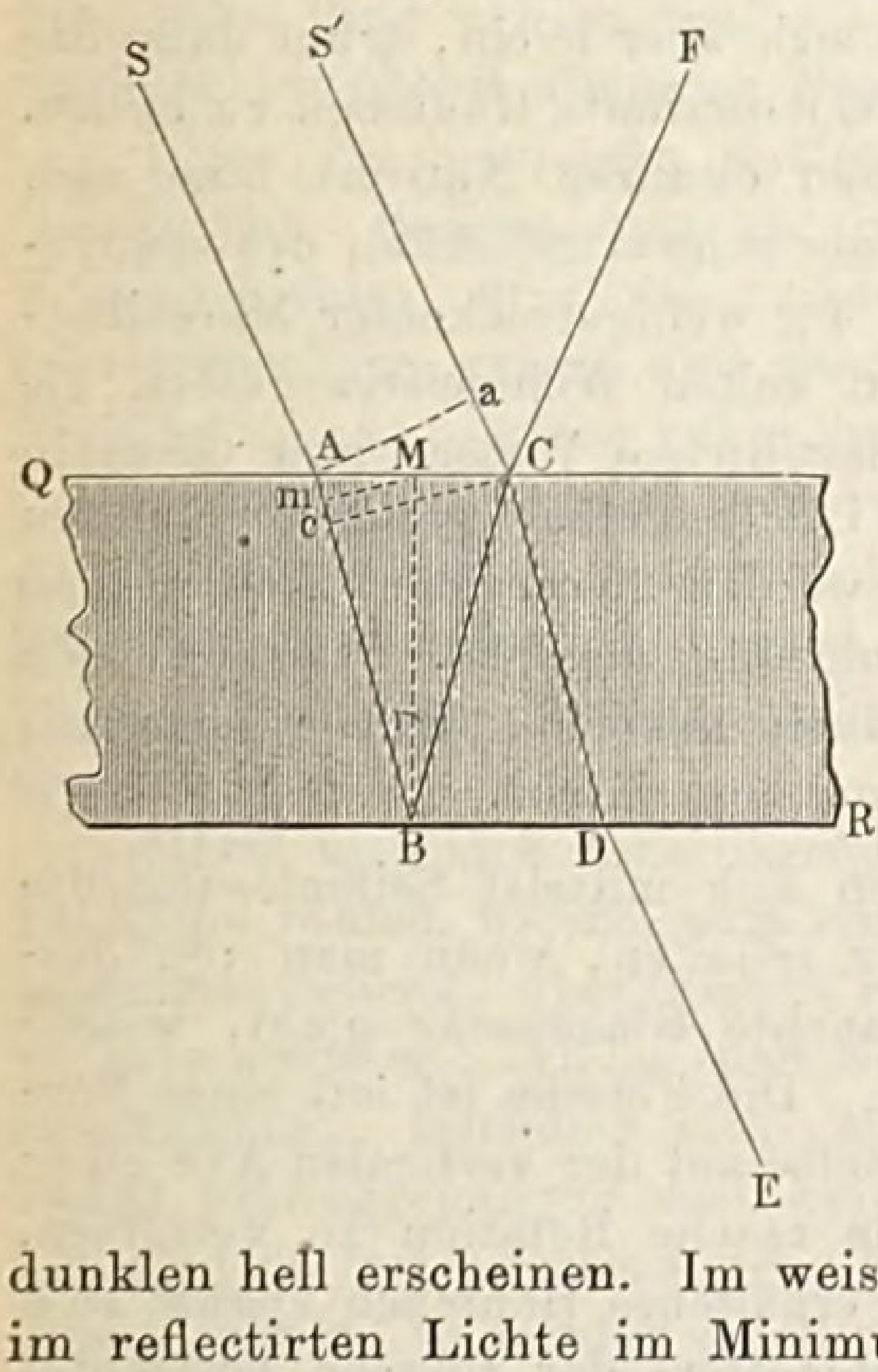
[1]) A. Rollet, Sitzungsber. d. Wiener Akad., III. Abth., Band. 77 (1878).

lässigte Nebenumstände, wie z. B. den nicht vollständigen Parallelismus der interferirenden Strahlen und dergleichen in Rechnung gezogen und durch genaue Messungen die vollkommene Uebereinstimmung mit der so vervollständigten Theorie nachgewiesen.

Es bleiben uns noch die Farben im durchgelassenen Lichte zu besprechen.

Beobachtet man ein dünnes Blättchen oder ein Newton'sches Farbenglas statt im reflectirten, im durchgelassenen Lichte, so erhält man ganz ähnliche Erscheinungen, welche sich in folgenden zwei Punkten von den früheren unterscheiden. Erstens sind alle Farben die complementären zu denjenigen im reflectirten Lichte, also auch im homogenen Lichte die hellen und dunklen Stellen vertauscht; zweitens erscheint das ganze Bild weniger lebhaft gefärbt, resp. die hellen und dunklen Streifen weniger stark ausgeprägt.

Fig. 594.



Die Erklärung dieses Verhaltens ist folgende. Es sind diesmal die Strahlen $SABCDE$ und $S'CDE$, Fig. 594, welche längs DE zur Interferenz gelangen. Der erstere dieser Strahlen hat nun aber zwei innere Reflexionen erlitten und deshalb ist der Gangunterschied noch um eine halbe Wellenlänge vermehrt worden. Es muss also gerade dort, wo im reflectirten Lichte eine Aufhebung der Schwingungen stattfindet, hier eine Unterstützung derselben eintreten und umgekehrt. Im homogenen Lichte werden also die früher hellen Stellen dunkel, die dunklen hell erscheinen. Im weissen Lichte werden jene Farben, welche im reflectirten Lichte im Minimum der Helligkeit sind, im Maximum der Helligkeit auftreten und umgekehrt. Daraus folgt nothwendig, dass gerade jene Theile des Spectrums, welche im reflectirten Lichte mitwirken, hier ausbleiben und dafür jene Theile auftreten, die dort fehlen, d. h. dass die Summe der zusammenwirkenden Farben complementär ausfallen muss.

Die geringere Lebhaftigkeit der Erscheinung folgt daraus, dass der eine der beiden Strahlen durch die zweimalige Reflexion sehr viel von seiner Intensität eingebüsst hat und daher bei der Interferenz mit dem anderen Strahle nur mit einer sehr viel kleineren Amplitude einwirken kann. Das weisse Licht des intensiveren Strahles bleibt daher zum grossen Theile unverändert, mischt sich den Farben bei und lässt dieselben weniger gesättigt erscheinen.

Benutzt man ein Newton'sches Farbenglas als Object im Sonnenmikroskop oder im Projectionsapparat, so kann man mittelst des durchgelassenen Lichtes die farbigen Ringe auf einem grossen Schirm projiciren und durch Einschaltung farbiger Gläser den Einfluss der verschiedenen Wellenlänge und durch Einschliessen von Flüssigkeiten zwischen die Platten den Einfluss des Brechungsquotienten nachweisen.

Sehr schön lassen sich die Newton'schen Farbenringe mit Seifenblasen darstellen, worüber man Näheres in Frick's physikalischer Technik findet. Hier wollen wir nur als Ergänzung zu der im ersten Bande, S. 425, gegebenen Anleitung bemerken, dass die Seifenlösung nach Plateau dadurch wesentlich verbessert werden kann, dass man statt der käuflichen Marseillerseife reines ölsaures Natron anwendet. Die Marseillerseife enthält nämlich neben ölsaurem auch noch stearinsaures Natron. Letzteres Salz zersetzt sich aber leicht, trübt dann die Flüssigkeit und nimmt ihr die Fähigkeit, dauerhafte Häutchen zu bilden. Die umständliche Darstellung des reinen ölsauren Natrons lässt sich nach Terquem umgehen, indem man die Schwerlöslichkeit des stearinsauren Natrons in Weingeist benutzt. 4 g wohlgetrockneter Marseillerseife werden in 100 ccm 80 procentigen kalten Weingeistes gelöst, die filtrirte Lösung in ein Gemisch von destillirtem Wasser und Glycerin gegossen, dessen spec. Gewicht 1,35 ist (ungefähr gleiche Volumina Wasser und reines Glycerin), und zwar werden 25 ccm der alkoholischen Seifenlösung zu 100 ccm der Glycerinlösung gegeben. Das Gemisch wird bis zur Verdampfung allen Alkohols gekocht, dann wieder mit Wasser bis zu 100 ccm Volumen verdünnt und filtrirt.

Auf eine sehr schöne Weise lassen sich mittelst Seifenlösung die Newton'schen Ringe nach Eisenlohr erhalten, wenn man von derselben eine Quantität in eine ausgebauchte Glasflasche giebt, welche sodann evacuirt und verschlossen wird. Die Flasche ist mit einer Vorrichtung versehen, welche gestattet, dieselbe auf der verticalen Axe einer Schwungmaschine zu befestigen und in rasche Rotation zu versetzen. Ein durch vorausgegangenes Schütteln erhaltenes Häutchen spannt sich dann an der Stelle des grössten Durchmessers der Flasche horizontal aus und wird, da die Seifenlösung durch Centrifugalkraft nach aussen getrieben wird, in der Mitte immer dünner, bis im Centrum der dunkle Fleck und ringsum die Farbenringe der ersten Ordnung entstehen.

347 **Interferenzerscheinungen an dicken Platten. Fizeau's Curven gleicher Dicke.** Dass bei zunehmender Dicke der Blättchen die Newton'schen Farben unter Anwendung weissen Lichtes immer mehr verblassen müssen, haben wir im §. 346 dadurch erklärt, dass die Anzahl der Farben des Spectrums, welche mit dem Maximum der Helligkeit an dem Farbengemische betheiligt sind, immer grösser wird, so dass bei beträchtlicher Dicke aus allen Regionen des Spectrums

Repräsentanten vorhanden sind, deren Zusammenwirken dann für unsere Empfindung denselben Farbeneffect wie wirkliches Weiss giebt.

Wenn man nun aber ausschliesslich homogenes Licht anwenden würde, so müsste der bisher vorgetragenen Theorie nach die Dicke der Blättchen beliebig vergrössert werden können, ohne dass die Erscheinung anders verlaufen dürfte als bei dünnen Blättchen. Ein Luftkeil müsste z. B. bei 1 cm mittlerer Dicke dieselben dunklen und hellen Streifen geben, wie bei nur 0,001 mm mittlerer Dicke und ein Newton'sches Farbenglas müsste im homogenen Lichte bis zum äussersten Rande mit dunklen und hellen Ringen erfüllt sein, deren gegenseitiger Abstand sich constant verringern müsste. Würde man die Linse eines solchen Farbenglases von der Glasplatte allmälig parallel zu sich entfernen, so müsste, so oft die Distanz um eine halbe Wellenlänge zugenommen hat, jeder Ring sich so weit zusammengezogen haben, dass er an die Stelle seines nächst kleineren Nachbarringes getreten wäre.

Diese Erscheinungen treffen aber nur bis zu einem gewissen Grade ein. Bedient man sich zunächst der Natriumflamme statt des weissen Lichtes, so ist die Anzahl der gesehenen dunklen Streifen eine ausserordentlich grosse und geht bis zu einer beträchtlichen Dicke der Blättchen, dann aber verschwinden die Streifen dennoch. Das Newton'sche Farbenglas zeigt ebenfalls eine sehr grosse Anzahl von dunklen Ringen, und es tritt auch die oben abgeleitete Erscheinung auf, indem beim allmäligen Entfernen der Linse von der Glasplatte für je eine halbe Wellenlänge Distanzvermehrung ein Ring an Stelle des nächst engeren tritt.

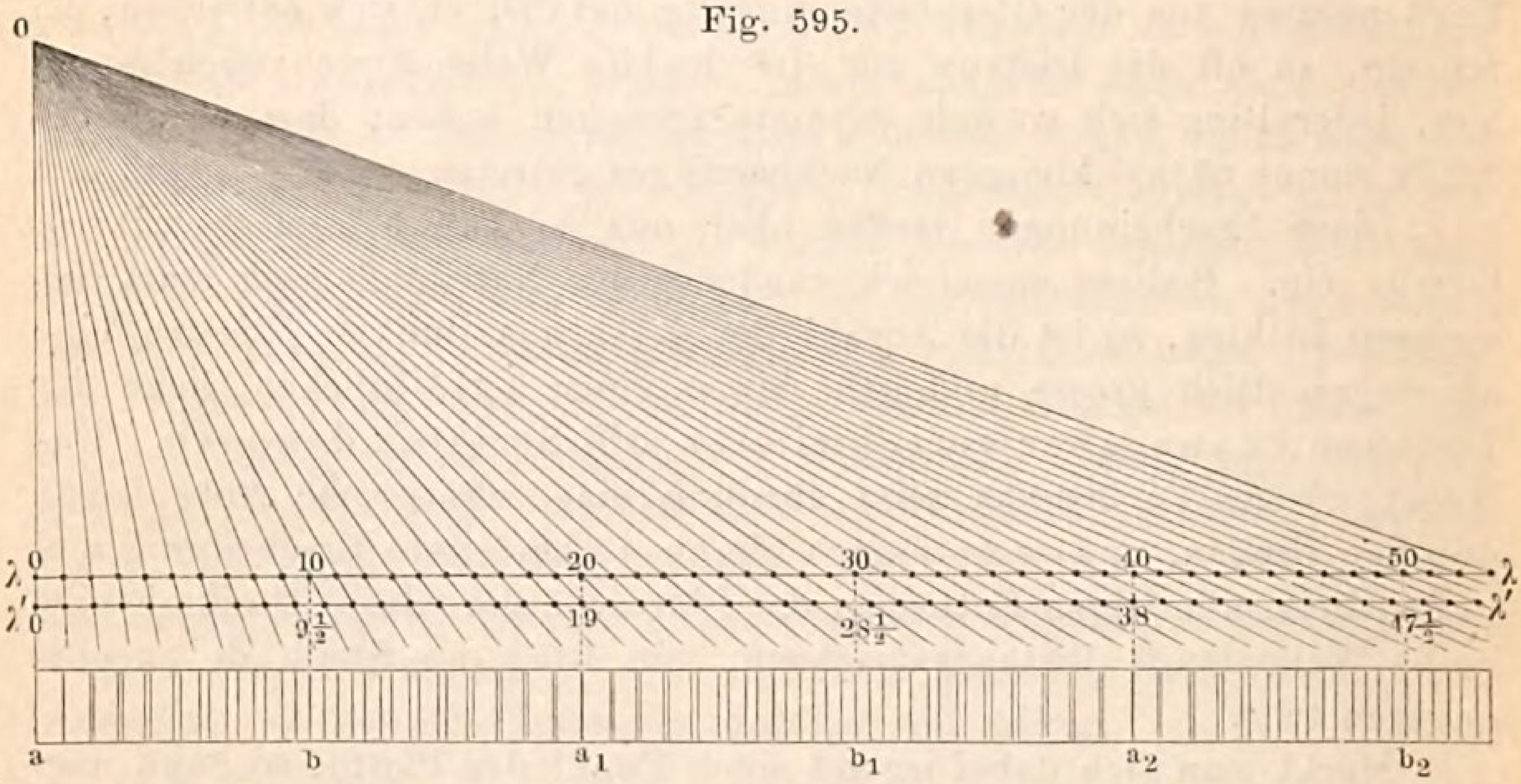
Merkt man sich dabei irgend einen Punkt der Platte, so kann man die Ringe zählen, welche, vom Rande herkommend und sich fortwährend zusammenziehend, über diesen Punkt hinweglaufen, um in der Mitte zu verschwinden. Allein man bemerkt noch eine andere interessante Erscheinung. Nachdem etwa 400 Ringe in dieser Weise über einen Punkt hinweggegangen sind, werden dieselben undeutlich, und bei circa 500 sind sie fast verschwunden. Geht man mit der Vermehrung der Dicke immer weiter, so werden die Ringe wieder deutlicher, und wenn etwa 1000 vorüber sind, haben sie wieder fast die frühere Schärfe. Diese Erscheinung wiederholt sich periodisch, bis man gegen 10 000 Ringe gezählt hat, dann werden die Ringe immer undeutlicher, so dass man sie nicht mehr beobachten kann.

Fizeau bestimmte die Zunahme der Entfernung, welche nöthig war, um aus einer Stellung, wo die Ringe scharf sichtbar waren, in jene nächste Stellung zu gelangen, wo sie wiederum scharf erschienen, zu 0,289 mm.

Diese interessanten Erscheinungen finden ihre vollständige Erklärung in dem Umstande, dass das Licht der Kochsalzflamme nicht vollkommen homogen ist, da, wie wir wissen, die Natriumlinie aus zwei Hauptlinien D_1 und D_2 von den Wellenlängen 590,0 und 589,4 Milliontel Millimeter besteht.

In Fig. 595 sei die früher für das ganze Spectrum durchgeführte Construction der Fig. 601 für zwei Lichtsorten der wenig verschiedenen Wellenlängen λ und λ' ausgeführt. Es ist also das Verhältniss der Strecken $O\lambda : O\lambda'$ gleich dem Verhältniss $\lambda : \lambda'$. Auf der Horizontallinie $\lambda\lambda$ sei die Länge $\frac{\lambda}{2}$ oftmals nach einander aufgetragen und so die Reihe der Punkte erhalten, wo die dunklen Streifen von O aus hindurchzuziehen sind. Ihre Durchschnittspunkte mit der zweiten Horizontalen $\lambda'\lambda'$ geben dann die Orte der dunklen Streifen für die Wellenlänge λ', d. h. also, eine keilförmige Luftschicht, welche, mit Licht von der Wellenlänge λ beleuchtet, die dunklen Streifen in Abständen wie die Punkte

Fig. 595.



auf $\lambda\lambda$ zeigt, wird mit Licht von der Wellenlänge λ' beleuchtet diese Abstände wie die Punkte auf $\lambda'\lambda'$ zeigen. Wirken nun beide Lichtsorten gleichzeitig ein, so erhalten wir das combinirte Streifensystem, indem wir die sämmtlichen Punkte beider Horizontalen auf die gemeinschaftliche Parallele $a\,b_2$ projiciren.

In der Figur sind die so erhaltenen Orte der dunklen Streifen durch senkrechte Striche angedeutet. Man sieht, wie dieselben sich periodisch vollständig decken.

Die Analogie dieser Erscheinung mit jener der S t ö s s e, welche wir in der Akustik bei der Interferenz nahezu gleich hoher Töne kennen lernten, ist nicht zu verkennen; nur dass es sich dort um zeitliche Aufeinanderfolge, hier um räumliche Nebeneinanderlagerung der Coincidenzen handelt.

In der Figur ist angenommen, dass auf je 20 Wellenlängen von der Grösse λ je 19 Wellenlängen von der Grösse λ' kommen. Die Wellenlängen der beiden D-Linien stehen einander nun sehr viel näher, die Differenz derselben beträgt $590{,}9 - 589{,}4 = 0{,}6$ Milliontel Millimeter. Da nun $\frac{590}{0{,}6} = 983$, so müssen auf 983 Wellenlängen der Linie D_1

984 Wellenlängen der Linie D_2 fallen. Es müssen deshalb nach dem Vorübergange von $\frac{984}{2} = 492$ dunklen Ringen des Lichtes D_2 die dunklen Ringe des Lichtes D_1 mitten zwischen die ersteren zu liegen kommen, wodurch, da die Ringe selbst nicht scharf begrenzt sind, der ganze Raum mehr gleichförmig schattirt und die Ringe selbst undeutlich wahrnehmbar werden müssen. Nach dem Vorübergange von 984 Ringen des Lichtes D_2 fallen dieselben mit denen des Lichtes D_1 genau zusammen, daher dieselben wiederum deutlich erscheinen.

Damit 984 dunkle Ringe vorübergehen, muss der Gangunterschied um ebenso viele Wellenlängen, also die Dicke der Luftschicht um ebenso viele halbe Wellenlängen, d. h. um 492 ganze Wellenlängen vergrössert werden. Nun beträgt 492 mal 0,0005894 mm eine Dickezunahme = 0,2899848 mm, was mit der experimentell gefundenen Angabe 0,289 (vergl. S. 911) sehr nahe übereinstimmt.

Dass nach etwa 10 000 Ringen die folgenden undeutlich werden, erklärt sich zunächst durch den Umstand, dass auch die beiden Linien D_1 und D_2 nicht von verschwindender Breite sind, also nicht ganz homogenes Licht enthalten. Eine Flamme, welche durch Brennen eines kochsalzhaltigen Gemisches von 4 Thln. Methylalkohol mit 1 Thle. Aethylalkohol erhalten wurde, lieferte wegen der viel geringeren Temperatur ein viel homogeneres Licht, als die gewöhnliche Weingeistnatronflamme. Mittelst derselben gelang es Fizeau, 52 Perioden von Ringen zu zählen, welche also über 50 000 Einzelringe je einer Lichtsorte enthielten. Die zugehörige Luftschicht musste also bis zu einer Dicke von $0{,}829 \times 52 = 15$ mm die Ringe noch wahrnehmen lassen.

Statt der Luftschicht kann man beim Newton'schen Farbenglase auch Flüssigkeiten und andere durchsichtige Substanzen anwenden, ohne dass die Ringe aufhören zu entstehen. Schleift man daher eine Glasplatte so, dass sie der Luftschicht in ihren Dickenverhältnissen äquivalent ist, so muss auch diese, im weissen, oder besser noch im homogenen Lichte betrachtet, concentrische Interferenzringe zeigen. Ueberall eben, wo die Dicke der Platte dieselbe ist, muss auch der Gangunterschied und somit die Helligkeit die gleiche sein. Ist die Platte an Dicke nicht von der Mitte aus nach aussen concentrisch zu- oder abnehmend, sondern wie beim Keile parallel zu einer Grenzlinie anwachsend, so müssen auch die etwa auftretenden Interferenzstreifen parallel zu dieser Grenzlinie sein. Beim prismatischen Glase laufen die Streifen also parallel zur Prismenkante. Und variirt die Dicke einer Glasplatte ganz unregelmässig, aber stetig und von Stelle zu Stelle nur mässig, so dass Interferenzen eintreten, so geben die Streifen direct ein Bild von der Dickenvertheilung insofern, als entlang jedem Streifen die Dicke dieselbe sein und von Streifen zu Streifen oder Curve zu Curve, wenn letztere gekrümmt sind, um eine halbe Wellenlänge des angewandten Lichtes im Glase variiren muss.

Man wird die Fizeau'schen Streifen an dicken Platten daher besser als „Curven gleicher Dicke“ bezeichnen im Gegensatze zu den „Curven gleicher Neigung“, wie wir sie im nächsten Paragraphen kennen lernen werden. Natürlich gehören auch die Newton'schen Ringe zu den Curven gleicher Dicke.

Gewöhnliche Deckgläschen zeigen oft im Natriumlicht die herrlichsten Interferenzcurven, welche die mannigfaltigsten Formen besitzen können. Aber auch bessere sogenannte planparallele Platten sind nicht frei von Curven gleicher Dicke, wenn diese auch wegen der nur langsamen und geringen Dickenänderung von Stelle zu Stelle weit von einander abstehen und schwer sichtbar sind. Man sieht diese Curven gleicher Dicke am besten in homogenem Lichte, wenn man die Oberfläche der Platte fixirt, sei es mittelst blossen Auges oder mit Hülfe einer Lupe. Fizeau benutzte die an einer Glasplatte, an einer Krystallplatte etc. auftretenden Interferenzen gleicher Dicke zum Studium der Aenderung des Brechungsquotienten mit der Temperatur und zur Messung des Ausdehnungscoëfficienten verschiedener Substanzen, worüber in Band II, 2, §. 14 berichtet wird.

Sowohl wenn sich der Brechungsindex ändert, als auch wenn die Dicke der untersuchten Platte eine andere wird, variirt an ein- und derselben Stelle der Platte der Gangunterschied und somit die Helligkeit daselbst. Es tritt also ein Wandern der Streifen ein. Aus der Anzahl der an einem fixirten Punkte der Platte scheinbar vorübergewanderten Streifen ist direct die Aenderung des Gangunterschiedes zu entnehmen. Kennt man also die mit der Temperaturerhöhung verbundene Dickenänderung, so kann man aus der berechneten und beobachteten Aenderung des Gangunterschiedes bei senkrechter Incidenz z. B. auch die Grösse für die Variation des Brechungsquotienten bestimmen. Auf diese Weise fand Fizeau [1]), dass der Brechungsquotient bei den meisten festen Körpern mit der Temperatur zu-, bei einigen, wie z. B. Flussspath, aber abnimmt (vergl. §. 119, S. 283).

348 **Grenze der Sichtbarkeit der Fizeau'schen Streifen.** Wir haben mitgetheilt, dass die mit Natriumlicht erzeugten Interferenzen bei immer grösser werdender Dicke der Glasplatte bezw. Luftschicht im Newton'schen Farbenglase erst periodisch auftreten und schliesslich ganz und gar verschwinden. Aber auch bei Anwendung des homogensten Lichtes müssen die Interferenzen gleicher Dicke unsichtbar werden, wenn die Dicke der Platte gross genug gemacht wird. Es liegt dies, wie Exner [2]) dargelegt hat, daran, dass von dem betrachteten Punkte

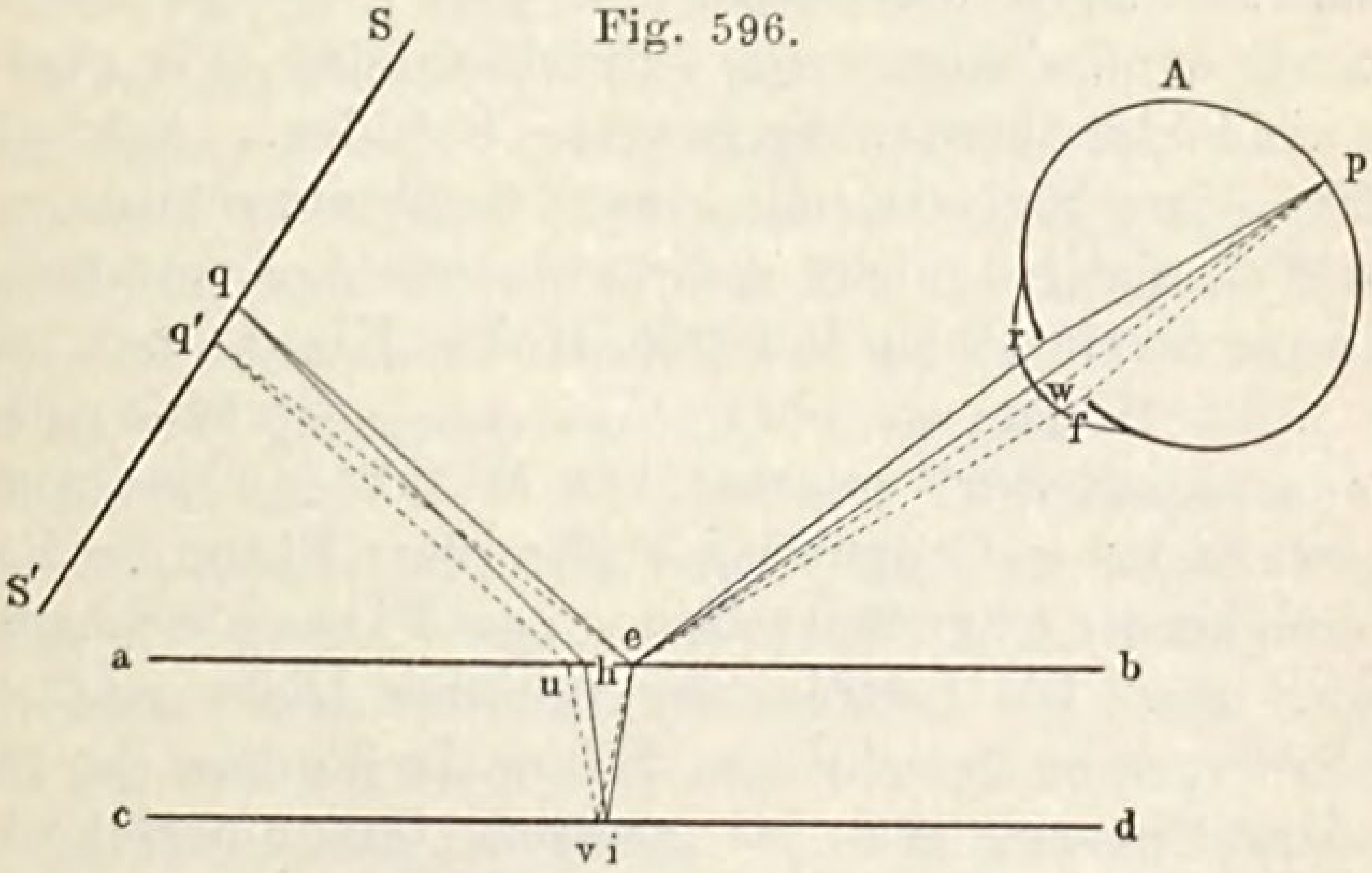
[1]) Der Fizeau'sche Apparat zur Untersuchung der Ausdehnung fester Körper (Dilatometer genannt), wie er von Fizeau und Benoit benutzt wurde, ist in Fig. 601 abgebildet; die Beschreibung desselben wollen wir im Anschluss an die Erklärung des von Abbe construirten Dilatometers geben (§. 351).

[2]) Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichtes von E. Verdet. Deutsche Bearbeitung von Dr. Karl Exner 1881, Bd. I, S. 72 ff.

einer Glasplatte verschiedene Strahlenpaare ins Auge gelangen, welche, trotzdem sie die Platte an einer und derselben Stelle durchsetzen, eine von einander abweichende Phasendifferenz haben, da sie die Platte in etwas verschiedener Richtung durchlaufen.

Es ist durch das Experiment festgestellt, dass die z. B. an einer nur wenig planparallelen Glasplatte erzeugten Interferenzcurven gleicher Dicke um so schärfer auftreten, je mehr das Auge auf die ihm zugewendete Fläche der Platte eingestellt ist. Da die Curven nun sehr schön auftreten, auch wenn die Lichtquelle ausgedehnt ist und in endlicher Entfernung sich befindet, so ergiebt sich der Verlauf der zur Ercheinung kommenden Strahlen von selbst. Es sei *abdc* (Fig. 596) die benutzte Glasplatte, auf deren Oberflächenpunkt *e* das Auge *A* accommodirt ist. Die vom Punkte *e* kommenden Strahlen werden also vom Auge ohne Phasendifferenz auf der Netzhaut bei *p* vereinigt, weil *e* und *p* conjugirte Punkte in Bezug auf das optische System des Auges

Fig. 596.



sind (vergl. §§. 163 und 173). Der auf Luft bezogene Gangunterschied der ins Auge gelangenden Strahlenpaare *q'e* und *qhie* (in Figur ausgezogen) bezw. *q'e* und *q'uve* (in Figur punktirt gezeichnet) hängt somit nur ab von der Differenz der Wege:

$$q\,h + 2n.h\,i - q\,e$$

bezw.

$$q'u + 2n.uv - q'e,$$

wenn *n* den Brechungsindex der Platte bedeutet. So lange die Dicke der Platte gering ist, wird auch die Phasendifferenz aller der von *e* ins Auge gelangenden Strahlenpaare nur wenig von einander abweichen, so dass sich ihre Wirkungen bei *p* verstärken. Dies hört aber auf, wenn der Gangunterschied eines Strahlenpaares in Folge grosser Plattendicke viele Tausende Wellenlängen beträgt. Nach der von Exner hierfür aufgestellten Formel beträgt die grösste Differenz (δ) der Gangunterschiede aller zugleich nach *e* bezw. *p* kommenden Strahlenpaare 0,936 Wellenlänge, wenn die Normalstrahlen um 52 000 Wellenlängen

gegen einander verzögert sind, das Auge um 250 mm von der Platte entfernt, und der Radius der Pupille 1,5 mm gross ist. Bei der Annahme dieser Grössenverhältnisse kommen also nach einem Punkte der Netzhaut Strahlenpaare von allen möglichen zwischen 0 und 0,936 Wellenlängen liegenden Gangunterschieden; während so die Hälfte der Strahlenpaare Helligkeit hervorruft, bringt die andere Hälfte daselbst Dunkelheit hervor. Dies findet in allen Punkten der Erscheinung statt; das Interferenzphänomen muss also nahezu verschwinden. Diesem Resultate gemäss müssen also die Interferenzen gleicher Dicke bei hohen Gangunterschieden undeutlich und schliesslich ganz unsichtbar werden, selbst wenn das benutzte Licht absolut homogen ist und angenommen wird, dass das Aethertheilchen während genügend langer Zeit seinen Schwingungszustand beibehält.

Denn wäre letzteres nicht der Fall, so würde der Strahl, welcher den kürzeren Weg durchläuft, einen Schwingungszustand haben, der von dem abweicht, welchen der Strahl mit dem Umwege besitzt. Beide Strahlen wären dann ebenso wenig interferenzfähig, wie zwei von verschiedenen Lichtpunkten ausgegangene Strahlen. Aus seinem Versuchsresultate, dass Strahlen mit einem Gangunterschiede von 50 000 bis 60 000 Wellenlängen nicht mehr gut sichtbare Interferenzen oder überhaupt keine Streifen mehr lieferten, schloss Fizeau nun, es schwinge das Licht nicht länger als eben $^1/_{10\,000\,000\,000}$ Secunde gleichmässig. Wissen wir heute aus den Versuchen von Michelson und Anderen über Interferenzen mit hohen Gangunterschieden, dass Fizeau's Resultat unrichtig ist, so lehrt die obige Betrachtung, dass Fizeau's Schlussfolgerung nicht erlaubt war. Die Interferenzen gleicher Dicke sind eben nicht geeignet, jene Frage zu entscheiden, da hier der Einfluss der verschieden geneigten Strahlenpaare sich bei grossem Gangunterschiede störend geltend macht. Trotzdem die in einem Netzhautpunkte sich treffenden Strahlenpaare alle fast dieselbe Dicke der Platte bei e durchsetzt haben, so macht die geringe Neigungsdifferenz, welche in Folge der Grösse der Pupille die verschiedenen nach p kommenden Paare besitzen, doch bei dicken Platten so viel aus, dass sich ihre Wirkung daselbst schliesslich aufhebt. Man kann hieraus folgern, dass man bei genügend dicken Platten auch Interferenzen erhalten muss, wenn man nicht die Plattendicke, sondern die Neigung der interferirenden Strahlenpaare genügend variirt. Die so erzeugten „Interferenzcurven an planparallelen Platten“ wollen wir jetzt behandeln, da sie uns eine Möglichkeit bieten, auch die Dickenunterschiede der besten Planparallelgläser zu prüfen, wo die Fizeau'schen Streifen überhauft nicht auftreten.

349 **Interferenzringe an Planparallelplatten.** Die Ringe, welche eine genau planparallele Platte bei geeigneter Beobachtung zeigt, wurden von Haidinger im Jahre 1849 beschrieben, sodann von Mascart [1])

[1]) E. Mascart, Ann. de chim. et de phys. 23, 116.

berechnet und unabhängig später von Neuem ausführlich behandelt von O. Lummer[1]).

Das von einer Natriumflamme kommende Licht werde von einem Augenspiegel (einem versilberten Hohlspiegel mit einer Oeffnung in der Mitte von der Grösse der Pupille) so auf eine gute planparallele Glasplatte geworfen, dass es, von derselben reflectirt, durch die Oeffnung des Augenspiegels nach dem dahinter befindlichen Auge gelange. Ist letzteres auf unendlich accommodirt, so wird es das undeutliche Bild der Oeffnung von einer grossen Anzahl prächtiger, abwechselnd gelber und dunkler Ringe umgeben sehen. Statt des Auges kann ein auf unendliche Entfernung eingestelltes Fernrohr benutzt werden, durch dessen Ocular die in der Brennebene des Objectivs befindlichen Ringe vergrössert gesehen werden. Ferner kann der Hohlspiegel durch einen ebenen, selbst unbelegten Glasspiegel ersetzt werden, welcher die Mitte des Ringsystems zu beobachten und das Auge zu bewegen gestattet. Geschieht letzteres, so wandert auch das Ringsystem, so aber, dass sein Centrum immer im Fusspunkte der vom Auge auf die Platte gefällten Normale zu liegen scheint. Sobald diese Normale nicht mehr das Spiegelbild der Flamme trifft, sind die Kreise des Systems unvollständig, und zwar ist das Flammenbild von Kreistheilen durchzogen, deren concave Seiten nach dem Fusspunkte der Normale zu liegen. Zum Gelingen des Versuches ist eine genügend homogene Lichtquelle nöthig. Man erhält dieselbe dadurch, dass man die an einem Platindraht angeschmolzene Perle von doppeltkohlensaurem Natron an den äussersten Rand der Bunsen'schen Flamme bringt. Am deutlichsten treten die Ringe auf, wenn die Flamme noch fortleuchtet, nachdem die Perle längere Zeit in ihr geglüht hat und dann entfernt ist. Dies gilt namentlich für die Erscheinung im durchgehenden Lichte. Um in diesem Falle die Ringe zu erhalten, hat man vor Allem darauf zu sehen, dass die Platte senkrecht auf der durch sie und die Flamme gehenden optischen Axe des Auges stehe. Diese Einstellung geschieht wohl am besten so: Man lässt die Pupille des durch eine Stearinkerze schwach beleuchteten Auges an der Platte spiegeln und bringt dieses Spiegelbild zur Coincidenz mit der hinter der Platte befindlichen Flamme.

Beobachtet man unter schiefer Incidenz, so verschwindet das Centrum der Kreise und die sichtbaren Kreistheile nähern sich schnell geraden Linien, deren Abstand bis zu einem Einfallswinkel von etwa 50^0 immer kleiner, von da an aber wieder grösser wird.

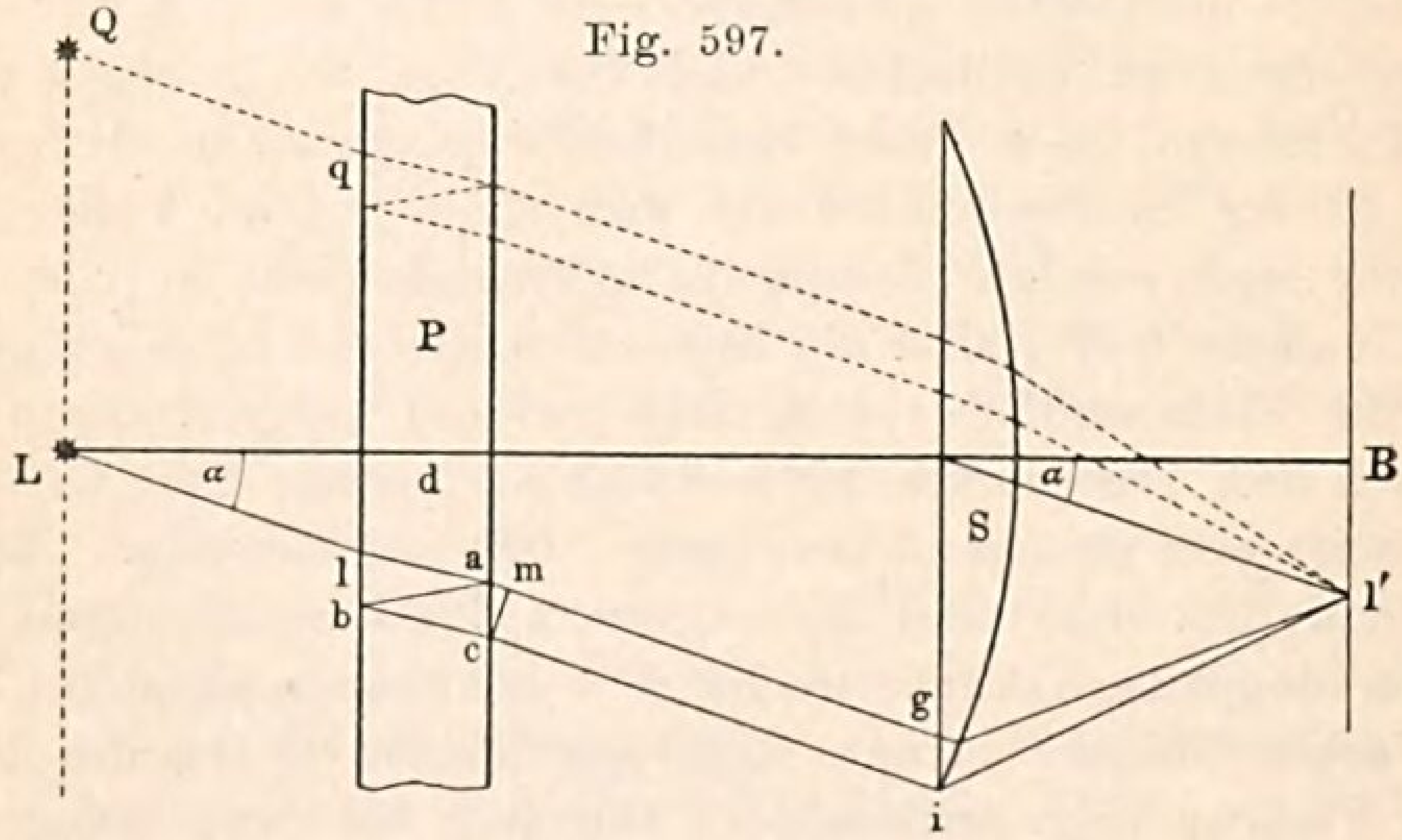
Um die Theorie dieser Erscheinung herzuleiten, ersetzen wir das Auge durch eine Linse S (Fig. 597, a. f. S.) und einen in der Brennebene derselben aufgestellten Schirm. Bei LQ befinde sich die ausgedehnte, homogen leuchtende Lichtquelle; zwischen ihr und der

[1]) O. Lummer, Ueber eine neue Interferenzerscheinung an planparallelen Platten und eine Methode, die Planparallelität solcher Gläser zu prüfen. Inaug.-Dissertation Berlin 1884 abgedr. in Wied. Ann. Bd. 23, S. 49 bis 84, 1884.

Linse S stehe senkrecht zur optischen Axe LSB der letzteren die absolut planparallele Platte PP.

Jeder beliebige von einem leuchtenden Punkte L ausgehende Lichtstrahl Ll theilt sich bei a in einen direct durchgehenden Strahl ag und einen reflectirten ab, der nach abermaliger Reflexion bei b und Brechung bei c die Platte in der Richtung $ci \| ag$ verlässt. Die parallelen Strahlen ag und ci werden im Punkte l' der Brennebene vereinigt, dessen Verbindungslinie mit dem Linsenscheitel Sl' (die Linse als unendlich dünn gedacht) parallel zu Ll bezw. ag und ci läuft. Welches auch die Phasendifferenz des aus Ll entstandenen und in l' sich schneidenden Strahlenpaares ist, sie muss, wie die Rotation der Fig. 597 um die Gerade LSB als Axe zeigt, in allen Punkten des Kreises, welchen l' bei dieser Rotation beschreibt, genau dieselbe sein. Schreitet nun die

Fig. 597.



Phasendifferenzänderung mit der anwachsenden Neigung des Strahles Ll gegen die Normale der Platte rasch genug fort, so ändert sich die Phasendifferenz von B nach l' fortschreitend, und es werden abwechselnd helle und dunkle Kreise auftreten müssen, deren Centrum der Brennpunkt B der Linse S ist.

Sind statt des einen betrachteten Lichtpunktes L deren viele da, so bleibt das Phänomen der Interferenzringe nicht nur bestehen, sondern dasselbe tritt um so deutlicher auf, je mehr Lichtpunkte leuchten. Alle in der gleichen Richtung von den verschiedenen leuchtenden Punkten auslaufenden Strahlen theilen sich in Strahlenpaare, deren sämmtliche Strahlen einander parallel laufen, also sich in einem und demselben Punkte der Brennebene treffen, und bringen daselbst ganz die gleiche Wirkung hervor, insofern der Gangunterschied eines Strahlenpaares, wie wir sehen werden, nur von der Neigung gegen die Axe abhängt. Der Gangunterschied wird leicht auf folgende Weise gefunden. Man fälle von c das Loth cm auf den Strahl ag; dann ist die optische Länge der Strahlen mgl' und cil' einander gleich, da ja cm Wellenfläche zu denselben ist (vergl. §. 173). Da ausserdem beide Strahlen

bis a denselben Weg Lla haben, so wird der Gangunterschied des betrachteten Strahlenpaares:

$$2\,ab\,.\,n - am,$$

worin n wieder den Brechungsindex der Platte bedeutet. Ist d die Plattendicke bc und α der Winkel, den der Strahl Ll und somit auch der Strahl ag und ci mit der Plattennormale bildet, und ist β der zu α gehörige Brechungswinkel, so kann man setzen:

$$am = ac\,.\,sin\,\alpha = 2\,bc\,.\,tg\,\beta\,.\,sin\,\alpha = 2\,d \cdot \frac{sin\,\beta\,.\,sin\,\alpha}{cos\,\beta}$$

$$ab = \frac{bc}{cos\,\beta} = \frac{d}{cos\,\beta},$$

und da nach dem Brechungsgesetze gilt: $\frac{sin\,\alpha}{sin\,\beta} = n$, so wird die Wegdifferenz:

$$\varDelta = \frac{2\,d\,.\,n}{cos\,\beta} - \frac{2\,d\,sin\,\beta}{cos\,\beta} \cdot sin\,\alpha = \frac{2\,d}{cos\,\beta}\left(n - \frac{sin^2\,\alpha}{n}\right)$$

$$\varDelta = \frac{2\,d}{n\,cos\,\beta}\,(n^2 - sin^2\,\alpha),$$

und wenn man darin $cos\,\beta = \sqrt{1 - sin^2\,\beta}$ und für $sin\,\beta$ den Werth $sin\,\alpha\,/\,n$ setzt:

$$\varDelta = 2\,d\,\sqrt{n^2 - sin^2\,\alpha} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

also genau wie bei der im §. 345 angewandten Ableitung.

Diese Gleichung lehrt, dass die Phasendifferenz nur von der Plattendicke, dem Brechungsindex der Platte und dem Einfallswinkel des Strahles abhängt.

Je nachdem die Phasendifferenz $\varDelta$ gleich einem geraden oder ungeraden Vielfachen der halben Wellenlänge ($\lambda/2$) des angewandten Lichtes ist, herrscht im Treffpunkte des betrachteten Strahlenpaares ein Maximum oder Minimum der Helligkeit. Im reflectirten Lichte ist es gerade umgekehrt, da hier zur Phasendifferenz $\varDelta$ noch der Verlust einer halben Wellenlänge wegen der ungleichen Reflexion des die Platte zweimal durchsetzenden Strahles hinzutritt.

Das Centrum der Ringe wird von den senkrecht durch die Platte gegangenen Strahlen gebildet, für welche also $\alpha = 0$ und $\varDelta = 2\,n\,d$ ist. Für jeden anderen Einfallswinkel ist $\varDelta$ kleiner. Es sei die Plattendicke so gewählt, dass $2\,nd$ ein ganzes Vielfaches q der halben Wellenlänge des Lichtes ist, also $2\,nd = q\,\frac{\lambda}{2}$. Da nun von Ring zu Ring die Phasendifferenz um $\lambda/2$ abnimmt, so ist dieselbe für den iten Ring gleich $(q - i)\,\lambda/2$ und dem entsprechend der Winkel α_i, welchen die diesen Ring bildenden Strahlen mit der Plattennormale bezw. der optischen Axe einschliessen, und den wir als den Distanzwinkel des iten Kreises bezeichnen wollen, gegeben durch die Gleichung:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha_i} = (q - i)\frac{\lambda}{2},$$

welche unter der Annahme, dass i klein ist, d. h. dass wir nur die ersten hundert Ringe betrachten, wird:

$$\sin^2\alpha_i = \frac{n\lambda}{2d}\cdot i = c.i \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

wo c eine für jede Glasplatte constante Grösse ist.

Falls also die Mitte hell ist, so entsprechen alle geraden Werthe von i den hellen, alle ungeraden den dunklen Kreisen. Unsere Gleichung sagt aus:

„Ist q eine ganze Zahl, so verhalten sich die Sinusquadrate der Distanzwinkel der Ringe von der Helligkeit des Centrums wie die geraden Zahlen der natürlichen Zahlenreihe.“

Das Ringsystem ähnelt also demjenigen des Newton'schen Farbenglases im homogenen Lichte (vergl. Fig. 592).

Für eine 12 mm dicke Glasplatte vom Brechungsindex $n = 1{,}5$ beträgt der Gangunterschied der Normalstrahlen über 62 000 ganze Wellenlängen, während ein nahe unter 90^0 einfallender Strahl sich in zwei Strahlen zerlegt, die nur um etwa 47 000 Wellenlängen verzögert sind. Es müssen also etwa 15 000 Ringe bezw. Streifen vorbeiwandern, wenn man von senkrechter zu streifender Incidenz übergeht. Für $d = 0{,}002$ mm und $n = 1{,}53$ mm wird, wenn $\lambda = 0{,}000589$ mm gesetzt wird, die Winkeldistanz des ersten Ringes $\alpha_1 = 28^0\,21'$, des zweiten $\alpha_2 = 42^0\,10'$, des dritten $\alpha_3 = 55^0\,18'$ und des vierten $\alpha_4 = 71^0\,41'$; es treten hier also nur zwei dunkle Ringe auf, so dass eine solche Platte bei absoluter Planparallelität stets überall gleich hell erscheinen wird, unter welcher Richtung man auch Licht von derselben reflectiren lässt. Für noch dünnere Plättchen geht bei Anwendung weissen Lichtes die gleichmässige Helligkeit in eine gleichmässige, nur von der Dicke und dem Brechungsindex abhängige Färbung über. Wir sehen also, dass sowohl die Theorie der Curven gleicher Neigung wie der Curven gleicher Dicke bei sehr geringer Plattendicke zu ganz demselben Resultate führt.

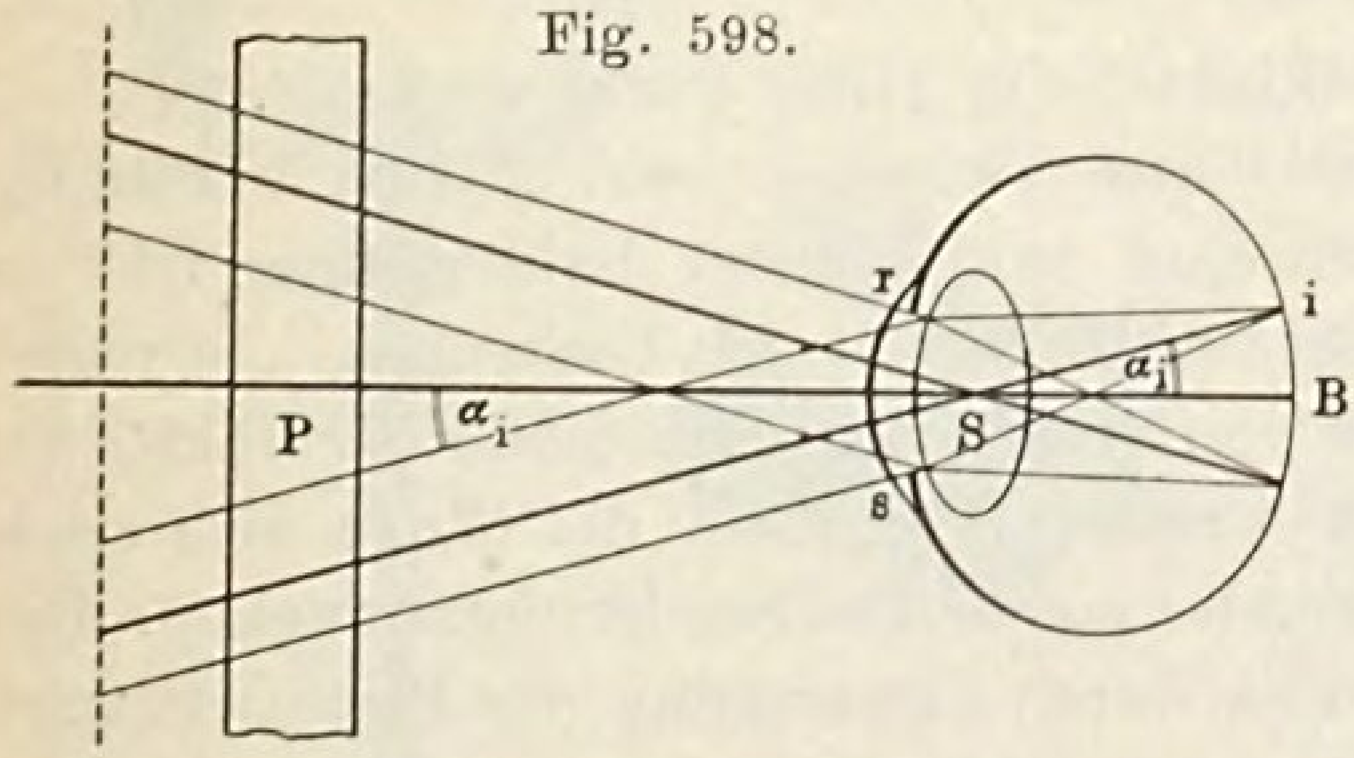
Bei Anwendung genügend homogenen Lichtes, etwa des grünen Quecksilberlichtes, müssen die Ringe an beliebig dicken Planparallelplatten auftreten, im Gegensatz zu den Fizeau'schen Curven gleicher Dicke, welche bei gewisser Dicke der Platte undeutlich und verwaschen erscheinen.

350 **Lummer's Methode der Prüfung planparalleler Platten mittelst der Curven gleicher Neigung. Interferenzapparat von E. Abbe.** Giebt uns die Beobachtungsmethode nach Fizeau (mittelst der Curven gleicher Dicke) direct ein Bild von der Dickenvertheilung in einer Platte, so versagt dieselbe, wenn die Dicken-

änderung von Stelle zu Stelle sehr langsam fortschreitet, d. h. wenn die Platte fast absolut planparallel ist. Denn bei Betrachtung mittelst der Lupe braucht eine unter gleichmässiger Helligkeit erscheinende Platte darum doch noch nicht planparallel zu sein. Um auch bei den besten Planparallelplatten den geringsten Dickenunterschied zu erkennen und numerisch zu bestimmen, sind, wie der Verfasser dargethan hat, lediglich die Curven gleicher Neigung geeignet.

Ehe wir dazu übergehen, anzugeben, wie man den Dickenunterschied einer Platte bestimmt, bleibt uns zu beweisen übrig, dass die Ringe auch dann noch entstehen, wenn die Plattendicke innerhalb gewisser Grenzen schwankt. Es ist aus Fig. 598 ersichtlich, dass, wie viel Strahlen auch in das Auge gelangen mögen, nach jedem Punkte i der Netzhaut immer nur ein gewisser, aus parallelen Strahlen bestehender Strahlencomplex kommt, dessen Querschnitt höchstens demjenigen der Pupille gleich sein kann. Soll das Phänomen überhaupt auftreten, dann müssen alle einem beliebigen Strahlencomplex angehörigen Strahlenpaare in ihrem gemeinsamen Schnittpunkte auch dieselbe Helligkeit hervorrufen: dies ist der Fall, wenn das von jedem Strahlencomplex durchsetzte Flächenstück als nahe planparallel angesehen werden kann. Wir nehmen an, es variire die Dicke der Platte stetig so von Ort zu Ort, dass die eben ausgesprochene Bedingung erfüllt wird. Die Folge davon ist, dass die Interferenzerscheinung auftreten wird, in welcher Entfernung sich die Platte auch vom Auge befinden möge, dass aber dabei die Gestalt der Ringe je nach der Entfernung der Platte eine andere sein muss. Das erkennen wir so:

Fig. 598.



Alle denselben Einfallswinkel (α_i) mit dem Lothe der Platte bildenden Strahlencomplexe schneiden sich in den Punkten des iten Kreises, dessen Centrum auf der Augenaxe bei B liegt. Ist nun die Entfernung der Platte so gross, dass diese Strahlencomplexe die Platte an Stellen von verschiedener Dicke durchsetzen, dann bringen dieselben auch nicht die gleiche Intensität in ihren Schnittpunkten hervor. Es weicht also die Gestalt der Curven gleicher Intensität von der Kreisform ab, und zwar ist, wie man aus Fig. 598 leicht erkennt, diese Abweichung um so grösser, je entfernter die Platte vom Auge ist, und bedeutender bei Ringen höherer Ordnungszahl. Obgleich sich auf solche Weise also schon das geringste Schwanken der Dicke einer Platte erkennen lässt, müssen wir uns, um den Dickenunterschied einer Platte in bestimmten Zahlen zu erhalten, doch eines anderen Mittels bedienen. Dasselbe ist uns gegeben in der Beobachtung der Intensität des

Centrums des an verschiedenen Plattentheilen erzeugten Ringsystemes.

Bei einer absolut planparallelen Glasplatte ist es ganz gleichgültig, welches Stück der Platte zur Erzeugung des Phänomens benutzt wird; immer werden die Normalstrahlen den gleichen Gangunterschied besitzen, und es wird demnach die Helligkeit des Ringcentrums stets dieselbe sein. Dies hört auf bei einer Platte von ungleicher Dicke. Der Einfachheit wegen möge letztere, natürlich innerhalb der erlaubten Grenzen, von Rand zu Rand beständig zunehmen. Dann muss nothwendiger Weise das Centrum des Kreissystems beim Wandern des letzteren von einer Stelle der Platte zur anderen, welches am bequemsten durch Verschieben der Glasplatte bewirkt wird, so oft abwechselnd hell und dunkel erscheinen, als die Plattendicke innerhalb des Intervalles der Verschiebung sich um Vielfache von $\lambda/4$ unterscheidet. Die Anzahl (g) der Intensitätswechsel des Centrums können wir leicht dadurch finden, dass wir, im durchgehenden Lichte beobachtend, Auge und Flamme zugleich so bewegen, dass wir immer das Centrum des Ringsystems sehen; es ist dann $g \cdot \frac{\lambda}{4}$ mm der Unterschied der Plattendicke für diejenige Strecke, innerhalb deren die Helligkeit der Mitte g mal wechselt.

Will man wissen, ob eine Platte zwischen zwei Stellen beständig an Dicke zunimmt oder abwechselnd bald dicker, bald dünner ist, so beobachtet man die Aenderung der Helligkeit des Centrums. Je nachdem man mit dem Ringsysteme von einer dünneren Stelle der Platte zu einer dickeren oder umgekehrt wandert, scheinen die Ringe sich nach dem Centrum zusammenzuziehen oder aus demselben hervorzuquellen. Die Richtigkeit dieses Kriteriums kann durch Erwärmung der Platte erkannt werden.

Zwei Platten [1]), an denen die gegebene Theorie der Curven gleicher Neigung experimentell erprobt worden ist, zeigten bei einer Grösse von 18 und 30 qcm zwischen zwei gegenüberliegenden Rändern nur einen zwei- bezüglich dreimaligen Intensitätswechsel des Ringcentrums; die Dicke derselben in allen Punkten einer senkrecht zu den betreffenden Rändern stehenden Linie unterscheidet sich also höchstens um ungefähr $^3/_{10\,000}$ resp. $^4/_{10\,000}$ mm. Bei diesen Platten war aber auch die Kreisform der Ringe annähernd bewahrt, selbst wenn bei genügender Entfernung die ganze Platte zugleich zur Erscheinung beitrug. Bei einer Platte von 12 qcm Grösse, bei welcher das Centrum des von Rand zu Rand wandernden Ringsystems sechs- bis achtmal wechselte, war dies schon nicht mehr der Fall. Während auch sie in der Nähe des Auges genau kreisförmige Ringe zeigte, so verwandelten sich die Kreise mit der Entfernung der Platte vom Auge immer mehr in ellip-

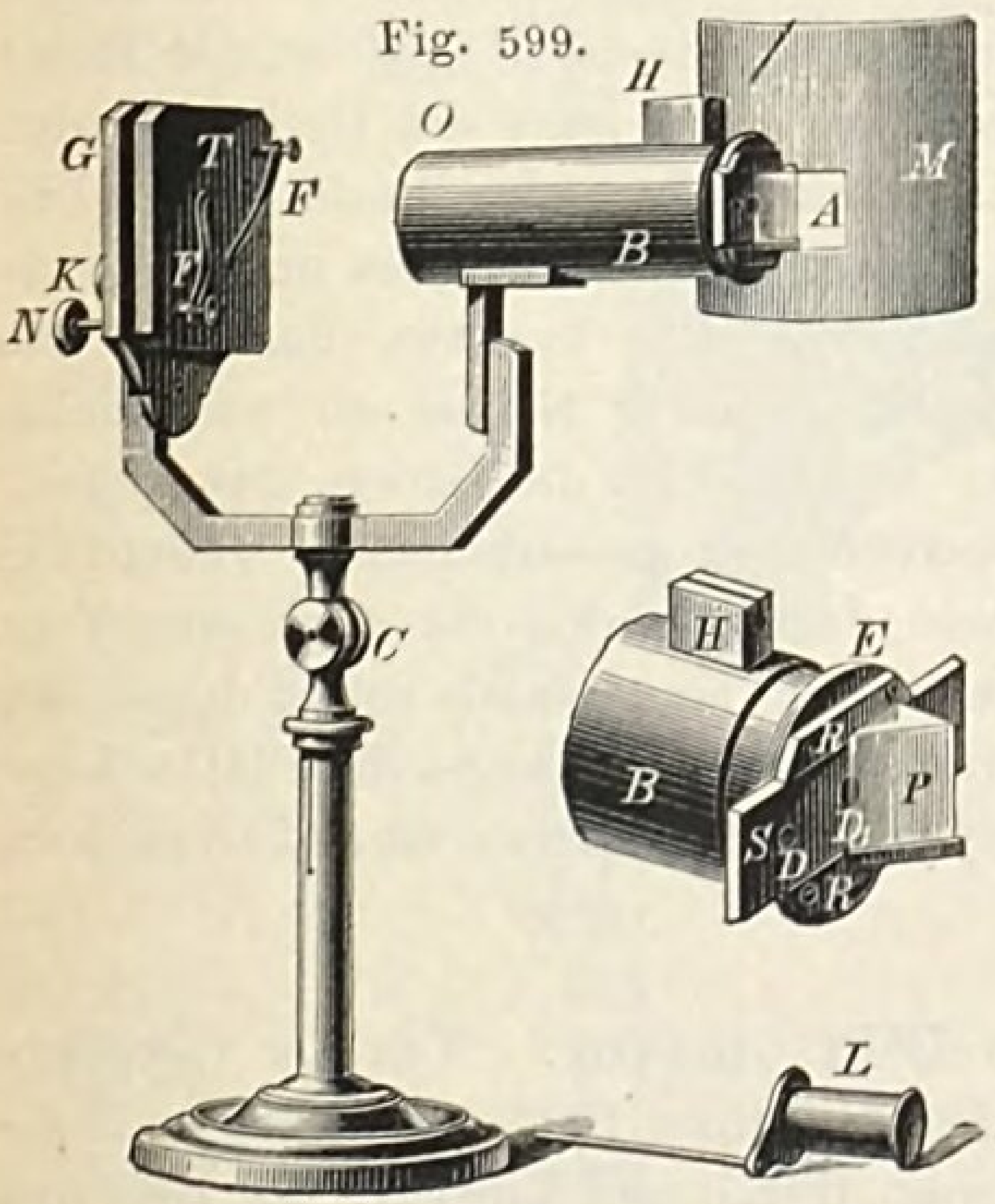
[1]) Es stammten dieselben aus der optischen Werkstatt von Fr. Schmidt und Haensch in Berlin.

tisch gestaltete Curven. Dennoch konnte, wie vorauszusehen war, auch an dieser Platte mittelst Betrachtung einer Lupe nicht eine Spur von Curven gleicher Dicke bemerkt werden.

Um bequem die besten Platten mittelst der Haidinger'schen Ringe nach der Methode des Verfassers und die weniger guten Gläser nach der Fizeau'schen Methode prüfen zu können, hat E. Abbe[1]) einen sehr zweckmässigen Apparat construirt, welcher in Fig. 599 perspectivisch abgebildet ist.

Die seitlich neben dem Apparate hinter dem Blendschirme *M* bei *A* aufgestellte Natriumlichtquelle (in der Figur nicht gezeichnet) wird mit Hülfe des total reflectirenden Prismas *P* in die vordere Brennebene des Linsensystems verlegt, so dass die aus der Linse *O* austretenden Strahlen parallel laufen. Die zu untersuchende Glasplatte ist mit Federklammern *F* an der Tischplatte *T* zu befestigen, die ihrerseits gegen die feste Platte *G* durch die Schrauben *K* und *N* geneigt werden kann. Hierdurch ist man im Stande, die zu untersuchende Glasplatte senkrecht zur Axe der bei *O* befindlichen Linse zu stellen. Diese Einstellung ist erreicht, wenn das Bild der vom Prisma *P* bedeckten Hälfte (Halbkreis) der Oeffnung im Schieber *S* genau mit ihrem Durchmesser an die andere stösst, so dass Bild und Object sich zu einer Kreisfläche ergänzen. Damit Oeffnung und Bild gleichzeitig deutlich erscheinen, muss erstere genau im Brennpunkte von *O* sich befinden; dies kann man durch Aus- oder Einziehen des Theiles *E* im Rohre *B* bewirken.

Fig. 599.



Die an der Vorder- und Hinterfläche gespiegelten Strahlen geben je nach der Beobachtungsart durch gegenseitige Interferenz zu den Curven gleicher Dicke oder den Curven gleicher Neigung Veranlassung. Bei ersteren bringt man das Auge direct neben das Prisma *P* vor die leere halbkreisförmige Oeffnung und accommodirt mittelst der Linse *O* als Lupe auf die Oberfläche der zu untersuchenden Platte, welche sich nahe im Brennpunkte von *O* befindet. Je dicker die Glasplatte, um so enger muss die Oeffnung gemacht werden, damit nicht die Neigungsdifferenz der verschiedenen von einer Stelle der Platte ausgehenden Strahlenbüschel sich in ihrer Wirkung gegenseitig aufheben (vergl. S. 915).

[1]) Beschrieben von S. Czapski in der Zeitschr. f. Instrumkde., 1885.

Zu diesem Zwecke kann die Oeffnung genügend beschränkt werden durch eine mit Löchern verschiedener Grösse (D, D_1 etc.) versehene, unter dem Prisma P im Rahmen R verschiebbare Platte S.

Zeigt eine Platte die Fizeau'schen Curven gleicher Dicke nicht, so untersucht man sie auf die Curven gleicher Neigung nach der Methode des Verfassers. Man entfernt den Schieber S und stellt mittelst der Vorschlaglupe L, welche mit ihrem Stiel bei H befestigt wird, auf die Brennebene von O, d. h. also auf die Kante des Prismas P ein, welche die Blendenöffnung halbirt. Ist die Platte genügend planparallel, so sieht man entsprechend der halb bedeckten Oeffnung auch nur die Hälfte der concentrischen Haidinger'schen Ringe mit ihrem Centrum im Brennpunkte des aus Objectiv O und Ocular L bestehenden Fernrohres. Man beobachtet nun die Helligkeit des noch eben sichtbaren Centrums, während man die Platte entlang ihrer Auflegefläche T mittelst der Hand fortbewegt. Bei jeder Dickendifferenz von $\lambda/4$ geht die Helligkeit der Ringe und des Centrums von Hell in Dunkel über oder umgekehrt. Um hier die Grösse des Plattenstückes einzuschränken, welches bei der Entstehung eines und desselben Ringes mitwirkt, braucht man nur die Oeffnung im Augendeckel der Lupe L in ihrer Grösse zu verändern. Da das Ganze ($O + L$) als Fernrohr wirkt, so ist die Grösse des Augenkreises auch für die wirksame Objectivöffnung maassgebend. Jedenfalls bewirkt eine Verringerung der Grösse des Augenkreises auch eine Verkleinerung der Oeffnung des Objectivs und man erzielt somit denselben Effect, als wenn man bei Beobachtung mit blossem Auge die Platte demselben nähert, um das ganze Ringsystem durch einen und denselben Theil der Platte zu erzeugen.

351 **Das Fizeau-Abbe'sche Dilatometer.** Von der Capillare einer mit Wasserstoff und Quecksilber gefüllten H-förmigen Geissler'schen Röhre (Fig. 600) [1]) entwirft man durch die Linse L ein Bild auf einem kleinen, total reflectirenden Prisma P, das die Hälfte der Ocularöffnung bei J bedeckt und sich im Brennpunkte der Linse O (Fig. 600) befindet. Die parallel aus O austretenden Strahlen werden dann durch die beiden Prismen P_1 und P_2 zerlegt und senkrecht nach unten auf das Tischchen T geworfen. Von dort reflectirt gelangt das Licht auf demselben Wege zurück und wird mit dem auf die Deckplatte des Tischchens eingestellten kleinen Fernrohre F beobachtet. Sind die einzelnen Theile des Apparates so justirt, dass z. B. gerade das von der grünen Quecksilberlinie ($\lambda = 546\ \mu\mu$) stammende Licht den oben erwähnten Weg durchläuft, so treffen sämmtliche übrigen Strahlen die Platte des Tischchens nicht senkrecht und werden daher nach der Seite reflectirt. Zur bequemen Einstellung auf eine bestimmte Lichtart dient die

1) Die Ebene der Fig. 600 b ist senkrecht zur Ebene der Fig. 600 a zu denken.

Schraube S, vermittelst deren das Fernrohr um eine zwischen P_1 und P_2 liegende, horizontale Axe gedreht werden kann, so dass nach einander die verschiedenen Strahlenbündel homogenen Lichtes aus dem Prisma P_2 in verticaler Richtung austreten.

Das auf dem Prisma P entstehende Bild der leuchtenden Geissler'schen Röhre, das als Lichtquelle dient, hat natürlich eine nicht unbeträchtliche Ausdehnung, und zwar kann jeder Punkt derselben als Spitze eines Lichtkegels betrachtet werden, der, für sich genommen, Interferenzen hervorruft. Diese verschiedenen Lichtkegel beeinträchtigen sich gegenseitig nicht merklich, so lange der Abstand der beiden reflectirenden Flächen des Tischchens T, also auch der Gangunterschied der

Fig. 600 a.

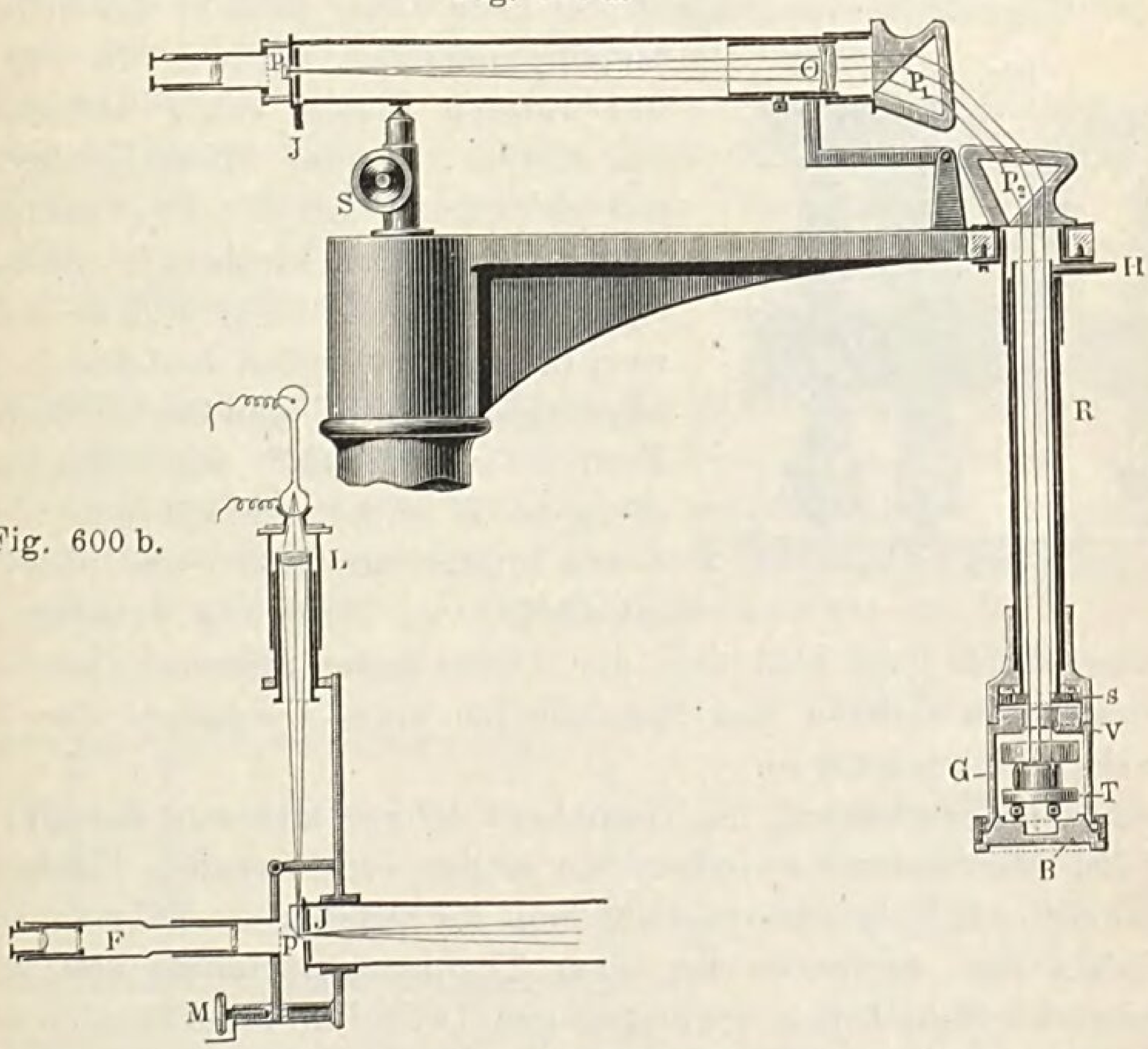


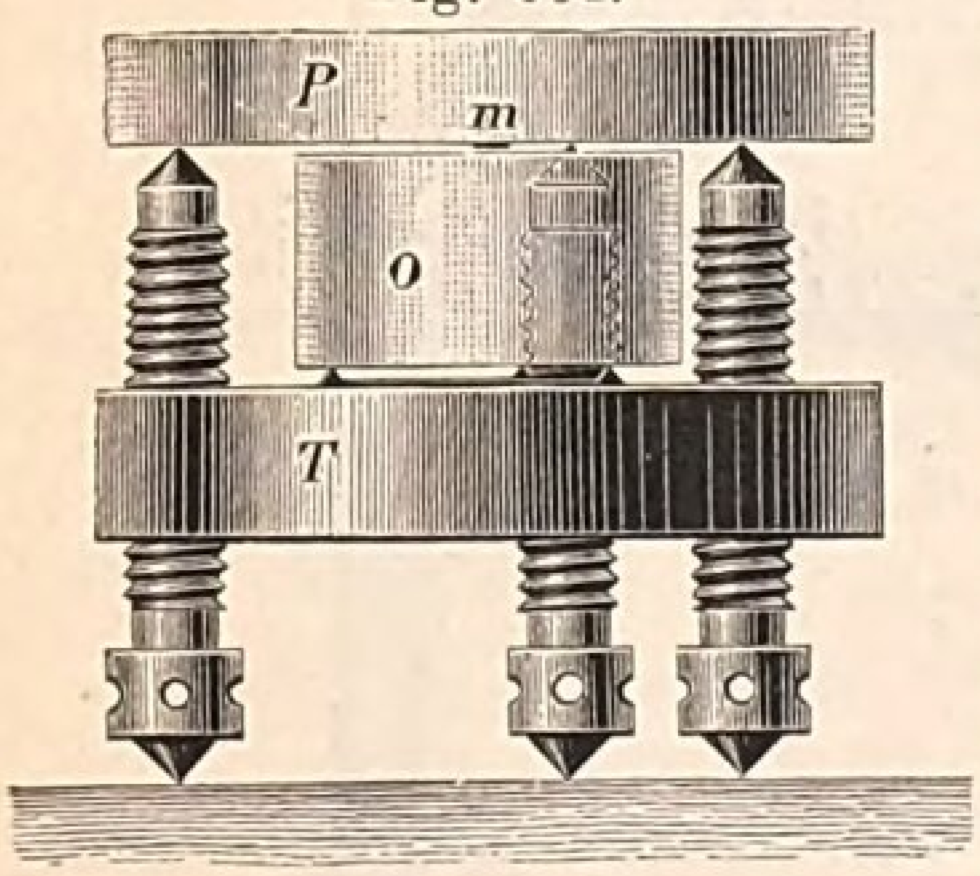
Fig. 600 b.

interferirenden Strahlen, nur gering ist; bei grösseren Gangunterschieden dagegen muss man, um die Interferenzen überhaupt noch zur Erscheinung zu bringen, die Lichtquelle möglichst auf einen Punkt in der Nähe der Axe reduciren. Zu diesem Zwecke ist hinter dem Prisma P eine Irisblende J eingefügt, deren Oeffnung durch einen einfachen Handgriff je nach Bedürfniss vergrössert oder verkleinert werden kann. Selbstverständlich wird mit der Verkleinerung der Oeffnung auch die Intensität des ausgesandten Lichtes immer geringer, so dass man bei der Beobachtung grösserer Gangunterschiede nur noch sehr helle monochromatische Lichtquellen verwenden kann, wie z. B. die oben bereits erwähnte grüne Quecksilberlinie, mit Hülfe deren auch noch Interferenzen mit einem

Gangunterschiede von 150000 Wellenlängen deutlich sichtbar gemacht werden können.

Das Fizeau'sche Tischchen (Fig. 601) besteht aus einer mit planer spiegelnder Oberfläche versehenen Platte T aus Platiniridium oder Stahl [1]), welche von drei Schrauben aus demselben Material durchsetzt ist; auf den Spitzen der letzteren ruht eine ebenfalls vorzüglich plangeschliffene Glasplatte P. Man regulirt nun die Schraubenlänge derart, dass die Luftschicht zwischen T und P eine schwach keilförmige Gestalt erhält; dann erblickt man durch das Fernrohr F eine Anzahl gerader, paralleler, äquidistanter Streifen, welche durch Interferenz der an der unteren Fläche von P und der oberen Fläche von T reflectirten Strahlen erzeugt werden; die Streifenbreite ist der Neigung der beiden Flächen gegen einander umgekehrt proportional und kann daher mittelst der Schrauben beliebig geändert werden. In der Mitte der unteren Fläche von P befindet sich ein kleines, rundes Silberscheibchen m, das gleichzeitig mit den Interferenzen im Fernrohre deutlich erscheint; andererseits ist im Fernrohr F (Fig. 600 b) eine aus zwei parallelen Streifen bestehende Marke angebracht, welche man durch Neigen des Fernrohres mittelst der Mikrometerschraube M successive mit den verschiedenen Interferenzstreifen und dem Silberscheibchen zur Deckung bringen kann. Auf diese Weise lässt sich also der Abstand des Silberscheibchens von den Streifen in Ganzen und Bruchtheilen eines Umganges der Mikrometerschraube ausdrücken.

Fig. 601.



Bei einer Erwärmung des Tischchens dehnen sich nun die Schrauben aus, d. h. der Abstand zwischen den beiden reflectirenden Flächen vergrössert sich; in Folge dessen sieht man die Streifen am Silberscheibchen vorbeiwandern. Sind nun bei einer Temperaturzunahme von t^0 z. B. m Streifen am Scheibchen vorbeigezogen (wobei m im Allgemeinen eine ganze Zahl und einen Bruch bedeutet), so haben sich die Schrauben um $m . \lambda/2$ verlängert, und es lässt sich, wenn die Schraubenlänge durch vorhergegangene Messung mit dem Sphärometer bekannt ist, der Ausdehnungscoëfficient der Schrauben mit grosser Genauigkeit bestimmen.

Um nun auch die Ausdehnung einer anderen Substanz, z. B. Quarz etc., zu bestimmen, bringt man dieselbe in Form einer planparallelen Platte O mit polirter Oberseite und mattirter Unterseite auf

[1]) Stahl, der ja den Vorzug der Billigkeit hat, lässt sich wegen seiner unregelmässigen Ausdehnung etc. nur bei den Messungen benutzen, welche nicht den höchsten Anforderungen an Präcision genügen sollen. Neuerdings verwendet man statt dessen mit Vortheil auch Hohlcylinder aus Quarz mit schwach keilförmig geschnittenen Endflächen.

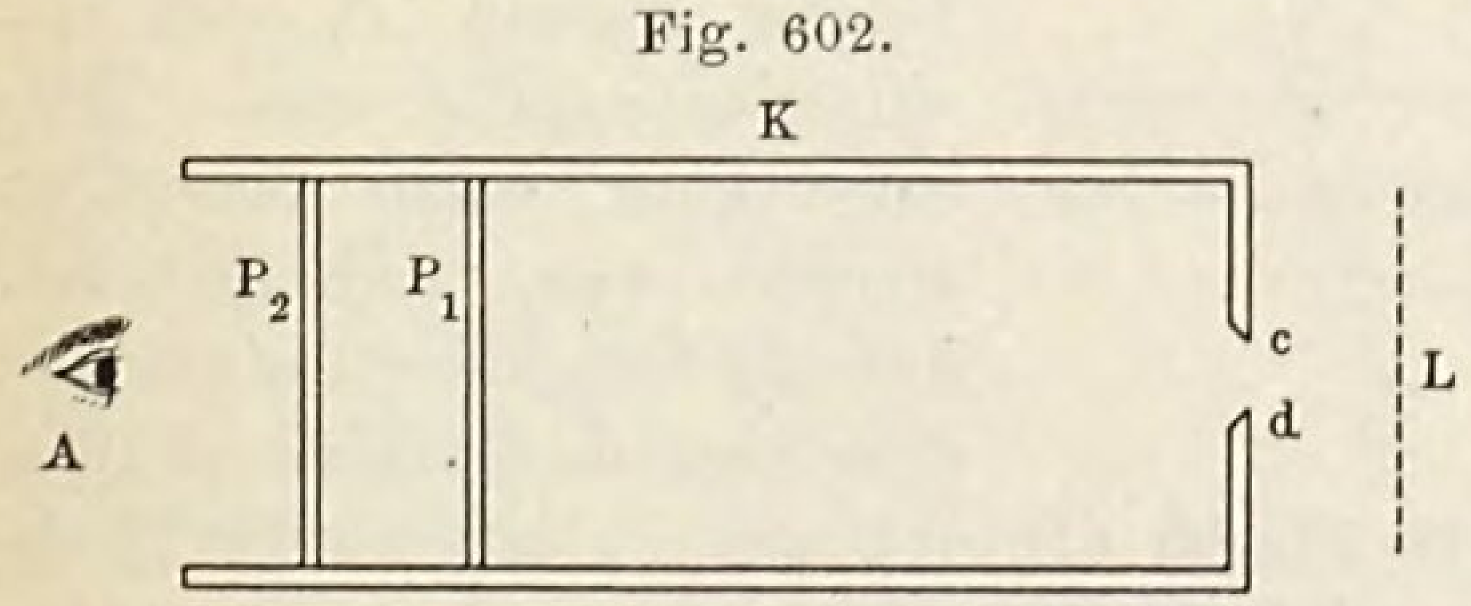
das Tischchen, und erzeugt nun wieder die Interferenzen zwischen dieser polirten Fläche und der Unterfläche der Deckplatte *P*. Bei der Erwärmung dehnen sich nun sowohl die Schrauben wie die zwischen denselben liegende Platte aus, die Anzahl der am Silberscheibchen vorübergegangenen Interferenzstreifen entspricht also nunmehr der Differenz der Ausdehnung der Schrauben und der Platte *O*, und da die Ausdehnung der Schrauben bekannt ist, so lässt sich auch diejenige der Platte daraus ableiten.

Selbstverständlich ist dabei zu berücksichtigen, dass sich der Brechungsexponent der Luftschicht zwischen den reflectirenden Flächen mit dem Barometerstande und namentlich auch mit der Temperatur ändert, weshalb besonders bei den absoluten Messungen der Schraubenausdehnung zur Zahl der vorübergegangenen Interferenzstreifen noch eine recht beträchtliche Correctionsgrösse hinzukommt.

Ein besonderer Vorzug der Abbe'schen Einrichtung besteht darin, dass das mühsame Abzählen der vorbeiwandernden Interferenzstreifen überflüssig wird, wenn man bei denselben Temperaturen nach einander mit Licht verschiedener Wellenlänge beobachtet und die Beobachtungen mit Hülfe einer Art diophantischer Gleichung verbindet.

Brewster's Interferenzen an mehreren Platten. Interferenzen geringen Gangunterschiedes, welche bei Anwendung weissen Lichtes sichtbar sind, kann man ausser an sehr dünnen Lamellen auch an dicken Glasplatten erzielen, wenn man Differenzwirkungen an zwei Platten hervorbringt. Brewster beobachtete im Jahre 1817 die 352

Fig. 602.



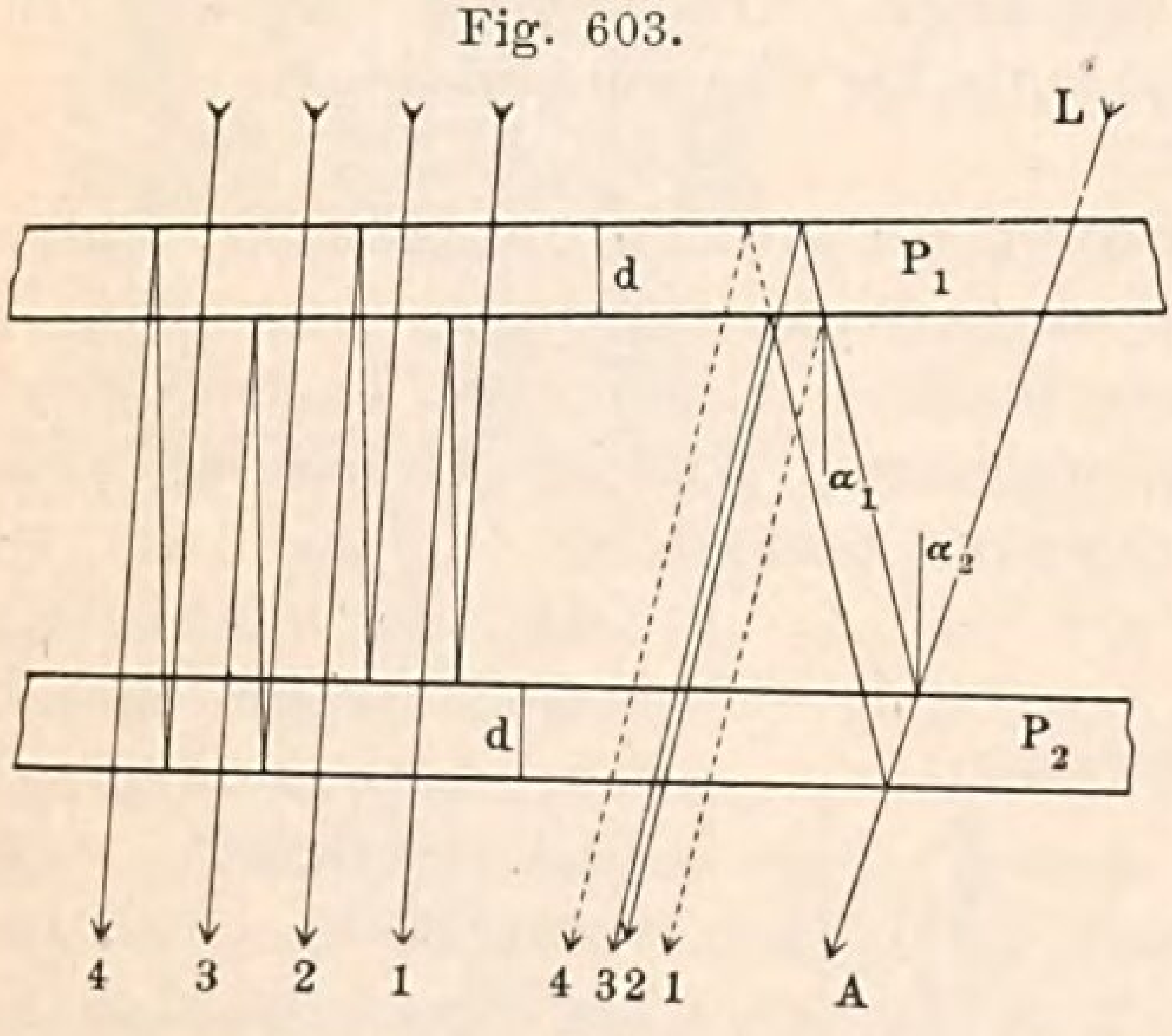
nach ihm benannten Streifen, welche auftreten, wenn man durch zwei planparallele, aus einem Stück geschnittene und gegen einander nur wenig geneigte Glasplatten nach einer Lichtquelle blickt. Zur bequemeren Beobachtung bedient man sich der in Fig. 602 skizzirten Anordnung des Versuches. In einem innen geschwärzten Kasten *K* mit der Oeffnung *cd* steht die eine Platte senkrecht zur Röhrenaxe, die andere um einen Winkel von wenigen Minuten dazu geneigt. Blickt man von *A* aus durch die Platten zu der vom Himmel oder einer Lichtquelle *L* beleuchteten Oeffnung *cd*, so gewahrt man ausser der directen Oeffnung noch ein seitliches Bild derselben, welches von einem System von Interferenzstreifen durchzogen ist, deren Richtung parallel zur Schnittlinie der beiden Platten verläuft.

Um die Theorie der Brewster'schen Streifen abzuleiten, betrachten wir die Theilung eines schräg durch zwei Glasplatten P_1 und P_2 (Fig. 603, a. f. S.) gehenden Strahles *LA*.

Da die Streifen in dem seitlich auftretenden Bilde der Oeffnung sichtbar sind, nicht aber in der direct längs AL gesehenen Oeffnung, so folgt, dass nur die zwischen den Platten hin und her reflectirten Strahlen zur Erscheinung beitragen. Wie die Fig. 603 lehrt, giebt die Reflexion des Strahles LA an der vorderen und hinteren Fläche von P_2 und die nochmalige Reflexion dieser Theilstrahlen an den beiden Flächen von P_1 zu vier Strahlensorten Veranlassung. Von diesen haben die Strahlen 1 die beiden Platten je einmal, die Strahlen 2 ausserdem die obere Platte P_1 zweimal, die Strahlen 3 ausserdem die Platte P_2 zweimal und die Strahlen 4 ausserdem beide Platten je zweimal durchlaufen.

Ein jeder einfallende Strahl theilt sich also in die genannten vier Strahlen, so dass dieselben unter einander interferenzfähig sind. Es müssen demnach auch drei Arten von Interferenzen auftreten, solche, gebildet von den Strahlen 1 und 2 bezw. 1 und 3, solche, gebildet von den Strahlen 2 und 3, und schliesslich solche, gebildet von 1 und 4. Die Brewster'schen Streifen, welche im weissen Lichte sichtbar sind, müssen nothwendig von Strahlen gebildet werden, deren Gangunterschied gering ist; sie können also nur von den Strahlensorten 2 und 3 herrühren. Der Wegunterschied von 2 und 3 ist ja gleich Null für den Fall, dass die beiden Platten P_1 und P_2 einander parallel sind. Derselbe kann leicht berechnet werden, wenn man bedenkt, dass die Wegdifferenz zwischen dem directen Strahle und dem an der vorderen und hinteren Fläche einer Platte P_2 reflectirten Theilstrahle gleich ist (vergl. Formel 1, S. 919):

Fig. 603.



$$2d\sqrt{n^2 - sin^2 \alpha_1},$$

wo d die Dicke der Platte, n deren Brechungsindex und α_1 der Einfallswinkel an P_1 ist. Ist der Einfallswinkel dieser Strahlen an der zweiten Platte P_2 gleich α_2, so ist demnach der gesammte Gangunterschied Δ der Strahlen 2 und 3 gleich der Differenz der Unterschiede an den einzelnen Platten:

$$\Delta = 2d\left(\sqrt{n^2 - sin^2 \alpha_1} - \sqrt{n^2 - sin^2 \alpha_2}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Bei der Brewster'schen Beobachtungsweise ist der Einfallswinkel der Strahlen sowohl, als auch der Neigungswinkel φ der Platten sehr gering; der Streifenabstand ist daher relativ gross, so dass man dieselben

mit blossem Auge sehen kann. Ihr Winkelabstand (δ) ist in diesem Falle gegeben durch die Gleichung:

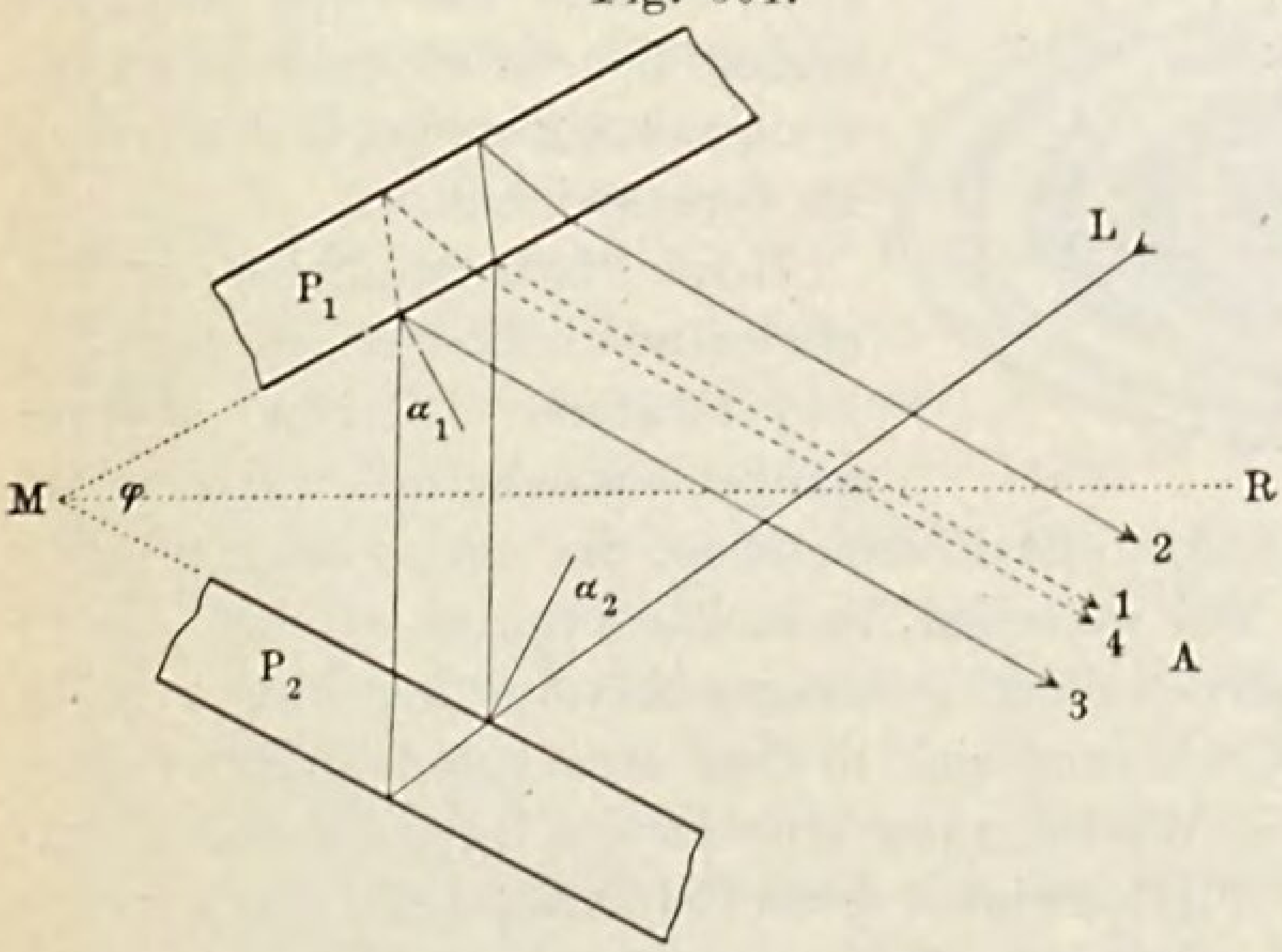
$$\delta = m \frac{\lambda \, . \, n}{4 \, d \, \varphi} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

wo m die Ordnung des Streifens bedeutet. Hieraus folgt, dass die Streifen äquidistant sind.

Wie der Verfasser[1]) gezeigt hat, treten aber die von den Strahlen 2 und 3 gebildeten Interferenzen auch bei grossem Plattenwinkel auf, und zwar ebenfalls bei Anwendung weissen Lichtes, falls man in der Richtung desjenigen Strahles blickt, dessen Einfallswinkel an beiden Platten derselbe ist (vergl. Fig. 604). In der That ist der Gangunterschied des Strahles, für welchen $\alpha_1 = \alpha_2$ ist, stets gleich Null, unabhängig von der Grösse des Plattenwinkels φ. Da nun Δ sowohl für $\alpha_1 > \alpha_2$ als auch für $\alpha_2 > \alpha_1$ einen von Null verschiedenen Werth erhält, so muss das Streifensystem, welches nothwendig parallel zur Schnittlinie der Platten P_1 und P_2 verlaufen muss, symmetrisch zum Centralstreifen liegen, der von den „symmetrischen Strahlen" gebildet wird. Die nähere Discussion von Δ lehrt, dass der Streifenabstand mit wachsendem Plattenwinkel φ abnimmt, bei $\varphi = 49^0$ ein Minimum erreicht, und hierauf wieder mit wachsendem φ grösser wird, bis er bei streifender Incidenz gleich dem bei ganz kleinem Plattenwinkel geworden ist.

Es werde noch darauf hingewiesen, dass bei der Plattenstellung (Fig. 604) die zur Interferenz kommenden Strahlen 2 und 3 einen grossen Abstand von einander haben, so dass der Verfasser zur Beobachtung der Streifen bei grossem Plattenwinkel ein Fernrohr anwenden musste, dessen Objectiv die beiden Strahlen 2 und 3 aufnehmen konnte.

Fig. 604.



Umgekehrt verlaufen in Fig. 604 die Strahlen 1 und 4 von hohem Gangunterschiede sehr nahe bei einander, welche in Fig. 603 weit getrennt sind. Die Interferenzcurven dieser Strahlen, deren Theorie vom Verfasser behandelt und deren Existenz erst auf Grund derselben erwiesen wurde, können also bei der in Fig. 604 gezeichneten Plattenstellung mit blossem

[1]) Wied. Ann. Bd. 24, S. 417, 1885.

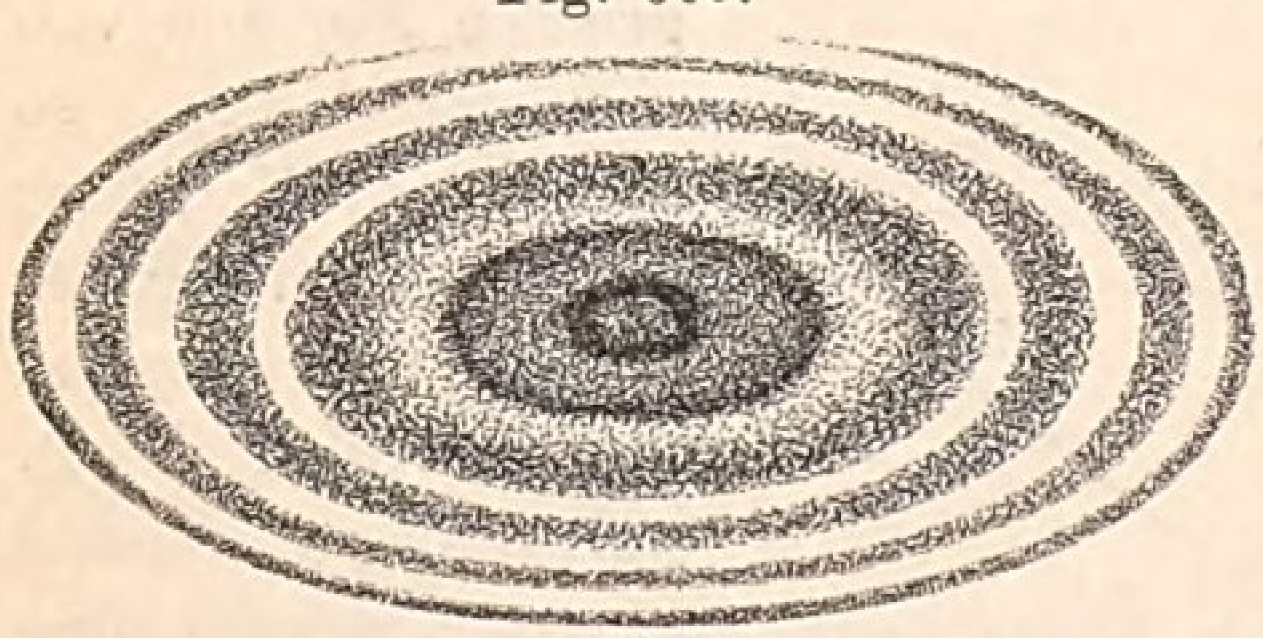
Auge, wenn auch nur unter Anwendung homogenen Lichtes, gesehen werden. Wir wollen dieselben im folgenden Paragraphen besprechen.

353 **Lummer's Interferenzcurven hohen Gangunterschiedes an zwei Platten**[1]. Es mögen bei jeder Grösse des Plattenwinkels φ das Auge A und die ausgedehnte, schwach leuchtende Natriumflamme L stets so gestellt werden, dass die mittlere Strecke eines Strahles senkrecht zur Halbirungslinie MR des Neigungswinkels φ der Platten stehe, und zwar laufe dieser „symmetrische Strahl" stets parallel der Augenaxe des Beobachters. Diese Bedingungen sind von selbst erfüllt, wenn an Stelle von P_1 ein ebener Spiegel in die Halbirungsebene MR der Platten gebracht und mittelst eines Augenspiegels Licht so auf P_2 dirigirt wird, dass es vom Spiegel nach P_2 reflectirt durch das Loch des Augenspiegels in das dahinter befindliche Auge gelangt. Der Verlauf der Erscheinung ist dann der folgende:

Bei kleinem Neigungswinkel φ der Platten erblickt das auf Unendlich accommodirte Auge ein System concentrischer Ringe (Fig. 592), deren gemeinsames Centrum auf der optischen Axe des Auges zu liegen scheint.

Diese bei kleinem φ kaum von Kreisen zu unterscheidenden Ringe gehen mit wachsendem φ allmählich in Ellipsen über, deren grosse Axen horizontal liegen, wenn die Schnittlinie der Platten vertical ist. Das Verhältniss der Axen ist erst bei ungefähr $\varphi = 90^0$ gleich 2 (Fig. 605) und nimmt von da an sehr schnell zu. Die Ellipsen ziehen sich dabei nach dem Centrum zusammen, um in demselben zu verschwinden.

Fig. 605.



Beim Plattenwinkel $\varphi = 98^0$ etwa sind die Ellipsen in gerade, horizontale Linien übergegangen, welche mit wachsendem φ bald eine hyperbolische Gestalt annehmen, die um so ausgeprägter ist, je grösser φ wird. Bei weiterem Anwachsen von φ weichen die zu der concentrischen Hyperbelschaar gehörigen Asymptoten immer mehr von der Horizontalen ab, während sich in dem zwischen den Asymptoten entstehenden, noch leeren Winkelraume eine zweite Hyperbelschaar entwickelt. Ungefähr beim Plattenwinkel $\varphi = 114^0$ stehen die Asymptoten beider Hyperbelschaaren auf einander senkrecht und die Hyperbeln beider Schaaren sind gleichseitig (Fig. 606); von da an nähern sich die Asymptoten immer mehr der Verticalen, wobei die Hyperbeln der ersten Schaar nach dem Mittelpunkte hin, die der zweiten von ihm fortwandern.

[1] O. Lummer, Ueber die Theorie und Gestalt neu beobachteter Interferenzcurven. Wiedem. Ann. 1885, Bd. 24, S. 417 bis 439.

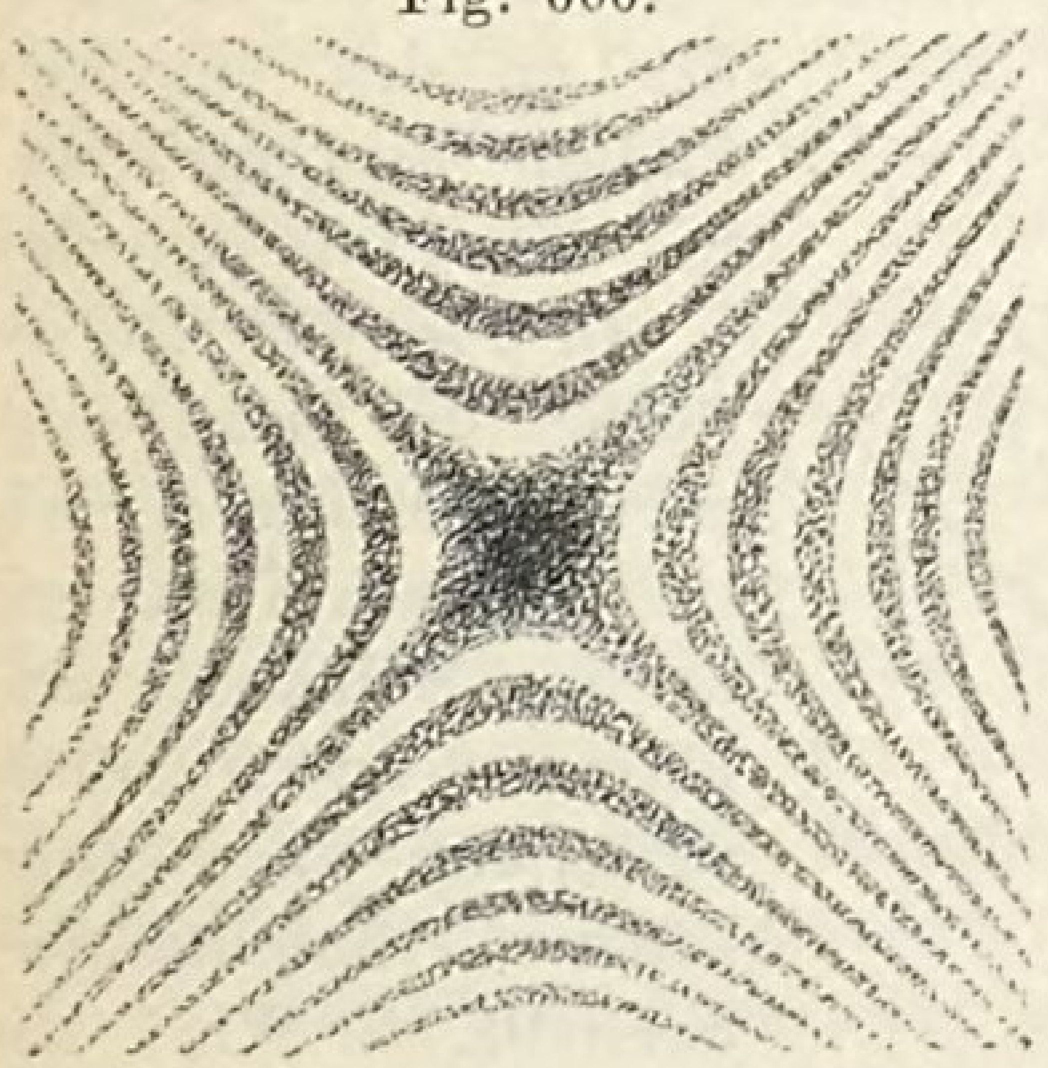
Uebrigens gehören die Asymptoten selbst zu den isochromatischen Curven und sind bald hell, bald dunkel. Sich entsprechende Hyperbeln der einen Schaar nähern sich also, vereinigen sich zu den Asymptoten, um als Hyperbeln der zweiten Schaar einander zu fliehen.

Was die Phasendifferenz der interferirenden Strahlen anlangt, so ist dieselbe gleich der Summe der an jeder Platte erzeugten, also gleich

$$\Delta = 2d\left(\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha_1} + \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha_2}\right),$$

wo wieder, wie die Figur lehrt, d die Dicke der Platten, n deren Brechungsindex und α_1 bezw. α_2 den Einfallswinkel an Platte P_1 bezw. P_2 bezeichnet. Es unterscheidet sich demnach die Phasendifferenz für die Strahlen 1 und 4 von der für die Strahlen 2 und 3 nur dadurch, dass ein Pluszeichen an Stelle des Minuszeichens steht.

Fig. 606.



Wendet man auf die beiden Gleichungen das von Ketteler[1]) für die Differenzgleichung benutzte Verfahren an, d. h. sucht man die Beziehung zwischen den Winkeln α_1 und α_2, setzt dieselbe in die Gleichung ein und betrachtet letztere als Polargleichung der in eine Hohlkugel gezeichneten Curven, so erhält man für beide Fälle ganz dieselbe Gleichung vierten Grades, in welcher nur die Constante einen verschiedenen Werth hat.

Um die Rechnung zu vereinfachen, hat der Verfasser nur den Fall behandelt, wo, wie bei der Beobachtung, die Winkel α_1 und α_2 stets nahe gleich sind. Es fällt dann die vierte Potenz fort, und die Gleichung geht über in eine quadratische; stellt die erstere die Curven auf der ganzen Kugeloberfläche dar, so letztere nur die Gestalt der Curven, welche von den zu beiden Seiten des „symmetrischen" Strahles verlaufenden Strahlen gebildet werden. Auf diese Weise war es dem Verfasser gelungen, die Gestalt der Curven schon vor deren Beobachtung anzugeben.

Neuerdings hat Blasius[2]) den besonderen Fall behandelt, dass die beiden Platten ungleiche Dicke haben. Auch berechnet Blasius für zwei gleich dicke Platten die Gestalt der Curven, welche aus den Lummer'schen entstehen, wenn man die eine der beiden Platten aus der Stellung in Fig. 604 um den symmetrischen Strahl als Axe dreht. E. Schmidt[3]) beweist experimentell die Richtigkeit der Blasius'schen Rechnung.

[1]) E. Ketteler, Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865.

[2]) Wied. Ann. Bd. 45, S. 316 bis 352, 1892.

[3]) Wied. Ann. Bd. 45, S. 1 bis 28, 1892.

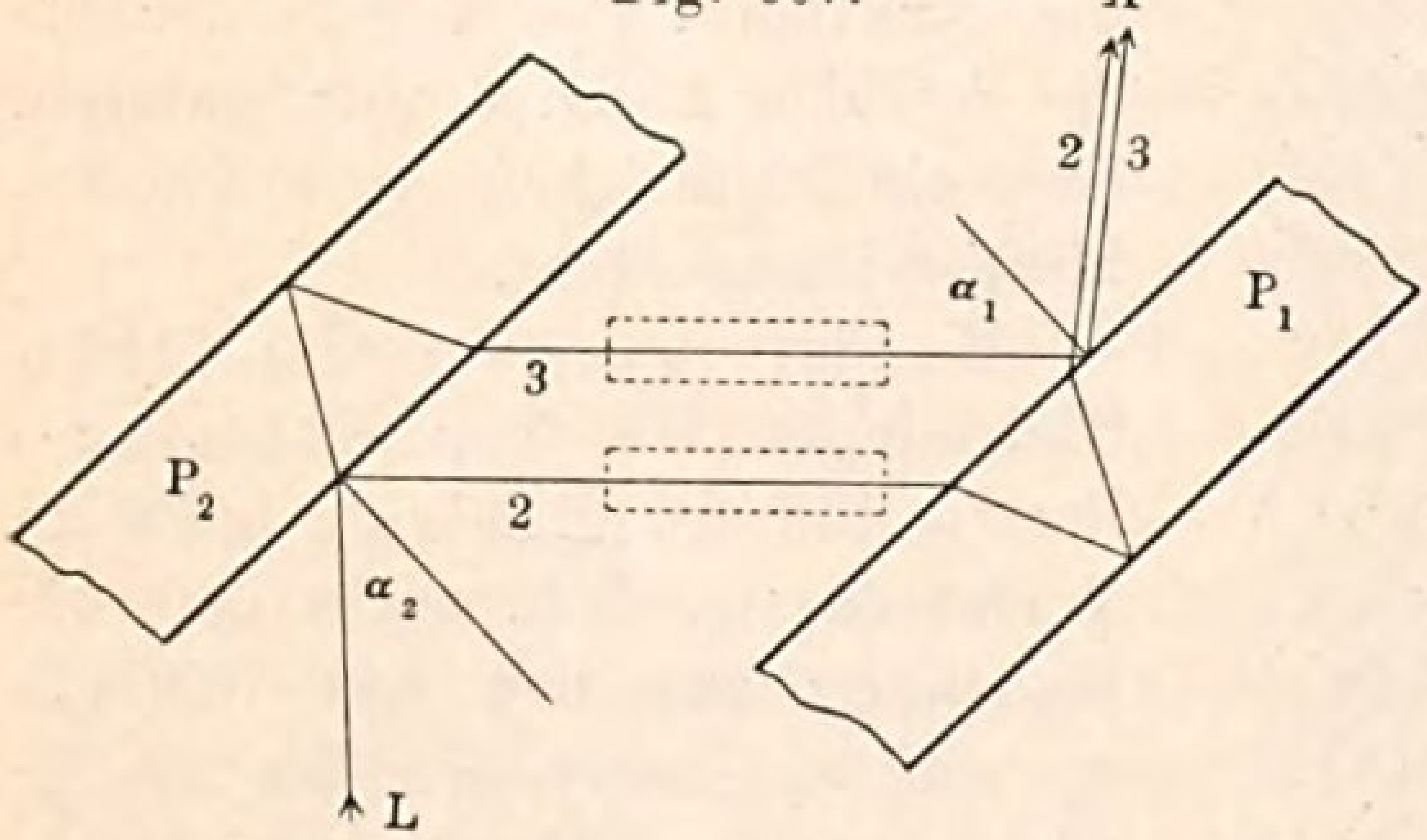
354 **Der Interferentialrefractor von Jamin.** Um die interferirenden Strahlen, welche die Brewster'schen Streifen (vergl. §. 353) bilden, räumlich von einander zu trennen, und so den Weg jedes der beiden durch Einschaltung beliebiger Medien verändern zu können, wählte Jamin die in Fig. 607 skizzirte Versuchsanordnung.

Der Gangunterschied der interferirenden Strahlen 2 und 3 ist gegeben durch die Gleichung:

$$\Delta = 2d\left(\sqrt{n^2 - sin^2\alpha_1} - \sqrt{n^2 - sin^2\alpha_2}\right),$$

ganz wie in dem Falle der Brewster'schen Streifen, da auch hier der durch beide Platten verursachte Gangunterschied gleich ist der Differenz des an den einzelnen Platten hervorgebrachten Gangunterschiedes.

Fig. 607.



In Fig. 608 ist die Gestalt der Interferenzcurven gezeichnet, wie sie sich nach Ketteler, in eine Halbkugel eingetragen, unter Berücksichtigung aller möglichen Einfallswinkel darstellt. Wie die Fig. 608 lehrt, ist die Erscheinung symmetrisch zu einem Centralstreifen ab, welcher durch die Strahlen mit den Einfallswinkeln $\alpha_1 = \alpha_2$ gebildet wird; sind die Streifen in der Nähe dieses Centralstreifens nahe geradlinig, so gehen sie für grössere und kleinere Einfallswinkel mehr und mehr in ringförmige Curven über. Es ist klar, dass man zugleich nur einen Theil der in Fig. 608 gezeichneten Erscheinung übersehen kann, und dass die höheren Gangunterschieden entsprechenden ringförmigen Curven nur im homogenen, die dem Centralstreifen benachbarten dagegen im weissen Lichte zu beobachten sind.

Fig. 608.



Um letztere leicht aufzufinden, stellt man zunächst die beiden Platten einander nahe parallel, indem man einen entfernten Dachfirst über die Platte P_1 hinweg direct ansieht und die Platten so lange neigt, bis das doppelte Spiegelbild die Verlängerung des direct gesehenen Gegenstandes bildet. Sodann dreht man eine der Platten um eine verticale Axe, bis das Spiegelbild

einer entfernten Fahnenstange oder dergl. ebenfalls mit der direct gesehenen coincidirt. Bringt man jetzt bei L eine Natriumlichtquelle an, so wird das Auge bei A meist sofort Streifen sehen, wenn dieselben auch zunächst noch recht eng erscheinen werden. Dreht man jetzt mittelst einer mikrometrischen Vorrichtung die eine der Platten um kleine Beträge nach der einen oder der anderen Richtung, so gelangt man bald dahin, dass die Streifen ihren maximalen Abstand erreichen. In diesem Falle erscheinen sie auch bei Anwendung weissen Lichtes. In Folge der Unebenheit der Platten sind die Centralstreifen meist nicht ganz geradlinig, sondern gekrümmt; man wählt daher lieber die etwas entfernteren Streifen unter Anwendung von Natriumlicht. Zur Beobachtung der Erscheinung bedient man sich einer Convexlinse, oder nach Quincke[1]) eines Prismas mit Fernrohr. In letzterem Falle lässt man die Strahlen der Sonne (oder einer anderen Lichtquelle) auf einen Spalt fallen, der sich im Brennpunkte einer achromatischen Linse befindet, so dass die austretenden Strahlen eines Bündels parallel auf die Platte P_2 auffallen, von da nach P_1 reflectirt werden und durch das Prisma und Fernrohr ins Auge gelangen. Bei passendem Plattenwinkel sieht man das Spectrum mit den Fraunhofer'schen Linien (bei Anwendung des Sonnenlichtes) und ausserdem ein System dunkler Streifen, welche da entstehen, wo der Gangunterschied gerade eine halbe Wellenlänge beträgt.

Der Interferentialrefractor wurde von Jamin benutzt, um den Brechungsquotienten der Luft und des Wasserdampfes bei verschiedenen Temperaturen zu bestimmen, das Dichtigkeitsmaximum des Wassers in seiner Beziehung zum Brechungsindex zu studiren etc. Um diese und ähnliche Versuche anzustellen, lässt man jeden der beiden zwischen den Platten verlaufenden Strahlen 2 und 3 für sich durch je eine gleich lange Röhre (in Fig. 607 punktirt gezeichnet) gehen, die man mit ein und derselben zu untersuchenden Substanz (z. B. einer Flüssigkeit) füllt, und ändert nun die Temperatur oder den Druck der einen Flüssigkeit. Sind die beiden Flüssigkeitssäulen gleich lang, so muss der Gangunterschied von 2 und 3 derselbe sein, wie ohne Flüssigkeitssäulen, so lange der Brechungsindex beider Substanzen derselbe ist. Die geringste Aenderung im Brechungsvermögen einer der beiden Flüssigkeiten wird jedoch den Gangunterschied sofort verändern und Ursache einer Verschiebung der Streifen werden, die man messend verfolgen kann.

Um die beiden interferirenden Strahlen möglichst weit von einander zu trennen, wählt man erstens dicke Platten (2 cm und darüber), sodann aber auch einen Einfallswinkel von ungefähr 50^0, weil für diesen der senkrechte Abstand der Strahlen zwischen den Platten ein Maximum ist.

Eine gewisse Abart der Jamin'schen Anordnung ist die zuerst

[1]) Q. Quincke, Pogg. Ann. **132**, S. 29 bis 75, 1867.

von Mascart[1]) angegebene, bei welcher die von einer Platte etwa unter 45° reflectirten Strahlen auf eine achromatische Linse fallen, nach dem Austritt aus dieser einen Spiegel treffen, der sie wieder zum Objectiv zurückwirft, so dass sie wieder zur Platte zurück und durch dieselbe in ein dahinter befindliches Auge gelangen. Die Versuchsanordnung ähnelt also ganz derjenigen, welche man bei der Senkrechtstellung eines Spectrometerfernrohres mittelst des Gauss'schen Oculars auf eine Prismen- oder Spiegelfläche (vergl. §. 99, S. 227) leitet. In der That sieht man hier, falls die Gauss'sche Platte planparallel ist, die Brennebene von Interferenzstreifen durchzogen, sobald die Einstellung auf Unendlich gemacht ist. Der Verfasser[2]), welcher diese Streifen auf letztere Art unabhängig von Mascart beobachtete, behandelte deren Theorie ausführlich und fand, dass die Streifenbreite eine Function der Entfernung des Spiegels von der Linse ist.

Um die interferirenden Strahlen noch weiter als beim Jamin'schen Interferenzrefractor von einander zu trennen, haben Zehnder[3]) und zu gleicher Zeit auch L. Mach[4]) Interferenzrefractometer construirt, bei denen der Abstand der Strahlen viele Centimeter gross gemacht werden kann. Mach benutzte seinen Apparat, um in Folge Erwärmung oder durch geschleuderte Geschosse erzeugte Schlieren der Luftschicht nachzuweisen. Indem er den einen Lichtstrahl durch schlierenfreie, den andern der interferirenden Strahlen durch die mit Schlieren versehene Luftschicht sendet, erhält er Deformationen der von den beiden interferirenden Strahlen erzeugten Streifen, aus denen er auf die Vertheilung der Temperatur in der erwärmten Luftschicht etc. schliessen kann.

355 **Achromatisirung der Interferenzstreifen durch ein Prisma.** Erzeugt man Interferenzen im weissen Lichte, so überlagern sich die den verschiedenen Wellenlängen zukommenden Maxima nur da, wo die Phasendifferenz gleich Null ist, so dass diese Stelle ebenfalls weiss erscheint. Die dem Centralstreifen benachbarten Streifen nehmen dagegen eine gewisse Färbung an, da die Maxima für die verschiedenen Farben nicht genau die gleiche Lage haben und sich so die Minima der einen mehr und mehr mit den Maximis der anderen decken. Die Streifen höherer Ordnung aber sind ganz unsichtbar. Um diese sichtbar zu machen, müsste man die z. B. den mten Streifen bildenden rothen Strahlen in dieselbe Richtung bringen, wie die denselben Streifen formirenden blauen Strahlen, damit sie, sei es im Raume oder auf der Netzhaut, an gleicher Stelle ihre Wirkung entwickeln. Man erzielt

[1]) Mascart, Ann. de chim. et de phys. 23, S. 149 ff., 1871.

[2]) O. Lummer, „Ueber eine neue Interferenzerscheinung." Wied. Ann. 23, S. 513 bis 548, 1884.

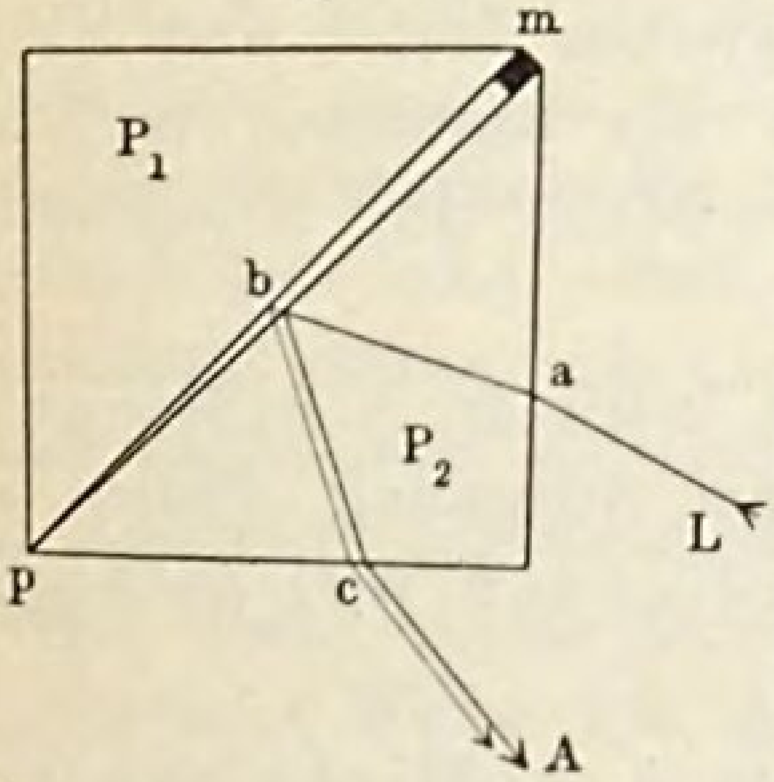
[3]) L. Zehnder, Ein neuer Interferenzrefractor, Zeitschr. f. Instrkde. XI, S. 275, 1891.

[4]) L. Mach, Ueber einen Interferenzrefractor, Zeitschr. f. Instrkde. XII, S. 89, 1892; Wien. Akad. 1892, S. 5.

diese Wirkung in der That, wenn man die Streifen durch ein Prisma anblickt. Da letzteres die violetten Strahlen mehr ablenkt als die rothen, so wird es auch möglich sein, die rothen und blauen Maxima irgend eines Streifens höherer Ordnung zur Coincidenz zu bringen, und so an dieser Stelle und angenähert auch noch in dessen Nachbarschaft weisse oder wenigstens schwach gefärbte Streifen zu beobachten, wo vorher keine Streifen zu bemerken waren.

Sehr schön lassen sich die Farben dünner keilförmiger Blättchen achromatisiren bei folgender Versuchsanordnung. Man fügt zwei gut geschliffene rechtwinkelige Glasprismen P_1 und P_2 (Fig. 609) mit ihren Hypotenusenflächen so an einander, dass sie sich auf der einen Seite (p) berühren, auf der anderen aber durch ein Stanniolblatt (m), ein Glimmerblatt oder dergleichen getrennt sind. Bringt man diesen Würfel auf das Tischchen eines Spectrometers, dessen Spalt parallel zur Prismenkante verläuft, und lässt das Licht in solcher Richtung La auffallen, dass es an der Hypotenusenfläche gespiegelt wieder bei c austreten kann, so sieht das auf die keilförmige Luftschicht accommodirende Auge bei A scharfe, äquidistante Interferenzstreifen. Der Abstand sowohl als auch die Färbung der Streifen ändert sich mit der Drehung des Spectrometertischchens sammt dem Würfel. Sind die Streifen bei einem gewissen Einfallswinkel abwechselnd weiss und tiefschwarz, so sind sie auch noch in der Nähe dieses Winkels auf weite Strecken hin deutlich sichtbar [1]. Zur besseren Beobachtung bedient man sich des Fernrohrobjectivs als Lupe, indem man das Ocular abnimmt und das Auge direct an das Rohrende bringt.

Fig. 609.



Bei dieser vom Verfasser gewählten Versuchsanordnung lässt sich gleichzeitig auch der Einfluss der Breite und Stellung der Lichtquelle leicht studiren. Sowohl wenn man den Collimatorspalt verbreitert, als auch wenn man ihn aus seiner Lage parallel zur Kante des Luftkeils herausdreht, verblassen die Streifen gleicher Dicke immer mehr und mehr und verschwinden schliesslich ganz.

Verwerthung von Interferenzen bei hohem Gangunterschiede zur Bestimmung der Wellenlänge. A. A. Michelson's Auswerthung des Meters in Wellenlängen. 356
Interessante Versuche über Interferenzen bei hohem Gangunterschiede sind

[1]) Interessant sind die im polarisirten Lichte auftretenden Erscheinungen. Versieht man die Objective von Collimator und Spaltfernrohr mit Nicol'schen Prismen, so treten je nach der Lage der Polarisationsebenen verschiedene Streifensysteme auf, die sich gegen einander verschieben, sobald die Ebene der Polarisation geändert wird.

von A. A. Michelson angestellt worden, um die Homogenität der Strahlung verschiedener Lichtquellen zu studiren und mit Hülfe homogen strahlender Lichtarten grössere Strecken direct in Wellenlängen auszumessen. Ehe wir auf A. A. Michelson's Versuche eingehen, müssen wir aber noch der Methode gedenken, welche Macé de Lépinay angewandt hat, um die Beziehung zwischen dem Kilogramm und dem Meter festzustellen [1]).

Macé de Lépinay misst mit Hülfe der später zu besprechenden Talbot'schen Interferenzen die Dicken eines Quarzwürfels, ausgedrückt in der Wellenlänge von D_2 der einen der beiden Natriumlinien. In dieser Einheit drückt er auch das Volumen des Würfels aus, so dass er bei Kenntniss der Wellenlänge das Volumen im Metermaasssystem berechnet erhält. Ausserdem bestimmt er das Gewicht des Würfels in Luft und in Wasser und bekommt somit das Gewicht eines dem Quarzwürfel an Volumen gleich grossen Wasserwürfels. Aus der Kenntniss des Gewichtes und der Grösse eines gewissen Volumens Wasser ergiebt sich ohne Weiteres die gesuchte Beziehung zwischen Meter und Kilogramm. Andererseits kann man das Meter in der benutzten Wellenlänge ausdrücken, falls der Anschluss zwischen Meter und Kilogramm als gegeben angesehen wird.

Unabhängig von hydrostatischen Wägungen bestimmt A. A. Michelson [2]) die absolute Grösse der Wellenlänge einer Strahlung, indem er die ganze Länge des Meters in der betreffenden Wellenlänge auswerthet.

Um sein hohes Ziel zu erreichen, studirte A. A. Michelson zunächst die verschiedenen sogenanntes homogenes Licht aussendenden Lichtquellen auf die Homogenität ihrer Strahlen, und zwar mittelst der Interferenzen hohen Gangunterschiedes. Sendet eine Lichtquelle, z. B. die Natriumflamme, zwei Strahlenarten aus, so entstehen bei Verwendung des Natriumlichtes zur Erzeugung einer Interferenzerscheinung zwei Systeme, welche sich bei gewisser Grösse des Gangunterschiedes erheblich schwächen, wenn nicht ganz aufheben. Es fallen in diesem Falle die Maxima des Systems der einen Lichtart (D_1-Linie entsprechend) mit den Minimis des der anderen Lichtart (D_2-Linie entsprechend) zukommenden Systems zusammen. Ist eine Lichtsorte nicht absolut homogen, d. h. repräsentirt das von ihr ausgesandte Licht nicht eine einzige Wellenlänge, so wird bei genügend hohem Gangunterschiede dieselbe Erscheinung eintreten müssen, wie bei relativ geringem Gangunterschiede unter Benutzung des Natriumlichtes. Interferenzen mit hohem Gang-

[1]) Compt. rend., 24. Mai 1886.

[2]) Albert A. Michelson, Determination expérimentale de la Valeur du Mètre en longueurs d'ondes lumineuses Travaux et Mémoires du Bureau Intern. d. Poids et Mesures, Tome XI, 1895, p. 1 bis 237.

unterschiede der interferirenden Strahlen sind also ein Kriterium für die Homogenität der verwandten Lichtsorte, vorausgesetzt, dass nicht in der Art der Entstehung der Interferenzen eine Ursache enthalten ist, welche bei hohem Gangunterschiede zum Verschwinden der Streifen Veranlassung giebt (vergl. §. 348).

A. A. Michelson begnügte sich aber nicht damit, experimentell die Lichtarten ausfindig zu machen, welche die Interferenzen mit maximalem Gangunterschiede erzeugen, sondern suchte eine Beziehung herzuleiten zwischen der Intensitätsvertheilung der benutzten Lichtart im Spectrum und der Veränderung der Sichtbarkeit der erzeugten Streifen bei wachsendem Gangunterschiede. So ist es ohne Weiteres einleuchtend, dass die Periodicität des Auftretens der Newton'schen Ringe bei wachsender Distanz der Gläser eine andere wird, wenn die Intensitätsvertheilung der Natriumflamme im Spectrum eine andere wird, d. h. wenn die beiden D-Linien einen anderen Abstand einnehmen oder wenn die eine oder andere sich verbreitert u. s. w.

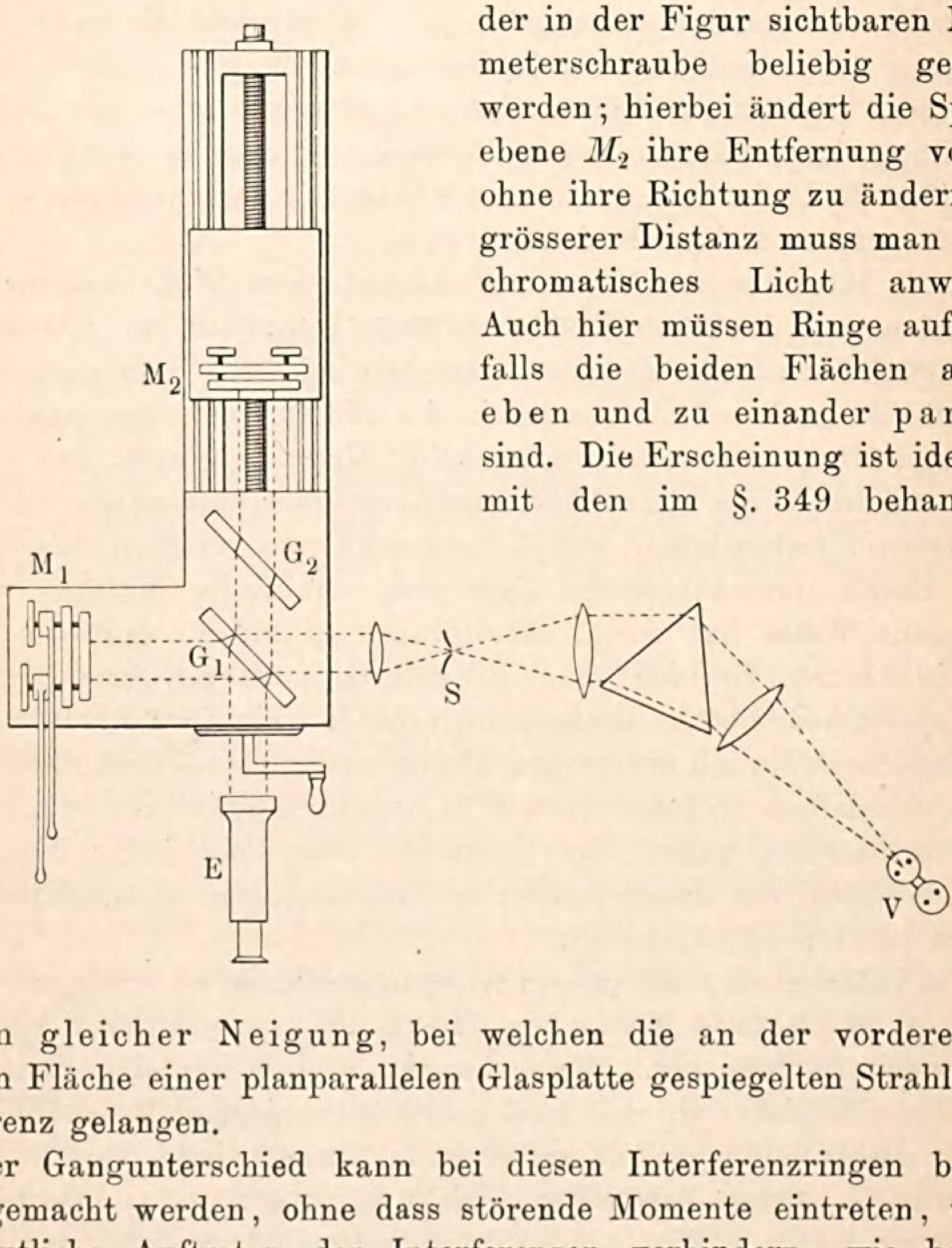
A. A. Michelson schliesst auf theoretischem Wege aus der Anzahl der Linien und der Intensitätsvertheilung innerhalb jeder Spectrallinie auf die Sichtbarkeit der Interferenzstreifen bei stetig wachsendem Gangunterschiede und erhält hierdurch die Möglichkeit des umgekehrten Schlusses. Diese neue „spectroskopische" Methode erlaubt, das Aussehen einer Linie bezw. die Intensitätsvertheilung einer homogenen Lichtquelle im Spectrum festzustellen, selbst dann noch, wo auf dem gewöhnlichen Wege durch spectroskopische Zerlegung die Linie einfach erscheint. Auf solche Weise hat A. A. Michelson gefunden, dass die rothen Cadmiumstrahlen nicht nur die Interferenzen mit grösstmöglichem Gangunterschiede liefern, sondern auch nur eine einzige Linie im Spectrum repräsentiren, während die grünen, blauen und violetten Cadmiumstrahlen, welche ebenfalls noch Interferenzen bei einem Gangunterschiede von über 10 cm Luftstrecke geben, im Spectrum zwei oder mehr benachbarte Linien besitzen, von denen freilich die Intensität der einen diejenige der anderen beträchtlich übertrifft.

Um Interferenzen mit hohem Gangunterschiede zu erzeugen, bedient sich A. A. Michelson des in Fig. 610 (a. f. S.) schematisch dargestellten Interferenzrefractometers. Dieser Apparat besteht aus einer genau planparallelen Glasplatte G_1 und zwei guten Planspiegeln M_1 und M_2. Das zu untersuchende Licht fällt unter einem Einfallswinkel von 45^0 auf die Glasplatte G_1, deren Vorderfläche leicht versilbert ist, so aber, dass sie noch durchsichtig bleibt. Jedes Strahlenbüschel, welches von V ausgegangen und nach einer spectroskopischen Zerlegung parallel gemacht worden ist, theilt sich beim Auftreffen auf die Glasplatte G_1 in zwei, ein reflectirtes und ein durchgehendes. Das reflectirte wird durch den Spiegel M_2 zurückgeschickt und durchsetzt hierauf die Glasplatte in der Richtung $G_1 E$; das durchgegangene wird durch den Spiegel M_1 zurückgeschickt, spiegelt sich an der Platte G_1 und verläuft in derselben Rich-

tung $G_1 E$, wie das andere Büschel[1]). Die ganze Vorrichtung wirkt also genau so, als ob zwei Büschel interferiren, von denen das eine am Spiegel M_1 reflectirt ist, das andere am Bilde von M_2 in Bezug auf die Glasplatte G_1, welches Bild Michelson als die Vergleichsebene („plan de référence“) bezeichnet.

Wenn die beiden ebenen spiegelnden Flächen einen sehr kleinen Abstand von einander haben, so kann man weisses Licht anwenden, und man sieht dann Ringe, ähnlich den Newton'schen, welche auf den Oberflächen selbst zu liegen scheinen. Diese Distanz kann durch Drehen der in der Figur sichtbaren Mikrometerschraube beliebig geändert werden; hierbei ändert die Spiegelebene M_2 ihre Entfernung von G_1, ohne ihre Richtung zu ändern. Bei grösserer Distanz muss man monochromatisches Licht anwenden. Auch hier müssen Ringe auftreten, falls die beiden Flächen absolut eben und zu einander parallel sind. Die Erscheinung ist identisch mit den im §. 349 behandelten

Fig. 610.



Curven gleicher Neigung, bei welchen die an der vorderen und hinteren Fläche einer planparallelen Glasplatte gespiegelten Strahlen zur Interferenz gelangen.

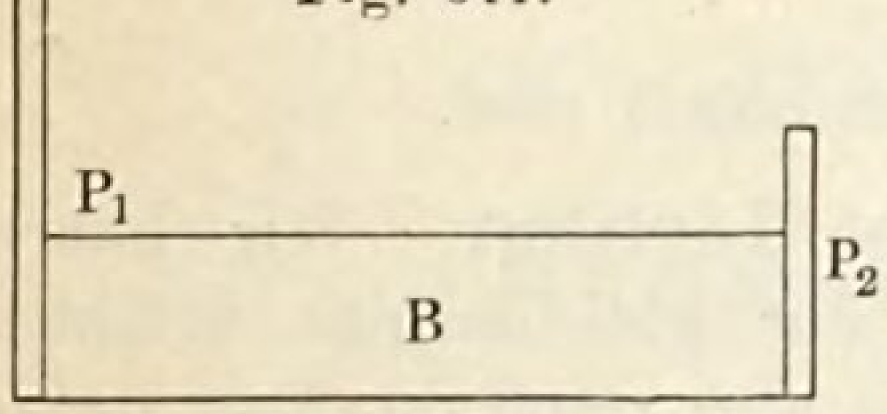
Der Gangunterschied kann bei diesen Interferenzringen beliebig gross gemacht werden, ohne dass störende Momente eintreten, welche das deutliche Auftreten der Interferenzen verhindern, wie bei den Fizeau'schen Curven gleicher Dicke, bei denen das Phänomen mit anwachsendem Gangunterschiede schliesslich verschwinden muss, selbst wenn die Lichtquelle absolut homogenes Licht aussendet.

[1]) Von den mehr als zweimal reflectirten und zur Erscheinung nicht beitragenden Strahlen sehen wir ab.

Um nun die Länge des Meters in Wellenlängen auszudrücken, verfährt Michelson im Princip folgendermaassen:

Er hatte gefunden, dass drei Cadmiumstrahlen Interferenzen bis zu einer Luftstrecke von 10 cm, also einem Gangunterschiede von 20 cm, deutlich und scharf entwickeln; also ist diese Strecke die grösste, welche direct in Wellenlängen ausgemessen werden kann und welche mit dem Meter zu vergleichen ist. Dem entsprechend stellt Michelson sich einen Etalon her, welcher so genau als möglich dem zehnten Theile des Vergleichsmeters entspricht. Dieser Etalon besteht in einem Bronzebarren B (Fig. 611), welcher an seinen beiden Stirnflächen, aber in verschiedener Höhe, je eine planparallele Glasplatte P_1 und P_2 trägt, deren Vorderflächen versilbert sind. Die Distanz zwischen diesen Silberflächen ist so zu justiren, dass sie bis auf wenige Wellenlängen dem zehnten Theile des Vergleichsmeters entspricht.

Fig. 611.



Die Anzahl der auf diese Strecke kommenden Wellenlängen könnte man nun auf folgende Weise bestimmen. Man ersetzt den Spiegel M_1 in Fig. 610 durch den Etalon mit den beiden Silberflächen; jetzt bringt man die Vergleichsebene zur Coincidenz mit der ersten Silberfläche und dreht die Mikrometerschraube langsam in einem solchen Sinne, dass die Vergleichsebene schliesslich mit der zweiten Silberfläche coincidirt, dabei die Wechsel von Dunkel zu Hell zählend, welche das Centrum des Ringsystems bei dieser Verschiebung der Vergleichsebene erleidet.

Da das Zählen einer so grossen Anzahl von Intensitätswechseln unmöglich ist, verfährt Michelson nach einer mit Morley erprobten Methode: Er bedient sich einer ganzen Anzahl von Zwischenetalons, von denen jeder gerade die Hälfte des vorhergehenden ist. Der kürzeste Etalon dieser Reihe hat eine Länge von 0,39 mm, und entspricht also, da er vom Strahl zweimal durchlaufen wird, einem Gangunterschiede von 0,78 mm.

Mit Benoît zusammen hat Michelson die Anzahl der Streifen oder der halben Wellenlängen wirklich ausgezählt, welche in dieser Strecke von 0,78 mm enthalten sind, und zwar für alle vier Cadmiumlinien. Um Bruchtheile einer Wellenlänge auszugleichen, dient der Compensator G_2 in Gestalt einer planparallelen Glasplatte, durch deren Neigung die Phasendifferenz auf Null gebracht werden kann.

Die Anwendung verschiedener Strahlen, deren Wellenlängenverhältniss sehr genau bekannt ist, giebt ein Mittel an die Hand, die Richtigkeit der Auszählung zu prüfen. Es kommen auf jene Strecke 1212,35 Streifen für rothes Cadmiumlicht (Wellenlänge 643,88 $\mu\mu$), 1534,78 für grünes (508,03 $\mu\mu$), 1626,17 für blaues (480,00 $\mu\mu$) und 1668,54 für violettes Cadmiumlicht (467,89 $\mu\mu$).

Die endgültigen Bestimmungen hat Michelson in Breteuil ausgeführt, zum Theil mit Benoît zusammen. Die Resultate sind in Luft von 15° C. und unter einem Druck von 760 mm für die drei Cadmium-

strahlen (Roth, Grün und Blau), deren Wellenlängen mit λ_R, λ_G und λ_B bezeichnet werden mögen:

Rothe Cadmiumstrahlen	. . .	1 m =	1553 163,5 λ_R
Grüne „	. . .	1 m =	1966 249,7 λ_G
Blaue „	. . .	1 m =	2083 372,1 λ_B,

woraus folgt:

$$\lambda_R = 643{,}847\,22\ \mu\mu$$
$$\lambda_G = 508{,}582\,40\ „$$
$$\lambda_B = 479{,}991\,07\ „$$

welche Werthe das Mittel aus je drei Bestimmungen sind.

357 **Interferenz verschiedenfarbigen Lichtes.** Wir haben bisher stillschweigend angenommen, dass nur gleichfarbige Strahlen interferiren, ungleichfarbige aber nicht; dass also rothe Strahlen weder mit gelben, noch mit grünen, noch mit blauen Strahlen interferiren. Die Richtigkeit dieser Annahme wird schon dadurch bestätigt, dass man in der That nirgends eine Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen wahrnimmt; aber auch theoretisch lässt sich der Grund davon leicht nachweisen. Zu diesem Zwecke wollen wir die analogen Erscheinungen bei der Interferenz der Schallwellen betrachten. Wir haben in der Lehre vom Schalle gesehen, dass, wenn nicht isochrone Schallwellen interferiren, ein abwechselndes Anschwellen und Nachlassen des Tones entsteht; etwas Aehnliches muss auch bei der Interferenz ungleichfarbiger Lichtstrahlen auftreten.

Wir haben aber ferner gesehen, dass die Anzahl der Stösse in jeder Secunde davon abhängt, wie viel Schwingungen der eine Ton in jeder Secunde mehr macht als der andere, und dass, wenn die Schwingungszahlen bei den Tönen sehr verschieden sind, die Stösse so rasch folgen, dass man sie nicht mehr unterscheiden kann.

Dies ist nun auch bei der Interferenz ungleichfarbiger Lichtstrahlen der Fall. Die mittleren rothen Strahlen machen 437, die mittleren violetten 728 Billionen Schwingungen in der Secunde, die violetten also 291 Billionen Schwingungen in der Secunde mehr als die rothen. Die mittleren orangefarbenen Strahlen machen aber immer noch ungefähr 48 Billionen Schwingungen in der Secunde mehr als die rothen. Bei der Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen folgen also die Stösse so ungeheuer rasch auf einander, dass das abwechselnde Stärker- und Schwächerwerden des Lichtes nicht unterschieden werden kann. Ebenso kann etwas den Combinationstönen Analoges hier nicht beobachtet werden. Die Interferenz der mittleren rothen und der mittleren violetten Strahlen bringt 291 Billionen Stösse in der Secunde hervor. Einzelne Stösse sind daher natürlich nicht zu unterscheiden; aber auch ihr Totaleindruck kann vom Auge nicht als eine besondere Farbe wahrgenommen werden, weil 367 Billionen Schwingungen in der Secunde die langsamsten sind, welche im Auge noch den Eindruck des Lichtes hervorbringen.

Fünfzehntes Capitel.

Beugung des Lichtes.

Geschichtliches[1]). Wir haben schon im §. 157 beiläufig erwähnt, dass zuerst Grimaldi 1665 die Ablenkung beobachtete, welche die Lichtstrahlen bei ihrem Vorübergange an den Rändern undurchsichtiger Körper erleiden. Sowohl die an den Schattenrändern wie die innerhalb des Schattens kleiner Gegenstände auftretenden Streifen sind von Grimaldi beschrieben worden. 358

Eine genaue experimentelle Studie dieser Beugungserscheinung rührt von Newton her, welcher das von einem Spalt kommende einfarbige Licht durch einen von zwei Messerschneiden gebildeten Spalt treten liess, dessen Breite und Gestalt er variirte.

Delisle beobachtete einen hellen Fleck in der Mitte des geometrischen Schattens eines kleinen, runden Schirmes.

Die erste wellentheoretische Erklärung der Beugungserscheinungen wurde von Thomas Young gegeben, welcher annimmt, dass die am Rande und in der Mitte des Schattens auftretenden Streifen durch die Interferenz der directen Strahlen mit den an den Rändern der beugenden Körper reflectirten Strahlen bezw. durch Interferenz der an den beiden Rändern „abgelenkten“ Strahlen entstehen. Ueber die Art der „Ablenkung“ spricht sich Young nicht näher aus.

In seiner ersten Arbeit erklärt Fresnel die Beugungsstreifen genau wie Thomas Young, ohne von dessen Arbeiten Kenntniss zu haben. Aber bald darauf schon führt Fresnel die wichtige Hypothese ein, dass das z. B. an einer engen Oeffnung gebeugte Licht nicht bloss von den Randstrahlen, sondern von allen die Oeffnung durchsetzenden Strahlen herrühre. Demgemäss nimmt Fresnel an, dass die einzelnen Punkte der Oeffnung die Centra neuer Kugelwellen

[1]) Vergl. E. Verdet, „Wellentheorie des Lichtes“. Deutsche Uebersetzung von Exner, Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn und Feussner's Darstellung der Beugung in Winkelmann's „Handbuch der Physik“.

sind, deren Strahlen unter einander interferiren können, und theilt die beugende Oeffnung in Elementarzonen, von denen jede am Orte der Interferenz die Wirkung der nächstfolgenden nahe aufhebt (vergl. §. 166). In der That vermochte Fresnel durch die Combination des Huygens'schen Principes der Elementarwellen mit dem Interferenzprincip von Young die Beugungserscheinungen im Grossen und Ganzen richtig zu erklären.

In einer classischen Experimentaluntersuchung führte Fraunhofer[1]) die Beugungserscheinungen auf ihre einfachste Form zurück, indem er mittelst Fernrohres auf die weit entfernte Lichtquelle einstellte und die beugenden Oeffnungen vor das Objectiv des Fernrohres brachte. So fand er die nach ihm benannten Beugungserscheinungen, von denen speciell die durch eine spaltförmige Oeffnung bezw. durch eine Reihe von äquidistanten und gleichbreiten Spaltöffnungen (Gitter) eine grosse Bedeutung gewonnen haben.

Herschel studirte die Phänomene, welche sowohl durch eine als auch durch mehrere dreieckige, quadratische und kreisförmige Oeffnungen hervorgebracht werden.

Hatte Fresnel selbst nur die einfachsten Fälle der nach ihm benannten Beugungserscheinungen rechnerisch behandelt, so dehnte Schwerd[2]), gestützt auf Fresnel's Annahmen, die Berechnungen beinahe auf alle möglichen Fälle aus. Auch die kreisförmige Oeffnung zog Schwerd in den Kreis seiner Berechnungen; indem er den Kreis als ein Vieleck auffasste, vermochte er die Erscheinung rechnerisch ziemlich genau wiederzugeben.

Die späteren Arbeiten von verschiedenen Physikern zielen meist darauf ab, die Rechnungsmethoden zu vereinfachen und zu verbessern. Hier sind zu nennen: Knochenhauer, Cauchy, Gilbert, Radicke, Littrow u. A.

Besonders hervorzuheben sind die Untersuchungen Lommel's über die kreisrunde Oeffnung bezw. den kreisrunden Schirm und die Arbeiten von G. Kirchhoff, welcher durch schärfere Fassung des Huygens-Fresnel'schen Princips (vergl. §. 165) eine neue Grundlage für die Behandlung der Reflexion, Brechung und Beugung des Lichtes geschaffen hat.

Die Bildentstehung im Fernrohre auf Grund der Beugung ist bearbeitet worden hauptsächlich von Bruns, Struve, Rayleigh und neuerdings von Karl Strehl (vergl. §. 178).

In das Capitel der Beugung gehören auch die Talbot'schen Streifen, welche entstehen, wenn man beim Beobachten des Spectrums

[1]) Fraunhofer, Neue Modification des Lichtes durch gegenseitige Einwirkung und Beugung der Strahlen und Gesetze derselben. Denkschriften d. Königl. Akademie d. Wissensch. zu München 1822, Bd. VIII.

[2]) Schwerd, „Die Beugungserscheinung aus den Fundamentalgesetzen der Undulationstheorie entwickelt etc." Mannheim 1835.

von der violetten Seite her die Pupille bis zur Hälfte durch ein durchsichtiges Glasblättchen bedeckt.

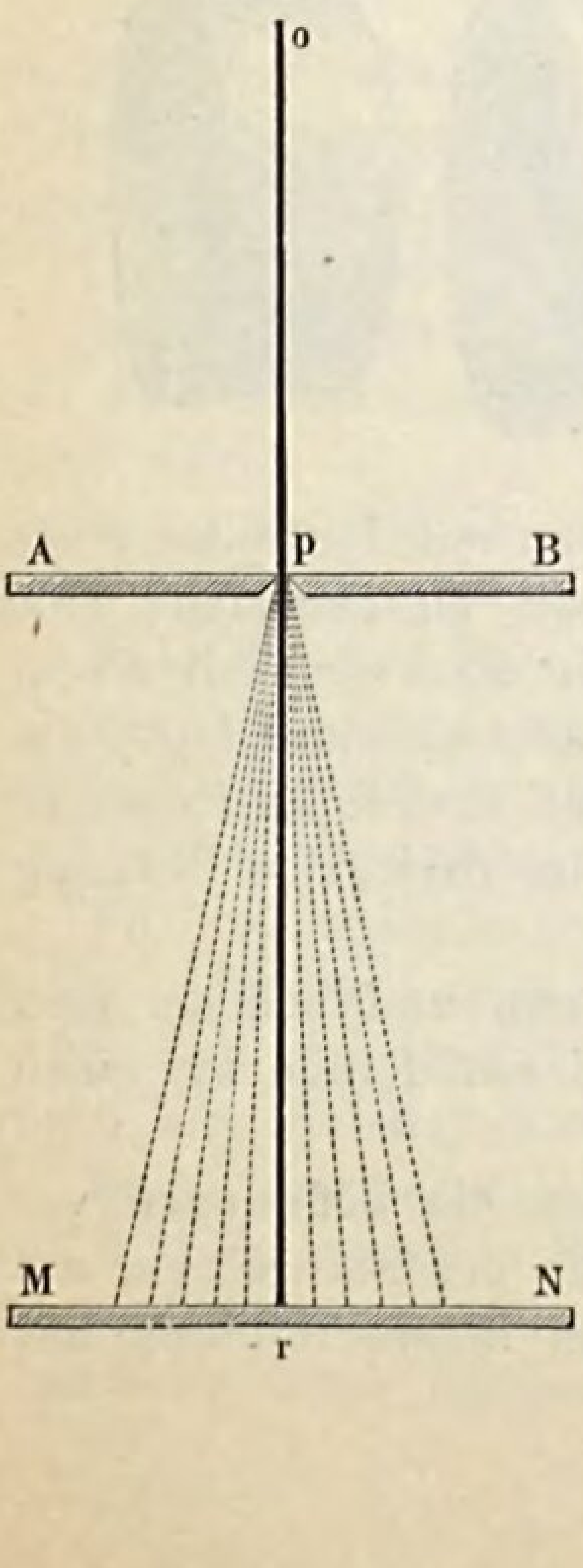
Quincke und Jochmann studirten die lamellaren Beugungserscheinungen, der Herzog von Chaulnes, Biot, Whewell und Quetelet die schon von Newton beobachteten Ringe an bestäubten Spiegeln. Die sogenannten Newton'schen „Staubringe" entstehen, wenn Licht an einem auf der Rückseite versilberten Spiegel reflectirt wird, dessen vordere Fläche bestäubt ist. Schläfli, Mousson, Stokes, Lommel und Exner haben sich mit dieser Erscheinung näher beschäftigt, welche durch die „Interferenz gebeugten Lichtes" zu erklären ist.

Um die Kenntniss der Beugung an Gittern haben sich verdient gemacht Mascart, Cornu und Rowland, welcher durch Einführung der sogenannten Concavgitter, bei denen die Striche statt auf ebene, auf cylindrische Metallflächen gezogen sind, die relative Wellenlängenbestimmung wesentlich gefördert hat.

Schliesslich sind noch die zahlreichen Versuche zu nennen, welche die Natur des gebeugten Lichtes zum Studium haben und sich mit der Lagenänderung der Polarisationsebene in Folge von Beugung beschäftigen.

Einfachste Beugungsphänomene. Lässt man durch eine 359
schmale verticale Spalte (Fig. 612) ein Bündel Sonnenstrahlen in horizontaler Richtung in ein dunkles Zimmer eintreten und fängt dieses Strahlenbündel op etwa 2 bis 3 m von der Spalte mit dem Schirme AB auf, in welchem sich parallel mit der ersten eine ungefähr 1 mm weite Spalte p befindet, so kann man das durch diese zweite Oeffnung hindurchgegangene Licht auf einem weissen Schirme MN in einiger Entfernung auffangen. Man sieht aber unter diesen Umständen nicht bloss einen einfachen weissen Streifen bei r, wie es der Fall sein müsste, wenn sich das Licht unbedingt nur in gerader Linie fortpflanzen würde, sondern man sieht ausser einem hellen Streifen, der aber weit breiter ist als die Spalte bei p, zu beiden Seiten noch mehrere andere, durch dunkle Zwischenräume getrennte Lichtstreifen. Hinter der Spalte p breitet sich also das Licht auch nach den Seiten hin aus, eine Thatsache, welche wir bereits im §. 168 u. ff. ausführlich beleuchtet haben.

Fig. 612.



Auf ähnliche Weise kann man die Streifen im Schatten schmaler Körper beobachten.

Fresnel ersann eine andere Beobachtungsmethode, welche die Streifen ungleich deutlicher und schärfer zeigt, als es bei dem Auffangen auf einem Schirme möglich ist; als Lichtquelle benutzte er die im Brennpunkte einer gewöhnlichen oder in der Brennlinie einer Cylinderlinse concentrirten Sonnenstrahlen und betrachtete die Beugungserscheinungen durch eine Lupe ganz in der Weise, die wir schon bei Versuchen mit den Fresnel'schen Interferenzspiegeln kennen gelernt haben.

Fraunhofer setzte, wie schon erwähnt, die beugende Oeffnung unmittelbar vor das Objectiv eines Fernrohres und sah durch dasselbe nach der Lichtquelle hin. Diese Beobachtungsmethode ist unstreitig die vollkommenste und theoretisch einfachste.

Die einfachsten Vorrichtungen zur Beobachtung der Beugungserscheinungen hat Schwerd angegeben. Die wesentlichste Erleichterung besteht darin, dass er das dunkle Zimmer entbehrlich machte; einen Lichtpunkt liefert ihm ein innen geschwärztes Uhrglas oder ein Metallknopf, eine Lichtlinie ein innen geschwärztes Glasröhrchen.

Falls die Oeffnungen sehr fein sind, so sieht man die Beugungserscheinungen schon sehr schön, wenn man die Oeffnung unmittelbar vor das Auge hält und nach dem Lichtpunkte hinschaut. Solche feine Oeffnungen kann man nach Schwerd's Angaben am leichtesten in Stanniolblättchen machen. Kreisförmige Oeffnungen macht man mit Hülfe einer feinen Nadel. Legt man ein

Fig. 613.

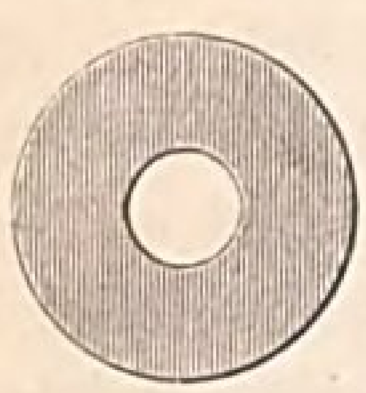
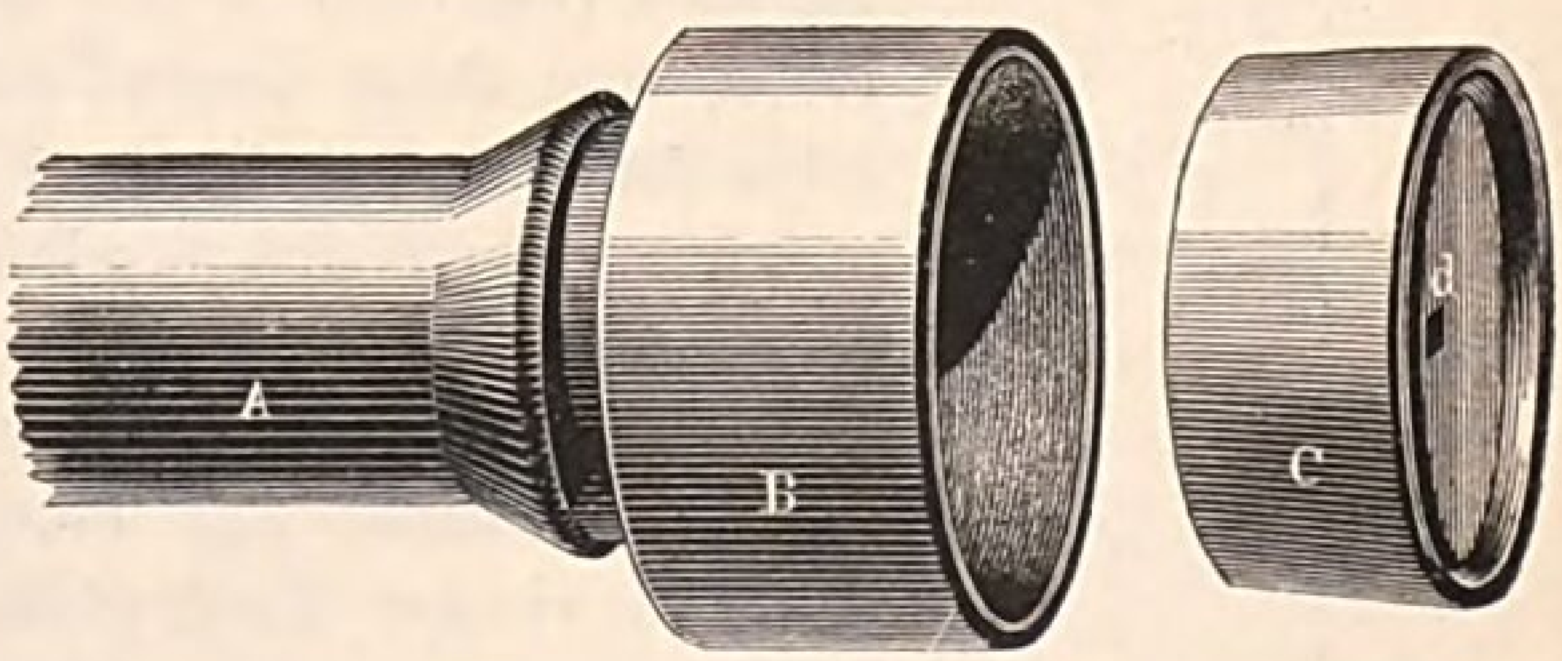


Fig. 614.



Blättchen Stanniol auf eine Glasplatte, so kann man mit der Spitze eines scharfen Federmessers einen kurzen feinen Spalt einschneiden; eine parallelogrammatische Oeffnung erhält man, wenn man zwei mit einem feinen Spalt versehene Stanniolblättchen quer über einander legt; um eine dreieckige Oeffnung zu erhalten, legt man drei Stanniolblättchen so auf einander, dass ihre Ränder nur eine sehr kleine dreieckige Oeffnung zwischen sich lassen.

Um die Stanniolblättchen gehörig zu schützen und bequem zum Versuche anwenden zu können, werden sie mit ihrem Rande auf einen Ring (Fig. 613) von Messingblech aufgeklebt.

Fig. 614 zeigt die Art und Weise, wie man die Oeffnungen vor dem Fernrohre anbringt. *A* ist das Objectivende des Fernrohres, auf welches ein Holzring *B* aufgesteckt wird, dessen innere Höhlung mit

Leder ausgefüttert ist, damit der etwas conische Holzring *C* ganz genau hineinpasst. In diesen letzteren Ring ist der Messingrahmen mit dem Stanniolblatte *d* eingelassen, in welches die Oeffnungen eingeschnitten sind.

Wenn man mit dem Fernrohre beobachtet, muss es so weit ausgezogen werden, dass man den Lichtpunkt deutlich sieht; auch bei der Beobachtung mit blossem Auge muss man den Lichtpunkt fixiren, weshalb ein kurzsichtiges Auge mit einer Brille bewaffnet werden muss.

In Fig 615 ist die Erscheinung abgebildet, welche man wahrnimmt, wenn man durch eine schmale Spalte nach einer Lichtlinie hinsieht, und zwar für den Fall, dass man nicht weisses, sondern e i n f a r b i g e s Licht anwendet, also z. B. durch ein rothes Glas sieht. In der Mitte

Fig. 615.

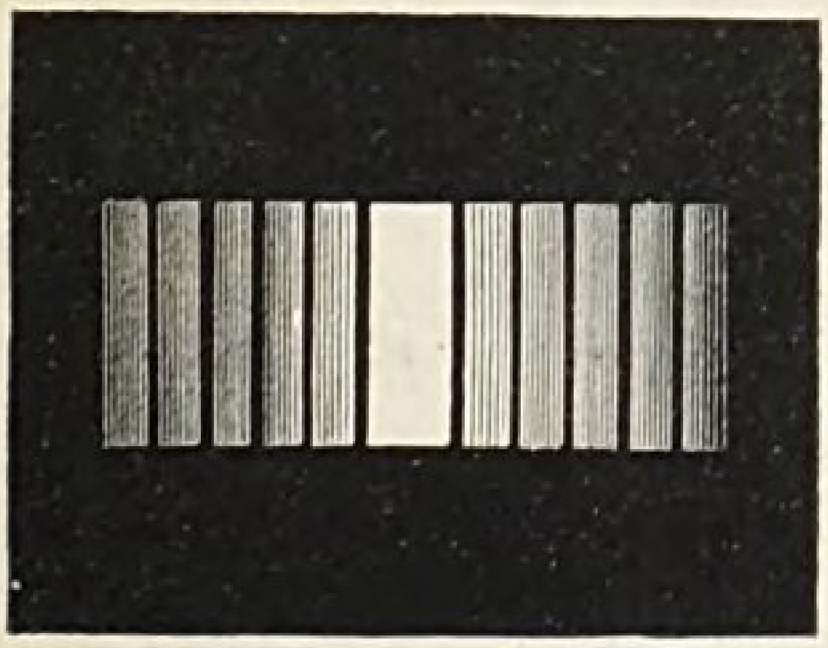
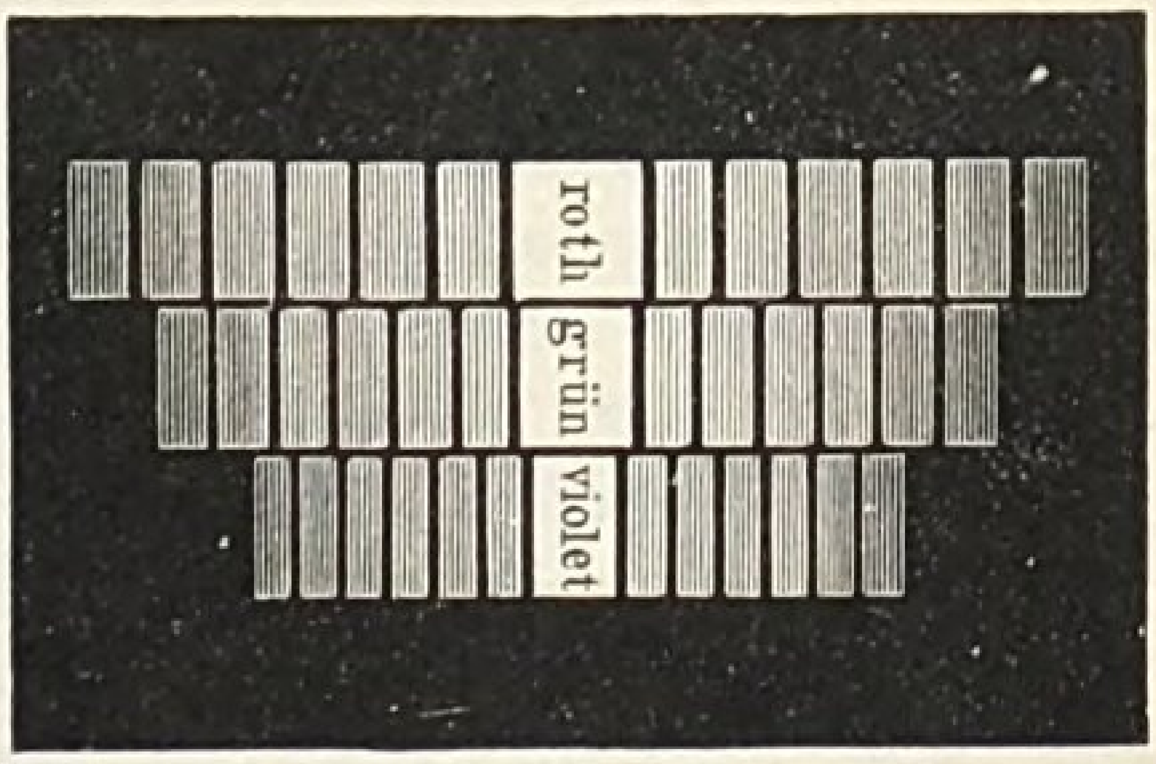


Fig. 616.



der ganzen Erscheinung sieht man einen sehr hellen Streifen, dem zu beiden Seiten, immer durch dunkle Zwischenräume getrennt, andere folgen, deren Lichtstärke sehr merklich abnimmt, je weiter sie von der Mitte entfernt sind.

Es ist dies dieselbe Figur, welche auf dem Schirme erscheint, wenn man den Versuch in der Weise anstellt, wie es durch Fig. 616 angedeutet wird.

Fig. 2 auf Taf. IV. stellt das Beugungsbild einer einfachen schmalen Spalte für homogenes Licht in vergrössertem Maassstabe dar.

Nach F r a u n h o f e r nennt man diese Seitenbilder S p e c t r a e r s t e r C l a s s e bezw. O r d n u n g. Sie werden um so schmaler, je weiter die Oeffnung ist, deshalb sind sie auch bei einigermaassen breiten Spalten mit blossem Auge nicht mehr sichtbar.

Für rothes Licht erscheinen diese Streifen breiter als für andere Farben. Fig. 616 zeigt, in welchem Verhältnisse die Streifen schmaler werden und einander näher rücken, wenn man statt des rothen Lichtes grünes oder violettes anwendet.

Durch eine parallelogrammatische Oeffnung von der bei *O*, Fig. 617 (a. f. S.), dargestellten Form sieht man, nach einem Lichtpunkte hinschauend, die nebenbei abgebildete Beugungsfigur, durch eine kreisförmige

Oeffnung einen hellen Fleck mit concentrischen Ringen umgeben (Fig. 618), durch eine dreieckige Oeffnung sieht man einen sechsseitigen Stern. Wir

Fig. 617.

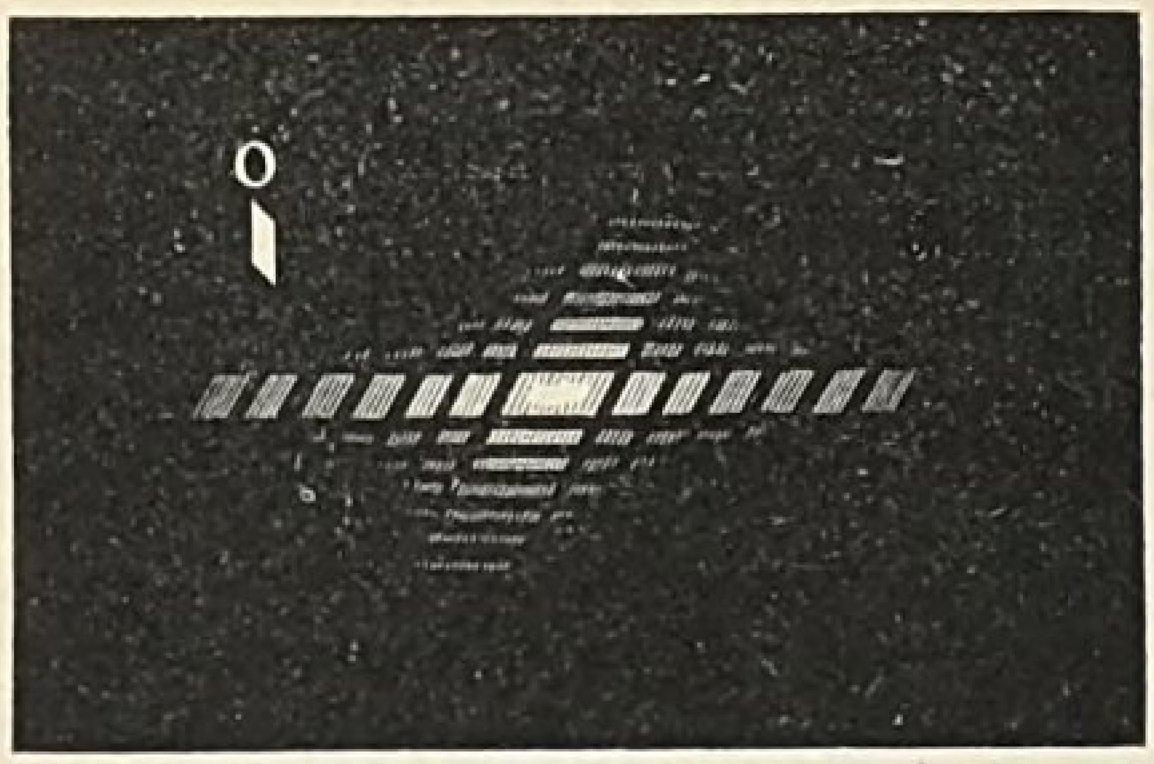
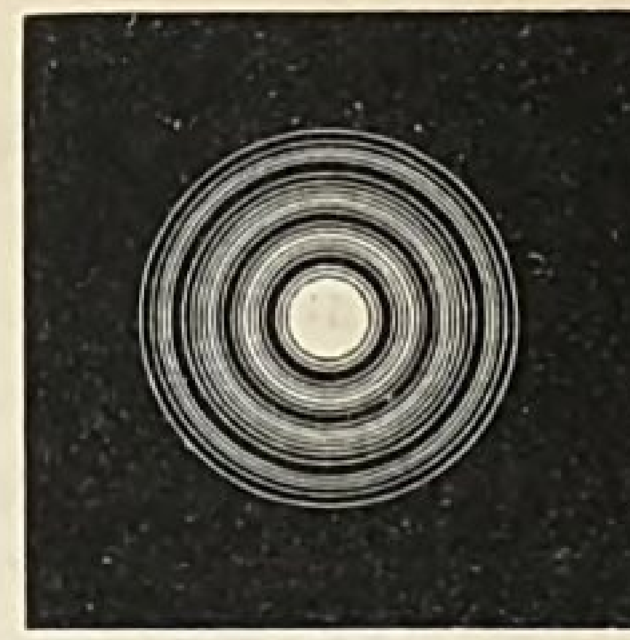


Fig. 618.



gehen hier auf die genauere Beschreibung der Phänomene nicht ein, weil sie sich ohnehin aus der Theorie derselben ergeben wird.

360 **Erklärung der an einem rechteckigen Spalt auftretenden Beugungserscheinung.** Wenn das Licht von einem hinlänglich weit entfernten Punkte senkrecht auf die Ebene des Schirmes AB, Fig. 1, Taf. IV, fällt, in welchem sich die Oeffnung CD befindet, so kann man alle in dieser Oeffnung befindlichen Aethertheilchen als gleichweit von der Lichtquelle entfernt betrachten; alle diese Aethertheilchen befinden sich also in gleichen Schwingungszuständen. Gemäss den in §. 158 über das Huygens'sche Princip gegebenen Erläuterungen pflanzt jedes dieser Aethertheilchen seine Vibrationen jenseits des Schirmes nach allen Seiten hin fort, als ob es ein selbstleuchtendes Theilchen wäre; die Stärke der Erleuchtung in irgend einem Punkte s eines zweiten Schirmes MN hängt also nur davon ab, welche Wirkung durch die Interferenz aller in s zusammentreffenden, von den verschiedenen Punkten der Oeffnung CD ausgehenden elementaren Strahlen hervorgebracht wird.

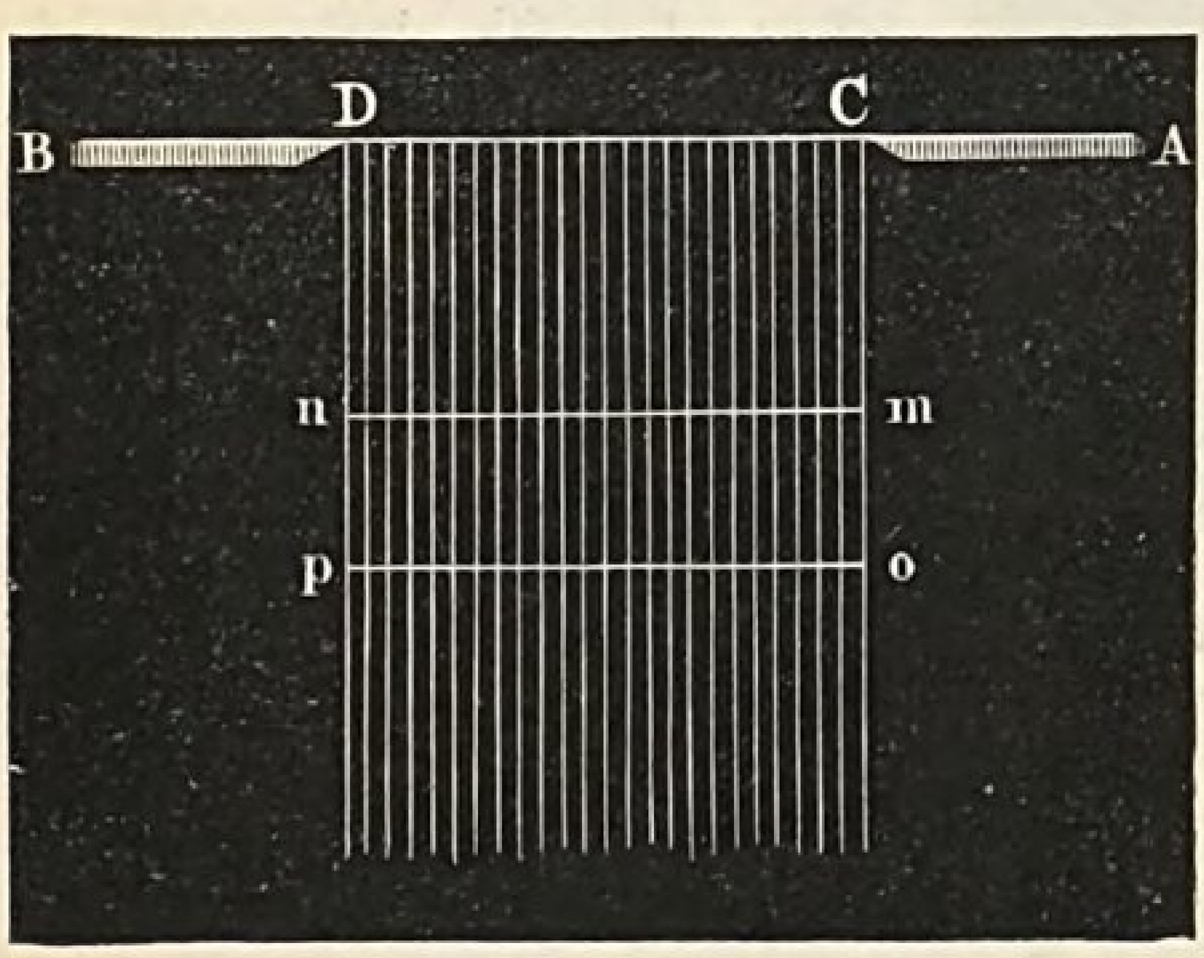
Wenn man eine enge Spalte dicht vor das Auge hält, welches wir als fernsichtig annehmen wollen, so werden alle Strahlen, welche von den verschiedenen Punkten der Spalte einander parallel ausgehen, in einem Punkte der Netzhaut vereinigt; in diesem Falle also haben wir es mit Bündeln von Strahlen zu thun, welche unter sich parallel von der engen Oeffnung ausgehen. Auch wenn die Oeffnung vor dem Objective eines Fernrohres angebracht ist, werden alle diejenigen Strahlen zur Interferenz kommen, welche als ein Bündel paralleler Strahlen von der Oeffnung auf das Objectiv fallen; denn alle Strahlen eines solchen Bündels werden in der Brennweite des Objectivs in einem Punkte vereinigt; die sich hier bildende Erscheinung wird dann durch das Ocular vergrössert gesehen.

Wenn man die Beugungsfigur auf einem Schirme auffängt, ist die Entfernung des Schirmes MN (Fig. 1, Taf. IV) von AB so gross, im

Vergleich zu der Breite der Spalte (es ist z. B. die Entfernung des Schirmes 2 m, die Breite des Spaltes $^1/_2$ mm), dass man ohne merklichen Fehler die von C und D aus nach einem Punkte s des Schirmes convergirenden Strahlen auch hier als parallel annehmen kann; wir haben also nur zu untersuchen, unter welchen Umständen alle Elementarstrahlen eines von CD ausgehenden parallelen Strahlenbündels sich gegenseitig unterstützen oder vernichten.

Betrachten wir zuerst ein solches Strahlenbündel, welches sich rechtwinkelig zu CD, also in der Richtung der einfallenden Strahlen auch jenseits der Oeffnung, fortpflanzt, wie dies in Fig. 619 der Fall ist. Da bei weit entferntem Lichtpunkte alle Aethertheilchen in CD sich in gleichen Schwingungszuständen befinden, so wird dies auch für alle Aethertheilchen der Fall sein, welche auf einer Linie mn, op u. s. w. liegen, die auf der Richtung der Strahlen rechtwinkelig steht; sind diese auf dem parallelen Lichtbündel senkrecht stehenden Flächen doch Wellenflächen (§. 163) desselben. Die Strahlen dieses Bündels werden also, in unendlicher Entfernung zusammentreffend, sich gegenseitig unterstützen; ebenso werden die Strahlen dieses Bündels bei ihrer Vereinigung in einem Punkte der Netzhaut oder in der Brennweite des Objectivs eine Vibrationsamplitude erzeugen, welche der Summe der Vibrationsamplituden aller elementaren Strahlen gleich ist.

Fig. 619.



Um die Intensitätsverhältnisse des Beugungsbildes berechnen zu können, wollen wir uns die ganze Breite des Spaltes in sechzehn gleiche Theile getheilt denken und die Intensität eines Bündels paralleler Strahlen, welches von einem solchen Theile der Oeffnung ausgeht, mit a bezeichnen.

Die sechzehn elementaren Strahlenbündel, welche, wie Fig. 619 zeigt, rechtwinkelig zur Spaltebene sich fortpflanzen, und für welche der Gangunterschied gleich 0 ist, werden durch ihr Zusammenwirken eine Vibrationsamplitude $16a$ hervorbringen; wir haben also für die Intensität I des Lichtes in der Mitte des Beugungsbildes, gemäss §. 161, den Werth

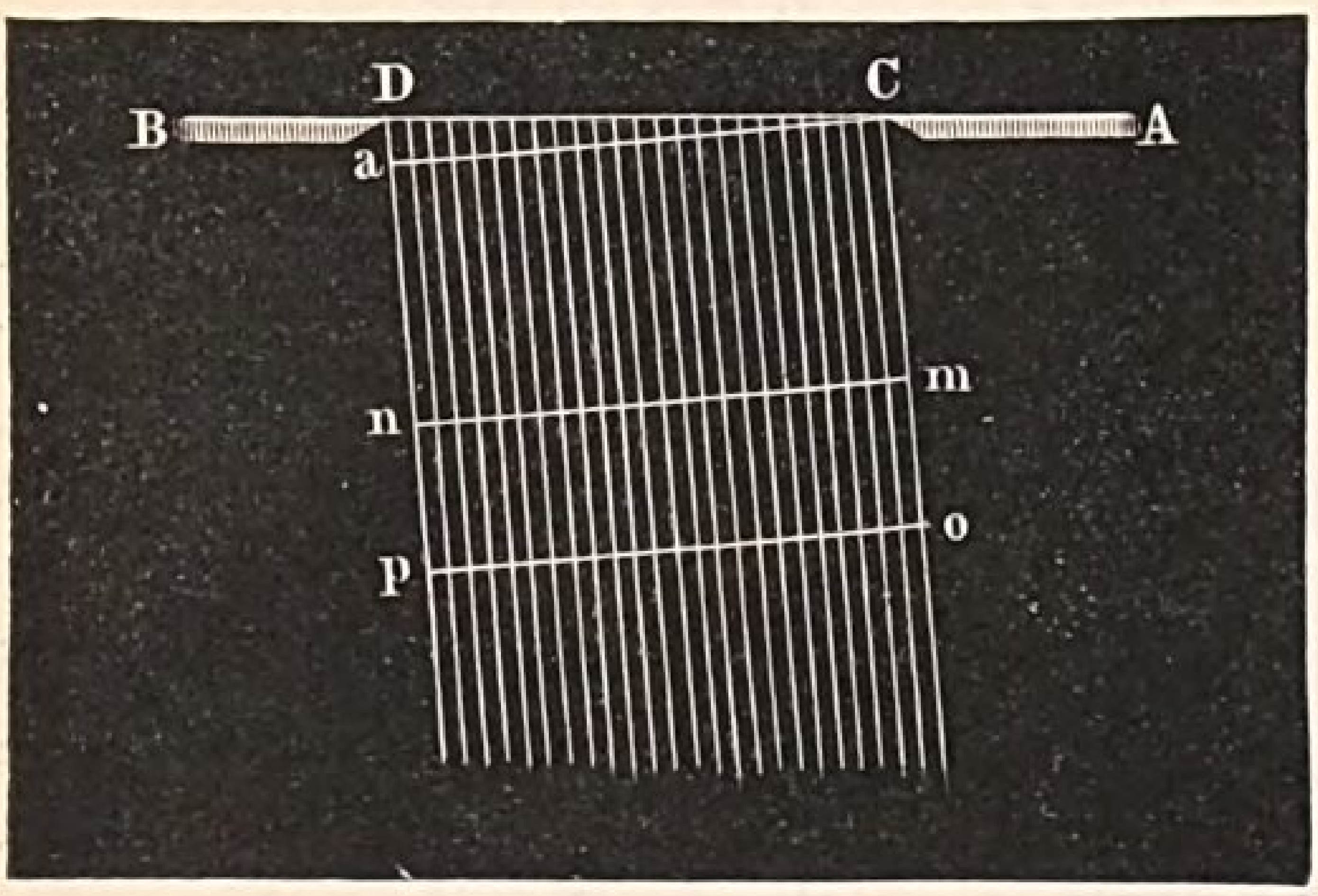
$$I = 16^2 a^2 = 256 a^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Betrachten wir nun das von der Beugungsspalte CD ausgehende Bündel paralleler Strahlen, welches wie in Fig. 620 (a. f. S.) so gegen die Ebene der Oeffnung geneigt ist, dass der Fusspunkt a eines von C auf den von D ausgehenden Strahl gefällten Perpendikels Ca gerade um eine halbe Wellenlänge (λ) von D entfernt ist, so dass also Da gerade eine

halbe Wellenlänge beträgt; hier werden sich stets die entsprechenden Punkte der von C und D ausgehenden Randstrahlen, wie m und n, o und p u. s. w., in entgegengesetzten Schwingungszuständen befinden.

Um die Intensität des Lichtes zu ermitteln, welche diesem Strahlenbündel im Beugungsbilde entspricht, denken wir uns die Spaltöffnung CD wieder in sechzehn gleiche Theile getheilt und von jedem dieser Theile ein elementares Strahlenbündel von der Vibrationsamplitude a nach der bezeichneten Richtung ausgehend. — Da der Gangunterschied der Randstrahlen eine halbe Wellenlänge ist, so ist der Gangunterschied für je zwei dieser elementaren Strahlenbündel, welche unmittelbar neben einander liegen, $^1/_{32}$ Wellenlänge; für die Vibrationsamplitude A, welche durch das Zusammenwirken zweier benachbarter elementarer Strahlenbündel erzeugt wird, haben wir also nach der Gleichung (6) auf S. 425 den Werth

Fig. 620.



$$A = a\sqrt{2 + 2\cos(11^0\,15')} = a\sqrt{3{,}962} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

da ja hier $\frac{x}{\lambda} = \frac{1}{32}$ und $\frac{2\pi}{32} = \frac{180}{16} = 11^0\,15'$ ist.

Der Gangunterschied für zwei solcher neben einander liegenden Doppelbündel, deren Vibrationsamplitude wir mit A bezeichnet haben, beträgt $^1/_{16}$ Wellenlänge, und demnach ergiebt sich für die Vibrationsamplitude B, welche durch das Zusammenwirken zweier neben einander liegender Doppelbündel erzeugt wird:

$$B = A\sqrt{2 + 2\cos(22^0\,30')} = A\sqrt{3{,}848} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

da ja $\frac{x}{\lambda} = \frac{1}{16}$ und $\frac{2\pi}{16} = 22^0\,30'$ wird. Dieser Werth von B ist aber nichts anderes, als die Vibrationsamplitude, welche durch das Zusammenwirken von vier der elementaren, der Reihe nach neben einander liegenden Strahlenbündel erzeugt wird, von denen wir angenommen haben, dass ihrer sechzehn die Breite der Beugungsspalte ausfüllen.

In gleicher Weise fortschliessend, finden wir für die Vibrationsamplitude C, welche durch das Zusammenwirken von acht der Reihe nach neben einander liegenden elementaren Strahlenbündeln erzeugt wird

$$C = B\sqrt{2 + 2\cos 45^0} = B\sqrt{3{,}414} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

und endlich für die Vibrationsamplitude D, welche erzeugt wird durch das Zusammenwirken aller sechzehn elementaren Strahlenbündel, die von der Beugungsspalte in der eben besprochenen Richtung ausgehen:

$$D = C\sqrt{2 + 2\cos(90^0)} = C\sqrt{2} \quad \ldots \ldots \quad 5)$$

Substituirt man für A seinen Werth $a\sqrt{3{,}962}$ in Gleichung 3), ferner den so erhaltenen Werth von B in Gleichung 4) und endlich den Werth von C in Gleichung 5), so wird

$$D = a\sqrt{3{,}962\,.\,3{,}848\,.\,3{,}414\,.\,2.}$$

Die Lichtintensität I_1, welche die Gesammtwirkung des ganzen Strahlenbündels in dem hier besprochenen Falle hervorbringt, ist also

$$I_1 = D^2 = 104{,}1\,a^2,$$

oder wenn wir für a^2 seinen Werth aus Gleichung 1) substituiren,

$$I_1 = 0{,}406\,I \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 6)$$

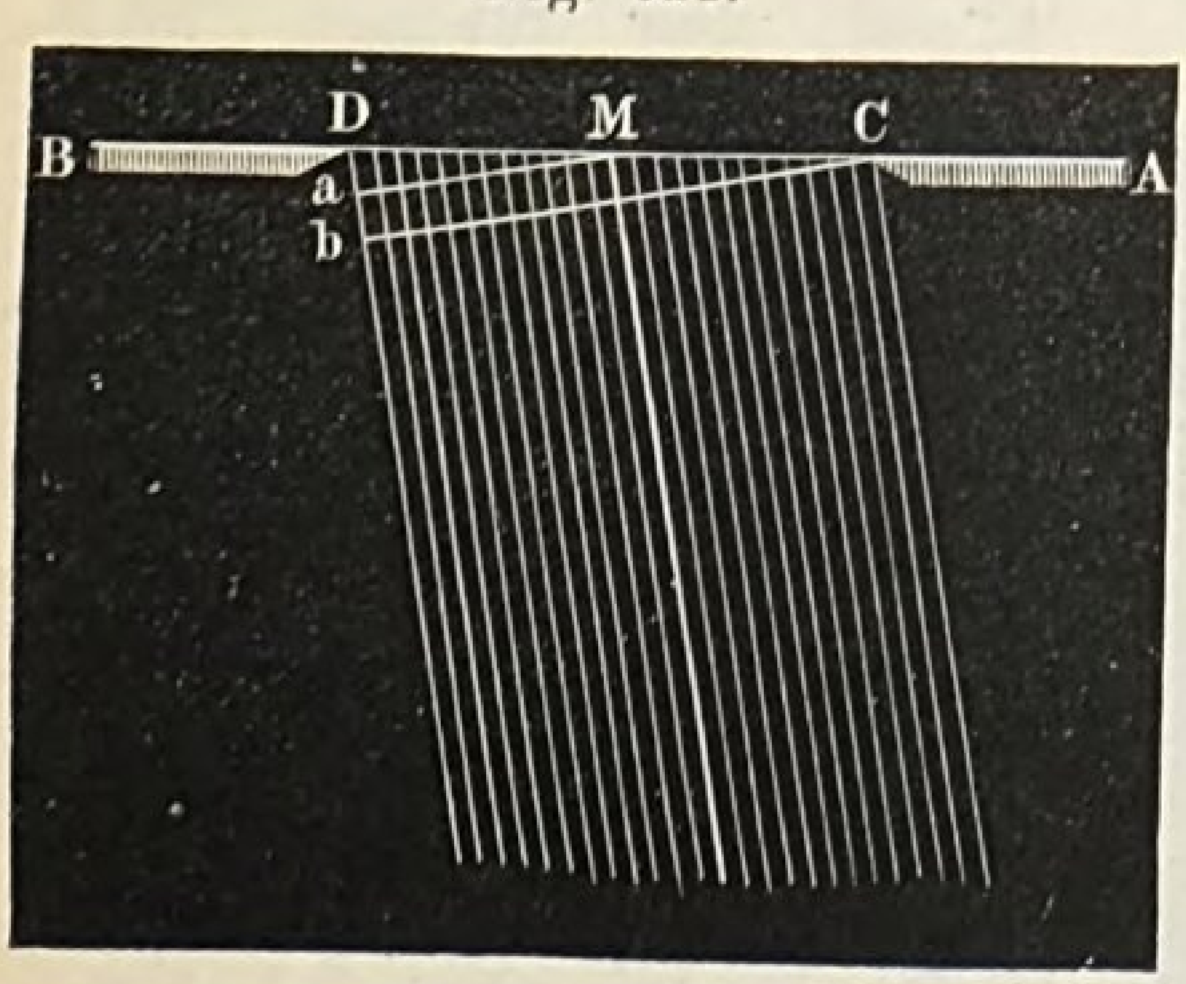
Dieser Werth von I_1 ist freilich nur ein angenäherter; man würde ihn genauer erhalten haben, wenn man dieselbe Schlussweise für den Fall durchgeführt hätte, dass die Breite der Spalte von vornherein in 32 gleiche Theile getheilt gewesen wäre. Uebrigens ist der Näherungswerth in Gleichung 6) vollkommen genügend, da man mit Hülfe der Integralrechnung den Werth

$$I_1 = 0{,}4053\,I \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 7)$$

findet.

Dasjenige Bündel paralleler Strahlen also, welches mit der Ebene des Spaltes einen solchen Winkel bildet, dass der Gangunterschied der Randstrahlen eine halbe Wellenlänge beträgt, erzeugt an der entsprechenden Stelle des Beugungsbildes eine Lichtstärke, welche sehr nahe 0,4 von der Lichtstärke in der Mitte des Beugungsbildes ist.

Fig. 621.

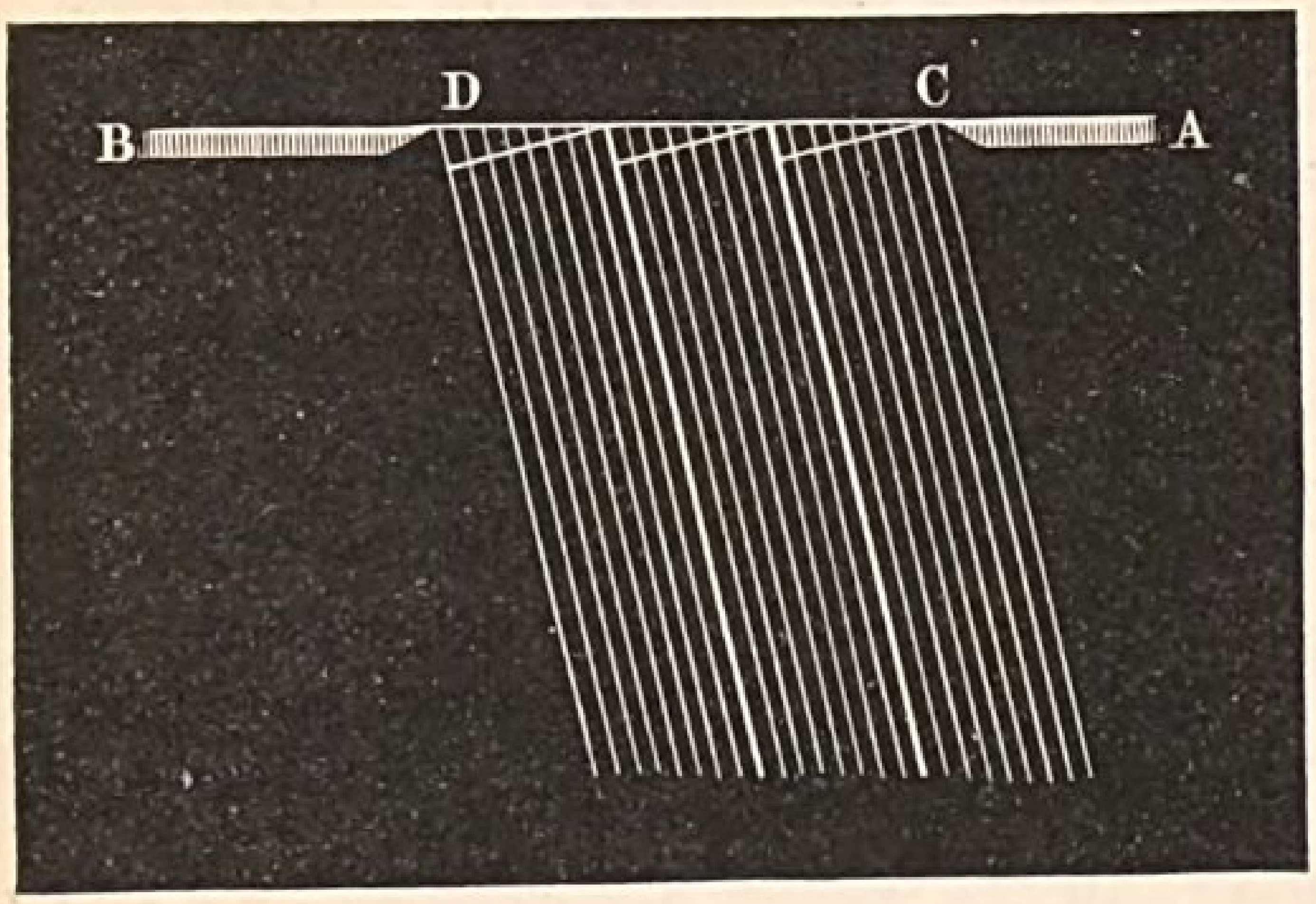


Ein Strahlenbündel, welches, wie in Fig. 621, so gegen die Ebene der Spalte geneigt ist, dass der Gangunterschied Db der Randstrahlen zwei halbe Wellenlängen beträgt, kann man sich in zwei gleiche Theile zerlegt denken; der von D ausgehende Randstrahl ist alsdann mit dem von der Mitte M ausgehenden in seinem Gange um eine halbe Wellenlänge verschieden, beide Strahlen werden also ihre Wirkung gegenseitig vernichten; derselbe Gegensatz findet aber auch zwischen dem ersten, zweiten, dritten etc. Strahle des von der einen Hälfte DM der Oeffnung

ausgehenden Strahlenbündels und den entsprechenden Strahlen des von der anderen Hälfte MC ausgehenden Strahlenbündels statt, die Totalwirkung ist also in diesem Falle gleich Null.

Gehen wir nun zur Betrachtung desjenigen von der Spalte ausgehenden Bündels paralleler Strahlen über, welches so gegen die Ebene der Spalte geneigt ist, dass der Gangunterschied der Randstrahlen drei halbe Wellenlängen beträgt, so kann man sich das ganze Strahlenbündel in drei gleiche Theile getheilt denken, wie Fig. 622 zeigt, und es findet dann zwischen den entsprechenden Strahlen der beiden ersten Drittel ein vollkommener Gegensatz statt; sie vernichten sich also gegenseitig, und nur die Strahlen des letzten Drittels bringen eine Wirkung hervor. Die Vibrationsamplitude, welche durch dieses letzte Drittel hervorgebracht wird, ist offenbar dreimal schwächer als die Vibrationsamplitude in dem durch Fig. 620 dargestellten Falle. Daraus folgt aber, dass die gesammte Lichtintensität I_3, welche dasjenige Strahlenbündel im Beugungsbilde erzeugt, für welches der Gangunterschied der Randstrahlen drei halbe Wellenlängen beträgt,

Fig. 622.

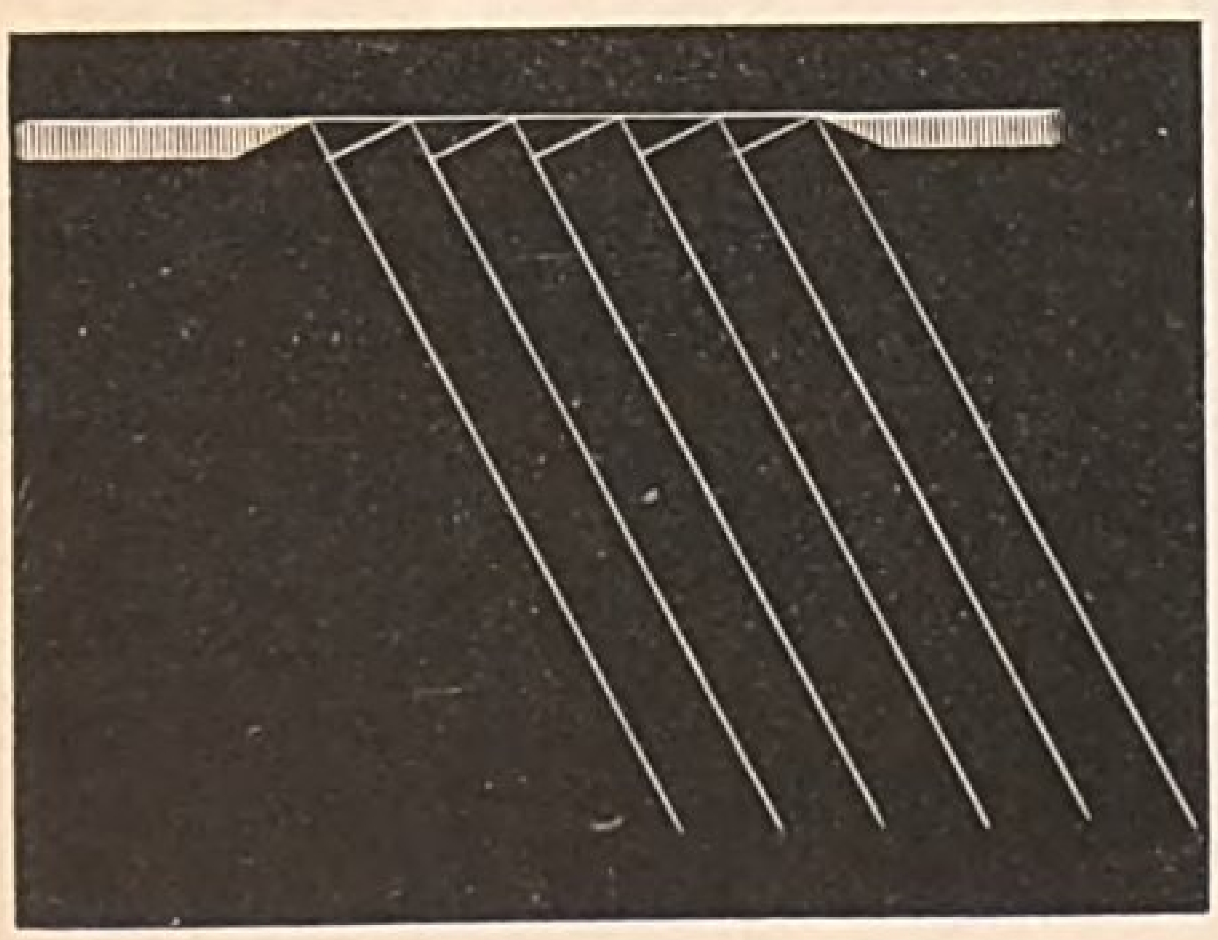


$$I_3 = \frac{1}{9} I_1 = 0{,}045\ I$$

ist.

Beträgt der Gangunterschied der Randstrahlen vier halbe Wellenlängen, Fig. 623, so ist die Lichtintensität, welche durch das Zusammenwirken aller Strahlen dieses Bündels hervorgebracht wird, abermals Null.

Fig. 623.



Auf dieselbe Weise kann man weiter schliessen, und man wird finden, dass die Totalwirkung aller Strahlen eines gebeugten Bündels jedesmal Null ist, wenn die Differenz im Gange der Randstrahlen ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt; so oft aber der Gangunterschied der Randstrahlen ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist, wird immer noch ein Theil der Strahlen zur Wirkung kommen, allein diese Wirkung ist um so geringer, je grösser der Gangunterschied der Randstrahlen wird.

Aus diesen Betrachtungen lässt sich nun leicht die ganze Erscheinung ableiten, wie man sie durch eine Spalte wahrnimmt.

Der Gangunterschied der Randstrahlen eines gebeugten Lichtbündels hängt offenbar von dem Winkel ab, den das gebeugte Strahlenbündel mit der Richtung der einfallenden Strahlen bildet. So lange nun die Ablenkungswinkel klein sind, wie dies bei diesen Versuchen der Fall ist (in der Figur ist dieser Winkel wegen der Deutlichkeit viel grösser angenommen), kann man den Gangunterschied der Randstrahlen ohne merklichen Fehler dem Ablenkungswinkel proportional setzen. Wenn also für einen Ablenkungswinkel b die Differenz im Gange der Randstrahlen zwei halbe Wellenlängen beträgt, so wird die Differenz im Gange der Randstrahlen vier halbe, sechs halbe, acht halbe etc. Wellenlängen betragen, wenn der Ablenkungswinkel $2b$, $3b$, $4b$ etc. ist.

Daraus folgt nun, dass in dem durch eine enge Spalte erzeugten Beugungsbilde in der Mitte ein heller Streifen sichtbar sein muss, auf welchen zu beiden Seiten eine Reihe heller und dunkler Streifen in der Weise auf einander folgen, dass je zwei Minima der Lichtstärke immer um gleiche Abstände von einander entfernt sind, wie dies auch in Fig. 2, Taf. IV, der Fall ist. Ist die Entfernung des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes auf jeder Seite gleich n, so ist die Entfernung des zweiten, dritten, vierten etc. dunklen Streifens $2n$, $3n$, $4n$ etc., also der Zwischenraum zwischen je zwei dunklen Streifen stets gleich n; die Entfernung des ersten dunklen Streifens auf der linken Seite von dem ersten auf der rechten ist dagegen gleich $2n$, da ja die Entfernung eines jeden von der Mitte des Bildes gleich n ist.

Zwischen je zwei dunklen Streifen liegen die hellen Stellen des Bildes. Alle Seitenspectra sind gleich breit, weil ja die sie begrenzenden dunklen Streifen in gleichen Abständen auf einander folgen, nur das Mittelbild ist doppelt so breit als alle übrigen.

Man kann leicht die Entfernung der dunklen Streifen in dem auf einem Schirme aufgefangenen Beugungsbilde messen und sich dadurch von der Richtigkeit des oben ausgesprochenen Resultates überzeugen.

Bestimmung der Wellenlänge mittelst der Beugungserscheinung an einer Oeffnung. 361 Die eben besprochenen Verhältnisse enthalten alle Data, um danach die Länge der Lichtwellen zu berechnen. Offenbar sind die Dreiecke rms und CaD (Fig. 1, Taf. IV) ähnlich, und zwar verhält sich

$$rm : rs = Da : Ca,$$

wo Ca gleich der Länge einer Lichtwelle λ ist, wenn s die Stelle des Beugungsbildes bezeichnet, wo von der Mitte an gerechnet der erste dunkle Streifen entsteht. Bezeichnen wir ausserdem die Spaltbreite, welche nicht merklich von Da verschieden ist, mit p, die halbe Breite

des mittleren Beugungsbildes rs mit b und die Entfernung des Schirmes von der Spalte rm mit e, so erhält man aus obiger Proportion

$$\lambda = \frac{b \cdot s}{e}.$$

Bei einem derartigen Versuche ergab sich unter Anwendung rothen Lichtes

$$p = 0{,}5\,\text{mm}$$
$$b = 2\ \ \text{mm}$$
$$e = 1500\,\text{mm},$$

so dass für die Wellenlänge (λ_r) des rothen Lichtes folgt:

$$\lambda_r = \frac{2 \times 0{,}5}{1500} = 0{,}000667\,\text{mm}.$$

Für blaues Licht erhielt man

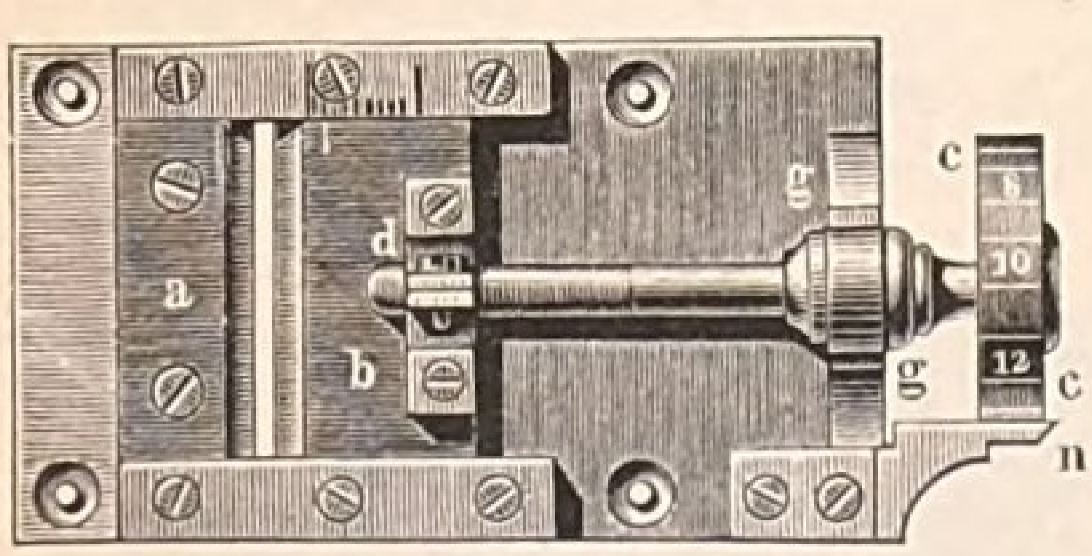
$$b = 1{,}4\,\text{mm},$$

woraus sich für die Wellenlänge (λ_b) des blauen Lichtes ergiebt:

$$\lambda_b = \frac{1{,}4 \times 0{,}5}{1500} = 0{,}000466\,\text{mm}.$$

Unter den zur Berechnung der Wellenlänge nöthigen Messungen ist die der Breite der Spalte am schwierigsten. Um dieselbe mit möglichster Genauigkeit messen zu können, hat man der Beugungsspalte die in Fig. 624 dargestellte Einrichtung gegeben. Die Spalte wird durch zwei Stahlplatten[1]) gebildet, von denen die eine a auf einer hinter der Spalte durchbrochenen Messingplatte befestigt ist, während die zweite b durch eine Mikrometerschraube verschoben werden kann, so dass man innerhalb gewisser Grenzen der Spalte jede beliebige Breite zu geben im Stande ist. Um die Breite der Spalte genau messen zu können, muss man die Höhe des Schraubenganges kennen, und ferner muss der Kopf der Schraube mit einer Theilung versehen sein, welche gestattet, noch Unterabtheilungen einer ganzen Umdrehung abzulesen (vergl. das Ocularmikrometer im §. 336).

Fig. 624.



$\frac{1}{2}$

Die Breite solcher Spalten, welche nicht durch eine Mikrometerschraube veränderlich sind, wird wohl um besten unter dem Mikroskop gemessen.

Noch genauer als nach der eben angegebenen Methode lässt sich die Länge der Lichtwelle auf folgende Weise bestimmen:

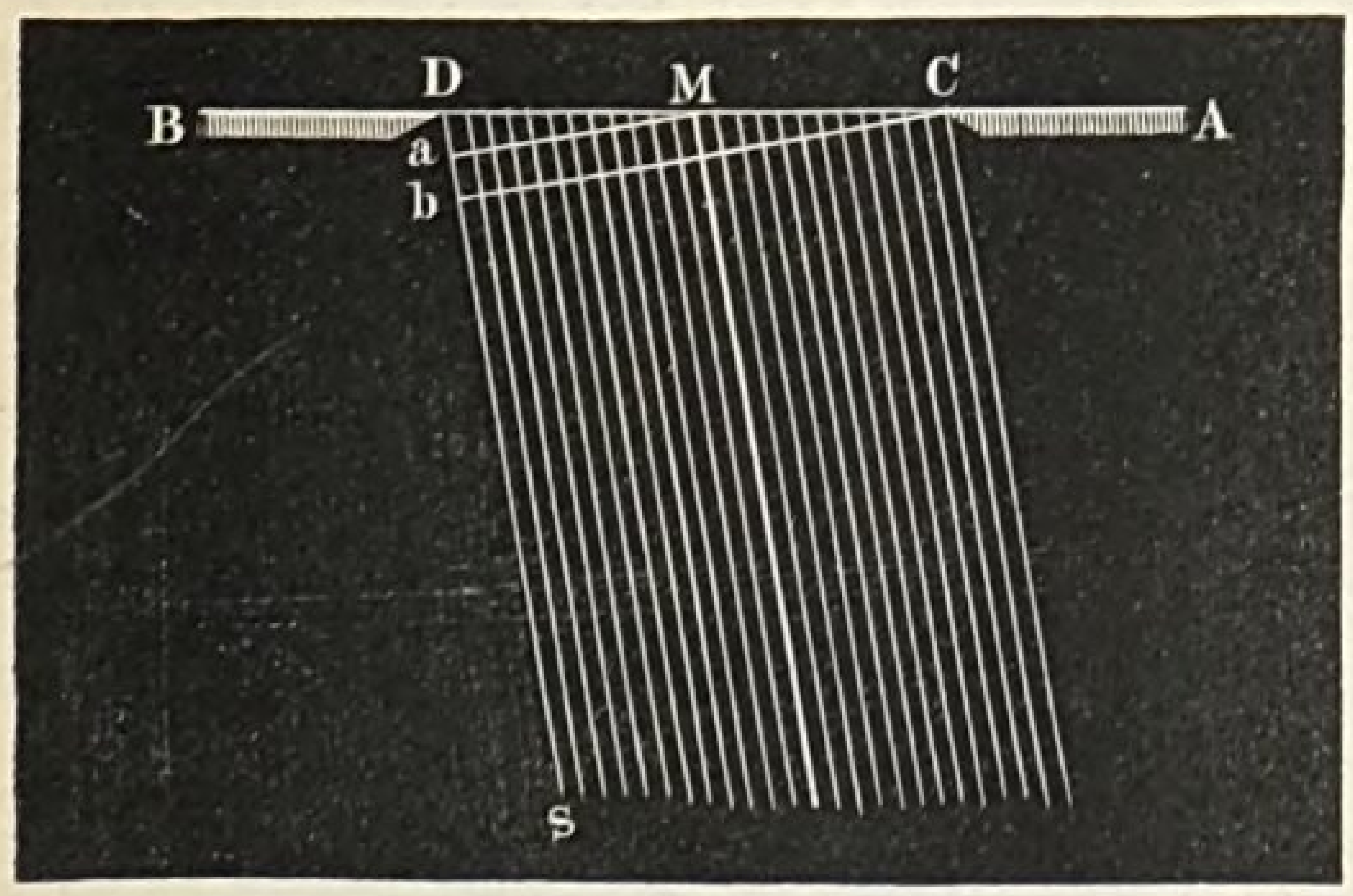
[1]) Ganz neuerdings hat man die Schneiden des Spaltes auch aus Quarz gefertigt und denselben eine prismatische Form gegeben.

Wenn man die beugende Spalte vor das Objectiv des Fernrohres eines Spectrometers bringt, welcher die Winkel noch bis auf eine Secunde angiebt, so kann man leicht die Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes messen; man stellt zu diesem Zwecke das Fernrohr zuerst so, dass der verticale Faden des Fadenkreuzes genau durch die Mitte des Beugungsbildes geht, und dreht es alsdann aus dieser Lage heraus, bis der erste, der zweite, der dritte etc. dunkle Streifen mit jenem Faden zusammenfällt; die Winkelwerthe der Drehung werden am Nonius des horizontalen Theilkreises des Spectrometers abgelesen. Schwerd fand für eine Spalte, welche 1,353 mm breit war, durch ein rothes Glas schauend, auf die angegebene Weise folgende Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes:

Für den ersten dunklen Streifen . . .	1′ 41″
„ „ zweiten „ „ . . .	3′ 18″
„ „ dritten „ „ . . .	4′ 55″
„ „ vierten „ „ . . .	6′ 27″

In der That ist also der für den zweiten, dritten, vierten dunklen Streifen gefundene Winkelabstand nahe zwei-, drei-, viermal so gross, als der Winkelabstand des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes. Als Mittel erhält man aus diesen Messungen für den Winkelabstand zweier auf einander folgender dunklen Streifen den Werth 1′ 38,1″.

Fig. 625.



Aus diesen Messungen kann man ebenfalls sehr leicht die Länge einer Lichtwelle berechnen. Wenn Fig. 625 das gebeugte Strahlenbündel vorstellt, welches dem ersten dunklen Streifen entspricht, so muss die Entfernung Db gleich der Wellenlänge λ des benutzten Lichtes sein. Aus dem Dreieck DbC ergiebt sich aber

$$Db = DC \,.\, \sin DCb$$

oder

$$\lambda = 1{,}353 \,.\, \sin 1' \, 38''$$
$$= 0{,}000643 \text{ mm},$$

wenn man für die Spaltbreite DC und den Winkel DCb die von Schwerd gemessenen Werthe setzt.

Das von Schwerd zu diesem Versuche angewandte rothe Glas liess nur solche Strahlen durch, welche zwischen die Fraunhofer'schen Linien B und D fallen; die Wellenlänge 0,000643 mm entspricht also ungefähr dem Roth, welches zwischen B und D in der Mitte liegt.

Da für die anderen farbigen Strahlen die dunklen Streifen des Beugungsbildes näher zusammenrücken, so findet man auch für die Wellenlänge dieser Strahlen kleinere Werthe, als für das rothe Licht.

Kennt man einmal die Länge der Lichtwelle, so kann man auch leicht ihre Schwingungsdauer berechnen, da ja auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes bekannt ist. In einer Secunde pflanzt sich das Licht in runder Zahl um 30 000 000 m fort Dividirt man diese Fortpflanzungsgeschwindigkeit durch die gleichfalls in Metern ausgedrückte Wellenlänge, so erfährt man, wie viel Lichtschwingungen in einer Secunde gemacht werden. Für das mittlere rothe Licht ergeben sich auf diese Weise

$$\frac{30\,000\,000}{0{,}00000066} = 450 \text{ Billionen},$$

für violettes Licht aber

728 Billionen

Schwingungen in der Secunde.

362 **Breite und Intensitätsverhältnisse des Beugungsbildes.** Da nach den obigen Betrachtungen die Wellenlänge λ gefunden wird, wenn man die Breite p der beugenden Spalte mit dem Sinus des Winkelabstandes β des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes multiplicirt, da also

$$\lambda = p \sin \beta,$$

so ist auch

$$\sin \beta = \frac{\lambda}{p},$$

d. h. der Sinus des Ablenkungswinkels für den ersten dunklen Streifen, also auch die Breite der Seitenspectra ist der Breite der Spalte umgekehrt proportional. Für eine zwei-, drei-, viermal breitere Spalte werden also die Spectra zwei-, drei-, viermal schmäler werden.

Schwerd fand für die Breite der Spectra im rothen Lichte, bei Anwendung von Spalten verschiedener Breite, folgende Werthe:

Breite der Spalte	Winkelbreite der Spectra
1,353	1′ 38,1″
1,274	1′ 45,7″
0,989	2′ 7,0″

In der That verhalten sich hier die Winkelbreiten der Spectra sehr nahe umgekehrt wie die Breiten der Spalte. Dieses Verhältniss zwischen der Breite der Spectra und der Spalte war durch genaue Messungen älterer Physiker schon lange ausgemittelt worden, ehe man die Beugungserscheinungen überhaupt zu erklären wusste.

Nach den in §. 360 berechneten Werthen ist über der Abscissenlinie AB, Fig. 626, die Intensitätscurve der Beugungsfigur einer einfachen Spalte gezeichnet, und zwar ist für die Intensität I in der

Mitte des Beugungsbildes bei 0 die Ordinate gleich 1 cm aufgetragen. Bezeichnen wir nun den Abstand des ersten Minimums rechts oder links von der Mitte des Bildes mit 2, so sind die Ordinaten in

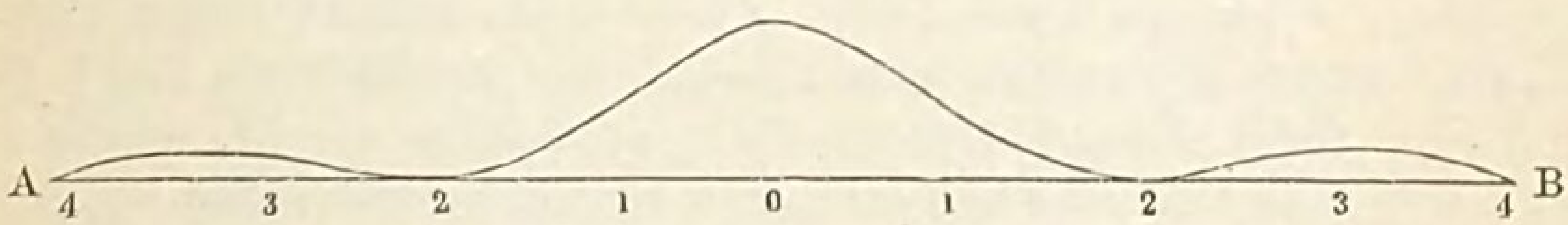
$$1 = 0{,}4\ I$$

$$3 = \frac{0{,}4}{9}\ I = 0{,}045\ I$$

aufzutragen. Bei 5 (auf unserer Figur nicht mehr vorhanden) wäre dann $\frac{0{,}4}{25}\ I = 0{,}016\ I$ aufzutragen etc.

Mit abnehmender Breite der Spalte wird natürlich auch die ganze Erscheinung lichtschwächer. Die Oeffnungen, die man vor das Objectiv

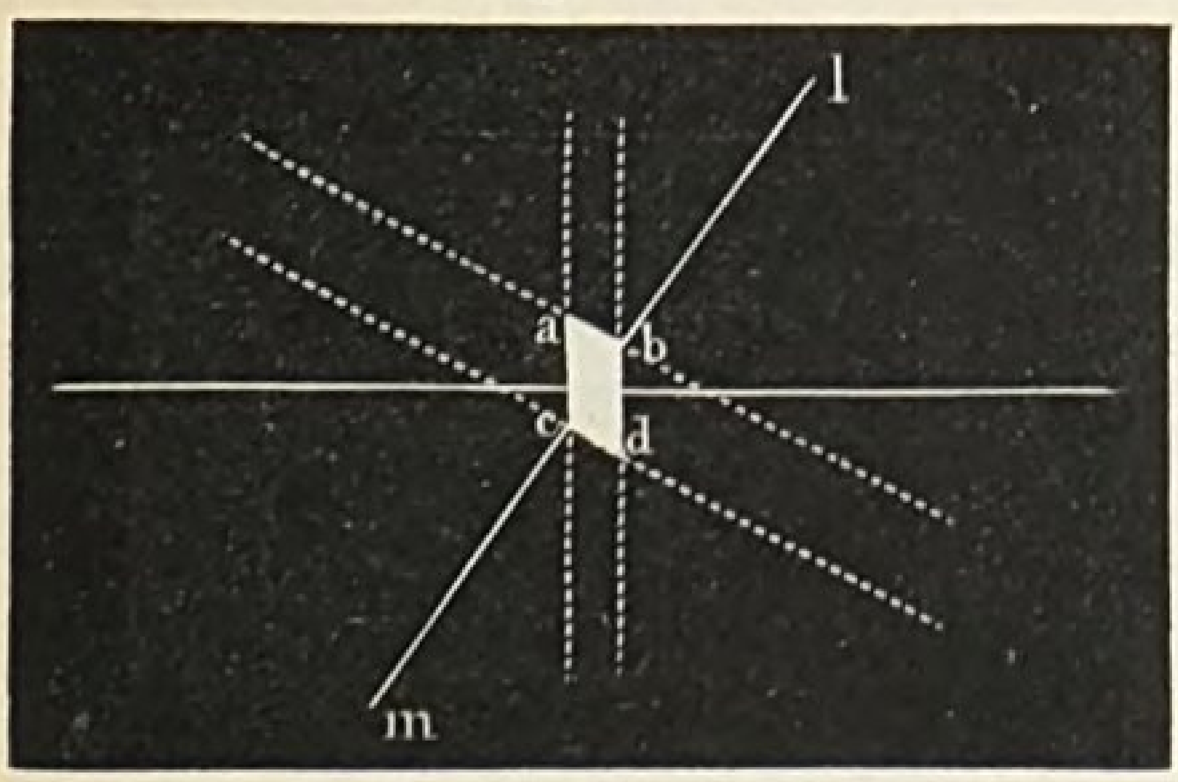
Fig. 626.



eines Fernrohres setzt, können weit grösser sein als diejenigen, welche zur Beobachtung mit dem blossen Auge bestimmt sind, weil ja die Erscheinung durch das Ocular vergrössert gesehen wird; da aber die vergrösserte Oeffnung eine grössere Lichtstärke zur Folge hat, so bietet auch hierin wieder die Beobachtung durch das Fernrohr einen grossen Vortheil.

Im Wesentlichen erklärt sich auch nun die Erscheinung Fig. 617, S. 946, wie man sie durch eine parallelogrammatische Oeffnung wahrnimmt. Das Parallelogramm *abcd*, Fig. 627, bildet einen Theil eines verticalen Spaltes (und dieser Stellung des Parallelogramms entspricht unsere Beugungsfigur), es wird sich also offenbar eine horizontale Reihe von Spectren bilden; die Kanten *ab* und *cd* bilden aber einen Theil eines schräg stehenden Spaltes, und ein solcher wird eine Reihe von Spectren erzeugen, die in der auf den Kanten *ab* und *cd* rechtwinkelig stehenden Richtung *lm* auf einander folgen.

Fig. 627.



Wenn die Entfernung der verticalen Kanten von einander halb so gross ist, als die Entfernung der schrägen, so werden die horizontalen Spectren doppelt so breit werden als die schrägen.

Wir können hier nicht weiter auf die Erklärung dieser Erscheinung sowie derjenigen, welche durch dreieckige, kreisförmige etc. Oeffnungen hervorgebracht werden, eingehen; denn wenn es auch möglich ist, die

Grundsätze der Beugungserscheinungen elementar zu entwickeln, so ist doch bei complicirteren Fällen die Anwendung höherer Rechnung nicht zu entbehren; wir müssen in dieser Beziehung auf Schwerd's classisches Werk über die Beugungserscheinungen verweisen.

Wir haben bis jetzt nur von den Beugungserscheinungen geredet, wie sie bei Anwendung von homogenem Lichte beobachtet werden. Es ist schon mehrfach angeführt worden, dass die Beugungsbilder für die verschiedenen Farben verschiedene Breite haben, und daraus geht hervor, dass bei Anwendung weissen Lichtes die Maxima und Minima der Lichtstärke für die verschiedenen Farben nicht zusammenfallen. Man wird also an keiner Stelle des Beugungsbildes vollkommene Dunkelheit sehen und an keiner Stelle, die Mitte ausgenommen, Weiss erblicken; überall sieht man Farbentöne, in welchen diejenigen Farben vorherrschen, welche an dieser Stelle gerade einen hellen Streifen bilden, während gerade die Farben fehlen, welche hier im Minimum sind. Die Aufeinanderfolge dieser Farbentöne ist ganz dieselbe wie die, welche wir bei den Newton'schen Farbenringen kennen gelernt haben.

363 **Beugungserscheinungen, welche man durch mehrere neben einander liegende Oeffnungen beobachtet. Gitterspectra.** Wenn zwei oder mehrere gleiche beugende Oeffnungen neben einander stehen, so erscheint im Wesentlichen dieselbe Beugungsfigur, die man auch durch eine dieser Oeffnungen allein beobachten würde; nur erscheint die einer Oeffnung zukommende Hauptfigur ausserdem von vielen schwarzen Streifen durchschnitten. So beobachtet man z. B. das Beugungsbild Fig. 3, Taf. IV, durch zwei gleiche Spalten, welche so neben einander stehen, wie Fig. 628 zeigt, und welche um die Breite

Fig. 628.

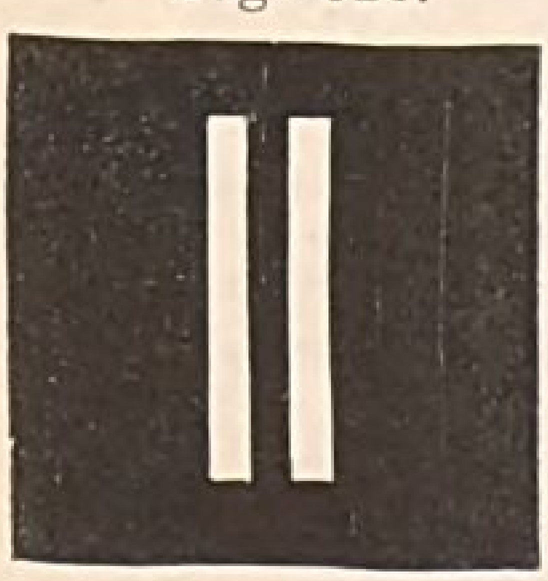


Fig. 629.

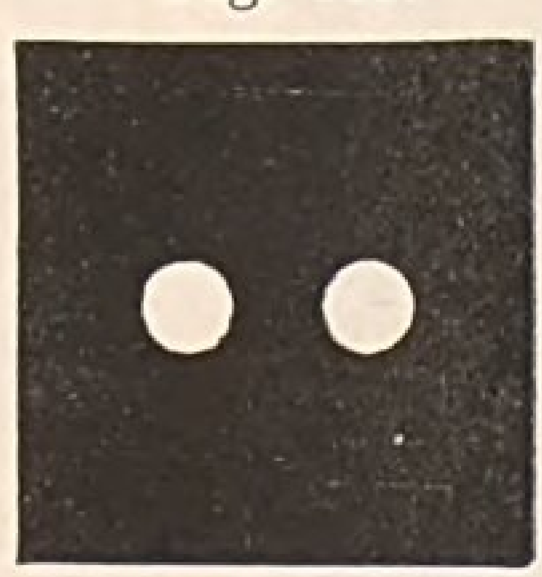


Fig. 630.



eines Spaltes von einander entfernt sind. Die Fig. 1, Taf. VI, zeigt die Erscheinung, wie sie durch zwei neben einander stehende kreisförmige Oeffnungen, Fig. 629, beobachtet wird; vier solcher Oeffnungen, deren Mittelpunkte ein Quadrat bilden, Fig. 630, bringen die Erscheinung Fig. 2, Taf. VI, hervor.

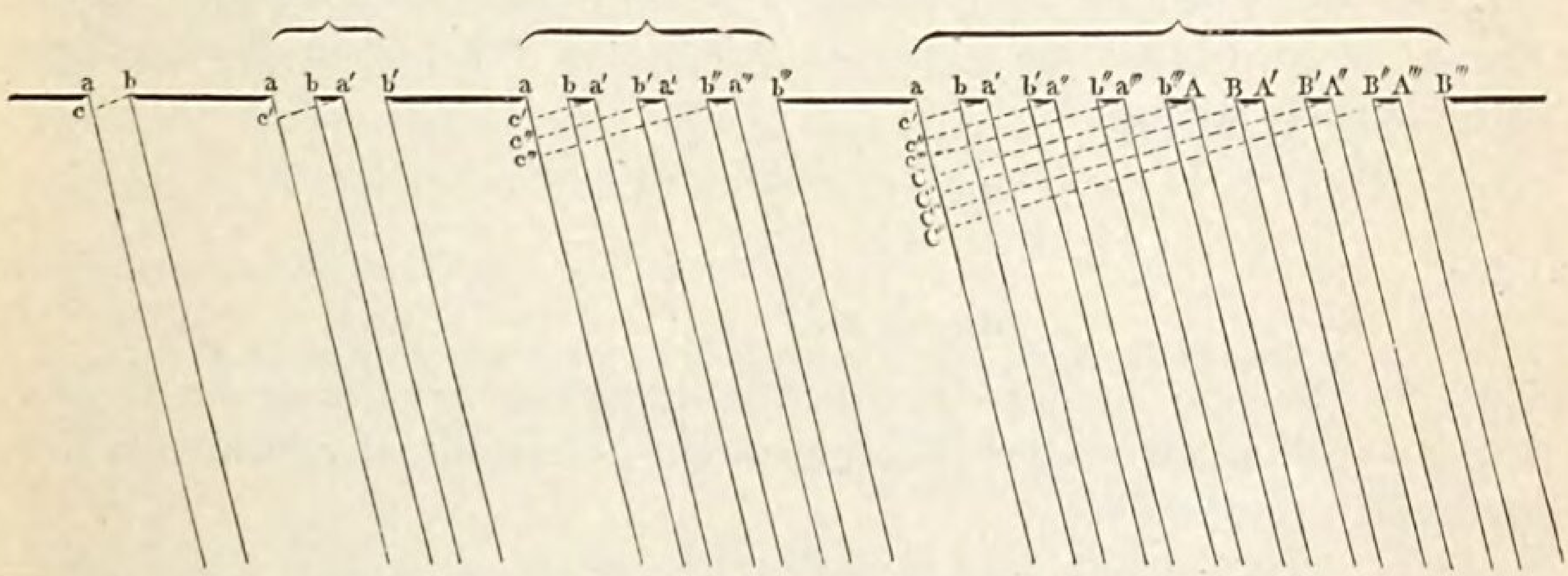
Betrachten wir zunächst die durch zwei Spalten hervorgebrachten Beugungserscheinungen, so sehen wir, dass die Spectra erster Classe, welche eine solche Oeffnung hervorgebracht haben würde, durch diese schwarzen Streifen in kleinere Abtheilungen zerlegt erscheinen, welche

Fraunhofer „Spectra zweiter Classe“ nannte. Besonders scharf und deutlich treten diese dunklen Streifen im mittleren Theile der Beugungsfigur auf. Nimmt man ein System von vielen schmalen, parallelen Spalten, also ein „Gitter“, so erhält man wieder eine andere Beugungserscheinung. Um alle diese Erscheinungen in ihrem Zusammenhange systematisch abzuleiten, wollen wir noch einmal, von einer Spalte ausgehend, durch fortwährende Verdoppelung der Anzahl derselben bis zu den eigentlichen Gittern fortschreiten.

Fig. 631 stelle einen Horizontaldurchschnitt durch mehrere solche Spaltensysteme vor. Wir wählen absichtlich zunächst den allgemeineren

Fig. 631.

I. 1 Spalte. II. 2 Spalten. III. 4 Spalten. IV. 8 Spalten.



Fall, dass die Spaltenbreite $ab = a'b' = a''b'' = AB$ etc., die wir jetzt mit s bezeichnen wollen, nicht gleich dem Abstande zweier Nachbarspalten $ba' = b'a'' = BA'$ etc. sei. Die Entfernung $aa' = bb' = AA' = BB'$ etc., welche gleich ist der Entfernung der Mitte der Spalten von einander, bezeichnen wir mit b, den Winkel $abc = aa'c' = aa''c''$ etc. nennen wir α und die Wellenlänge des angewendeten homogenen Lichtes λ; m und n sollen zwei ganze Zahlen vorstellen.

Strahlenbündel, welche in paralleler Richtung von den beiden Oeffnungen ausgehen, werden in einem und demselben Punkte der Netzhaut oder in einem Punkte in der Brennweite des Fernrohrobjectivs vereinigt. Wenn nun die Ablenkung der gebeugten Strahlenbündel gerade eine solche ist, dass die Elementarstrahlen eines jeden Bündels sich schon unter einander selbst vernichten, so wird auch durch das Zusammenwirken der beiden Strahlenbündel kein Licht erzeugt werden können; die dunklen Stellen also, welche man im Beugungsbilde beobachtet, wenn bloss eine Oeffnung vorhanden ist, werden auch dunkel bleiben, wenn man eine zweite Oeffnung derselben Art neben der ersten anbringt.

Die hellen Streifen im Beugungsbilde einer Oeffnung werden hingegen durch das Hinzukommen der zweiten nicht unverändert bleiben können; denn es muss an gewissen Stellen der Fall eintreten, dass jedes der beiden Strahlenbündel für sich allein eine bestimmte Vibrations-

amplitude erzeugen, also eine helle Stelle im Beugungsbilde hervorbringen würde, dass aber zwischen den beiden Bündeln ein vollkommener Gegensatz stattfindet, so dass beide ihre Wirkung gegenseitig vernichten. Es ist demnach klar, dass durch das Hinzutreten der zweiten Oeffnung an solchen Orten dunkle Streifen entstehen können, welche im Beugungsbilde einer Oeffnung hell erscheinen, also dunkle Streifen, welche in den hellen Partien des Beugungsbildes einer Spalte auftreten.

Eine Spalte (Fig. 631, I).

Wie wir schon früher gefunden haben, rufen die von einer Spalte ausgehenden Elementarstrahlen in ihrem unendlich fernen Schnittpunkte ein Maximum oder Minimum hervor, je nachdem der Gangunterschied ac der beiden Randstrahlen des betrachteten Büschels gleich einem ungeraden oder geraden Vielfachen der halben Wellenlänge ist, je nachdem also

$$ac = \frac{2m-1}{2}\lambda$$

oder

$$ac = m\lambda$$

beträgt. Da nun bei der eingeführten Bezeichnungsweise $ae = s . \sin\alpha$ ist, so erhalten wir an der Richtung α ein Maximum oder Minimum der Helligkeit, je nachdem

$$\sin\alpha = \frac{2m-1}{2}\cdot\frac{\lambda}{s}$$

oder

$$\sin\alpha = m\frac{\lambda}{s}$$

wird. Man hat also Lichtmaxima für die Werthe:

$$\sin\alpha = 0,\quad \tfrac{1}{2}\cdot\frac{\lambda}{s},\quad \tfrac{3}{2}\cdot\frac{\lambda}{s} \text{ etc.}$$

und Lichtminima für die Werthe:

$$\sin\alpha = 1\cdot\frac{\lambda}{s},\quad 2\cdot\frac{\lambda}{s},\quad 3\cdot\frac{\lambda}{s} \text{ etc.}$$

Zwei Spalten (Fig. 631, II).

Zunächst wollen wir die Beugungserscheinung behandeln, welche durch das Zusammenwirken beider Spalten auftritt. Damit in der Richtung α ein Maximum oder Minimum entsteht, muss offenbar der Gangunterschied $ac' = aa' . \sin\alpha = b . \sin\alpha$ gleich einem geraden oder ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge sein. Es muss also entsprechend gelten

$$\sin\alpha = n\frac{\lambda}{b}$$

bezw.
$$\sin\alpha = \frac{2n-1}{2} \cdot \frac{\lambda}{b},$$

wo für n die Zahlen 1, 2, 3 etc. zu setzen sind. Man hat also Lichtmaxima für die Werthe:

$$\sin\alpha = 0, \quad 1 \cdot \frac{\lambda}{b}, \quad 2 \cdot \frac{\lambda}{b}, \quad 3 \cdot \frac{\lambda}{b} \text{ etc.}$$

und Lichtminima für die Werthe:

$$\sin\alpha = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\lambda}{b}, \quad \tfrac{3}{2} \cdot \frac{\lambda}{b}, \quad \tfrac{5}{2} \cdot \frac{\lambda}{b} \text{ etc.}$$

Die so berechneten Maxima kommen aber nur dann wirklich zu Stande, wenn nicht etwa gerade an dieselbe Stelle ein Minimum fällt, welches durch je eine Spalte für sich allein schon erzeugt wird. Denn, wie wir oben bemerkt, kann durch Hinzutreten neuer Spalten wohl irgendwo Licht ausgelöscht, nicht aber ein Lichtminimum aufgehellt werden. Nun entstehen, wie wir früher gezeigt, durch eine Spalte Lichtminima an den Stellen, wo $\sin\alpha = \frac{\lambda}{s}, \frac{2\lambda}{s} \ldots \frac{m\lambda}{s}$.

Es trifft also eines dieser Minima auf ein Maximum, wenn

$$\frac{m\lambda}{s} = \frac{n\lambda}{b}, \text{ d. h. wenn } \frac{s}{b} = \frac{m}{n},$$

d. h. wenn s zu b in einem rationellen Verhältnisse steht. Nimmt man z. B. an, dass die Zwischenräume zwischen zwei Spalten gleich der Spaltbreite sind, so ist $s = \frac{b}{2}$. Die durch eine Spalte erzeugten Minima treffen also auf die Stellen, wo

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{\frac{b}{2}}, \frac{2\lambda}{\frac{b}{2}}, \frac{3\lambda}{\frac{b}{2}} \ldots \text{ oder } = \frac{2\lambda}{b}, \frac{4\lambda}{b}, \frac{6\lambda}{b} \ldots \frac{2m\lambda}{b} \quad \text{ist.}$$

Bei der gemachten Annahme, dass der Abstand beider Spalten gleich der Spaltbreite ist, decken sich somit die Maxima $2 \cdot \frac{\lambda}{b}$, $4 \cdot \frac{\lambda}{b}$, $6 \cdot \frac{\lambda}{b}$ etc. beider Spalten mit den entsprechenden Minimis einer jeden Spalte, so dass nur die Maxima für die Werthe:

$$\sin\alpha = 0, \quad \frac{1\lambda}{b}, \quad \frac{3\lambda}{b}, \quad \frac{5\lambda}{b} \text{ etc.}$$

bestehen bleiben, zwischen welche sich die Minima für die Werthe:

$$\sin\alpha = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\lambda}{b}, \quad \tfrac{3}{2} \cdot \frac{\lambda}{b}, \tfrac{4}{2} \cdot \frac{\lambda}{b}, \tfrac{5}{2} \cdot \frac{\lambda}{b}, \quad \tfrac{7}{2} \cdot \frac{\lambda}{b}, \tfrac{8}{2} \cdot \frac{\lambda}{b}, \tfrac{9}{2} \cdot \frac{\lambda}{b} \text{ etc.}$$

einschalten.

Hierdurch erklärt sich das durch zwei Spalten, welche um ihre eigene Breite abstehen (Fig. 628), erhaltene Beugungsbild, Tafel IV, Fig. 3. Zur Orientirung sind daselbst unter dem Rande die den Maximis und Minimis entsprechenden Coëfficienten von $\frac{\lambda}{b}$ beigesetzt. Die durch je eine Spalte entstandenen Minima (Minima I. Classe) erscheinen als breitere Schatten, die durch das Zusammenwirken der zwei Spalten erhaltenen Minima (Minima II. Classe) erscheinen viel schmäler und fassen zu je zweien ein Minimum der I. Classe zwischen sich. Nur in der Mitte ist zwischen den beiden Minimis der II. Classe das Maximum für $\sin\alpha = 0$.

In ähnlicher Weise lassen sich auch die Erscheinungen für Gruppen von Oeffnungen nach Fig. 629 und 630, wie sie auf Tafel VI abgebildet sind, erklären. Wir halten uns aber nicht länger bei denselben auf, sondern behandeln lediglich den Fall einer immer weiteren Verdoppelung der Spalten, so dass wir schliesslich zu den eigentlichen Gitterspectren gelangen.

Vier Spalten (Fig. 631, III).

Sehen wir vorerst von der Beugungserscheinung ab, welche eine oder zwei benachbarte Spalten hervorrufen, so zeigt die Fig. 631, III, dass bei der Zusammenwirkung aller vier Spalten ein Maximum oder Minimum auftreten muss, sobald der Gangunterschied $ac'' = aa''.\sin\alpha = 2b\sin\alpha$ ein gerades oder ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge beträgt. Entsprechend muss also gelten

$$\sin\alpha = n\,\frac{\lambda}{2b} = 2n\,\frac{\lambda}{4b}$$

bezw.

$$\sin\alpha = \frac{2n-1}{2}\cdot\frac{\lambda}{2b} = (2n-1)\,\frac{\lambda}{4b}.$$

Man erhält also Lichtmaxima für die Werthe:

$$\sin\alpha = 0,\quad 2\,\frac{\lambda}{4b},\quad 4\,\frac{\lambda}{4b},\quad 6\,\frac{\lambda}{4b}\ \text{etc.}$$

und Lichtminima für die Werthe:

$$\sin\alpha = 1\,\frac{\lambda}{4b},\quad 3\,\frac{\lambda}{4b},\quad 5\,\frac{\lambda}{4b},\quad 7\,\frac{\lambda}{4b}\ \text{etc.}$$

Nun liefern aber je zwei Spalten folgende Minima für

$$\sin\alpha = 2\,\frac{\lambda}{4b}\qquad 6\,\frac{\lambda}{4b}\qquad 10\,\frac{\lambda}{4b}.$$

Es bleiben also von den eben berechneten Maximis nur übrig die an den Stellen:

$$\sin\alpha = 0 \qquad \frac{\lambda}{b} \qquad \frac{2\lambda}{b} \qquad \frac{3\lambda}{b},$$

zwischen denen sich Minima einschalten an den Stellen:

$$\sin\alpha = \quad \frac{\lambda}{4b} \quad \frac{2\lambda}{4b} \quad \frac{3\lambda}{4b} \quad - \quad \frac{5\lambda}{4b} \quad \frac{6\lambda}{4b} \quad \frac{7\lambda}{4b} \quad - \quad \frac{9\lambda}{4b} \quad \frac{10\lambda}{4b} \quad \frac{11\lambda}{4b} \quad -.$$

Acht Spalten (Fig. 631, IV).

Das Schema entwickelt sich nun regelmässig weiter; man erhält also ohne Rücksicht auf die früher berechneten Minima:

Maxima für

$$aC = 4b\sin\alpha = n\lambda \quad \text{oder} \quad \sin\alpha = \frac{n}{4}\frac{\lambda}{b} = \frac{2n}{8}\frac{\lambda}{b},$$

Minima für

$$aC = 4b\sin\alpha = \frac{2n-1}{2}\lambda \quad \text{oder} \quad \sin\alpha = \frac{2n-1}{8}\frac{\lambda}{b}.$$

Beispielsweise erhält man also für nachfolgende Coëfficienten von $\frac{\lambda}{b}$:

Maxima: $0 \quad \frac{2}{8} \quad \frac{4}{8} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{8}{8} \quad \frac{10}{8} \quad \frac{12}{8} \quad \frac{14}{8} \quad \frac{16}{8} \quad \frac{18}{8} \quad \frac{20}{8} \quad \frac{22}{8} \quad \frac{24}{8}$

und für folgende Coëfficienten:

Minima: $\frac{1}{8} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{11}{8} \quad \frac{13}{8} \quad \frac{15}{8} \ldots .$

Von den berechneten Maximis fallen jedoch auf früher berechnete Minima folgende:

$$\frac{2}{8} \quad \frac{4}{8} \quad \frac{6}{8} \qquad \frac{10}{8} \quad \frac{12}{8} \quad \frac{14}{8} \qquad \frac{18}{8} \quad \frac{20}{8} \quad \frac{22}{8}$$

Es bleiben also die Maxima für

$$\sin\alpha = 0 \qquad \frac{\lambda}{b} \qquad \frac{2\lambda}{b} \qquad \frac{3\lambda}{b},$$

zwischen welchen sich Minima einschalten für folgende Coëfficienten von $\frac{\lambda}{b}$:

$$\frac{1}{8}\ \frac{2}{8}\ \frac{3}{8}\ \frac{4}{8}\ \frac{5}{8}\ \frac{6}{8}\ \frac{7}{8} \qquad \frac{9}{8}\ \frac{10}{8}\ \frac{11}{8}\ \frac{12}{8}\ \frac{13}{8}\ \frac{14}{8}\ \frac{15}{8} \qquad \frac{17}{8}\ \frac{18}{8}\ \frac{19}{8}\ \frac{20}{8}\ \frac{21}{8}\ \frac{22}{8}\ \frac{23}{8}$$

Gitter mit vielen Spalten:

Das Schema für die Entwickelung der Anordnung der Maxima und Minima bei gesteigerter Anzahl der Spalten ist ein so einfaches, dass sich leicht überblicken lässt, wohin eine weitere bedeutende Vermehrung der Spalten endlich führen wird. Es ergeben sich folgende Resultate:

1. Die Maxima der Helligkeit bleiben an den Orten, für welche $\sin\alpha = 0$ oder ein ganzes Multiplum von $\frac{\lambda}{b}$ ist.
2. Die Maxima werden immer schmäler, weil die benachbarten Minima immer näher rücken.

3. Die Maxima werden immer intensiver, weil ihre Intensität mit dem Quadrat der Zahl der Oeffnungen zunimmt.

4. Die Minima werden immer zahlreicher und bedecken zuletzt den Zwischenraum zwischen den Maximis so, dass derselbe dunkel erscheint.

5. Wenn nicht zufällig das Verhältniss $\frac{s}{b}$ dem von kleinen ganzen Zahlen zu einander gleich kommt, so entfällt der Einfluss der Beugung, die durch je eine Spalte allein hervorgerufen wird, d. h. es werden die angegebenen Maxima nicht ausgelöscht. Die Lage der Maxima ist daher nur von b und nicht von s abhängig.

Nehmen wir nun die Tafel V zur Hand und überblicken mit Hülfe derselben nochmals die bisher gefundenen Resultate. Mit vorläufiger Uebergehung von Fig. I sehen wir in Fig. II die Intensitätscurve für das Zusammenwirken zweier Spalten dargestellt. Sie zeigt die Maxima der Helligkeit an den Stellen, wo $\sin\alpha = 1\,\frac{\lambda}{b},\ 2\,\frac{\lambda}{b},\ 3\,\frac{\lambda}{b} \cdots$ (der Factor $\frac{\lambda}{b}$ ist in der Zeichnung weggelassen, die Ordinaten der Intensitätscurve sind nur annähernd genau), sie zeigt Minima an den Punkten, wo $\sin\alpha = \frac{1}{2}\,\frac{\lambda}{b},\ \frac{3}{2}\,\frac{\lambda}{b},\ \frac{5}{2}\,\frac{\lambda}{b}$.

Die Fig. III giebt die Intensitätscurve für vier Spalten, die Maxima bei 0, 1, 2, 3 . . . bleiben erhalten und werden viermal so gross. Es treten die Minima dazu bei $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \frac{9}{4}, \frac{11}{4} \cdots$

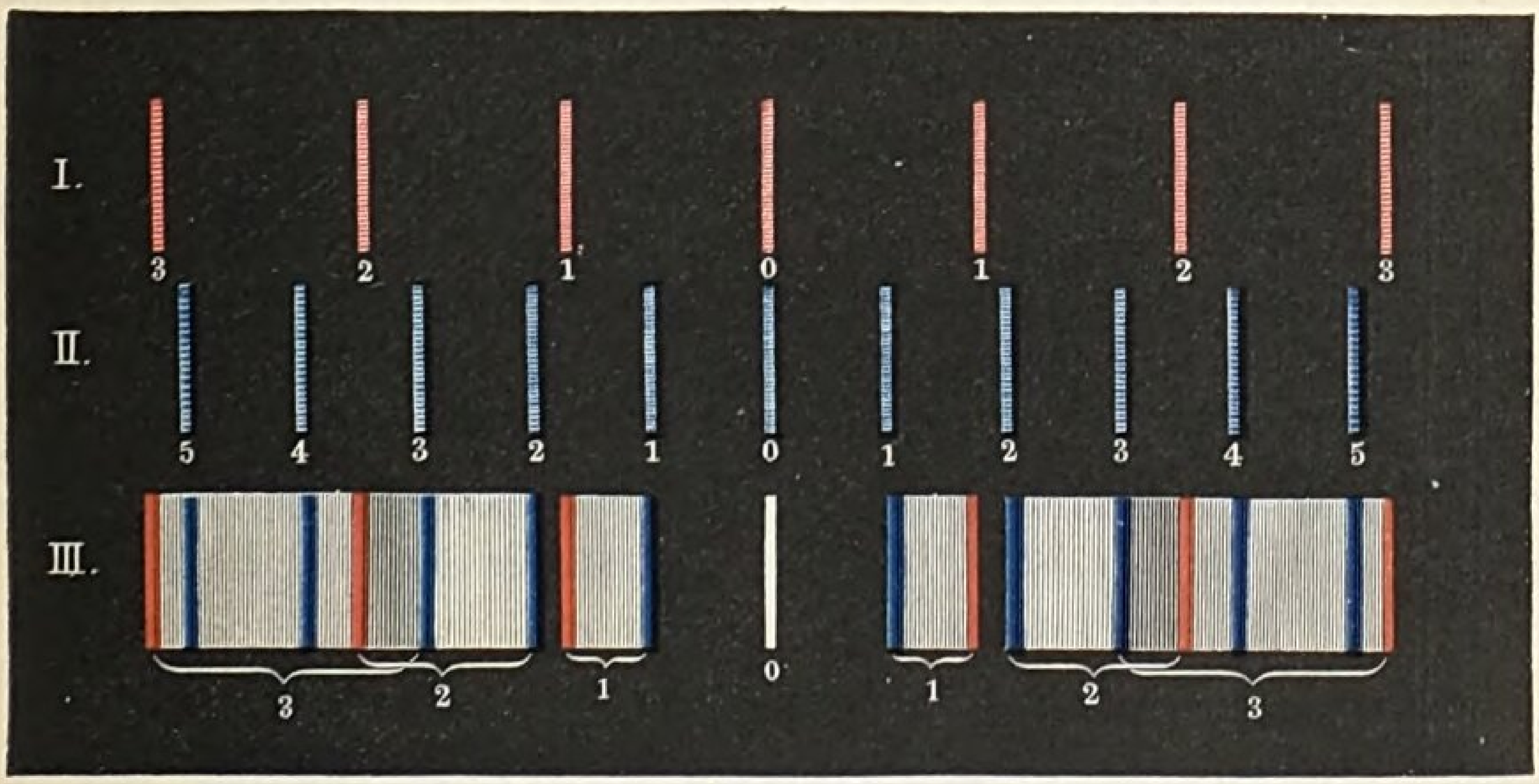
Fig. IV giebt die Intensitätscurve für acht Spalten. Die Maxima bei 0, 1, 2, 3 . . . werden wiederum viermal so gross, die neu auftretenden Minima liegen bei $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8} \cdots$ u. s. f. Man sieht nun schon, wie die Zwischenräume zwischen den Maximis durch die vielen Minima so niedergedrückt werden, dass dort nirgends mehr eine erhebliche Intensität zu Stande kommt.

In Fig. I ist nun noch die Intensitätscurve für das Beugungsbild einer einzigen Spalte, deren Breite $s = \frac{1}{2}b$ angenommen ist, angedeutet. Wir haben ein Maximum bei 0, ein Minimum bei 2, das nächste Maximum würde bei 3, das nächste Minimum bei 4 liegen. Hätten also die bei II, III und IV benutzten Gitter eine Spaltbreite gleich gross dem Zwischenraum zwischen zwei Spalten, so müsste überall das Maximum bei 2, 4, 6 etc. ausfallen. Wäre die Spaltbreite nur $\frac{1}{3}$ von b, so würden die Maxima bei 3, 6, 9 . . . ausfallen.

364 **Eigenschaften der Gitterspectren.** Die im vorigen Paragraphen abgeleiteten Resultate lassen nun die Erscheinungen erklären, welche man erhält, wenn man nach der beschriebenen Fraunhofer'schen

Methode ein feines Gitter vor dem Objectiv eines Fernrohres befestigt und dasselbe dann auf ein helles, in homogenem Lichte leuchtendes Object, z. B. auf eine mittelst Lithiumflamme beleuchtete, verticale Spalte richtet. Wir nehmen dabei an, dass die Linien des Gitters parallel dieser Spalte, also vertical gestellt seien. Wir sehen dann die roth leuchtende Spalte in vielen gleich weit von einander entfernten Bildern wiederholt (Fig. 632, I), welche nach rechts und links an Intensität abnehmen. Der Winkelabstand je zweier solcher Bilder ist durch die Gleichung $\sin\alpha = \frac{\lambda}{b}$ gegeben. Je näher also die Linien des Gitters an einander, also je mehr Linien längs der Breite Eins eingeschnitten sind, desto grösser wird die

Fig. 632.



gegenseitige Entfernung der Bilder, und zwar ist diese Entfernung dem Abstande der Linien verkehrt, also der Anzahl der Linien auf der Breite Eins direct proportional.

Ferner ist die Entfernung der Bilder von einander der Wellenlänge λ des Lichtes proportional, sie ist also für verschiedene Farben verschieden, für Roth am grössten, für Violett am kleinsten. Fig. 632, II giebt die relativen Entfernungen für violettes Licht. Da dessen Wellenlänge etwas mehr als die Hälfte der Wellenlänge des rothen Lichtes beträgt, so erscheinen die violetten Bilder nicht ganz auf die halbe Distanz der rothen zusammengerückt. Wenn das Gitter fein genug ist, so dass die Entfernungen der Bilder ziemlich gross sind, kann man auch direct auf die gefärbten Flammen blicken, welche dann in derselben Weise vervielfacht erscheinen.

Es ist nun auch leicht, die Erscheinungen abzuleiten, welche eine mit weissem Sonnenlichte beleuchtete schmale Spalte zeigen wird, wenn wir sie mittelst eines Fernrohres, vor dessen Objectiv ein fein getheiltes Gitter gestellt ist, beobachten. Es erscheinen zwischen dem ersten rothen und dem ersten violetten Seitenbilde eine continuirliche Reihe von

farbigen Bildern, welche zusammen ein Spectrum und zwar das erste Seitenspectrum bilden, Fig. 632, III. Ebenso erscheinen zwischen dem zweiten rothen und dem zweiten violetten Seitenbilde eine Reihe continuirlicher Bilder, die zusammen das zweite Seitenspectrum bilden. Dasselbe ist vom ersten durch einen dunklen Zwischenraum getrennt. Das in analoger Weise entstehende dritte Seitenspectrum fällt zum Theil auf das zweite Seitenspectrum, so dass dort Farbenmischungen entstehen. Die folgenden Seitenspectra kommen noch mehr auf einander zu liegen und erzeugen deshalb allerlei Mischfarben, welche immer mehr dem vollen Weiss sich nähern, aber auch immer lichtschwächer werden. Es braucht wohl nicht erst erwähnt zu werden, dass das ganze Phänomen zur Mitte 0 symmetrisch angeordnet ist.

Die Reihenfolge der Farben in diesen Spectren ist genau dieselbe, wie beim prismatischen Spectrum, nur ist, wie im nächsten Paragraphen näher erörtert werden soll, die Vertheilung der Farben beim Gitterspectrum eine andere.

Die Farben solcher Gitterspectra werden sich um so mehr den rein prismatischen nähern, je mehr man die Zahl der neben einander stehenden Spalten vermehrt und je feiner man die einzelnen Spalten macht; bei hinlänglicher Feinheit der Gitter werden diese Spectra rein genug, um die Fraunhofer'schen Linien erkennen zu lassen. Einige dieser Linien sieht man mit Hülfe des Fernrohres schon durch ein Drahtgitter mit 50, sehr viele aber schon durch ein Gitter mit 100 bis 200 Oeffnungen auf ein Centimeter.

Durch feinere Gitter sieht man die Spectra schon sehr schön mit blossem Auge, ja man kann durch hinlänglich feine Gitter auf diese Weise selbst mehrere der Fraunhofer'schen Linien erkennen.

Aus den Erscheinungen, welche man durch einfache Gitter beobachtet, erklärt sich auch die schöne, durch Taf. VII dargestellte Erscheinung, welche man sieht, wenn man vor dem Objective des Fernrohres zwei Drahtgitter kreuzt und nach einem Lichtpunkte sieht. Die Mitte der Erscheinung nimmt das weisse Bild des Lichtpunktes ein, welcher von einer Menge von Farbenbildern umgeben ist, die ihr violettes Ende nach innen kehren. Bilden die eingeritzten Linien concentrische Kreise, so erhält man beim Anblick eines solchen Punktes concentrisch angeordnete Spectren.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn man ein Stück Mousselin, Flor, Drahttuch oder Seidenband vor das Fernrohr bringt. Auch die schönen Farbenbilder, welche man sieht, wenn man durch die Fahne einer Vogelfeder (besonders gut dazu sind die Flügel- oder Schwanzfedern kleiner Vögel) nach einem Lichtpunkte sieht, gehören hierher. Ebenso ist die Glorie von mehreren farbigen Ringen, welche man um die Flamme eines Kerzenlichtes erblickt, wenn man nach demselben durch ein mit einem feinen Staube, etwa mit Semen lycopodii, bestreutes Glas sieht, eine verwandte Beugungserscheinung. Solche

Beugungsringe beobachtet man auch, wenn man durch behauchte Glasplatten nach einer Kerze sieht. An kalten Wintertagen erzeugen die mit Eiskrystallen bedeckten Fenster der Pferdebahnwagen sehr schöne Beugungsringe rund um die Flammen der Strassenlaternen.

Feine Gitter zeigen bei reflectirtem Lichte ähnliche Farbenerscheinungen wie bei durchgelassenem; dadurch erklärt sich das schöne Farbenspiel fein gestreifter Oberflächen, z. B. der Barton'schen Irisknöpfe, der Perlmutter u. s. w.

Herstellung der Gitter. Grobe Gitter erhält man, wenn man 365
die cylindrischen Theile von Stecknadeln parallel neben einander und in gleichen Entfernungen auf einem viereckigen messingenen Rahmen befestigt; feinere Drahtgitter verfertigte Fraunhofer, indem er auf den gegenüberstehenden Enden eines solchen Rahmens die Gänge einer feinen Schraube einschnitt und zwischen diesen Gängen feine Metalldrähte ausspannte; die feinsten Gitter erhielt er, indem er auf ein mit Goldblättchen belegtes Planglas mit Hülfe einer Theilmaschine Parallellinien radirte, oder solche Linien mit einem Diamant in ein Planglas einschnitt.

Ganz ausgezeichnete Glasgitter, wie wir die in Glas geritzten Gitter nennen wollen, werden von Nobert (Barth in Pommern) hergestellt (vergl. §. 324). Bei den feinsten Glasgittern kommen 400 Striche auf ein Millimeter. Später hat auch Wanschaff in Berlin vortreffliche Glasgitter speciell für das astrophysikalische Observatorium in Potsdam gefertigt.

Statt im durchgehenden Lichte zu beobachten, kann man auch das Licht von vorn auf das Gitter fallen lassen und erhält im reflectirten Lichte ebenfalls neben dem regelrechten Spiegelbilde eine Reihe von Spectren zu dessen beiden Seiten. Um die Intensität des reflectirten Lichtes zu erhöhen, überzog man das Glasgitter mit einem dünnen Silberüberzug. Indem Quincke auf solchen versilberten Glasgittern Kupfer galvanisch niederschlug, erhielt er einen Abdruck des Gitters, der als reflectirendes Gitter brauchbar war [1]).

Rutherford führte die Theilung direct auf gut polirten ebenen Metallflächen (Spiegelmetall) aus und erhielt so die besten reflectirenden Gitter, bei denen bis 700 Linien auf ein Millimeter kommen. Nach ihm hat sich Rowland in Baltimore mit der Herstellung von Beugungsgittern beschäftigt und ganz vorzügliche Resultate erzielt.

Insofern die Güte der Gitter weniger von der Anzahl der Striche als vielmehr von dem gleichmässigen Abstande zweier Striche längs des ganzen Gitters abhängt, kommt es darauf an, die Schraube der Theilmaschine möglichst exact herzustellen, welche das Reisserwerk bewegt. Mit seiner nur für Gittertheilungen hergestellten Theilmaschine ist

1) Vergl. H. Kayser, „Lehrbuch der Spectralanalyse“, Berlin 1883.

Rowland im Stande, Gitter von grosser Oberfläche zu theilen, bei denen bis zu 1700 Striche auf das Millimeter gehen. Auch Rowland verwendet Spiegelmetall zu seinen Gittern, welches ihm Brashear in Pittsburg herstellt und polirt.

Ein weiterer wichtiger Fortschritt ist von Rowland [1]) dadurch erzielt worden, dass er der zu theilenden Gitterfläche eine cylindrische Form gab, zu dessen Axe die Striche parallel aufgetragen werden, so zwar, dass sie nicht auf dem kreisförmigen Querschnitt, sondern auf der zugehörigen Sehne einen gleichgrossen Abstand besitzen. Diese „Concavgitter" vereinigen in ihrer Brennebene die auffallenden parallelen Strahlenbüschel und entwerfen somit vom unendlich entfernten Spalt ohne Hülfe von Linsen oder Spiegeln ein deutliches und scharfes Bild.

Schliesslich sei erwähnt, dass auch der Versuch gemacht worden ist, die Gitter photographisch zu reproduciren [2]). Freilich stehen die photographischen Gitter den Originalen an Leistungsfähigkeit bedeutend nach.

366 **Messung der Wellenlänge mittelst des Beugungsgitters.** Die Beugungsgitter haben hauptsächlich dadurch ihre grosse Bedeutung gewonnen, dass sie eine sehr genaue Messung der Wellenlänge des Lichtes gestatten. Wie wir im §. 364 gesehen haben, entsprechen einer Farbe von der Wellenlänge λ solche Beugungswinkel α, welche durch die Gleichung

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{b}\, m \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

gegeben sind, wo m die Ordnung des Spectrums und b die sogenannte „Gitterconstante", d. h. den Abstand der Mitten zweier benachbarten Streifen bedeutet. Beobachtet man im Spectrum erster Ordnung, so wird unsere Gleichung also einfach:

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{b} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Um die Wellenlänge λ zu messen, hat man also nur die Gitterconstante (b) und den Winkel (α) zu messen, den die Lichtstrahlen mit einander einschliessen, welche das nullte und erste Spectrum (bezw. zwei beliebige, benachbarte Spectren) bilden. Die Gitterconstante ergiebt sich aber aus der Breite des Gitters, dividirt durch die Anzahl der Gitterintervalle. Ist, wie es jetzt meist geschieht, letztere Grösse schon bei der Herstellung des Gitters genau bestimmt, so bleibt nur noch die Breite des Gitters zu messen übrig. Was deren Messung anlangt, so bietet dieselbe zumal bei Gittern mit sehr engen Streifen relativ grosse Schwierigkeiten.

[1]) Rowland, Phil. Mag. (5) **13**, 470 bis 474 (1882).

[2]) Rayleigh, Phil. Mag. (4) **47**, 80 (1874).

Um ein Gitter mit 680 Strichen pro Millimeter aufzulösen, bediente sich Kurlbaum[1]) eines Mikroskops mit 800facher Vergrösserung; die Beleuchtung der Gitterstriche wurde durch ein im Inneren des Mikroskops befindliches, eine Objectivhälfte bedeckendes 90 Grad-Prisma bewirkt, welches von aussen durch eine Oeffnung der Mikroskopröhre hindurch Licht erhielt. Bei scharfer Einstellung des Mikroskops erschien das Gitter als eine helle Fläche, auf welcher schwarze, sehr deutliche Linien erkennbar waren; dieselben waren aber nicht etwa die in das Metall geritzten Gitterstreifen, sondern die Wälle zwischen zwei Streifen. Wie die länger als die benachbarten gezogenen Striche erkennen liessen, erschien jeder geritzte Streifen doppelt, entsprechend den aufgeworfenen Rändern. Als Breite des Gitters war demnach nicht der Abstand der ersten schwarzen Linie von der letzten aufzufassen, sondern die Distanz der Mitte zwischen erstem und zweitem Streifen von der Mitte zwischen letztem und vorletztem Streifen. In den Messungen der Gitterbreite bewirkt die verschiedene Auffassung einen Unterschied von einem Gitterintervall, welcher 1,7 μ betrug.

Hieraus erkennt man, mit welcher Vorsicht mikroskopische Abbildungen nicht selbstleuchtender Körper betrachtet werden müssen, sollen, wie bei der Bestimmung der Gitterconstante, Fehler vermieden werden, welche den wahrscheinlichen Messungsfehler um Vieles übertreffen.

Die Messung der Ablenkungswinkel geschieht mit Hülfe eines guten Spectrometers. Nachdem dasselbe in sich justirt worden ist, stellt man das Gitter so auf das Spectrometertischchen, dass die getheilte Fläche die verlängert gedachte Drehungsaxe enthält. Natürlich muss vorher der Punkt, wo diese das Tischchen schneidet, genau ermittelt und fixirt werden; es geschieht dies dadurch, dass man ein stark vergrösserndes Mikroskop auf die Mitte des Tischchens einstellt, während dasselbe um seine Axe gedreht wird.

Jetzt neigt man das Gitter so, dass das Fadenkreuz mit seinem an der Gitterfläche gespiegelten Bilde zusammenfällt, und neigt das Gitter in seiner Ebene, bis die Gitterstriche parallel zur Umdrehungsaxe gerichtet sind[2]). Bei dieser Stellung fallen die vom Collimator kommenden Strahlencylinder senkrecht auf die Gitterfläche. Stellt man also mit dem Fernrohr erst auf das erste Spectrum rechts und dann auf das erste Spectrum links vom Collimator ein, so ergiebt der gemessene Winkel den doppelten Ablenkungswinkel 2α.

Die Rowland'schen Plangitter geben bei 680 Streifen pro Millimeter noch die Spectren bis fünfter Ordnung scharf. So viel Spectren

[1]) F. Kurlbaum, „Bestimmung der Wellenlänge einiger Fraunhofer'scher Linien", Inaug.-Diss., Berlin 1887; abgedr. in Wied. Ann., Bd. XXXIII, S. 159 bis 412, 1888.

[2]) Näheres siehe in Kurlbaum a. a. O., S. 54.

verschiedener Ordnung sichtbar sind, so viele verschiedene von einander unabhängige Messungen des Winkels α sind für eine und dieselbe Fraunhofer'sche Linie möglich. Stellt man das erwähnte Rowland'sche Gitter senkrecht zum Collimator, so treten rechts und links von letzterem nur je zwei Spectra auf, weil der Ablenkungswinkel für das Spectrum dritter Ordnung mehr als 90 Grad beträgt.

Um auch die Spectra höherer Ordnung sehen zu können, muss man die Collimatorstrahlen schief auf die Gitterflächen auffallen lassen. Für diesen Fall lautet die Formel zur Bestimmung der Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin\beta}{m} \cdot b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

wo α den Ablenkungswinkel, β den Einfallswinkel, m die Ordnungszahl des Spectrums und b wieder die Gitterconstante bedeutet. Für $\beta = 0$ geht diese Gleichung in die frühere Gleichung 1, S. 966 über.

Zur Bestimmung einer Wellenlänge gehört ausser der Kenntniss des Ablenkungswinkels und der Gitterconstante auch noch diejenige des Ausdehnungscoëfficienten der Gittersubstanz. Ist derselbe gleich ε und bedeuten α_1 bezw. α_2 die Ablenkungswinkel einer und derselben Fraunhofer'schen Linie bei den verschiedenen Temperaturen t_1 bezw. t_2, bei denen ausserdem der Brechungsquotient der umgebenden Luft n_1 bezw. n_2 sei, so besteht die Gleichung:

$$\frac{n_2 \sin\alpha_2}{n_1 \sin\alpha_1} = \frac{1 + \varepsilon t_1}{1 + \varepsilon t_2} = 1 + \varepsilon(t_1 - t_2),$$

da ε sehr klein ist.

Der auf diese Weise von Kurlbaum gemessene Ausdehnungscoëfficient ist bis auf eine Einheit in der siebenten Decimalstelle genau; er betrug $\varepsilon = 0{,}000\,018\,78 \pm 0{,}000\,000\,09$.

Wellenlängenmessungen sind von verschiedenen Physikern ausgeführt worden. Fraunhofer[1]), van der Willigen[2]), Angström[3]) und Ditscheiner[4]) erhielten schon sehr genaue und nahe mit einander übereinstimmende Werthe.

In der folgenden Tabelle[5]) sind einige der von jenen Physikern bestimmten Werthe angegeben.

Am sorgfältigsten von allen sind die Bestimmungen von Angström ausgeführt worden.

1) Denkschriften der Münchener Akademie.

2) Archives du Musée Teyler, 1, 1.

3) A. J. Angström, „Recherches sur le spectre solaire Upsala“ 1868.

4) Sitzungsber. d. Wien. Akad. 50 [3], 296; 52, 289; 63, 565.

5) Entnommen den Tabellen Ditscheiner's (Sitzungsber. d. Wien. Akad. 63 [2], 567).

Tabelle der Wellenlänge des Lichtes.

Bezeichnung nach Fraunhofer und Scalenwerth nach Kirchhoff		Wellenlänge in Milliontel Millimeter nach				Anmerkung
		Fraunhofer	van der Willigen	Angström	Ditscheiner	
A	—	—	760,9	760,4	—	—
a	—	—	718,9	718,3	—	—
B	593	687,8	687,13	686,67	687,41	—
C	694	656,4	656,56	656,18	656,23	Ist identisch mit Wasserstofflinie *α*.
D_1	1002,8	588,8	589,84	589,49	589,74	Identisch mit den beiden Natriumlinien.
D_2	1006,8		589,23	588,90	589,10	
E	1523,5	526,5	527,20	526,90	527,13	Fällt mit einer Eisenlinie zusammen.
b	1648,8	—	517,52	517,22	517,40	Fällt mit einer Magnesiumlinie zusammen.
F	2080,1	485,1	486,40	486,08	486,22	Identisch mit Wasserstofflinie *β*.
G	2854,1	429,2	431,14	430,70	431,12	—
H_1	—	394,5	397,15	396,80	396,89	Fällt mit einer Calciumlinie zusammen.
H_2	—		393,87	393,30	393,53	—

Die von Angström angegebenen Wellenlängen waren aber, wie Thalén 1884 zeigte, alle mit einem erheblichen Fehler behaftet, welcher durch die fehlerhafte Bestimmung des den Messungen zu Grunde gelegten Meterstabes hervorgebracht war. In Folge dessen sind die Wellenlängenbestimmungen kurz darauf von verschiedenen Seiten gleichzeitig wieder aufgenommen worden. Müller und Kempf[1]) in Potsdam benutzten vier von Wanschaff getheilte Glasgitter. Kurlbaum bediente sich eines Rutherford'schen und eines Rowland'schen Metallgitters; Bell arbeitete mit zwei Glasgittern und zwei Metallgittern, welche sämmtlich von Rowland getheilt worden waren.

Als Beispiel für die Uebereinstimmung der verschiedenen Messungen werde der Werth der Wellenlänge für die eine Natriumlinie D_1 gegeben. Es wurde gefunden:

D_1 = 589 625 $\mu\mu$ Müller und Kempf,
616 „ Bell,
590 „ Kurlbaum.

[1]) Publicationen d. Astrophysik. Observatoriums, Bd. V, 1885 bis 1886.

Herr Bell führt noch eine Bestimmung der Wellenlänge von D_1 an, welche von Peirce ausgeführt, aber nicht ausführlicher veröffentlicht worden ist. Danach ist:

$$D_1 = 589{,}627\ \mu\mu.$$

Die grösste Abweichung zwischen den vier Bestimmungen beträgt nur noch 0,037 $\mu\mu$, während zwischen den drei besten der älteren Messungsreihen, von Ditscheiner, van der Willigen und Angström, in dem Werthe von D_1 Differenzen bis zu 0,33 $\mu\mu$ vorkommen [1]). Es ist daher wohl die Behauptung berechtigt, dass bei den neueren Wellenlängenbestimmungen das Zehnmilliontel eines Millimeters verbürgt ist.

H. A. Rowland erwähnt bei seinen Bestimmungen der relativen Wellenlängen sämmtlicher Spectrallinien [2]), dass die Peirce'sche Zahl mit der Bell'schen genau übereinstimmt, wenn man den Theilungsfehler berücksichtigt, welchen er mit Bell am Peirce'schen Gitter aufgedeckt hat. In einer späteren Arbeit [3]) giebt Rowland folgende Zusammenstellung von Werthen für die Wellenlänge D_1 in Milliontel Millimetern:

D_1	Beobachter	Gewicht
589,581	Angström, corrigirt durch Thalén .	1
589,625	Müller und Kempf	2
589,590	Kurlbaum	2
589,620	Peirce	5
589,620	Bell	10
589,6156	Mittelwerth [4]),	

wobei auch Bell's Zahl gegen früher eine Correction erfahren hat. Den so gewonnenen Mittelwerth legt H. A. Rowland seinen relativen Wellenlängenbestimmungen zu Grunde, wobei er sagt: „Da relative Werthe für die Spectroskopie wichtiger sind als die absoluten, so nehme ich diesen Werth ohne jede weitere Bemerkung.“ Die Rowland'schen Zahlen für die Fraunhofer'schen Linien sind im §. 138 mitgetheilt worden.

[1]) Vergl. P. Kempf, Referat über die Wellenlängenbestimmung von Kurlbaum und Bell. Astr. Nachr., Jahrg. 23, Heft 4.

[2]) Henry A. Rowland, On the relative Wave-Length of the lines of the Solar Spectrum. Amer. Journ. of Science **33**, 182 — 190, 1887.

[3]) Henry A. Rowland, A new table of Standard Wave-Lengths. Astronomy and Astrophysics, Nr. 114. Uebrigens muss die Thalén-Angström'sche Zahl nach Anbringung der richtigen Correctionen heissen 589,588.

[4]) Es ist nicht recht zu ersehen, aus welchen Gründen Rowland ein so hohes Gewicht (5 bezw. 10) den Werthen von Peirce und Bell beilegt gegenüber den Werthen der anderen Beobachter. Die in §. 356 mitgetheilten Resultate der Michelson'schen Wellenlängenbestimmungen, die auf einem ganz anderen Wege gefunden sind, zeigen speciell mit den Kurlbaum'schen Werthen eine nahe vollständige Uebereinstimmung, während sie von den Bell'schen und den Müller-Kempf'schen beträchtlich abweichen.

Sechzehntes Capitel.

Geradlinige Polarisation des Lichtes.

Polarisation durch Reflexion. Die bisher besprochenen Erscheinungen der Interferenz und der Beugung des Lichtes sind durch die Annahme erklärt worden, dass das Licht auf einer Wellenbewegung des Lichtäthers beruhe; sie geben aber noch keinen Anhaltspunkt zur Entscheidung der Frage, ob diese Wellen Longitudinal- oder Transversalwellen seien, d. h. ob die Schwingungen der Aethertheilchen in die Richtung der Fortpflanzung fallen, oder ob sie darauf senkrecht stehen. 367

Nach Analogie mit der Schallfortpflanzung durch die Luft möchte man vermuthen, dass die Lichtwellen ebenfalls Longitudinalwellen seien, wie die Schallwellen. Eine Longitudinalwelle besitzt keine seitliche Verschiedenheit nach den senkrecht zur Fortpflanzung gehenden Richtungen, während eine Transversalwelle im Allgemeinen eine solche Verschiedenheit besitzt. Streichen wir z. B. eine gespannte Saite mittelst eines horizontal gehaltenen Fiedelbogens, so entstehen Saitenschwingungen in einer horizontalen Ebene, während in verticaler Ebene keine Bewegung erfolgt. Die Schwingungsebene ist daher unter allen durch die Saite gelegt gedachten Ebenen dadurch ausgezeichnet, dass in ihr allein die Excursionen der schwingenden Theilchen stattfinden. Gelingt es, an einem Lichtstrahle eine solche ausgezeichnete Ebene, also eine seitliche Verschiedenheit nachzuweisen, so ist damit auch erwiesen, dass wir es mit *Transversalschwingungen* des Aethers zu thun haben, denn Longitudinalschwingungen können ihrer Natur nach keine seitliche Verschiedenheit besitzen.

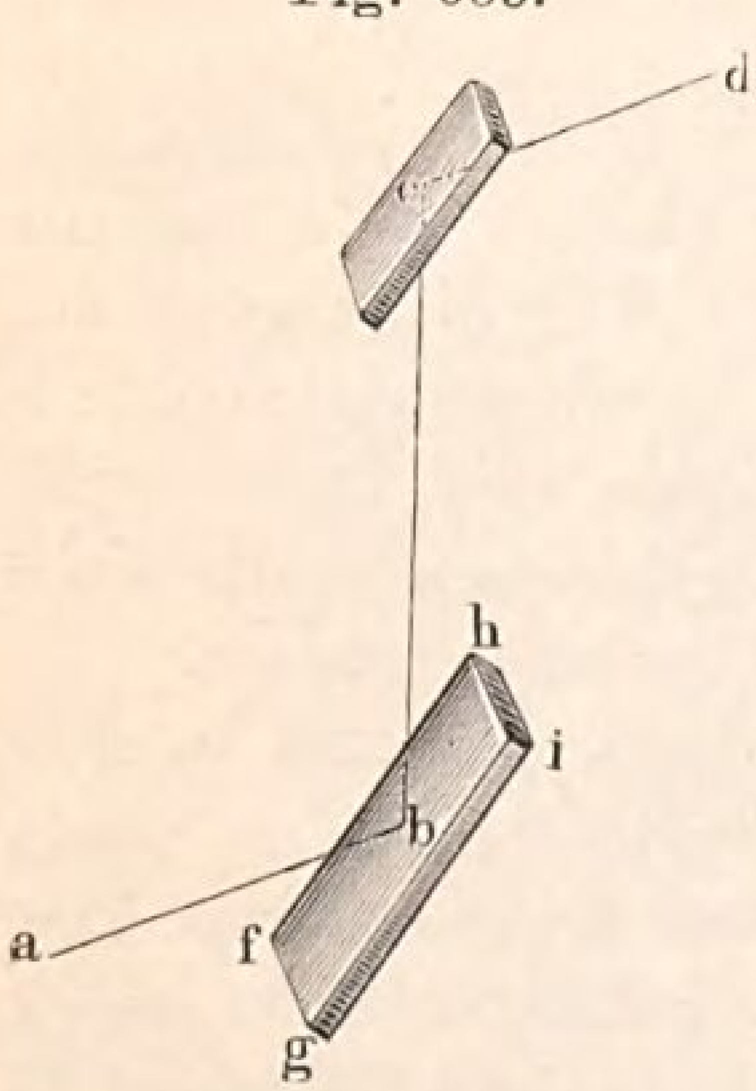
Dagegen wäre umgekehrt aus dem Umstande, dass keine seitliche Verschiedenheit nachzuweisen ist, noch *nicht* der Schluss zu ziehen, dass wir eine Longitudinalwelle vor uns haben. Denn wenn wir z. B. an einem gespannten Seile dadurch Wellen hervorrufen, dass wir ein Ende des Seiles in einer auf dem Seile senkrechten Ebene im Kreise herumführen, so besitzen diese Wellen ebenso wenig eine seitliche Verschiedenheit, wie etwa eine Schraube. Trotzdem ist eine solche Welle

keine Longitudinalwelle, sie ist vielmehr als eine zusammengesetzte Transversalwelle aufzufassen.

Ein natürlicher Lichtstrahl, d. h. ein solcher, der direct von einem leuchtenden Punkte ausgeht, besitzt nun in der That nach allen Seiten hin dieselben Eigenschaften. Fängt man z. B. einen gewöhnlichen Lichtstrahl durch einen Spiegel auf, so wird er stets reflectirt, welches auch die Lage des Spiegels gegen den Strahl sein mag. Dies ist jedoch nicht bei allen Strahlen der Fall; es giebt Lichtstrahlen, welche nicht nach allen Seiten hin dieselben Beziehungen zeigen. Diese Eigenthümlichkeit wird mit dem Namen der Polarisation bezeichnet, und Strahlen, welche diese Eigenthümlichkeit besitzen, nennt man polarisirte Strahlen.

Die Polarisation des Lichtes wurde im Jahre 1811 von Malus entdeckt. Erst durch diese wichtige Entdeckung wurde es möglich, die schon früher bekannten und auch theilweise richtig erklärten Erscheinungen der doppelten Brechung, die wir erst im folgenden Capitel näher betrachten werden, in allen Beziehungen richtig zu erkennen.

Fig. 633.



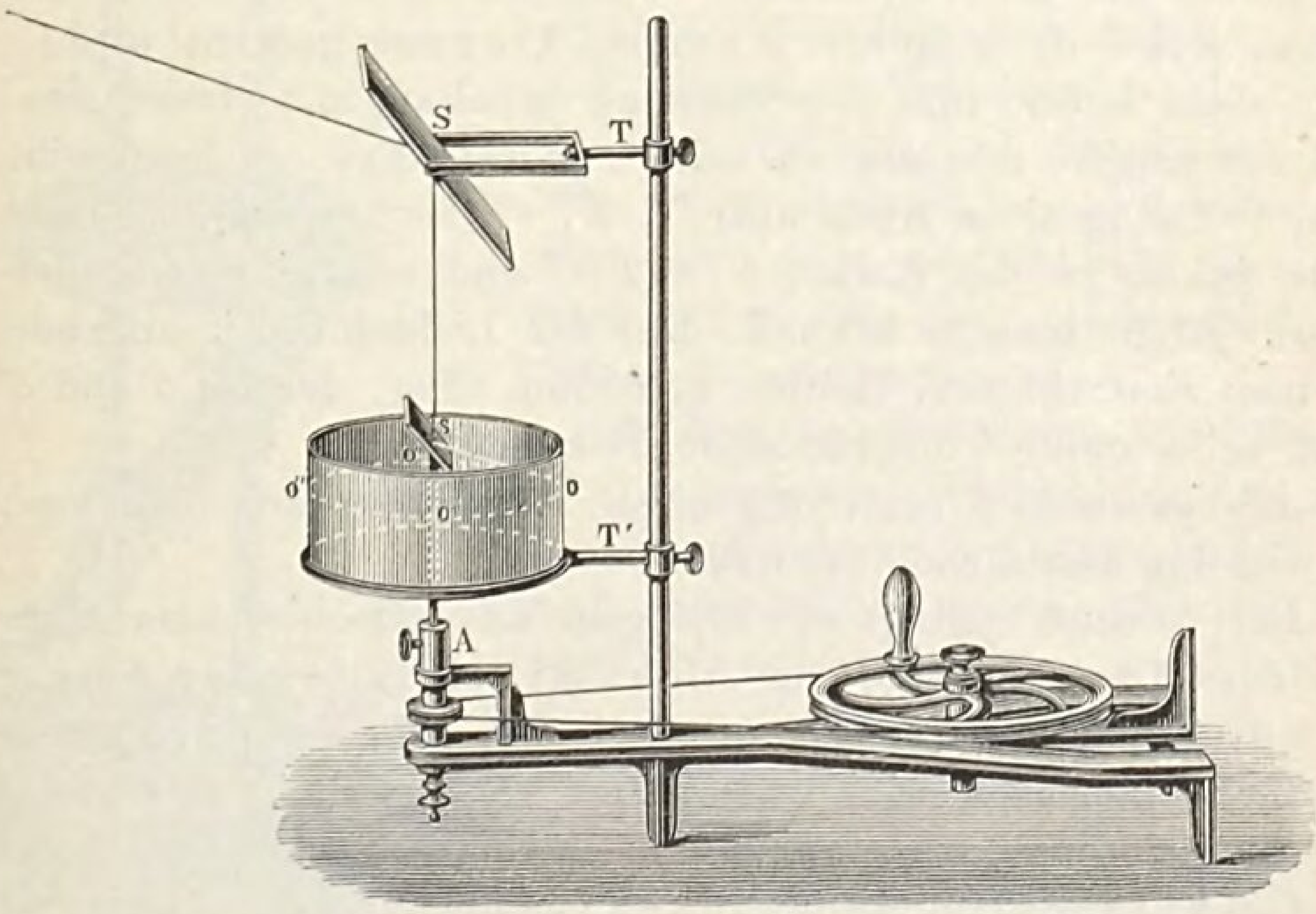
Wir wollen uns zunächst damit beschäftigen, die Erzeugungsarten und die Eigenschaften der polarisirten Lichtstrahlen kennen zu lernen.

Fällt ein gewöhnlicher Lichtstahl *ab*, Fig. 633, auf eine ebene Glastafel *gfhi* unter einem Einfallswinkel von ungefähr 55⁰ auf, so wird er nach den gewöhnlichen Gesetzen zum Theil in der Richtung *bc* reflectirt. Der in der Richtung *bc* gespiegelte Strahl ist nun durch diese Reflexion polarisirt. Um seine Eigenschaften zu untersuchen, muss man den polarisirten Strahl so viel als möglich zu isoliren suchen; wenn sich unter der Glasplatte *gfhi* Gegenstände befinden, welche Lichtstrahlen auf dieselbe senden, die sich nach ihrem Durchgange durch die Platte ebenfalls in der Richtung *bc* fortpflanzen, so vermischen sich diese Strahlen mit jenen durch Reflexion polarisirten. Wenn demnach solche schädliche Strahlen nicht schon durch die Construction des ganzen Apparates ausgeschlossen sind (ein solcher Apparat wird alsbald beschrieben werden), so muss die Glastafel auf der Rückseite geschwärzt sein, etwa mit Asphalt, schwarzer Oelfarbe oder Tusch. Statt eines auf der Rückseite geschwärzten Spiegels kann man auch einen Spiegel von Obsidian oder schwarzem Glase anwenden.

Fällt der durch Reflexion polarisirte Strahl *bc* auf eine zweite ebenfalls auf der Rückseite geschwärzte Glastafel, welche der unteren parallel ist, so macht der Strahl *bc* auch hier mit der Normalen einen Winkel von 55^0 und die Reflexionsebene des oberen Spiegels fällt mit der des unteren zusammen. Bei dieser Lage des zweiten Spiegels wird der Strahl *bc* wie jeder gewöhnliche Lichtstrahl reflectirt; dreht man jedoch den

oberen Spiegel so, dass die Richtung des Strahles *bc* die Umdrehungsaxe bildet, so bleibt zwar der Winkel, welchen der einfallende Strahl *bc* mit dem Einfallslothe macht, unverändert 55⁰, allein der Parallelismus der beiden Spiegel hört auf, die Reflexionsebene des oberen Spiegels fällt nicht mehr mit der des unteren zusammen. Dreht man nun auf die angegebene Weise den oberen Spiegel aus der Lage des Parallelismus mit dem unteren heraus, so wird die Intensität des zum zweiten Male reflectirten Strahles um so mehr abnehmen, je mehr der Winkel wächst, den die Reflexionsebene des oberen Spiegels mit der des unteren macht, bis dieser Winkel 90^0 geworden ist, oder mit anderen Worten, bis die Reflexionsebenen beider Spiegel sich unter einem rechten Winkel kreuzen. Bei dieser Stellung wird der Strahl *bc* von dem oberen Spiegel gar nicht mehr reflectirt, was doch der Fall sein müsste, wenn *bc* ein ge-

Fig. 634.



wöhnlicher Lichtstrahl wäre. Bei weiter fortgesetzter Drehung des oberen Spiegels nimmt die Intensität des reflectirten Strahles allmälig wieder zu, bis sie wieder ihr Maximum erreicht, wenn die ganze Drehung 180^0 beträgt. In dieser Stellung fallen die Reflexionsebenen der beiden Spiegel abermals zusammen. Dreht man noch weiter, so wird der vom oberen Spiegel reflectirte Strahl wieder schwächer und verschwindet ganz, wenn die Reflexionsebenen beider Spiegel wieder gekreuzt sind, also bei einer Drehung von 270^0 etc.

Eine Vorrichtung, an welcher zwei Polarisationsspiegel so angebracht sind, dass man damit den eben beschriebenen Versuch anstellen kann, heisst Polarisationsapparat. Die beiden Spiegel heissen Polarisator (Polariseur) und Analysator (Analyseur). Ein einfacher Apparat, welcher gestattet, den beschriebenen Versuch mehreren Personen zugleich

vorzuzeigen, kann auf die in Fig. 634 (a. v. S.) abgebildete Weise zusammengestellt werden.

Auf der Axe A des (Stöhrer'schen) Rotationsapparates ist ein kleiner, rückwärts geschwärzter Glasspiegel s befestigt, ein eben solcher etwas grösserer Spiegel S wird durch den Träger T festgehalten. Beide Spiegel kehren sich ihre spiegelnden Flächen zu und sind gegen die Verticale um $90^0 - 55^0 = 35^0$ geneigt. Ein Bündel Lichtstrahlen, das durch eine Oeffnung im Fensterladen ins verdunkelte Zimmer eintritt und durch eine Convexlinse passend convergent gemacht und dirigirt werden kann, fällt nach der Reflexion an S und s bei o auf die Innenseite eines cylindrischen, undurchsichtigen oder durchscheinenden Schirmes, welcher mittelst des Trägers T gehalten wird. (Ein abgesprengtes, mit Pausepapier überzogenes Becherglas, welches auf den Ring eines Lampenstativs gestellt wird, versieht diesen Dienst, auch kann man statt der Schwungmaschine die sogenannte Wundertrommel zu diesem Zwecke benutzen, wobei dann Spiegel s sammt Trommel gedreht wird.) Hat man in o ein helles Bild der Oeffnung erhalten und dreht nun den Spiegel s zunächst langsam um seine verticale Axe, so beschreibt das Bild der Oeffnung einen Kreis über o', o'', o''' zurück nach o. Dabei erlischt es jedoch an den Stellen o' und o''' und erscheint am hellsten in o und o''. Dreht man so schnell, dass der Lichteindruck andauert, so erhält man einen in zwei Hälften getheilten Ring, der bei o und o'' am hellsten, bei o' und o''' unterbrochen erscheint.

Durch passende Abänderung dieses Versuches kann man noch folgende wichtige Thatsachen feststellen:

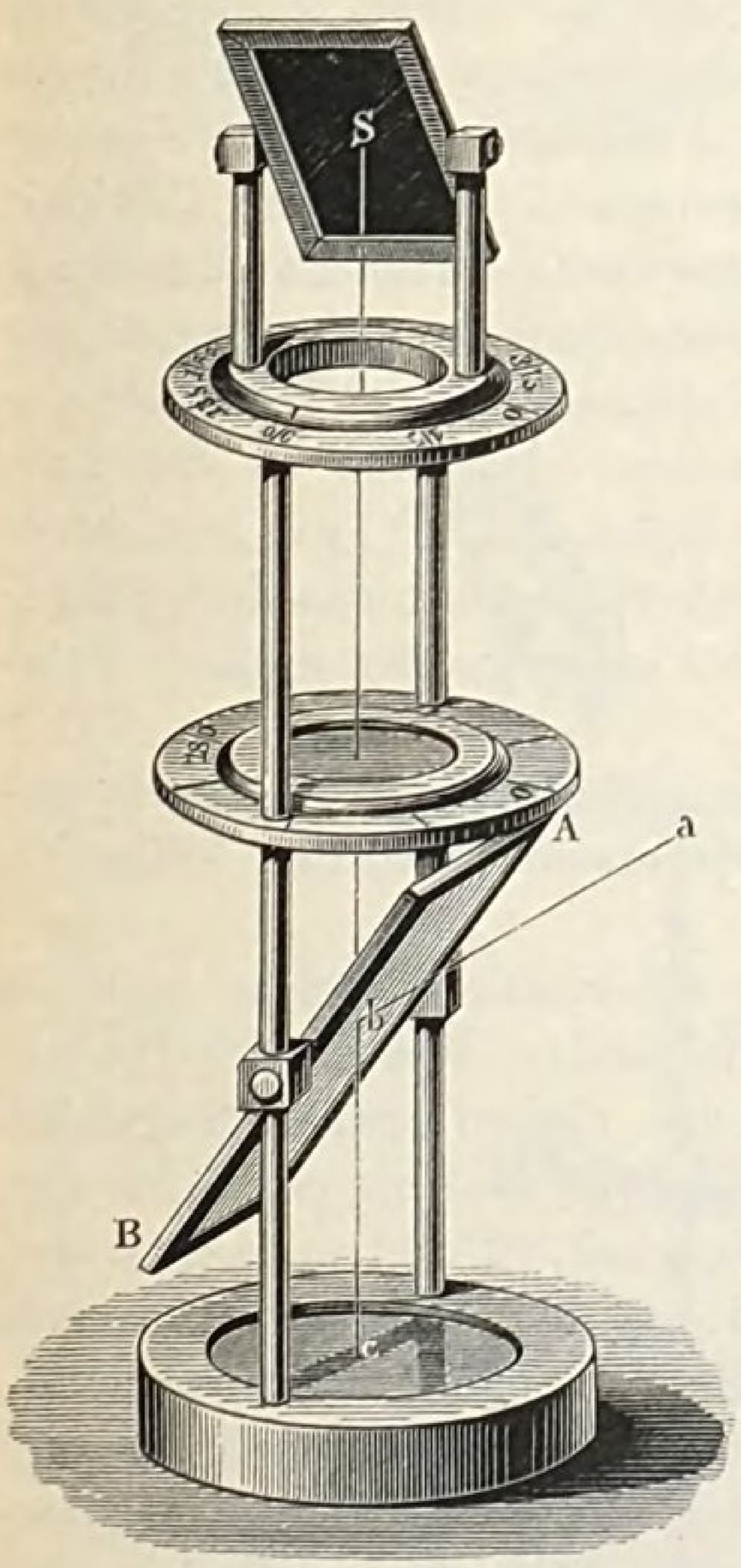
1. Der Versuch gelingt mit Spiegeln aus verschiedenem Materiale (Glas, Obsidian etc.), nur nicht mit Metall- oder Amalgamspiegeln, bei welchen durch die Drehung wohl Aenderung der Intensität, aber keine vollständige Verdunkelung zu erhalten ist.
2. Für jede Spiegelsubstanz muss der Einfallswinkel eine bestimmte Grösse, Polarisationswinkel genannt, haben, damit bei der Drehung volle Dunkelheit eintrete. Findet die Reflexion an einem der beiden Spiegel oder an beiden unter einem grösseren oder kleineren Winkel als dem Polarisationswinkel statt, so tritt nur eine Schwächung, nicht aber eine Auslöschung des reflectrirten Strahles ein.

Aus 1. folgt, dass man zu diesen Versuchen nicht einen Heliostaten mit Spiegel verwenden soll; man benutze vielmehr directes Sonnenlicht oder künstliches Licht, welches noch keine Reflexion erlitten hat.

368 **Polarisationsapparat von Nörrenberg.** Zur bequemen Anstellung der Polarisationsversuche sind verschiedene Apparate construirt worden, welche theils zur subjectiven Beobachtung, theils zur objectiven Darstellung der Erscheinungen vor einer Zuhörerschaft bestimmt sind. Zu ersterem Zwecke ist der Nörrenberg'sche Polari-

sationsapparat am besten geeignet. Ein solcher ist in Fig. 635 in einem Viertel der natürlichen Grösse dargestellt. In einem Fussgestelle, welches nicht zu leicht sein darf, damit der Apparat die nöthige Stabilität erhalte, befinden sich am Rande, diametral einander gegenüberstehend, zwei Säulen, zwischen denen ein Rähmchen AB angebracht ist, welches eine Platte von geschliffenem unbelegtem Spiegelglase einschliesst. Dieses Rähmchen und mit ihm der Spiegel ist mittelst zweier Zapfen um eine horizontale Axe drehbar, so dass man dem Spiegel jede beliebige Lage gegen die Richtung des Lothes geben kann. Der Spiegel wird jedoch gewöhnlich in einer solchen Lage festgestellt, dass seine Ebene einen Winkel von 35° mit der Verticalen macht. Fällt bei dieser Stellung des Spiegels ein Lichtstrahl ab unter einem Einfallswinkel von 55° auf den Spiegel, so geht er zum Theil durch das Glas hindurch, und diesen Theil haben wir weiter nicht zu beachten, zum Theil aber wird er in der Richtung bc vertical nach unten reflectirt. Dieser reflectirte Strahl ist nun polarisirt.

Fig. 635.



Die Reflexionsebene eines durch Spiegelung polarisirten Lichtstrahles wird seine Polarisationsebene genannt. So ist z. B. die durch ba und bc (Fig. 635) gelegte Ebene die Polarisationsebene des durch den Spiegel AB in der Richtung bc reflectirten und durch diese Reflexion polarisirten Strahles.

Auf dem Fussgestelle befindet sich nun in wagerechter Lage ein gewöhnlicher, auf der Rückseite belegter Spiegel, welcher die in der Richtung bc rechtwinklig zu seiner Oberfläche ankommenden polarisirten Strahlen ohne weitere Veränderung in der Richtung cb reflectirt, so dass sie nun zum zweiten Male auf den Polarisationsspiegel AB fallen, welcher den grössten Theil derselben durchlässt, so dass dieselben zum oberen Theile des Apparates gelangen, während die übrigen in der Richtung ba reflectirten nicht mehr in Betracht kommen. Die oberen Enden der Säulen (der mittlere Theil des Apparates mag vor der Hand noch unberücksichtigt bleiben) tragen einen in Grade getheilten Ring. Der Nullpunkt dieser Theilung liegt so, dass, wenn man sich durch die Theilstriche 0 und 180° eine Verticalebene gelegt denkt, diese Ebene mit der Reflexionsebene des Spiegels AB, also mit der Polarisationsebene der durch diesen Spiegel polarisirten Strahlen zusammenfällt. In diesem getheilten Ringe ist ein

anderer drehbar, auf welchem diametral gegenüberstehend zwei Säulchen angebracht sind, zwischen welchen ein Spiegel *S* von schwarzem Glase oder ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel ebenso befestigt ist wie der untere Polarisationsspiegel zwischen seinen Säulen; wie der untere um eine horizontale Axe drehbar, kann der obere Spiegel leicht so gestellt werden, dass er einen Winkel von 35^0 mit der Verticalen macht.

Dieser Spiegel *S* dient als Analysator oder Zerlegungsspiegel.

Der drehbare Ring, auf welchem die Säulchen stehen, ist am Rande etwas zugeschärft und gerade in der Mitte der vorderen Hälfte des Ringes ist eine Linie, ein Index, auf die Zuschärfung gezogen. Eine durch diesen Index und den Mittelpunkt des Ringes gelegte Verticalebene fällt mit der Reflexionsebene des oberen Spiegels zusammen. Dreht man den Ring, welcher den Spiegel *S* trägt, so, dass der Index mit dem Nullpunkte der Theilung zusammenfällt, so fallen die Reflexionsebenen des Polarisationsspiegels und des Zerlegungsspiegels zusammen. Dasselbe ist der Fall, wenn der Index bei 180^0 steht. Wenn der Index bei 90^0 (wie in unserer Figur) oder bei 270^0 steht, so macht die Reflexionsebene des Zerlegungsspiegels einen rechten Winkel mit der Reflexionsebene des unteren Polarisationsspiegels.

Der Winkel, welchen die Reflexionsebene des Zerlegungsspiegels mit der Reflexionsebene des Polarisationsspiegels macht, wird das Azimuth des Zerlegungsspiegels genannt.

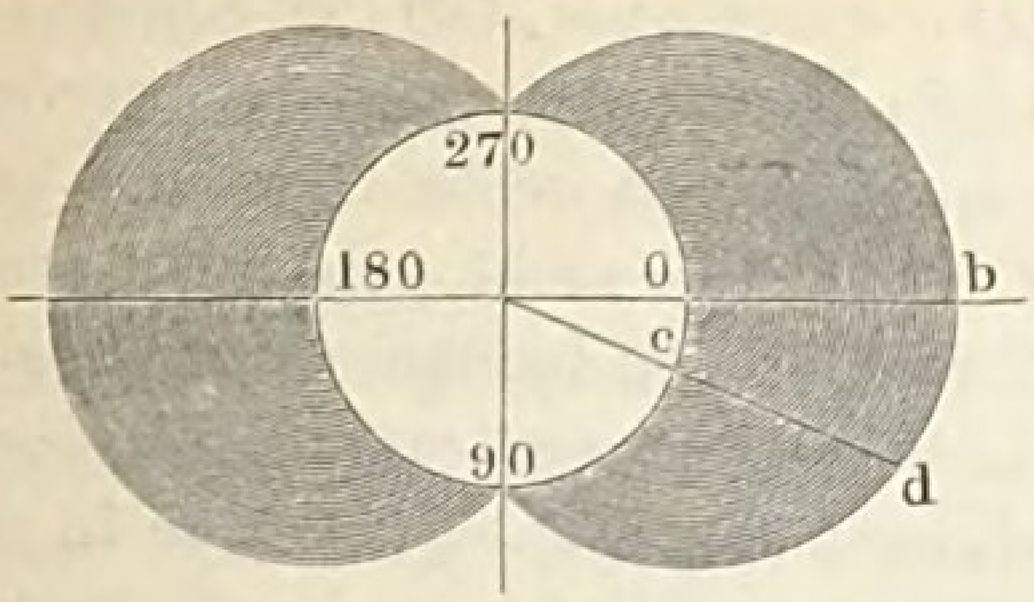
Die Erscheinungen der gewöhnlichen Polarisation, welche man an diesem Apparate beobachten kann, sind folgende. Wenn beide Spiegel parallel stehen, wenn also der Index des den oberen Spiegel tragenden Ringes bei 0^0 steht, so reflectirt der obere Spiegel die von unten her ihn treffenden Strahlen, das Gesichtsfeld ist also hell. Dreht man aber den Zerlegungsspiegel aus dieser Lage heraus, so dass bei unverändertem Einfallswinkel das Azimuth des Zerlegungsspiegels nach und nach wächst, so nimmt die Intensität des reflectirten Lichtes mehr und mehr ab und wird 0, wenn der Index bei 90^0 steht, wenn also das Azimuth des Zerlegungsspiegels 90^0 geworden ist. In dieser Stellung reflectirt der schwarze Spiegel die von unten her ihn treffenden Strahlen nicht mehr, das Gesichtsfeld erscheint dunkel. Dreht man noch weiter, so wird es allmälig wieder heller, und wenn der Index bei 180^0 steht, ist die Lichtstärke wieder derjenigen gleich, die bei 0^0 beobachtet wurde. Das Licht nimmt jedoch wieder ab, wenn man noch über 180^0 hinausgeht; das Gesichtsfeld wird zum zweiten Male dunkel, wenn der Index bei 270^0 steht.

Es versteht sich von selbst, dass während dieser ganzen Drehung die Richtung des oberen Spiegels gegen die Verticale unverändert bleiben muss. In allen Lagen macht der obere Spiegel einen Winkel von 35^0 mit der Verticalen.

Der Zusammenhang dieser Erscheinungen lässt sich so leicht übersehen, dass es nicht nöthig wäre, sie noch weiter anschaulich zu machen;

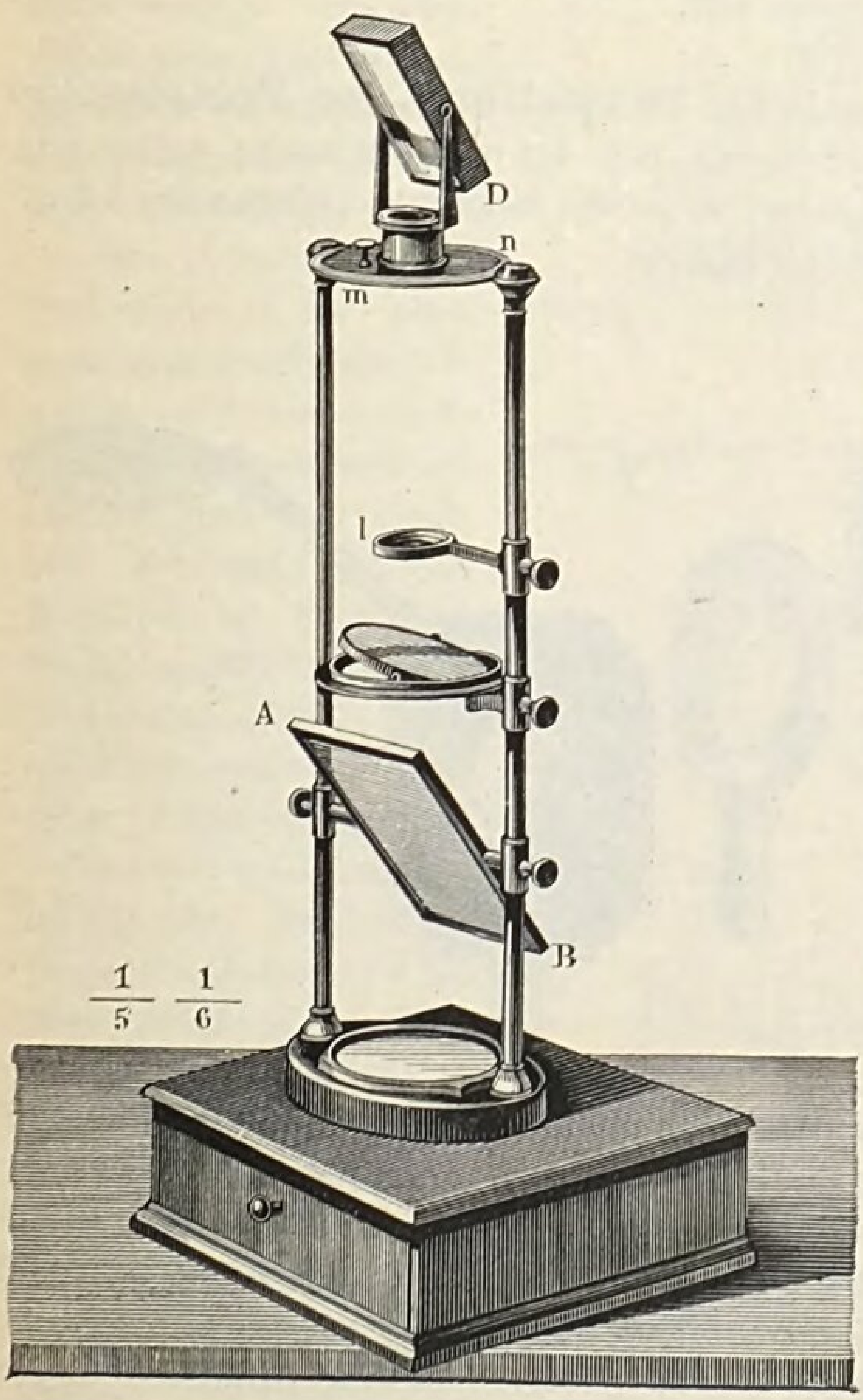
allein des besseren Verständnisses der complicirteren Erscheinungen der Kreispolarisation wegen wollen wir auch die einfachen Erscheinungen der gewöhnlichen Polarisation graphisch darstellen.

Fig. 636.



In Fig. 636 stellt die Verlängerung der Radien des Kreises bis zu der Curve, welche die ganze Figur begrenzt, die Intensität des reflectirten Lichtes für die verschiedenen Stellungen des oberen Spiegels dar. Es repräsentiren also die Strecken $0b$ und cd die Intensitäten des vom Zerlegungsspiegel reflectirten Lichtes für die Azimuthe 0 und $0c$. Man übersieht in der Figur sehr deutlich, dass für die Azimuthe 90° und 270° die Intensität des reflectirten Lichtes Null, für 0° und 180° aber ein Maximum ist.

Fig. 637.

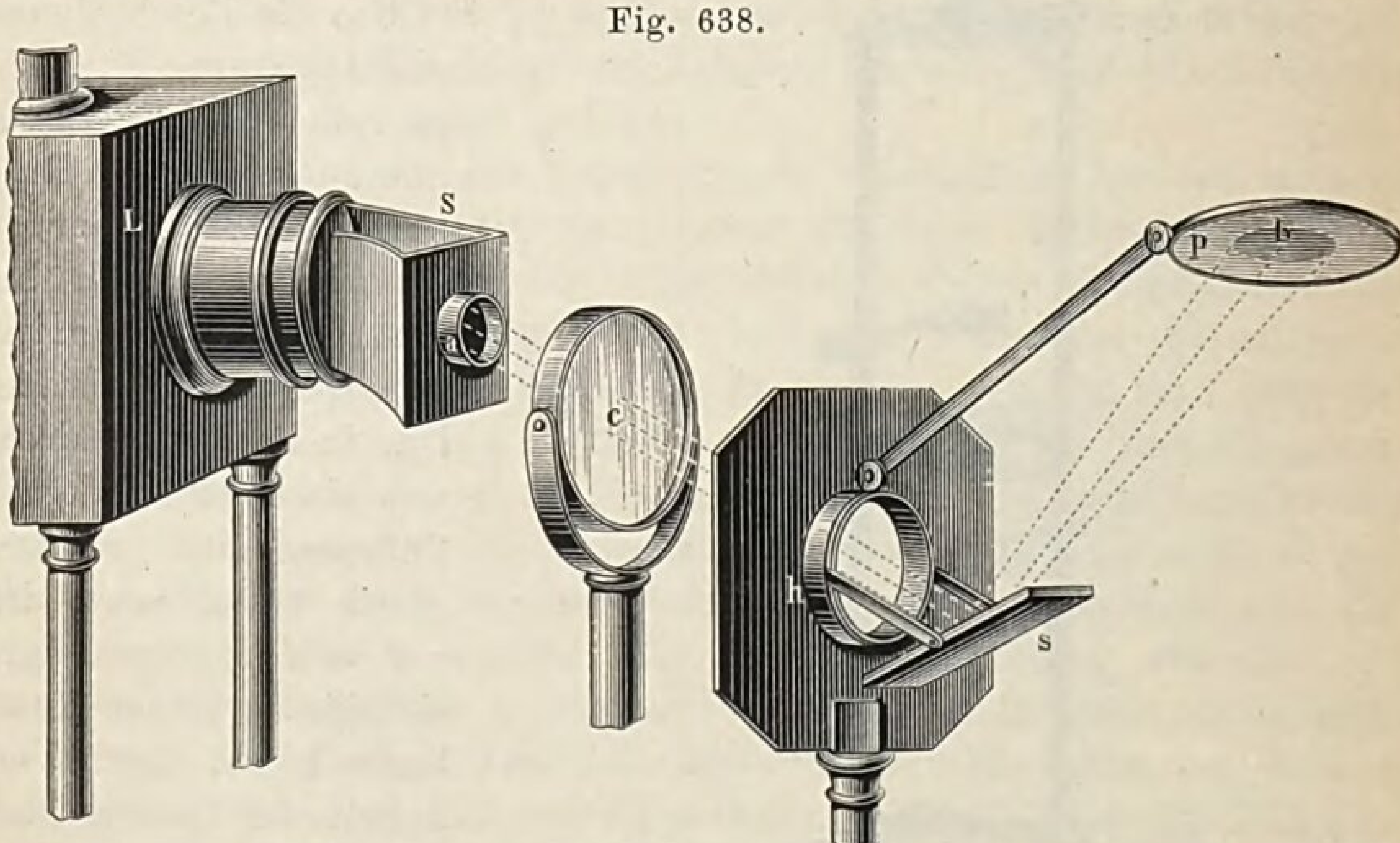


Um die Beschreibung des Apparates Fig. 635 zu vollenden, wollen wir nun auch noch den Ring betrachten, welcher in der Mitte der Säulen über dem unteren Polarisationsspiegel angebracht ist. In demselben dreht sich ein zweiter, dessen Oeffnung mit einer Glasplatte verschlossen ist, auf welche man durchsichtige Gegenstände legen kann, deren Verhalten im polarisirten Lichte man untersuchen will. Der Rand dieses drehbaren Ringes ist etwas zugeschärft und mit einem Index versehen; auf dem äusseren Ringe ist eine Kreistheilung angebracht, welche der oberen entspricht. — Fig. 637 stellt einen sorgfältig in Messing ausgeführten Nörrenberg'schen Polarisationsapparat dar, welcher wohl

nach dem Vorhergehenden leicht zu verstehen ist. Der ganze Apparat ist auf einem Kästchen von Holz befestigt, welches mit einer Schieblade versehen ist, um darin verschiedene Requisiten aufbewahren zu können. Das mittlere Tischlein ist nicht allein um die verticale Axe des Apparates drehbar, sondern es kann auch gegen die Horizontale geneigt werden. Ueber dem Tischlein befindet sich eine Linse *l*, von deren Gebrauch erst später die Rede sein wird, welche aber, wenn sie nicht gebraucht wird, auf die Seite geschoben werden kann. Zwischen den beiden oberen Enden der Messingsäulen ist der am Rande eine Kreistheilung tragende Messingring *mn* befestigt; in ihm ist eine Messingscheibe drehbar, welche in der Mitte eine kurze Hülse zur Aufnahme der verschiedenen Kopfapparate trägt, von denen noch weiter unten die Rede sein wird. Unsere Figur zeigt statt des auf gleiche Weise anzubringenden Zerlegungsspiegels eine Glasplattensäule *CD*, deren Einrichtung gleichfalls in einem der nächsten Paragraphen besprochen werden soll.

369 **Apparat zur objectiven Darstellung der Polarisation durch Reflexion.** Hierzu eignet sich der von Duboscq construirte, in Fig. 638 dargestellte Apparat. *L* ist die bekannte Laterne für künst-

Fig. 638.



liches Licht, *S* ist der als Polarisator, *s* der als Analysator dienende Spiegel. Der letztere ist mittelst der Hülse *h* sammt dem kleinen Projectionsschirme *p* drehbar. Die Convexlinse *c* entwirft ein reelles Bild *b* der Oeffnung *a* auf dem Schirme *p*, welches je nach der Stellung zwischen Maximum und Minimum der Helligkeit wechselt.

Bei dieser Anordnung ist es unbequem, dass der polarisirte Lichtstrahl aus der Axe des Projectionsapparates abgelenkt wird. Duboscq ersetzte daher den Spiegel S durch den Polarisator Delezenne. Derselbe besteht aus einem totalreflectirenden Prisma, welches den aus der

Laterne tretenden Lichtstrahl zunächst schief nach aufwärts unter dem Einfallswinkel von 55° auf den polarisirenden Spiegel (aus schwarzem Glase) wirft, von dem aus dann der polarisirte Strahl parallel mit der Axe und nur wenig höher als die letztere auf den analysirenden Spiegel trifft. Dabei muss freilich vorausgesetzt werden, was aber nicht ganz richtig ist, dass diese erste Reflexion am Prisma das Experiment nicht störe.

Der Polarisator von Delezenne ist aber ganz gut durch die folgende einfache Anordnung zu ersetzen, welche auf der optischen Bank von Schmidt und Hänsch in folgender Weise angebracht wird (siehe Fig. 639). *S* ist die Lichtquelle (elektrischer Lichtbogen oder Drummond'sches Licht) der bekannten Projectionslaterne. *l* die Condensorlinse, welche das Licht als paralleles Lichtbündel aussendet. *l'* eine zweite Sammellinse, welche das Lichtbündel convergent macht. *Z* eine auf das erste Säulchen der optischen Bank gesteckte Zerstreuungslinse mit Schirm, welche das

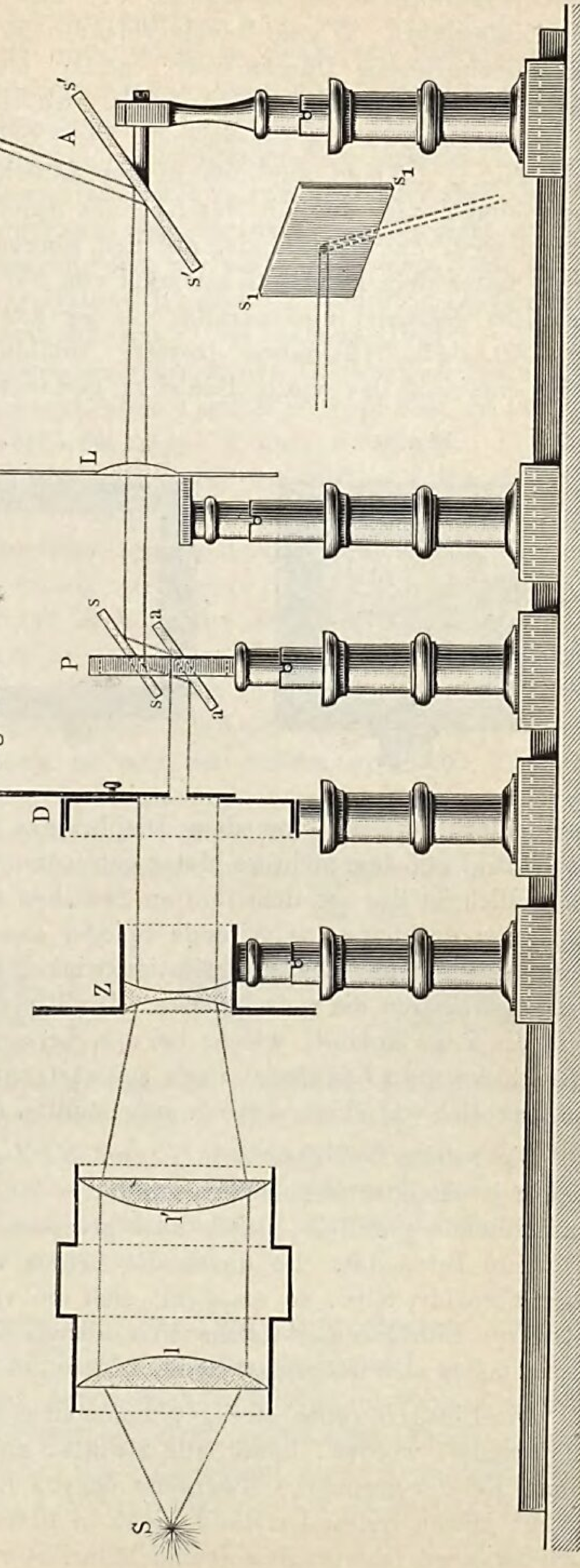


Fig. 639.

Licht neuerdings in ein schmäleres und daher helleres paralleles Lichtbündel überführt. *D* eine Revolverblende mit kreisförmigen Oeffnungen von verschiedenem Durchmesser, welche als Diaphragma dient und alles nicht ganz parallele Licht abhält. *aa* ein Amalgamspiegel, *ss* ein rückwärts geschwärzter Glasspiegel. Diese beiden Spiegel sind in einem rechteckigen Rahmen auf dem dritten Säulchen so befestigt, dass sie einen Winkel von 35^0 mit der Axe des Apparates bilden. Der untere Spiegel wirft das Lichtbündel auf den oberen, welcher als Polarisator dient, unter dem Polarisationswinkel von 55^0 auf. Der letztere sendet das Licht polarisirt und parallel mit der Axe des Apparates aus. Die Fig. 640, 641, 642 geben grössere Abbildungen dieses Polarisators. *L* ist eine auf das vierte Säulchen gesteckte, mit Schirm versehene

Fig. 640.

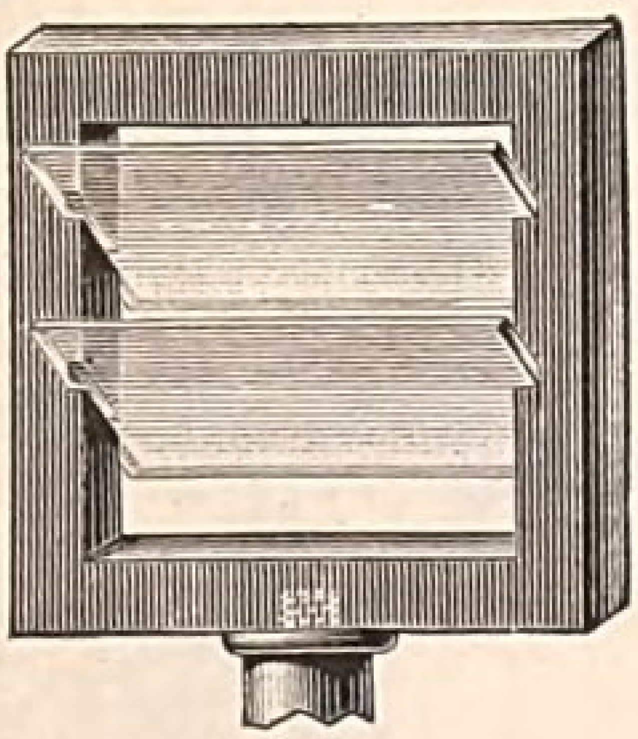


Fig. 641.

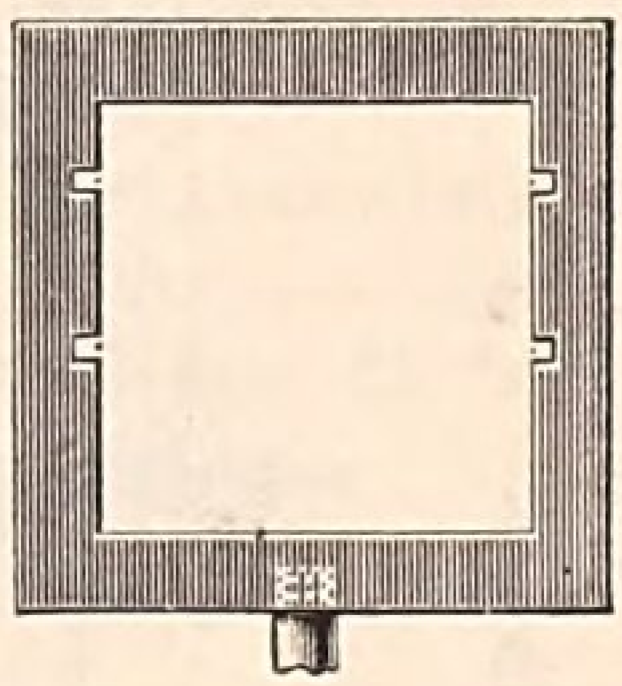
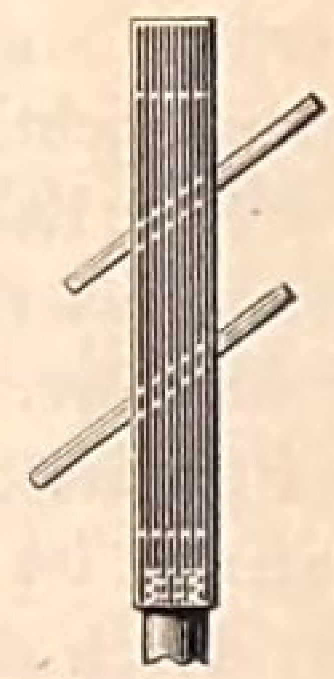


Fig. 642.



Sammellinse, welche von dem Diaphragma *D* ein scharf begrenztes reelles Bild auf dem mehrere Meter entfernten Projectionsschirm entwirft. *s′s′* endlich ist der auf dem fünften Säulchen montirte, um die Axe des Apparates drehbare analysirende Spiegel aus schwarzem Glase, dessen Neigung wiederum dem Polarisationswinkel entspricht. Er wirft den Lichtstrahl gegen die weisse Decke. Dreht man ihn aber um 90^0, so dass er in die Lage kommt, welche bei $s_1 s_1$ perspectivisch gezeichnet ist, so erlischt der nun horizontal nach seitwärts gerichtete reflectirte Strahl, wie man sich auf einem seitlich aufgestellten Schirme überzeugen kann.

Die zweite Condensorlinse *l′* und die Zerstreuungslinse *Z* könnten beide mit einander wegbleiben; nur hätte dann das aus der ersten Linse *l* austretende parallele Lichtbündel grösseren Querschnitt und deshalb geringere Intensität. Da durch die beiden schwarzen Glasspiegel viel Licht absorbirt wird, so empfiehlt sich die von Schmidt und Hänsch getroffene Einrichtung, welche sich überall dort bewährt, wo man nur ein schmales aber möglichst helles Lichtbündel benöthigt.

Die Linse *L* sollte streng genommen erst nach dem Analysator *A* eingeschaltet werden, damit alle Strahlen auch auf diesen parallel auffallen. Bei der geringen Convergenz des von *L* ausgehenden Lichtbündels kommt jedoch dieser Umstand nicht in Betracht. Die Linse *L* könnte auch zwischen Diaphragma *D* und Polarisator *P* aufgestellt werden, nur

muss ihr Abstand vom Diaphragma so bemessen sein, dass von letzterem ein scharfes Bild auf dem Schirme entsteht.

Die Fig. 643 zeigt die der optischen Bank von Schmidt und Hänsch beigegebenen Säulchen sammt Schlitten, welche sich durch elegante und zweckmässige Construction auszeichnen, in einem Drittel der natürlichen Grösse. Der untere Theil *B* der Säule ist mit dem Theile *h* unterhalb des schraubenförmigen Schlitzes sowie mit *r* fest verbunden. Der Ring *r'* mit sammt der Hülse *C* ist drehbar. Durch diese Drehung wird der mit *D* verbundene Stift *s'* in einem verticalen Schlitze des Theiles *h* gehoben oder gesenkt. Der Theil *D* ist hohl und nimmt verschiedene Träger *T* auf, welche mit dem Anschlagringe *r''* und dem Stifte *s* eingesetzt werden können. Der Stift *s* wird durch die Nuth der Hülse *D* aufgenommen und dadurch an der Drehung verhindert. Es ist somit möglich, durch Drehung des Ringes *r'* die Hülse *D* und mit ihr den Träger *T* zu heben und zu senken, ohne letzteren mit zu drehen. Die Verbindung des Schlittens *A* mit den Schienen *S* der optischen Bank ist aus der Seitenansicht der Fig. 644 zu ersehen. Soll ein solcher Schlitten weggenommen werden können, ohne vorher die Nachbarschlitten zu entfernen, so empfiehlt sich die modificirte Form (Fig. 645). Man kann zwar die Experimente auch ohne

Fig. 643.

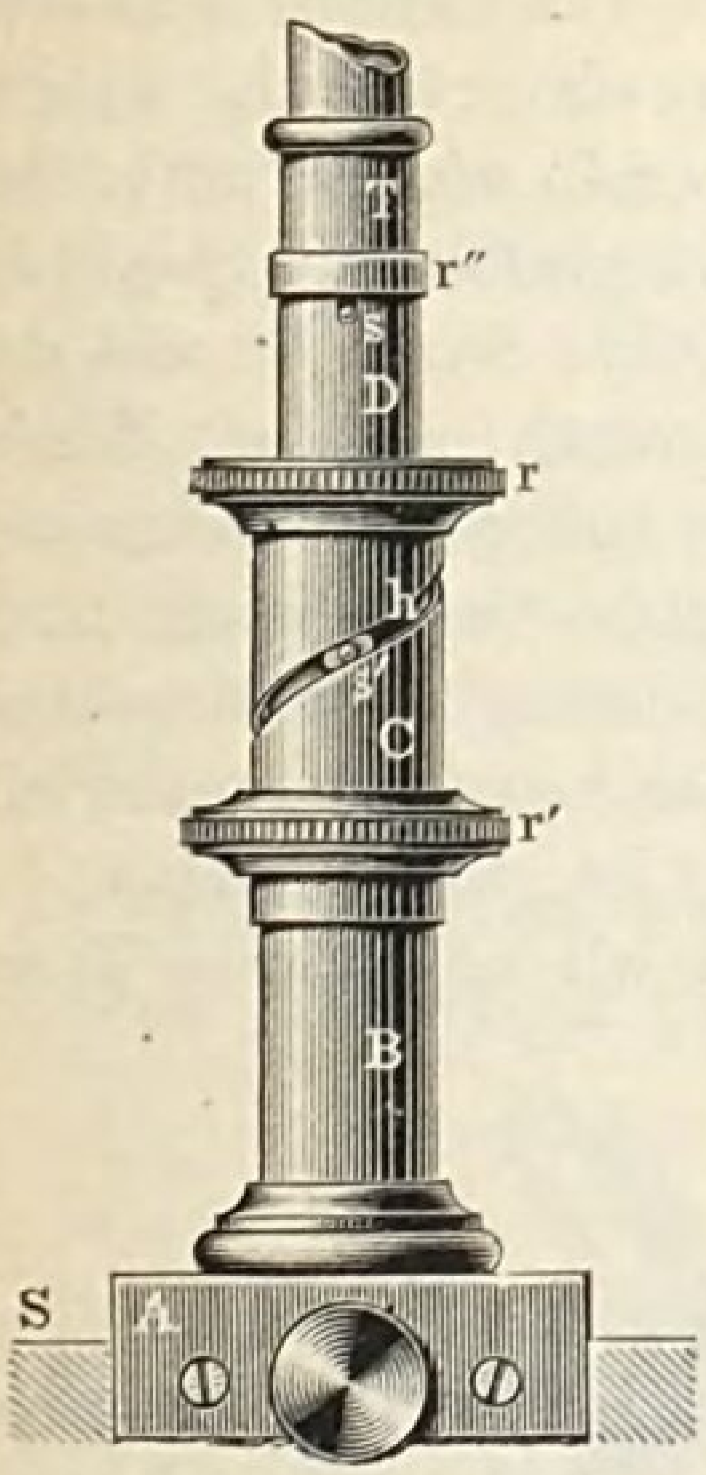


Fig. 644.

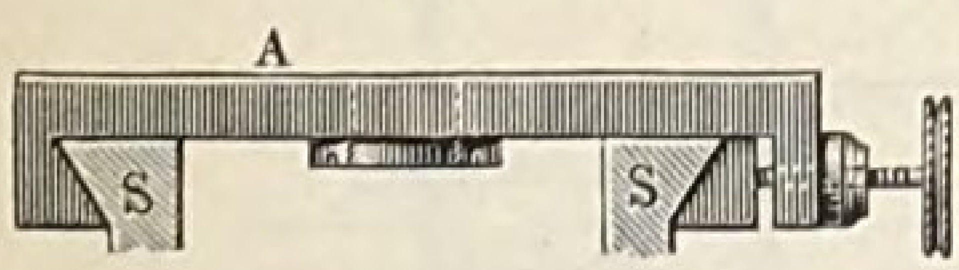
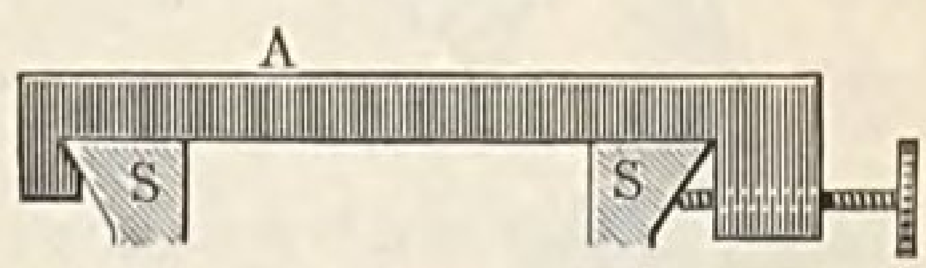


Fig. 645.

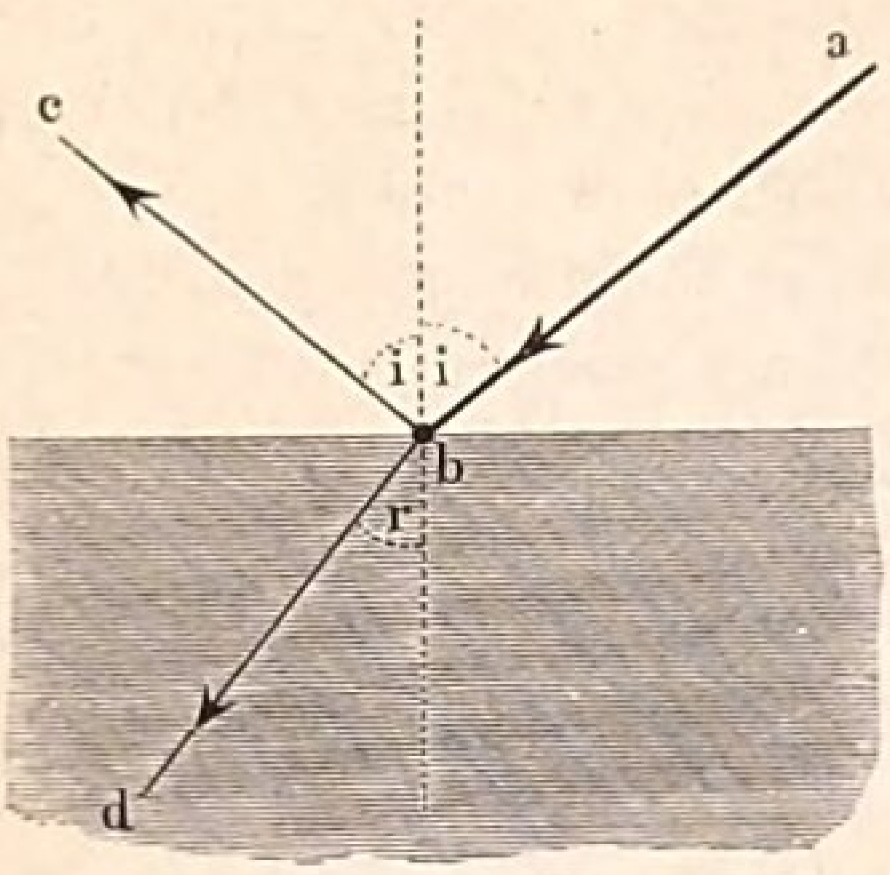


die optische Bank anstellen, indem man die verschiedenen Apparate mit ihren Füssen direct auf den Tisch stellt, oder in Haltern einklemmt. Aber es erleichtert die Centrirung der Apparate und beschleunigt den Uebergang von einem Versuche zum anderen ausserordentlich, wenn man sich einer optischen Bank bedienen kann, für welche sämmtliche aufzustellende Bestandtheile angepasst sind.

Der Polarisationswinkel; Brewster's Gesetz. Bereits 370
im §. 367 wurde mitgetheilt, dass es für die Polarisation eines Lichtstrahles nicht gleichgültig ist, unter welchem Winkel die Reflexion stattfindet. Es giebt für jede Substanz einen bestimmten Einfalls- (und Reflexions-)winkel, für welchen die Polarisation eine vollständige, oder doch ein Maximum ist. Dieser Winkel wird der Polarisationswinkel genannt.

Man hatte schon für viele Körper durch Versuche den Polarisationswinkel bestimmt, als Brewster [1]) durch Vergleichung der Resultate zu dem merkwürdigen Gesetze geführt wurde, dass der Polarisationswinkel derjenige Einfallswinkel ist, für welchen der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen rechtwinklig steht. Wenn also in Fig. 646 *ab* der unter dem Polarisationswinkel einfallende Strahl ist, so wird der reflectirte Strahl *bc* mit dem gebrochenen *bd* einen rechten Winkel machen; für jeden anderen Einfallswinkel steht der reflectirte Strahl nicht mehr rechtwinklig auf dem gebrochenen, alsdann ist aber der reflectirte Strahl auch nicht mehr vollständig polarisirt.

Fig. 646.



Wenn der Winkel *dbc* (Fig. 646) gleich 90° ist, so ist auch $i + r = 90^0$, folglich ist auch $sin\, r = cos\, i$. Setzen wir nun diesen Werth von $sin\, r$ in die Gleichung

$$sin\, i = n\, sin\, r,$$

so kommt

$$tang\, i = n.$$

Der Polarisationswinkel ist also derjenige Einfallswinkel, dessen trigonometrische Tangente gleich ist dem Brechungsquotienten der reflectirenden Substanz.

Diese Beziehung wird das Brewster'sche Gesetz genannt. Dasselbe wurde von Seebeck [2]) genauer geprüft und bestätigt gefunden. So z. B. fand er:

Substanz	Polarisationswinkel	
	beobachtet	berechnet
Flussspath, farblos . . .	55° 6,7′	55° 6,7′
Opal	55° 29′	55° 26′
Glas	56° 36′	56° 32′
Pyrop	61° 4′	61° 7′
Blende	67° 8′	67° 7′

Da der Brechungsquotient der verschiedenfarbigen Strahlen nicht derselbe ist, so ist klar, dass selbst für eine und dieselbe Substanz der Polarisationswinkel nicht für die Strahlen aller Farben gleich gross sein

[1]) Phil. Trans. 1815, p. 125.
[2]) Pogg. Ann., Bd. XX, S. 27.

kann. Es erklärt sich daraus ganz einfach, warum ein Strahl weissen Lichtes durch Reflexion niemals ganz vollständig polarisirt sein kann.

Die richtige Stellung der Spiegel im Polarisationsapparate mittelt man am besten durch den Versuch aus; man stellt beide Spiegel ungefähr in die richtige Neigung gegen die Verticale, kreuzt ihre Reflexionsebenen und corrigirt alsdann zuerst die Neigung des unteren Spiegels, indem man seine Neigung allmälig ändert und ihn in der Lage feststellt, für welche das oben reflectirte Licht im Minimum ist. Ist dies geschehen, so corrigirt man auf dieselbe Weise die Neigung des oberen Spiegels.

Bei genauer Untersuchung findet man, dass das von einer Wasserfläche, von einem Schieferdache, von einem polirten Tische etc. reflectirte Licht mehr oder weniger polarisirt ist, ja fast alle spiegelnden Oberflächen können unter Umständen als Polarisationsspiegel dienen. Nur die metallischen Oberflächen machen hiervon eine Ausnahme.

Polarisation durch gewöhnliche Brechung. Wenn Lichtstrahlen unter einem Einfallswinkel von 55° auf eine durchsichtige Glas- 371

Fig. 647.

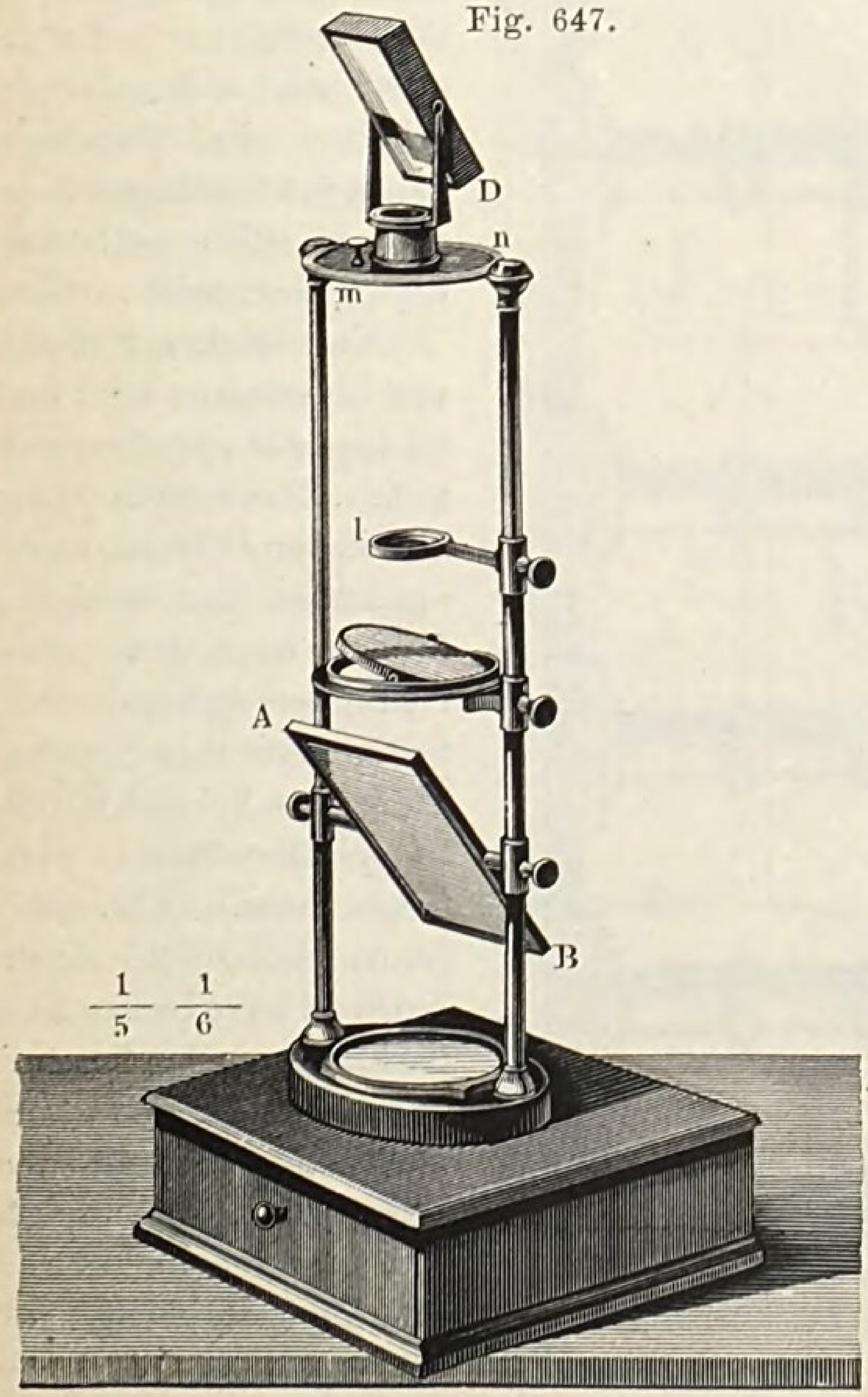
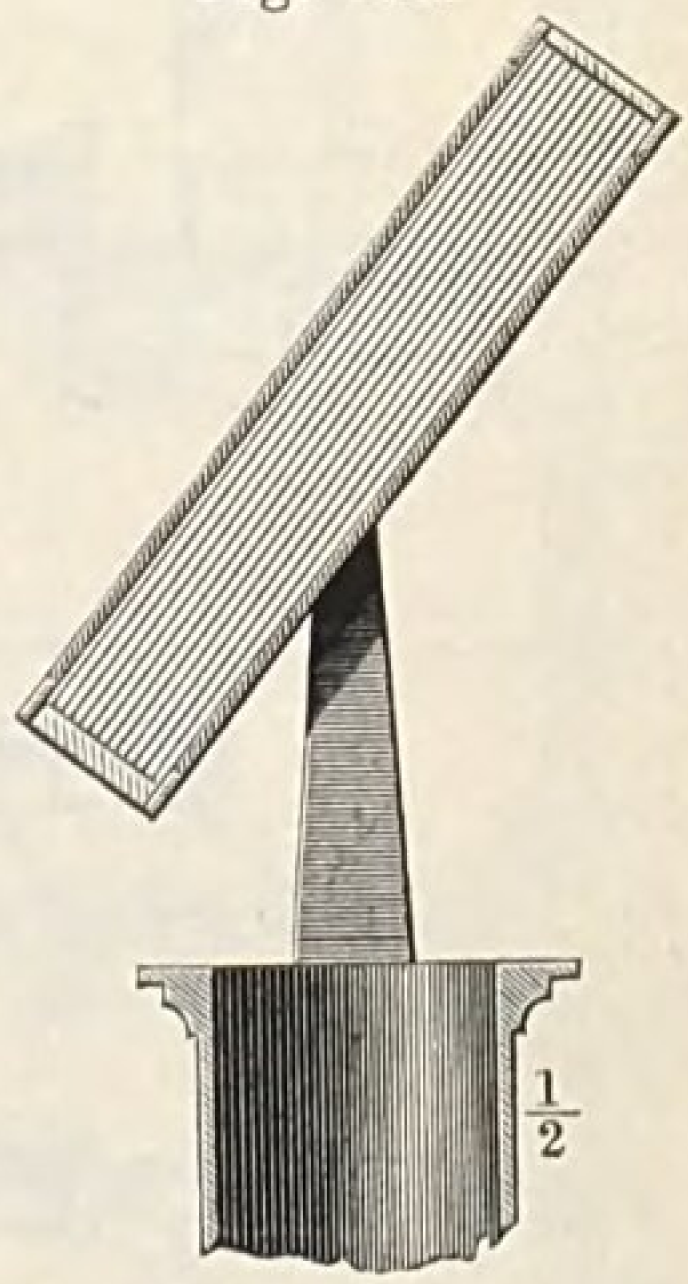


Fig. 648.



tafel fallen, so werden sie zum Theil reflectirt und durch diese Reflexion polarisirt, zum Theil aber gehen sie auch durch die Glastafel hindurch. Die hindurchgegangenen Strahlen zeigen nun ebenfalls Spuren von Polarisation, und zwar steht ihre Po-

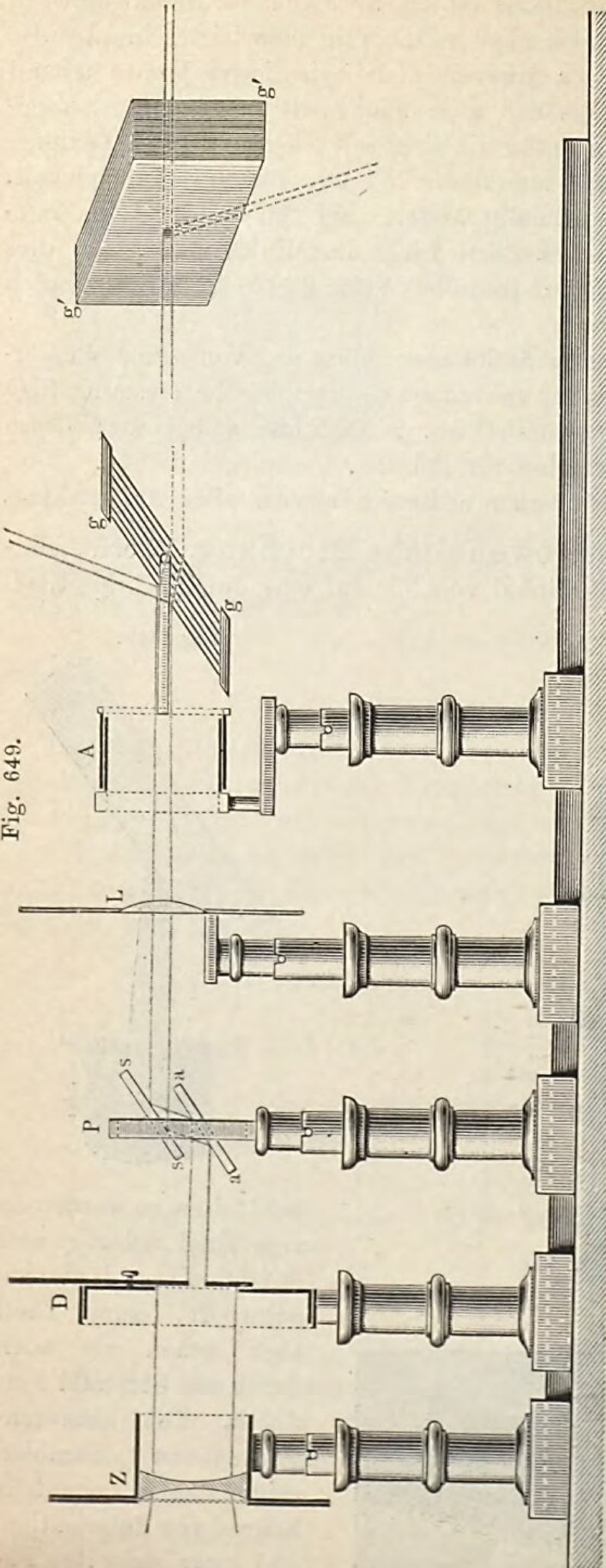


Fig. 649.

larisationsebene rechtwinklig auf der Polarisationsebene der an der Vorderfläche reflectirten Strahlen. Lässt man die durchgegangenen Strahlen, deren Polarisation, wie gesagt, sehr schwach ist, auf eine zweite, der ersteren parallele Glastafel fallen, so sind sie nach ihrem Durchgange durch diese zweite Glasplatte schon vollständiger polarisirt. Durch eine dritte, vierte, fünfte Glasplatte wird die Polarisation immer vollständiger; durch acht bis zehn Glasplatten erhalten die durchgegangenen Strahlen schon eine ziemlich vollständige Polarisation.

Ein solches System von Glasplatten wird ein Glasplattensatz genannt. Ein solches kann also in den Polarisationsapparaten den analysirenden oder den polarisirenden Spiegel vertreten, oder es können die beiden Spiegel durch Glasplattensätze vertreten sein. Fig. 647 (a. v. S.) zeigt einen Nörrenberg'schen Apparat, dessen Analysator aus einem solchen Glasplattensatze besteht, die Fig. 648 (a. v. S.) zeigt den letzteren in grösserem Maassstabe im Verticalschnitte.

Wenn man die Säule von Glasplatten statt des Zerlegungsspiegels auf den Apparat aufgesetzt hat, so wird beim Durchsehen durch die Glasplatten das Gesichtsfeld dunkel erscheinen, wenn die Platten dieser Säule mit dem Polarisationsspiegel AB parallel stehen, also ungefähr bei der in Fig. 647 dargestellten Lage, für welche die unterste Platte der Säule die von unten kommenden Strahlen reflectirt. Macht dagegen die Reflexionsebene der Glasplattensäule einen rechten Winkel mit der Reflexionsebene des Polarisationsspiegels AB, so ist beim Hindurchsehen durch die Glasplattensäule das Gesichtsfeld hell.

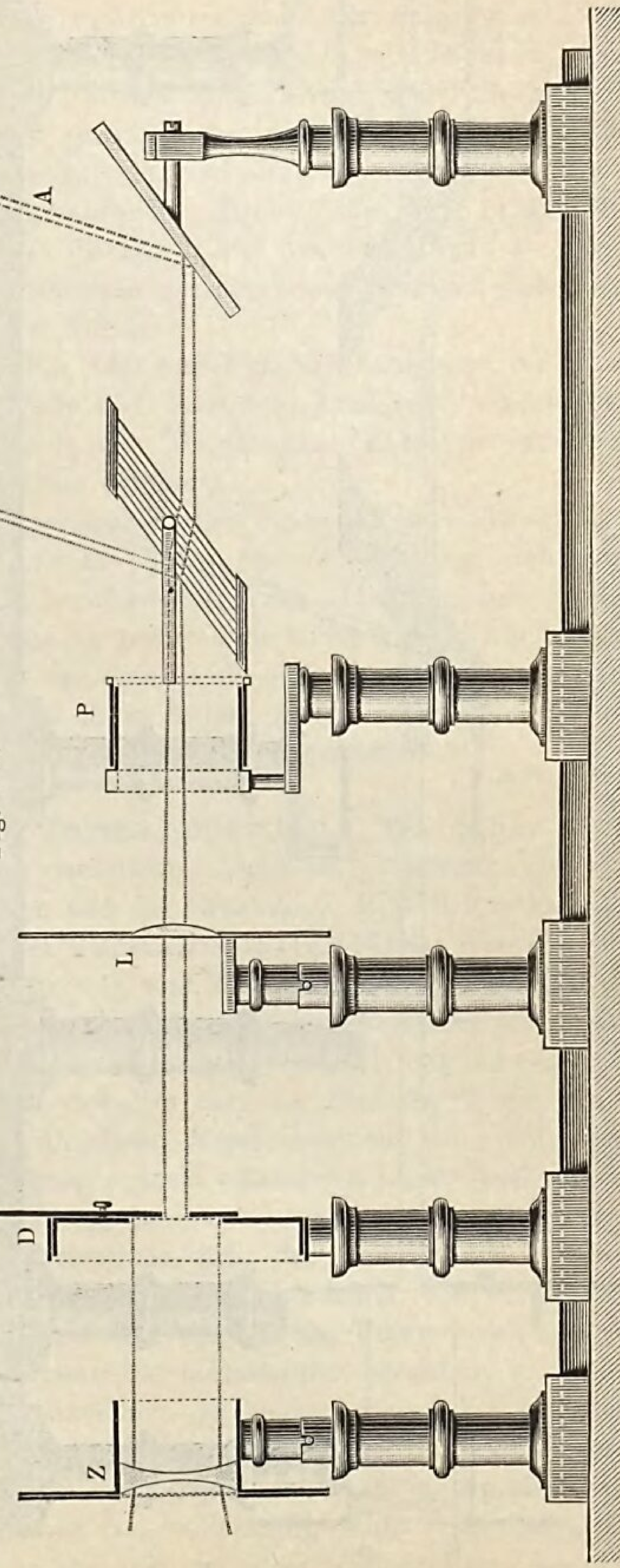


Fig. 650.

Fig. 649 zeigt die Anordnung für die objective Darstellung der einschlägigen Versuche.

Das durch die Reflexion am Spiegel ss polarisirte Licht wird nach dem Durchgange durch die Projectionslinse L auf den Glasplattensatz gg geleitet, welcher sich mit Hülfe der Hülse A um eine zum Lichtbündel parallele Axe drehen lässt. Steht der Glasplattensatz parallel zum Spiegel, wie in Fig. 649 bei gg dargestellt ist, so erscheint das reflectirte Licht an der Zimmerdecke hell, das durchgelassene Licht auf dem Schirme da-

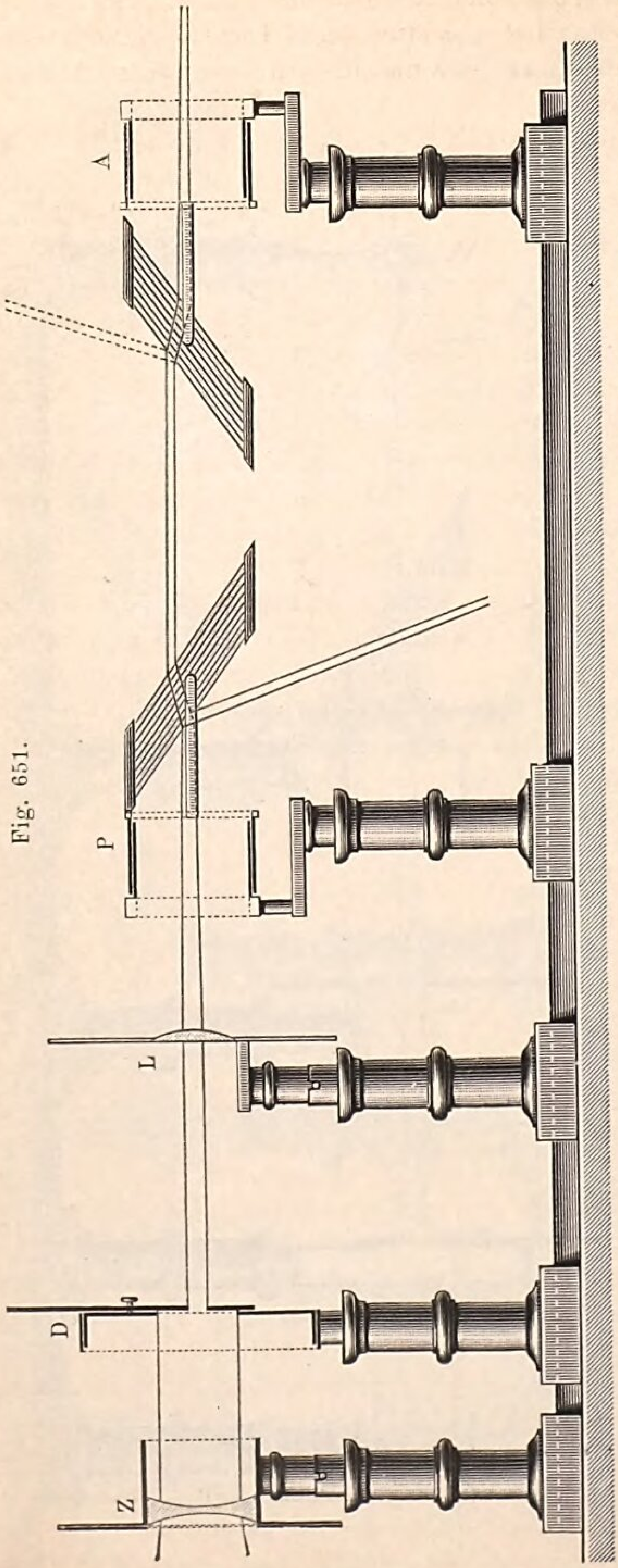


Fig. 651.

gegen verschwindet nahezu vollständig. Umgekehrt erscheint bei der durch $g'g'$ dargestellten Lage des Glasplattensatzes das durchgelassene Licht hell, während das reflectirte ausgelöscht wird. Das durchgelassene Licht erlischt also bei der Stellung gg, es erscheint hell bei der Stellung $g'g'$ des Glasplattensatzes. Daraus folgt, dass die Polarisationsebene des durchgelassenen (mehrfach gebrochenen) Lichtes senkrecht steht auf der Polarisationsebene des reflectirten Lichtes.

In Bezug auf das durchgelassene Licht verhält sich also dem polarisirenden Spiegel gegenüber der Glasplattensatz entgegengesetzt, wie der analysirende Spiegel; denn er giebt bei der gekreuzten Lage Helligkeit und bei der parallelen Lage Dunkelheit des Feldes.

Der Glasplattensatz könnte auch als Polarisator P verwendet werden, wie Fig. 650 (a. v. S.) zeigt. Dabei wird, wenn der Spiegel die in der Figur dargestellte Lage hat, das polarisirte Licht von dem Spiegel A fast

gar nicht reflectirt. Es erlischt nur deshalb nicht ganz, weil, wie erwähnt, der Glasplattensatz nicht vollständig polarisirt, d. h. noch etwas natürliches Licht hindurch lässt. Der um 90° gedrehte Spiegel reflectirt dagegen wieder das Licht.

Fig. 651 endlich zeigt den Fall, wo sowohl der Polarisator *P* als auch der Analysator *A* aus einem Glasplattensatz gebildet sind. Das polarisirte Licht geht in diesem Falle durch den Analysator hindurch, so oft die beiden Glasplattensätze parallel sind oder um 180° gegen einander (um den Lichtstrahl als Axe) verdreht sind, so oft also die beiderseitigen Einfallsebenen zusammenfallen. Dreht man dann einen der beiden Glasplattensätze um 90° (in Bezug auf den Lichtstrahl als Axe), so dass also die beiden Einfallsebenen auf einander senkrecht stehen, so erlischt das Licht zum grössten Theile.

Auch bei den Versuchen Fig. 650 und Fig. 651 kann man die Linse *L* nach dem Polarisator, im Falle 651 nach dem Analysator einschalten, jedoch stets in solchem Abstande vom Diaphragma, dass von letzterem ein scharfes Bild auf dem Schirme erscheint.

Der Glasplattensatz hat gegenüber dem Spiegel den Vortheil, dass er dem durchgehenden Lichtstrahle keine andere Richtung giebt und dass die Lichtstärke weniger herabgesetzt wird. Dagegen hat er den Nachtheil, dass er kein vollständig polarisirtes Licht giebt. Auch ist er schwieriger rein zu halten als der Spiegel, da sich die vielen Glasplatten leicht mit Staub bedecken und dann Anlass geben, dass sich diffuses Licht beimischt und die Reinheit der Erscheinungen stört.

Polarisation durch Turmalinplatten. Wir haben bisher 372
zwei Mittel kennen gelernt, natürliches Licht in polarisirtes zu verwandeln, nämlich die Reflexion und die Brechung. Eine dritte Methode beruht auf der Anwendung einer *Turmalinplatte*. Nimmt man von dem Apparate Fig. 647 den Zerleger weg und lässt man statt auf diesen die polarisirten Strahlen auf eine horizontal gehaltene Turmalinplatte fallen, *deren Oberflächen der krystallographischen Hauptaxe dieses Minerals parallel sind*, so gewahrt man an dem durch die Platte hindurchgegangenen Lichte dieselben Erscheinungen wie diejenigen, welche man an dem vom Zerlegungsspiegel reflectirten Lichte beobachtete. Hat die Platte eine solche Stellung, dass ihre krystallographische Hauptaxe rechtwinklig auf der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen steht, so lässt sie die Strahlen so vollständig hindurch, als es die Färbung des Minerals erlaubt. Macht aber die Axe der Platte einen anderen Winkel mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen, so ist das durchgehende Licht um so schwächer, je kleiner dieser Winkel wird. Fällt die Axe der Platte in die Polarisationsebene der einfallenden Strahlen, so ist die Intensität des durchgegangenen Lichtes ein Minimum, und falls die Platte dick genug ist, vollständig Null. Die Lage des Krystalls, bei welcher seine Axe mit der Polarisationsebene der ein-

fallenden Strahlen einen rechten Winkel bildet, entspricht dem Falle, dass der obere Spiegel dem unteren parallel ist, die zuletzt erwähnte Stellung des Krystalls aber dem Falle der gekreuzten Spiegel.

Wenn eine solche Turmalinplatte in eine Fassung gebracht ist, welche ebenso wie die, welche die Säule von Glasplatten enthält, auf

Fig. 652.

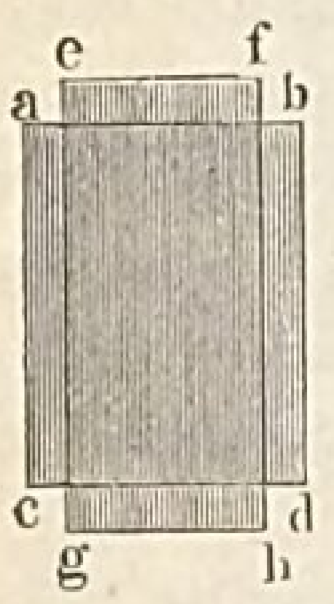
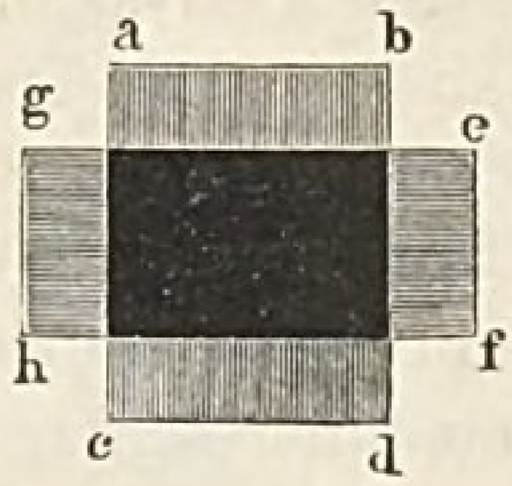


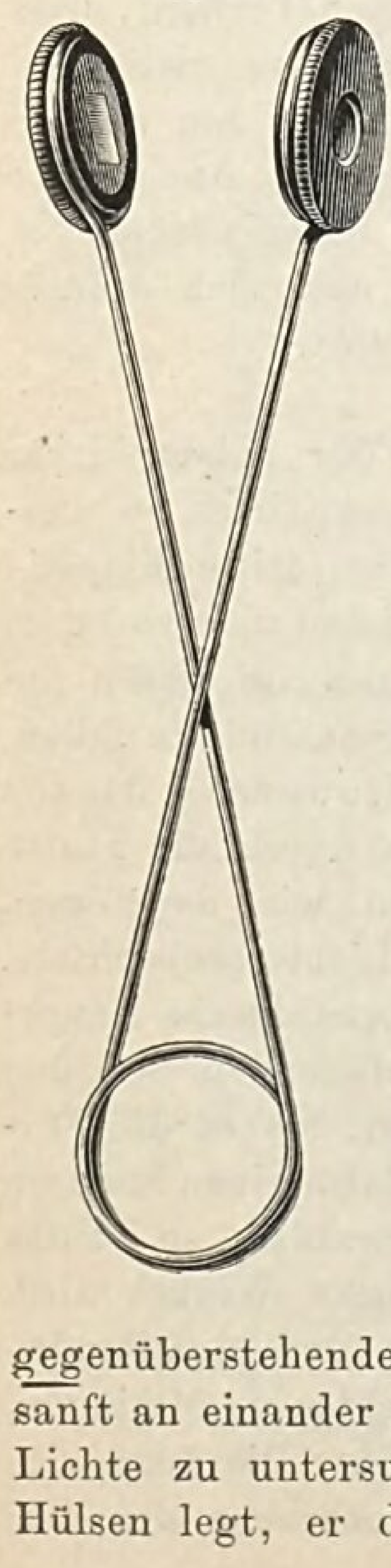
Fig. 653.



dem oberen Ringe des Polarisationsapparates drehbar ist, so kann die Turmalinplatte ebenso gut wie der Zerlegungsspiegel als Kopf oder Analysator des Apparates dienen, und man kann dieselben Versuche mit der Turmalinplatte anstellen, wie mit dem Zerlegungsspiegel oder der Glasplattensäule.

Aus den erwähnten Versuchen lässt sich schliessen, dass, wenn gewöhnliches Licht auf eine solche Turmalinplatte fällt, es nach seinem Durchgange durch die Platte polarisirt sein wird. Legt man demnach zwei parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatten so auf einander, dass ihre Axen parallel sind, so werden sie einfallendes gewöhnliches Licht ebenso gut durchlassen wie eine Platte, welche so dick ist, wie beide zusammengenommen, wie Fig. 652 andeutet, wo *abcd* die eine und *efgh* die andere Platte bezeichnet. Die Schraffirung soll den krystallographischen Axen parallel sein. Dreht man aber die eine Platte in ihrer Ebene herum, ohne die Lage der zweiten zu ändern, so wird das durchgelassene Licht schwächer und schwächer, bis es endlich ganz verschwindet, wenn die Axen beider Platten einen rechten Winkel mit einander machen, wie dies Fig. 653 versinnlicht. Zwei solcher Platten bilden also einen kleinen Polarisationsapparat.

Fig. 654.



Um zwei solche Platten bequem gebrauchen zu können, werden sie nach Nörrenberg's Angabe auf folgende Weise gefasst. Ein Messingdraht ist, wie Fig. 654 zeigt, in Form einer Zange gebogen. Die beiden Enden des Drahtes bilden Ringe; in jedem dieser Ringe ist eine Hülse drehbar, in welche eine Turmalinplatte gefasst ist. Wenn nicht durch den Druck der Hand oder durch irgend einen Gegenstand, welchen man zwischen beide Hülsen legt, diese auseinandergehalten werden, so werden die einander gegenüberstehenden Flächen der Hülsen durch die Federkraft des Drahtes sanft an einander gedrückt, so dass, wenn man einen im polarisirten Lichte zu untersuchenden, in Kork gefassten Krystall zwischen beide Hülsen legt, er durch den schwachen Druck hinlänglich festgehalten

wird, und man die ganze Vorrichtung in jeder beliebigen Lage vor das Auge bringen kann, ohne dass der Krystall herausfällt.

Man findet den Turmalin in den verschiedenartigsten Farben. Häufig kommen Turmalinkrystalle vor, welche dem äusseren Ansehen nach ganz schwarz sind, und die nur in ganz dünne Blättchen geschnitten durchsichtig werden. Ganz dünne Blättchen von dieser Art polarisiren zwar das Licht sehr vollständig; es ist aber sehr schwer, aus Krystallen dieser Art Platten zu schleifen, welche dünn genug sind, besonders deshalb, weil sie im Inneren voll kleiner Risse und Sprünge sind, welche veranlassen, dass der Krystall sich bröckelt, sobald er nur einigermaassen dünn geschliffen wird. Sehr geeignet für den optischen Gebrauch sind die durchsichtigen braunen und röthlichbraunen Turmaline, wenn sie hinlänglich gross sind, um aus ihnen Platten von 30 bis 50 qmm Oberfläche machen zu können; denn wenn die Platten noch kleiner sind, so ist das Gesichtsfeld, welches man durch sie bequem übersehen kann, zu klein. Am häufigsten werden die dunkelgrünen zu optischen Zwecken gebraucht; man kann sie am leichtesten in hinlänglicher Grösse erhalten, und eine Platte von 1 mm Dicke polarisirt das Licht vollkommen genug. Je heller die Farbe der Turmaline ist, desto unvollständiger polarisiren sie das Licht und desto dicker muss man die Platten nehmen, wenn man vollständige Polarisation erhalten will. Die bläulichen polarisiren am schlechtesten und sind deshalb am wenigsten zu empfehlen.

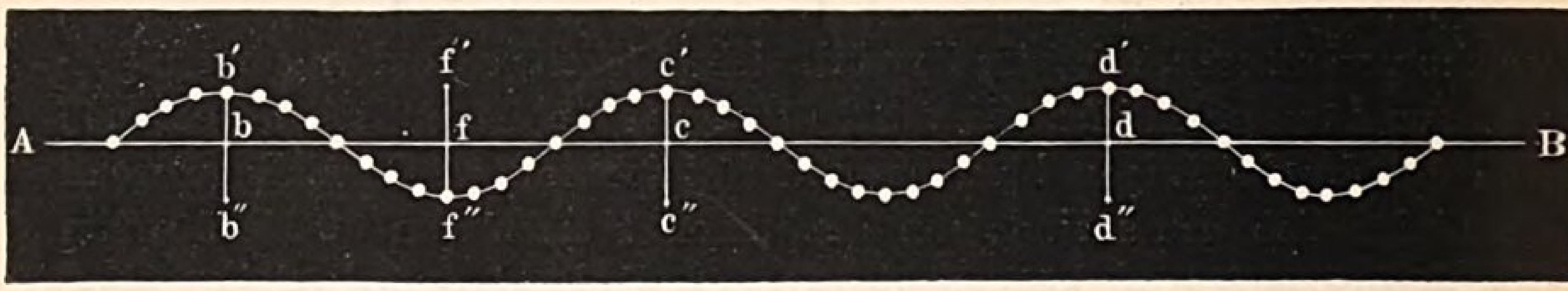
Eine sehr sinnreiche Anwendung hat Arago von den Turmalinplatten gemacht, um Gegenstände zu betrachten, welche in der Tiefe sehr durchsichtiger Gewässer liegen und deren Sichtbarkeit gewöhnlich durch den Glanz der Wasseroberfläche beeinträchtigt wird. Da das von der Wasseroberfläche reflectirte Licht polarisirt ist, so kann man diesen Glanz verschwinden machen, wenn man durch eine in die richtige Lage gehaltene Turmalinplatte schaut.

Um diesen Versuch im Zimmer nachzuahmen, lege man vor das Fenster auf einen Tisch ein beschriebenes Papier und darüber eine Glasplatte. Tritt man nun einige Schritte weit zurück, so kann man die Schrift nicht mehr lesen, weil man durch das von der Glasplatte reflectirte Licht geblendet wird. Hält man nun eine Turmalinplatte vor das Auge, so findet man beim Drehen derselben bald eine Lage, bei welcher die Schrift gelesen werden kann, weil das von der Glasplatte reflectirte Licht viel mehr geschwächt wird, als das von ihr durchgelassene.

Erklärung der Polarisation durch die Vibrationstheorie; Lage der Schwingungsebene des polarisirten Lichtes. 373 Die bisher vorgetragenen Thatsachen lassen sich nicht durch die Annahme longitudinaler Schwingungen, wohl aber durch solche in transversaler Richtung erklären. Nehmen wir an, dass ein Lichtstrahl rechtwinklig zur Ebene der beiden Turmalinplatten (Fig. 652) durch dieselben gehe, deren Axen einander parallel sind, so wäre kein Grund vorhanden, warum

der Strahl nicht ebenso gut durch die gekreuzten Platten hindurchgehen sollte, wenn die Schwingungen, welche ihn fortpflanzen, in der Richtung des Strahles selbst stattfänden. Das Verschwinden des Lichtes bei gekreuzten Platten lässt sich nur durch die Annahme erklären, dass die Schwingungen, welche den Lichtstrahl fortpflanzen, rechtwinklig zu seiner Richtung sind, und dass ferner ein Lichtstrahl polarisirt ist, wenn seine Schwingungen stets in einer und

Fig. 655.



derselben Ebene stattfinden. Alle Schwingungen des Strahles zum Beispiel, dessen Ausweichungscurve in Fig. 655 dargestellt ist, finden in der Ebene des Papiers statt; dieser Strahl ist also ein (geradlinig) polarisirter Strahl.

In einem gewöhnlichen Lichtstrahle bleiben die Vibrationen nicht immer in derselben Ebene, sondern sie variiren nach allen möglichen, auf die Richtung des Strahles rechtwinkligen Richtungen.

Die Ebene, in welcher alle Schwingungen eines polarisirten Strahles stattfinden, heisst die Vibrations- oder Schwingungsebene desselben. Nach der Annahme Fresnel's, welcher die Mehrzahl der Physiker (Nörrenberg, Haidinger, Angström, Stokes, Eisenlohr, Lorenz, Mascart, Lallemand, Cauchy) folgte, ist die Schwingungsebene senkrecht auf der Polarisationsebene. Nach der Annahme Neumann's, welcher auch Babinet, Holtzmann, Jamin und Quincke sich anschlossen, ist die Schwingungsebene zusammenfallend mit der Polarisationsebene.

Die erstere Fresnel'sche Annahme wird nach Nörrenberg durch folgende Ueberlegung gestützt:

Wenn man durch eine parallel mit der Axe geschliffene Turmalinplatte nach einer weissen Wand oder einer weissen Wolke gerade hindurchschaut, wie dies in Fig. 656 dargestellt ist, wo *abcd* die Turmalinplatte, *fg* die Richtung ihrer krystallographischen Hauptaxe und *no* die Richtung der durch die Platte ins Auge gelangenden Strahlen darstellt, so hat das Gesichtsfeld eine bestimmte Helligkeit, welche fast ungeändert bleibt, wenn man die Platte ein wenig so gegen die Richtung der durchgehenden Strahlen neigt, dass die Richtung der krystallographischen Hauptaxe der Platte die Umdrehungsaxe bildet, wie es in Fig. 656 angedeutet ist.

Neigt man aber die Platte so gegen die Richtung der durchgehenden Strahlen, dass dabei die Umdrehungsaxe *hi* rechtwinklig zur Krystallaxe steht, wie in Fig. 657 angedeutet ist, so wird das Gesichtsfeld sogleich bedeutend dunkler.

Wenn nun eine Aenderung in der Helligkeit der Platte stattfindet, so kann diese nur davon herrühren, dass die Vibrationsrichtung der durchgehenden Strahlen gegen die Platte eine andere wird. Bei dem in Fig. 656 dargestellten Versuche findet keine Aenderung in der Helligkeit statt, folglich ist die Richtung der Schwingungen, welche den Lichtstrahl in der Richtung *no* fortpflanzen, gegen die Platte ganz dieselbe,

Fig. 656.

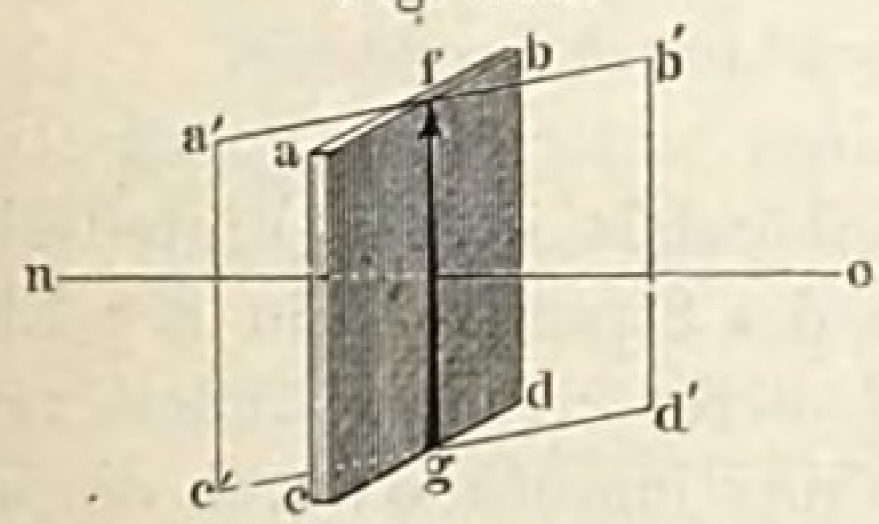
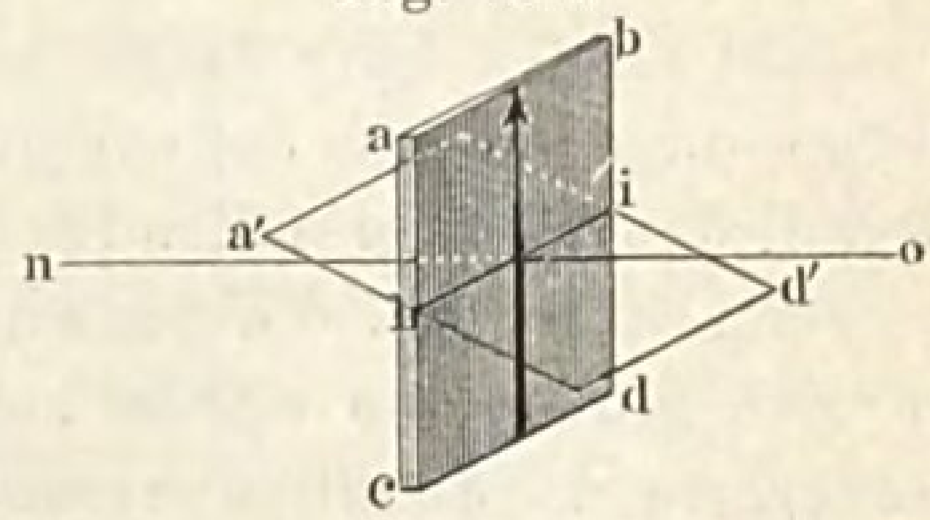


Fig. 657.



es mag die Platte die Stellung *abcd* oder die Stellung *a'b'c'd'* haben; daher kann nur *fg* die fragliche Vibrationsrichtung sein, welche demnach in der That mit der Richtung der krystallographischen Hauptaxe zusammenfällt.

Es soll dies noch durch Fig. 658 anschaulich gemacht werden, wo *abcd* eine Turmalinplatte darstellt, deren krystallographische Axe die Richtung *fg* hat. *fghi* ist die Schwingungsebene eines in der Richtung *RS* durch die Platte hindurchgegangenen Strahles.

An geschliffenen und polirten Turmalinplatten lässt sich die Richtung der Axe oft durch feine Sprüngchen erkennen, welche die Platten sehr häufig zeigen. Die Richtung dieser Sprünge, welche die Richtung einer unvollkommenen Spaltbarkeit bezeichnen, ist rechtwinklig zur Krystallaxe.

Fig. 658.

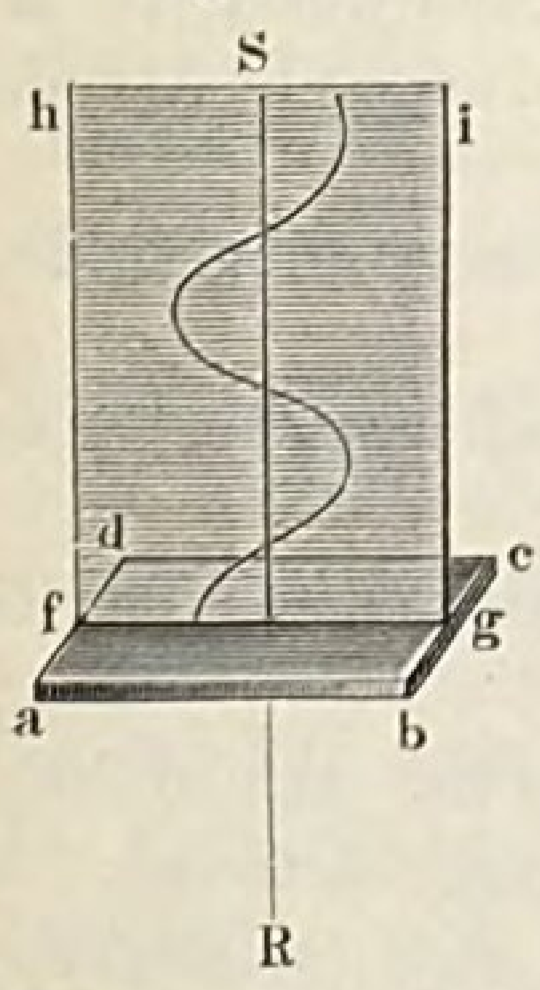
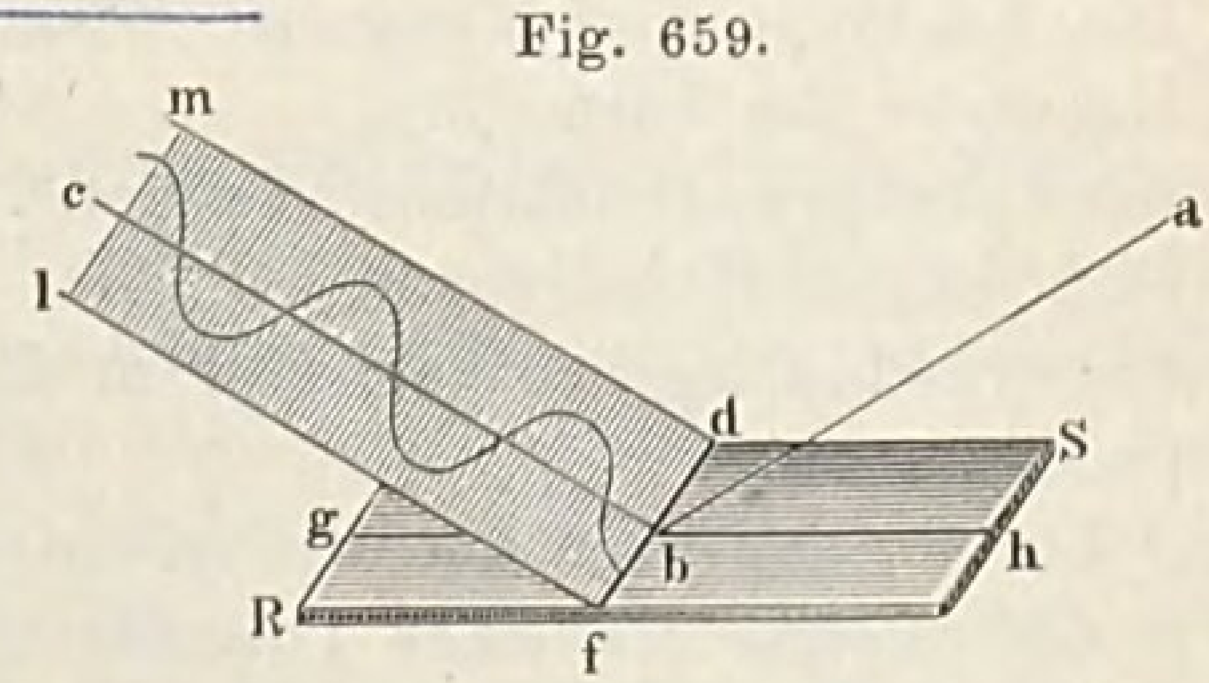


Fig. 659.



Wenn man eine Turmalinplatte als Kopf des Polarisationsapparates anwendet, so ist das Gesichtsfeld dunkel, wenn die Krystallaxe der Platte mit der Reflexionsebene des Polarisationsspiegels zusammenfällt; daraus folgt, dass die Vibrationsebene eines durch Reflexion polarisirten Strahles rechtwinklig zur Reflexionsebene, also auch rechtwinklig zur Polarisationsebene ist. Wenn z. B. ein Lichtstrahl *ab* (Fig. 659) den Glasspiegel *RS* unter einem Einfallswinkel von 55^0 treffend von demselben in der Richtung *bc* reflectirt wird, so ist dieser reflectirte Strahl polarisirt, und zwar sind die Aethervibrationen, welche

ihn fortpflanzen (nach Fresnel's Annahme), rechtwinklig zu der durch *ab* und *bc* gelegten Ebene, sie sind also mit *fd* parallel, oder mit anderen Worten, *fdlm* ist die Vibrationsebene des polarisirten Strahles *bc*.

Wenn ein schon polarisirtes Strahlenbündel *cb* (Fig. 659) einen Glasspiegel *RS* trifft, dessen Ebene seinen Vibrationen parallel ist, so geht ein Theil dieses Strahlenbündels mit unveränderter Schwingungsrichtung durch den Spiegel hindurch, ein anderer Theil aber wird immer noch parallel mit *fd* schwingend in der Richtung *ba* reflectirt.

Wenn dagegen die Schwingungen eines unter dem Polarisationswinkel auf den Spiegel fallenden Strahlenbündels in der Einfallsebene liegen, wenn also z. B. die Schwingungen des Strahles *cb* in der Ebene *cba* vor sich gingen, so würde kein Theil dieses Strahlenbündels reflectirt, sondern es würde mit unveränderter Vibrationsebene durch die Glasplatte hindurchgehen.

Die oben mitgetheilte Argumentation von Nörrenberg über die Lage der Schwingungsebene des polarisirten Lichtes ist aber nicht einwurfsfrei und es ist diese Frage überhaupt eine sehr schwierige, von vielen Physikern untersuchte. Den in diesem Buche zu beschreibenden Thatsachen können beide Annahmen gerecht werden. Um aber doch eine bestimmte Vorstellung hierüber den Erklärungen zu Grunde zu legen, wollen wir der von der Mehrzahl der Physiker vorgezogenen Annahme von Fresnel folgen, dass die Schwingungsebene senkrecht zur Polarisationsebene stehe [1]).

Mit Rücksicht auf das früher Mitgetheilte können wir demnach über die Schwingungsrichtung in einem Lichtstrahle, der durch Turmalin, Spiegel oder Glasplattensatz polarisirt worden ist, folgende Annahmen festsetzen:

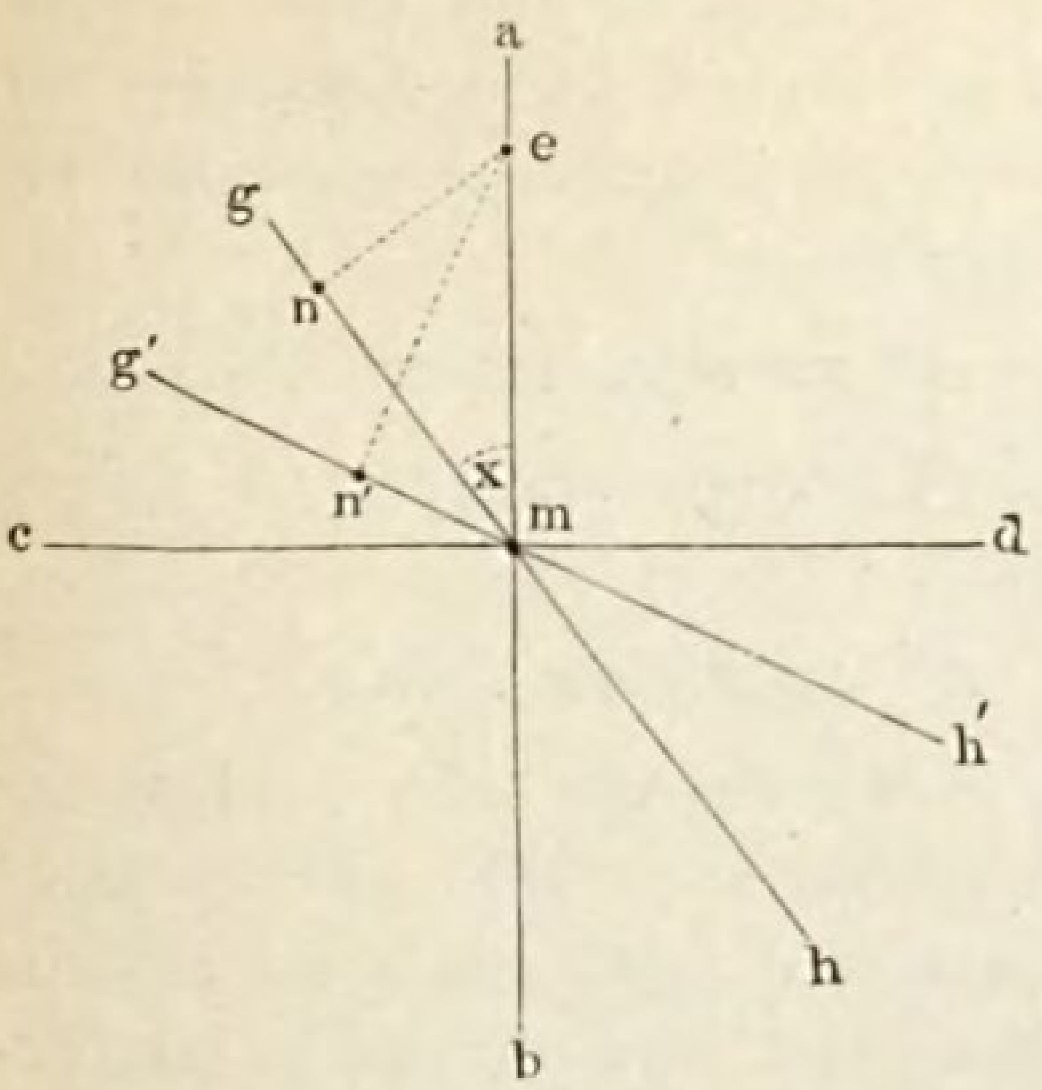
1. Die Schwingungsrichtung ist parallel der krystallographischen Hauptaxe des Turmalins.
2. Die Schwingungsrichtung ist parallel der Spiegelebene, aber senkrecht zur Reflexionsebene.
3. Die Schwingungsrichtung fällt in die Brechungsebene des Glasplattensatzes.

Wir können nun auch die Erscheinungen erklären, welche bei der Drehung des Analysators eines Polarisationsapparates eintreten. Fällt ein polarisirter, senkrecht zur Ebene des Papiers sich fortpflanzender Strahl, dessen Projection *m* und dessen Schwingungsebene *ab* (Fig. 660) sein mag, auf eine Turmalinplatte, deren Schwingungsebene ebenfalls *ab* ist, so wird der Strahl von der Turmalinplatte durchgelassen. Sieht man also durch eine Turmalinplatte nach dem Polarisationsspiegel eines Polarisationsapparates (d. h. mit anderen Worten, gebraucht man statt des Zerlegungsspiegels eine Turmalinplatte), so sieht man das Gesichtsfeld hell, wenn die krystallographische Hauptaxe der Platte auf der

[1]) Wir kommen später auf diese Frage zurück.

Reflexionsebene des unteren Spiegels rechtwinklig ist. Dreht man aber die Turmalinplatte, so wird das Gesichtsfeld dunkler und dunkler, bis es endlich ganz dunkel wird, wenn die Schwingungsebene des Turmalins mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels zusammenfällt.

Fig. 660.



Diese Erscheinung ergiebt sich als nothwendige Folge der Theorie. Es sei me die Vibrationsamplitude des in der Ebene ab schwingenden auf die Turmalinplatte fallenden Strahles, welche wir mit A bezeichnen wollen. Wenn nun die Schwingungsebene gh der Turmalinplatte einen Winkel x mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen macht, so ist mn die Vibrationsamplitude, welche der einfallende Strahl in der Schwingungsebene der Turmalinplatte hervorruft. Bezeichnen wir mn mit A', so haben wir

$$A' = A \cos x,$$

ein Werth, welcher gleich A wird für $x = 0$, welcher kleiner wird, wenn x wächst und welcher endlich Null wird für $x = 90^0$.

Den Amplituden A und $A . \cos x$ entsprechen die Lichtintensitäten A^2 und $A^2 \cos^2 x$, da diese Intensitäten den Quadraten der Amplitude proportional sind.

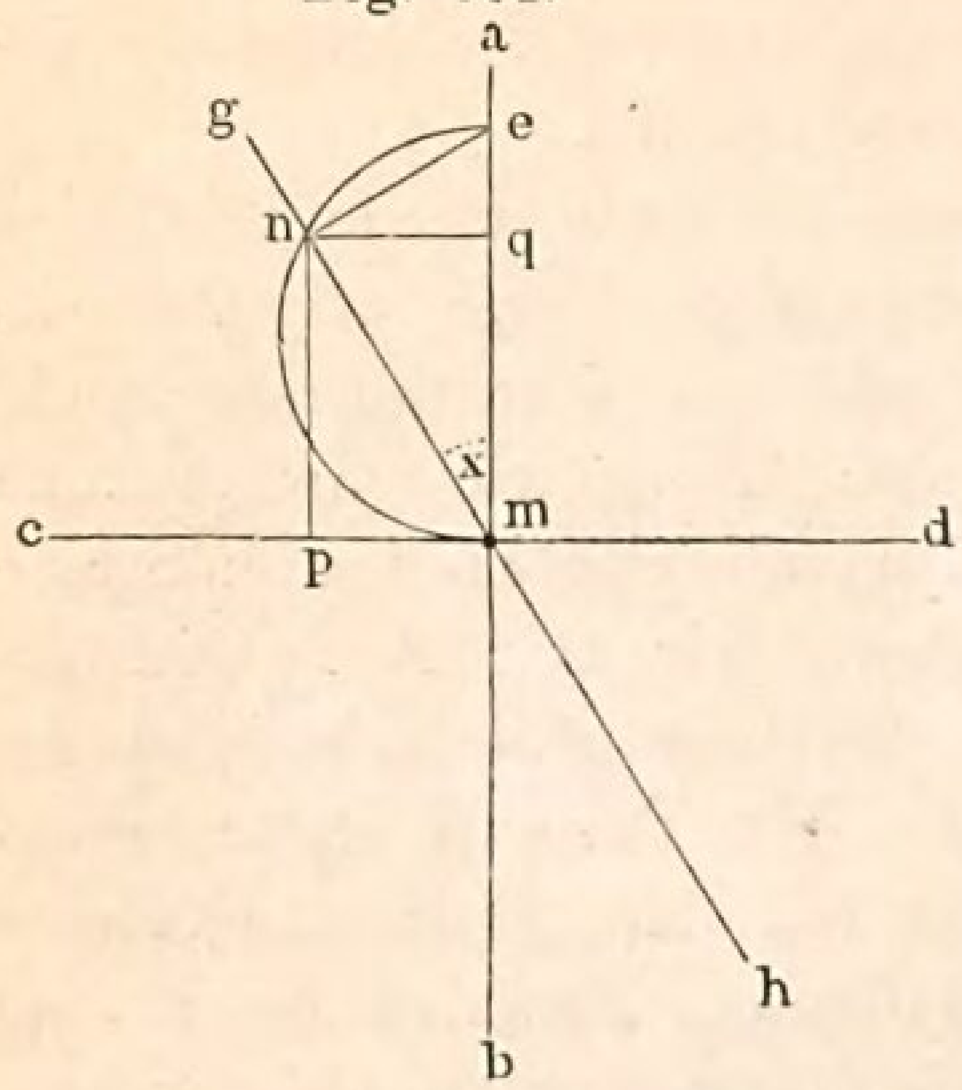
Dieselben Schlüsse gelten auch dann, wenn der Analysator ein Spiegel oder ein Glasplattensatz ist.

Turmalinplatte zwischen Polarisator und Analysator. 374

Legt man eine axenparallele Turmalinplatte auf das Tischchen zwischen Polarisator und Analysator, nachdem man den letzteren zuvor auf Dunkelheit eingestellt hat, so erscheint nach dem Einlegen der Turmalinplatte das Gesichtsfeld nur dann wieder dunkel, wenn die Schwingungsebene, also die Krystallaxe des Turmalins, entweder mit der Schwingungsebene des Polarisators oder mit jener des Analysators zusammenfällt. In allen anderen Lagen erscheint das Gesichtsfeld mehr oder weniger hell, am hellsten in jener Lage, wo die Schwingungsrichtung im Turmalin einen Winkel von 45^0 mit den Schwingungsebenen der anderen Apparattheile bildet. Jedoch ist diese maximale Helligkeit geringer als jene, welche der Turmalin für sich allein giebt. Auch diese Thatsache lässt sich, und zwar auf folgende Weise erklären. Es sei ab (siehe Fig. 661, a. f. S.) die Schwingungsebene des Polarisators, cd die des Zerlegers, gh die der zwischen beiden liegenden Turmalinplatte, welche einen Winkel x mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen macht. Es sei ferner

$me = A$ die Vibrationsamplitude des vom unteren Spiegel polarisirten Strahles. Diese Vibrationsamplitude nach der Schwingungsebene gh der Turmalinplatte zerlegt, erzeugt in derselben eine Vibrationsamplitude

Fig. 661.



$mn = A' = A \cos x$ und diese wieder zerlegt nach der Schwingungsebene cd des Zerlegungsspiegels, erzeugt die Vibrationsamplitude

$$mp = A'' = mn \sin x = A' \sin x,$$

oder endlich, wenn man für A' seinen Werth setzt,

$$A'' = A \cos x \, . \, \sin x.$$

Dieser Werth von A'' wird 0 für $x = 0$ und für $x = 90^0$, das Gesichtsfeld bleibt also dunkel, wenn die Schwingungsebene der Turmalinplatte mit der Schwingungsebene des Polarisationsspiegels oder des Zerlegungsspiegels zusammenfällt. Dagegen wird der Werth von A'' ein Maximum, die Turmalinplatte erscheint zwischen den gekreuzten Spiegeln in grösster Helligkeit, wenn $x = 45^0$.

Die Richtigkeit der letzteren Behauptung ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Weil mne ein rechter Winkel sein soll, so muss der Punkt n, welches auch die Lage der Ebene gh sein mag, stets auf dem Umfange eines Halbkreises liegen, dessen Durchmesser me ist. Nun aber ist mp gleich nq, d. h. gleich dem Perpendikel, welches von der Spitze des rechten Winkels auf die gegenüberstehende Hypotenuse me gefällt wird. Das Perpendikel nq erreicht aber sein Maximum, wenn n um einen Viertelkreis von e absteht, denn in diesem Falle ist das Perpendikel dem Radius des Kreises gleich. Wenn aber n um einen Viertelkreis von e absteht, so macht die Schwingungsebene gh einen Winkel von 45^0 mit der Schwingungsebene ab des einfallenden Strahles.

Derselbe Versuch lässt sich auch mit der Turmalinzange anstellen, in welche man eine dritte Turmalinplatte einlegt. Endlich kann man ihn mit einem beliebigen polarisirenden Apparate, z. B. einem Glasplattensatze, zeigen, den man zwischen einen beliebigen Polarisator und Analysator bringt.

Die Polarisationserscheinungen in Turmalinplatten sind als specieller Fall der Erscheinungen in doppeltbrechenden Medien zu betrachten, zu welchen wir uns im folgenden Capitel wenden wollen.

Siebenzehntes Capitel.

Von der doppelten Brechung.

Krystallform des Kalkspaths. Wir haben bisher immer angenommen, dass beim Uebergange eines Lichtstrahls aus einem Mittel in ein anderes nur ein einziger gebrochener Strahl entstehe; viele Körper haben jedoch die merkwürdige Eigenschaft, den einfallenden Lichtstrahl in zwei gebrochene Strahlen zu spalten. Diese mit dem Namen der doppelten Brechung bezeichnete Eigenschaft wurde zuerst von Erasmus Bartholinus am isländischen Kalkspath entdeckt und in einem Werke beschrieben, welches unter dem Titel „*Experimenta Crystalli Islandici, disdiaclastici, quibus mira et insolita refractio detegitur*" im Jahre 1669 zu Kopenhagen erschienen ist. 375

Alle diejenigen Körper, welche die erwähnte Eigenschaft besitzen, werden doppeltbrechende Körper genannt. Wir wollen zunächst die Erscheinungen der doppelten Brechung am Kalkspathe näher kennen lernen, weil sie an diesem Körper besonders leicht beobachtet werden können.

Der Kalkspath ist bekanntlich krystallisirter kohlensaurer Kalk; die zahlreichen Formen, unter welchen der Kalkspath vorkommt, gehören dem hexagonalen Krystallsysteme an und lassen sich sämmtlich von einer und derselben Grundform ableiten. Die Kalkspathkrystalle sind nach drei verschiedenen Richtungen sehr vollkommen spaltbar; und dadurch ist es möglich, aus denselben Rhomboëder durch Spaltung zu erhalten. Besonders schöne, grosse und durchsichtige Kalkspathkrystalle werden auf der Insel Island gefunden; der isländische Doppelspath wird deshalb auch vorzugsweise zu Versuchen über doppelte Brechung angewandt. Die Grundgestalt des Kalkspaths, das Rhomboëder, Fig. 662 und 663 (a. f. S.), ist als Hemiëdrie der doppelt sechsseitigen Pyramide zu betrachten.

Die Kanten eines Kalkspathrhomboëders sind nicht gleichartig; jede der drei Kanten nämlich, welche in *a* zusammentreffen, ist durch zwei Flächen gebildet, die sich hier unter einem Winkel von $105^0\,5'$ schneiden; dasselbe gilt von den drei in *b* zusammentreffenden Kanten, während in

den Kanten *rm*, *mn*, *no*, *op*, *pq* sich immer zwei Flächen unter einem Winkel von 74° 55′ schneiden. Man hat also an einem solchen Rhomboëder stumpfe und scharfe Kanten zu unterscheiden.

Auch die Ecken eines Rhomboëders sind von zweierlei Art; in *a* und *b* nämlich treffen immer drei stumpfe Kanten zusammen, in jeder

Fig. 662.

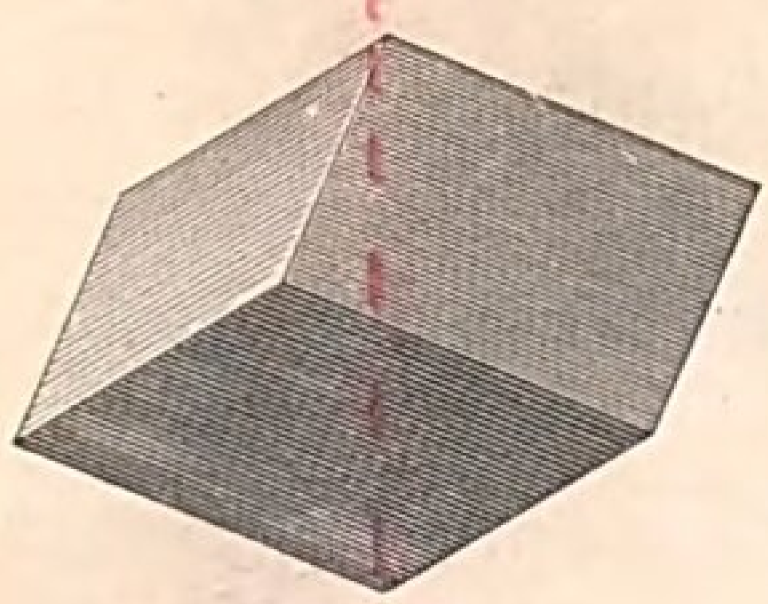
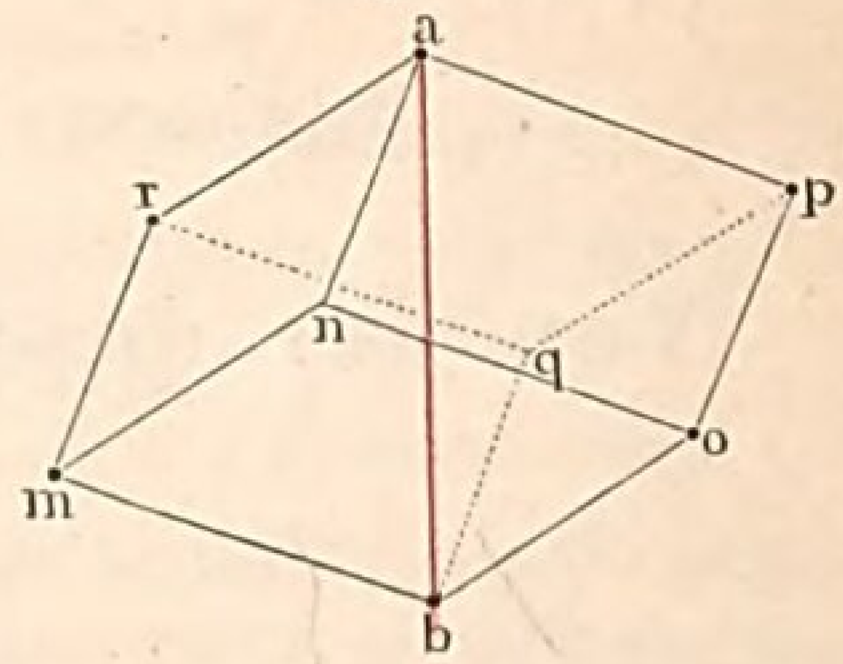


Fig. 663.



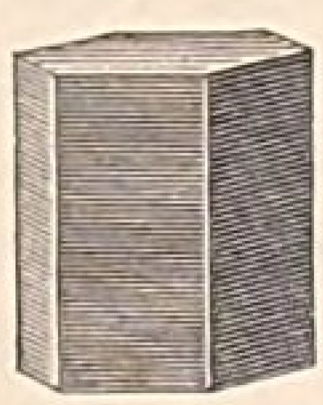
der anderen Ecken aber zwei scharfe und eine stumpfe; um die Ecken *a* und *b* von den übrigen zu unterscheiden, wollen wir sie stumpfe Ecken nennen.

Denken wir uns die scharfen Kanten *rm*, *mn*, *no*, *op*, *pq* und *qr* des Rhomboëders durch Flächen abgestumpft, welche der Hauptaxe parallel laufen, so entsteht die beim Kalkspathe öfters vorkommende Combination Fig. 664. Ist die sechsseitige Säule oben und unten durch eine Fläche begrenzt, welche rechtwinklig zur Hauptaxe steht (die sogenannte gerade Endfläche), so hat man die Form Fig. 665, welche gleichfalls öfters am Kalkspath beobachtet wird.

Fig. 664.



Fig. 665.



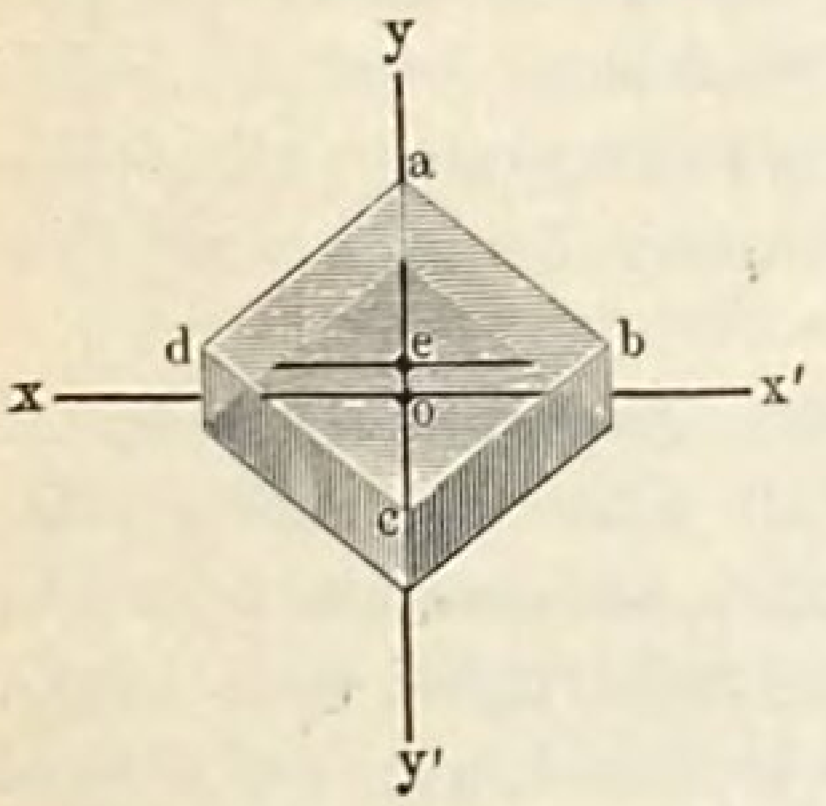
Die Hauptaxe der Krystalle geht durch die Mitte der stumpfen Ecken *a* und *b*, Fig. 663, d. h. sie macht gleiche Winkel mit jeder der drei stumpfen Kanten. Der Winkel *bao*, welchen die Hauptaxe mit einer der Flächen *anop* einschliesst, beträgt nahe 45° (genauer 45° 23′). Ist das Rhomboëder nicht gleichmässig ausgebildet, so bleibt dennoch die gegenseitige Lage der Flächen und der Axe dieselbe. Ueberhanpt ist zu beachten, dass wir unter der Axe nicht eine bestimmte Gerade, sondern nur eine bestimmte Richtung verstehen. Jede Gerade, welche mit den im stumpfen Winkel zusammentreffenden Flächen gleiche Winkel von 45° 23′ bildet, wird demnach als Axe bezeichnet. Jede Ebene, die durch eine solche Gerade gelegt werden kann, heisst ein Hauptschnitt des Krystalls.

376 **Erscheinungen an einem Kalkspathrhomboëder.** Die doppeltbrechenden Eigenschaften des Kalkspaths und die daraus hervorgehenden Erscheinungen lassen sich theils nach subjectiver Methode, d. h. direct mit dem Auge beobachten, theils auf objectivem Wege durch Projection auf einem Schirm zur Anschauung bringen.

Wir wollen zunächst die wichtigsten der nach der ersten Methode anzustellenden Beobachtungen beschreiben.

Auf ein Blatt Papier zeichnen wir ein rechtwinkliges Coordinatenkreuz von solchen Dimensionen, dass dessen Axen xx' und yy', Fig. 666, den angewendeten Krystall überragen. Der Durchschneidungspunkt werde durch einen schwarzen Tupfen markirt. Hierauf legen wir das Kalkspathrhomboëder, von welchem wenigstens zwei gegenüberliegende Flächen fein polirt sein müssen, mit einer dieser Flächen auf das Kreuz und betrachten dasselbe in möglichst genau senkrechter Richtung. Wir beobachten dabei, dass das Kreuz im Allgemeinen doppelt erscheint. Das eine der beiden erscheinenden Kreuze deckt sich genau mit dem auf dem Papiere vorgezeichneten, wie man erkennt, indem man die Linien über den Rand des Krystalls hinaus verfolgt. Das zweite Kreuz erscheint gegen die Zeichnung parallel verschoben. Die Verschiebung findet in der Richtung des Hauptschnittes, also bei einem gleichmässig ausgebildeten Krystalle in der Richtung der kurzen Diagonale, und zwar gegen die überhängende stumpfe Ecke statt. Eine Parallelverschiebung des Krystalls ändert nichts an dem Anblicke. Dreht man aber den Krystall um eine verticale Axe, so bemerkt man, dass zwar die Kreuze einander parallel bleiben, dass aber der Durchschneidungspunkt e des verschobenen Kreuzes sich um den Durchschneidungspunkt o des feststehenden im Kreise herumbewegt. Geht man daher von jener Stellung, Fig. 666, als Anfangsstellung aus, bei welcher die in den Hauptschnitt fallenden y-Axen sich decken und die überhängende stumpfe Ecke a vom Beobachter abgewendet ist, so kommen bei einer Drehung um 180° die y-Axen wiederum zur Deckung, während bei den Azimuthen 90° und 270° die x-Axen zusammenfallen. Mit der Deckung der x-Axen tritt gleichzeitig die grösste Abweichung der y-Axen ein und ebenso umgekehrt. In allen übrigen Fällen weichen beide Axenpaare von einander ab. Wäre das Rhomboëder aus Glas gefertigt, so würde offenbar nur das eine unverschobene Kreuz sichtbar sein, welches bei der Drehung des Rhomboëders unverrückt stehen bliebe. Jene Lichtstrahlen, welche sich im Rhomboëder aus Kalkspath ebenso verhalten, wie in einem solchen aus Glas, welche also dem Gesetz von Snellius gemäss in senkrechter Richtung ungebrochen durch den Krystall gehen und uns das unverschobene Kreuz sichtbar machen, heissen die ordentlichen oder ordinären Lichtstrahlen. Jene Lichtstrahlen dagegen, welche dem senkrecht darüber stehenden Auge im Kalkspath das verschobene Kreuz sichtbar machen, folgen offenbar dem Gesetz von Snellius nicht, denn sie gehen schief durch den Krystall und werden nachher so gebrochen, dass sie zwar senk-

Fig. 666.



recht auf die Krystallfläche, aber verschoben austreten. Sie werden deshalb als ausserordentliche oder extraordinäre Strahlen bezeichnet.

Dieser Versuch kann auf folgende Weise abgeändert werden. Man bedeckt die Hinterfläche des Krystalls mit schwarzem Papier, in welchem sich ein kleines Loch befindet, die Vorderseite mit durchscheinendem Seiden- oder Pausepapier. Lässt man nun auf die Hinterfläche senkrechte Lichtstrahlen auffallen, so erscheinen auf der Vorderseite zwei helle Flecken, von denen der eine in der directen Fortsetzung der einfallenden Lichtstrahlen, der andere seitlich verschoben erscheint. Die Verschiebung findet in der Richtung des Hauptschnittes, also (bei gleichmässig ausgebildetem Rhomboëder) in der Richtung der kürzeren Diagonale gegen die spitzige Ecke hin statt.

Schaut man bei dem zuerst beschriebenen Experimente statt in senkrechter Richtung schief gegen den Krystall oder lässt man beim zweiten Versuche die Lichtstrahlen schief auffallen, so erscheinen beide Bilder verschoben. Das eine, ordentliche Bild bleibt dabei stets in der Einfallsebene, das andere, ausserordentliche Bild nur dann, wenn diese Ebene mit jener des Hauptschnittes zusammenfällt.

Die Fig. 667 zeigt den Weg der Lichtstrahlen für den Fall, dass dieselben senkrecht auf den Krystall auffallen; die Fig. 668 für den anderen Fall, dass die Lichtstrahlen schief in der Ebene des Hauptschnittes auffallen. In beiden Figuren ist die Zeichnungsebene zusammen-

Fig. 667.

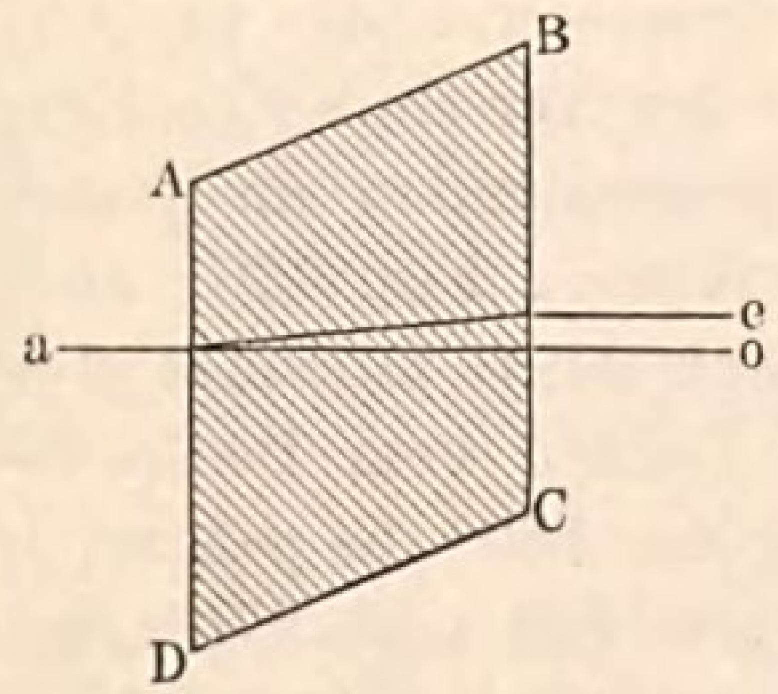
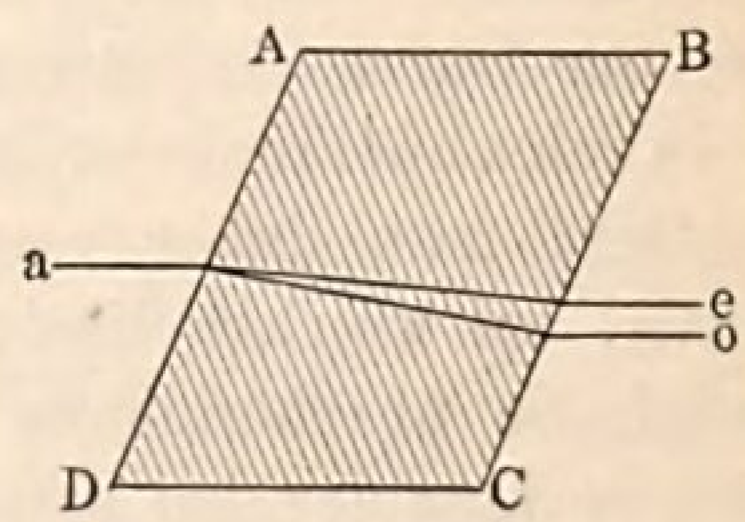


Fig. 668.



fallend mit dem Hauptschnitt. AC stellt die Hauptaxe, AB und CD je eine Kante, AD und BC je eine kurze Diagonale einer Rhomboëderfläche vor. ao ist der ordentliche, ae der ausserordentliche Strahl.

Wir machen, um Missverständnisse zu vermeiden, noch auf folgenden Umstand aufmerksam: In Fig. 667 erscheint der ausserordentliche Strahl verschoben, der ordentliche nicht. In Fig. 668 ist dagegen der ordentliche stärker verschoben, als der ausserordentliche. Geht man von dem ersten Falle allmälig zum zweiten über, so muss einmal eine Lage eintreten, wo der ausserordentliche nicht verschoben, der ordentliche gegen die stumpfe Ecke verschoben erscheint. Endlich muss es auch Stellungen geben, wo die beiden Strahlen gegenüber dem ursprünglichen nach entgegengesetzten Richtungen verschoben erscheinen.

Fallen die Strahlen schief auf in einer Ebene, welche nicht mit dem

Hauptschnitt zusammenfällt, so bleiben nur die ordentlichen Strahlen in der Einfallsebene, die ausserordentlichen treten innerhalb des Krystalls aus dieser Ebene heraus. Der Gang dieser Lichtstrahlen kann daher nicht in einer Zeichnungsebene dargestellt werden. In diesem Falle gilt also auch jener Satz des Snellius'schen Brechungsgesetzes nicht, welcher lautet, dass die Brechungsebene mit der Einfallsebene zusammenfalle.

Um es nochmals zusammenzufassen: Beim senkrechten Auffallen der Strahlen werden dieselben in zwei Bündel zerlegt, wovon das eine, ordentliche, gar nicht gebrochen, das andere, ausserordentliche, gebrochen wird. Beim schiefen Auffallen werden ebenfalls zwei Bündel erzeugt, welche beide gebrochen werden, der ordentliche nach dem Gesetz von Snellius, der ausserordentliche nach einem complicirteren Gesetze, welches wir weiter unten näher kennen lernen werden. Nach dem Durchgange durch den Krystall haben jedesmal beide Strahlenbündel eine der ursprünglichen parallele Richtung, sind also auch unter sich parallel, aber nicht zusammenfallend.

Schleift man an einem Kalkspathrhomboëder die beiden stumpfen Ecken ab in Ebenen, die auf der Hauptaxe senkrecht stehen, so geht ein senkrecht auf diese Endflächen auffallendes Strahlenbündel unzerlegt und ungebrochen durch, wie durch eine Glasplatte. In diesem Falle giebt es also keine Doppelbrechung. Bei einem schief auf diese Ebenen auffallenden Strahlenbündel tritt dagegen wiederum die Doppelbrechung auf.

Wie diese Erscheinungen objectiv durch Projection auf einen Schirm dargestellt werden können, wird später im Zusammenhange mit der Polarisation gezeigt werden.

Brechungsquotienten des ordentlichen und des ausserordentlichen Strahles im Kalkspath. 377 In der Dioptrik wurde gezeigt, dass man den Brechungsquotienten eines Mediums, z. B. des Glases, am einfachsten in der Weise bestimmt, indem man die Ablenkung misst, welche ein Lichtstrahl erleidet, der ein Prisma von bekanntem Kantenwinkel in einer auf die Kante senkrechten Ebene durchsetzt. Dabei unterschieden wir mehrere Methoden. Entweder lässt man den Lichtstrahl in symmetrischer Weise, also so hindurchgehen, dass Einfallswinkel und Austrittswinkel einander gleich werden, wobei das Minimum der Ablenkung eintritt, und zur Berechnung des Brechungsquotienten ausser dem Kantenwinkel nur noch der Ablenkungswinkel bekannt zu sein braucht. Oder man lässt den Strahl senkrecht ein- oder austreten, oder endlich, man wählt einen beliebigen Einfallswinkel und misst den zugehörigen Austrittswinkel.

Bei dem Versuche, diese Methoden auf den Kalkspath anzuwenden, stösst man auf eine Schwierigkeit, welche durch die Thatsache gegeben ist, dass der Brechungsquotient des ausserordentlichen

Strahles von der relativen Lage des durch den Krystall gehenden Strahles zu der Hauptaxe des Krystalls abhängt.

Wir wollen, um dies zu erläutern, den Fall zu Grunde legen, dass der Lichtstrahl senkrecht auf die Grenzfläche in das Prisma eintrete. Die Lage der Hauptaxe sei hierbei einmal mit der des einfallenden Strahles zusammenfallend, also senkrecht auf die Eintrittsfläche (Fig. 669), das zweite Mal sei die Hauptaxe parallel mit der brechenden Kante (Fig. 670), das dritte Mal sei die Hauptaxe senkrecht auf die Kante und

Fig. 669.

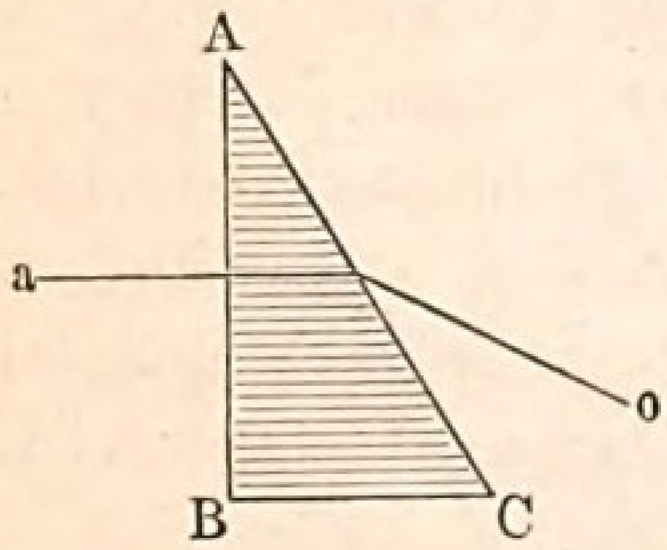


Fig. 670.

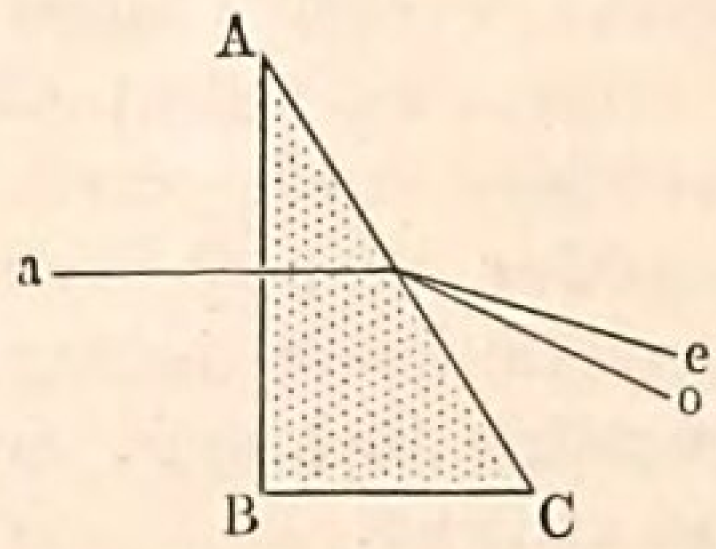
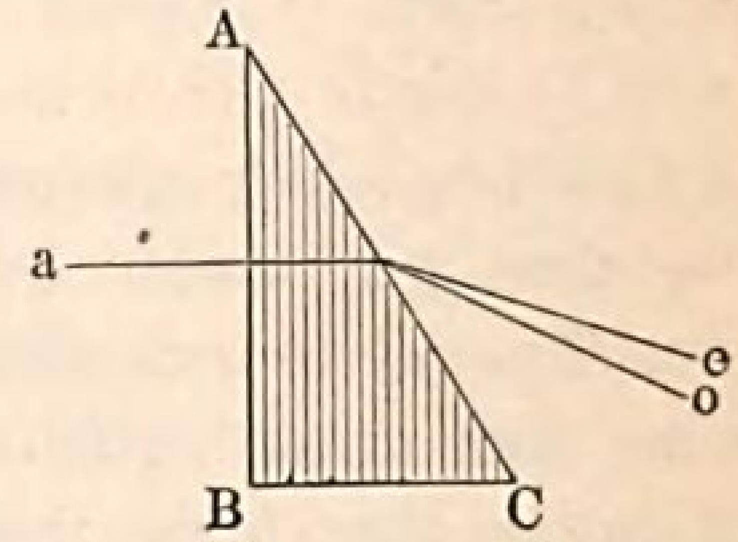


Fig. 671.



parallel mit der Eintrittsfläche (Fig. 671). In den Figuren ist die Richtung der Hauptaxe überall durch die Schraffirung angedeutet. Die punktirte Fläche der Fig. 670 bedeutet, dass die Hauptaxe senkrecht auf die Zeichnungsebene gerichtet sei.

In dem *ersten Falle* (Fig. 669) findet gar keine Doppelbrechung statt; man erhält einen einzigen Strahl und also auch einen einzigen Brechungsquotienten vom Werthe:

$$n = 1{,}6585$$

(für Licht der Linie D oder Natriumlicht).

In dem *zweiten Falle* (Fig. 670) erhält man zwei Strahlen, deren Brechungsquotienten die Werthe haben:

für den stärker gebrochenen ordentlichen Strahl $n_o = 1{,}6585$, wie oben;

für den schwächer gebrochenen ausserordentlichen Strahl $n_e = 1{,}4865$.

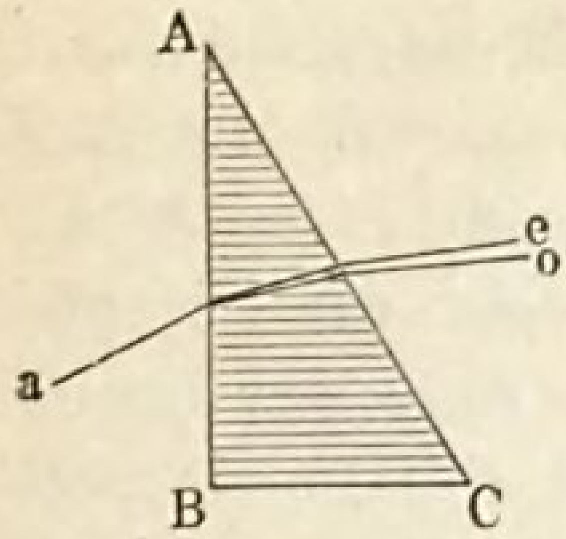
Lässt man in diesem Falle den Einfallswinkel sich ändern, so ändert sich auch die Richtung des Strahles innerhalb des Prismas, doch bleibt dieselbe stets senkrecht auf die Richtung der Hauptaxe. Die aus der Messung erfolgenden beiden Brechungsquotienten behalten dabei constant die oben angegebenen Werthe.

In dem *dritten Falle* (Fig. 671) erhält man beim senkrechten Eintritt des Strahles genau dieselben beiden austretenden Strahlen, wie im zweiten Falle, also auch dieselben Brechungsquotienten.

Aendert man aber hier die Richtung des einfallenden Strahles, so bleibt derselbe innerhalb des Krystalls *nicht* senkrecht auf der Hauptaxe und dann bleibt nur der Brechungsquotient des ordentlichen Strahles constant $= 1{,}6585$, während der des ausserordentlichen Strahles Werthe zwischen 1,4865 und 1,6585 annimmt.

Es geht hieraus hervor, dass man mit der Methode der Minimalablenkung nur in dem zweiten Falle (der Fig. 670) zum Ziele kommen würde; denn nur in diesem bleibt der Strahl bei allen Einfallswinkeln senkrecht auf die Axe gerichtet. Wollte man diese Methode auf den ersten Fall (Fig. 669) anwenden, so würde, wie in Fig. 672 dargestellt ist, sofort ein ordentlicher Strahl mit $n_o = 1{,}6585$ und ein ausserordentlicher mit einem Werthe zwischen 1,4865 und 1,6585 auftreten. Dasselbe geschähe im dritten Falle (Fig. 671).

Fig. 672.

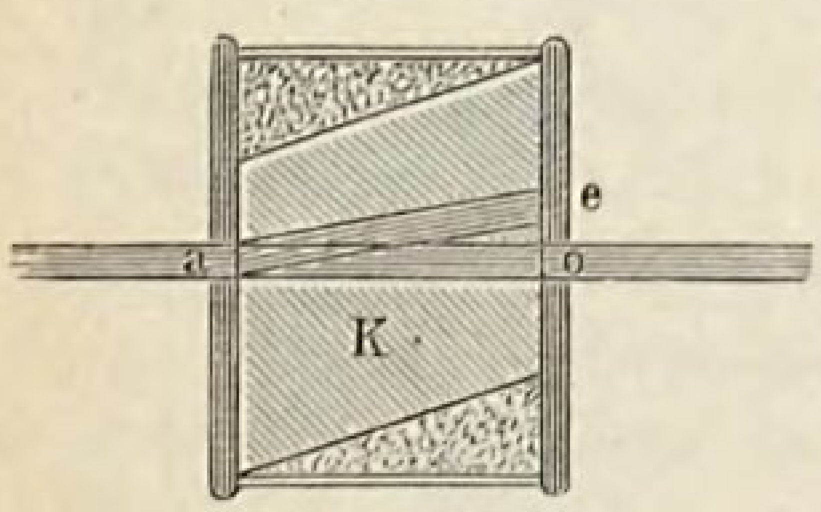


Wir fassen das Vorgetragene zusammen: Ein in einen Kalkspath eindringender Strahl zerfällt im Allgemeinen in zwei Strahlen. Der eine, ordentliche, dem Snellius'schen Brechungsgesetze folgende Strahl hat stets den gleichen Brechungsquotienten $n_o = 1{,}6585$. Der andere, ausserordentliche Strahl wechselt den Werth des Brechungsquotienten zwischen den Grenzen 1,6585 und 1,4865. Den Maximalwerth 1,6585 erhält derselbe jedesmal, so oft der Strahl sich in der Hauptaxe fortpflanzt, den Minimalwerth 1,4865, so oft er sich senkrecht auf die Hauptaxe fortpflanzt. In allen anderen Fällen nähert sich der Brechungsquotient desto mehr dem Maximal- oder dem Minimalwerthe, je mehr sich die Richtung des Strahles jener der Hauptaxe oder der darauf Senkrechten nähert.

Die Helligkeit des ordentlichen und des ausserordentlichen Strahles beträgt je die Hälfte des ursprünglichen Strahles.

Das achromatisirte Kalkspathprisma. In §. 376 wurde 378
gezeigt, dass man mittelst eines Kalkspathrhomboëders einen senkrecht auffallenden Strahl in zwei Strahlen zerlegen kann, von welchen der ordentliche ohne Verschiebung, der ausserordentliche mit einer Parallelverschiebung den Krystall wieder verlässt. Will man die beiden Strahlen gänzlich trennen und nur einen derselben benutzen, so giebt man dem Krystalle eine Fassung, welche in Fig. 673 im Durchschnitte dargestellt ist. Der Kalkspath steckt, mittelst Kork gehalten, in einer Messingröhre, deren beide Deckel je ein Diaphragma enthalten. Sind dieselben einander genau gegenüberstehend und nicht zu gross, so geht bei senkrechtem Einfall nur das ordentliche Strahlenbündel hindurch. Liegt das Ausgangsdiaphragma entsprechend verschoben, so geht nur das ausserordentliche Bündel hindurch, während das ordentliche abgeblendet wird. Diese Anordnung hat das Missliche, dass, wenn die beiden Strahlenbündel nicht theilweise übereinanderfallen sollen, der Durchmesser der Oeffnungen

Fig. 673.



nur ungefähr $^1/_{10}$ von der Länge des Krystalls haben darf. Soll daher das Gesichtsfeld gross sein, so braucht man sehr lange Krystalle, welche sehr kostspielig sind. Offenbar ist es vortheilhafter, den beiden Strahlenbündeln statt einer Parallelverschiebung eine Winkeldivergenz zu geben, weil man dann den ganzen Querschnitt des Krystalls für das Gesichtsfeld ausnutzen kann. Wir erreichen diesen Zweck durch Anwendung eines der beiden Prismen, Fig. 670 oder Fig. 671, S. 1000.

Allein die so erhaltenen Strahlenbündel sind wegen der Dispersion nicht achromatisch, und ausserdem ist es unbequem, dass der benutzte austretende Strahl eine andere Richtung hat, als der einfallende Strahl. Beide Uebelstände werden gleichzeitig behoben durch die Combination eines Kalkspathprismas mit einem gleich grossen Glasprisma, dessen Brechungsquotient und Dispersion möglichst nahe dieselben sind, wie beim ausserordentlichen Strahle im Kalkspath.

Fig. 674 zeigt ein solches achromatisirtes Kalkspathprisma in zwei Lagen. Die Ablenkung, welche der ausserordentliche Strahl erleiden würde, wird compensirt durch die gleich grosse entgegengesetzte im Glase oder mit anderen Worten: es ist kein Anlass zu einer Brechung für den ausserordentlichen Strahl vorhanden, da er beim Durchgang durch die schiefe Trennungsfläche der Prismen keine Aenderung des Brechungsquotienten des Mediums vorfindet. Von der grösseren Ablenkung des ordentlichen Strahles bleibt jedoch ein Theil uncompensirt übrig, denn für diesen Strahl bedeutet der Durchgang durch die Trennungsfläche einen Uebergang aus einem Medium vom Brechungsquotienten 1,6585 in ein solches vom Brechungsquotienten nahe = 1,4865. Will man umgekehrt den ordentlichen Strahl in unveränderter Richtung durchlassen und den ausserordentlichen zur Seite lenken, so muss man entweder eine Glassorte vom Index 1,6585

Fig. 674.

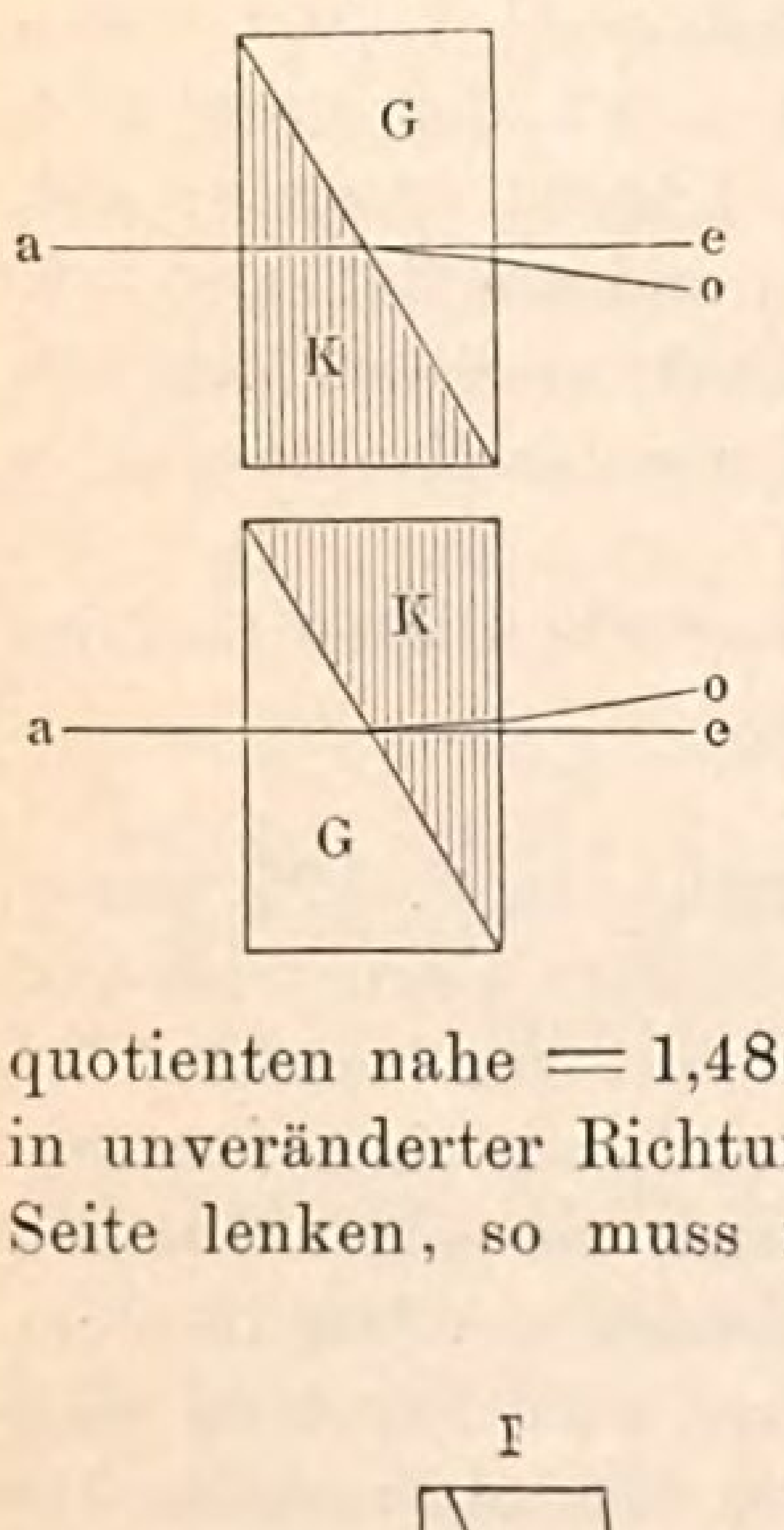
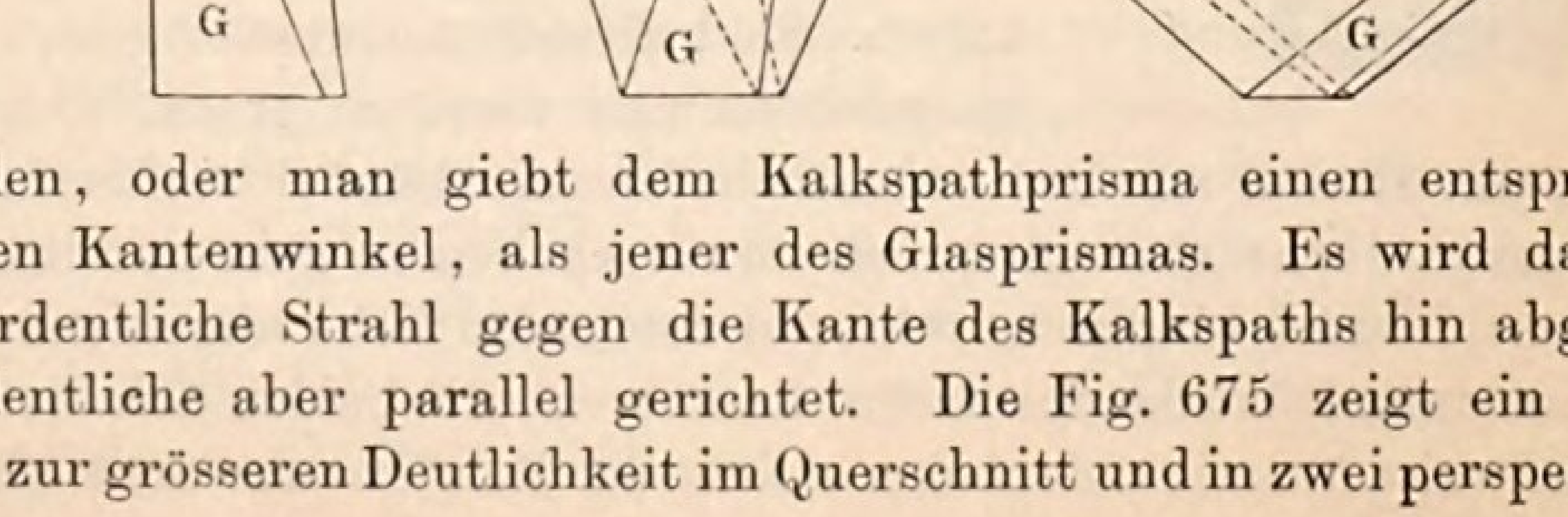


Fig. 675.



anwenden, oder man giebt dem Kalkspathprisma einen entsprechend kleineren Kantenwinkel, als jener des Glasprismas. Es wird dann der ausserordentliche Strahl gegen die Kante des Kalkspaths hin abgelenkt, der ordentliche aber parallel gerichtet. Die Fig. 675 zeigt ein solches Prisma zur grösseren Deutlichkeit im Querschnitt und in zwei perspectivisch

gezeichneten Lagen. Ein solches Prisma ist dann besonders geeignet, die in §. 380 zu besprechende objective Darstellung mittelst Projection in grösserem Maassstabe vorzuführen.

Polarisation durch Doppelbrechung. Haidinger's Lupe. 379 Ein Lichtstrahl, welcher einen Kalkspathkrystall oder überhaupt einen doppeltbrechenden Körper durchsetzt, wird dabei nicht allein in zwei Strahlen zerlegt, sondern ausserdem ist jeder dieser Strahlen polarisirt, und zwar so, dass die Schwingungsrichtungen der beiden Strahlen auf einander senkrecht stehen.

Am leichtesten kann man sich davon auf folgende Weise überzeugen: Man halte irgend ein doppeltbrechendes Prisma vor das Auge, so wird man von einem und demselben Gegenstande zwei Bilder sehen; hält man nun zwischen das Auge und das Prisma eine polarisirende Turmalinplatte, so wird man leicht eine bestimmte Stellung derselben ausmitteln können, bei welcher nur eines der beiden Bilder im Prisma sichtbar ist; dreht man alsdann die Turmalinplatte in ihrer Ebene langsam um, so wird alsbald das zweite Bild auch sichtbar werden; je weiter man dreht, desto lichtschwächer wird das erste Bild, während das zweite stärker wird, und wenn man endlich um 90^0 gedreht hat, so verschwindet das erste Bild und nur das zweite ist sichtbar. Daraus geht nun nicht allein hervor, dass die Lichtstrahlen der beiden Bilder polarisirt sind, sondern auch, dass die Polarisationsebene des einen Bildes rechtwinklig auf der Polarisationsebene des anderen steht oder, mit anderen Worten, dass die beiden Strahlenarten, welche sich durch einen doppeltbrechenden Krystall fortpflanzen, rechtwinklig zu einander polarisirt sind.

Nehmen wir ein Kalkspathprisma zur Hand, dessen brechende Kante mit der optischen Axe parallel ist! Die beiden Bilder irgend eines Gegenstandes, etwa einer Kerzenflamme, welche man durch das Prisma sieht, liegen neben einander, wenn man die Kante des Prismas vertical hält. Bringt man nun eine Turmalinplatte zwischen das Prisma und das Auge, so verschwindet das eine Bild, wenn die krystallographische Hauptaxe der Turmalinplatte vertical, also parallel mit der Kante des Prismas gehalten wird; das andere Bild verschwindet, wenn die Axe der Turmalinplatte wagerecht steht.

Nun aber lässt die Turmalinplatte, wie wir angenommen, nur solche polarisirte Strahlen durch, deren Schwingungen mit ihrer Hauptaxe parallel sind; hält man also die Platte so, dass ihre Axe senkrecht steht, so gehen nur die verticalen Oscillationen durch; hält man sie aber wagerecht, so werden nur wagerechte Schwingungen durchgelassen.

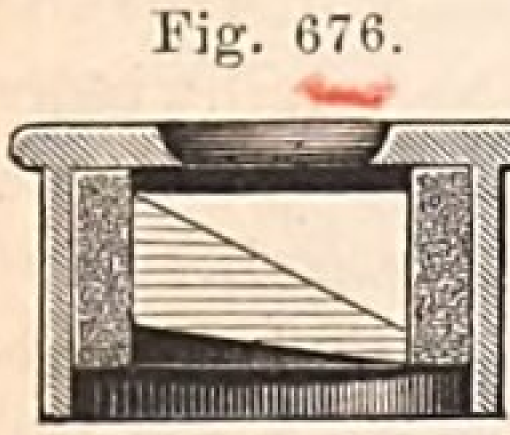
Da nun in den beiden Grenzlagen, wenn nämlich die Axe der Turmalinplatte vertical oder horizontal ist, nur ein Bild sichtbar ist, so geht daraus hervor, dass die Vibrationen, welche das eine Bild erzeugen,

parallel mit der optischen Axe des Kalkspathprismas sind, während die Aethervibrationen, welche den anderen Strahl fortpflanzen, in einer Ebene vor sich gehen, welche auf der optischen Axe rechtwinklig steht.

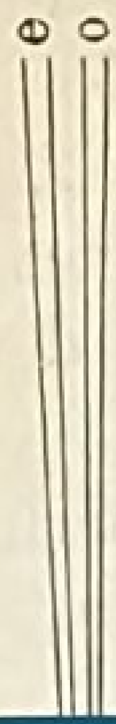
Wie man auch ein Prisma aus Kalkspath oder irgend einem anderen einaxigen doppeltbrechenden Krystalle schneiden mag, stets findet man, wenn man die beiden Bilder mit Hülfe einer Turmalinplatte untersucht, dass sie rechtwinklig zu einander polarisirt sind; die Richtung, nach welcher die Vibrationen für die beiden Strahlen stattfinden, lässt sich aber auf folgende Weise bestimmen: die Schwingungen des ordinären Strahles sind stets rechtwinklig auf der Ebene des Hauptschnittes, also auch rechtwinklig auf der Richtung der optischen Axe; die Schwingungen, welche den extraordinären Strahl fortpflanzen, finden dagegen in der Ebene des Hauptschnittes statt.

Auch der Nörrenberg'sche Apparat eignet sich zu solchen Versuchen. Wir ersetzen zu diesem Zwecke den Glassatz desselben durch eine Fassung, in welche ein Kalkspathrhomboëder oder besser ein achromatisirtes Kalkspathprisma der am Schlusse des vorigen Paragraphen beschriebenen Art mit Kork eingesetzt ist, Fig. 676. Auf das Tischchen legen wir ein Diaphragma mit einer Oeffnung von passender Grösse. Die Schwingungsebene des durch Reflexion an der Glasplatte polarisirten Strahles steht (nach Fresnel) auf der Reflexionsebene senkrecht, fällt demnach mit jener Ebene zusammen, welche wir uns durch die beiden Tragsäulen des Instrumentes gelegt denken. Orientiren wir nun den Kalkspath so, dass der Hauptschnitt desselben (die kurze Diagonale des Rhomboëders, zugleich die Verbindungslinie der beiden Bilder) auf jener Schwingungsebene senkrecht steht, so verschwindet das ausserordentliche Bild der Oeffnung und bleibt nur das ordentliche sichtbar. Nehmen wir diese Stellung zum Ausgangspunkt (Azimuth 0°) und drehen wir dann den Kalkspath um 90°, so verschwindet das ordentliche Bild, während das ausserordentliche sichtbar ist. Damit ist (immer Fresnel's Annahme zu Grunde gelegt) erwiesen, dass die Schwingungen des ordentlichen Strahles senkrecht auf den Hauptschnitt, also nach der längeren Rhomboëderdiagonale, diejenigen des ausserordentlichen Strahles im Hauptschnitte, also nach der kürzeren Diagonale stattfinden. Diese Regel hat man festzuhalten, um sich bei den Experimenten rasch über die Schwingungsebenen zu orientiren.

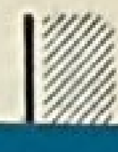
Fig. 676.



In allen Stellungen zwischen 0° und 90° erscheinen beide Bilder. Bei 45° haben sie gleiche Helligkeit, zwischen 0° und 45° überwiegt die Helligkeit des ordentlichen, zwischen 45° und 90° jene des ausserordentlichen Bildes. Dasselbe wiederholt sich in den übrigen Quadranten, indem bei 0° und 180° nur das ordentliche, bei 90° und 270° nur das



1. Versuche mit einem einfachen Kalkspathrhomboëder.



Man setzt auf die optische Bank die in Fig. 681 dargestellten Apparate, nämlich den polarisirenden

schaltet man den Kalkspath *K* zwischen *D* und *L* und erhält dadurch zwei Bilder, die sich zum Theil überdecken, wenn die Oeffnung im Diaphragma *D* nicht klein genug ist. Beim Drehen des Kalkspaths um die Axe der Fassung dreht sich das abgelenkte ausserordentliche Bild um das in der Mitte stehende ordentliche im Kreise herum. Nach dem Vorschalten des polarisirenden Spiegels verschwindet abwechselnd das eine und das andere Bild in Lagen, welche um 90⁰ von einander abstehen, während innerhalb der Quadranten die Helligkeit in entgegengesetzter Weise sich ändert, wie wir weiter unten genauer zeigen werden.

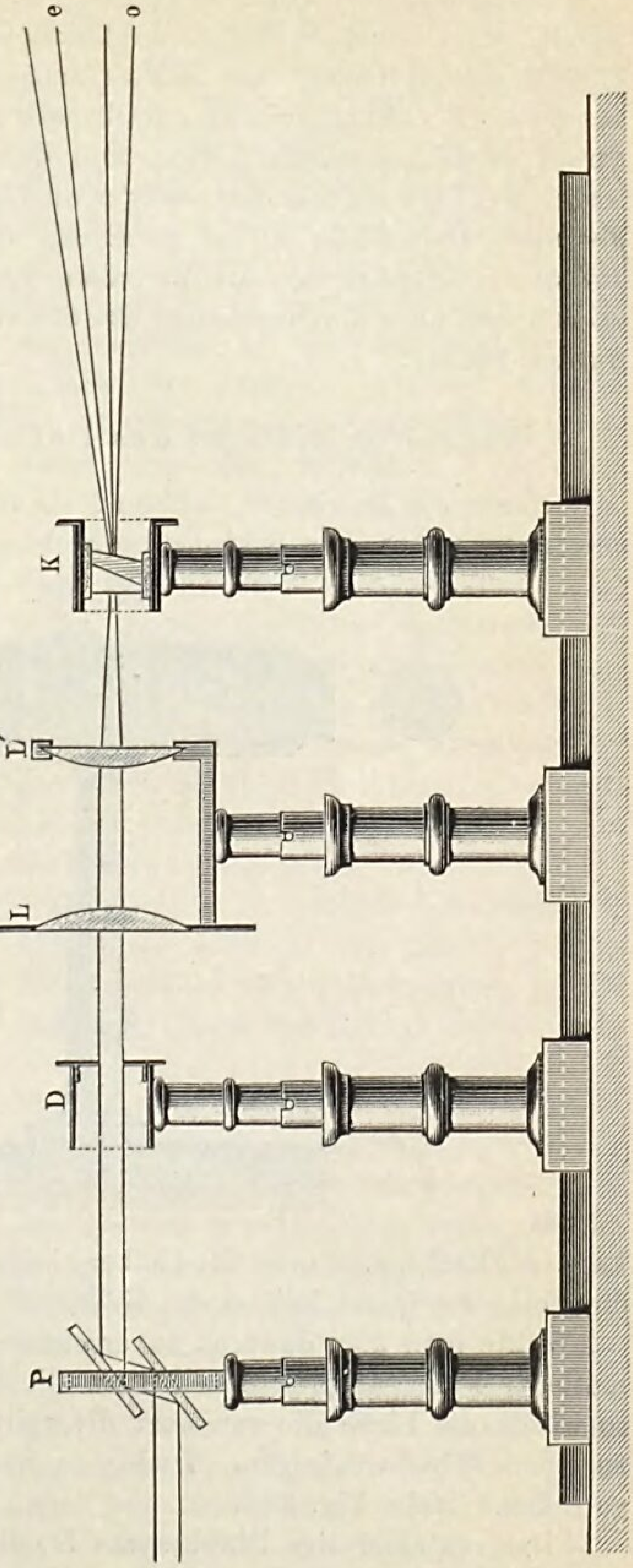


Fig. 682.

Ist der Kalkspath so gefasst, dass er, wie in Fig. 668, S. 998, vom Strahl durchsetzt wird, so rotiren beide Bilder um die Axe der Projection mit verschieden grossen Radien. Ein Kalkspath, dessen stumpfe Ecken senkrecht auf die Axe abgeschliffen sind, zeigt, wenn er in der Richtung der Axe vom Licht durchsetzt wird, weder Doppelbilder, noch Polarisation.

Die beschriebene Darstellungsmethode hat den Nachtheil, dass die Erscheinung nur geringe Dimensionen zeigen kann, weil die Abweichung der Strahlen nur gering ist.

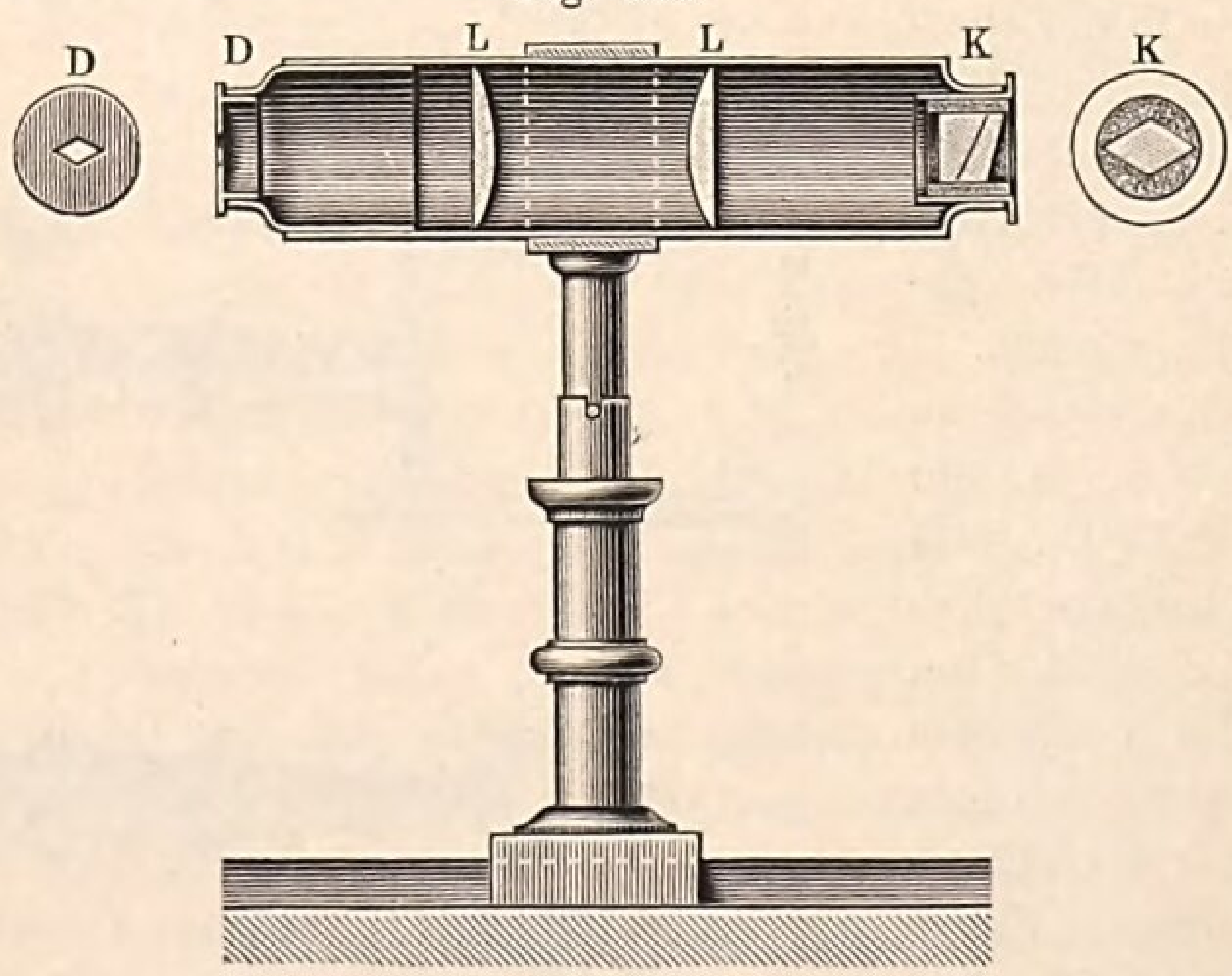
2. Versuche mit einem achromatisirten Kalkspathprisma.

In diesem Falle ist die Anordnung der Versuche nach Fig. 682 (a. v. S.), welche wohl ohne Weiteres verständlich ist. Es empfiehlt sich aus didaktischen Gründen, ein solches achromatisirtes Kalkspathprisma zu verwenden, welches, wie der Kalkspath für sich, den ordentlichen Strahl geradlinig hindurchlässt und den ausserordentlichen zur Seite lenkt. Bei Verwendung der häufiger anzutreffenden Prismen, bei welchen der ausserordentliche Strahl geradlinig durchgeht, ist das Auditorium auf dieses entgegengesetzte Verhalten speciell aufmerksam zu machen, da es sonst über die Orientirung der Schwingungsrichtungen irre geführt werden könnte.

3. Versuche mittelst des Duboscq'schen Apparates.

Damit die Zuschauer, während sie im verdunkelten Raume die Erscheinungen auf dem Schirme beobachten, stets über die gleichzeitige

Fig. 683.

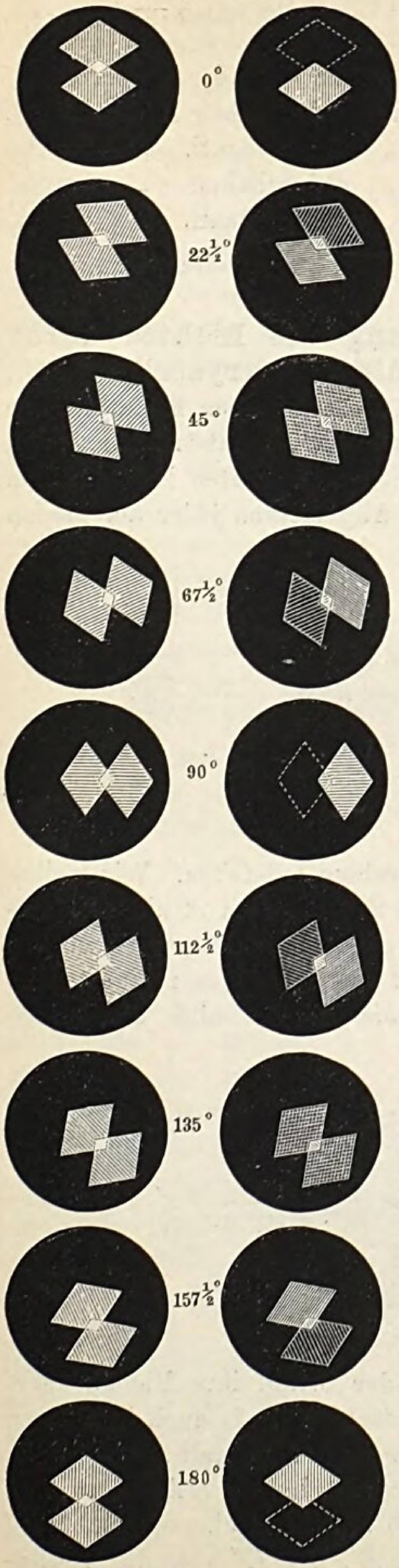


Lage des Kalkspaths orientirt bleiben, ist es wünschenswerth, den Bildern die Form des Querschnittes des Kalkspaths zu geben.

Wollte man dies dadurch zu erreichen suchen, dass man das achromatisirte Kalkspathprisma selbst an die Stelle des Diaphragmas setzte, so würde die Linse die von dort divergirend ausgehenden Strahlen alle zu einem Bilde vereinigen. Duboscq hat deshalb folgende Anordnung getroffen. Siehe Fig. 683.

Das rautenförmige Diaphragma D, die Projectionslinsen L, L und das achromatisirte Kalkspathprisma K sind alle zusammen in einen Tubus eingesetzt, der sich um seine Axe drehen lässt. Man stellt die Raute D mit dem Querschnitte des Kalkspaths K parallel und dreht dann

Fig. 684.



nur den ganzen Tubus. Fig. 684 zeigt in der ersten Verticalreihe die Erscheinungen beim Drehen um je $^1/_8$ des Halbkreises ohne Vorschaltung, in der zweiten Verticalreihe nach Vorschaltung des Polarisators. Man zeigt auf diese Weise, dass die Ablenkung des extraordinären Bildes nach der Richtung der kürzeren Diagonale, also im Hauptschnitt, erfolgt und dass die Schwingungsrichtung (nach Fresnel) im ordinären Strahle parallel der längeren, im extraordinären Strahle parallel der kürzeren Diagonale gelegen ist. Modificationen dieses Apparates sollen später besprochen werden.

Berechnung der Helligkeiten der durch die Doppelbrechung erhaltenen Bilder. 381
Bezeichnen wir die Intensität des in den Krystall eindringenden natürlichen Lichtes mit 1, so ist zunächst die Helligkeit jedes der beiden durch die Doppelbrechung erhaltenen Lichtes gleich $^1/_2$, denn das Lichtbündel theilt sich in zwei gleich helle Lichtbündel (ausgenommen in farbigen Krystallen, wo Absorption eintritt, wie im Turmalin). Wo die Bilder übereinanderfallen, ist die Helligkeit gleich der Summe, also wieder $= 1$. Dabei wird von Verlusten durch Reflexion und Absorption abgesehen. Nehmen wir nun polarisirtes Licht, so wird von der Amplitude der Schwingungen jeden Strahles nur je eine Componente, welche in die Ebenen des Hauptschnittes und darauf senkrecht fällt, durch den Krystall hindurchgehen. Bildet die Schwingungsebene des eintreffenden polarisirten Strahles einen Winkel α mit der Schwingungsebene des ordentlichen Strahles, so hat letztere nach dem Durchgange eine Amplitude $A_0 = \cos\alpha$, der ausserordentliche Strahl dagegen $A_e = \sin\alpha$. Die Helligkeiten, welche durch die Quadrate der Amplituden bestimmt sind, betragen demnach:

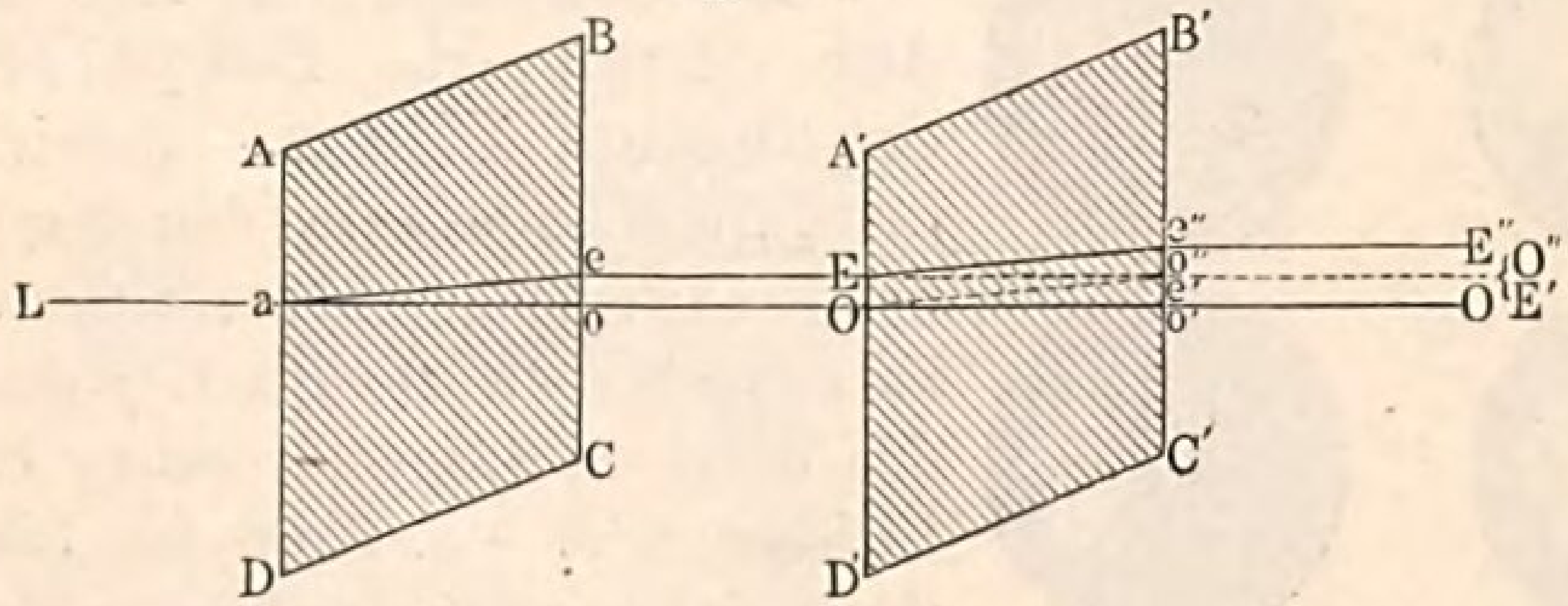
für den ordentlichen Strahl $\frac{1}{2} \cos^2 \alpha$ }
für den ausserordentlichen Strahl $\frac{1}{2} \sin^2 \alpha$ } Summe $= \frac{1}{2}$,

für $\alpha = 45^0$ und 135^0 werden diese Intensitäten einander gleich,
„ $\alpha = 0^0$ „ 180^0 ist die Helligkeit des ordentlichen Bildes $= \frac{1}{2}$,
„ $\alpha = 0^0$ „ 180^0 „ „ „ „ ausserordentl. „ $= 0$,
„ $\alpha = 90^0$ „ 270^0 „ „ „ „ ordentlichen „ $= 0$,
„ $\alpha = 90^0$ „ 270^0 „ „ „ „ ausserordentl. „ $= \frac{1}{2}$,

damit erklären sich die Erscheinungen der Fig. 684 zweite Columne.

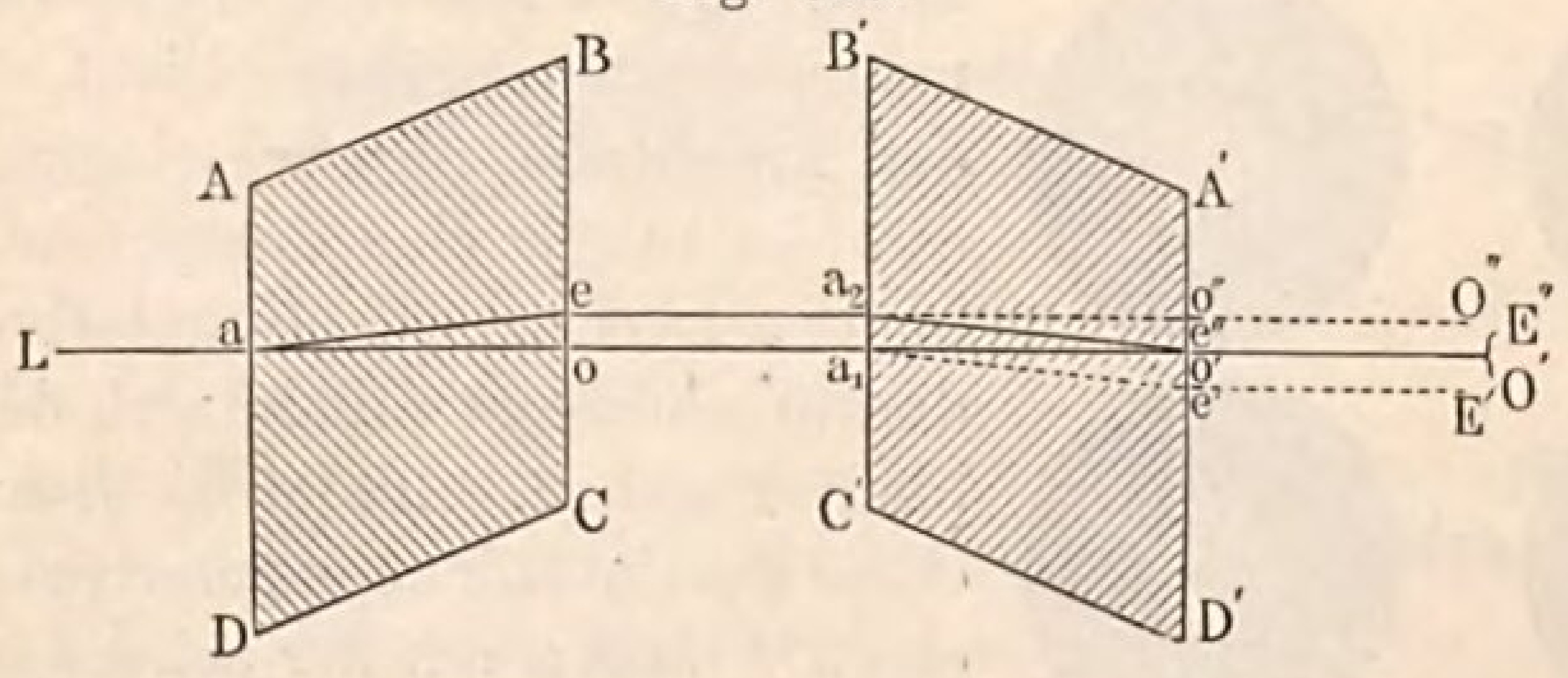
382 **Erscheinungen beim Durchgang des Lichtes durch zwei hinter einander gesetzte Kalkspathkrystalle.** Fällt ein natürlicher Lichtstrahl von der Helligkeit 1 auf einen Kalkspath, so wird er in zwei senkrecht auf einander polarisirte Lichtstrahlen O und E von den Helligkeiten $= \frac{1}{2}$ zerlegt. Fallen diese beiden Lichtstrahlen auf einen zweiten Kalkspath, so wird im Allgemeinen jeder der beiden

Fig. 685.



wieder doppelt gebrochen, so dass vier Strahlen entstehen. Wir wollen die vom Strahl O stammenden mit O' und E', die vom Strahl E stammenden mit O'' und E'' bezeichnen. Unter gewissen Bedingungen werden diese vier Strahlen auf zwei oder auch auf einen einzigen reducirt. Es seien, Fig. 685, $ABCD$ und $A'B'C'D'$ die Hauptschnitte der beiden

Fig. 686.



Krystalle, welche so gestellt seien, dass der Strahl ihre Rhomboëderflächen senkrecht trifft. Sowohl ihre Hauptschnitte, als auch ihre Axen seien einander parallel. Wären die aus dem ersten Krystall austretenden Strahlen O und E nicht schon polarisirt, so würden sie sich im zweiten Krystall nach den Richtungen Oo', Oe', Eo'', Ee'' fortpflanzen und nach dem Durchgange als parallele Strahlen O', E', O'', E'' von den Hellig-

keiten $= \frac{1}{4}$ austreten. Bei gleicher Dicke der Krystalle würden überdies die Strahlen E' und O'' zusammenfallen, die Strahlen O' und E'' hätten den doppelten Abstand von O und E. Bei ungleicher Dicke wäre dieser Abstand gleich der Summe der Verschiebungen.

Durch die Polarisation werden nun aber die Strahlen Oe' und Eo'', also auch deren Fortsetzungen E' und O'', ausgelöscht, und es bleiben nur die Strahlen O' und E'' übrig. Die beiden Krystalle wirken dann zusammen, wie ein einziger von einer Dicke, welche die Summe der Dicken der einzelnen Krystalle ist.

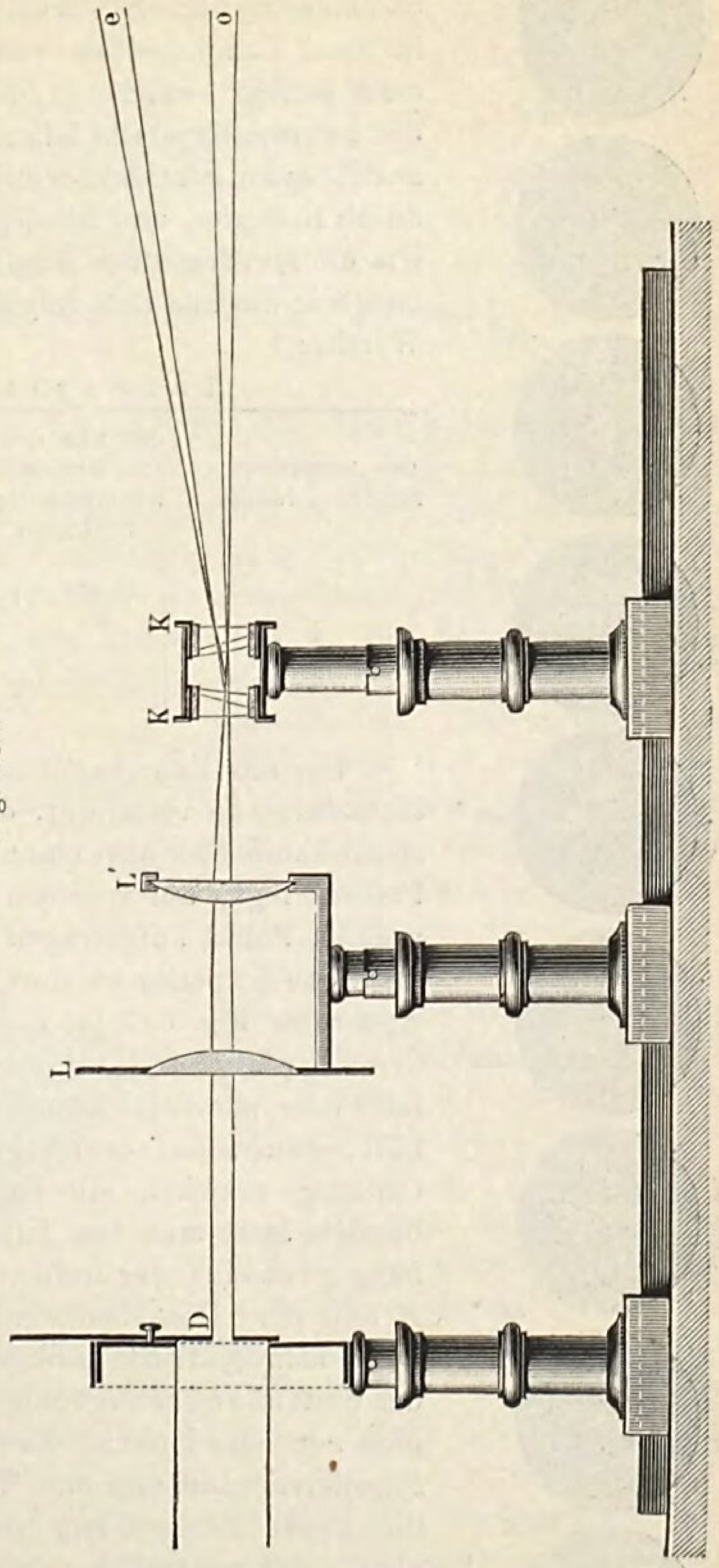
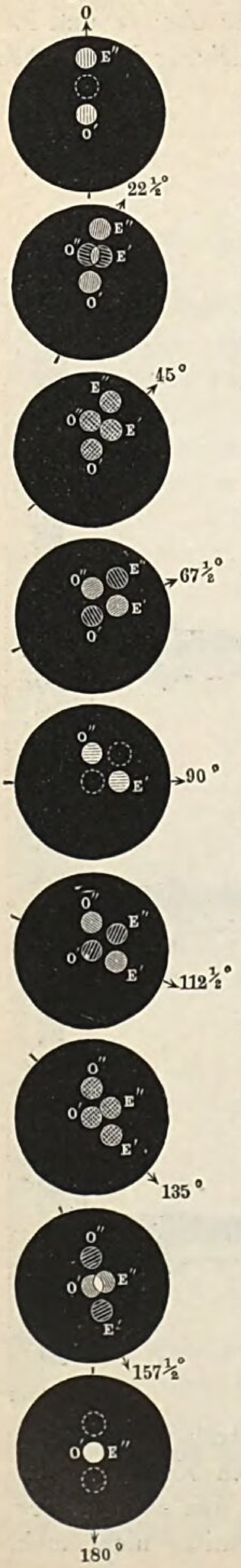


Fig. 687.

Dreht man nun den zweiten Krystall um den Strahl O oder O' als Axe um 180° herum, so dass er in die Lage Fig. 686 kommt, so ergiebt wieder die Construction die Lage der vier Strahlen, welche, wenn keine Polarisation stattfände, austreten würden. Bei gleicher Dicke der Krystalle fallen diesmal die Strahlen O' und E'' zusammen, E' und O'' werden durch die Polarisation ausgelöscht. Es tritt also diesmal ein einziges Strahlenbündel aus, welches sowohl Schwingungen im Hauptschnitt, als auch solche senkrecht darauf enthält. Dieser Lichtstrahl verhält sich ganz wie ein solcher natürlichen Lichtes. Die beiden Krystalle compensiren also einander in ihrer Wirkung. Dreht man den zweiten Krystall in eine solche Lage, dass die beiden Hauptschnitte nicht mehr

Fig. 688.



parallel sind, so erhält man jedesmal alle vier Strahlen. Ist der Winkel, den die Hauptschnitte mit einander bilden $= \alpha$, so wird die Amplitude jedes der beiden Strahlen O und E nach dem Kräfteparallelogramm in zwei Componenten von den Grössen $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ zerlegt, welche in die Schwingungsrichtungen des zweiten Krystalls fallen. Für die Helligkeiten der austretenden Strahlen, welche sich (von den Verlusten durch Reflexion und Absorption wiederum abgesehen) wie die Quadrate der Amplituden verhalten, bekommen wir die aus dem folgenden Schema ersichtlichen Werthe:

Intensität			
des ursprüngl. natürl. Lichtes	der aus dem 1. Krystall austretenden Strahlen	der aus dem 2. Krystall austretenden Strahlen	Schwingungsrichtung
1	$O = 1/2$	$O' = 1/2 \cos^2\alpha$	0^0
		$E' = 1/2 \sin^2\alpha$	90^0
	$E = 1/2$	$O'' = 1/2 \cos^2\alpha$	0^0
		$E'' = 1/2 \sin^2\alpha$	90^0

Um das Experiment anzustellen, kann man am einfachsten so verfahren, dass man die beiden Kalkspathrhomboëder über einander auf ein Blatt schwarzen Papiers legt, auf welchem man einen kreisförmigen weissen Punkt aufgetragen hat. Im Auditorium zeigt man das Experiment durch Projection mittelst des Apparates Fig. 687 (a. v. S.). Derselbe besteht aus dem Diaphragma D, durch dessen Oeffnung Sonnenlicht oder paralleles künstliches Licht auf die Linse L fällt, welche auf dem Schirm ein scharfes Bild der Oeffnung entwirft. In die engste Stelle des Lichtbündels setzt man den Tubus mit den beiden unabhängig von einander drehbaren Kalkspathrhomboëdern K und K'. Dieselben werden auch hier vortheilhaft durch achromatisirte Kalkspathprismen ersetzt, welche das ordinäre Licht gerade durchlassen, das extraordinäre zur Seite lenken. Es tritt dann an die Stelle der Parallelverschiebung eine Winkelablenkung, wodurch die ganze Erscheinung viel grösser erhalten wird, ohne sonst wesentlich verändert zu werden.

Die Fig. 688 zeigt die Reihenfolge der Erscheinungen beim Drehen nach rechts. Den Anfang macht jene Stellung der beiden Prismen, wo beide den ausserordentlichen Strahl nach oben ablenken; die jeweilige

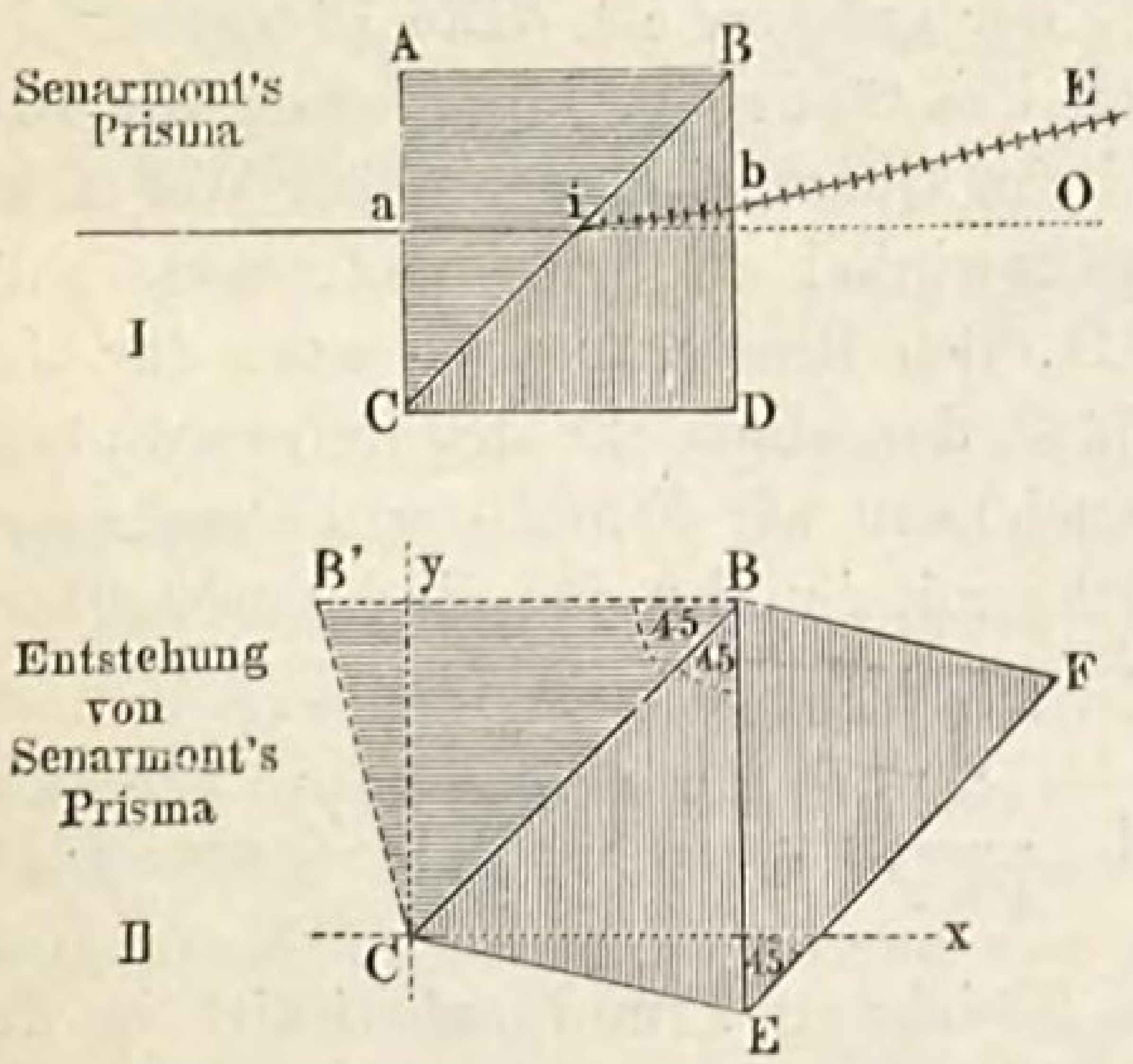
Stellung des Hauptschnitts ist durch den Pfeil, der Winkel der Drehung durch die beigeschriebenen Grade, die je um $^1/_8\,\pi$ fortschreiten, angegeben. Die erste Abbildung entspricht also dem Winkel 0^0 und der Fig. 685, die letzte dem Winkel 180^0 und der Fig. 686:

für $\alpha = 0^0$	ist die Intensität O'	$=$ Intensität E''	$= {^1/_2}\, cos^2\ 0 = {^1/_2}$,
„ $\alpha = 0^0$	„ „ „ E'	$=$ „ O''	$= {^1/_2}\, sin^2\ 0 = 0$,
„ $\alpha = 45^0$ oder 135^0	„	aller 4 Bilder gleich gross	$= {^1/_2}\, sin^2\ 45 = {^1/_4}$,
„ $\alpha = 90^0$	ist die „ O'	$=$ Intensität E''	$= {^1/_2}\, cos^2\ 90 = 0$,
„ $\alpha = 90^0$	„ „ „ E'	$=$ „ O''	$= {^1/_2}\, sin^2\ 90 = {^1/_2}$,
„ $\alpha = 180^0$	„ „ „	$O' + E' = {^1/_2}\, cos^2 180 + {^1/_2}\, cos^2 180$	$= 1$.

Dieses schöne Experiment wird meist als der Huyghens'sche Versuch bezeichnet.

Die Prismen von Senarmont, Rochon und Wollaston. 383 Das in §. 378 beschriebene achromatisirte Kalkspathprisma kann keinen vollständigen Achromatismus besitzen, weil die partielle Dispersion des Glases nicht mit jener des Kalkspaths übereinstimmt. Man erreicht jedoch vollständigen Achromatismus durch das Senarmont'sche Prisma, dessen Durchschnitt in Fig. 689 I, dessen Herstellung durch Fig. 689 II dargestellt ist. Die optische Axe BE bildet mit den Spaltungsflächen BC, EF eines Kalkspathrhomboëders einen Winkel von 45^0 (genau $45^0\,23'$). Schneidet man demnach durch die Axe senkrecht auf die Zeichnungsebene den Krystall entzwei und kittet das Stück BEF so an die Fläche BC an, dass die Ecke E auf B, F auf C und B nach B' zu liegen kommt, so erhält man die Combination $B'BEC$, in welcher die optischen Axen der Bestandtheile (sehr nahe) auf einander senkrecht stehen, wie auch die Schraffirung andeutet. Schneidet man dann noch nach Cy und Cx Flächen, so erhält man das oberhalb abgebildete Senarmont'sche Prisma, bei welchem übrigens der Winkel $ACB = CBD$ nicht nothwendig $= 45^0$ gemacht werden muss.

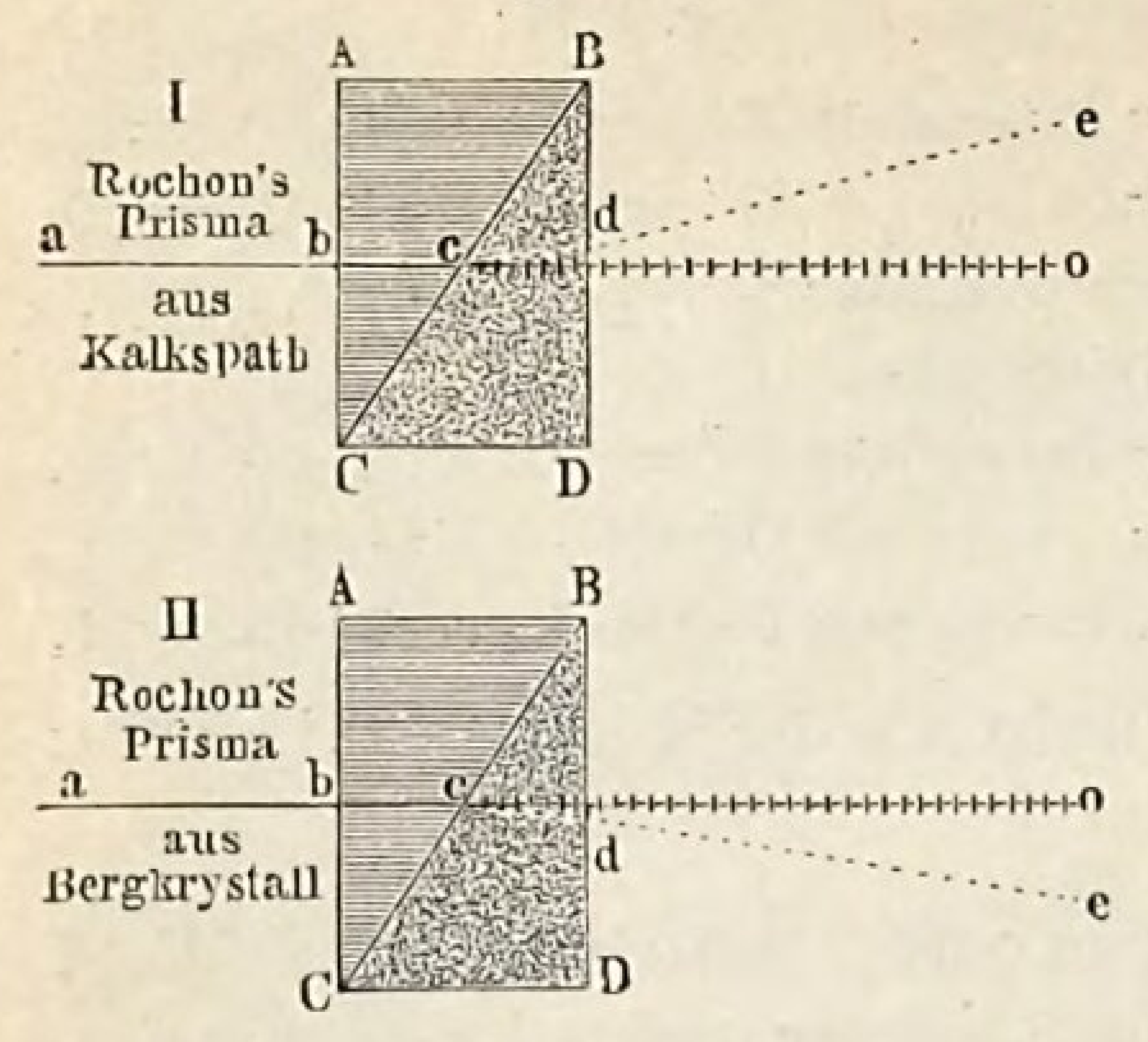
Fig. 689.



Ein Strahl natürlichen Lichtes ai zerspaltet sich bei i in zwei senkrecht auf einander polarisirte Strahlen. Der ordentliche geht, weil er im neuen Mittel denselben Brechungsquotienten besitzt, in der Richtung iO ungebrochen und unzerstreut hindurch, der ausserordentliche wird in der Richtung ibE abgelenkt.

Die Schwingungsrichtungen an den Lichtstrahlen sind, wenn in die Zeichnungsebene fallend, durch kurze Querstriche, wenn senkrecht, auf die Zeichnungsebene gerichtet, durch Punkte angedeutet. In den Prismendurchschnitten giebt die Richtung der Schraffirung die Axenrichtung an.

Fig. 690.



Rochon's Prisma, Fig. 690, unterscheidet sich vom vorigen dadurch, dass die optische Axe im Theile BCD senkrecht auf der Zeichnungsebene, also parallel den Prismenkanten geht, wie die Schraffirung andeutet. Dasselbe wird meistens aus Bergkrystall gefertigt. Bei dem aus Kalkspath gefertigten (Fig. 690 I) ist der Verlauf der Strahlen derselbe wie beim Senarmont'schen (Fig. 689 I), nur sind die Schwingungsrichtungen der beiden Strahlen vertauscht.

Beim Rochon'schen Prisma aus Bergkrystall (Fig. 690 II) tritt für den extraordinären Strahl statt einer Brechung vom Einfallslothe eine solche zum Einfallslothe auf, weil bei dieser Substanz der Brechungsquotient des extraordinären Strahls der grössere ist. Die Divergenz der Strahlen ist unter übrigens gleichen Umständen geringer, weil die Brechungsquotienten beider Strahlen beim Quarz einander näher stehen als beim Kalkspath. Um den Divergenzwinkel zu berechnen, muss man kennen den Winkel $ACB = CBD$, den Brechungsquotienten für den ordinären Strahl n (im Quarz $= 1{,}548$), denselben für den extraordinären Strahl n' (im Quarz $= 1{,}558$). Bezeichnen wir Einfall- und Brechungswinkel für die innere Trennungsfläche mit i und r, für die Austrittsfläche mit i' und r', so ist

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin ACB}{\sin r} = \frac{n'}{n} \quad \text{und} \quad \frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{\sin (ACB - r)}{\sin r'} = \frac{1}{n'}.$$

Rechnet man aus der ersten Gleichung r und substituirt in der zweiten, so findet man r' und dies ist der gesuchte Divergenzwinkel. Für $ACB = 30^0$ z. B. findet man auf diese Weise $r' = 0^0\,19'\,30''$.

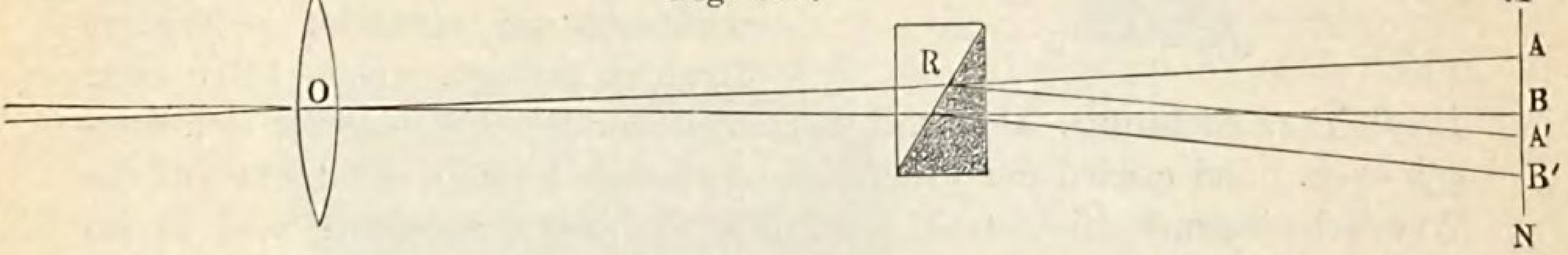
Ein auf der Austrittsseite der Strahlen befindliches Auge sieht demnach durch das Rochon'sche Prisma hindurch jeden Gegenstand doppelt, und zwar erscheinen die correspondirenden Punkte des Gegenstandes unter dem Gesichtswinkel r', der für ein und dasselbe Prisma constant bleibt.

Diese Eigenschaft lässt eine sinnreiche Anwendung des Rochon'schen Prismas als Mikrometer und als Distanzmesser zu.

Zu diesem Zwecke wird das Prisma in einem Fernrohr zwischen Objectiv und Bildebene in der Weise angebracht, dass es längs der Fern-

rohraxe verschoben und seine Lage an der Aussenseite des Instrumentes abgelesen werden kann. Stellt O in Fig. 691 das Objectiv des Fernrohrs, R das Prisma, MN die Bildebene dar, so entsteht in der letzteren ausser dem gewöhnlichen reellen Bilde AB eines aufrechten Objectes noch ein zweites verschobenes $A'B'$. Der Abstand dieser beiden Bilder, also der Abstand $AA' = BB'$, hängt nun offenbar von dem Abstande zwischen R und MN, den wir mit d bezeichnen, ab und ist diesem

Fig. 691.



proportional. Bei einem gewissen Betrage von d wird daher $AA' = AB$ werden und dabei B und A' in einen Punkt zusammenfallen. Bei hinlänglich grosser Distanz des anvisirten Objectes fällt die Bildebene nahe genug mit dem Brennpunkte zusammen, so dass man annähernd setzen darf:

$$f \, . \, tang \, AOB = AB,$$

wo f die Brennweite des Objectivs bedeutet, ferner gilt ebenfalls mit grosser Annäherung:

$$d \, . \, tang \, r' = AA' = AB,$$

wo r' die frühere Bedeutung hat. Hieraus folgt:

$$tang \, AOB = d \cdot \frac{tang \, r'}{f} = d \, . \, k,$$

wo k eine Constante des Instrumentes ist, welche nur einmal bestimmt zu werden braucht.

Liest man also am Instrumente den Abstand d ab, für welchen B mit A' zusammenfällt und multiplicirt mit k, so erhält man direct die Tangente des Winkels AOB, d. i. den Gesichtswinkel, unter dem das Object einem in O befindlichen Auge erscheint; dies erklärt die Anwendung als Mikrometer. Dient nun als Object eine senkrechte Visirlatte bekannter Länge l, so ist $\frac{l}{tang \, AOB} = \frac{l}{d \, . \, k} = D$ die Distanz der Visirlatte vom Objectiv.

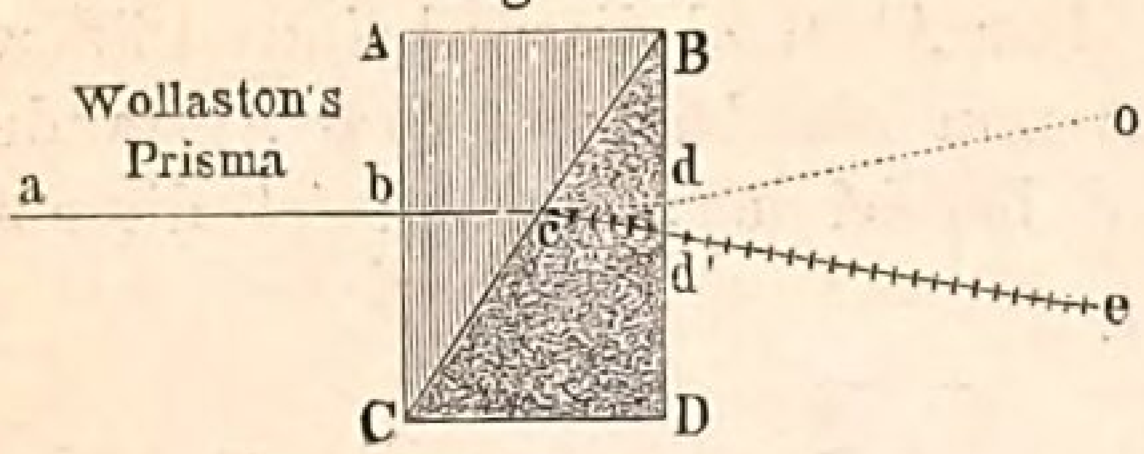
In dieser Weise dient also das Rochon'sche Prisma als Distanzmesser.

Benutzt man stets die gleiche Visirlatte, so ist $\frac{l}{k}$ ebenfalls constant und man kann daher zur grösseren Bequemlichkeit die Einrichtung so treffen, dass die zu messende Distanz direct an der Aussenseite des Instruments abgelesen werden kann.

Wollaston's Prisma, Fig. 692 (a. f. S.), ist aus zwei Kalkspathprismen zusammengesetzt und unterscheidet sich von Rochon's Prisma

nur durch die Lage der optischen Axe in dem Theile ABC, welcher, wie die Schraffirung andeutet, senkrecht auf die Prismenkante und parallel der Fläche AC gerichtet ist. Die Axe des Theils CBD ist, wie bei Rochon's Prisma, senkrecht auf die Zeichnungsebene, also den Prismenkanten parallel liegend.

Fig. 692.



Ein natürlicher Lichtstrahl ab wird diesmal schon bei b in zwei senkrecht zu einander polarisirte Strahlen zerlegt, welche bis c zwar in gleicher Richtung, aber mit verschiedener Geschwindigkeit sich fortpflanzen. Bei c wird der ordentliche zwischen b und c senkrecht auf die Axe schwingende Lichtstrahl vom Einfallslothe gebrochen, weil er im Medium CBD längs der Axe schwingend, also mit grösserer Geschwindigkeit seinen Weg fortsetzen muss; der von b bis c vorgedrungene ausserordentliche parallel der Axe schwingende Strahl dagegen wird bei c zum Einfallslothe gebrochen, weil er von da an senkrecht auf die Axe schwingend, also mit geringerer Geschwindigkeit sich fortpflanzen muss. Die Strahlen wechseln also gewissermaassen ihre Rolle und treten beide nach verschiedenen Seiten aus der ursprünglichen Richtung heraus. Die Divergenz ist daher doppelt so gross. Dagegen müssen beide Bilder spectral gefärbt erscheinen, da die Ablenkung für die verschiedenen Farben nicht gleich gross ist, während bei Rochon's und Senarmont's Prisma der ordentliche Strahl ganz ohne Dispersion austritt.

384 **Das Nicol'sche Prisma.** Bei den bisher beschriebenen polarisirenden Prismen werden stets zwei senkrecht auf einander polarisirte Strahlen erhalten. Will man einen derselben beseitigen, um einfach polarisirtes Licht zu erhalten, so ist dies nur durch eine an der Fassung angebrachte Blende möglich, welche das Gesichtsfeld einschränkt (Fig. 673, S. 1001). Der englische Physiker Nicol[1]) hat eine sinnreiche Anordnung erdacht, welche nach ihm das Nicol'sche Prisma oder kurz ein „Nicol“ genannt wird, bei welchem der ordentliche Strahl gänzlich unterdrückt und nur der ausserordentliche Strahl durchgelassen wird, ohne dass dabei das Gesichtsfeld beschränkt wird.

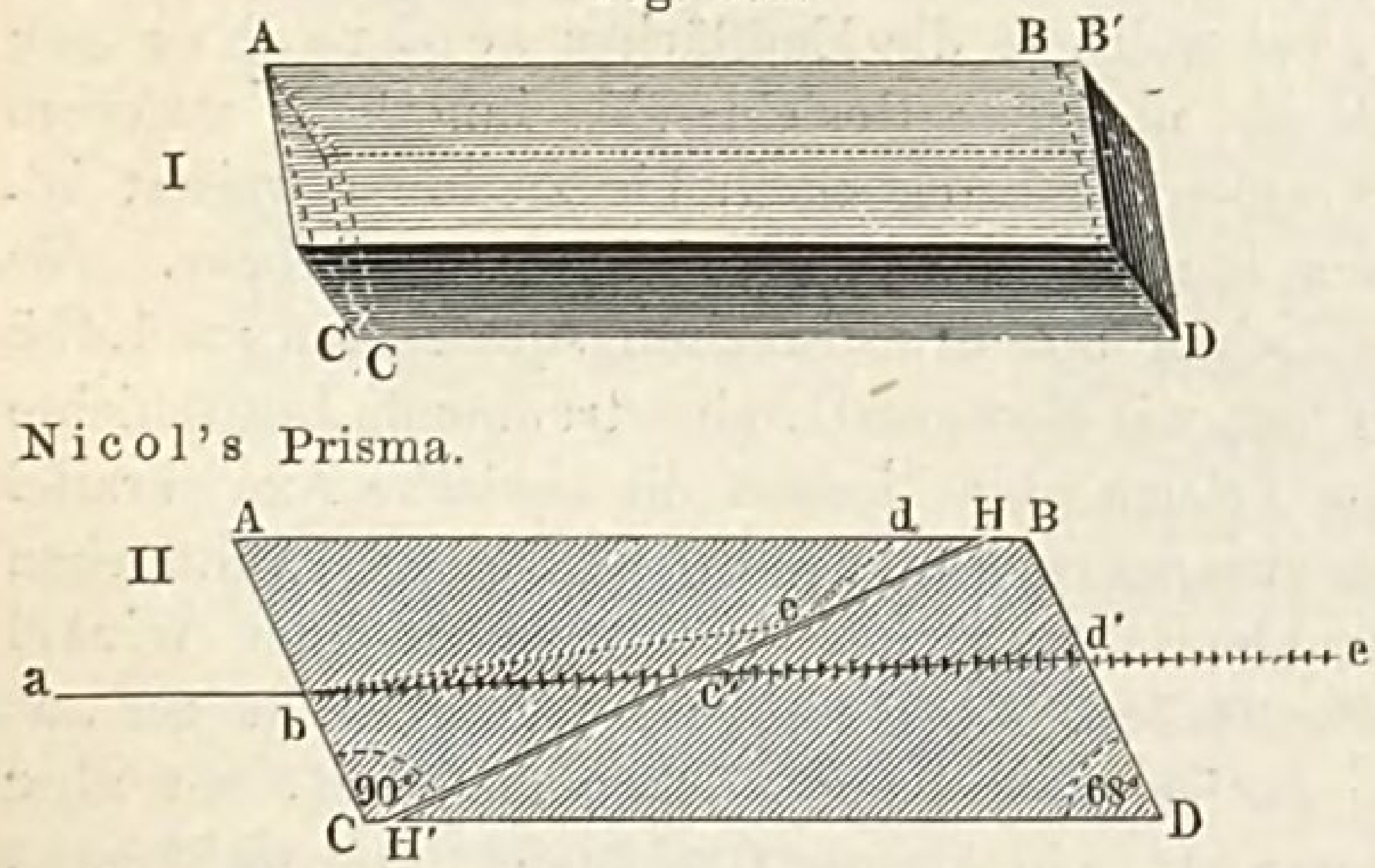
$AB'DC'$, Fig. 693 I, sei ein natürliches Kalkspathrhomboëder, dessen durch die Kanten AB' und $C'D$ gehende Hauptschnittebene in der Zeichnungsebene liegen möge. Die Flächen $B'D$ und AC' bilden mit den Kanten $C'D$ und AB' Winkel von 71°. Man schleift nun zunächst nach den Ebenen BD und AC neue Endflächen an, welche mit diesen Kanten Winkel von nur 68° einschliessen. $ABDC$, Fig. 693 II, sei nun der neue Durchschnitt durch die Eckpunkte. Nun wird senkrecht auf diese Ebene AD und zugleich senkrecht auf die neuen Endflächen AC und BD ein Schnitt HH' geführt, d. h. der Krystall zer-

[1]) Edinburgh New. ph. J., XI, 83 (1828).

sägt und nach dem Poliren werden beide Stücke mittelst Canadabalsam wiederum zusammengekittet. Das Ganze wird dann meist mittelst Kork in eine Messinghülse gefasst.

Ein Lichtstrahl *ab*, der parallel oder doch nahe parallel mit *AB* auffällt, wird in zwei senkrecht auf einander polarisirte Strahlen zerlegt und letztere beide verschieden stark gebrochen. Der ordinäre Strahl *bc* erleidet an der Balsamschichte, deren Brechungsquotient 1,54 ist, eine totale Reflexion nach *d* und wird dort an der geschwärzten Fläche absorbirt, der extraordinäre Strahl *bc'* tritt durch die Balsamschichte hindurch und verlässt bei *d'* das Prisma parallel mit seiner ursprünglichen Richtung.

Fig. 693.



Nicol's Prisma.

Die Endfläche eines Nicol'schen Prismas sammt Fassung ist in der Fig. 694 dargestellt. *PP* ist die Polarisationsebene, die darauf senkrechte Verbindungslinie der stumpfen Ecken der Raute ist (nach Fresnel's Annahme) die Schwingungsebene des austretenden polarisirten Strahls.

Grosse Nicols sind wegen ihrer Länge sehr kostbar. Das grösste und reinste bisher (von Tisley und Spiller) angefertigte Nicol'sche

Fig. 694.

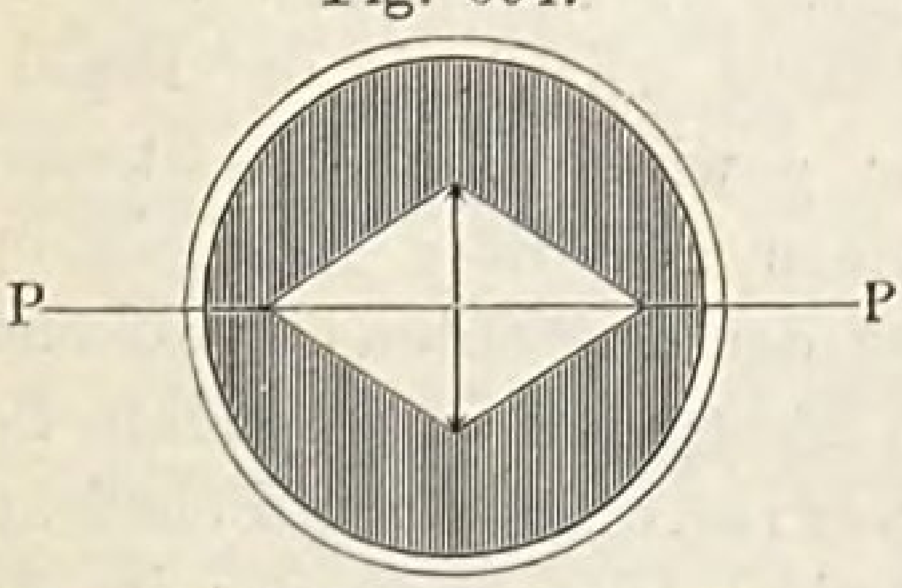
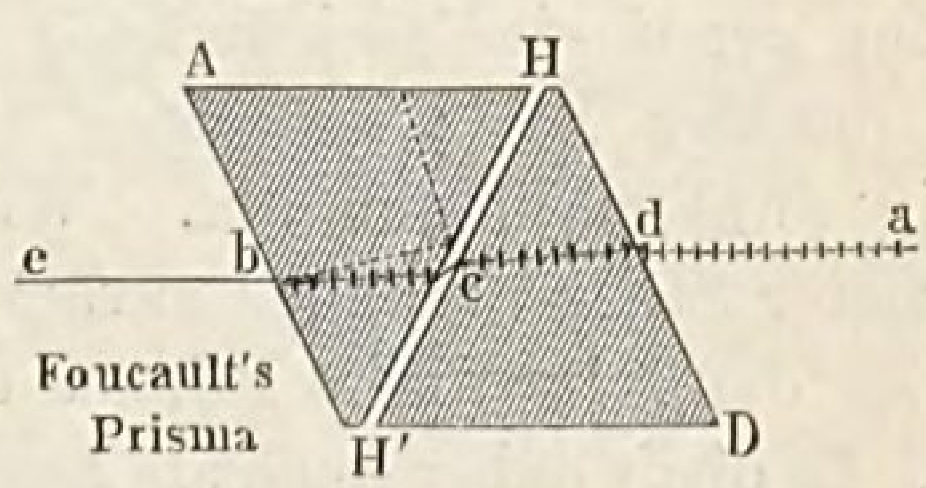


Fig. 695.



Prisma, welches von seinem seither verstorbenen Besitzer, W. Spottiswoode, auf der Austellung wissenschaftlicher Apparate in London 1876 zu sehen war, hat $3^1/_2$ Zoll, also 9 cm im Durchmesser. Ein fast eben so grosses, achteckig zugeschnittenes von C. D. Ahrens hatte $3^1/_4$ Zoll oder 8 cm Durchmesser.

Foucault hat die Canadabalsamschichte durch eine dünne Luftschichte ersetzt und hierdurch erreicht, dass der Schnitt *HH'*, Fig. 695, viel weniger schief zu führen ist, wodurch das Prisma viel kürzer, also auch billiger wird. Die beiden Prismen werden in ihrer gegenseitigen Stellung nur durch die Fassung festgehalten. Hassert[1]) verwendet

[1]) Pogg. Ann. CXIII.

eine andere Kittmasse von einem Brechungsquotienten gleich dem des ausserordentlichen Strahls, wodurch der Winkel $AH'H$ bis auf 81⁰ verkleinert werden kann.

Jamin hat durch den Mechaniker H. Soleil in Paris einen Apparat construiren lassen, der das Nicol'sche Prisma zu ersetzen bestimmt ist. Ein kleines parallelepipedisches mit Schwefelkohlenstoff gefülltes Gefäss enthält eine dünne passend geneigte Kalkspathplatte. Auch hier wird der eine der beiden Strahlen durch totale Reflexion beseitigt.

Hartnack sowie auch Prazmowski haben ebenfalls ein Nicol'sches Prisma construirt, bei welchem die Endflächen senkrecht gegen die Strahlenrichtung stehen und das Gesichtsfeld, innerhalb welchem nur ausserordentliche Strahlen hindurchgehen, bis zu 35⁰ erweitert ist. Ausserdem ist das Prisma kürzer als das von Nicol angegebene. Als Kittmaterial wird dabei Leinöl mit dem Brechungsquotienten = 1,485 verwendet [1]). P. Glan [2]) hat, wie Foucault, eine trennende Luftschichte angewendet. Bei seinem Prisma steht jedoch die optische Axe parallel der brechenden Kante der zusammensetzenden Prismen und die Endflächen stehen senkrecht zur Strahlenrichtung. Der Schnitt bildet einen Winkel von 39⁰ 43′ mit den Seitenflächen. Dieses Prisma fällt noch kürzer aus als das Foucault'sche; es ist nicht ganz so lang als breit, hat aber auch, wie jenes von Foucault, ein kleines Gesichtsfeld von nicht ganz acht Graden. Es wird vom Optiker Halle in Potsdam, sowie von Schmidt und Hänsch in Berlin gefertigt.

F. Lippich hat in einer sehr eingehenden Untersuchung [3]) gezeigt, dass es äusserst schwierig ist, Polarisatoren zu construiren, welche für das ganze Gesichtsfeld vollständig und genau parallel polarisirtes Licht liefern. Man sieht daher, wenn man durch zwei gekreuzte Nicol'sche Prismen gegen eine gleichmässig helle Fläche schaut, in der Regel kein ganz dunkles Feld; es treten vielmehr gewisse dunklere Streifen in mässig dunklem Felde auf. Wir kommen auf diese Erscheinung an geeigneter Stelle nochmals zurück. Trotz der erwähnten Unvollkommenheit ist das Nicol'sche Prisma der am häufigsten angewendete Polarisator. Es dient daher auch als Kopf des Nörrenberg'schen Polarisationsapparates und kann insbesondere auch bei Anstellung der im §. 380 beschriebenen Projectionsversuche mit Vortheil dem polarisirenden Spiegel substituirt werden. Wir bedienten uns an jener Stelle nur deshalb des Spiegels, weil eben das Nicol'sche Prisma noch nicht erklärt war.

385 **Ein- und zweiaxige, positive und negative Krystalle.** Optisch einaxig heissen solche Krystalle, welche nur eine optische Axe haben, d. h. in denen es nur eine einzige Richtung giebt, nach welcher

1) Pogg. Ann. **127**, 494.

2) Carl's Repert. **16**, 571 (1880) und **17**, 195 (1881).

3) Lippich, Ueber polaristrobometrische Methoden. Wien. Akad. Ber. **85**, 268.

der Krystall von allen Lichtstrahlen mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen wird, wie dies beim Kalkspath und bei vielen anderen Krystallen der Fall ist, die wir bald werden kennen lernen.

Beim Kalkspath werden die ordinären Strahlen stärker gebrochen als die extraordinären; alle einaxigen Krystalle nun, bei welchen dies ebenso der Fall ist, werden negative Krystalle genannt. In die Classe der einaxigen negativen Krystalle gehören unter anderen:

Kalkspath,	Wernerit,
Turmalin,	Phosphorsaures Bleioxyd,
Rubellit,	Saures arseniksaures Kali,
Corund,	Chlorstrontium,
Saphir,	Chlorcalcium,
Rubin,	Honigstein,
Smaragd,	Schwefelsaures Nickeloxyd,
Beryll,	Phosphorsaurer Kalk,
Apatit,	Arseniksaures Bleioxyd,
Idocras (Vesuvian),	Salpetersaures Natron.

Solche einaxige Krystalle, bei denen die extraordinären Strahlen stärker gebrochen werden, heissen positive. Unter die einaxigen positiven Krystalle gehören:

Zirkon,	Essigsaures Kalkkupfer,
Quarz,	Magnesiahydrat,
Eisenoxyd,	Eis,
Apophyllit,	Zinnstein u. s. w.

Nehmen wir z. B. ein Bergkrystallprisma, dessen brechende Kante mit der krystallographischen Hauptaxe parallel ist, also etwa geradezu eine sechsseitige Säule von Bergkrystall, wie sie sich in der Natur finden, so kann diese ganz in derselben Weise als Prisma dienen, wie ein in Form einer sechsseitigen Säule krystallisirter Kalkspath; durch ein solches natürliches Quarzprisma sieht man die beiden Bilder weit weniger von einander entfernt, als es bei einem entsprechenden Kalkspathprisma der Fall ist. Bestimmt man nun mit Hülfe dieses Prismas die Brechungsquotienten für die beiden Bilder, so findet man die Werthe

1,558 und 1,548.

Schleift man ein Prisma nach irgend einer anderen Richtung, so findet man für den am wenigsten abgelenkten Strahl abermals den Brechungsquotienten 1,548, für den anderen Strahl aber einen Brechungsquotienten, welcher zwischen 1,558 und 1,548 liegt; der Brechungsquotient der extraordinären Strahlen ist also stets grösser als der der ordinären, die extraordinären werden also am stärksten gebrochen.

Optisch einaxig sind alle Krystalle des quadratischen und des hexagonalen Systemes, also der beiden Krystallsysteme, bei

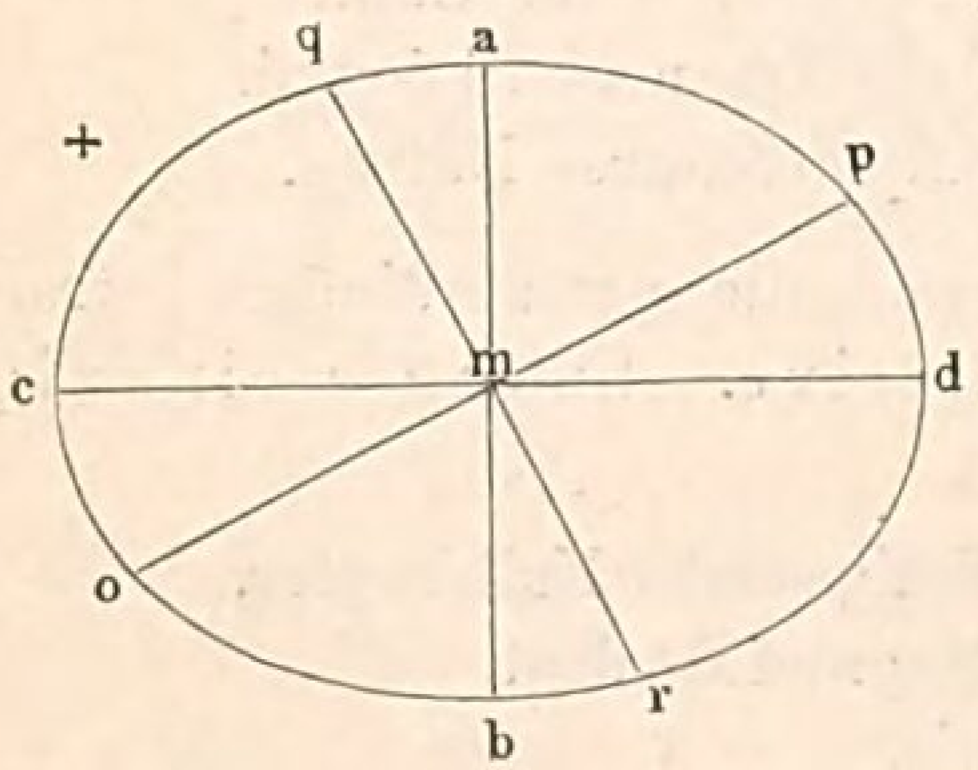
welchen eine krystallographische Axe ausgezeichnet ist vor den übrigen rechtwinklig auf ihr stehenden, welche alle unter einander gleich sind.

Die Krystalle des regulären Systems haben gar keine doppelte Brechung, während die der drei letzten Krystallsysteme zwei optische Axen haben.

386 **Erklärung der doppelten Brechung durch die Vibrationstheorie, Elasticitätsoberflächen.** Um die bisher besprochenen Erscheinungen der doppelten Brechung zu erklären, nimmt man mit Fresnel an, dass in allen doppeltbrechenden Krystallen die Elasticität des Aethers, durch dessen Vibrationen sich die Lichtstrahlen fortpflanzen, nicht nach allen Richtungen dieselbe sei.

Stellen wir durch *ab*, Fig. 696, die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe eines positiven Krystalls, durch *cd* die Elasticität rechtwinklig zur optischen Axe dar; beschreiben wir ferner eine Ellipse, deren kleine Axe *ab*, deren grosse Axe aber *cd* ist, denken wir uns alsdann die ganze Figur um die Axe *ab* umgedreht, so entsteht ein Umdrehungsellipsoid, welches das Gesetz darstellt, nach welchem sich die Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen ändert. Dieses Umdrehungsellipsoid führt den Namen der Elasticitätsoberfläche; und zwar ist es die Elasticitätsoberfläche für einaxige positive Krystalle.

Fig. 696.



In diesem Sinne stellt Fig. 697 das Modell der Elasticitätsoberfläche eines optisch einaxigen positiven Krystalls dar.

Bei negativen Krystallen ist die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe grösser als nach jeder anderen Richtung,

Fig. 697.

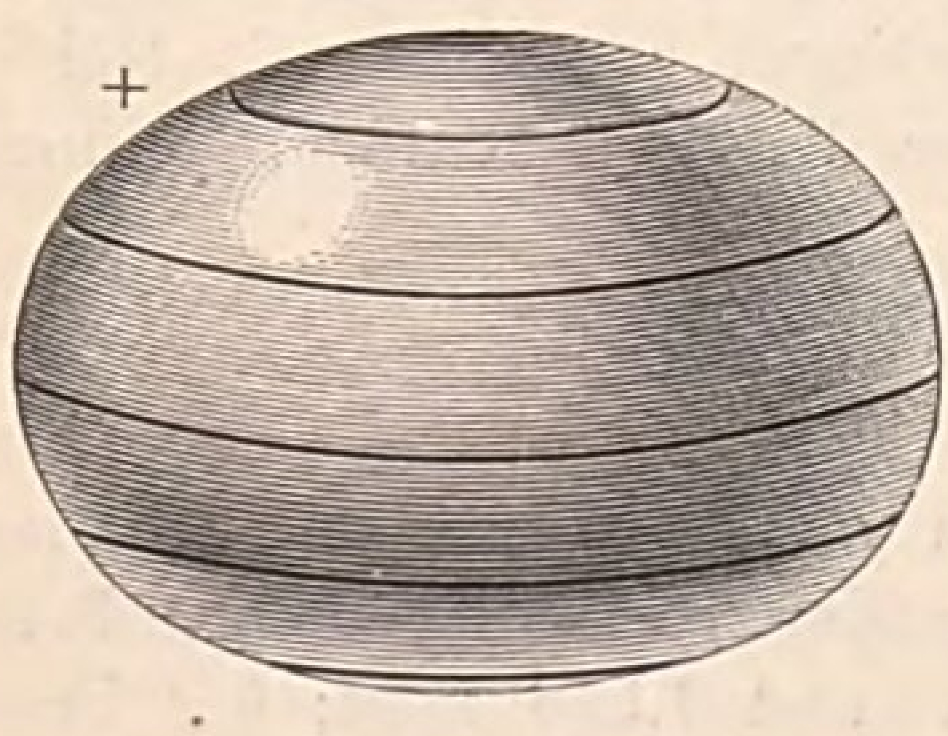
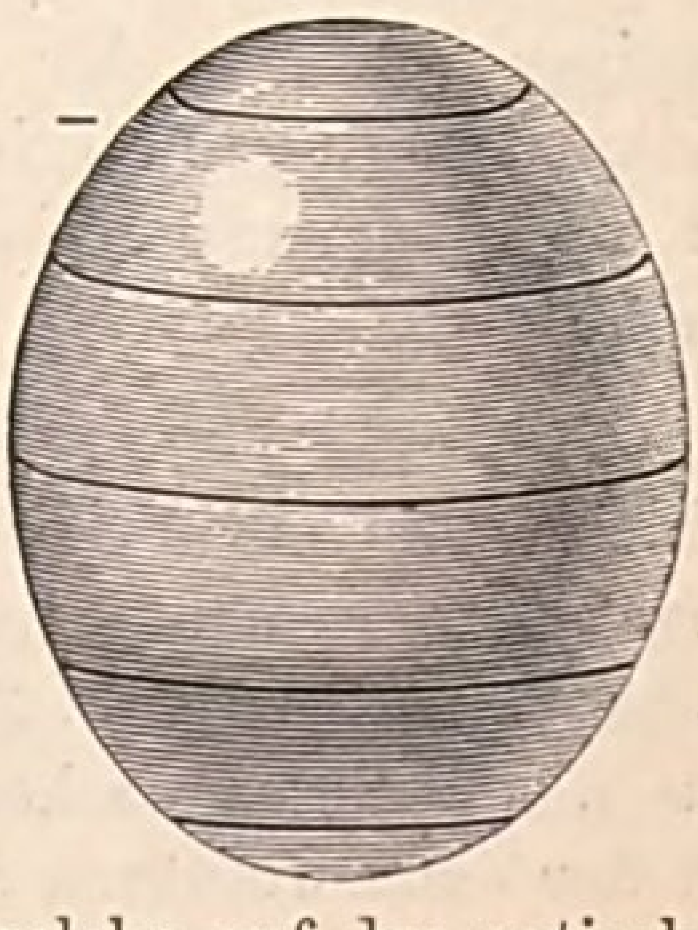


Fig. 698.



ein Minimum aber nach allen Richtungen, welche auf der optischen Axe rechtwinklig stehen. Wenn in der Ellipse, Fig. 699, *ab* die Elasticität des Aethers nach der Richtung der optischen Axe in einem einaxigen negativen

Krystalle, *cd* aber die Elasticität des Aethers rechtwinklig zur optischen Axe darstellt, so entsteht durch Umdrehung dieser Ellipse um die grosse Axe *ab* die Elasticitätsoberfläche einaxiger negativer Krystalle.

Fig. 698 stellt das Modell der Elasticitätsoberfläche eines optisch einaxigen negativen Krystalls dar.

Jede durch den Mittelpunkt *m* der Elasticitätsoberfläche gelegte Ebene schneidet dieselbe in einer Ellipse, welche um so mehr einem Kreis sich nähert, je weniger der Winkel, welchen die schneidende Ebene mit der optischen Axe macht, von einem rechten verschieden ist.

Fig. 700 stellt den Durchschnitt der Elasticitätsoberfläche eines einaxigen (positiven) Krystalls mit einer durch ihren Mittelpunkt *m* gelegten Ebene dar. *qr* ist die kleine, *cd* ist die grosse Axe der Durchschnittsellipse (dass in unserer Figur *cd* kleiner ist als *qr*, rührt daher,

Fig. 699.

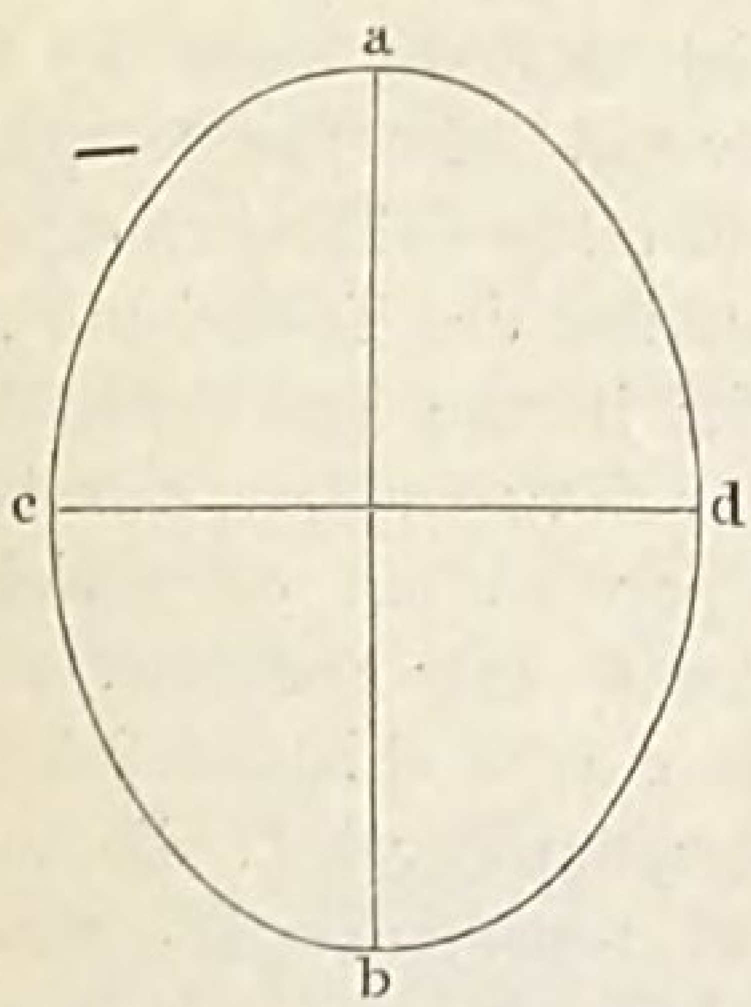
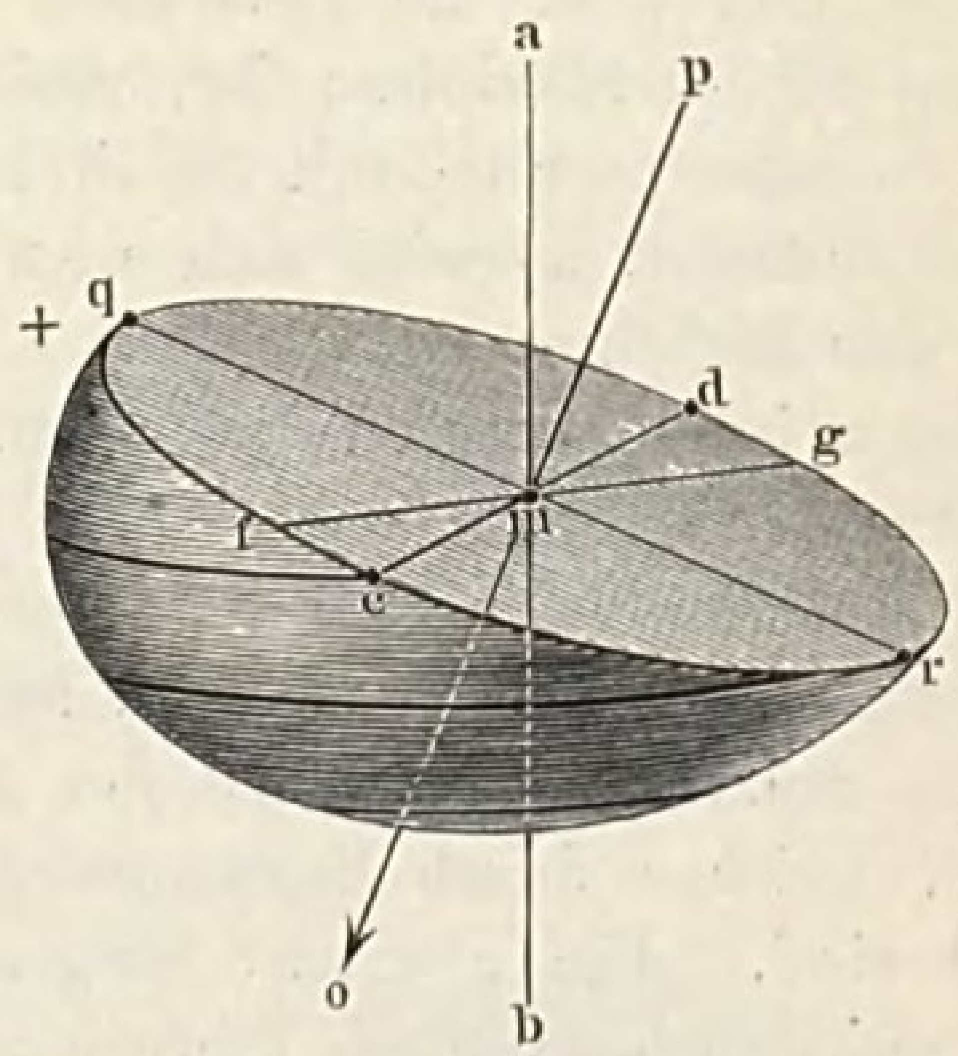


Fig. 700.



dass *cd*, als rechtwinklig zu der Bildfläche stehend, verkürzt erscheint, während *qr*, als in der Bildfläche liegend, unverkürzt bleibt; *cd* ist gleich dem Aequatorialdurchmesser des Ellipsoids, Fig. 697).

Für Lichtstrahlen, welche sich in der Richtung *po*, rechtwinklig zur Ebene *qdrc* im Krystall fortpflanzen, ist die durch *po* und die Axe *ab* gelegte Ebene der Hauptschnitt. Dieser Hauptschnitt schneidet die Ellipse *qdrc* in der Linie *qr*.

Nach §. 379 ist *qr* die Schwingungsrichtung für die extraordinären Strahlen, welche sich in der Richtung *po* durch den Krystall fortpflanzen.

Die grosse Axe *cd* des elliptischen Schnittes, welche auf dem eben bezeichneten Hauptschnitt rechtwinklig steht, ist die Schwingungsrichtung der ordinären Strahlen, welche sich in der Richtung *op* durch den Krystall fortpflanzen.

qr ist die Richtung der kleinsten, *cd* ist die Richtung der grössten Elasticität in der rechtwinklig auf *po* stehenden Ebene.

Danach können wir das Gesetz der Polarisation durch doppeltbrechende Krystalle in folgender Weise aussprechen: Die Schwin-

gungen, welche einen Lichtstrahl innerhalb eines doppeltbrechenden Krystalls fortpflanzen, finden nur nach der Richtung der kleinsten und nach der Richtung der grössten Elasticität der zur Richtung des Strahles normalen Ebene statt.

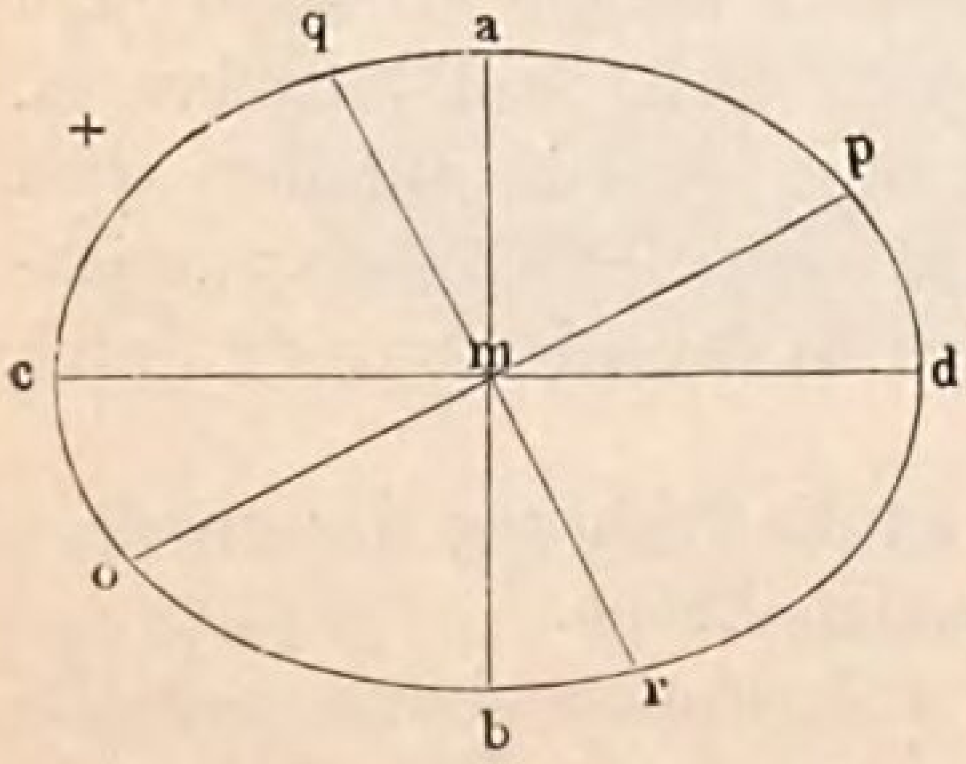
Es bleibt uns jetzt noch übrig, den Grund zu suchen, warum die Schwingungen, welche einen Strahl innerhalb eines doppeltbrechenden Krystalls fortpflanzen, nur nach diesen beiden Richtungen und nicht nach irgend einer zwischenliegenden stattfinden können.

Nehmen wir an, das Aethertheilchen *m*, Fig. 700, welches auf der Oberfläche eines doppeltbrechenden Krystalls sich befinden mag, dessen Axe die Richtung *ab* hat, werde durch die einfallenden Strahlen so afficirt, dass es nach der Richtung *fg* oscillirt, so kann man sich seine Vibrationsintensität in zwei Seitenkräfte zerlegt denken, von denen die eine nach *cd*, die andere nach *qr* gerichtet ist.

Weil nun aber die Elasticität des Aethers im Krystall nach der Richtung *cd* ein Maximum ist, und weil sich deshalb auch die Vibrationen, welche parallel mit *cd* sind, im Krystall schneller fortpflanzen als alle anderen, so wird sich auch die nach *cd* gerichtete Componente der in der Richtung *fg* stattfindenden Vibration des Theilchens *m* am schnellsten im Krystall fortpflanzen. Ein im Innern des Krystalls auf dem Wege der gebrochenen Strahlen in einiger Entfernung von *m* befindliches Aethertheilchen wird also von einer parallel mit *cd* gerichteten Bewegung eher ergriffen werden, als von irgend einer anderen, es wird sich also zunächst im Innern des Krystalls ein Strahlenbündel bilden müssen, welches durch Schwingungen fortgepflanzt wird, die mit *cd* parallel sind. Ein zweites, langsamer sich fortpflanzendes Strahlenbündel wird alsdann durch Vibrationen gebildet, welche, durch die zweite Componente der einfallenden Strahlen erzeugt, parallel mit *qr* stattfinden.

387 **Construction der Wellenoberflächen einaxiger Krystalle.** Betrachten wir zunächst einen optisch einaxigen positiven Krystall. Welches auch die Richtung *po*, Fig. 701, eines ordinären Strahles im Krystall sein mag, so sind die Schwingungen, welche ihn fortpflanzen, jederzeit rechtwinklig zur Axe. Da aber rechtwinklig zur Axe nach allen Seiten hin die Elasticität des Aethers dieselbe ist, so werden sich auch die ordinären Strahlen nach allen Richtungen hin mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, die Wellenoberfläche der ordinären Strahlen ist also eine Kugel, deren Diameter gleich dem Aequatorialdurchmesser der Elasticitätsoberfläche zu nehmen ist.

Fig. 701.



Für einen extraordinären Strahl, welcher sich rechtwinklig zur optischen Axe, also in der Richtung *cd*, Fig. 701, fortpflanzt, sind die Vibrationen der optischen Axe parallel, und da *ma*, die halbe kleine Axe der Ellipse, die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe darstellt, so stellt die Länge *ma* auch die Geschwindigkeit dar, mit welcher die extraordinären Strahlen sich rechtwinklig zur Axe fortpflanzen.

Ebenso stellt *mq*, die Hälfte des Ellipsendurchmessers *qr*, die Geschwindigkeit dar, mit welcher sich ein extraordinärer Strahl in der Richtung *po*, rechtwinklig zu *qr*, fortpflanzt.

Diese Geschwindigkeit wird um so grösser, je kleiner der Winkel wird, welchen die Richtung des extraordinären Strahles *po* mit der optischen Axe des Krystalles macht.

In der Richtung der optischen Axe selbst ist endlich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der extraordinären Strahlen *mc*, d. h. gleich der der ordinären.

Fassen wir das eben Gesagte zusammen, so ergiebt sich, dass die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen eines einaxig positiven Krystalls ein Umdrehungsellipsoid ist, dessen mit der optischen Axe zusammenfallender Polardurchmesser gleich ist dem Aequatorialdurchmesser der entsprechenden Elasticitätsoberfläche, während der Aequatorialdurchmesser der extraordinären Wellenoberfläche gleich ist dem Polardurchmesser der entsprechenden Elasticitätsoberfläche. Kurz, aus der Elasticitätsoberfläche einaxig positiver Krystalle ergiebt sich die Wellen-

Fig. 702.

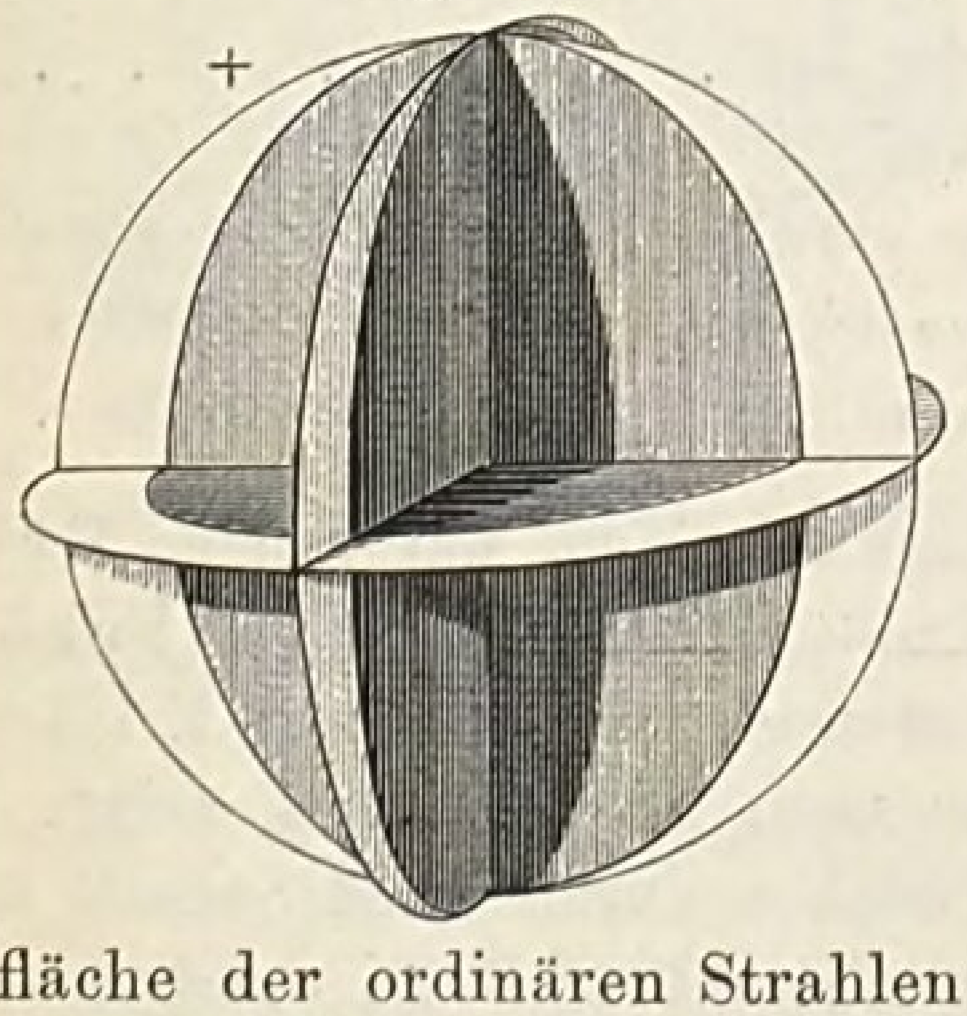
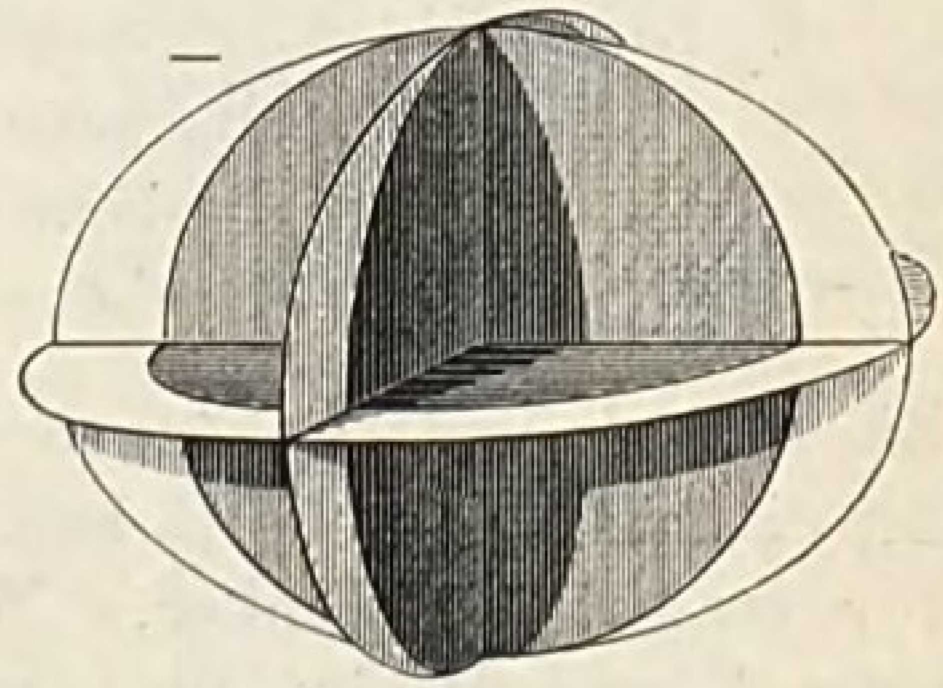


Fig. 703.



oberfläche der ordinären Strahlen sowohl als auch der extraordinären, wie sie durch das Modell, Fig. 702, dargestellt ist.

In gleicher Weise lässt sich die Wellenoberfläche der ordinären und extraordinären Strahlen in einaxig negativen Krystallen aus dem Durchschnitt der Elasticitätsoberfläche, Fig. 699, ableiten [1]).

[1]) Von E. Lommel erschien (Sitzungsbericht der physik. medic. Societät in Erlangen, 11. Febr. 1878) eine Abhandlung unter dem Titel „Theorie der Doppelbrechung“, worin im Anschlusse an die „Theorie der (normalen und anomalen) Dispersion“ desselben Verfassers der Versuch gemacht wird, so wie

Man erhält für die ordinären Strahlen wiederum eine Kugel, für die extraordinären Strahlen ein Umdrehungsellipsoid, welches die Kugel einhüllt, Fig. 703 (a. v. S.).

388 **Ableitung der Erscheinungen in einaxigen negativen Krystallen aus der Wellenoberfläche mittelst der Huyghens'schen Construction.** Wir haben nun zu zeigen, dass sich die sämmtlichen Erscheinungen, welche wir beim Durchgange des Lichtes durch einen einaxigen negativen Krystall, z. B. einen Kalkspath, beobachten, aus der Wellenoberfläche derselben mittelst der Huyghens'schen Construction ableiten lassen.

Wir unterscheiden dabei folgende specielle Fälle:

I. Die Trennungsfläche (Eintrittsfläche[1]) liege senkrecht zur Axe des Krystalls.

1. Die Strahlen fallen senkrecht auf 1)
2. Die Strahlen fallen schief auf 2)

II. Die Trennungsfläche liege parallel zur Krystallaxe.

1. Die Strahlen fallen senkrecht auf 3)
2. Die Strahlen fallen schief auf
 a) die Einfallsebene stehe parallel zur Axe 4)
 b) „ „ „ senkrecht „ „ 5)
 c) „ „ „ schief „ „ 6)

III. Die Trennungsebene liege schief zur Krystallaxe.

1. Die Strahlen fallen senkrecht auf 7)
2. Die Strahlen fallen schief auf
 a) die Einfallsebene stehe parallel zum Hauptschnitte 8)
 b) die Einfallsebene stehe senkrecht zum Hauptschnitte 9)
 c) die Einfallsebene stehe schief zum Hauptschnitte . 10)

Die Fälle I. und II. können wir uns an einem natürlichen Kalkspathprisma, die Fälle III. an einem natürlichen Kalkspathrhomboëder verwirklicht denken. Wir benutzen demnach zur Erklärung der Fälle I. und II. Modelle, die wir uns, wie Fig. 704 zeigt, aus einem sechsseitigen Prisma hergestellt denken durch einen Schnitt nach $MQWS$ und dann noch durch einen Schnitt $ST'U'V'W$, welcher unter

die Brechung und Farbenzerstreuung auch die Doppelbrechung aus der Annahme zu erklären, dass Aether und Körpertheilchen durch Reibung auf einander einwirken. Die aus E. Lommel's „Reibungstheorie" abgeleiteten numerischen Resultate stimmen mit denen Fresnel's nahe überein; überdies verspricht sich der Autor von seiner neuen Theorie die Beseitigung mehrerer bisheriger Schwierigkeiten und eine sowohl einfachere als auch umfassendere Erklärung der so complicirten Erscheinungen der Doppelbrechung.

[1]) Nicht zu verwechseln mit der „Einfallsebene" der Strahlen.

45° zur Axe geführt ist[1]). Die Lichtgeschwindigkeiten in Luft und Kalkspath verhalten sich verkehrt wie die Brechungsquotienten. Setzen wir die Geschwindigkeit in Luft = 1, so haben wir:

	Brechungsquotient	Lichtgeschwindigkeit
In Luft	1	1
Im Kalkspath, extraord. Welle	$n_e = 1{,}4865$	$\frac{1}{n_e} = 0{,}673$
„ „ , ordinäre „	$n_o = 1{,}6585$	$\frac{1}{n_o} = 0{,}603$

Um in den Modellen und Figuren die Unterschiede besser hervortreten zu lassen, nehmen wir an, dass die Doppelbrechung eine etwas

Fig. 704.

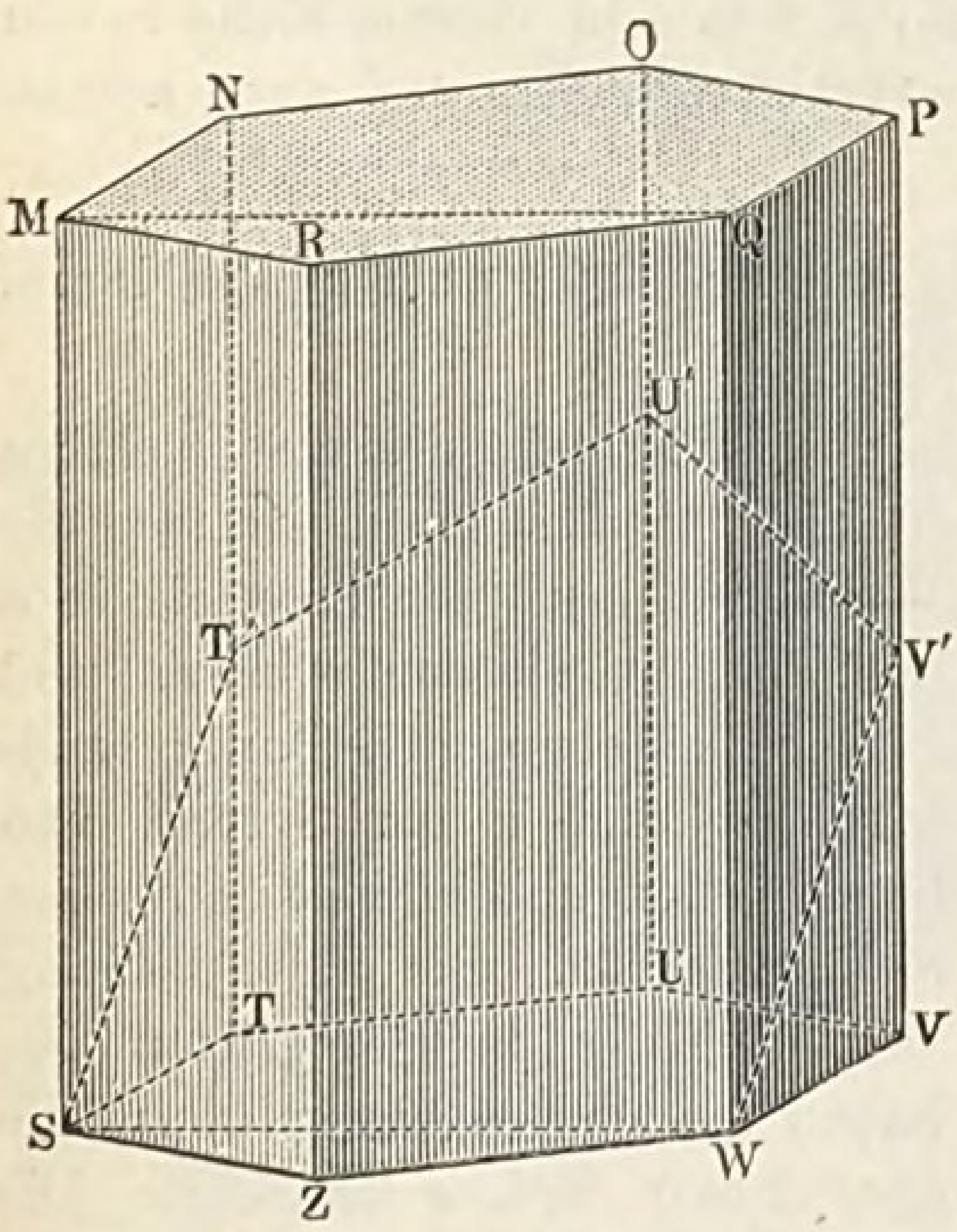
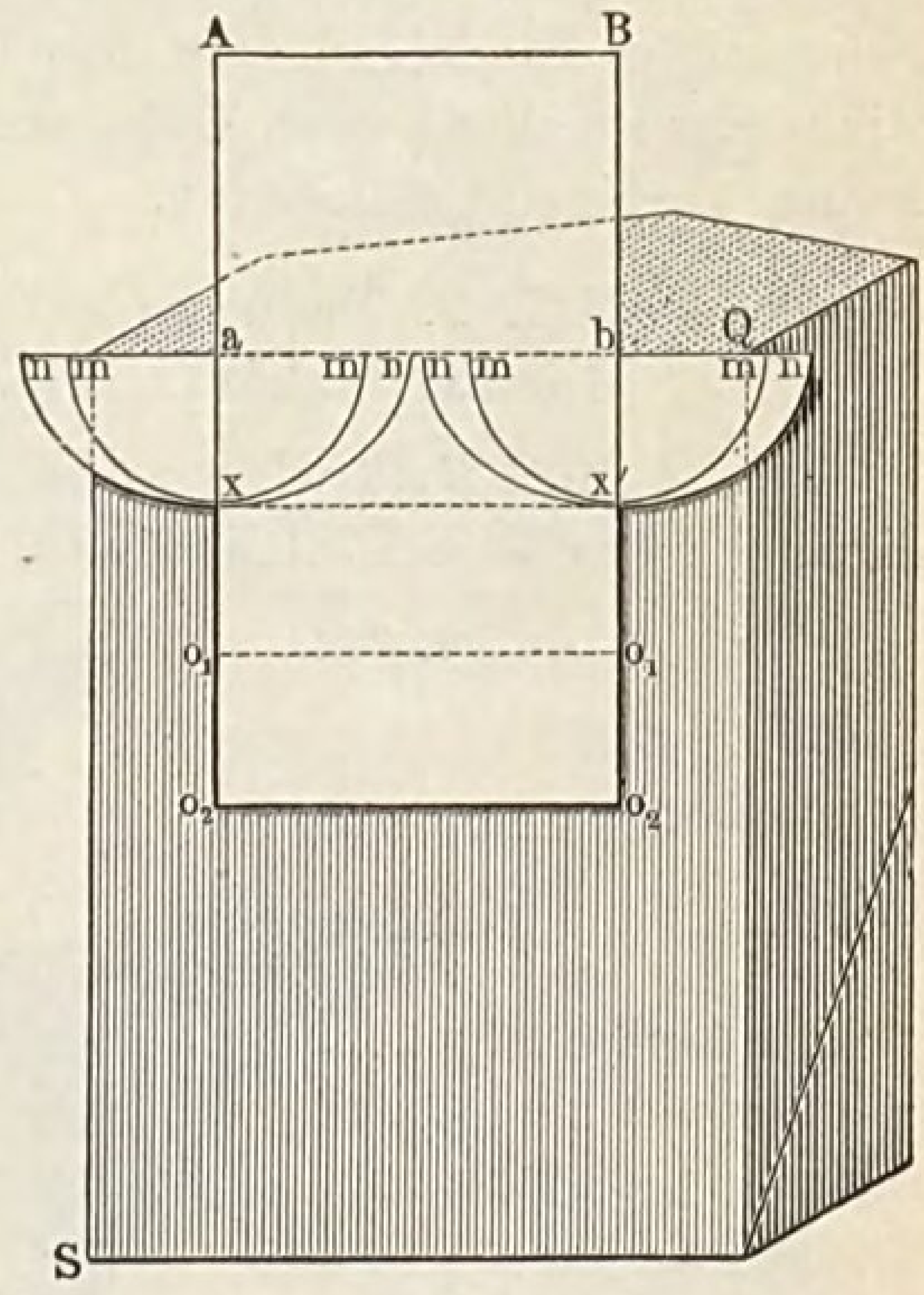


Fig. 705.



stärkere sei. Es werde demgemäss in den folgenden Figuren angenommen, dass $\frac{1}{n_e} = 0{,}63$, $\frac{1}{n_o} = 0{,}5$ sei.

1) Fall I. 1. Die Trennungsfläche liegt senkrecht zur Axe, die Strahlen fallen senkrecht auf. Fig. 705.

ABab stellt die Projection eines parallelen Lichtbündels auf die Zeichnungsebene (die Ebene *QS*) vor. $Aa = Bb$ stellt den Weg der

[1]) Der Verfasser bedient sich beim Unterricht solcher Modelle aus Holz in sechsfachem Maassstabe der Figuren. Die auf Carton ausgeführten Constructionen der gebrochenen Wellen werden mittelst einer rückwärts angeleimten Leiste auf die vordere Oberkante des Modells aufgesetzt. In den Figuren ist die Richtung der Krystallaxe überall durch die Schraffirung angedeutet. Senkrechte Schnitte auf diese Axe sind punktirt, schiefe Schnitte kurz gestrichelt.

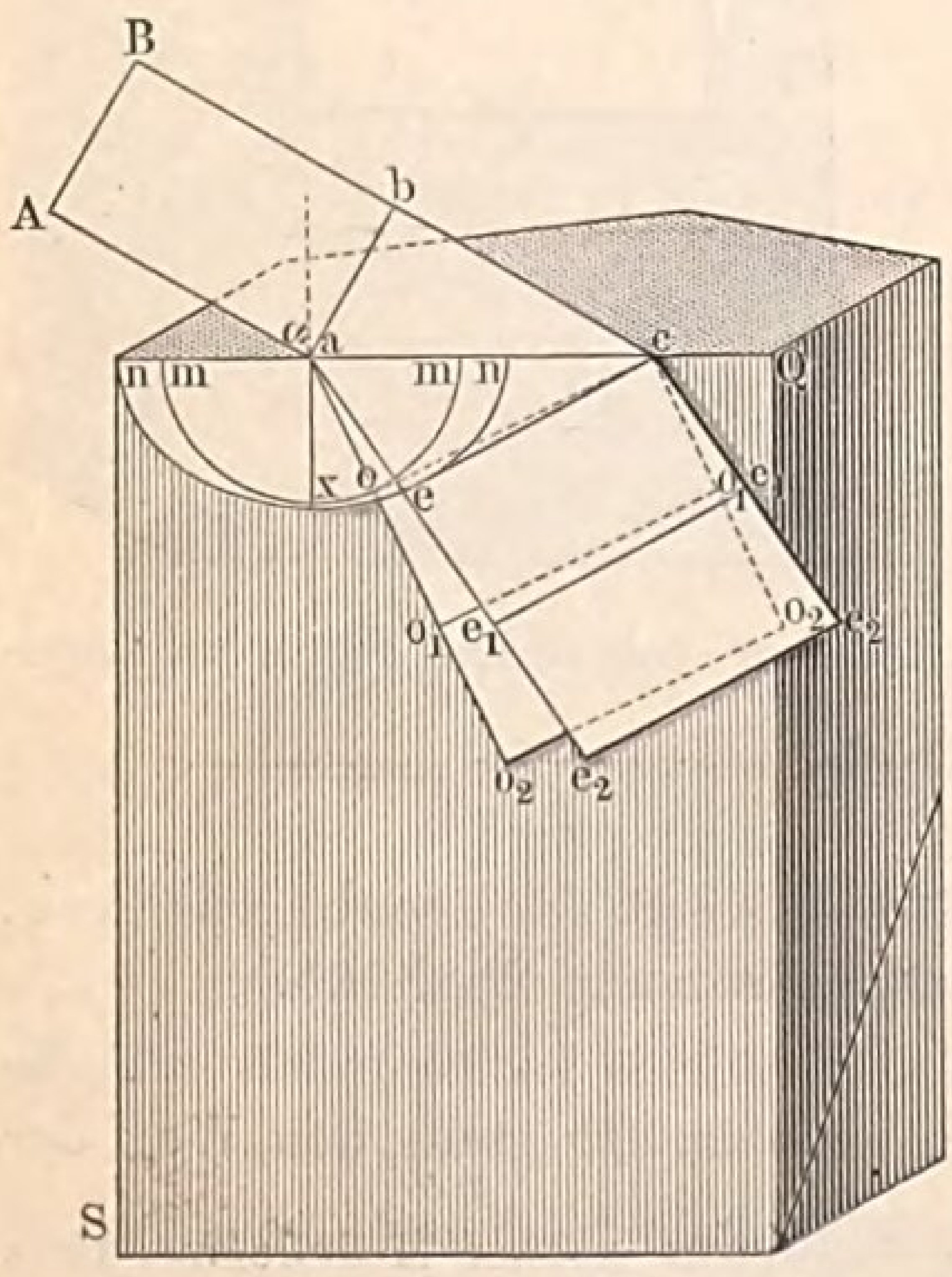
ebenen Welle in einer Zeiteinheit in der Luft dar. Alle zwischen a und b liegenden Punkte werden gleichzeitig von der Welle getroffen. Um jeden dieser Punkte entwickeln sich in der nächsten Zeiteinheit je zwei Wellen, eine kugelförmige mit dem Radius $= ax = am = \frac{1}{n_o}$ für das ordinäre, und eine in Form eines Rotationsellipsoids mit den Halbaxen $am = \frac{1}{n_o}$ und $an = \frac{1}{n_e}$ für das extraordinäre Licht.

Die Hauptaxe des Ellipsoids steht in diesem Falle senkrecht auf der Trennungsfläche. Sowohl alle Kugeln als alle Ellipsoide haben eine gemeinsame Berührungsebene, deren Projection auf die Zeichnungsebene xx' ist. Macht man $xo_1 = o_1 o_2 = ax$, so stellen xx', $o_1 o_1$, $o_2 o_2$ die Projectionen der Wellenfläche noch 1, 2, 3 Zeiteinheiten, gerechnet vom Moment des Eindringens in den Krystall, vor. In diesem Falle haben wir weder Brechung noch Zerlegung des Strahlenbündels und auch keinen Anlass zu einer Polarisation.

2) Fall I. 2. Trennungsfläche senkrecht zur Krystallaxe, Einfall schief. Fig. 706.

Es stelle $ABab$ wieder das einfallende Strahlenbündel vor, welches diesmal unter dem Einfallswinkel α auftrifft. In dem Momente, wo die Wellenfläche ab den Krystall in a trifft, beginnt sich um a herum und in der Folge um alle Punkte zwischen a und c ein System von Kugelwellen und Ellipsoidenwellen zu entwickeln. Bis diese Bildung von a bis c fortgeschritten ist, haben die Wellen um a herum die gezeichnete Grösse erreicht. Die Dimensionen der übrigen Wellen haben gleichzeitig Grössen erlangt, welche den Abständen ihrer Ausgangspunkte vom Punkte c' proportional sind. Da für Lichtstrahlen, welche vor oder hinter der Ebene QS in einer hierzu parallelen Ebene einfallen, genau dieselbe Construction gilt, so stellen die Tangenten co und ce die Projectionen der ordentlichen und der ausserordentlichen gebrochenen Wellenoberflächen dar. Die Geraden $o_1 o_1$, $o_2 o_2$, dann $e_1 e_1$, $e_2 e_2$ stellen das Fortschreiten dieser Wellen per Zeiteinheit vor. Die Geraden ao und ae, welche den Punkt a mit den Berührungspunkten verbinden, geben die Richtungen der gebrochenen Strahlen.

Fig. 706.



Wir erhalten also in diesem Falle Doppelbrechung. Nur bei der ordentlichen Welle steht der Strahl senkrecht auf der Wellenoberfläche, bei der ausserordentlichen steht er schief darauf. Die Schwingungen des ordentlichen Strahls stehen senkrecht auf der Krystallaxe, also auch senkrecht auf der Einfallsebene, die Schwingungen des ausserordentlichen Strahls liegen in der Einfallsebene. Liesse man den Krystall unter dem feststehenden Strahlenbündel um eine verticale Axe rotiren, so würde dadurch an dem gebrochenen Strahlenbündel Nichts geändert.

3) Fall II. 1. Trennungsfläche parallel zur Krystallaxe, Einfall senkrecht.

Wir kippen das Modell um, so dass die Endfläche nach vorn zu liegen kommt, Fig. 707. Diesmal ist das Ellipsoid so gestellt, dass seine Axe von vorn nach rückwärts liegt. Die Projection des Ellipsoids auf die Zeichnungsebene ist der grössere Kreis, der kleinere Kreis entspricht der Kugelwelle. Demgemäss ist die Projection der Wellenfläche des ordentlichen Lichtes durch die Gerade oo, die des ausserordentlichen durch ee dargestellt. Man erhält also in diesem Falle zwei parallele Wellen und zwei ungebrochene Strahlenbündel, deren Richtungen zusammenfallen, die sich aber mit ungleicher Geschwindigkeit (das ausserordentliche schneller) fortpflanzen. Eine Drehung des Krystalls um eine verticale Axe ändert Nichts an diesem Resultate. Wir ersehen dies aus Fig. 708, wo das Modell um 90° gedreht erscheint. Zwar erscheint jetzt die Projection des Ellipsoids als eine Ellipse, aber die Be-

Fig. 707.

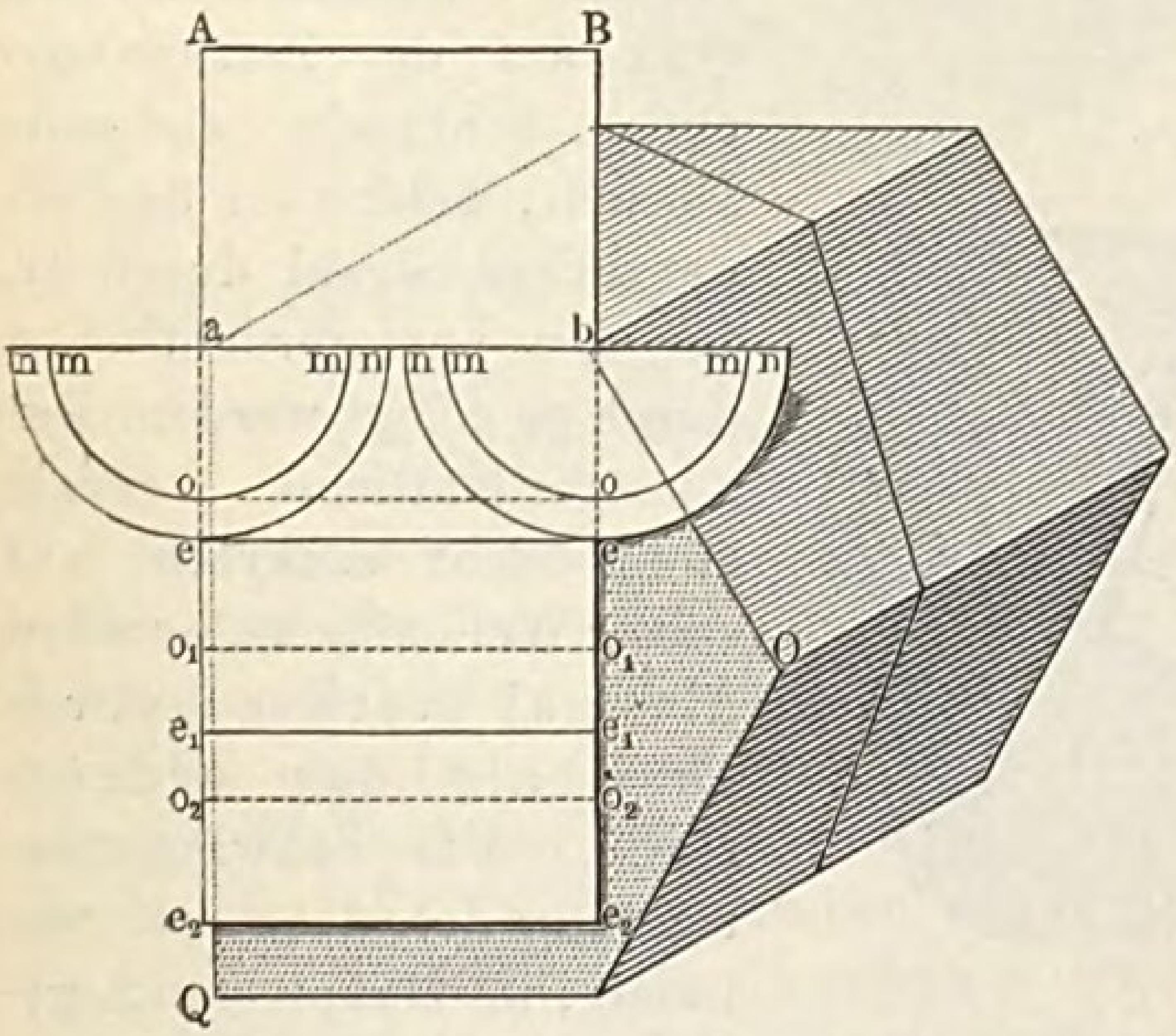
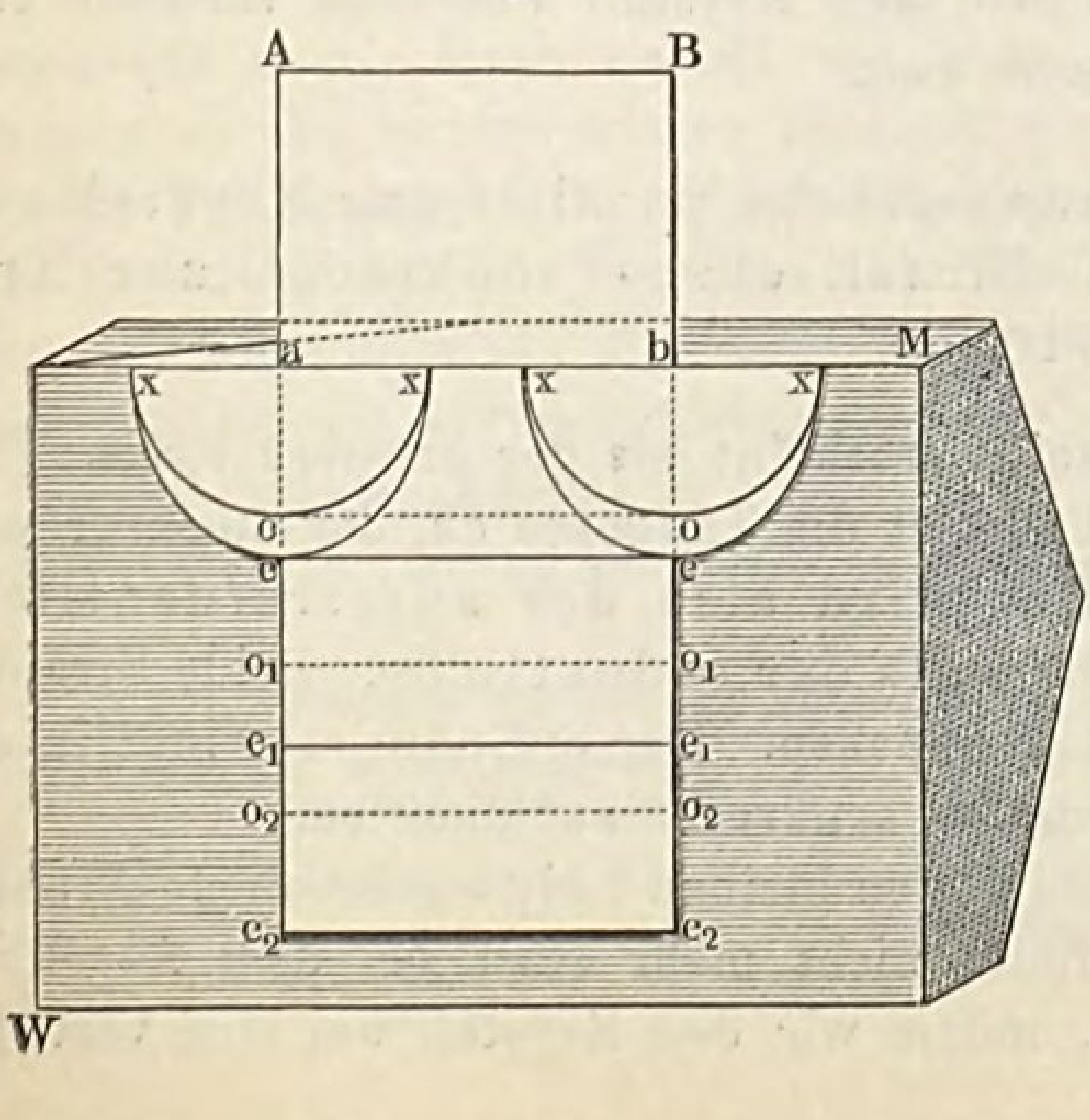


Fig. 708.

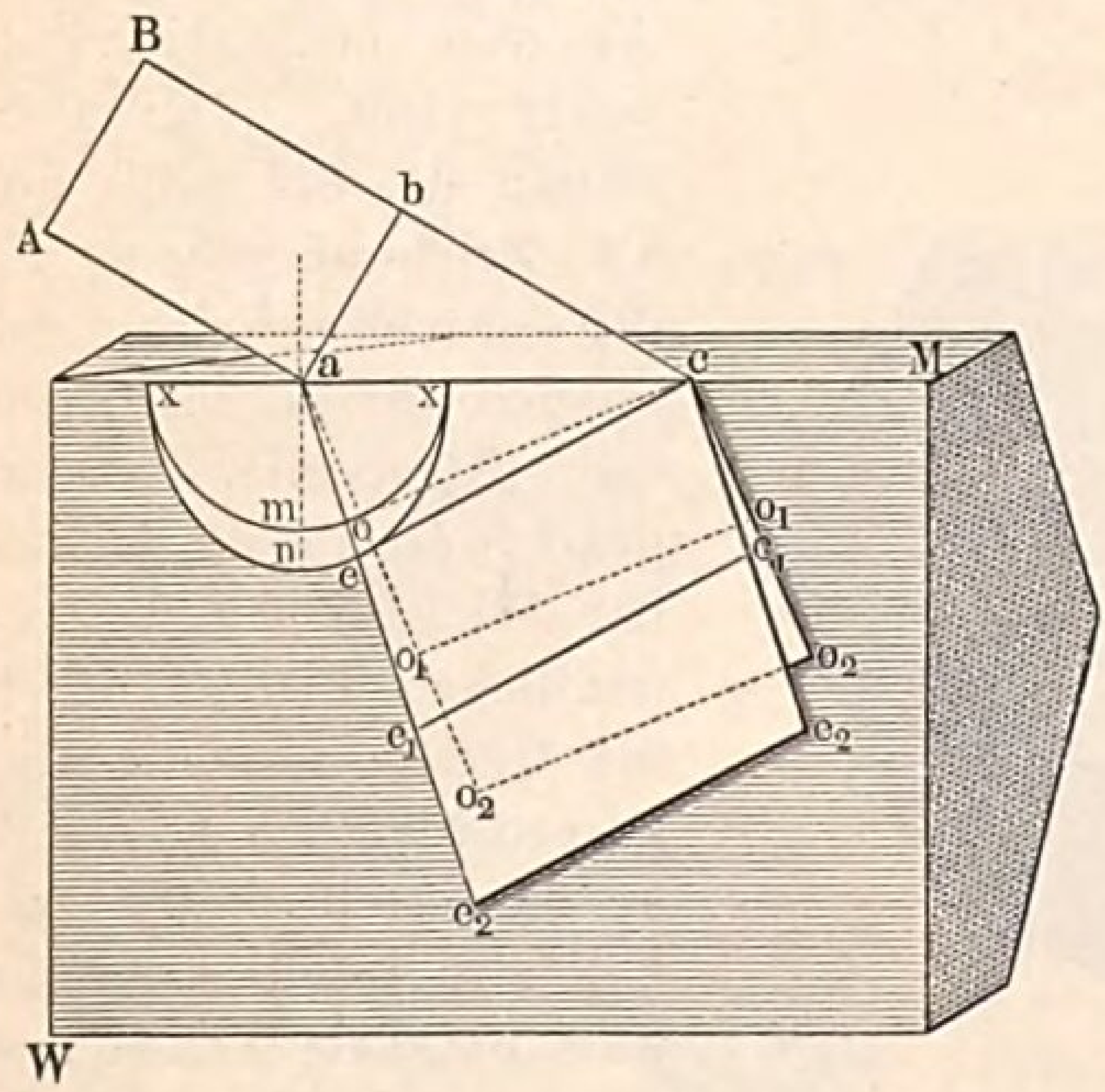


rührungslinien *oo* und *ee*, also auch die Wellen und die Strahlen haben dieselbe Lage. Die Schwingungsrichtung des ordentlichen Strahls steht senkrecht auf der Krystallaxe, also in Fig. 707 in der Zeichnungsebene, in Fig. 708 senkrecht auf letzterer. Die des ausserordentlichen Strahls fällt in die Axenrichtung.

4) Fall II. 2a. Trennungsfläche parallel zur Krystallaxe, Einfall schief, Einfallsebene parallel zur Krystallaxe. Fig. 709.

Hier liegt das Ellipsoid mit seiner Axe horizontal von links nach rechts, die Tangenten *co* und *ce* berühren an den Punkten *o* und *e*, welche senkrecht über einander liegen müssen. Die beiden Wellenoberflächen sind auf der Zeichnungsebene senkrecht stehende Ebenen, welche für den ordentlichen Strahl durch *oc*, für den ausserordentlichen durch *ec* gelegt werden. Der ausserordentliche Strahl steht nicht senkrecht auf seiner Wellenfläche, er wird diesmal stärker gebrochen als der ordentliche. Die Schwingungsrichtung desselben ist, wie immer, im Hauptschnitt gelegen, jene des ordentlichen Strahls senkrecht darauf. Diesmal ist es aber nicht gleichgültig, ob wir den Krystall um eine verticale Axe drehen. Dies zeigt der folgende Fall.

Fig. 709.



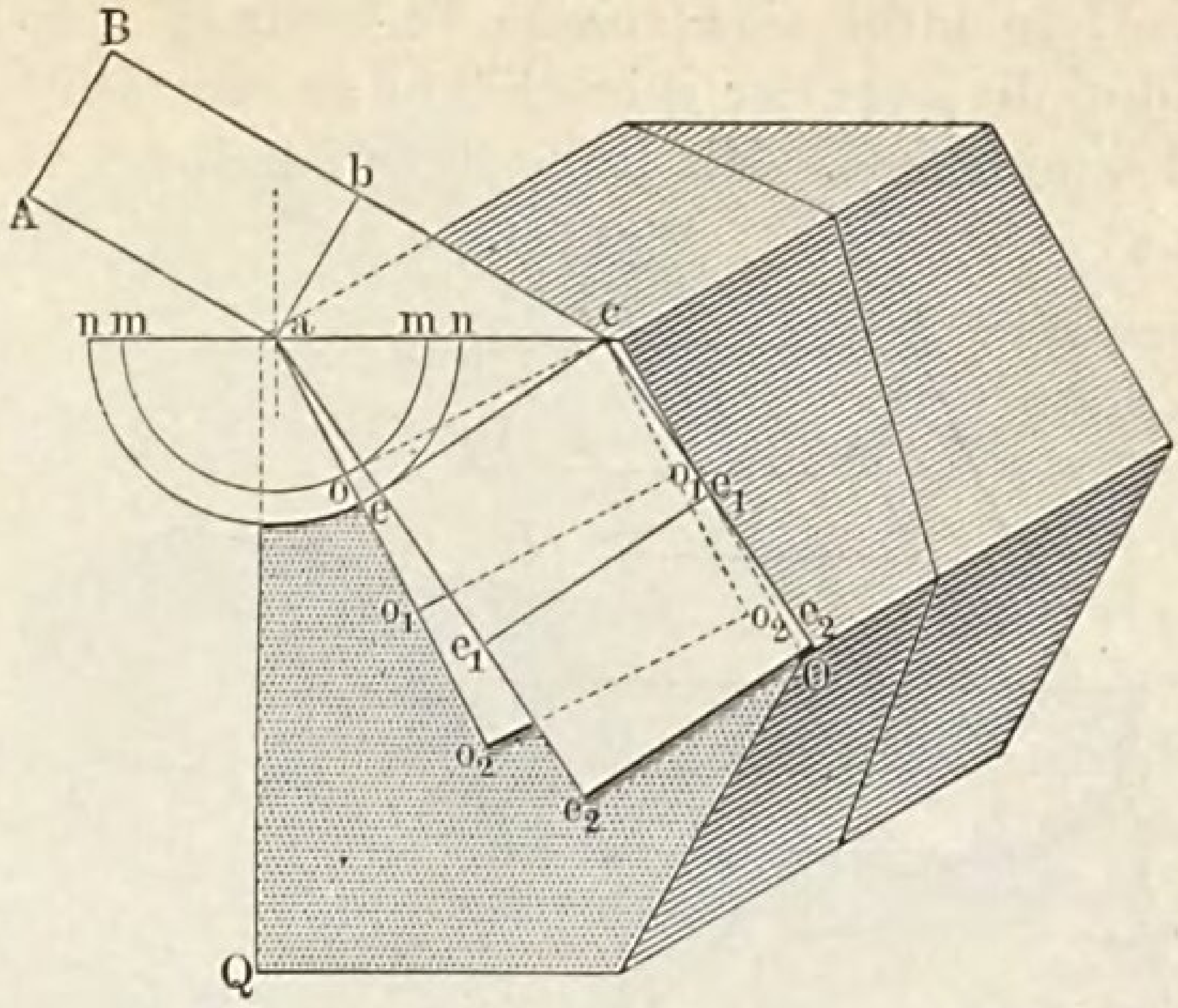
5) Fall II. 2b. Trennungsfläche parallel zur Krystallaxe, Einfall schief, Einfallsebene senkrecht zur Krystallaxe. Fig. 710.

Die Projection des Ellipsoids erscheint als der grössere Kreis. Die Projection der ordentlichen Welle ist die Tangente *co*, der ausserordentlichen die Tangente *ce*. Hier wird also der ausserordentliche Strahl schwächer gebrochen als der ordentliche. Beide Strahlen stehen senkrecht auf ihren Wellenflächen. Der ordinäre schwingt in der Zeichnungsebene, der extraordinäre senkrecht auf dieselbe.

In allen bisher behandelten Fällen bleiben beide gebrochene Strahlen in der Einfallsebene. Dies findet nicht mehr statt bei dem folgenden Falle, zu dem wir gelangen, indem wir den Krystall um eine verticale

Axe so drehen, dass die Einfallsebene weder senkrecht noch parallel zur Axe des Krystalls zu liegen kommt.

Fig. 710.



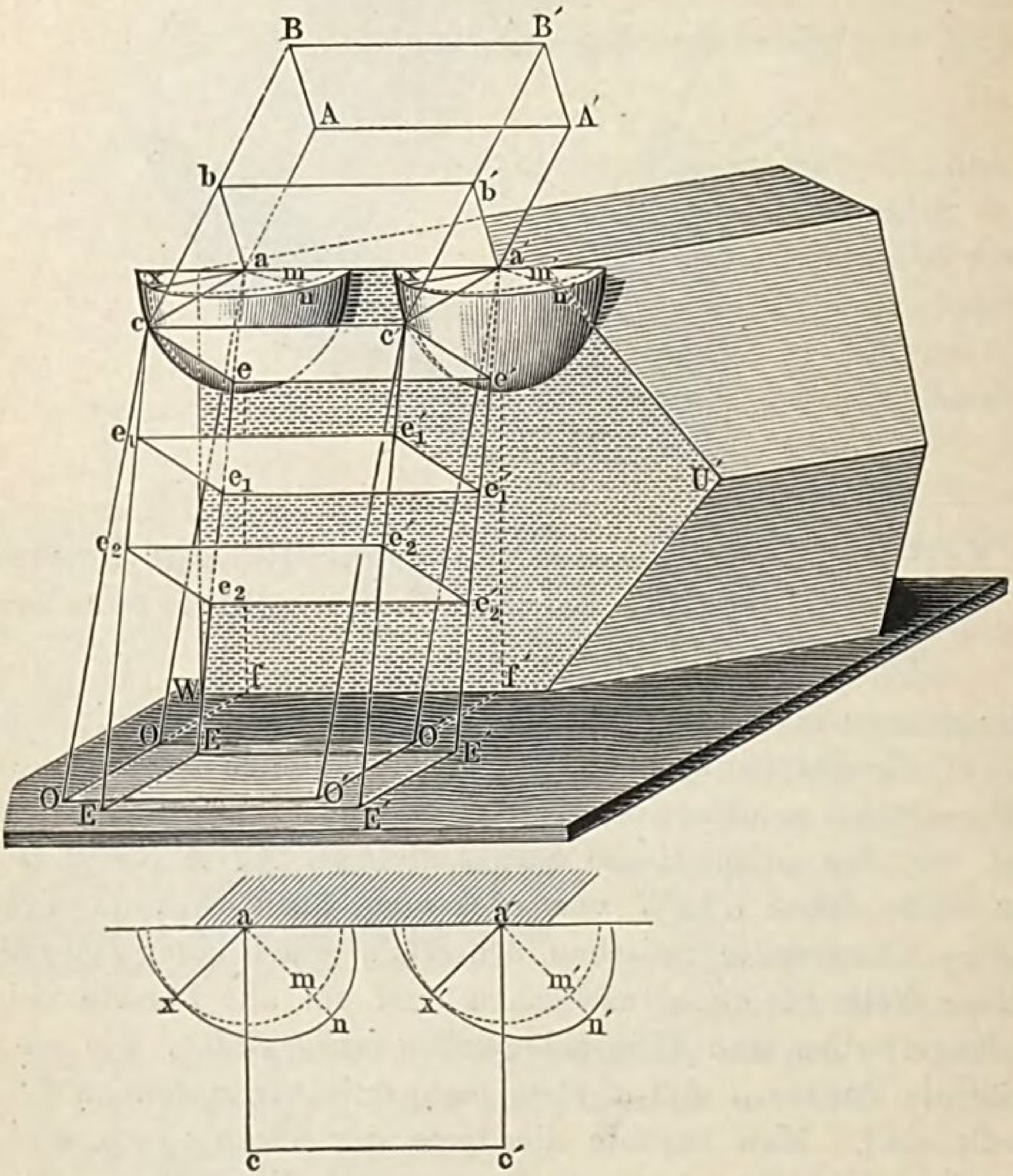
6) Fall II. 2 c. Trennungsfläche parallel zur Krystallaxe, Einfall schief, Einfallsebene schief zur Krystallaxe. Fig. 711 (a. f. S.).

Wir müssen in diesem Falle das Ellipsoid nicht bloss in seiner Projection auf die Zeichnungsebene, sondern räumlich darstellen [1]). Das Krystallmodell ist so orientirt, dass die schiefe Schnittfläche nach vorn gerichtet ist, das prismatische Strahlenbündel $ABA'B'abb'a$ kommt mit der Wellenfläche $aba'b'$ von rückwärts nach vorn an und erregt gleichzeitig alle Punkte zwischen a und a'. Nach einer Zeiteinheit gelangt diese Welle bis cc'. Inzwischen sind um alle Punkte zwischen a und a' Kugelwellen und Ellipsoidenwellen ausgebildet, wie sie in der Figur für die Punkte a und a' oben perspectivisch, unten im Grundrisse dargestellt sind. Man beachte die Lage der Axe ax resp. $a'x'$ in der Perspective und im Grundriss; sie liegt wie die Krystallaxe. Wir haben nun die Tangirungsebene aufzusuchen, welche durch c und c' hindurchgeht und die Ellipsoide berührt. Am Modell kann man dies praktisch mit einer Glasplatte ausführen, die man an c und c' anlegt und so lange neigt, bis sie die Ellipsoide berührt. Die Berührungspunkte sind e und e'. Diese Punkte liegen nun nicht in der Einfallsebene, sondern weiter nach rechts. Der Grund ist leicht zu übersehen, wenn man den Grundriss

[1]) Der Verfasser verwendet hierzu beim Unterrichte Holzmodelle, welche durch Theilung eines Ellipsoids durch einen Schnitt durch die Rotationsaxe und einen zweiten Schnitt unter 45° gegen dieselbe erhalten werden. Zwei der erhaltenen vier Segmente dienen zur Erläuterung des Falles II. 2 c., die anderen beiden zu jener des Falles III. 2 b. Die Segmente werden durch vorragende Stifte an die Krystallmodelle angeheftet.

anschaut. Die beiden Ellipsoide springen auf der rechten Seite weiter vor. Die Berührung muss daher auf dieser Seite erfolgen. Hat man die Punkte e und e' gefunden (von denen übrigens schon einer allein genügen würde), so giebt eine gerade Verbindung derselben mit den Punkten a und a' die Lage der gebrochenen ausserordentlichen Strahlen, die von a und a' ausgehen. Mit Hülfe ihrer Parallelen von c und c' er-

Fig. 711.



halten wir das ganze gebrochene ausserordentliche Strahlenbündel, welches auf der Tischplatte das Rechteck $E E E' E'$ herausschneiden würde. Die Tangirungsebene für die Kugelwellen berührt dagegen die letzteren in Punkten der Einfallsebene. Das ordentliche Strahlenbündel trifft die Tischplatte in $O\,O\,O'\,O'$.

Wir haben also in diesem Falle Doppelbrechung mit Abweichung des ausserordentlichen Strahles aus der Einfallsebene.

Da in Fig. 709 die Einfallsebene mit der Krystallaxe einen Winkel von 0°, in Fig. 711 einen solchen von 45°, in Fig. 710 einen solchen von 90° bildet, so gelangt man bei feststehendem einfallendem Lichtbündel durch Drehen des Krystalls um eine verticale Axe aus der Lage der

Fig. 709, durch die in Fig. 711 in jene der Fig. 710. Dabei beschreibt der ausserordentliche Strahl um den ordentlichen herum einen Bogen von 180°, während der Krystall selbst nur um 90° gedreht wird. Bezüglich der Schwingungsrichtungen ergiebt eine eingehendere Untersuchung, dass dieselben in diesem Falle nicht mehr genau mit dem Hauptschnitte und der darauf senkrechten Richtung zusammenfallen; doch ist das, wenigstens für kleine Einfallswinkel, immer noch mit grosser Annäherung der Fall.

Fig. 712.

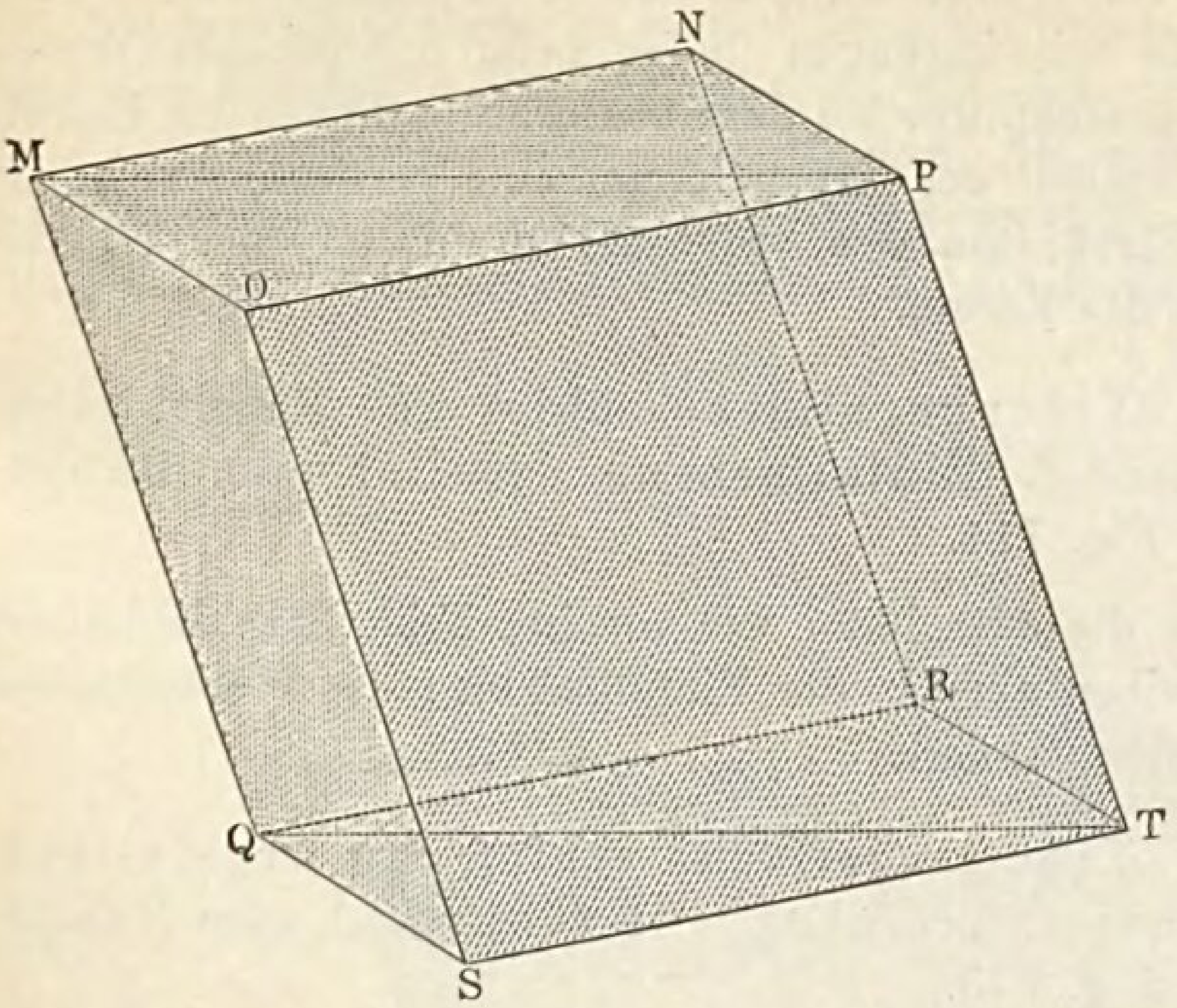
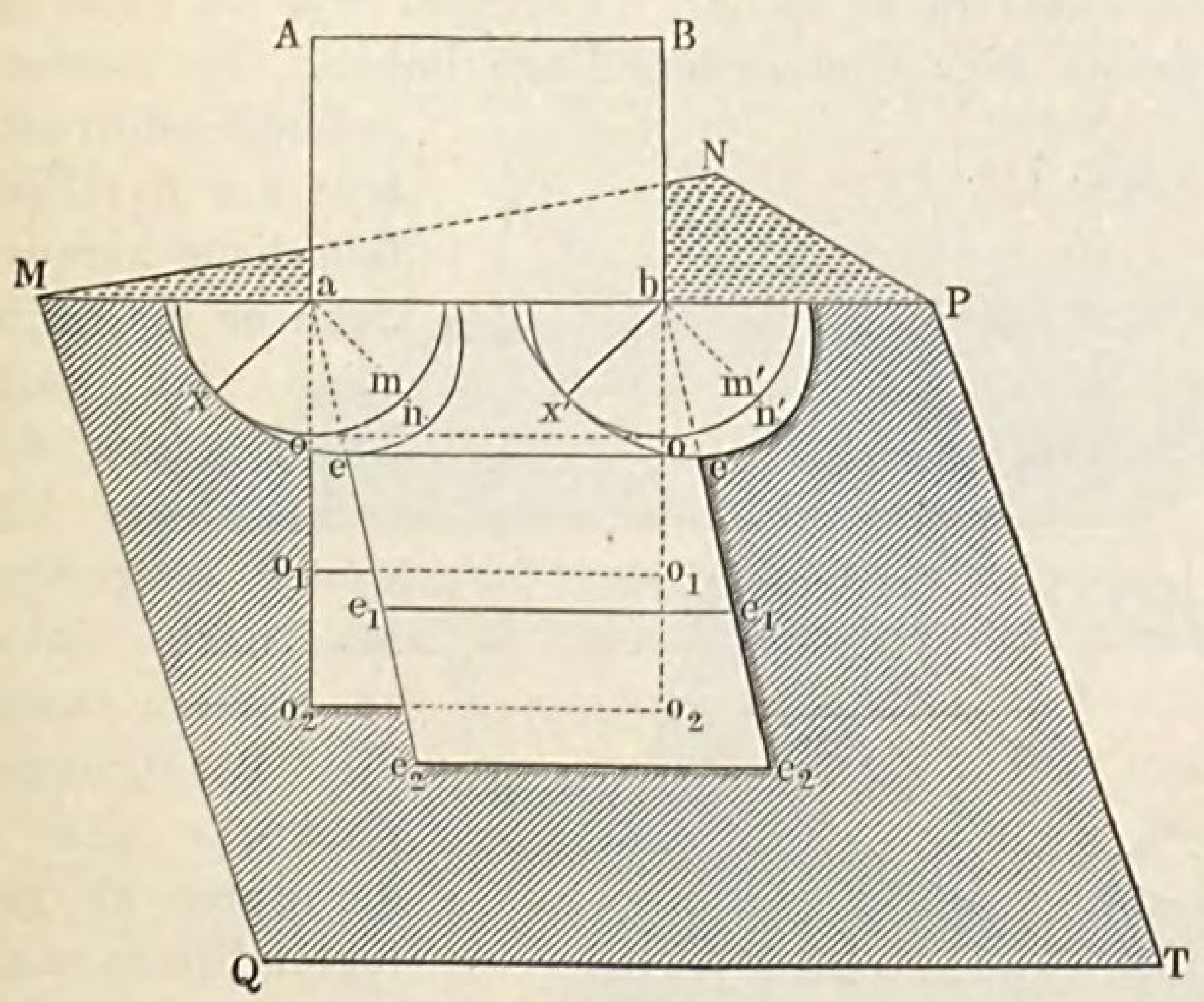


Fig. 713.



Wir gelangen nun noch zu denjenigen Fällen, bei welchen die Trennungsfläche schief gegen die Krystallaxe gerichtet ist. Hierher gehören also die Erscheinungen an einem natürlichen Kalkspathrhomboëder, bei welchem, wie früher erwähnt wurde, der Winkel zwischen Axe und Rhomboëderfläche nahe 45° beträgt. Wir benutzen ein Modell, welches, wie Fig. 712 zeigt, durch einen Schnitt durch die Ecken *M*, *P*, *T* und *Q* erhalten wird.

7) Fall III. 1. Trennungsfläche schief zur Krystallaxe, Einfall senkrecht. Fig. 713.

In diesem Falle hat das Ellipsoid eine solche Lage, dass die Axe ax desselben nahe um 45° zur Trennungsfläche geneigt in der Zeich-

nungsebene liegt. *oo* ist die Projection der ordentlichen, *ee* jene der ausserordentlichen Welle. Der ordentliche Strahl geht unabgelenkt durch, der ausserordentliche wird, obwohl senkrecht einfallend, dennoch gebrochen, bleibt aber im Hauptschnitte. Beide Wellenflächen bleiben einander parallel. Die Schwingungen finden beim ordentlichen Strahl senkrecht auf dem Hauptschnitte, bei dem ausserordentlichen im Hauptschnitte statt. Beim Drehen des Krystalls um eine verticale Axe rotirt der ausserordentliche Strahl um den ordentlichen mit gleicher Winkelgeschwindigkeit im Kreise herum.

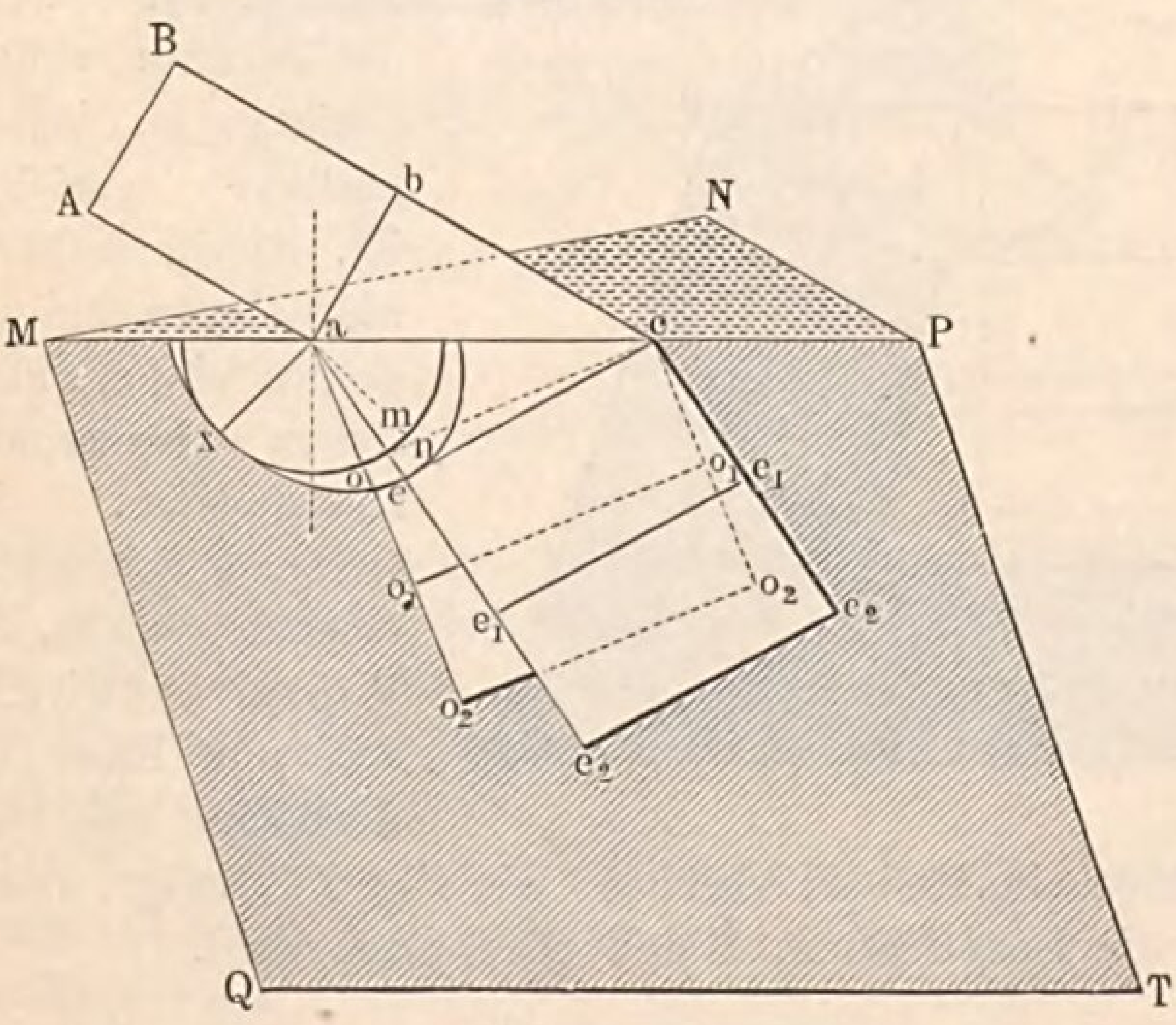
8) Fall III. 2a. Trennungsfläche schief zur Krystallaxe, Einfall schief, Einfallsebene parallel zum Hauptschnitt. Fig. 714.

Das Ellipsoid hat dieselbe Lage wie vorhin; beide Strahlenbündel werden gebrochen, bleiben aber in der Einfallsebene; die Wellenflächen sind nicht mehr einander parallel.

9) Fall III. 2b. Trennungsfläche schief zur Krystallaxe, Einfall schief, Einfallsebene senkrecht zum Hauptschnitt. Fig. 715.

Die Construction ist nicht in der Ebene, sondern nur im Raume ausführbar. Man geht dabei in ähnlicher Weise vor, wie im Falle II. 2c, nur dass die Ellipsoide hier eine andere Lage haben. Der ausserordentliche Strahl tritt aus der Einfallsebene heraus; denn da die Ellipsoide sich nach unten gegen die rechte Seite hin weiter erstrecken als nach links, so müssen auch die Berührungspunkte *e* und *e'* der durch *cc'* gelegten Ebene nach rechts hin aus der Einfallsebene heraustreten. Die Oscillationen des ordentlichen Strahls fallen genau in die Einfallsebene, die des ausserordentlichen nehmen eine schiefe Richtung gegen sie ein; bei kleinen Einfallswinkeln stehen sie nahe senkrecht darauf.

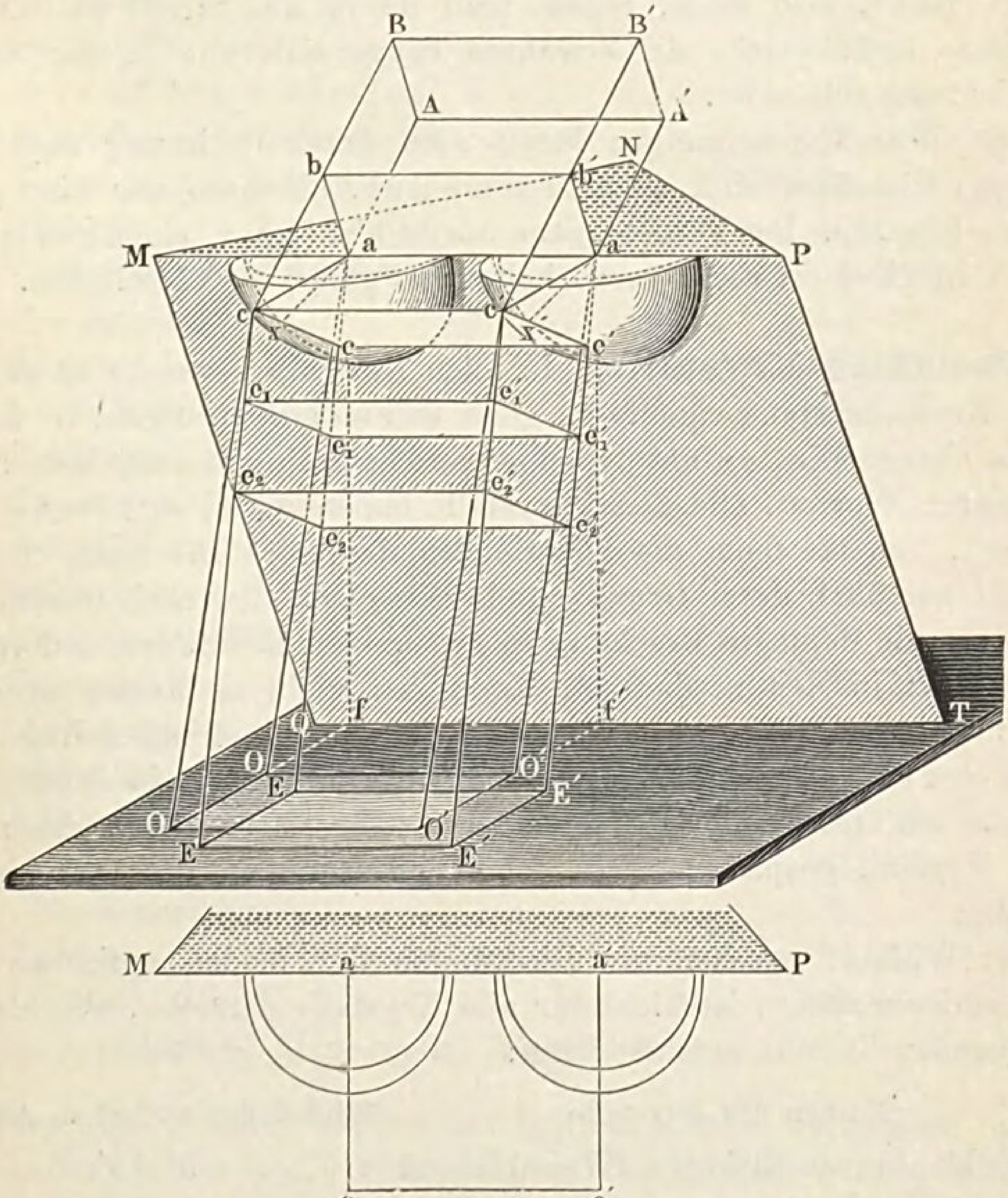
Fig. 714.



10) Fall III. 2c. Trennungsfläche schief zur Krystallaxe, Einfall schief, Einfallsebene schief zum Hauptschnitte.

Dieser allgemeinste Fall wird erreicht, wenn wir uns im vorigen Falle den Krystall unter stehenbleibendem eintretendem Strahlenbündel um eine verticale Axe, um einen Winkel, der von 90^0 verschieden ist, gedreht denken. Da bei einer Drehung um 90^0 der Fall III. 2a. eintritt, wo der ausserordentliche Strahl in die Einfallsebene zurückkehrt,

Fig. 715.



so ist ersichtlich, dass er noch ausserhalb der Einfallsebene bleiben muss, so lange die Drehung noch nicht 90^0 erreicht oder bereits überschritten hat. Während der Drehung des Krystalls rotirt auch der ausserordentliche Strahl im Sinne der Drehung, bleibt aber nicht gleich weit entfernt von dem feststehenden ordinären Strahle. Diese Entfernung wird ein Maximum oder Minimum beim Eintritt des ausserordentlichen Strahls in den Hauptschnitt. Sie kann unter Umständen auch gleich Null werden,

so dass beide Strahlen zusammenfallen. Dies geschieht, wenn die Tangente den Kreis und die Ellipse in Fig. 714 im Punkte x berührt, wobei der Strahl von oben rechts einfallen muss [1]). Die Schwingungsrichtungen der beiden Strahlen sind im Allgemeinen nicht genau rechtwinklig auf einander stehend, aber, insbesondere bei kleinen Einfallswinkeln, so nahe rechtwinklig, dass man in Praxi die Abweichungen vernachlässigen kann. Ganz genau ist es nur dann der Fall, wenn beim schiefen Einfall die Einfallsebene im Hauptschnitte liegt, sowie stets beim senkrechten Einfall. Man findet die Schwingungsrichtung des ausserordentlichen Strahls, indem man sich den Strahl auf die Tangentialebene an die Wellenfläche projicirt denkt, also auch, indem man durch den Strahl und die Axe eine Ebene legt, welche die erwähnte Tangentialebene in der Schwingungsrichtung schneidet.

Alle diese Erscheinungen lassen sich durch Rechnung quantitativ verfolgen; dieselben sind aber zu complicirt, als dass wir hier darauf eingehen könnten. Das Vorgetragene dürfte hinreichen, einen genügenden Einblick in diese oft recht verwickelten Vorgänge zu verschaffen.

389 **Zweiaxige Krystalle.** In allen Krystallen, welche zu den drei letzten Krystallsystemen gehören, giebt es zwei Richtungen, in welchen sich alle ebenen Wellen mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen oder, mit anderen Worten, alle diese Krystalle haben zwei optische Axen. Fresnel, von welchem die Theorie der doppelten Brechung einaxiger Krystalle herrührt, deren Grundzüge bereits oben entwickelt worden sind, fand, dass die doppelte Brechung in zweiaxigen Krystallen anderen Gesetzen folgt; in den zweiaxigen Krystallen giebt es keinen ordinären Strahl mehr, d. h. keinen, welcher den Krystall nach allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit durchläuft; also keiner der beiden Strahlen, in welche ein einfallender Lichtstrahl bei seinem Eintritte in einen zweiaxigen Krystall gespalten wird, folgt den Gesetzen der gewöhnlichen Brechung.

Der Winkel, welchen die Richtungen der beiden optischen Axen mit einander machen, ist nicht für alle Krystalle derselbe, wie man aus der folgenden Tabelle ersehen kann:

Namen der Krystalle	Winkel der optischen Axen
Kohlensaures Bleioxyd (Weissbleierz) . . .	5^0 15′
Salpeter	5 20
Talk	7 24
Arragonit	18 18
Cymophan	27 51
Titanit	30
Borax	28 42

[1]) Am natürlichen Kalkspathrhomboëder ist dies nicht möglich, wie eine einfache Rechnung lehrt. Es müsste eine künstliche Fläche angeschliffen werden.

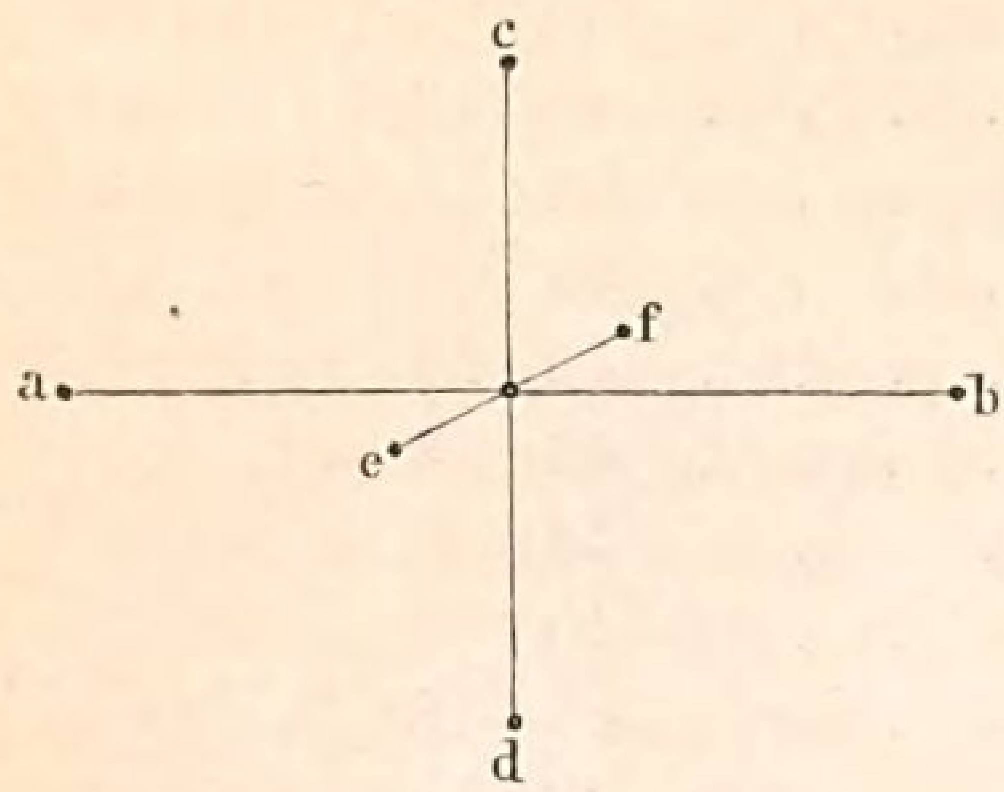
Namen der Krystalle	Winkel der optischen Axen	
Glimmer (einige Arten)	30 bis 37°	
Schwefelsaure Magnesia	37	24′
Schwerspath	37	42
Ameisensaures Kupferoxyd	39	
Stilbit	41	42
Schwefelsaures Magnesia-Ammoniak . . .	51	
Schwefelsaures Nickeloxyd	42	4
Kohlensaures Ammoniak	43	24
Schwefelsaures Zinkoxyd	44	4
Glimmer	45	
Lepidolith	45	
Benzoësaures Ammoniak	45	8
Schwefelsaures Ammoniak	49	41
Topas (von Brasilien)	49 bis 50	
Zucker	50	
Phosphorsaures Natron	55	20
Comptonit	56	6
Gyps	57	30
Salpetersaures Silberoxyd	62	16
Feldspath	64	
Topas (von Aberdeen)	65	
Schwefelsaures Kali	67	
Kohlensaures Natron	70	
Essigsaures Bleioxyd	70	25
Citronensäure	70	29
Weinsteinsäure	79	
Weinsteinsaures Kali-Natron (Seignettesalz) .	80	
Kohlensaures Kali	80	30
Cyanit	81	48
Chlorsaures Kali	82	
Epidot	84	19
Peridot	87	56
Schwefelsaures Eisenoxydul (Eisenvitriol) . .	90	

Diejenige Gerade, welche den spitzen Winkel der beiden optischen Axen halbirt, heisst erste Mittellinie. Dagegen die Gerade, welche den stumpfen Winkel halbirt, zweite Mittellinie. Die zu beiden Mittellinien senkrechte Richtung wird als Normale bezeichnet.

Gesetze der doppelten Brechung in zweiaxigen Krystallen. Fresnel hat die Erscheinungen der doppelten Brechung in optisch zweiaxigen Krystallen aus folgender Annahme über die Elasticität des Aethers abgeleitet: die Elasticität des Aethers ist in zweiaxigen Krystallen weder nach allen Richtungen dieselbe, wie dies bei einfach brechen- 390

den Mitteln der Fall ist, noch giebt es in denselben eine Axe, um welche herum die Elasticität des Aethers ganz symmetrisch ist, wie bei den einaxigen Krystallen. Es stelle in Fig. 716 *ab* die grösste Elasticität in einem zweiaxigen Krystalle dar, so steht die Axe der kleinsten Elasticität *cd* rechtwinklig auf derselben; rechtwinklig zur Ebene dieser beiden Axen ist nun die Elasticität des Aethers kleiner als in der Richtung *ab*, und grösser als in der Richtung *cd*; wir wollen die Axe *ef* die Axe der mittleren Elasticität nennen; sie erscheint in unserer Figur verkürzt.

Fig. 716.



Denken wir uns über diese drei Axen ein Ellipsoid beschrieben, so kann man mit Hülfe desselben das Gesetz, nach welchem sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen mit der Richtung ändert, also die Form der Wellenoberfläche für zweiaxige Krystalle nach folgender, von Fresnel gegebener Regel entwickeln: Wenn man durch den Mittelpunkt des Ellipsoids eine Ebene gelegt denkt, so ist der Durchschnitt derselben mit dem Ellipsoid stets eine Ellipse; errichtet man nun in der Mitte des elliptischen Schnittes ein Perpendikel auf der Ebene desselben, trägt man auf demselben die Länge der grossen und der kleinen Axe des elliptischen Schnittes auf, so sind diese beiden Längen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden Strahlen in der Richtung dieses Perpendikels. Hier mag es genügen, die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit den drei Ebenen zu bestimmen, welche man durch je zwei der drei Elasticitätsaxen legen kann.

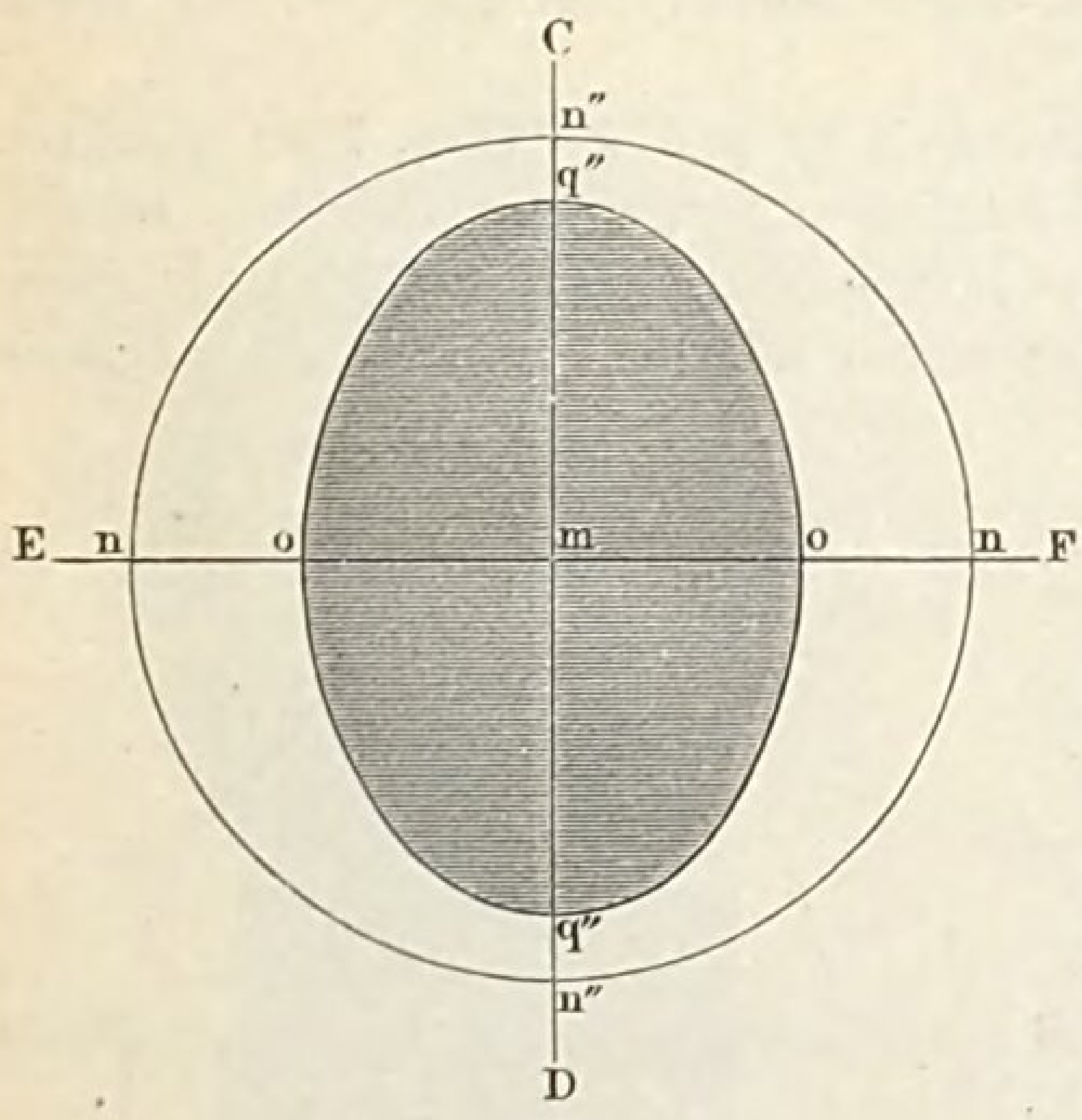
Wir wollen der Reihe nach das Gesetz der Fortpflanzungsgeschwindigkeit für beide Strahlen innerhalb der Ebene der Elasticitätsaxen *cd* und *ef*, dann innerhalb der Ebene der Axen *ef* und *ab* und endlich innerhalb der Ebene der Axen *ab* und *cd*, oder, mit anderen Worten, die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit der Ebene der Axen *cd* und *ef*, *ab* und *ef*, *ab* und *cd* bestimmen.

Wenn sich ein Lichtstrahl nach irgend einer Richtung im Krystalle fortpflanzt, welche in die Ebene der Axen *cd* und *ef* fällt, so geht der auf der Richtung des Strahles rechtwinklig durch den Mittelpunkt des Ellipsoids gelegte Schnitt jedenfalls durch die Axe *ab* der grössten Elasticität; jede durch die Axe *ab* gelegte Ebene schneidet aber das Ellipsoid in einer Ellipse, deren grosse Axe *ab* ist; nach allen in die Ebene der Axen *cd* und *ef* fallenden Richtungen können sich also Strahlen fortpflanzen, deren Vibrationen mit der Axe *ab* parallel sind; diese Strahlen durchlaufen nun sämmtlich den Krystall mit gleicher, der Elasticität *ab* entsprechender Geschwindigkeit; zieht man um den Durchschnittspunkt der Linien *CD* und *EF* (Fig. 717) einen Kreis, dessen Halbmesser *mn* gleich $^1/_2\, ab$ (Fig. 716), so ist dies der Durchschnitt der

durch die Axen cd und ef gelegten Ebene mit einem Theile der Wellenoberfläche.

Nach denselben Richtungen pflanzen sich aber auch Strahlen fort, deren Vibrationen rechtwinklig zur Axe ab stattfinden. Betrachten wir zunächst einen Strahl, der sich in der Richtung der Axe ef fortpflanzt; ein durch den Mittelpunkt des Ellipsoids rechtwinklig auf ef gelegter Schnitt schneidet dasselbe in einer Ellipse, deren grosse Axe ab, deren kleine Axe aber cd ist; die Vibrationen, welche einen Strahl in der Richtung der Axe ef fortpflanzen, sind also entweder mit ab oder mit cd parallel; der Vibrationsrichtung ab entspricht, wie wir schon gesehen haben, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit mn (Fig. 717); der Vibrationsrichtung cd entspricht dagegen die geringere Fortpflanzungsgeschwindigkeit mo (die Länge mo müssen wir gleich $^1/_2\,cd$ machen, wenn $mn = {}^1/_2\,ab$); es ist dies die geringste Geschwindigkeit, mit welcher sich irgend ein Strahl im Krystalle fortpflanzen kann, weil cd die kleinste Elasticitätsaxe ist; mn hingegen ist die grösste Fortpflanzungsgeschwindigkeit, weil ab die grösste Elasticitätsaxe ist.

Fig. 717.



In der Richtung der Elasticitätsaxe cd (Fig. 716) wird ein Lichtstrahl entweder durch Vibrationen fortgepflanzt, welche parallel mit ab sind, und dann ist seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich $mn'' = mn$ (Fig. 717), oder die Schwingungen, welche einen Strahl in der Richtung cd fortpflanzen, sind parallel mit ef, und dann ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich mq'', gleich $^1/_2\,ef$.

In einer Richtung, die innerhalb des Winkels liegt, welchen die Axen cd und ef mit einander machen, ist begreiflicher Weise die Fortpflanzungsgeschwindigkeit solcher Strahlen, deren Vibrationen auf ab rechtwinklig sind, kleiner als mq'' und grösser als mo. Beschreibt man um den Punkt m eine Ellipse, deren Halbaxen mo und mq'' sind, so giebt uns eine von m zu irgend einem Punkte des Umfanges dieser Ellipse gezogene Linie die Geschwindigkeit an, mit welcher sich in der Richtung dieser Linie ein Lichtstrahl bewegt, dessen Vibrationen rechtwinklig auf der Axe der grössten Elasticität sind.

Diese Ellipse und der mit dem Halbmesser mn um dieselbe gezogene Kreis stellen uns also den Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer

Ebene dar, welche durch die mittlere und die kleinste Elasticitätsaxe gelegt ist.

Durch ähnliche Betrachtungen findet man nun auch den Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer durch die mittlere und die grösste Elasticitätsaxe gelegten Ebene. Dieser Durchschnitt (Fig. 718) besteht ebenfalls aus einem Kreise und einer Ellipse, hier ist aber der Kreis ganz von der Ellipse eingehüllt.

Nach allen Richtungen der durch *ef* und *ab* (Fig. 716) gelegten Ebene können Strahlen durch Vibrationen fortgepflanzt werden, welche mit der Axe *cd*, der Axe der kleinsten Elasticität, parallel sind; diese Strahlen pflanzen sich nach allen Seiten mit derselben Geschwindigkeit

Fig. 718.

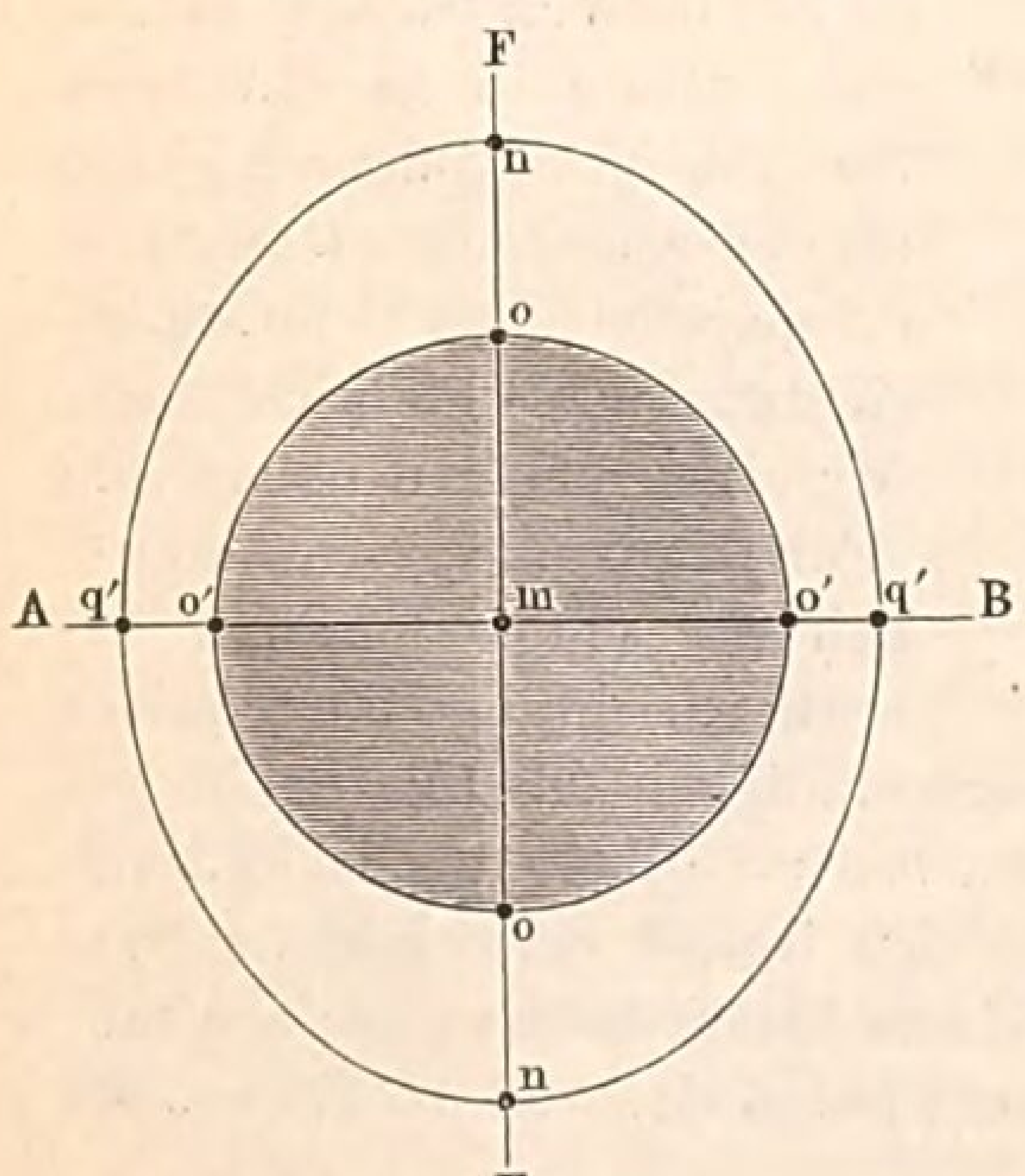
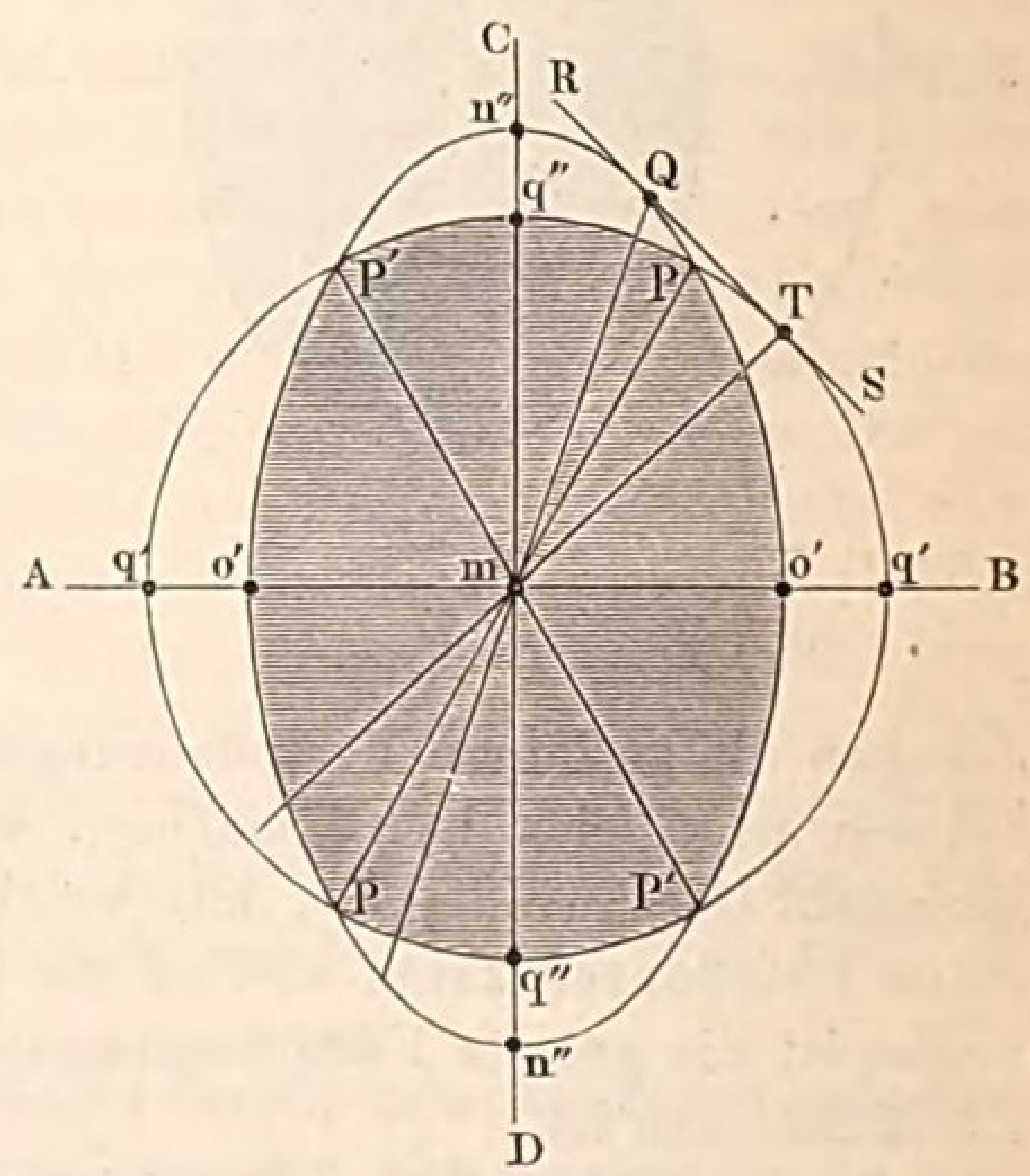


Fig. 719.



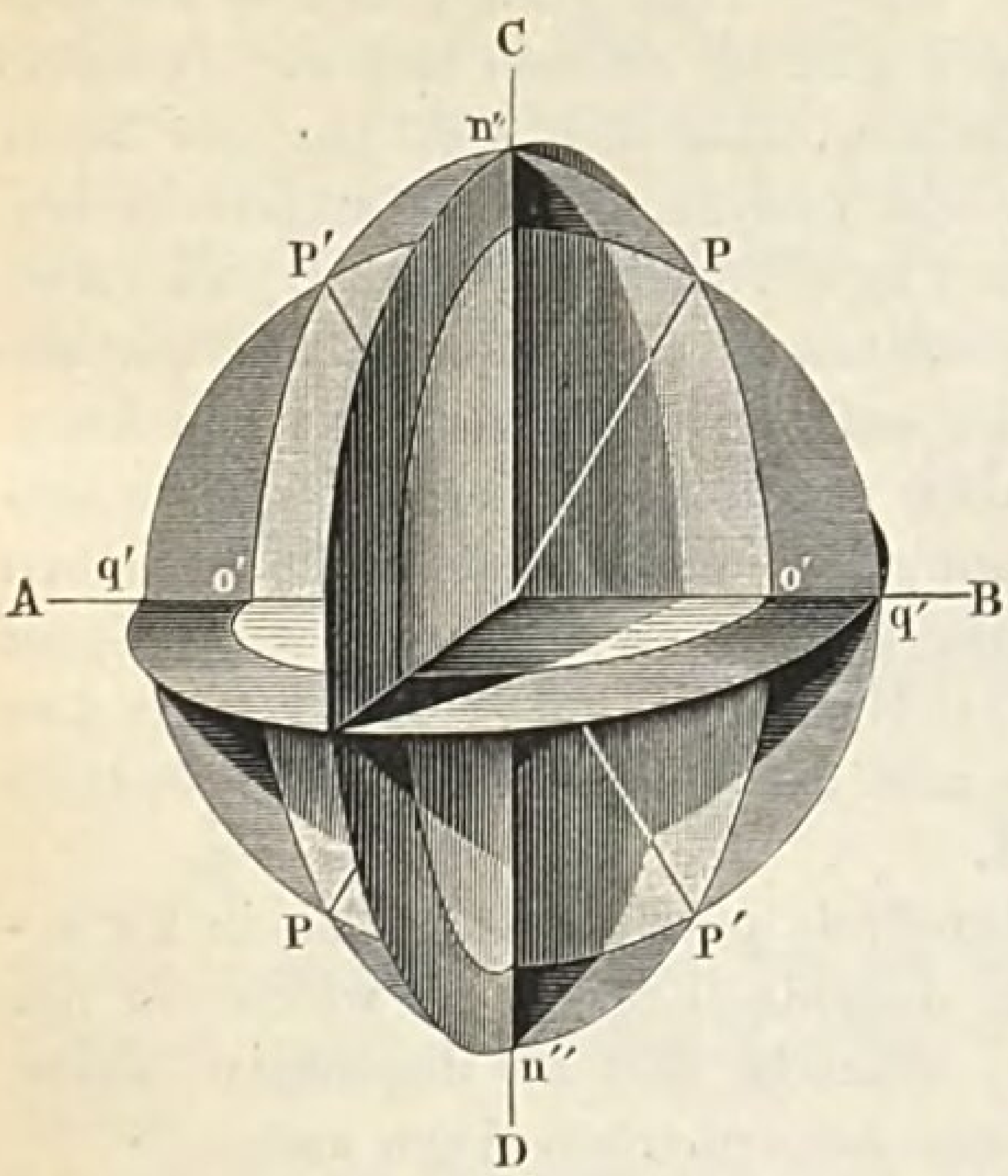
fort, welche der Vibrationsrichtung *cd* zukommt; der Halbmesser *mo* des Kreises der Fig. 718 ist deshalb gleich $^1/_2\, cd$ in Fig. 716. In der Richtung der Elasticitätsaxe *ab* werden aber auch Strahlen fortgepflanzt, deren Schwingungen parallel mit *ef* sind, deshalb ist in Fig. 718 $mq = {}^1/_2\, ef$ der Fig. 716 gemacht. In der Richtung der Axe *ef* pflanzen sich aber, wie wir schon wissen, auch Strahlen fort, deren Schwingungen parallel mit *ab* sind, deren Geschwindigkeit also gleich *mn* ist.

Der Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer Ebene, welche durch die Axe der grössten und der kleinsten Elasticität geht, besteht ebenfalls aus einer Ellipse und einem Kreise. Die kleine Axe der Ellipse ist gleich mo' (Fig. 719), die grosse gleich mn'', der Radius des Kreises gleich *mq*, weil in der Ebene der Elasticitätsaxen *ab* und *cd* nach allen Richtungen Strahlen durch Vibrationen fortgepflanzt werden können, die mit der mittleren Elasticitätsaxe parallel sind.

Da der Radius des Kreises hier grösser ist als die kleine und kleiner als die grosse Axe der Ellipse, so schneiden sich der Kreis und die Ellipse

in vier Punkten. Die Fig. 720 stellt eine perspectivische Ansicht der durch die erwähnten drei Ebenen geschnittenen Wellenoberfläche dar. Will man sich eine recht klare Vorstellung von der Wellenoberfläche zweiaxiger Krystalle machen, so thut man gut, die drei Durchschnitte in der doppelten Grösse der Fig. 717, 718 und 719 auf Kartenpapier zu zeichnen und sie zu einem Modelle zusammenzufügen, wie man Fig. 720 sieht.

Fig. 720.



Bezüglich der Definition der optischen Axen in zweiaxigen Krystallen haben wir auf folgenden Umstand aufmerksam zu machen. In isotropen Medien (Krystallen des regulären Systems), sowie für den ordentlichen Strahl in doppeltbrechenden Medien fällt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles mit jenem der Welle zusammen, weil beide auf einander senkrecht stehen. Für den ausserordentlichen Strahl ist das im Allgemeinen nicht mehr der Fall. Betrachten wir z. B. die Fig. 714, so ist daselbst die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ausserordentlichen Strahles durch die Strecke $ac = ee_1 = e_1 e_2$ gegeben. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ausserordentlichen Welle ist aber gleich dem senkrechten Abstande zwischen ec und $e_1 e_1$ gleich der Länge einer Senkrechten, welche von a auf die verlängerte Tangente ee' gezogen wird.

Wenn nun die optische Axe eines doppeltbrechenden Krystalles diejenige Richtung ist, nach welcher sich die ebenen Wellen stets mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, so findet man die Richtung der optischen Axen in einem zweiaxigen Krystalle, wenn man eine gemeinschaftliche Tangente RS (Fig. 719) an die beiden Theile der Wellenoberfläche legt und von dem Mittelpunkte m ein Perpendikel mT auf die Tangente fällt; dieses Perpendikel ist die Richtung einer optischen Axe. Solcher gemeinschaftlichen Tangenten kann man aber in Fig. 719 vier ziehen, von denen je zwei einander diametral gegenüberliegend durch eine optische Axe verbunden sind.

Der Kreis und die Ellipse (Fig. 719) schneiden sich in vier Punkten, von denen je zwei diametral gegenüberliegen. Da jeder der Punkte P den beiden Theilen der Wellenoberfläche gemeinschaftlich ist, so ist klar, dass sich in der Richtung mP zwei Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen können, von denen die Schwingungen des einen in die Ebene der Figur fallen, während die Schwingungen des anderen recht-

winklig zu derselben sind. Obgleich sich aber diese Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit im Krystalle fortpflanzen, so ist doch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ihnen entsprechenden ebenen Wellen nicht dieselbe, da die Tangente, die man im Punkte P an die Ellipse ziehen kann, nicht mit der demselben Punkte entsprechenden Kreistangente zusammenfällt, da also die Länge der von m auf diese beiden Tangenten gefällten Perpendikel nicht gleich ist. Die Richtungen Pm, in welchen sich alle Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, sind also wohl von der ihnen allerdings nahe liegenden Richtung der optischen Axe zu unterscheiden.

Die Ebene der optischen Axen fällt mit der Ebene der grössten und kleinsten Elasticitätsaxe zusammen; die mittlere Elasticitätsaxe steht also rechtwinklig auf der Ebene der optischen Axen.

Auch bei zweiaxigen Krystallen unterscheidet man positive und negative, obgleich diese Bezeichnung hier nicht denselben Sinn haben kann wie bei einaxigen. — Positiv nennt man einen zweiaxigen Krystall, wenn die erste Mittellinie mit der Richtung der kleinsten, negativ, wenn sie mit der Richtung der grössten Elasticitätsaxe zusammenfällt.

In der Richtung der ersten Mittellinie pflanzen sich also in zweiaxigen positiven Krystallen diejenigen Strahlen, welche in der Ebene der optischen Axen vibriren, schneller fort als diejenigen, deren Schwingsebene rechtwinklig zur Ebene der optischen Axen steht.

Bei zweiaxigen negativen Krystallen findet das Umgekehrte statt.

Schwerspath z. B. gehört unter die positiven, Salpeter und Glimmer gehören unter die negativen zweiaxigen Krystalle.

391 **Beziehungen zwischen der Krystallform und der Lage der optischen Axen.** Es ist schon früher bemerkt worden, dass alle Krystalle der drei letzten Krystallsysteme optisch zweiaxig sind, allein die Lage dieser Axen in Beziehung auf die krystallographischen Axen lässt sich nicht von vornherein bestimmen, wie es bei den optisch einaxigen Krystallen der Fall war.

Bei allen Krystallen, welche dem rhombischen Systeme angehören, fällt jede der drei Elasticitätsaxen mit einer der drei krystallographischen Hauptaxen zusammen; demnach fällt auch die Ebene der optischen Axen stets mit einer durch zwei krystallographische Axen gelegten Ebene zusammen.

Wir wollen dies an einigen Beispielen erläutern.

Der Salpeter krystallisirt in Säulen, welche wir schon oben Bd. I, §. 13, Fig. 22, S. 34 kennen gelernt haben; Fig. 721 stellt das Axenkreuz des Salpeters sammt den optischen Axen dar, welche durch Pfeile angedeutet sind. Hier fällt die erste Mittellinie mit der Säulenaxe ab zusammen; die Ebene der optischen Axen fällt aber mit der durch die Säulenaxe ab und die Makrodiagonale ef gelegten Ebene zusammen. In

Fig. 721, sowie in den folgenden ist die Ebene der optischen Axen durch Schraffirung hervorgehoben.

Ganz die gleiche Lage hat die Ebene der optischen Axen und die Mittellinie im Arragonit, im kohlensauren Bleioxyd etc.

Fig. 722 stellt das Axenkreuz des Bittersalzes (schwefelsaure Magnesia) dar. Hier steht die Ebene der optischen Axen rechtwinklig auf der Säulenaxe. Die Krystallformen dieses Salzes haben wir bereits in Bd. I, §. 13 kennen gelernt. Gewöhnlich erscheint die vordere Säulenkante noch durch die Fläche *h* (Fig. 723) abgestumpft, in deren Richtung die Krystalle des Bittersalzes sehr gut spaltbar sind. Auf dieser

Fig. 721.

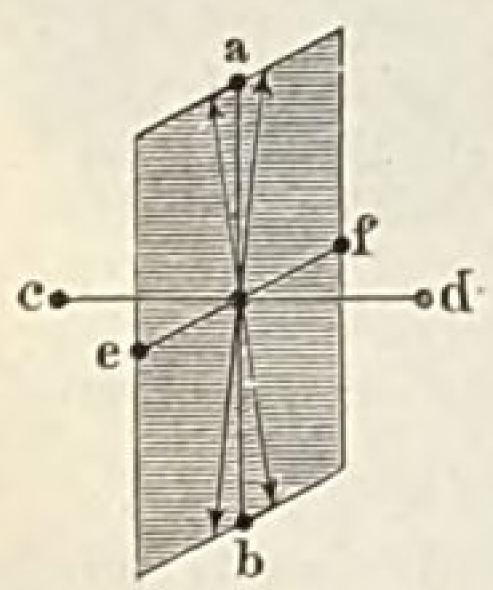


Fig. 722.

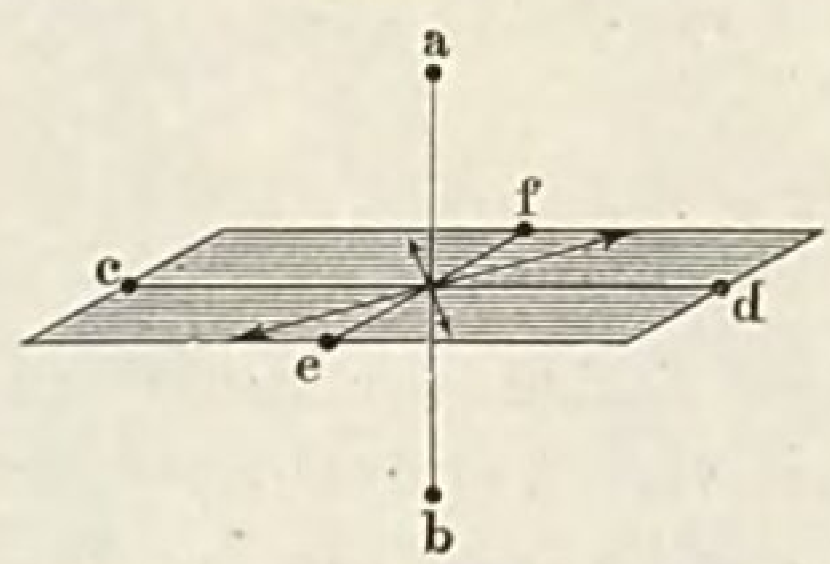


Fig. 723.



Spaltungsfläche, also auch auf der Fläche *h* steht die Mittellinie des genannten Salzes rechtwinklig, eben so wie bei allen mit ihm isomorphen Salzen.

Auch bei Schwerspath liegt die Ebene der optischen Axen rechtwinklig zur Säulenaxe und die erste Mittellinie fällt mit der Makrodiagonale zusammen.

Beim Topas fällt die erste Mittellinie mit der Säulenaxe zusammen und die Ebene der optischen Axen geht durch die Brachydiagonale *cd*. Rechtwinklig zur Säulenaxe, also rechtwinklig zur ersten Mittellinie sind die Topaskrystalle sehr vollkommen spaltbar.

Im monoklinischen Systeme ist die Ebene, welche die beiden geneigten Axen *ab* und *cd* (Fig. 724, a. f. S.) enthält, die einzige Ebene der Symmetrie und die optischen Eigenschaften dieser Krystalle müssen daher auch symmetrisch nach dieser Ebene sein. Es muss daher eine der drei Elasticitätsaxen jedenfalls mit der Richtung der Symmetrieaxe, d. i. mit der zur Symmetrieebene senkrechten Krystallaxe *ef* zusammenfallen. Mit Bezug auf die Lage der optischen Axen sind daher drei Fälle möglich:

1. Die Ebene der optischen Axen fällt mit der Symmetrieebene zusammen.
2. Die Ebene der optischen Axen steht zwar senkrecht auf der Symmetrieebene, die erste Mittellinie fällt aber in die Symmetrieebene.
3. Die Ebene der optischen Axen und die erste Mittellinie steht senkrecht auf der Symmetrieebene; die erste Mittellinie ist daher parallel der Symmetrieaxe.

In die erste Classe gehört z. B. der Zucker, dessen Symmetrieebene mit den optischen Axen in Fig. 725 (a. f. S.) dargestellt ist. Es

steht also eine der optischen Axen des Zuckers fast rechtwinklig auf der Fläche z (Fig. 726), nach welcher die Krystalle auch spaltbar sind.

Hierher gehört ferner das schwefelsaure Magnesia-Ammoniak und das ameisensaure Kupferoxyd, deren Symmetrieebene in Fig. 727 und Fig. 728 gezeichnet sind. In diese Classe gehört auch der Gyps, welcher nach der Symmetrieebene theilbar ist: Spaltungsstücke des Gypses enthalten also beide optische Axen.

Fig. 724.

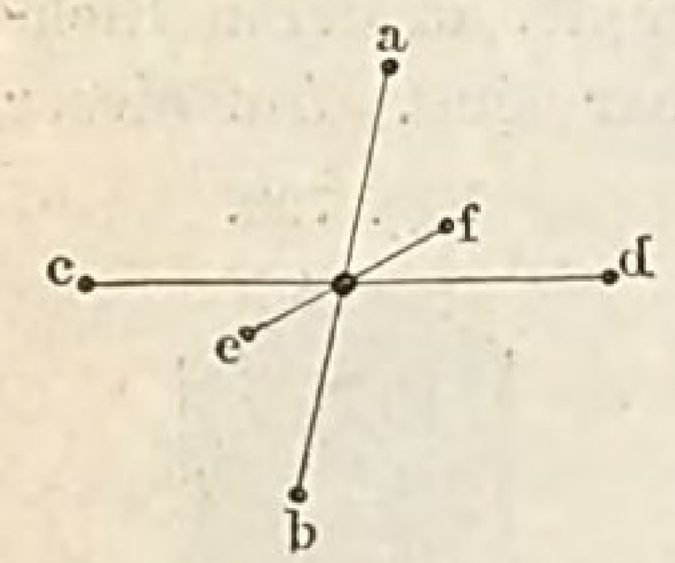


Fig. 725.

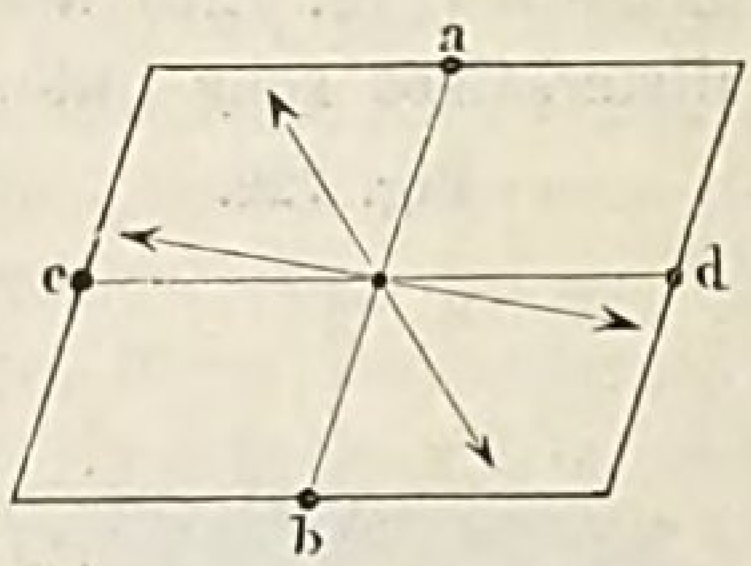
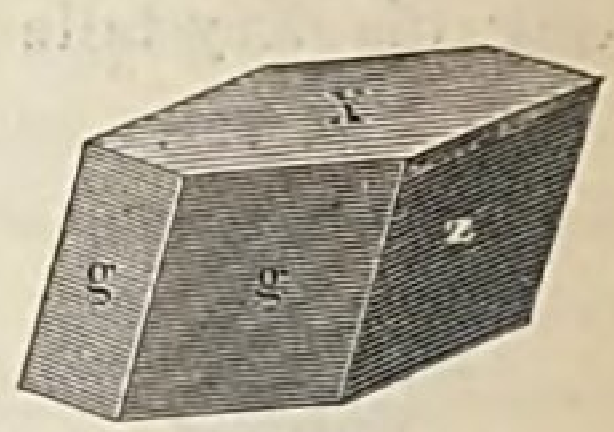


Fig. 726.



In der zweiten Classe finden wir den Orthoklas, das schwefelsaure Manganoxyd mit vier Aequivalenten Krystallwasser.

Zur dritten Classe endlich gehören der Borax und das Glaubersalz.

Für triklinische Krystalle hat man bis jetzt noch gar keinen Zusammenhang zwischen der Lage der optischen und der krystallographischen Axen nachweisen können [1]).

Fig. 727.

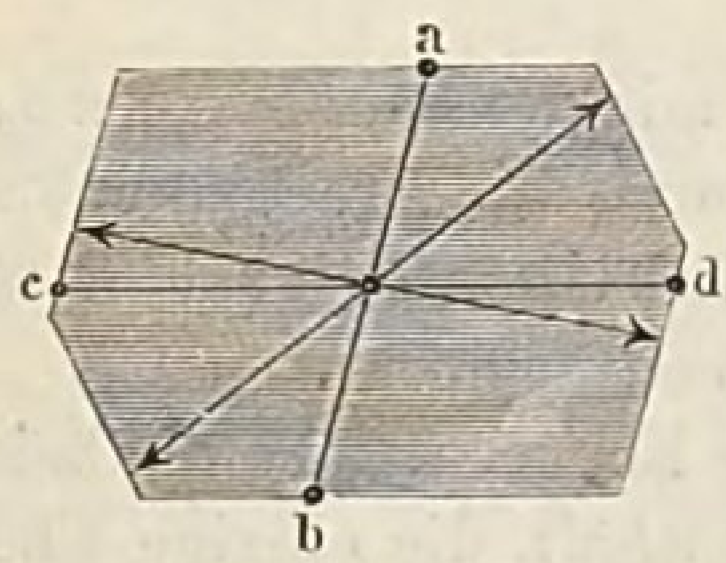
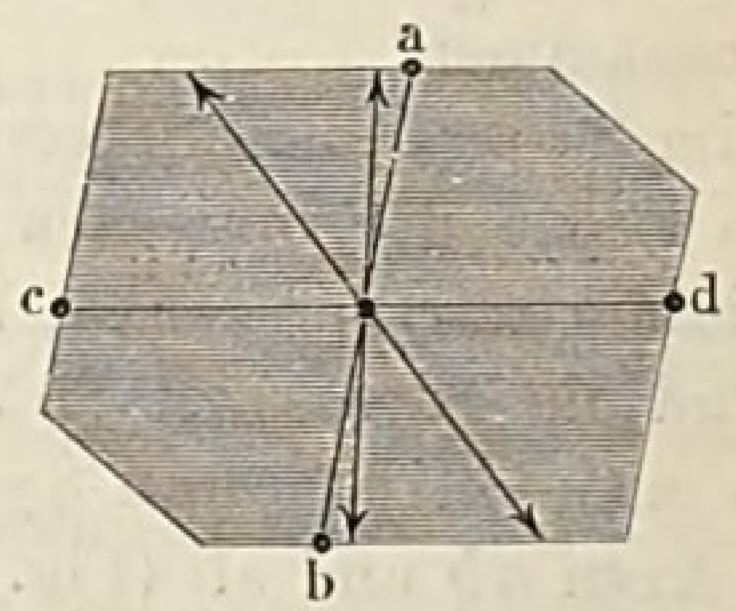


Fig. 728.



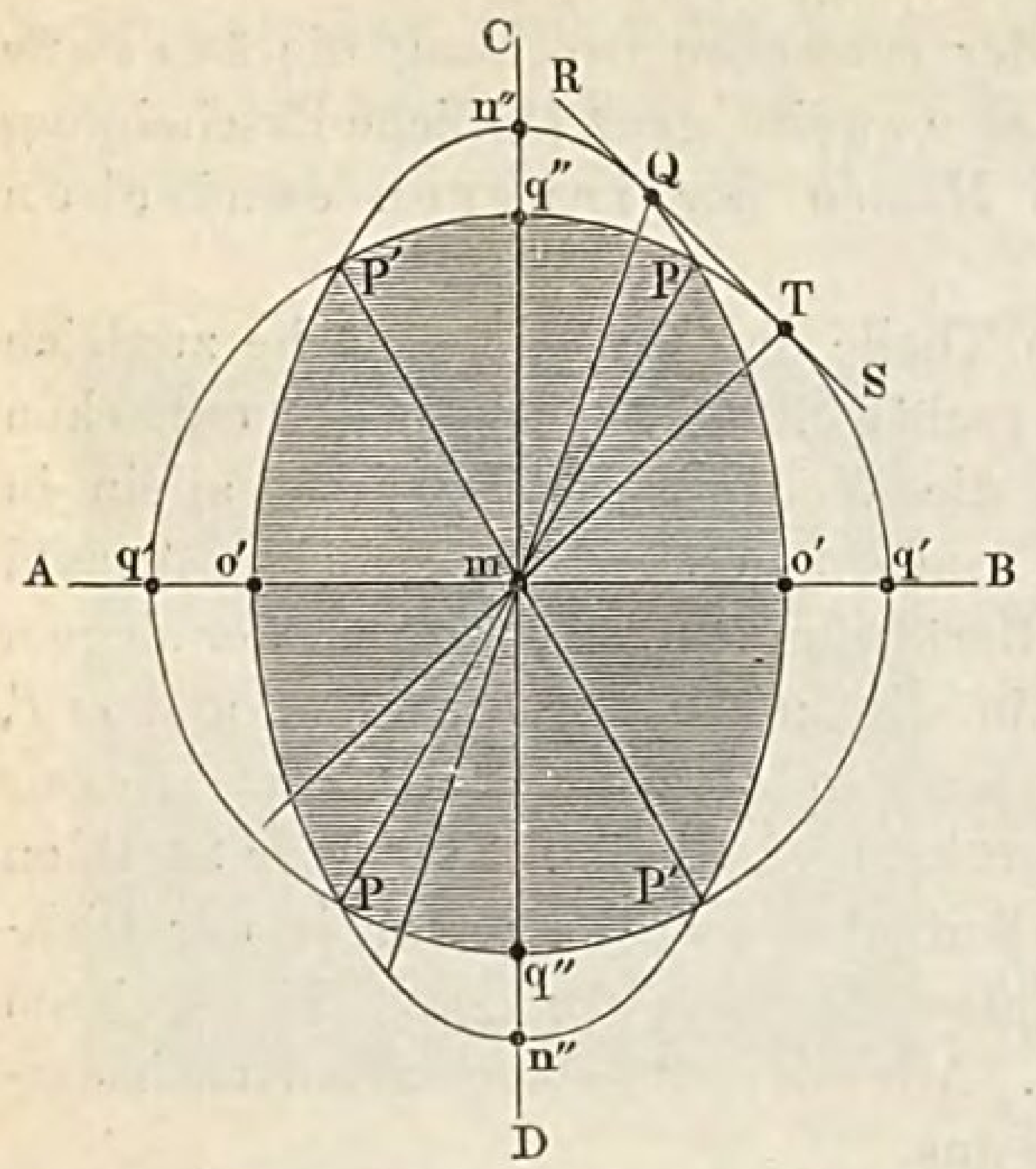
Später, wenn die Farbenringe verhandelt werden, welche die optischen Axen umgeben, werden wir noch einmal auf diese Verhältnisse zurückkommen müssen.

392 **Conische Refraction.** Da die im Punkte P (Fig. 729) an den Kreis und die Ellipse gelegten Tangenten nicht zusammenfallen, so ist klar, dass sich in der Richtung mP zwei Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen können, denen verschiedene ebene Wellen entsprechen; da nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser beiden ebenen Wellen ungleich ist, so werden die beiden Strahlen auch nach verschiedenen Richtungen aus dem Krystalle austreten.

[1]) Einleitung in die höhere Optik von A. Beer. 2. Aufl. von V. v. Lang. II. Abtheil., 9. Capitel.

Nun aber hat Hamilton, welcher die Natur der Wellenoberfläche zweiaxiger Krystalle genauer untersuchte, gezeigt, dass die Wellenoberfläche an jedem der Punkte *P* von allen Seiten her vertieft ist, oder, mit anderen Worten, dass sich hier eine trichterförmige Vertiefung findet, dass sich also an jedem der Punkte *P* eine unendliche Anzahl von Berührungsebenen an die Wellenoberfläche legen lassen; jeder dieser Berührungsebenen entspricht nun aber ein anderer austretender Strahl; wenn also in der Richtung *mP*, für welche die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aller Strahlen dieselbe ist, ein Strahlenbündel den Krystall durchläuft, so wird es sich beim Austritte aus dem Krystalle in eine unendliche Anzahl von Strahlen theilen müssen, welche zusammen eine conische Oberfläche bilden[1].

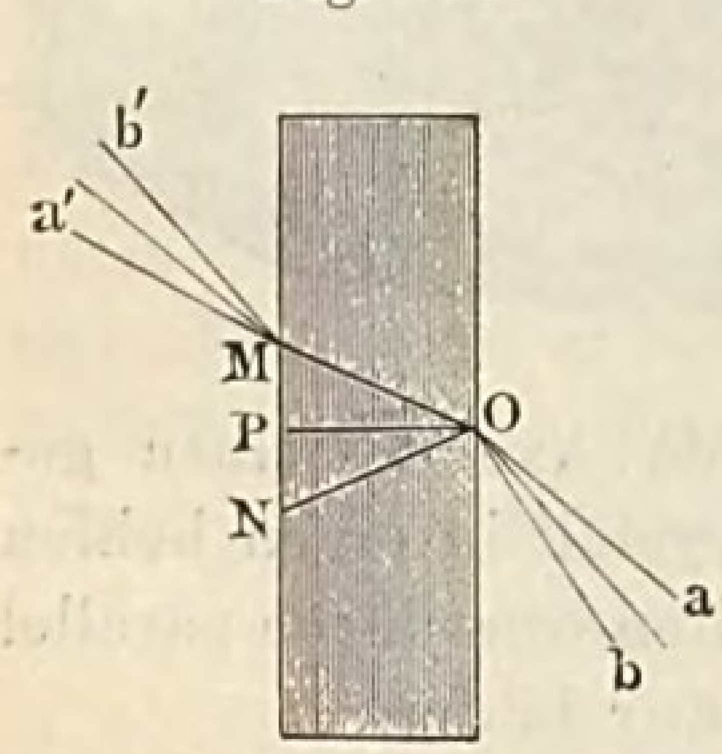
Fig. 729.



Hamilton hat dies merkwürdige Resultat aus der Fresnel'schen Theorie gefolgert, bevor man noch eine solche Thatsache beobachtet hatte; Lloyd stellte den Versuch an und fand zum Triumphe für die Wellentheorie die Erscheinung ganz so, wie man sie nach Hamilton's Rechnung erwarten musste.

Die beiden Richtungen, in welchen alle Strahlen den Krystall mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen, fallen fast mit den optischen Axen zusammen; im Arragonit machen sie einen Winkel von ungefähr 20° mit einander. Die Arragonitplatte, welche Lloyd zu seinen Versuchen anwandte, war senkrecht zu der Linie geschliffen, welche den Winkel der optischen Axen halbirt; folglich machten die Richtungen der gleichen Strahlengeschwindigkeit einen Winkel von 80° mit der Oberfläche der Platte. In Fig. 730 mögen *OM* und *ON* diese Richtungen vorstellen. Auf jede der beiden Oberflächen legte nun Lloyd eine ganz dünne, mit einer sehr feinen Oeffnung versehene Metallplatte, so dass die Verbindungslinie der beiden Oeffnungen mit der Richtung *OM* zusammenfiel. Wurde nun von der einen Seite der Platte eine Lampenflamme genähert, so dass ein conisches

Fig. 730.



[1] Pogg. Ann., Bd. XXVIII.

Strahlenbündel $a O b$ auf die Oeffnung fallen konnte, dessen Strahlen nach OM gebrochen wurden, so erblickte man, nach der anderen Oeffnung in der gehörigen Richtung hinsehend, einen glänzenden Lichtring auf dunklem Grunde.

Beim Arragonit beträgt der Winkel, unter welchem die Strahlen des austretenden Strahlenkegels divergiren, ungefähr 3°.

Hamilton nannte diese Art der conischen Brechung die äussere conische Refraction; aber noch eine zweite, ganz ähnliche Erscheinung sagte er vorher, welcher er den Namen der inneren conischen Refraction gab.

Eine Ebene, welche die beiden Theile der Wellenoberfläche zugleich berührt, eine Ebene also, welche rechtwinklig auf einer der optischen Axen des Krystalls steht, berührt die Wellenoberfläche nicht allein in den Punkten Q und T (Fig. 729), sondern in einer unendlichen Anzahl von Punkten, welche einen kleinen Berührungskreis bilden; zu der ebenen Welle RS gehören also nicht allein die beiden Strahlen Qm und mT, sondern unzählig viele, welche zusammen die Oberfläche eines Kegels bilden, dessen Basis jener kleine Berührungskreis ist. Einer der Strahlen dieses Kegels, nämlich mT, durchläuft den Krystall genau in der Richtung der optischen Axe. Die Spitze des Strahlenkegels bildet beim Arragonit einen Winkel von 1° 55′. Alle diese Strahlen treten nach derselben Richtung aus dem Krystalle aus.

Wenn also ein gewöhnlicher Lichtstrahl NO (Fig. 731) in einer solchen Richtung auf die Oberfläche eines zweiaxigen Krystalls fällt,

Fig. 731.

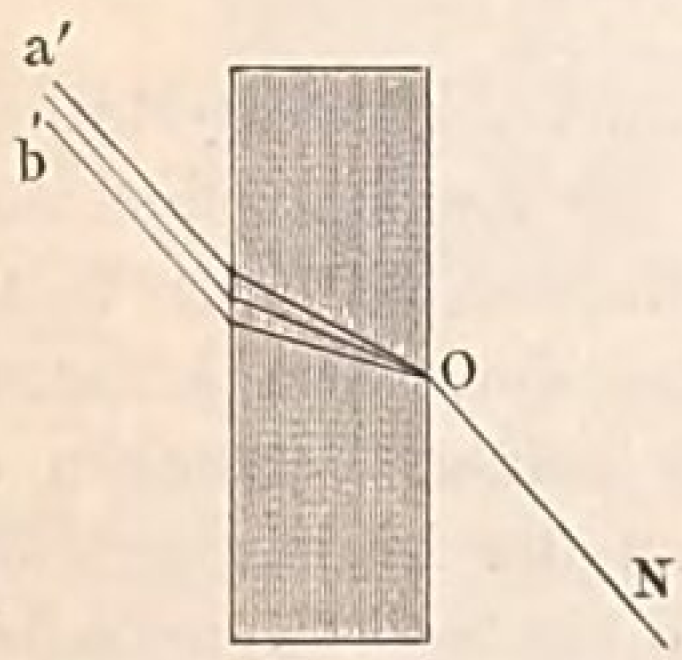
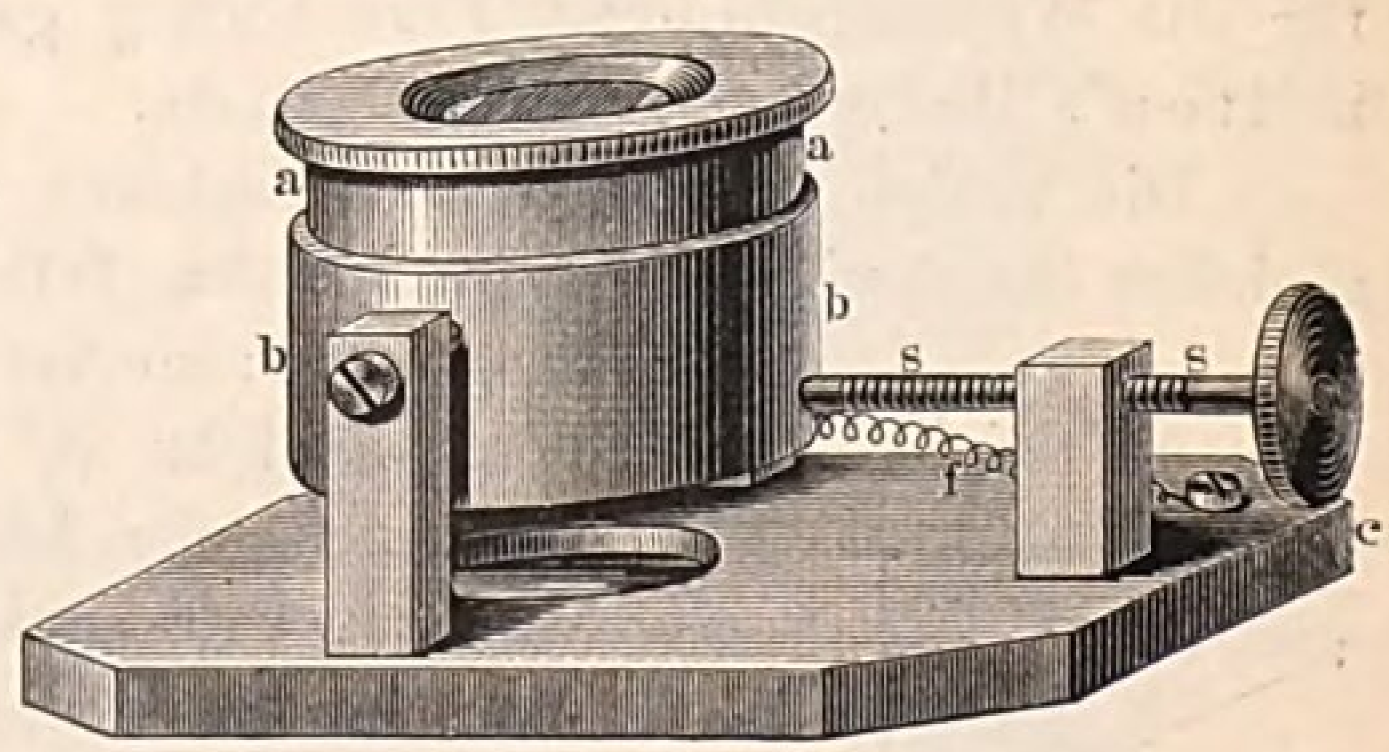


Fig. 732.



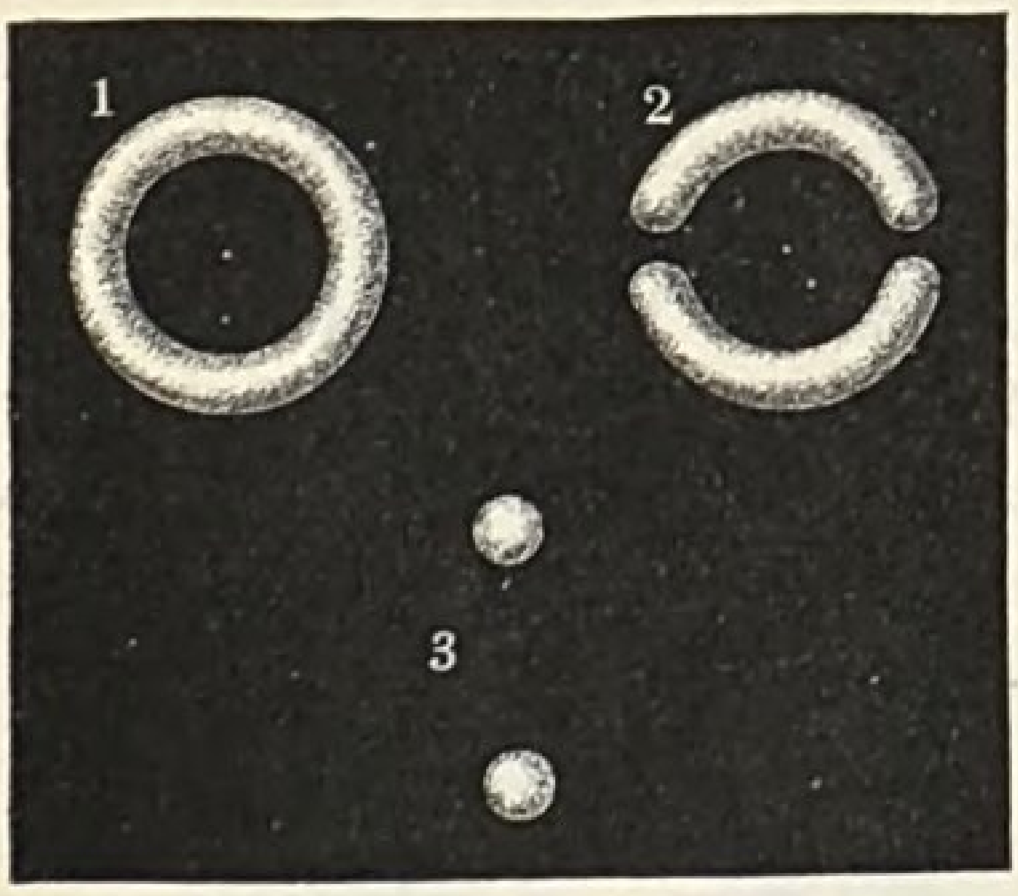
dass ein Strahl nach der Richtung einer optischen Axe desselben gebrochen wird, so wird er beim Eintritte in den Krystall in einen hohlen Strahlenkegel getheilt, dessen Strahlen, an der zweiten Oberfläche parallel mit ON austretend, einen hohlen Strahlencylinder bilden.

Auch die Existenz der inneren conischen Refraction fand Lloyd durch den Versuch bestätigt, und zwar lässt sich diese Erscheinung leichter beobachten als die der äusseren conischen Refraction. Fig. 732 stellt einen zu diesem Zwecke geeigneten Apparat dar. Eine ungefähr 3 mm hohe Arragonitsäule, welche durch zwei einander parallele, rechtwinklig zu einer der beiden optischen Axen stehende

Flächen begrenzt ist, ist mittelst Kork in die kurze Metallröhre *a* eingesteckt. Das Rohr *a* steckt wieder in einer unten offenen Messinghülse *b*, welche zwischen zwei auf einer Metallplatte *c* befestigten Säulchen (das hintere erscheint in unserer Figur beinahe gänzlich verdeckt) um eine horizontale Axe drehbar ist. Eine feine Drehung um diese horizontale Axe wird mittelst der Schraube *s* und der Feder *f* bewirkt.

Gerade unter dem Krystall ist in der Bodenplatte *c* eine kreisförmige Oeffnung angebracht, welche durch ein mit mehreren ganz feinen Nadelstichen versehenes Stanniolblättchen verschlossen ist.

Fig. 733.

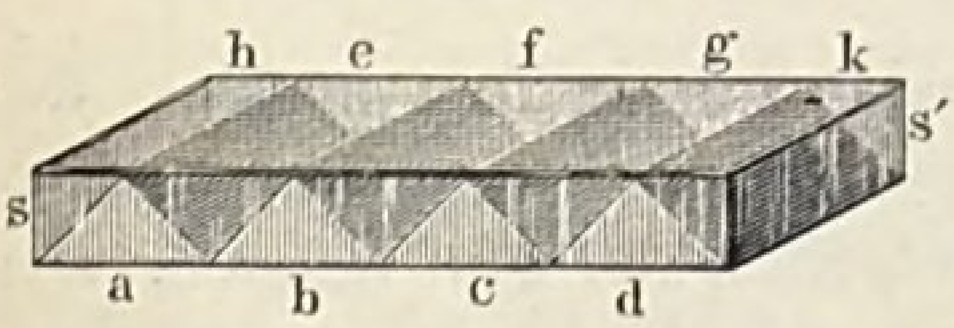


Dieser Apparat wird mit seiner Bodenplatte so auf das Tischlein eines Mikroskops von 30- bis 40-maliger Vergrösserung gesetzt, dass das Licht vom Erleuchtungsspiegel durch die feinen Löcher im Stanniolblatt auf den Arragonitkrystall fällt.

Bei richtiger Einstellung bildet das Licht, welches durch eine kleine Oeffnung auf den Arragonitkrystall gefallen ist und denselben in der Richtung der einen optischen Axe durchlaufen hat, einen Lichtring, wie bei Nr. 1 in Fig. 733 vergrössert dargestellt ist. Nur etwas aus der richtigen Lage entfernt, erscheint der Lichtring an zwei einander diametral gegenüber liegenden Stellen unterbrochen, Nr. 2, Fig. 733; bei noch weiterer Entfernung aus der richtigen Einstellung ziehen sich die Lichtbogen mehr und mehr zusammen, bis sie endlich auf isolirte Lichtpunkte reducirt erscheinen, wie bei Nr. 3, Fig. 733.

Doppelte Brechung des gepressten Glases. Wir haben 393
bisher die wichtigsten Erscheinungen der doppelten Brechung in Krystallen betrachtet, in welchen die Ungleichheit der Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen eine Folge der krystallinischen Structur ist; allein auch in solchen Körpern, die sonst keine doppelte Brechung haben, lässt sich durch äussere Ursachen, etwa durch einen einseitigen Druck, durch eine ungleiche Erwärmung, eine solche Anordnung der Theilchen hervorbringen, dass die Elasticität des Aethers nicht mehr nach allen Richtungen dieselbe bleibt, dass sie also doppeltbrechend werden. Um diese wichtige Thatsache nachzuweisen, hat Fresnel folgenden Versuch ausgesonnen.

Fig. 734.



Vier rechtwinklige Glasprismen *a*, *b*, *c*, *d* (Fig. 734), welche einander vollkommen gleich sind, werden auf einer horizontalen Ebene mit denjenigen Flächen neben einander gelegt, welche dem rechten Winkel

gegenüber liegen; von beiden Seiten legt man nun gegen die Enden Streifen von Kartenpapier und auf dieselben feste Stahlstreifen; dann werden die Prismen in einer passenden Zwinge durch einen Druck zusammengepresst, welcher in der Richtung der Längenaxe der Prismen wirkt. Während nun die Theilchen der Glasprismen durch den starken Druck in einem gespannten Zustande erhalten werden, legt man drei rechtwinklige Glasprismen e, f, g in die durch die ersteren gebildeten Rinnen, setzt dann auch noch auf beiden Seiten zwei Prismen h und k von 45^0 an, um so ein Parallelepiped zu erhalten, dessen äusserste Seiten s und s' einander parallel sind; alle Prismen sind endlich zusammengekittet, um partielle Reflexionen an den verschiedenen Flächen zu vermeiden.

Sieht man durch dieses System hindurch, so dass die Lichtstrahlen an der Fläche s eintreten, bei s' aber nach dem Auge austreten, so erblickt man einen Visirpunkt, der ungefähr 1 m weit vom Auge entfernt ist, doppelt, und zwar erscheinen die beiden Bilder ungefähr 1 mm weit und selbst noch weiter von einander entfernt. Die beiden Strahlen besitzen alle Eigenschaften von Strahlen, welche einen doppeltbrechenden Körper durchlaufen haben.

Sehr schön lässt sich, wie Biot zuerst 1820 gezeigt, die doppelte Brechung und dadurch bedingte Polarisation an einer ungefähr 2 m langen schmalen Glasplatte zeigen, während man dieselbe durch Reiben mit einem feuchten Tuche zu longitudinalen Schwingungen veranlasst. Sie erleidet dadurch an den Knotenpunkten nach der Länge gerichtete Verdünnungen und Verdichtungen, welche zur Folge haben, dass auch die Aetherschwingungen nach der Länge der Platte anders erfolgen als nach der Quere, wodurch also der Glasstreifen periodisch die Eigenschaften einer parallel der optischen Axe geschnittenen einaxigen Krystallplatte erhalten muss. Wir haben im §. 374 abgeleitet, dass eine zwischen gekreuzten Polarisator und Analysator gebrachte Turmalinplatte das Gesichtsfeld, welches vorher dunkel ist, erhellen muss, und zwar am meisten bei einer Lage der optischen Axe unter 45^0 gegen die Polarisationsebene des Polarisators und Analysators.

Halten wir also statt der Turmalinplatte einen Glasstreifen zwischen den letzteren fest, so wird zunächst das Gesichtsfeld dunkel bleiben, versetzen wir nun den Glasstreifen in longitudinale Schwingungen, so wird das Gesichtsfeld erhellt und zwar auf so lange, als die Schwingungen des Glasstabes andauern.

Es ist klar, dass während jeder (Doppel-) Schwingung zweimal der Glasstreifen die ursprüngliche isotrope Beschaffenheit annimmt, daher die Aufhellungen durch Verdunkelungen unterbrochen sein müssen. Der Wechsel erfolgt jedoch zu schnell, um direct wahrgenommen zu werden. Kundt[1]) hat dies durch einen rotirenden Spiegel nachgewiesen und

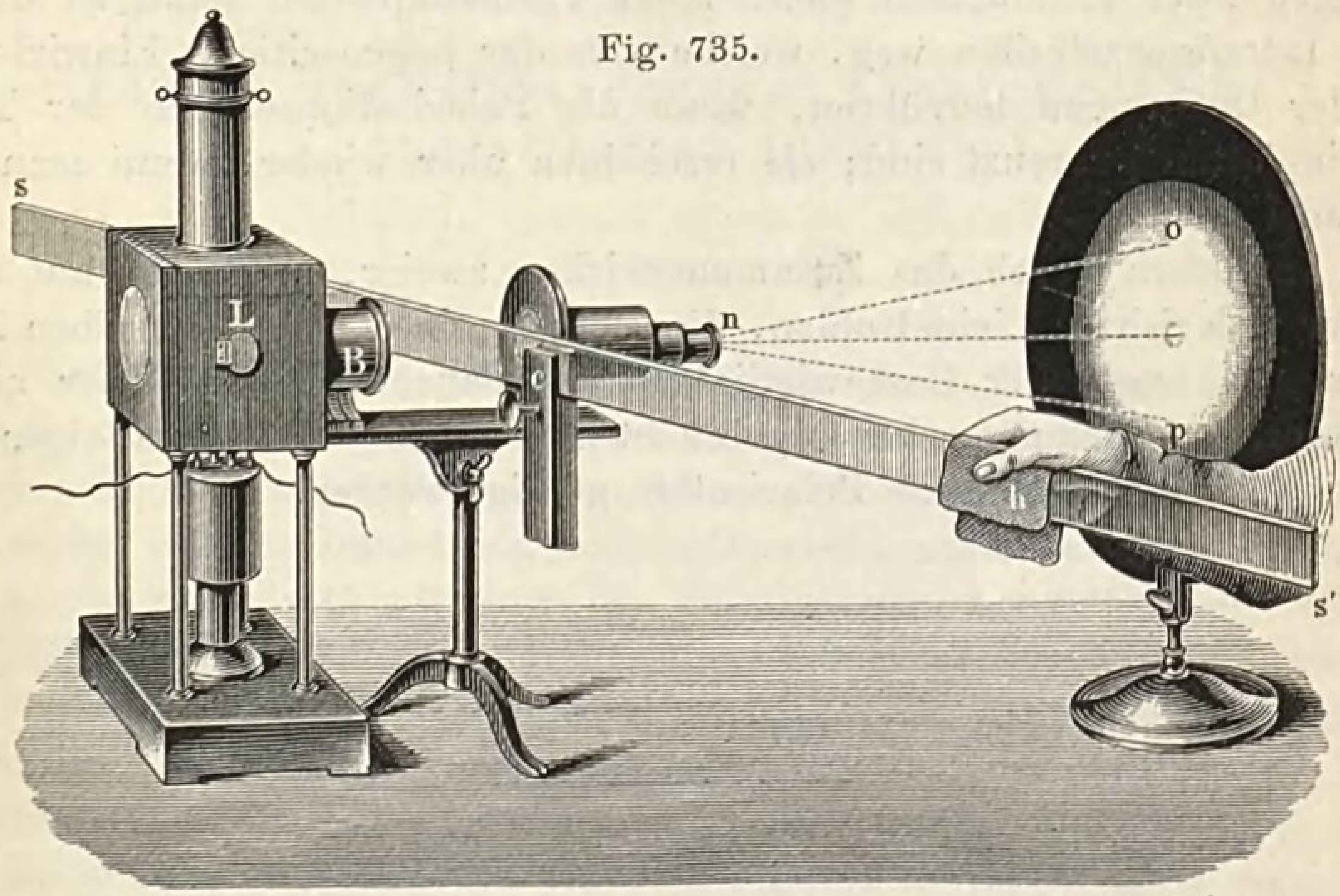
[1]) Pogg. Ann. 1864, **123**, 541.

auch gezeigt, dass die Wirkung an den Knotenpunkten am stärksten ist und dass der Stab bei der Ausdehnung optisch positiv (wie Bergkrystall), beim Zusammenziehen optisch negativ (wie Kalkspath) sich verhält. Der Kundt'sche Apparat wird auch Polarisationsvibroskop genannt.

Fig. 735 zeigt, wie dieser interessante Versuch objectiv dargestellt werden kann.

Mach (Optisch-akustische Versuche) hat diesen Gegenstand weiter untersucht und auch gezeigt, dass die halbweichen Körper, wie z. B. Canadabalsam, erwärmtes Colophonium, heisses Glas, syrupdick eingekochte Phosphorsäure, bei Druck oder Deformation momentan das Gesichtsfeld des Polarisationsapparates erhellen, dass jedoch sehr rasch

Fig. 735.



durch die molecularen Bewegungen die Wirkung der Deformation wieder aufgehoben wird.

Mit diesem Verhalten stimmen jene Vorstellungen über die Bewegungen der Molecüle, die sich in gespannter Lage befinden, überein, zu denen man auch durch Folgerungen aus den Schmelzpunktserscheinungen geführt wird [1]).

Haben die Molecüle erhitzten, weichen Glases in Folge rascher Abkühlung nicht genügend Zeit gefunden, ungespannte Lagen anzunehmen, so wird bekanntlich solches Glas spröde, es zeigt dann aber auch doppeltbrechende Eigenschaften, weshalb Hagenbach [2]) vorgeschlagen, Glaswaaren vor dem Ankaufe im Polarisationsapparat zu untersuchen.

Die durch solche künstliche Mittel in sonst isotropen Körpern hervorgerufene Doppelbrechung ist oft nicht stark genug, um mit den bis

[1]) Pfaundler: Ueber den halbflüssigen oder weichen Aggregatzustand. Wien. Akad. Ber., Bd. LXXII, 1876.

[2]) Verf. der Baseler Naturf. Ges., Bd. VI.

jetzt besprochenen Mitteln beobachtet zu werden. Leichter gelingt dies mit gewissen Farbenerscheinungen, welche später erklärt werden sollen. Wir werden dann auch nochmals auf die Erscheinungen in gekühlten und gepressten Gläsern zurückkommen.

394 **Interferenz polarisirter Lichtstrahlen.** Rechtwinklig zu einander polarisirte Lichtstrahlen können, wie Fresnel und Arago gezeigt haben, nicht durch Interferenz sich vernichten oder unterstützen, und daraus folgt, dass die Lichtvibrationen rechtwinklig zu der Richtung der Strahlen sind. Wenn man vor das Objectiv eines Fernrohres einen Schirm mit zwei Oeffnungen bringt, wenn man dann vor die Oeffnungen zwei vollkommen gleich dicke Turmalinplatten setzt, so fallen alle Interferenzstreifen weg, welche von der gegenseitigen Einwirkung beider Oeffnungen herrühren, wenn die Polarisationsebenen der Turmalinplatten gekreuzt sind; sie erscheinen aber wieder, wenn man sie parallel stellt.

Inwiefern durch das Zusammenwirken zweier, senkrecht auf einander polarisirter Lichtstrahlen, die sich in einem und demselben Medium mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, neue, bisher nicht besprochene Wirkungen hervorgebracht werden, das soll in dem folgenden Capitel über chromatische Polarisation gezeigt werden.

Achtzehntes Capitel.

Chromatische Polarisation

oder

die Farben doppeltbrechender Krystallplatten im polarisirten Lichte.

Uebersicht der Erscheinungen. Im §. 374 haben wir mitgetheilt, dass durch das Dazwischensetzen einer axenparallelen doppeltbrechenden Krystallplatte zwischen Polarisator und gekreuztem Analysator das vorher dunkle Gesichtsfeld aufgehellt werde, sobald die Schwingungsrichtungen der Platte mit jenen des Polarisators oder Analysators einen von 90^0 abweichenden Winkel einschliessen. Diese Beobachtung bezieht sich aber nur auf Krystallplatten, welche eine gewisse Dicke überschreiten. Macht man denselben Versuch mit sehr dünnen Platten, wobei die Grenze der Dicke, welche nicht überschritten werden darf, von der Natur des betreffenden Krystalls abhängt, so treten ganz neue Erscheinungen auf, die oft durch die Schönheit der dabei sichtbar werdenden Farben überraschen. 395

Legt man eine recht dünne Platte eines einaxigen oder auch zweiaxigen Krystalls, welche so geschnitten oder gespalten ist, dass die optische Axe oder bei zweiaxigen Krystallen die beiden optischen Axen in der Schnittebene liegen, also z. B. eine derartige Kalkspath- oder eine Quarzplatte oder ein parallel der Axe gespaltenes Gypsblättchen zwischen Polarisator und Analysator eines Polarisationsapparates, so erscheint im Allgemeinen die Krystallplatte mehr oder weniger lebhaft gefärbt. Je nachdem man dann die Krystallplatte selbst oder den Analysator dreht, ändert sich entweder die Intensität der Färbung oder auch die Färbung selbst. Bei einfarbigem Lichte ändert sich nur die Intensität der Färbung. Ausserdem überzeugt man sich leicht, dass die Dicke der Platte auf die Erscheinung Einfluss nimmt und dass dieselbe, wie bereits erwähnt wurde, über eine gewisse Dicke hinaus verschwindet.

Zu diesen Versuchen eignet sich ganz besonders gut der natürliche Gyps, weil er sich leicht durch Spaltung in ganz dünne Blättchen von

geeigneter Beschaffenheit bringen lässt. Am besten gelingt dies mit derjenigen Varietät, welche auf dem Montmartre bei Paris gefunden wird.

Um die Blättchen, welche sehr zerbrechlich sind, zu schonen, kittet man sie mittelst Canadabalsam zwischen Glasplatten. Ausser einer kleinen Sammlung solcher Blättchen, worunter zwei gleich dicke sein müssen, benöthigt man zu den Versuchen noch eine keilförmig geschliffene Gypsplatte, welche dazu dient, den Einfluss der Dicke zu demonstriren und welche ausserdem noch einige wichtige Anwendungen zulässt.

Als Polarisationsapparat benutzt man zu diesen Versuchen meistens den Nörrenberg'schen, wobei man als Analysator am bequemsten ein Nicol'sches Prisma anwendet, oder bei kleinen Objecten das später zu beschreibende Polarisationsmikroskop. Doch lassen sich die Erscheinungen, wie wir zeigen werden, auch objectiv darstellen.

Die Gypskrystalle sind, wie eben erwähnt wurde, nach einer Richtung vollkommen spaltbar, sie besitzen aber nach zwei anderen Richtungen noch eine unvollkommene Spaltbarkeit. Es stelle Fig. 736 ein von einem Gypskrystall vom Montmartre abgespaltenes Blättchen dar, so wird man finden, dass es parallel mit den Linien *aa* und *bb* theilbar ist; man kann demnach aus einem solchen Gypsblättchen leicht ein Stückchen in Form eines Parallelogramms (Fig. 737) herausspalten. Bringt

Fig. 736.

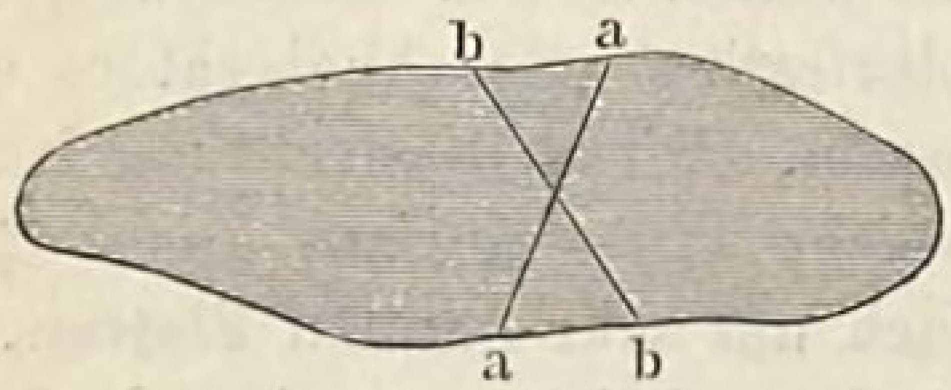
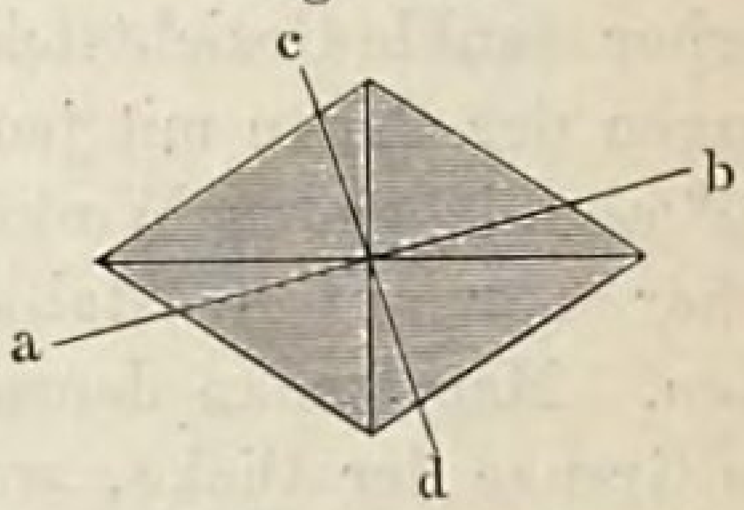


Fig. 737.



man nun ein solches Parallelogramm in den Apparat mit gekreuztem Polarisator, so findet man, dass das Gypsblättchen ganz dunkel erscheint wenn eine Linie *ab* (Fig. 736), die mit der Halbirungslinie des spitzen Winkels des Blättchens einen Winkel von nahe 20^0 macht, mit der Polarisationsebene des unteren Spiegels zusammenfällt, oder darauf rechtwinklig steht.

Wir wollen deshalb die durch *ab* gelegte, auf der Ebene des Blättchens senkrecht stehende Ebene mit dem Namen Hauptschnitt bezeichnen, da sie eine analoge Rolle spielt, wie die Hauptschnittebene einer axenparallelen Turmalinplatte.

Bei den nun zu besprechenden Versuchen verwendet man gewöhnlich weisses Tageslicht; um jedoch die später zu gebende Erklärung der Erscheinungen zu erleichtern, wollen wir uns auch einfarbiges, z. B. Kochsalzlicht, angewendet denken oder annehmen, dass man die Erscheinungen durch ein rothes Glas betrachte. Um ferner zugleich den Einfluss der Dicke zu übersehen, wenden wir den Gypskeil an, auf dessen Fassung wir durch einen vorläufigen Versuch die Richtung des Hauptschnittes *ab* gekennzeichnet haben.

I. Versuchsreihe. Die Polarisationsebenen des Polarisators und Analysators sind gekreuzt.

A. Im monochromatischen Lichte:

Der Gypskeil erscheint im Allgemeinen mit hellen und dunklen Streifen, welche gleich weit von einander abstehen und der Kante parallel gehen.

Beim Drehen des Gypskeiles in seiner Ebene um 360° verschwinden in vier Lagen die Streifen und wird das Gesichtsfeld dunkel. Es sind dies die Lagen, wo der Hauptschnitt einer der Polarisationsebenen parallel, also auf der anderen senkrecht steht. In den vier um 45° davon abweichenden Zwischenlagen erscheinen die Streifen am intensivsten.

Ein Gypsblättchen erscheint in allen Lagen wie eine gleich dicke Stelle des Gypskeiles. Beim Drehen des Blättchens bleibt es also entweder immer gleich dunkel, wenn die Dicke dieselbe ist wie die des Keiles an den Stellen der dunklen Streifen, oder es wird abwechselnd dunkel und hell bei dazwischenliegender Dicke, und zwar dunkel, wenn der Hauptschnitt parallel einer der beiden Polarisationsebenen liegt, hell in den Zwischenlagen, am hellsten in den 45°-Stellungen.

Aendert sich die Lichtsorte, so muss, um genau dieselben Erscheinungen zu erhalten, die Dicke der Blättchen proportional der Wellenlänge der Lichtsorte geändert werden. Die Streifen des Gypskeiles werden daher schmäler, wenn man brechbareres Licht anwendet.

B. Im weissen Lichte:

Der Gypskeil zeigt im Allgemeinen parallele farbige Streifen, welche mit den Newton'schen Farben sehr nahe übereinstimmen.

Beim Drehen des Gypskeiles um 360° verschwinden in vier Lagen die farbigen Streifen und das Gesichtsfeld wird dunkel. Dies geschieht, so oft der Hauptschnitt einer der beiden Polarisationsebenen parallel, also auf der anderen senkrecht liegt. In den Zwischenlagen ist die Art der Färbung immer dieselbe, jedoch am intensivsten bei den 45°-Stellungen.

Ein Gypsblättchen erscheint im Allgemeinen gleichförmig gefärbt in einer Newton'schen Farbe wie eine gleich dicke Stelle des Keiles. Beim Drehen des Blättchens verschwindet daher in den vier Parallellagen die Farbe und wird

das Feld dunkel, in den Zwischenlagen erscheint dieselbe Farbe wieder und wird am intensivsten in der 45°-Lage. Hat das Gypsblättchen Stellen ungleicher Dicke, so erscheint es buntscheckig gefärbt.

II. Versuchsreihe. Die Polarisationsebenen des Polarisators und Analysators sind parallel.

A. Im monochromatischen Lichte:

Die Erscheinungen verlaufen wie unter I. *A.*, nur tritt an die Stelle von Dunkelheit Helligkeit und umgekehrt.

B. Im weissen Lichte:

Die Erscheinungen verlaufen wie unter I. *B.*, nur tritt an Stelle der Dunkelheit Helligkeit und an Stelle jeder Farbe die zu ihr complementäre.

III. Versuchsreihe. Polarisator und Gypsblättchen bleiben unverrückt, der Analysator wird gedreht.

Die Angabe der dabei eintretenden Erscheinungen ist grösstentheils bereits in I. und II. enthalten. Wir wollen sie nochmals in Folgendem zusammenfassen.

A. Der Hauptschnitt des Gypskeiles oder Blättchens ist unter 45° gegen die Polarisationsebene des Polarisators geneigt. Beim Drehen des Analysators treten die hellen und dunklen oder die farbigen Streifen des Keiles am lebhaftesten hervor, so oft sich die Polarisationsebene des Polarisators und Analysators rechtwinklig kreuzen oder parallel stehen; sie verschwinden, so oft die Polarisationsebene des Analysators und der Hauptschnitt des Gypses parallel oder senkrecht auf einander stehen.

Ein Gypsblättchen wird während einer ganzen Umdrehung des Analysators viermal lebhaft gefärbt und ebenso oft farblos. Die Färbung ist aber in anstossenden Quadraten complementär, also in übers Eck stehenden Quadranten gleich, sie ist am lebhaftesten bei paralleler oder senkrechter Stellung beider Polarisationsebenen, sie verschwindet bei den 45°-Stellungen des Analysators, also wenn dessen Polarisationsebene parallel oder senkrecht zum Hauptschnitte ab liegt.

B. Der Hauptschnitt ab des Gypskeiles oder -Blättchens geht parallel oder senkrecht zum Polarisator.

In diesem Falle treten bei der Drehung des Analysators weder Streifen, noch Farben auf.

C. Bei jeder anderen Lage des Gypses treten während der Drehung des Analysators Streifen und Farben wie bei *A* jedoch in geringerer Intensität auf.

IV. Versuchsreihe. Es werden zwei Gypsblättchen über einander gelegt.

A. Die Hauptschnitte *ab* der Gypsblättchen liegen parallel.

Alle Erscheinungen finden so statt, als hätte man ein Gypsblättchen von der Dicke gleich der Summe der Dicken der einzelnen Blättchen angewendet.

B. Die Hauptschnitte *ab* liegen senkrecht auf einander.

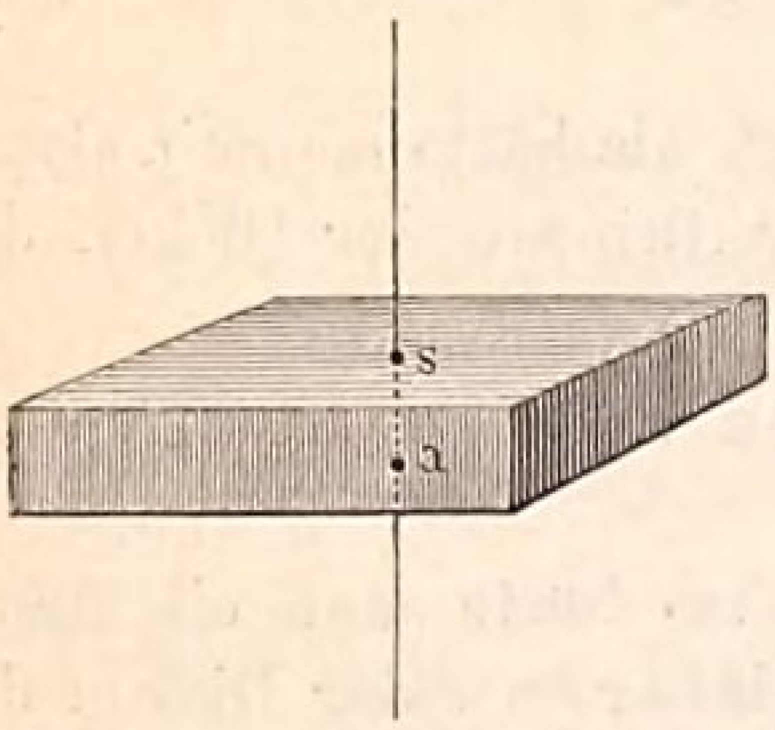
Alle Erscheinungen erfolgen so, als hätte man ein Blättchen von einer Dicke gleich der Differenz der Dicken der einzelnen Blättchen angewendet. Sind daher in diesem Falle die beiden gekreuzten Blättchen gleich dick, so erscheinen sie in dem über einander liegenden Theile farblos und dunkel zwischen gekreuzten, hell zwischen parallelen Polarisationsebenen, während die vorstehenden Theile entsprechend ihrer Dicke und Lage gleich gefärbt erscheinen.

C. Legt man den Gypskeil mit seinem Hauptschnitte *ab* unter 45° zwischen die gekreuzten Polarisationsebenen und ein beliebiges Gypsblättchen mit seinem Hauptschnitte *ab* senkrecht über den des Keiles, so erscheint an jener Stelle des letzteren, der dieselbe Dicke hat wie das Blättchen, auch im weissen Lichte ein schwarzer Streifen. Derselbe verwandelt sich in einen weissen Streifen, wenn der Analysator dem Polarisator parallel gestellt wird.

Erklärung der Erscheinungen an Gypsblättchen im Polarisationsapparate. 396 Die auffallende Aehnlichkeit der beschriebenen Erscheinungen an Gypsblättchen mit jenen, welche an sehr dünnen Blättchen überhaupt stattfinden und im §. 346 beschrieben wurden, lässt vermuthen, dass wir es auch hier mit einer Interferenzerscheinung zu thun haben und in der That lassen sich alle beschriebenen Phänomene durch die Annahme erklären, dass die beiden polarisirten Strahlen, welche das Gypsblättchen mit verschiedener Geschwindigkeit durchsetzen, in jenen Componenten, welche sich im Analysator fortpflanzen können, zur Interferenz kommen. Während also bei den „Farben dünner Blättchen“ der Gangunterschied durch die ungleich langen Wegstrecken der interferirenden Strahlen zu Stande kommt, wird er hier durch die ungleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten längs der beiden Schwingungsebenen hervorgebracht.

Es stelle Fig. 738 in stark vergrössertem Maassstabe das Gypsblättchen perspectivisch dar. Der von unten kommende polarisirte Strahl trifft die Platte in a; die beiden Strahlen, in welche der einfallende Strahl durch die doppelte Brechung des Gypses getheilt wird, durchlaufen das Blättchen in gleicher Richtung, um bei s wieder auszutreten. — Zunächst haben wir nun zu untersuchen, wie die Vibrationen des einfallenden Strahles beim Eintritt in die Krystallplatte zerlegt, sodann aber wie nach dem Austritt aus der Platte die Schwingungen des ordinären und extraordinären Strahles auf die Schwingungsebene des Zerlegers reducirt werden.

Fig. 738.



In Fig. 739 stelle die Ebene des Papiers die Ebene der unteren Fläche des Gypsblättchens dar. Die Richtung der einfallenden Strahlen erscheint in a zum Punkt, die Schwingungsebene desselben erscheint in AB zur Linie verkürzt. EF und GH stellen die zur Linie verkürzten Schwingungsebenen des ordinären und des extraordinären Strahles im Gypsblättchen dar.

Bezeichnen wir die Vibrationsintensität oder Amplitude ab des einfallenden Strahles mit a, so haben wir für die Vibrationsintensitäten ac

Fig. 739.

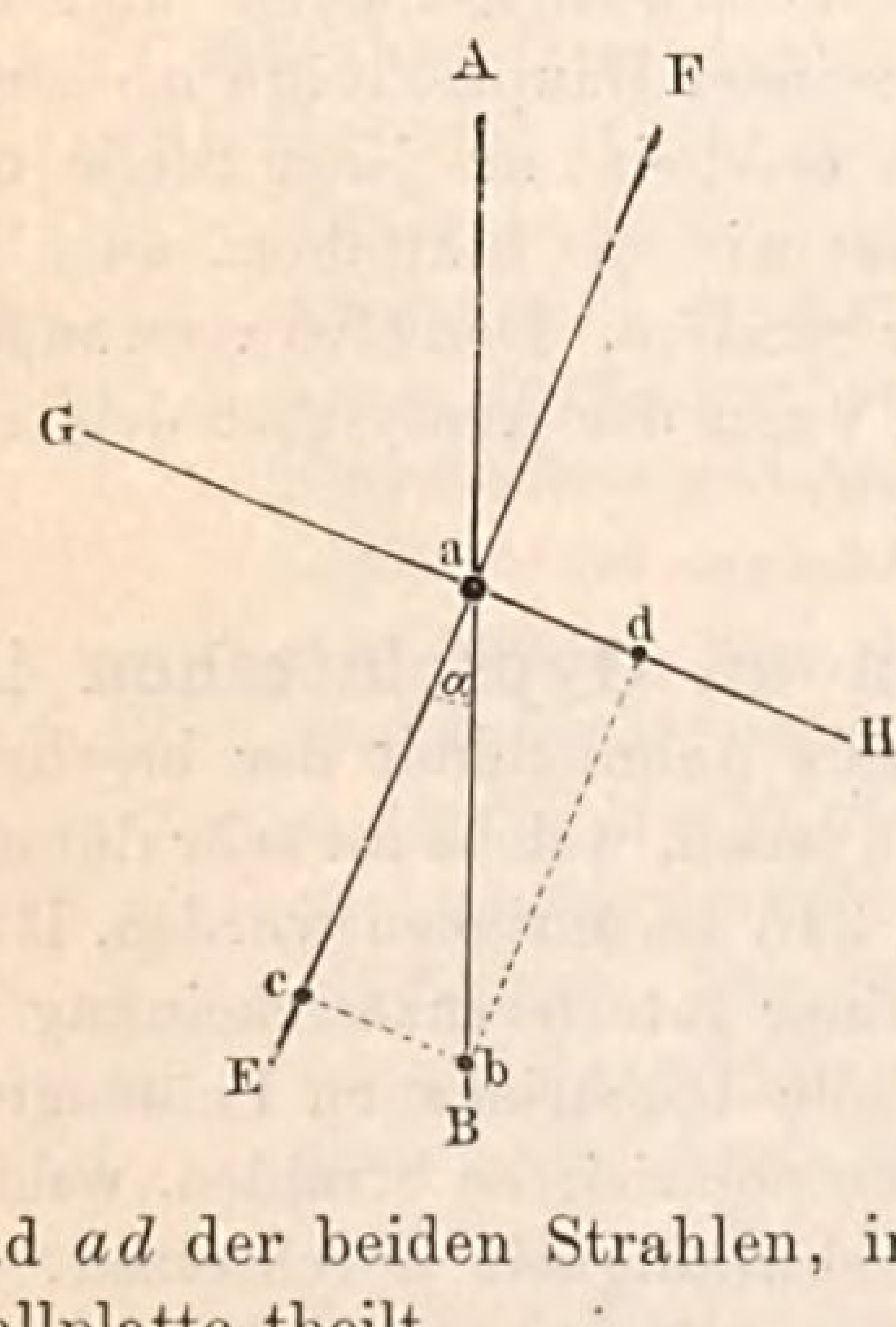
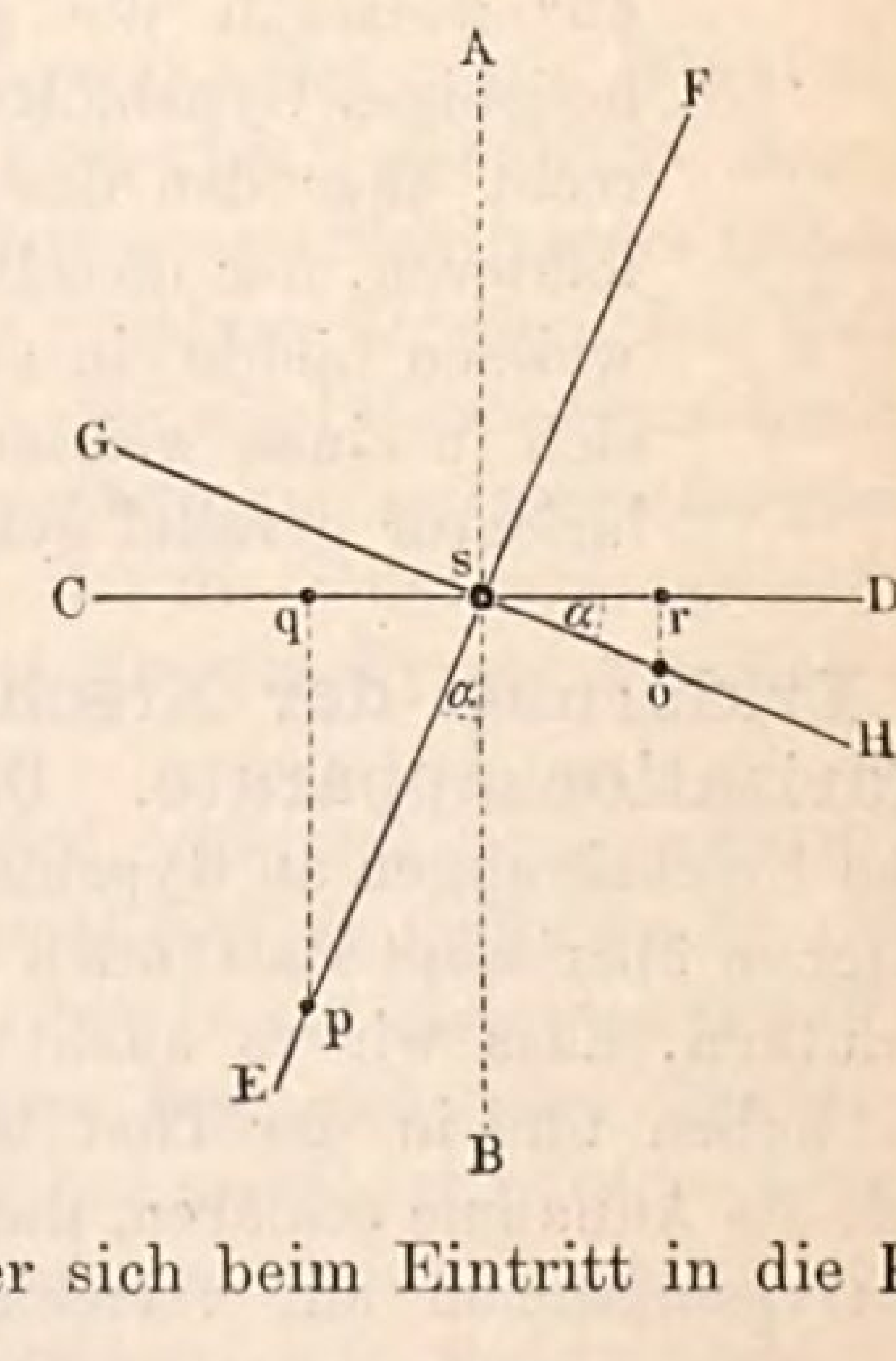


Fig. 740.



und ad der beiden Strahlen, in welche er sich beim Eintritt in die Krystallplatte theilt,

$$ac = a' = a \cdot \cos \alpha$$

und

$$ad = a'' = a \cdot \sin \alpha,$$

wenn α den Winkel bezeichnet, welchen EF, die eine der Schwingungsebenen im Krystall, mit AB, der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen macht.

Mit diesen Vibrationsintensitäten treten nun auch die beiden Strahlen in der oberen Fläche des Gypsblättchens bei s wieder aus. Stellt in Fig. 740 die Ebene des Papiers die obere Ebene des Gypsblättchens dar, so ist also die Vibrationsintensität sp des einen austretenden Strahles gleich a', die Vibrationsintensität so des anderen ist aber gleich a''.

Da nun aber die Elasticität des Aethers im Krystall nach der Richtung EF eine andere ist als nach der Richtung GH, so wird auch der nach EF schwingende Strahl mit einer anderen Geschwindigkeit durch den Krystall sich fortpflanzen als der nach GH schwingende, der eine Strahl wird also dem anderen um eine bestimmte Strecke x, also um eine bestimmte Anzahl von Wellenlängen oder Bruchtheilen von solchen, vorauseilen. Wenn N die Anzahl der Wellenlängen ist, welche für den einen Strahl zwischen a und s liegen, so liegen für den anderen Strahl $N + \frac{x}{\lambda}$ Wellenlängen auf diesem Wege as, wenn also

$$v' = a' \, . \, sin \left(2 \pi \frac{t}{T}\right)$$

die Vibrationsgeschwindigkeit eines Aethertheilchens in der Austrittsfläche für den nach EF schwingenden Strahl ist, so ist

$$v'' = a'' \, sin \, 2 \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

die gleichzeitige Vibrationsgeschwindigkeit desselben Aethertheilchens für den nach GH schwingenden.

Die beiden bei s austretenden Strahlen können aber nicht sofort interferiren, weil ihre Schwingungsebenen rechtwinklig zu einander sind; die Interferenz wird aber zwischen den Componenten eintreten, welche durch die Zerlegung der beiden austretenden Strahlen längs der Schwingungsebene des Analysators hervorgehen.

Betrachten wir zunächst den Fall, dass die Schwingungsebene CD des Zerlegers rechtwinklig stehe auf der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen, dass also GH mit CD einen Winkel α mache, welcher gleich ist dem Winkel, den die Schwingungsebene EF mit AB macht, so wird

$$sq = a' \, . \, sin \, \alpha = a \, cos \, \alpha \, . \, sin \, \alpha$$

die Vibrationsintensität des einen, und

$$sr = a'' \, . \, cos \, \alpha = a \, . \, sin \, \alpha \, . \, cos \, \alpha$$

die Vibrationsintensität des anderen aus dem Gypsblättchen austretenden Strahles nach ihrer Reduction auf die Schwingungsebene CD sein. Die Vibrationsintensitäten sr und sq sind, wie man leicht übersieht, der Grösse nach gleich, der Richtung nach aber sind sie entgegengesetzt, wir wollen sie deshalb kurz mit b und mit $-b$ bezeichnen. Ist also die Vibrationsgeschwindigkeit, welche der eine der auf die Schwingungsebene CD reducirten Strahlen einem auf seinem Wege liegenden Aethertheilchen in einem bestimmten Momente mittheilt,

$$u' = b \, . \, sin \left(2 \pi \frac{t}{T}\right),$$

so ist die Vibrationsgeschwindigkeit, mit welcher dasselbe Aethertheilchen gleichzeitig durch den anderen auf *CD* reducirten Strahl afficirt wird,

$$u'' = - b \, . \, sin \, 2 \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Aus den früher abgeleiteten Interferenzgesetzen ergiebt sich aber für die Vibrationsintensität des Strahles, welcher durch die Interferenz der beiden eben besprochenen gebildet wird,

$$B = b \sqrt{2 - 2 \cos \left(2 \pi \frac{x}{\lambda}\right)} \quad \cdots \cdots \quad 1)$$

Da nun aber die Lichtstärke dem Quadrate der Amplitude oder Vibrationsintensität proportional ist, so haben wir für die Lichtstärke der in der angegebenen Weise durch Interferenz gebildeten Strahlen den Werth

$$J = 2 b^2 \left(1 - \cos 2 \pi \frac{x}{\lambda}\right) \quad \cdots \cdots \quad 2)$$

Die Lichtintensität J ist also abhängig von der Lage des Blättchens, denn sie ist eine Function des Winkels α, von welchem der Werth des Factors b abhängt; dann ist J aber auch abhängig von der Dicke des Blättchens, also auch von x.

Untersuchen wir zunächst, wie J von x abhängt. J wird gleich Null, wenn

$$x = 0, \; x = \lambda, \; x = 2 \lambda, \; x = 3 \lambda \text{ etc.}$$

ist, während durch die Interferenz der beiden besprochenen Strahlen ein Maximum von Lichtstärke entsteht, nämlich $J = (2 b)^2$, wenn

$$x = \tfrac{1}{2} \lambda, \; x = \tfrac{3}{2} \lambda, \; x = \tfrac{5}{2} \lambda \text{ etc.}$$

Ein Gypsblättchen wird also zwischen den gekreuzten Polarisationsebenen dunkel erscheinen, wenn der eine Strahl dem anderen um eine ganze Anzahl von Wellenlängen vorausgeeilt ist, dagegen erscheint das Gypsblättchen im Maximum der Helligkeit, welche für seine Lage möglich ist, wenn das Vorauseilen des einen Strahles vor dem anderen ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt.

Nun aber ist, wie schon bemerkt, der Factor b vom Winkel α abhängig, denn es ist

$$b = a \, . \, sin \alpha \, . \, cos \alpha.$$

Es wird also

$$b = 0 \text{ und also auch } J = 0,$$

wenn $\alpha = 0$ oder $\alpha = 90^0$ ist. Wenn also eine der Schwingungsebenen im Gypsblättchen mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen zusammenfällt, so bleibt das Gypsblättchen bei gekreuzten Spiegeln dunkel, welches auch der Werth von x, welches also auch seine Dicke

sein mag. Dagegen wird der Werth von b ein Maximum, nämlich $b = \frac{a}{2}$ für $\alpha = 45^0$. In seiner grössten Helligkeit

$$J = \frac{a^2}{2}\left(1 - \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

erscheint also das Gypsblättchen zwischen gekreuzten Polarisationsebenen, wenn es so gelegt ist, dass jede der Schwingungsebenen im Krystallblättchen einen Winkel von 45^0 mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen macht.

In analoger Weise erklären sich die Erscheinungen an Gypsblättchen zwischen parallelen Polarisationsebenen.

Werden die Schwingungen so und sp (Fig. 741) nach einer Ebene AB zerlegt, die mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen

Fig. 741.

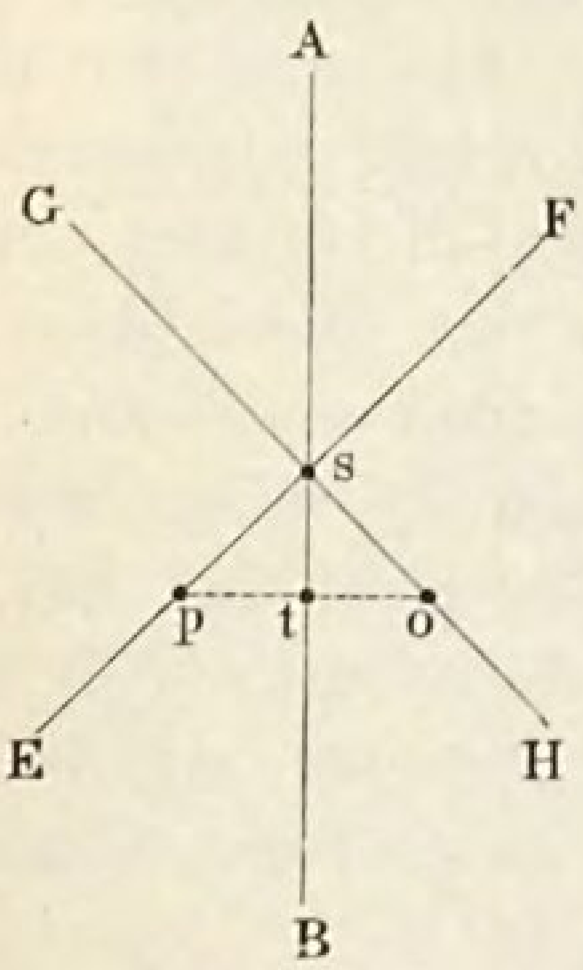
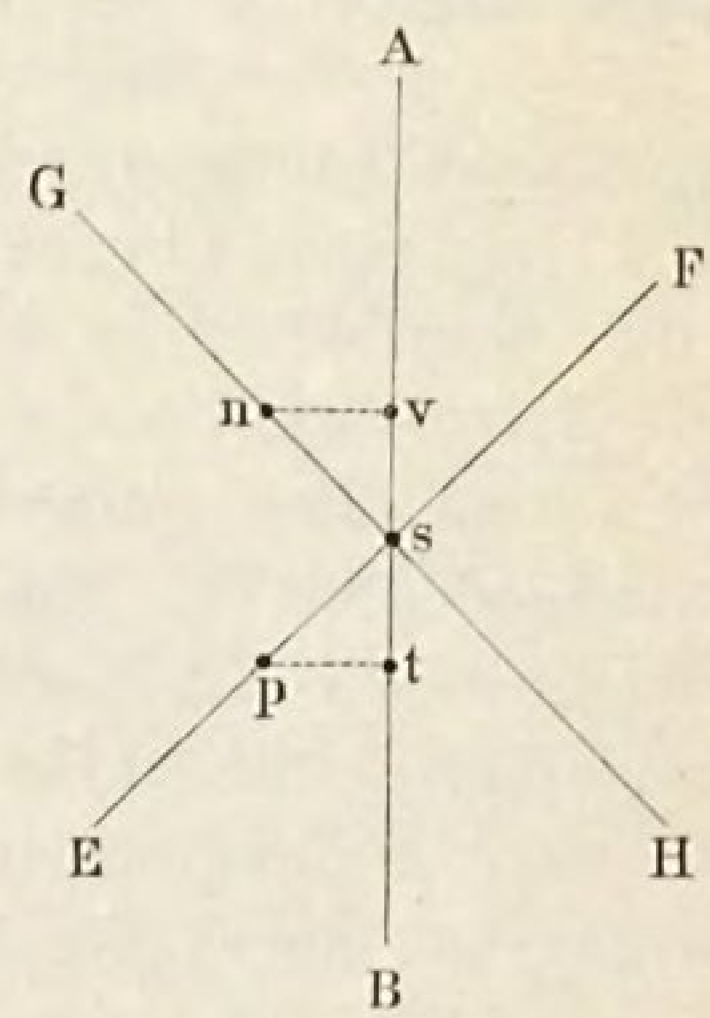


Fig. 742.



parallel ist, so erzeugen beide eine Schwingung nach derselben Richtung st; nach der Zerlegung durch den Analysator werden sich also die beiden Wellensysteme unterstützen müssen.

Für einfarbiges Licht erscheinen also zwischen parallelen Polarisationsebenen diejenigen Stellen hell, welche genau so dick sind, dass ein Strahl im Krystalle dem anderen gerade um eine oder mehrere ganze Wellenlängen voraneilt. Zwischen parallelen Polarisationsebenen werden also gerade diejenigen Stellen der keilförmigen Platte durch das rothe Glas hell erscheinen, die zwischen gekreuzten dunkel waren; diejenigen Stellen aber, die bei der gekreuzten Stellung hell erschienen, sind nun dunkel.

Von dieser letzteren Behauptung, dass zwischen parallelen Polarisationsebenen gerade die Stellen dunkel erscheinen müssen, in welchen der eine Strahl dem anderen um $\frac{1}{2}$ oder ein ungerades Vielfaches von $\frac{1}{2}$ Wellenlänge vorausgeeilt ist, überzeugt man sich durch Betrachtung der Fig. 742, ohne dass eine weitere Erläuterung nöthig wäre.

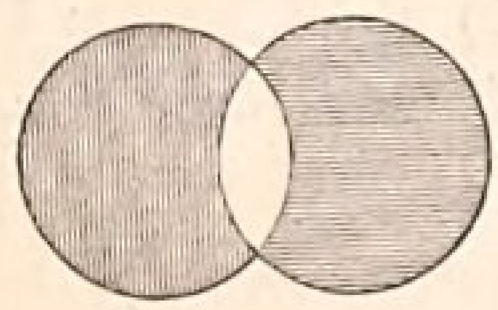
Nehmen wir nun weisses Licht statt des einfarbigen, so werden bei parallelen Polarisationsebenen gerade diejenigen Farben im Ton des

Gypsblättchens vorherrschen, die ihm bei gekreuzter Stellung fehlen; diejenigen Farben aber werden hier am wenigsten betheiligt sein, die bei gekreuzter Stellung vorherrschen.

Demzufolge findet zwischen der Farbe, welche ein Gypsblättchen zwischen gekreuzten und derjenigen, welche es zwischen parallelen Polarisationsebenen zeigt, eine solche Beziehung statt, dass sie sich gegenseitig zu Weiss ergänzen; es sind also Complementärfarben, die hier in grösster Reinheit und Schönheit sich zeigen.

Ersetzt man den Zerlegungsspiegel des Apparates durch ein doppeltbrechendes Prisma, so sieht man zwei Bilder des Gypsblättchens, welche complementär gefärbt sind; diese Färbung ist am stärksten, wenn die Schwingungsebene des einen Strahles im Kalkspathprisma mit der Schwingungsebene des Polarisationsspiegels zusammenfällt. Die Stelle, wo die beiden Bilder über einander fallen, erscheint weiss. Am schönsten lässt sich dies zeigen, wenn man das Gypsblättchen mit einem schwarzen Schirm bedeckt, in welchem nur eine runde Oeffnung sich befindet, unter der gerade das Gypsblättchen liegt; man sieht dann durch das doppeltbrechende Prisma zwei farbige Kreise, deren Farben complementär sind; da aber, wo sie über einander fallen, erscheinen sie weiss, wie dies in Fig. 743 angedeutet ist. Eine farbige Abbildung giebt Taf. XII, Fig. 1.

Fig. 743.



Bezeichnen wir mit λ eine Wellenlänge in Luft, mit α den kleinsten Hauptbrechungsquotienten im Gyps, mit γ den grössten, mit d die Dicke des Blättchens (Keiles), mit n eine ganze Zahl, so sind die Wellenlängen im Gyps gegeben durch die Ausdrücke

$$\frac{\lambda}{\alpha} \text{ und } \frac{\lambda}{\gamma},$$

die Anzahl der Wellen auf die Dicke des Blättchens sind

$$\frac{d\,\alpha}{\lambda} \text{ und } \frac{d\,\gamma}{\lambda},$$

der Gangunterschied beider beträgt demnach $d\,\frac{\gamma - \alpha}{\lambda}$ Wellen. So oft dieser Gangunterschied eine ungerade Anzahl halber Wellen beträgt, werden die beiden Componenten nach Zurückführung auf die gekreuzte Schwingungsebene des Analysators sich unterstützen, bei einer geraden Anzahl werden sie sich vernichten.

Man erhält daher ein Maximum der Helligkeit für

$$d \cdot \frac{\gamma - \alpha}{\lambda} = n - \tfrac{1}{2},$$

also für

$$d = (n - \tfrac{1}{2})\,\frac{\lambda}{\gamma - \alpha},$$

dagegen ein Minimum der Helligkeit für

$$d = n \frac{\lambda}{\gamma - \alpha},$$

wo für n die Werthe 0, 1, 2, 3.... zu setzen sind.

Wäre der Unterschied der Brechungsquotienten $\gamma - \alpha$ für alle Farben gleich gross, so könnten wir zur Ableitung der Farben der Gypsblättchen und des Gypskeiles ein analoges graphisches Verfahren einschlagen, wie für die Newton'schen Farben dünner Blättchen im §. 346, Fig. 593.

Nach den Messungen von V. v. Lang giebt über diese Werthe von $\gamma - \alpha$ die folgende Tabelle Aufschluss:

Fraunhofer's Linien	G	F	E	D	C	B
λ [1])	0,000 431 12	0,000 486 22	0,000 527 13	0,000 589 42	0,00065623	0,00068741
α	1,530 860	1,526 303	1,523 726	1,520 717	1,518 345	1,517 457
γ	1,540 716	1,536 074	1,533 482	1,530 483	1,528 138	1,527 264
$\gamma - \alpha$. . .	0,009 856	0,009 771	0,009 756	0,009 766	0,009 793	0,009 807

Das arithmetische Mittel der Werthe von $\gamma - \alpha$ ist 0,009 791 5 und weicht von den extremsten Werthen erst in der fünften Decimalstelle ab. Da diese Zahlen aus den Messungsresultaten nach einer Dispersionsformel interpolirt wurden und von den einzelnen Messungen in der vierten bis fünften Decimale abweichen, so ist es für unsere Zwecke wohl erlaubt, den Mittelwerth 0,009 79 als Constante für $\gamma - \alpha$ anzunehmen. Vergleichen wir nun die Dicke δ einer Luftschichte, welche Newton'sche Farben giebt, mit der Dicke eines Gypsblättchens, so haben wir für die correspondirenden Maxima und Minima folgende Werthe:

		Minimum	Maximum	Minimum	Maximum
Dicke der Luft	δ	0	$^1/_4\,\lambda$	$^2/_4\,\lambda$	$^3/_4\,\lambda$ etc.
„ des Gypses	d	0	$^1/_2 \frac{\lambda}{\gamma - \alpha}$	$\frac{\lambda}{\gamma - \alpha}$	$1^1/_2 \frac{\lambda}{\gamma - \alpha}$ etc.

Es ist demnach das Verhältniss der Dicke des Gypsblättchens d zur Dicke einer äquivalenten Lichtschicht δ gegeben durch:

$$\frac{d}{\delta} = \frac{2}{\gamma - \alpha} = \frac{2}{0{,}009\,79} = 204{,}3.$$

Ein Gypsblättchen giebt also im Polarisationsapparate mit grosser Annäherung dieselben Farben, wie eine Luftschichte von $\frac{1}{204{,}3}$ derselben Dicke im natürlichen Lichte, und zwar entspricht der Fall der gekreuzten Schwingungsebene dem von der Luftschichte reflectirten

[1]) Nach Ditscheiner.

Lichte, während bei paralleler Schwingungsebene die complementären Farbentöne auftreten, wie beim durchgelassenen Lichte in der Luftschicht [1]).

Je mehr die beiden Brechungsquotienten α und γ von einander abweichen, desto dünner muss die Krystallplatte genommen werden, um denselben Gangunterschied hervorzubringen. Beim Kalkspath gelingt es deshalb schwer, so dünne Blättchen zu schleifen, dass die Farben im polarisirten Lichte sich zeigen. Hingegen beim Quarz, dessen beide Brechungsquotienten viel weniger von einander verschieden sind, kann die Dicke eine beträchtliche (ungefähr 20 mal so gross als beim Kalkspath) sein. Erst wenn die Dicke über 0,5 mm beträgt, hört eine Bergkrystallplatte auf, Farben zu zeigen.

Für Gypsblättchen enthält die nachfolgende, aus A. Rollet's Abhandlung entnommene Tafel die Reihefolge der Farben, der Dicken und die Eintheilung in Ordnungen.

Zur Erklärung der §. 395 unter IV aufgeführten Erscheinungen bei über einander gelegten Gypsblättchen haben wir kaum nöthig, noch Weiteres beizufügen. Dass parallel über einander liegende Blättchen wirken wie solche mit der Summe der Dicken, leuchtet sofort ein; bei gekreuzten Blättchen ist klar, dass dem Voraneilen des einen Strahles in dem unteren Blättchen ein Zurückbleiben desselben im oberen Blättchen folgen muss, dass somit der Gangunterschied, der im ersten Blättchen erzeugt wurde, im zweiten wieder verkleinert, auf Null reducirt oder in einen entgegengesetzten umgewandelt wird, je nachdem das obere Blättchen dünner, gleich dick oder dicker ist als das untere. Daraus ergiebt sich die Wirksamkeit mit der Differenz der Dicken. Da mithin gekreuzt über einander gelegte Blättchen von gleicher Dicke wirken wie gar keines, so müssen sie im gekreuzten Polarisationsapparate Dunkelheit geben. Kreuzt man daher den Gypskeil durch ein Gypsblättchen, so muss jene Stelle des Keiles dunkel erscheinen, welche mit dem Blättchen gleich dick ist.

Dies lässt sich anwenden, um mit Hülfe der keilförmigen Gypsplatte die Farbenordnung eines jeden Gypsblättchens zu bestimmen. Wenn die keilförmige Platte in der gehörigen Lage in den Apparat gebracht ist, hält man das zu prüfende Blättchen so darüber, dass die Schwingungs-

[1]) Da die älteren Angaben von Newton, Werthheim, Quincke u. A. über die Newton'schen Farben und die zugehörigen Luftdicken, wie A. Rollet (Sitzungsber. d. Wiener Akad., III. Abtheil., Bd. LXXVII, 1878) in einer sehr eingehenden Abhandlung nachgewiesen hat, theils auf unrichtigen Voraussetzungen, theils auf Missverständnissen beruhen, so haben wir vorgezogen, die von A. Rollet am Gyps beobachtete Reihenfolge der Farben und die auf Luft umgerechneten Dicken im §. 346 für die Farben dünner Blättchen zu adoptiren, da der Einfluss der Dispersion im Gyps hierbei wohl vernachlässigt werden kann. Die Bezeichnung der Farben lässt ohnedies keine scharfen Grenzen zu. Im Uebrigen verweisen wir auf die citirte Abhandlung von A. Rollet.

Tabelle der Farben von Gypsblättchen verschiedener Dicke im polarisirten Lichte.

Dicke in Millim.	Analysator gekreuzt	Analysator parallel	
0·15	Roth	Meergrün	III. Ordnung.
	Falbes Gelb	Graublau	III. Ordnung.
	Blassgelbgrün	Graublau	III. Ordnung.
0·14	Grün	Purpur	III. Ordnung.
0·13	Meergrün	Fleischroth	III. Ordnung.
0·12	Blau	Gelb	III. Ordnung.
	Violett	Hellgelbgrün	III. Ordnung.
0·11	Purpur	Grün	III. Ordnung.
0·10	Roth	Bläulichgrün	II. Ordnung.
	Orange	Hellblau	II. Ordnung.
0·09	Gelb	Blau	II. Ordnung.
	Gelbgrün	Violett	II. Ordnung.
0·08	Hellgrün	Tief Purpur	II. Ordnung.
	Sehr blasses Blaugrün	Roth	II. Ordnung.
	Hellhimmelblau	Orange	II. Ordnung.
0·07	Himmelblau	Goldgelb	II. Ordnung.
0·06	Indigo	Hellgelb	II. Ordnung.
	Violett	Hellgelbgrün	II. Ordnung.
	Purpur	Blassgrün	II. Ordnung.
0·05	Roth	Blassblaugrün	I. Ordnung.
	Orange	Sehr helles Blau	I. Ordnung.
			I. Ordnung.
	Braungelb	Helles Blau ins	I. Ordnung.
0·04		Grünliche	I. Ordnung.
0·03	Strohgelb	Dunkelblau	I. Ordnung.
			I. Ordnung.
	Grünlichweiss	Dunkelpurpur	I. Ordnung.
	Sehr helllavendelgrau	Dunkelbraun	I. Ordnung.
	Helllavendelgrau	Hellbraun	I. Ordnung.
0·02	Dunkellavendelgrau	Bräunlichweiss	I. Ordnung.
0·01	Schwarz	Weiss	I. Ordnung.
0			

Dicke in Millim.	Analysator gekreuzt	Analysator parallel	
0·29, 0·28, 0·27, 0·26	Fleischroth	Meergrün	V. Ordnung.
0·25, 0·24	Blaugrün	Fleischroth	V. Ordnung.
0·23	Mattroth und	Grünlichweiss und	IV. Ordnung.
0·22	Roth und	Grün und	IV. Ordnung.
0·21	Grauroth	Graugrün	IV. Ordnung.
0·20	Graugrün und	Grauroth	IV. Ordnung.
0·19	Grün		IV. Ordnung.
0·18	Meergrün	Fleischroth	IV. Ordnung.
	Graublau	Mattgelb	IV. Ordnung.
0·17	Mattpurpur und	Gelbgrün und	IV. Ordnung.
0·16	Purpur	Grün	IV. Ordnung.

ebenen des Blättchens die entsprechenden Schwingungsebenen der keilförmigen Platte kreuzen. An der Stelle, wo das Blättchen die Streifen der keilförmigen Platte überdeckt, erscheinen diese verändert; an der Stelle, an welcher das Gypsblättchen mit der keilförmigen Platte gleiche Dicke hat, erscheint ein schwarzer Streifen, weil sich hier die Wirkungen des Blättchens und der keilförmigen Platte aufheben. Verfolgt man nun

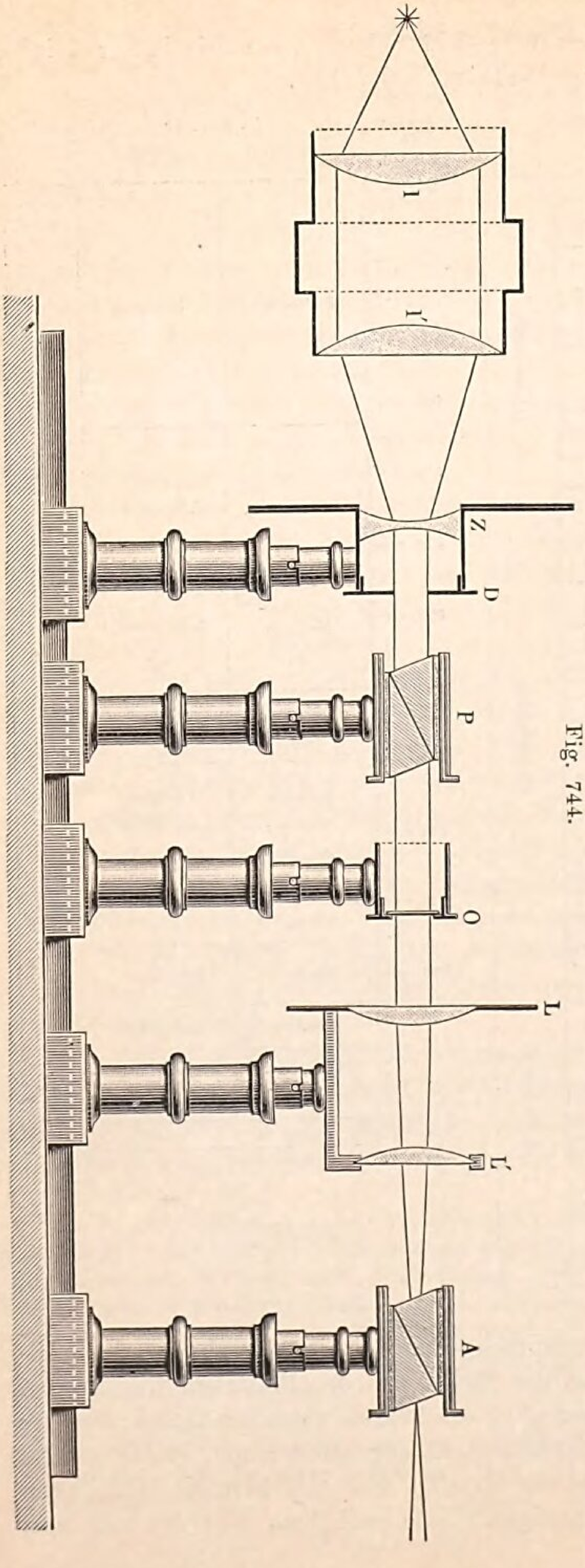


Fig. 744.

diesen schwarzen Streifen bis dahin, wo die keilförmige Platte frei liegt, so wird im freien Theile ein farbiger Streifen die Fortsetzung des schwarzen bilden. Dieser Farbestreifen hat genau die Farbe, welche das Blättchen für sich allein zeigt, und man kann nun auch leicht sehen, zu welcher Ordnung diese Farbe gehört und welche Dicke das Blättchen besitzt.

Da sich die Farben der Gypsblättchen im polarisirten Lichte, insbesondere die der zweiten und dritten Ordnung, durch ihre Schönheit auszeichnen, hat man sie vielfach zu Spielereien benutzt. Man fertigt aus Gypsblättchen verschiedener Dicke, die man zwischen Glasplatten einkittet, Abbildungen von Schmetterlingen, Blumen, Ornamenten, Mosaiks etc.

Diese Präparate erscheinen im gewöhnlichen Lichte farblos; in den Polarisationsapparat gebracht und richtig orientiert, erscheinen sie in den lebhaftesten Farben, welche sich in die complementären verwandeln, wenn man den Analysator aus der gekreuzten Stellung in die parallele bringt. Man

legt die Präparate entweder auf das Tischchen des Nörrenberg'schen Apparates oder, falls die Erscheinung objectiv projicirt werden soll, man benutzt eine Anordnung nach Fig. 744, welche zu allen den Experimenten Verwendung findet, bei denen Krystalle im parallelen polarisirten Lichte untersucht werden sollen. *ll'* Condensorlinsen der Laterne, *Z* Zerstreuungslinse, *P* polarisirender Nicol, *O* Hülse zur Aufnahme der Objecte. *LL'* Projectionslinsensystem, *A* analysirender Nicol. Bei Anwendung von Sonnenlicht entfällt die Zerstreuungslinse *Z*. Stets wird zuerst vor dem Einsetzen der Nicols und der Krystallobjecte von dem Diaphragma in *O* durch die Projectionslinsen *L* und *L'* ein scharfes Bild auf dem Schirm entworfen, dann werden die Nicols *P* und *A* eingesetzt und auf dunkel eingestellt, wobei darauf zu achten, dass *A* in den engsten Theil des Strahlenkegels zu liegen kommt und endlich das Krystallobject *O* in passender Fassung auf die Hülse des zugehörigen Säulchens gesteckt oder mittelst einer Klemme mit verstellbarem Halter eingeschaltet. Sollte das Object zu gross sein, als dass es durch die vom Polarisator *P* austretenden Strahlen in seiner ganzen Ausdehnung beleuchtet werden könnte, so kann man ohne merklichen Nachtheil schwach divergentes Licht benutzen, indem man in den Polarisator convergentes Licht eintreten lässt, welches dann wieder divergirend auf das Object fällt. Natürlich müssen dann die Projectionslinsen entsprechend verschoben werden.

Duboscq's Apparat zur Projection der Erscheinungen der chromatischen Polarisation; Mach's rotirender Polarisationsapparat. 397 Die oben beschriebenen, so wie die später folgenden Versuche lassen sich sämmtlich mittelst der beschriebenen optischen Bank von Schmidt und Hänsch, welche nach Angaben von Prof. Paalzow zusammengestellt wurde, ausführen.

Es sind jedoch zur Anstellung derselben schon früher von Duboscq [1]) specielle Apparate construirt worden, welche die nöthigen Bestandtheile ein für allemal in Tuben vereinigt enthalten und deshalb ein bequemes und rasches Experimentiren ohne vorheriges Ausprobiren der Aufstellung gestatten [2]).

Die bisher beschriebenen Experimente erforderten sämmtlich paralleles Licht, die später zu besprechenden benöthigen mehr oder weniger

[1]) Dieser in unserem Buche oft genannte, um die optische Experimentirkunde insbesondere und die Einführung und Verbesserung der Projectionsmethoden sehr verdiente Optiker ist vor einigen Jahren gestorben. Die Firma wird von seinem einstigen Mitarbeiter, Ph. Pellin, Paris, Rue de l'Odeon 21, fortgeführt. Eine Beschreibung ihrer vorzüglichen Projectionsapparate wurde von M. Bertin im Journal de Physique theorique et appliquée 1875, T. IV, p. 72—84, 111—120 veröffentlicht.

[2]) Der Paalzow'sche Apparat besitzt dagegen in didaktischer Beziehung den Vorzug, dass alle seine Bestandtheile offen und ersichtlich sind, und der Zuseher den Gang der Lichtstrahlen, so wie die Form der Lichtbündel von Bestandtheil zu Bestandtheil verfolgen kann.

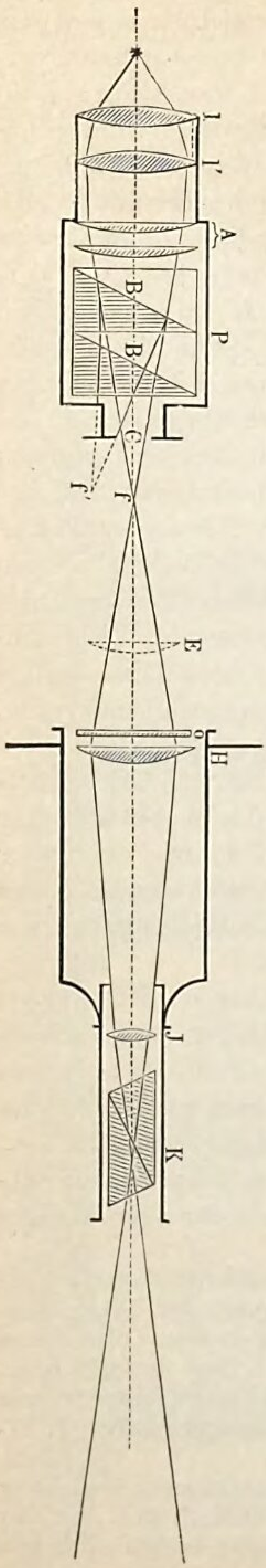


Fig. 745.

convergentes Licht; endlich ist man manchmal, wie am Schlusse des vorigen Paragraphen erwähnt wurde, genöthigt, in Folge der Grösse der Objecte, mässig divergentes Licht anzuwenden, obwohl dasselbe eigentlich parallel sein sollte. Diesen Anforderungen muss der Projectionsapparat anzupassen sein.

Der zu diesem Zwecke von Duboscq gebaute Apparat entspricht der schematischen Zeichnung der Fig. 745, und ist überdies in Fig. 746 perspectivisch, in Fig. 747 im Verticaldurchschnitt dargestellt. Lassen wir die Linse E vorläufig ganz fort, so haben wir den letzt erwähnten Fall (divergentes Licht); das aus den Condensorlinsen $l\,l'$ noch nahezu parallel austretende Licht wird durch die beiden Planconcavlinsen A convergent gemacht. Als Polarisator verwendet Duboscq, um genügend viel Licht zu erhalten und doch die Anwendung eines grossen und deshalb sehr kostspieligen Nicol'schen Prismas zu vermeiden, ein Paar achromatisirter Kalkspathprismen $B\,B$, welche die ausserordentlichen Strahlen durch die Oeffnung C hindurchlassen, so dass sie gegen den Punkt f convergiren, während die ordentlichen Strahlen durch die Blendung abgefangen werden. Die von f divergirenden Strahlen fallen auf das Object o, welches unmittelbar vor der Linse H eingeschaltet wird. Die letztere macht die Strahlen wieder convergent und sendet sie der eigentlichen Projectionslinse J zu, welche vom Object das Bild auf den Schirm entwirft. K ist der analysirende Nicol, der allenfalls durch ein achromatisirtes Kalkspathprisma vertauscht wird.

Soll das Licht parallel durch das Object gehen, so wird die erwähnte Planconvexlinse E eingeschaltet, in welchem Falle das Gesichtsfeld kleiner wird, so dass grosse Objecte nicht mehr verwendet werden können.

Soll endlich convergentes Licht auf das Object fallen, so wird letzteres in den Raum zwischen C und f gebracht und sowohl H als J mit den übrigen Theilen zusammen genähert.

Wir haben nun bezüglich der Fig. 746 und 747 nicht mehr viel zu sagen. *D* ist ein verstellbarer Halter mit Klemme für die Krystall-

Fig. 746.

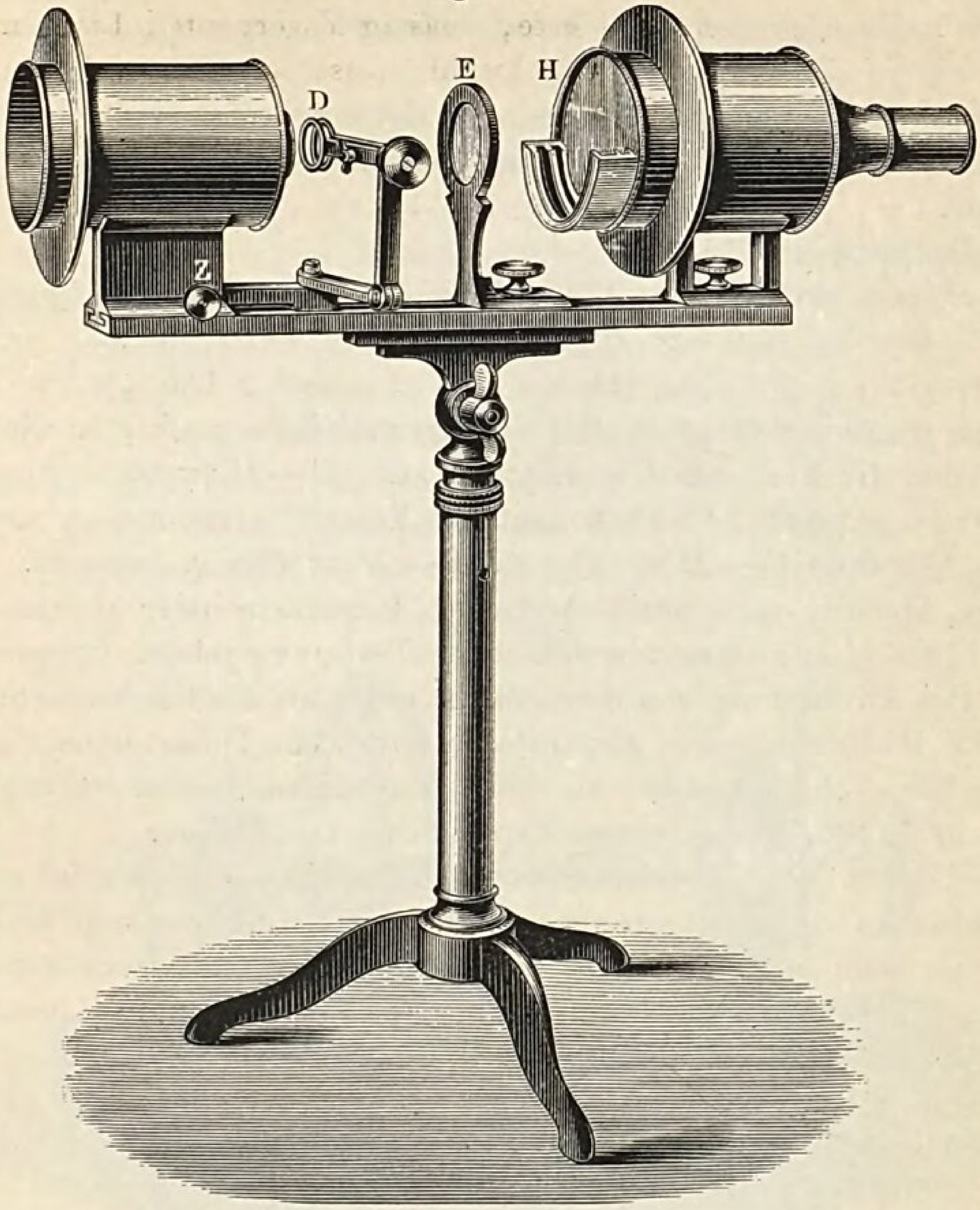
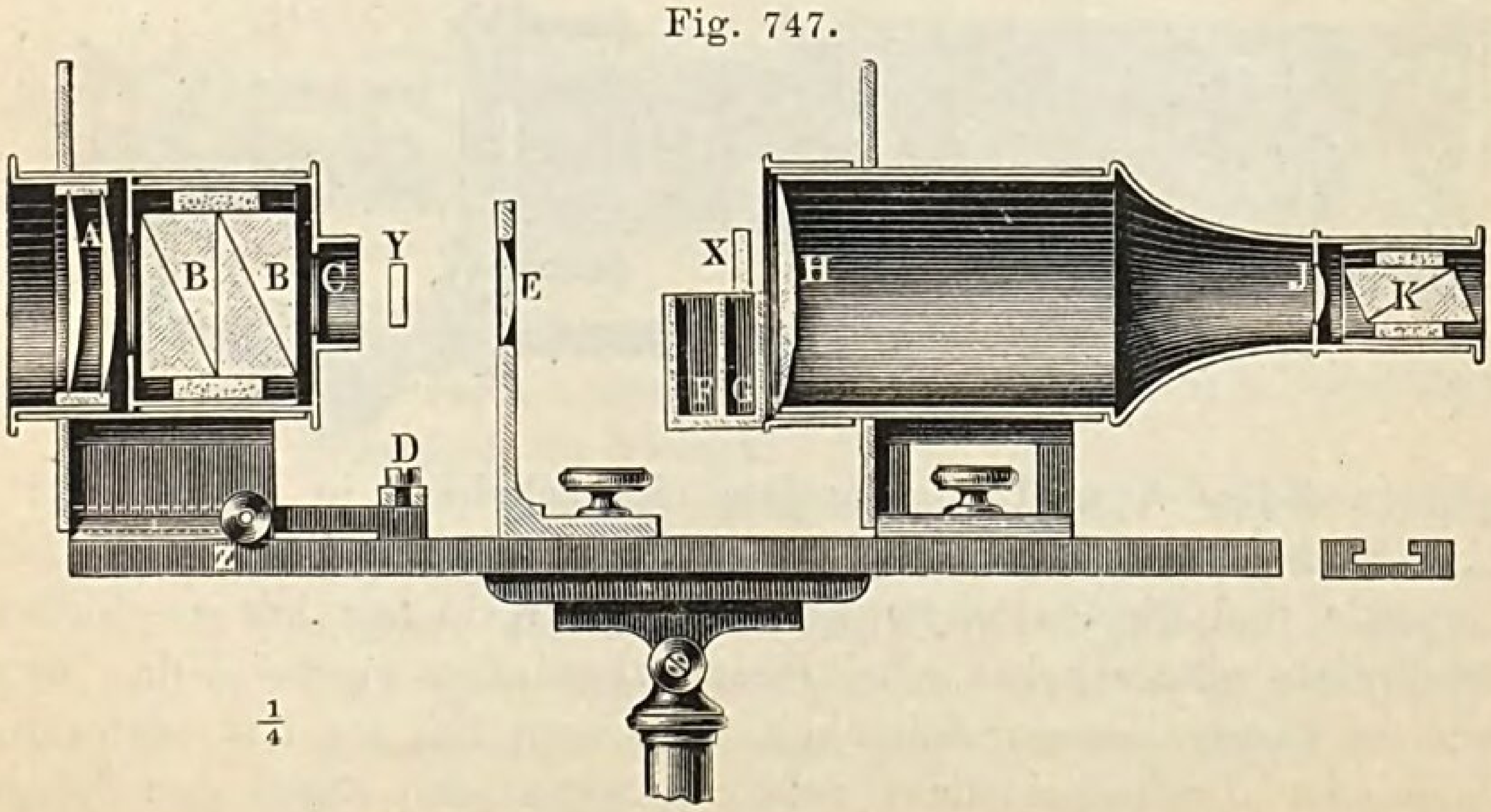


Fig. 747.



platten, welche im convergenten Lichte beobachtet werden sollen. *F* und *G* sind zwei halbkreisförmige Rinnen, welche V. v. Lang angefügt hat, um bei der Anwendung parallelen Lichtes die Objecte aufzunehmen. Die letzteren lassen sich mit ihren kreisförmigen Fassungen in diesem Sinne drehen.

Die Brennweiten und Dimensionen des Apparates sind folgende:

AA zwei Linsen von je 120 mm Brennweite in 10 mm gegenseitigem Abstande.

C Oeffnung von 15 mm.

E Planconvexlinse von 22 mm Durchmesser und 40 mm Brennweite.

H „ „ 52 „ „ „ 80 „ „

J „ „ 14 „ „ „ 155 „ „

Für paralleles Licht kommt die Krystallplatte nach *x* in die Rinne und werden die Abstände $C - E = 57$ mm, $E - H = 91$ mm gemacht.

Für convergentes Licht kommt die Krystallplatte nach *y* und werden die Abstände $C - E = 47$ mm, $E - H = 62$ mm gemacht.

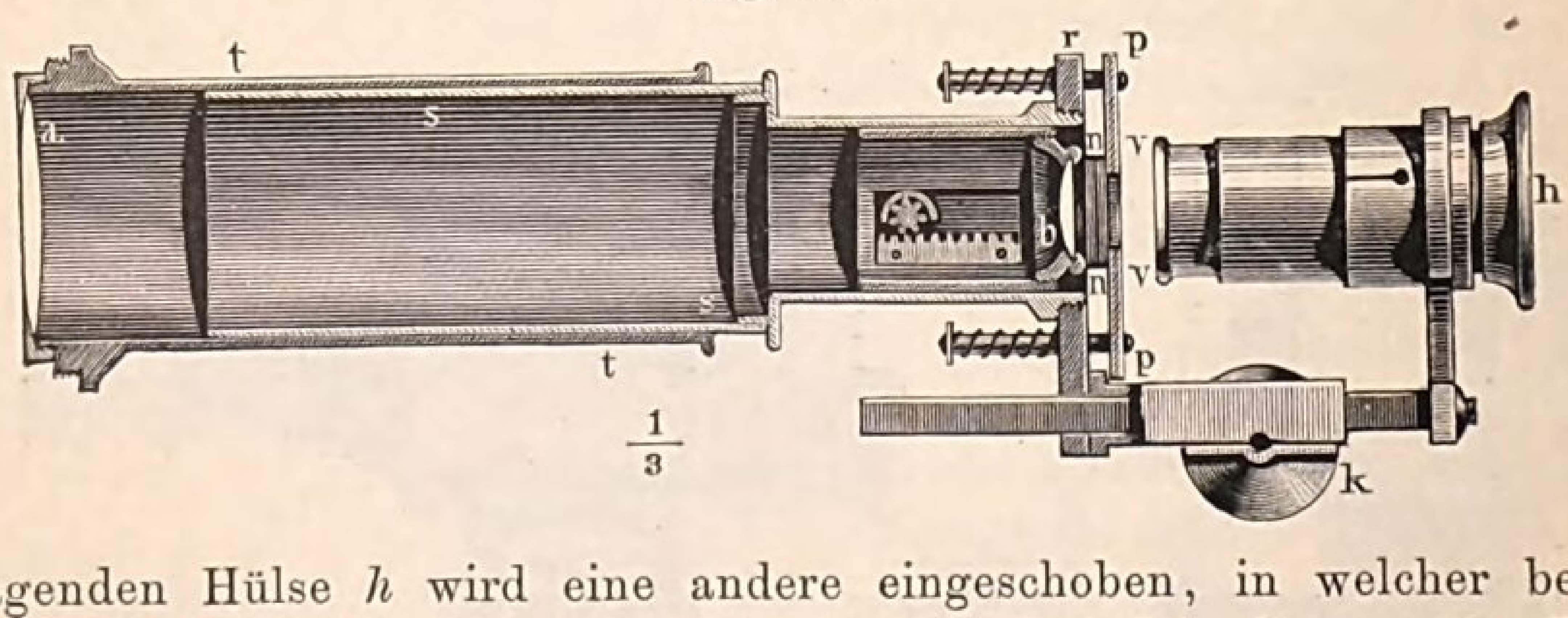
Der Apparat wird mit elektrischem Bogenlicht oder Drummond'schem Licht (Linnemann'schem oder Duboscq'schem Brenner) benutzt. Bei Anwendung von Sonnenlicht entfallen die Condensorlinsen.

Dem Duboscq'schen Apparate ist noch ein Tubus nach Fig. 683, S. 1008 beigegeben, welcher an Stelle des obigen gesetzt werden kann, um die in §. 380 beschriebenen Experimente anzustellen.

Sind die zu projicirenden Objecte sehr klein, so verwendet man ein mit Polarisatoren ausgestattetes Sonnenmikroskop und dazu kann man, wenn man nicht über besondere zu diesem Zwecke construirte Apparate zu verfügen hat, mit wenigen Abänderungen das bereits auf S. 798 beschriebene Sonnenmikroskop (Fig. 507) verwenden.

An die Stelle des Objectes *nn* wird nämlich eine auf passende Weise gefasste Turmalinplatte gebracht. Statt der die Objectivlinsen *o* (Fig. 507)

Fig. 748.



tragenden Hülse *h* wird eine andere eingeschoben, in welcher bei *v* (Fig. 748) die zweite Turmalinplatte steckt. Zwischen diese zweite Turmalinplatte und die Platte *pp* wird die senkrecht zur Axe geschliffene Krystallplatte eingeschoben. Bei dieser Anordnung erscheint das Ringsystem in ausgezeichneter Schönheit auf einem 1½ bis 3 m entfernten weissen oder durchscheinenden Schirme, wenn man durch den Spiegel

vor dem Fensterladen ein Bündel Sonnenstrahlen ganz in derselben Weise in das Rohr einfallen lässt, als ob man ein bei *nn* eingeschobenes Object zu erleuchten hätte.

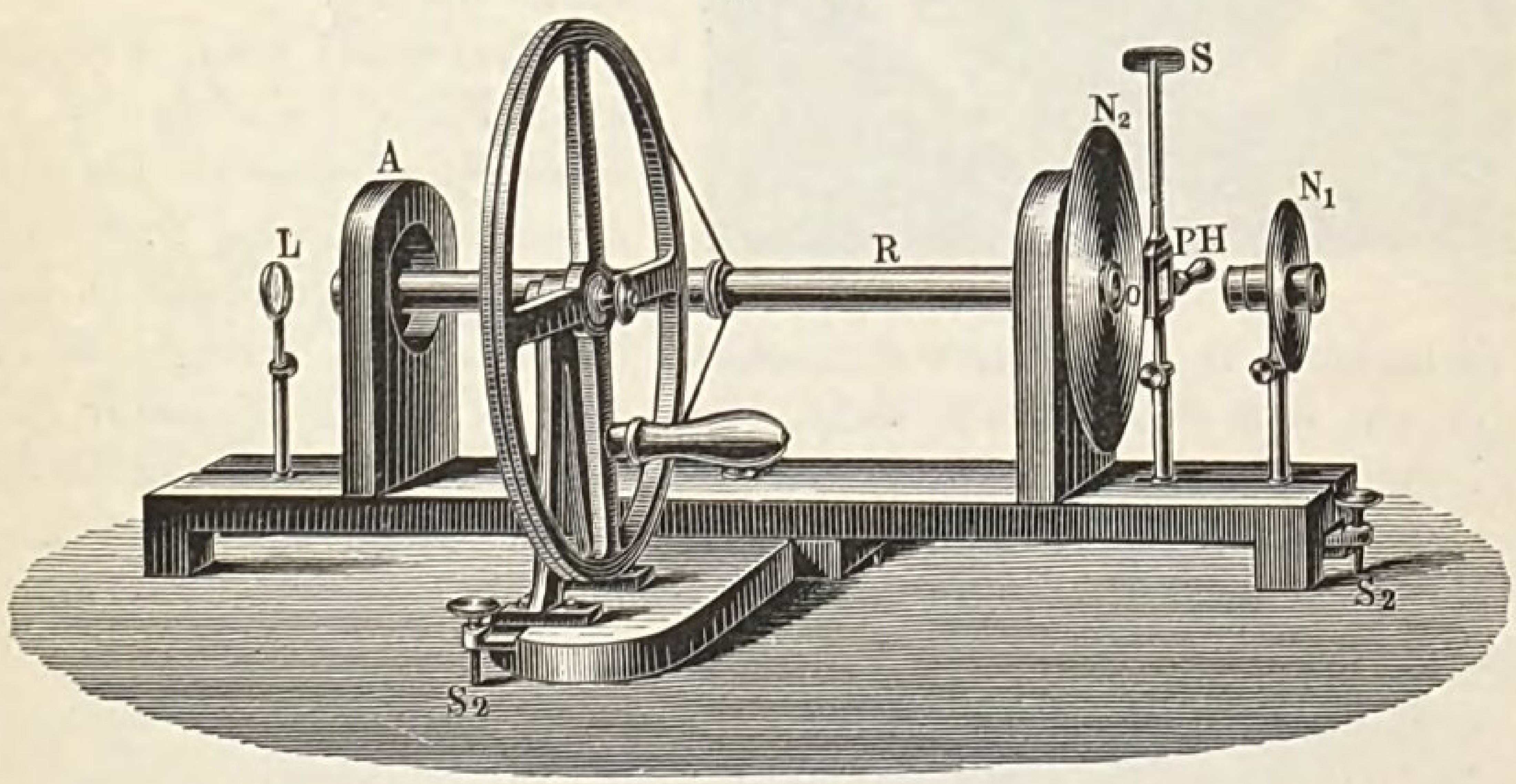
Die Anwendung der Turmalinplatten hat natürlich den Nachtheil, dass die Farben nicht in ihrer Reinheit erscheinen. Es eignet sich daher noch besser, als der eben beschriebene Apparat, ein solcher, bei welchem statt der Turmalinplatten farblose Polarisatoren zur Anwendung kommen.

Schmidt und Hänsch liefern ein solches auf der optischen Bank aufzustellendes Instrument.

Ein vorzügliches Demonstrationsmittel für Polarisationserscheinungen ist E. Mach's Polarisationsapparat mit rotirendem Analysator, von welchem wir in Fig. 749 eine perspectivische Ansicht, nach einem vom Mechaniker Albert ausgeführten Apparate, geben.

Der Zweck dieses Apparates ist der, die bei Drehung des Analysators nach einander auftretenden Erscheinungen gleichzeitig zu zeigen. Zu

Fig. 749.



diesem Zwecke muss natürlich die Erscheinung aus der Axe des Apparates abgelenkt werden, da sie sich sonst in ihren verschiedenen Phasen decken und stören würde.

Die Hauptbestandtheile dieses Apparates sind folgende:

- N_1 Ein Nicol'sches Prisma mit Lichtschirm.
- *P* Eine Presse, um Objecte einlegen oder mit Federklemmen befestigen zu können.
- *R* Eine in Rotation zu versetzende Röhre, welche bei N_2 das analysirende Nicol'sche Prisma und einen grösseren Lichtschirm, am anderen Ende ein Ablenkungsprisma *A* aus Crownglas trägt, welchem für manche Versuche noch ein geradsichtiges Zerstreuungsprisma hinzugefügt wird.
- *L* Eine Convexlinse.

Das Nicol'sche Prisma N_2 wird mit einer kappenförmigen Blendung bedeckt, welche entweder eine quadratische oder eine spaltenförmige Oeffnung o enthält.

Sonnenlicht oder elektrisches Licht wird durch den Nicol N_1 und die Krystallplatte auf die Oeffnung o dirigirt. Dasselbe durchsetzt den zweiten Nicol, die Röhre R, wird vom Prisma abgelenkt und durch die Linse L so convergent gemacht, dass auf einem Schirme ein deutliches Bild der Oeffnung o entsteht. Dieses Bild geht nun bei der Drehung des Analysators im Kreise herum und man sieht bei rascher Rotation alle Erscheinungen neben einander, die mit gewöhnlichen Polarisationsapparaten nur nach einander gesehen werden.

Fig. 750.



Verwendet man, während keine Platte zwischen den Nicols eingeschaltet ist, die quadratische Oeffnung und stellt das Ablenkungsprisma so, dass die Ablenkung in der Polarisationsebene des Nicol N_2 erfolgt, so erscheint auf dem Schirme ein heller Ring, der in einem Diameter (der Schwingungsebene entsprechend) durchbrochen ist. Die dunklen Unterbrechungen entsprechen den Stellungen, wo die Nicols gekreuzt sind. Fig. 750 stellt diese Erscheinungen dar, welche wir bereits S. 973 kennen gelernt haben.

Schaltet man ein Gyps- oder Glimmerblättchen ein, so dass die Hauptschwingungsrichtungen unter 45° gegen die Polarisationsebene des Nicols N_1 gelegen sind, so entsteht ein heller Ring, in welchem complementär gefärbte Segmente mit weissen Segmenten abwechseln. Die am intensivsten gefärbten Stellen entsprechen den Parallel- und Kreuzungsstellen der Nicols, die weissen Stellen den 45°-Lagen. Siehe Tafel VIII, Fig. 4.

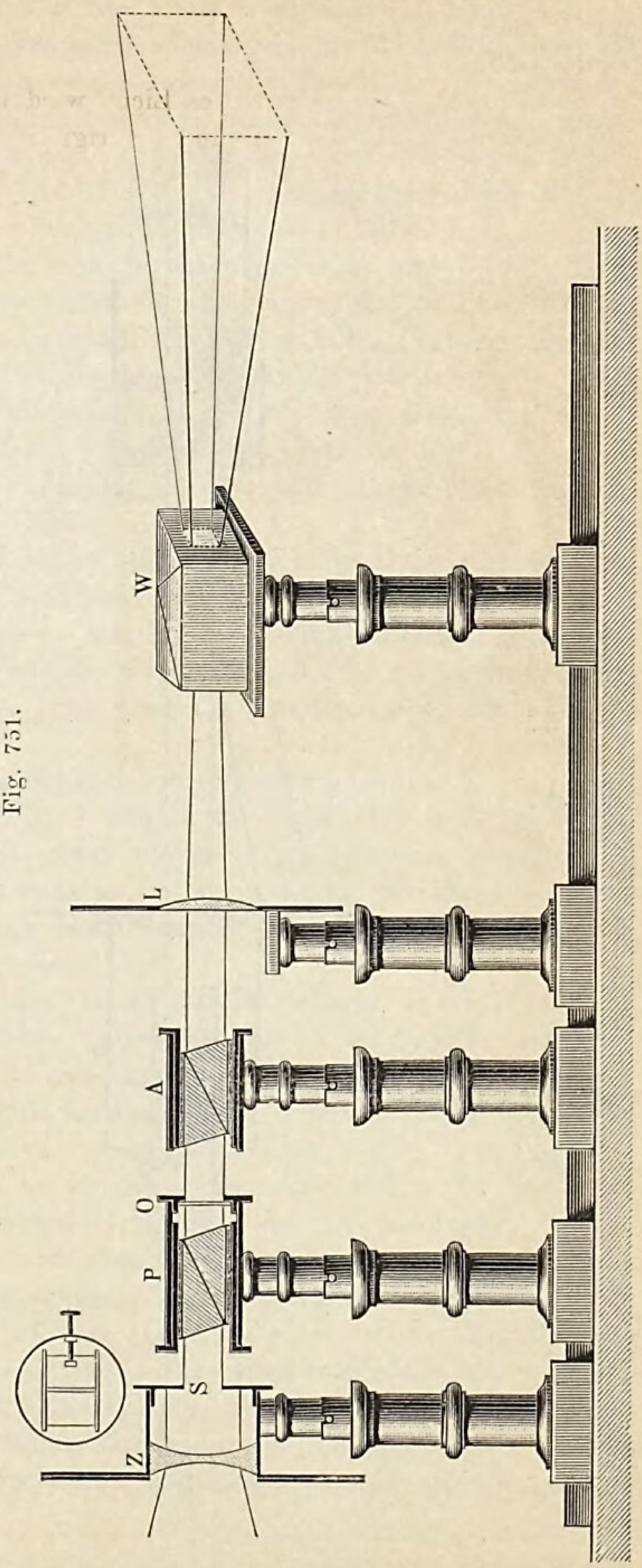
Ein gedrückter Glaswürfel zeigt dieselben Erscheinungen, wobei sich jedoch die Farben dem Druck entsprechend verändern.

398 **Prismatische Zerlegung der Polarisationsfarben.** Dass die Farben der Gypsblättchen wirklich so zusammengesetzt sind, wie es die im §. 396 dargelegte Theorie ergiebt, hat zuerst J. Müller durch spectrale Zerlegung nachgewiesen. Man kann dabei in verschiedener Weise vorgehen. Nach J. Müller erzeugt man mittelst Heliostat, Verticalspalte, Linse und Prisma in bekannter Weise ein Sonnenspectrum und

setzt unmittelbar an die Spalte ein zwischen zwei Nicol'schen Prismen befindliches Gypsblättchen.

Fig. 751 zeigt eine solche Anordnung für künstliches Licht. Das aus der Projectionslaterne austretende, durch die Zerstreuungslinse parallel gemachte Lichtbündel wird durch die Verticalspalte *S* auf den polarisirenden Nicol *P*, dann durch das Gypsblättchen *O*, welches auf dieselbe Fassung aufgesteckt ist, auf den Analysator *A*, endlich auf die Linse *L* geführt, welche so gestellt ist, dass sie von der Spalte *S* ein scharfes Bild entwirft. In den Gang dieser Strahlen wird dann das zerstreuende Prisma, am bequemsten ein solches mit gerader Durchsicht, eingeschaltet, durch welches das Licht in ein Spectrum ausgebreitet wird.

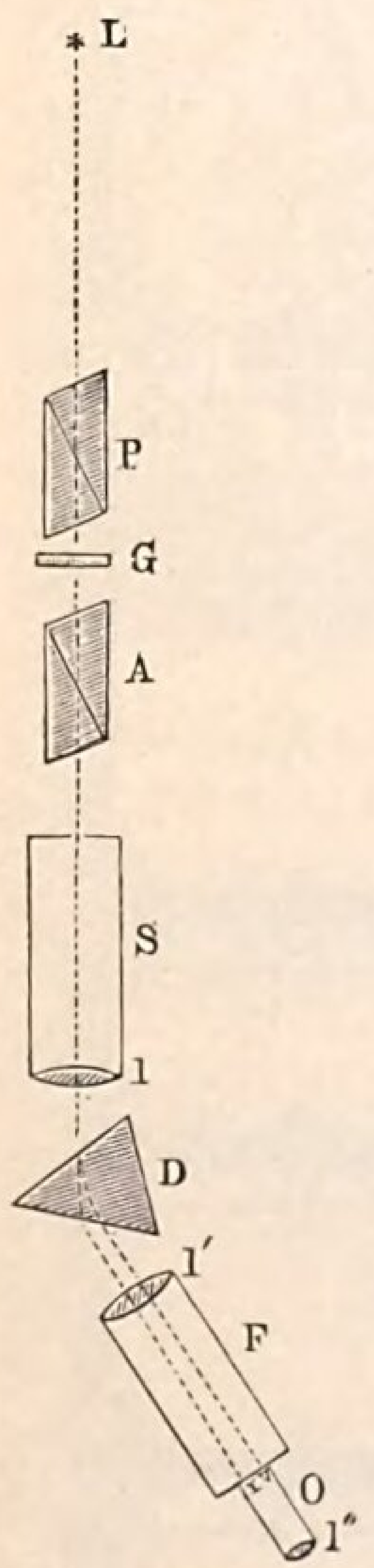
Fig. 751.



Man kann aber auch so verfahren, wie Fig. 752 (a. f. S.) andeutet, indem man den Apparat in der Reihenfolge: Polarisator, Spalte, Gypsblättchen, Projectionslinse, Zerstreuungsprisma, Analysator anordnet. Dieser Anordnung entspricht die von Duboscq getroffene Einrichtung des Apparates (Fig. 753, a. f. S.).

Statt der runden Oeffnung kommt an die Hülse des Polarisators die Spalte S, dann das Blättchen. Die Linse H wird durch Vorsetzung einer Zerstreuungslinse H' in eine solche grösserer Brennweite umgewandelt.

Fig. 754.



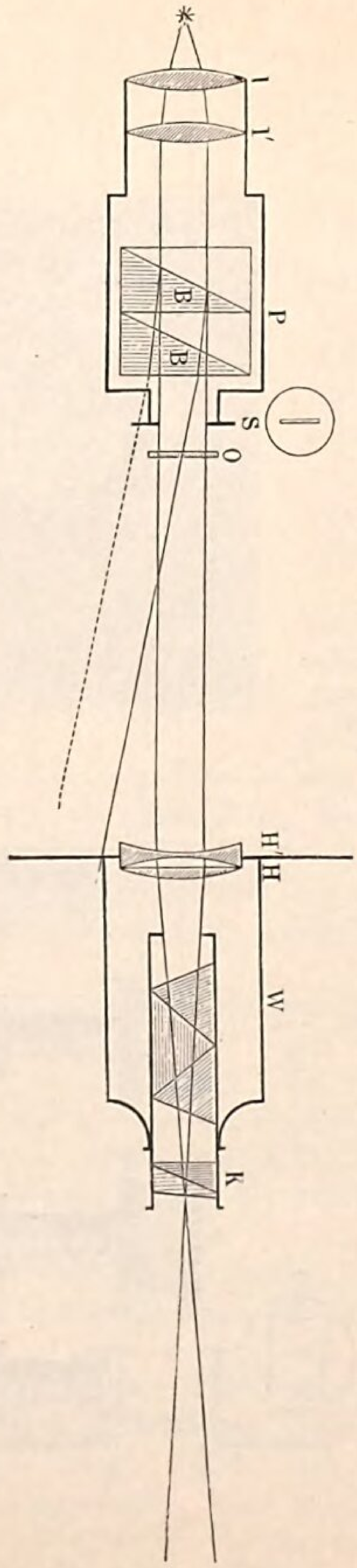


Fig. 753.

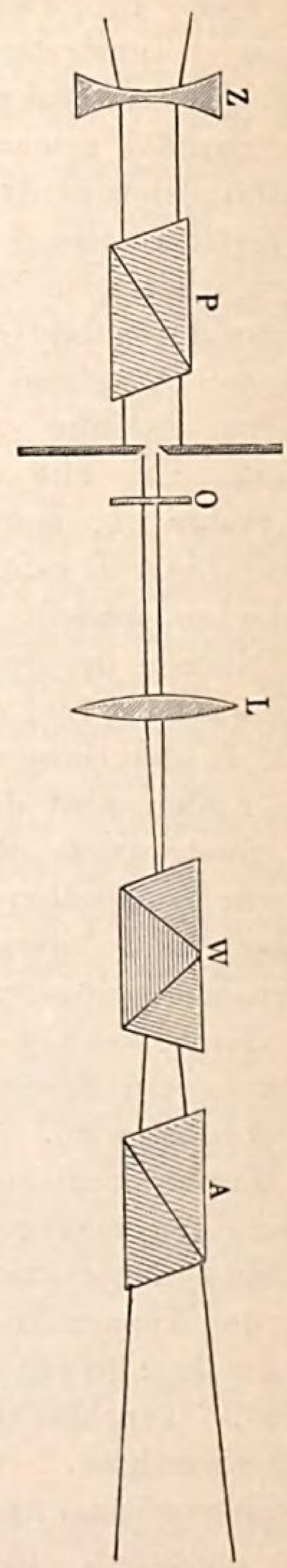


Fig. 752.

Aus dem Tubus des Analysators wird die früher dort befindliche Convexlinse entfernt und das geradsichtige Prisma *W* vorgesteckt.

Soll das Experiment gut gelingen, so ist sehr helles Licht und ein sorgfältiger Schliff der Nicol'schen Prismen erforderlich. Wenn es sich nicht um objective Darstellung, sondern um wissenschaftliche Beobachtung handelt, so lässt man nach E. Mach das durch die beiden Nicols mit dazwischen gelegtem Gypsblättchen hindurchgegangene Licht auf die Collimatorspalte eines Spectralapparates (Fig. 754) fallen [1]).

Sind die beiden Nicol'schen Prismen gekreuzt und ist ein Gypsblättchen eingelegt, welches violett (Dunkelpurpur) der zweiten Ordnung zeigt, so ist das Licht, welches auf das Prisma fällt, das Dunkelpurpur der zweiten Ordnung, und es erscheint ein dunkler Streifen im Gelb des Spectrums; ist das Gypsblättchen grün der dritten Ordnung, so erscheint ein dunkler Streifen im Indigo und einer im Roth, für Grün vierter Ordnung ein dunkler Streifen im Blau und ein zweiter im Orange, wie Fig. 1 auf Tafel VIII zeigt.

Je dicker die Gypsblättchen sind, um so mehr dunkle Streifen erscheinen im Spectrum, zugleich aber wird die Farbe der Blättchen immer unscheinbarer; ein Blättchen, welches drei dunkle Streifen zeigt, ist schon fast ganz weiss. Wenn die Gypsblättchen dick genug sind, so ist die Zahl der Streifen sehr gross und die Streifen selbst sind alsdann sehr fein.

Diese Streifen werden Müller'sche Streifen genannt.

Die beiden Spectra Fig. 2 und 3 auf Tafel VIII sind solche auf die erwähnte Weise durch etwas dickere Gypsblättchen erzeugte. In dem einen treten fünf, im anderen treten elf dunkle Streifen auf. Statt der dickeren Gypsblättchen wendet man auch Quarzplatten an, die parallel mit der Axe geschnitten sind.

Dreht man den Analysator in die Parallelstellung, so erhält man ein Spectrum, in welchem gerade diejenigen Farben am hellsten sind, die früher ausgelöscht waren. Bei der Anordnung Fig. 752 kann man, wie auch Fig. 753 *K* gezeichnet ist, statt des analysirenden Nicols ein achromatisirtes Doppelspathprisma anwenden. Man erhält dann zwei Spectra über einander, von denen das eine den gekreuzten, das andere den parallelen Schwingungsrichtungen entspricht. Dabei ist die Spaltenhöhe so zu reguliren, dass die Spectra sich eben berühren, ohne sich zu überdecken.

Auch mit Mach's rotirendem Polarisationsapparat (§. 397) lassen sich diese Erscheinungen prächtig zeigen, wie sie bei der Drehung des Analysators nach einander entstehen. Eine etwa 1 mm dicke axenparallele Quarzplatte zeigt zunächst keine Farben. Setzt man nun aber, nachdem man die quadratische Oeffnung durch die spaltförmige vertauscht hat, das zerstreuende Prisma in solcher Lage auf, dass das weisse Licht in

[1]) Man vergleiche auch die von A. Rollet beschriebenen Methoden mittelst des Polarisationsmikroskops. Wien. Akad. Ber. 1878, III. Abthl., Bd. LXXVII.

ein Spectrum in der Richtung eines Radius des Ringes mit dem Violett nach innen aufgelöst wird, in welchem gewisse Farben durch Müller'sche Streifen verdeckt sind, so müssen diese Streifen bei der 45°-Lage verschwinden, sie müssen ferner im benachbarten Quadranten alterniren, d. h. es müssen in einem Quadranten gerade diejenigen Farben verdunkelt erscheinen, welche im Nachbarquadranten am intensivsten auftreten. Bei der Rotation wird demnach ein Bild entstehen, wie es auf Tafel VIII, Fig. 5 abgebildet ist.

399 **Interferenzerscheinungen im Spectrum; Müller'sche und Talbot'sche Streifen.** Das im vorigen Paragraphen erwähnte Auftreten dunkler Streifen im Spectrum, welche man erhält, wenn man die Polarisationsfarben der Gypsblättchen spectral zerlegt, ist als ein specieller Fall einer allgemeineren Erscheinung zu betrachten. Es können nämlich solche Streifen im Spectrum noch nach vielen anderen Methoden erhalten werden. Es ist dazu erforderlich, dass Strahlen weissen Lichtes mit genügend grossen Gangunterschieden zur Interferenz gelangen und dass das dabei entstandene Licht in ein Spectrum ausgebreitet werde. Der grosse Gangunterschied kann nun ausser durch Polarisation auch durch Beugung, durch Reflexion an Vorderwand und Rückwand dünner Blättchen, durch die Fresnel'schen Spiegel etc. hervorgebracht werden.

Man denke sich nach irgend einer dieser Methoden das Interferenzphänomen auf einem undurchsichtigen Schirm entworfen, so dass die Interferenzstreifen vertical stehen. Der Schirm habe eine horizontale Spalte geringer Breite, so dass durch diese hindurch nur ein schmaler horizontaler Ausschnitt des Streifenphänomens zur Beobachtung gelangt. Würde man nun homogenes violettes Licht anwenden, so erblickte man ein horizontales violettes Band AB (Fig. 755), das durch die dunklen verticalen Interferenzstreifen durchschnitten ist.

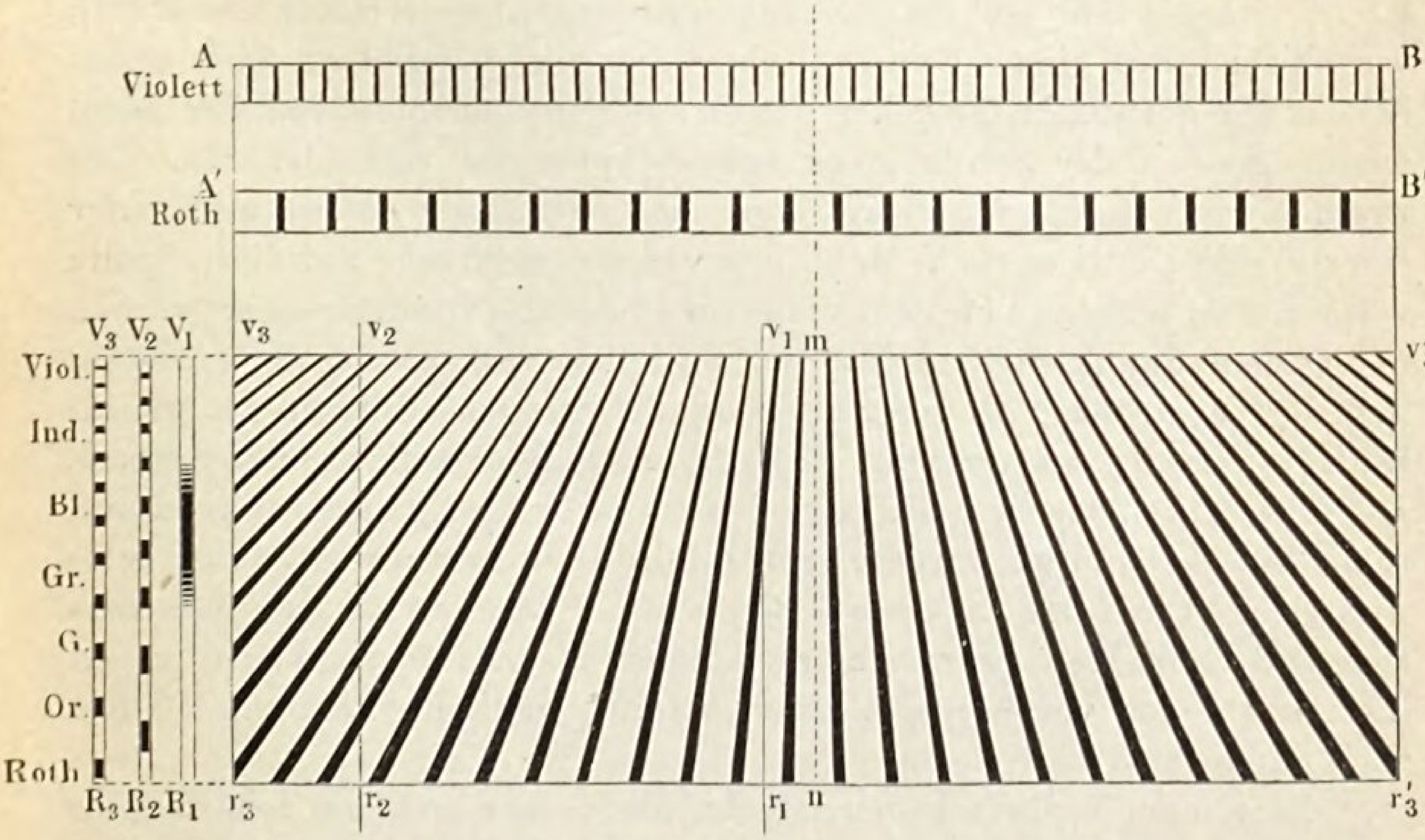
Bei Anwendung rothen Lichtes erhielte man, entsprechend der grösseren Wellenlänge, ein rothes Band $A'B'$ mit breiteren und weiter abstehenden dunklen Linien. Erzeugt man daher bei Anwendung weissen Sonnenlichtes mittelst eines Beugungsgitters von dieser horizontalen Spalte ein Spectrum, dessen violettes Ende nach oben, dessen rothes Ende nach unten gerichtet ist, so trifft es für jede Farbe einen anderen ihrer Wellenlänge proportionalen Streifenabstand. Es müssen daher die Interferenzstreifen ein System convergirender Linien bilden, wie die Fig. 755 darstellt. In der Zeichnung ist auf die Abstufung der Intensität der Streifen keine Rücksicht genommen. Hätte man statt des Beugungsgitters ein Prisma angewendet, so würde sich die Erscheinung nur dadurch unterscheiden, dass wegen der abweichenden Dispersion die dunklen Streifen bogenförmig gekrümmt erschienen.

Denkt man sich nun aus diesem Spectrum ganz schmale verticale Bänder senkrecht auf die horizontale Spalte herausgeschnitten, und zwar beispielsweise eines derselben bei $v_1 r_1$, ein zweites bei $v_2 r_2$, ein drittes

bei $v_3 r_3$, so würden diese Bänder von verschieden breiten und verschieden zahlreichen dunklen Zwischenräumen durchsetzt erscheinen. Der Ausschnitt bei $v_1 r_1$ würde sich darstellen, wie in der Figur bei $V_1 R_1$ angedeutet ist, als sonst continuirliches Spectrum mit einem breiten Schatten in der Mitte; der Ausschnitt bei $v_2 r_2$ würde, wie bei $V_2 R_2$ dargestellt ist, neun solche dunkle Zwischenräume enthalten. Im letzten Ausschnitt bei $v_3 r_3$ endlich wäre die Zahl der dunklen Zwischenräume auf zwölf gestiegen.

Ein solches Spectrum mit den dunklen Zwischenräumen, wie z. B. $V_1 R_1$ oder $V_2 R_2$, würde nun offenbar in ganz gleicher Weise entstehen,

Fig. 755.



wenn man von der ganzen horizontalen Spalte nur eine ganz kleine Oeffnung frei gelassen und das durch diese hindurchgegangene Licht spectral aufgelöst hätte. Nur das von einer in der Mitte des Interferenzphänomens vorhandenen Oeffnung ausgehende Licht würde ein lückenloses Spectrum mn abgeben. Je weiter man sich von dieser Mitte entfernt, je grösser man also den Gangunterschied der interferirenden Lichtstrahlen werden lässt, desto mehr Durchkreuzungspunkte, also auch desto mehr dunkle Lücken wird das Spectrum erhalten.

Dabei ist sehr bemerkenswerth, dass auch an Stellen, welche von der Mitte so weit abstehen, dass daselbst vor der spectralen Auflösung weder Streifen, noch Farben mehr gesehen werden, im Spectrum die unvollständige Zusammensetzung ihres weissen Lichtes durch die dunklen Lücken verrathen wird.

Nach den Beobachtungen von J. Stefan[1]) ist an jenen Stellen, deren Spectrum mindestens neun dunkle Zwischenräume ent-

[1]) Sitzungsber. d. Wien. Akademie, Bd. L, S. 484.

hält, mit dem Auge nur mehr weisses Licht ohne Färbung wahrzunehmen.

Das mit weissem Lichte hervorgebrachte nicht spectral aufgelöste Interferenzphänomen hat demnach von der Mitte nach beiden Seiten für unser Auge nur eine Breite $= mv_2$, der darüber hinausgehende, unserem Auge weiss erscheinende Theil hat in Wirklichkeit nicht dasselbe aus allen Farben des Spectrums zusammengesetzte Weiss, sondern nur ein so zu sagen lückenhaftes Weiss, welches sich durch die Spectralanalyse als solches nachweisen lässt. Wie weit hinaus nach beiden Seiten dieser Nachweis möglich ist, haben die Beobachtungen von Fizeau und Foucault [1]) gezeigt, welche auf diese Weise noch einen Gangunterschied von ungefähr 4000 Wellenlängen nachzuweisen vermochten. Durch Verschieben des einen Frenel'schen Spiegels parallel zu sich selbst liessen die genannten Physiker das Interferenzphänomen von der Mitte angefangen an der Spalte eines Spectralapparates vorbeidefiliren. Die Erscheinung, die dabei auftrat, liesse sich nachahmen, wenn man unter einer Spalte mn (Fig. 755) das Liniensystem senkrecht auf diese Spalte vorbeiziehen würde. Von dem violetten Ende des Spectrums her würden immer neue dunkle Stellen eintreten, nach dem rothen Ende fortschreiten und dort austreten. Da aber mehr dunkle Streifen eintreten als gleichzeitig austreten, so vermehrt sich die Anzahl derselben im Spectrum. Es ist leicht einzusehen, dass jedesmal der Gangunterschied um eine Wellenlänge zugenommen hat, wenn an Stelle eines dunklen Streifens an einer Stelle des Spectrums der nächstfolgende Streifen getreten ist. Indem also Fizeau und Foucault die Anzahl der vorübergegangenen Streifen zählten, konnten sie den Gangunterschied bestimmen.

Nach dem Vorgetragenen ist nun klar, dass sich die mit dunklen Streifen durchzogenen Spectra auf zweierlei Weise auffassen lassen, nämlich einmal als „Interferenzerscheinung im Spectrum", dann als „spectrale Auflösung einer Interferenzerscheinung in weissem Lichte". Auch experimentell kann man diesen beiden Bezeichnungen gemäss auf zweierlei Weise vorgehen. Man kann zuerst weisses Licht in das Spectrum zerstreuen und dann die einzelnen homogenen Lichtsorten zur Interferenz bringen, oder zuerst die Interferenz des weissen Lichtes einleiten und dann die Erscheinung spectral auflösen. Die convergenten dunklen Streifen der Fig. 755 werden, insofern man ihre Lage als Durchschneidende der Geraden $v_3 v'_3$ ins Auge fasst, „Interferenzstreifen" genannt; insofern man sie aber als Durchschneidungslinien der Spectren $v_2 r_2$, $v_3 r_3$ etc. auffasst, Müller'sche oder Talbot'sche Streifen genannt [2]).

[1]) Ann. de chim. et de phys. 3. Sér., Tom. XXVI.

[2]) Es wird zweckmässig sein, die Bezeichnung „Müller'sche Streifen" für solche Interferenzstreifen im Spectrum beizubehalten, welche durch Doppelbrechung erhalten sind, den Namen „Talbot'sche Streifen" dagegen für solche durch Interferenz oder Beugung entstandene.

Talbot hat nämlich ähnliche Streifen im Spectrum auf die Weise hervorgebracht, dass er durch ein Prisma nach einer feinen Lichtlinie hinschaute, während er ein dünnes Glimmerblättchen so von der violetten Seite her vor das Auge schob, dass es die eine Hälfte der Pupille verdeckte. Hier kommt das Lichtbündel, welches durch das Glimmerblättchen verzögert wurde, mit demjenigen zur Interferenz, welches neben dem Glimmerblättchen vorbei in das Auge eindrang.

Der Erste, welcher derartige Streifen beobachtete, mag wohl Wrede gewesen sein. Er wandte zur Erzeugung derselben ein dünnes Glimmerblättchen an, welches so gebogen wurde, dass es ein Stück einer Cylinderfläche bildete. Ein solcher Glimmercylinder wird nun, wenn seine Axe vertical gestellt ist, von einer benachbarten Lichtquelle, etwa von einer Lampenflamme, ein Spiegelbild geben, welches als eine verticale Lichtlinie erscheint. Diese Lichtlinie ist aber durch die Interferenz zweier Lichtbündel entstanden, von welchen das eine auf der vorderen, das andere auf der hinteren Fläche des Glimmerblättchens reflectrirt worden ist.

Schaut man durch ein Prisma nach einer solchen Lichtlinie hin, so erscheint das Spectrum von einer grossen Anzahl feiner Linien durchschnitten. Um diese Streifen mit blossem Auge deutlich sehen zu können, muss das Glimmerblättchen sehr dünn sein, für etwas dickere Glimmerblättchen werden sie aber dadurch vollkommen deutlich, dass man die aus dem Prisma austretenden Strahlen nach der bekannten Weise durch ein Fernrohr beobachtet.

Ueber die Müller'schen, bezw. Talbot'schen Streifen liegen eine Reihe von Untersuchungen und schönen Anwendungen vor, von denen wir leider nur einige als Beispiele im nächsten Paragraphen mittheilen können. Wir verweisen daher im Uebrigen auf die Arbeiten von Airy[1]), Stefan[2]), Esselbach[3]), Mach[4]), Dvořák[5]), Rosický[6]), A. Rolett[7]).

Anwendung der Talbot'schen Streifen. Werfen wir noch einmal einen Blick auf Fig. 755. Die Abstände der Interferenzlinien längs der beiden Geraden AB und $A'B'$ sind den Wellenlängen des violetten und des rothen Lichtes proportional und ebenso gilt dies für alle analogen Abstände der Durchschnittspunkte, welche auf den Geraden, die zwischen $v_3 v'_3$ und $r_3 r'_3$ parallel mit letzteren gezogen werden, entstehen. Man könnte sich daher den Maassstab der Zeichnung so gewählt denken, dass diese Abstände direct die Wellenlängen 400

[1]) Pogg. Ann., Bd. LIII und LVIII.
[2]) Pogg. Ann., Bd. CXXIII.
[3]) Pogg. Ann., Bd. XCVIII.
[4]) Optisch-Akustische Versuche.
[5]) Pogg. Ann., Bd. CXLVII.
[6]) Sitzungsber. d. Wiener Akademie, Bd. LXXI.
[7]) Sitzungsber. d. Wiener Akademie, Bd. LXXVII.

darstellen. Andererseits drückt die Anzahl dieser Abstände von der Mitte bis zu irgend einer Senkrechten, z. B. $v_2 r_2$, den Gangunterschied in Wellenlängen aus.

Es sei nun für irgend eine der Lichtsorten im Spectrum $v_2 r_2$ (z. B. für eine Fraunhofer'sche Linie), wo sich gerade ein Talbot'scher Streifen befindet, die Wellenlänge λ_1 bekannt, der Gangunterschied betrage daselbst γ solcher Wellenlängen, so ist $\gamma \lambda_1$ gleich dem Abstande $n r_2$. Für eine zweite Stelle im Spectrum gegen das violette Ende zu, wo sich der nächstfolgende Talbot'sche Streifen vorfindet, weiss man dann, dass γ um Eins grösser ist, wären dagegen μ Streifenabstände dazwischen, so wäre der Gangunterschied gleich $\gamma + \mu$ Wellenlängen der dortigen Lichtsorte. Nennen wir deren Wellenlänge λ_2, so hätte man wieder $(\gamma + \mu) . \lambda_2 = n r_2$. Für eine dritte um weitere ν Streifenabstände entfernte Stelle im Spectrum gelte $(\gamma + \mu + \nu) . \lambda_3 = n r_2$.

Die Gleichungen:

$$\gamma \lambda_1 = (\gamma + \mu) \lambda_2 = (\gamma + \mu + \nu) \lambda_3 \ldots \ldots$$

gestatten nun, aus zwei bekannten Wellenlängen λ_1 und λ_2 die unbekannten Wellenlängen λ_3 u. s. f. zu berechnen, wenn die Anzahl der Streifenabstände μ, ν u. s. f. zwischen den betreffenden Lichtsorten bekannt ist. Man findet nämlich zunächst:

$$\gamma = \frac{\mu \lambda_3}{\lambda_1 - \lambda_2} \text{ und dann } \lambda_3 = \frac{\gamma \lambda_1}{\gamma + \mu + \nu}.$$

In ähnlicher Weise ist nun Esselbach[1]) vorgegangen, um die Wellenlängen der ultravioletten Strahlen zu bestimmen.

Esselbach führte den Versuch in folgender Weise aus: Das durch eine Spalte in horizontaler Richtung in ein dunkles Zimmer eintretende Strahlenbündel wurde von einem nahe am Fenster aufgestellten Quarzprisma aufgefangen. Die aus diesem Prisma divergirend austretenden Strahlen wurden auf einem ungefähr 60 cm entfernten, mit einer zweiten Spalte versehenen Schirme aufgefangen, welcher so gestellt war, dass die Spalte an das ultraviolette Ende des Spectrums zu stehen kam. Wurde nun diese nur durch ultraviolette Strahlen erleuchtete Spalte durch ein zweites Quarzprisma und ein Fernrohr beobachtet, so erblickte man ohne Hülfe von Fluorescenz einen Theil des ultravioletten Spectrums und ausserdem noch ein schwaches gewöhnliches, von einem durch die zweite Spalte noch eindringenden Rest zerstreuten Tageslichtes herrührendes Spectrum. Je nachdem das erste Prisma etwas nach der einen oder anderen Seite gedreht wurde, erschien ein anderer Theil des ultravioletten Spectrums im Fernrohre.

Bei dieser Beobachtungsweise erschienen die Fraunhofer'schen Linien im ultravioletten Theile des Spectrums scharf auf mattem graublauem Grunde, und zwar beobachtete Esselbach solche Streifen noch

[1]) Pogg. Ann., Bd. XCVIII.

weit über die Linie N hinaus; den letzten noch sichtbaren Streifen bezeichnete er mit R.

Um die Talbot'schen Streifen hervorzubringen, bediente sich Esselbach nicht der Interferenz durch Doppelbrechung, sondern einer der ursprünglichen Talbot'schen ähnlichen Methode. Er bedeckte die Hälfte des Fernrohrobjectivs durch ein senkrecht zur Axe geschliffenes Quarzblättchen von 0,195 mm Dicke. Bezeichnen wir die Dicke des Blättchens mit d, die Wellenlänge eines homogenen Strahles in der Luft mit λ, im Quarz mit λ', den Brechungsquotienten dieses (gewöhnlichen) Strahles im Quarz mit n, so ist der Gangunterschied zwischen den Strahlen, die durch den Quarz hindurch und die am Quarz vorbeigezogen sind, gegeben durch

$$\frac{d}{\lambda'} - \frac{d}{\lambda} = \frac{nd}{\lambda} - \frac{d}{\lambda} = \frac{d}{\lambda}(n - 1).$$

Für eine andere brechbarere Lichtsorte, für welche die Wellenlänge in Luft λ_1, in Quarz λ_1', der Brechungsquotient in Quarz n_1 ist, beträgt dieser Gangunterschied

$$\frac{d}{\lambda_1}(n_1 - 1).$$

Nach dem früher Entwickelten ist nun der Gangunterschied zweier Stellen im Spectrum gleich der Anzahl Talbot'scher Streifen, die dazwischen liegen. Angenommen, es sei deren Anzahl μ, so gilt also

$$\frac{d}{\lambda_1}(n_1 - 1) - \frac{d}{\lambda}(n - 1) = \mu,$$

woraus

$$\lambda_1 = \frac{d\lambda\,(n_1 - 1)}{\mu\lambda + d\,(n - 1)}.$$

Esselbach setzte nun für die Wellenlänge λ der Fraunhofer'schen Linien H den bekannten Werth = 0,0003929 mm und erhielt die in der nachstehenden Tabelle aufgeführten Beobachtungs- und Rechnungsresultate:

Spectral-linien	Brechungsquotient des gewöhnlichen Strahles in Quarz	Zahl der Talbot'schen Streifen	Wellenlängen
H	1,5586	11	0,0003929 angenommen
L	1,5605	11	0,0003791 berechnet
M	1,5621	15	0,0003657 "
N	1,5646	14	0,0003498 "
O	1,5674	8	0,0003360 "
P	1,5690	7	0,0003290 "
Q	1,5702	18	0,0003232 "
R	1,5737	—	0,0003091 "

E. Mach bediente sich der Müller'schen Streifen, um den Gangunterschied der Lichtcomponenten in einem durch Gewichte gedehnten, sowie in einem zum Tönen gebrachten Glasstabe zu untersuchen. Er benutzte dabei den in Fig. 754 auf S. 1070 schematisch angedeuteten Apparat.

Sind die Polarisationsebenen der beiden Nicols P und A unter 45° gegen den Horizont geneigt, so bringt eine dazwischen vertical aufgehängte und belastete Glasplatte die Erscheinungen wie ein Gypsblättchen hervor. Da es jedoch sehr starker Belastungen bedarf, um den Gangunterschied so beträchtlich zu machen, dass wenigstens ein Müller'scher Streifen erscheint, so ist es zweckmässiger, ausser der Glasplatte noch ein passend orientirtes Gypsblättchen einzuschalten, welches für sich allein schon eine genügende Anzahl Müller'scher Streifen hervorbringt. Durch die Belastung der Glasplatte werden dann diese Streifen verschoben und man weiss dann, dass der Gangunterschied innerhalb der Glasplatte so viele Wellenlängen beträgt, als Streifen vorübergewandert sind. Man kann aber auch, wie E. Mach gethan, die durch die Belastungen hervorgebrachten Verschiebungen durch eine entgegengesetzt wirkende Krystallplatte (oder den später zu beschreibenden Babinet'schen Compensator) wiederum aufheben und aus dem Gangunterschied der hierzu nöthigen Dicke der Krystallplatte auf den Gangunterschied der belasteten Glasplatte schliessen. Mach fand auf diese Weise z. B., dass ein mit 50 kg auf 1 qcm Querschnitt belasteter Glasstab nur 0,0013 des Gangunterschiedes einer gleich dicken Quarzplatte hervorbringe.

Ein tönender, longitudinal schwingender Glasstab ändert seinen Gangunterschied, also auch die Lage der Müller'schen Streifen während jeder Schwingung. E. Mach setzte deshalb nach Entfernung des Oculars O im Apparate (Fig. 754 auf S. 1070) zunächst eine Cylinderlinse vor, deren Axe dem Spectrum parallel lag und welche dasselbe zu einer schmalen Linie zusammenzog und beobachtete dann das Spectrum in einem rotirenden Spiegel, dessen Rotationsaxe ebenfalls parallel mit dem Spectrum angeordnet war. Die Müller'schen Streifen, durch die Cylinderlinse in dunkle Punkte zusammengezogen, werden dann durch den rotirenden Spiegel in dunkle Zickzackcurven aufgelöst, aus denen Mach die Grösse der Amplituden, das Schwingungsgesetz und die Druckvariationen, denen das Glas ausgesetzt war, ableitete.

Es stellte sich dabei heraus, dass diese Drucke sehr beträchtliche Werthe, z. B. bei mässig starkem Tönen ± 150 bis ± 180 kg auf 1 qcm Querschnitt erreichen und es ist demnach nicht mehr zu verwundern, dass ein Glasstab durch starkes Tönen zersplittert werden kann. Näheres über diese schönen Untersuchungen sehe man in E. Mach, Optisch-Akustische Versuche, Prag 1873.

401 **Farbige Ringe in einaxigen Krystallen.** Wenn man eine Kalkspathplatte, welche rechtwinklig zur optischen Axe geschliffen ist

(eine solche Platte erhält man, wenn man die gegenüberliegenden stumpfen Ecken eines Rhomboëders in der Weise abschleift, wie es in Fig. 756 angedeutet ist), zwischen die beiden Turmalinplatten der in §. 372 beschriebenen Turmalinzange (Fig. 757) bringt und dann, indem man den Apparat dicht vor das Auge hält, nach dem hellen Himmel oder irgend einer recht hellen Fläche sieht, so erblickt man ein prächtiges Ringsystem; wenn die Turmalinplatten gekreuzt sind, so sieht man die Erscheinung Fig. 1, Taf. IX; sind aber die Turmalinplatten so gestellt,

Fig. 756.

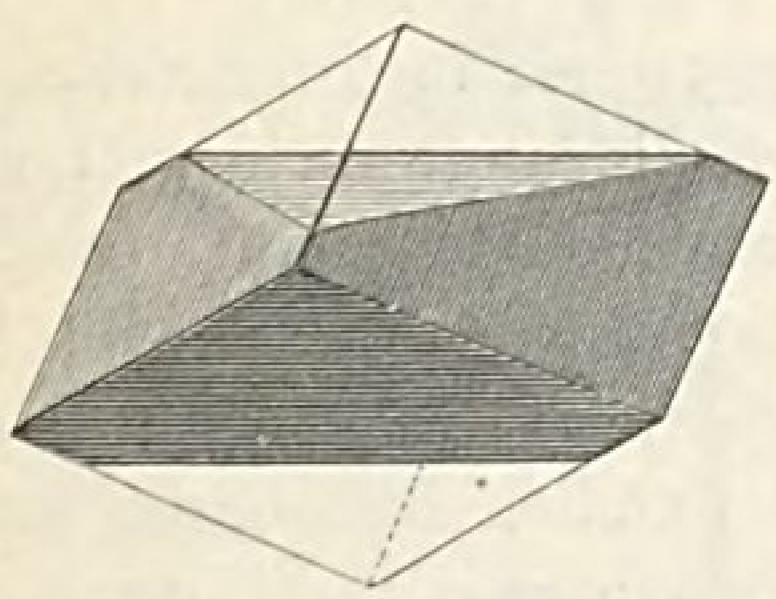


Fig. 757.

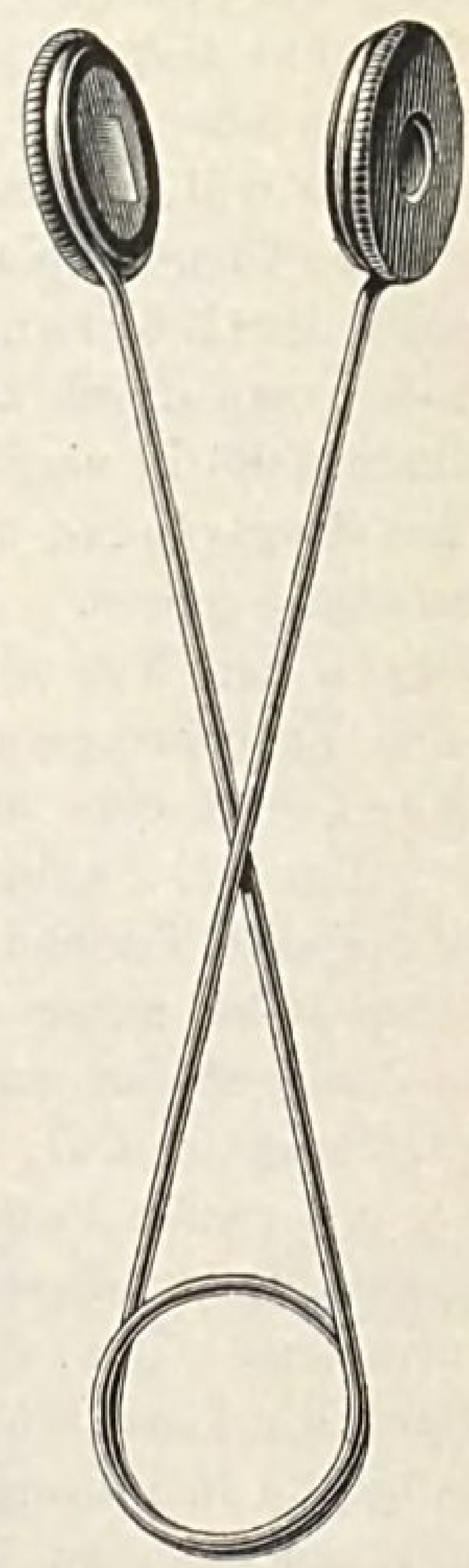
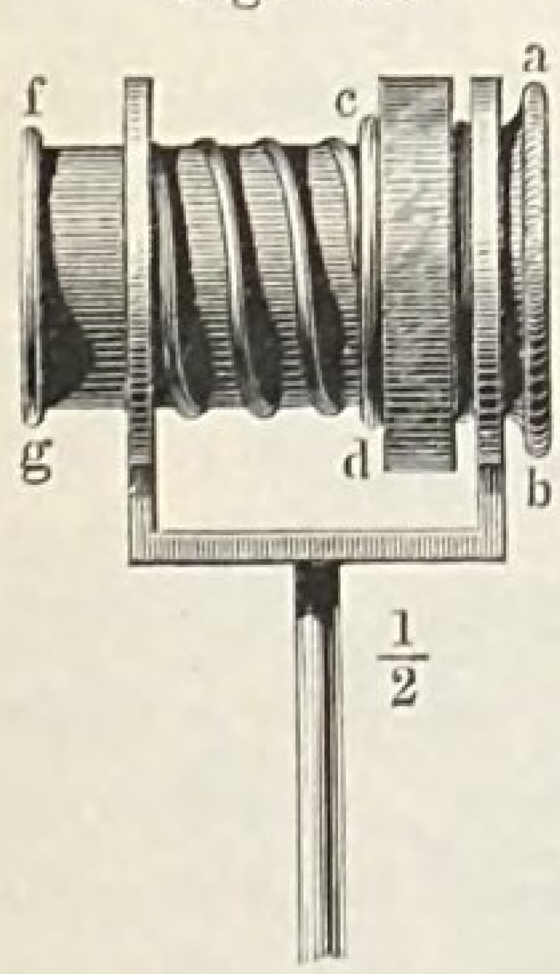


Fig. 758.



dass ihre Polarisationsebenen parallel sind, so sieht man die Erscheinung Fig. 2, Taf. IX, in welcher alle Farben complementär zu den Farben der entsprechenden Stellen in Fig. 1, Taf. IX sind, weshalb auch hier statt des schwarzen Kreuzes ein weisses erscheint.

Eine andere zur Beobachtung der Ringsysteme in doppeltbrechenden Krystallen sehr geeignete Form der Turmalinzange ist in Fig. 758 dargestellt. Die erste dicht vor das Auge zu haltende Turmalinplatte ist in eine Fassung *ab* eingesetzt, welche, in einer verticalen Messingscheibe steckend, in ihrer Ebene umgedreht werden kann. Die zweite Turmalinplatte ist bei *cd* am Ende einer Hülse *cdfg* eingesetzt, welche durch eine Spiralfeder gegen die Fassung der ersten Turmalinplatte angedrückt

wird. Legt man nun die gewöhnlich in Kork gefasste Krystallplatte in der Weise zwischen die beiden Turmalinplatten, wie es unsere Figur zeigt, so wird sie hier von selbst durch den Druck der erwähnten Spiralfeder festgehalten.

Die Turmalinzange gewährt bei Beobachtung der besprochenen Farbenringe den grossen Vortheil, dass man durch dieselbe, weil sie dicht vor das Auge gehalten wird, ein ziemlich grosses Gesichtsfeld übersehen kann, was nicht der Fall ist, wenn man die senkrecht zur Axe geschnittene Krystallplatte auf das mittlere Tischlein des Nörrenberg'schen Polarisationsapparates legt und sie in gleicher Weise beobachtet, wie dünne Gypsblättchen.

Wenn man aber die Farben der Ringsysteme in ihrer vollen Reinheit beobachten will, so darf man die Turmalinzange nicht gebrauchen, weil eben die Turmalinplatten selbst stark gefärbt sind. In diesem Falle leistet der Nörrenberg'sche Polarisationsapparat die besten Dienste, wenn man durch zweckmässig angebrachte Linsen das Gesichtsfeld desselben gehörig vergrössert. Es ist nämlich Bedingung zum Erscheinen des Ringsystems, dass die Lichtstrahlen convergirend durch die Krystallplatte gehen.

Man kann den Nörrenberg'schen Polarisationsapparat zur Beobachtung der Farbenringe dadurch brauchbar machen, dass man eine Linse l über und eine ähnliche unter dem mittleren Tischlein des Apparates, Fig. 759, anbringt. Wenn man die Krystallplatte auf das horizontal gestellte Tischlein aufgelegt und die Linse l nahe über, die andere Linse nahe unter derselben festgestellt hat, so erblickt man, durch den Zerleger (am zweckmässigsten ein Nicol'sches Prisma statt der Glasplattensäule CD, Fig. 759) hindurchschauend, ein zierliches Ringsystem mit reinen Farben.

Dass man unter diesen Umständen die Ringe sieht, erklärt sich folgendermaassen: Die von unten kommenden polarisirten Strahlen werden durch die Linse ab, Fig. 760, convergent gemacht, so dass sie die Krystallplatte in hinreichend schrägen Richtungen durchlaufen, um Farbenringe erzeugen zu können. Die aus dem Krystalle stark divergirend austretenden Strahlen werden aber durch die Linse cd in ein schwächer convergirendes Strahlenbündel verwandelt, so dass also die Strahlen, welche den äussersten sichtbaren Ringen entsprechen, unter einem viel spitzeren Winkel ins Auge bei o gelangen, als der ist, unter welchem sie den Krystall durchliefen. Man wird also hier das Ringsystem kleiner sehen, als wenn man die Krystallplatte zwischen Turmalinen unmittelbar vor das Auge gebracht hätte.

Wenn die Linse unter der Krystallplatte und die Linse l ungefähr 2 cm Brennweite haben, so sieht ein kurzsichtiges Auge das Ringsystem einer Kalkspathplatte sehr schön. Um es aber auch für Fernsichtige deutlich zu machen, ist es zweckmässig, über der Linse l noch eine zweite von ungefähr 8 cm Brennweite anzubringen,

durch deren Verschiebung man jedenfalls das Ringsystem deutlich machen kann.

Bei dieser Vorrichtung sind die vielen Reflexe auf den Linsen äusserst störend; um sie wegzuschaffen, muss man durch einen vorgehaltenen Schirm alles vorn auf die Linsen fallende Licht abhalten.

Fig. 759.

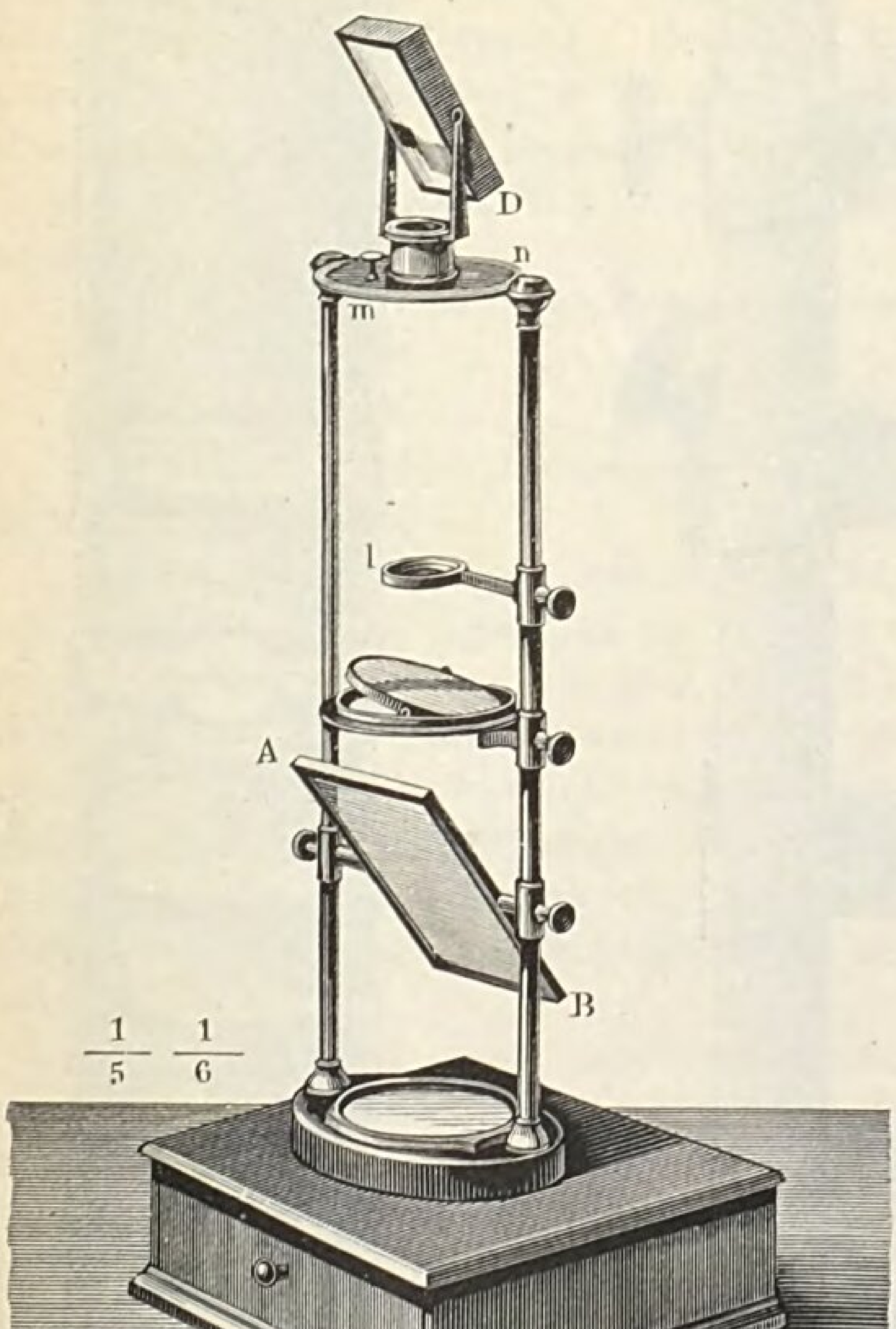
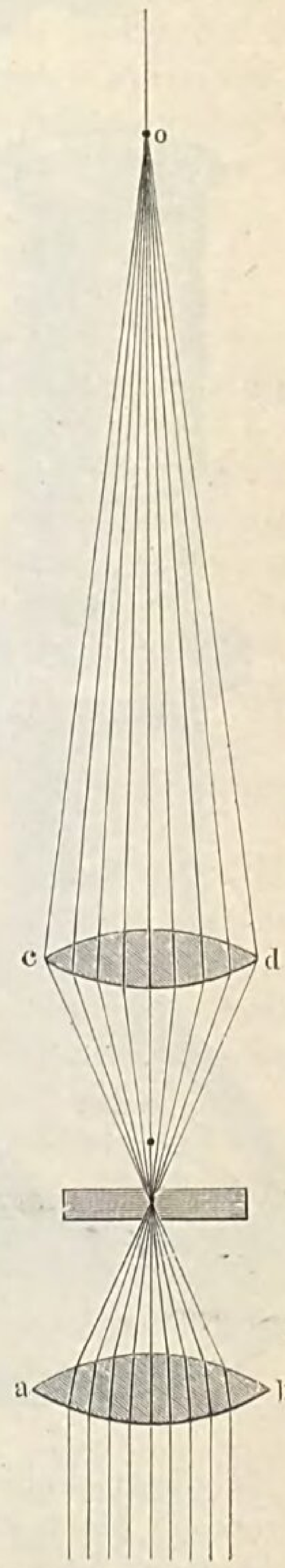


Fig. 760.



Die Durchmesser der Farbenringe einaxiger, senkrecht zur Axe geschliffener Krystalle werden um so grösser, je dünner die Platten sind und je schwächer die doppelte Brechung der Substanz ist. Für dünne Platten solcher Krystalle, welche eine schwache doppelte Brechung haben, wie Eis, Apophyllit, schwefelsaures Nickeloxyd, Blutlaugensalz etc., werden deshalb die Ringe so gross, dass weder das Gesichtsfeld der Turmalinzange, noch das der oben beschriebenen Linsencombination im Nörrenberg'-

schen Polarisationsapparate ausreicht, um das Ringsystem übersehen zu können.

Fig. 761.

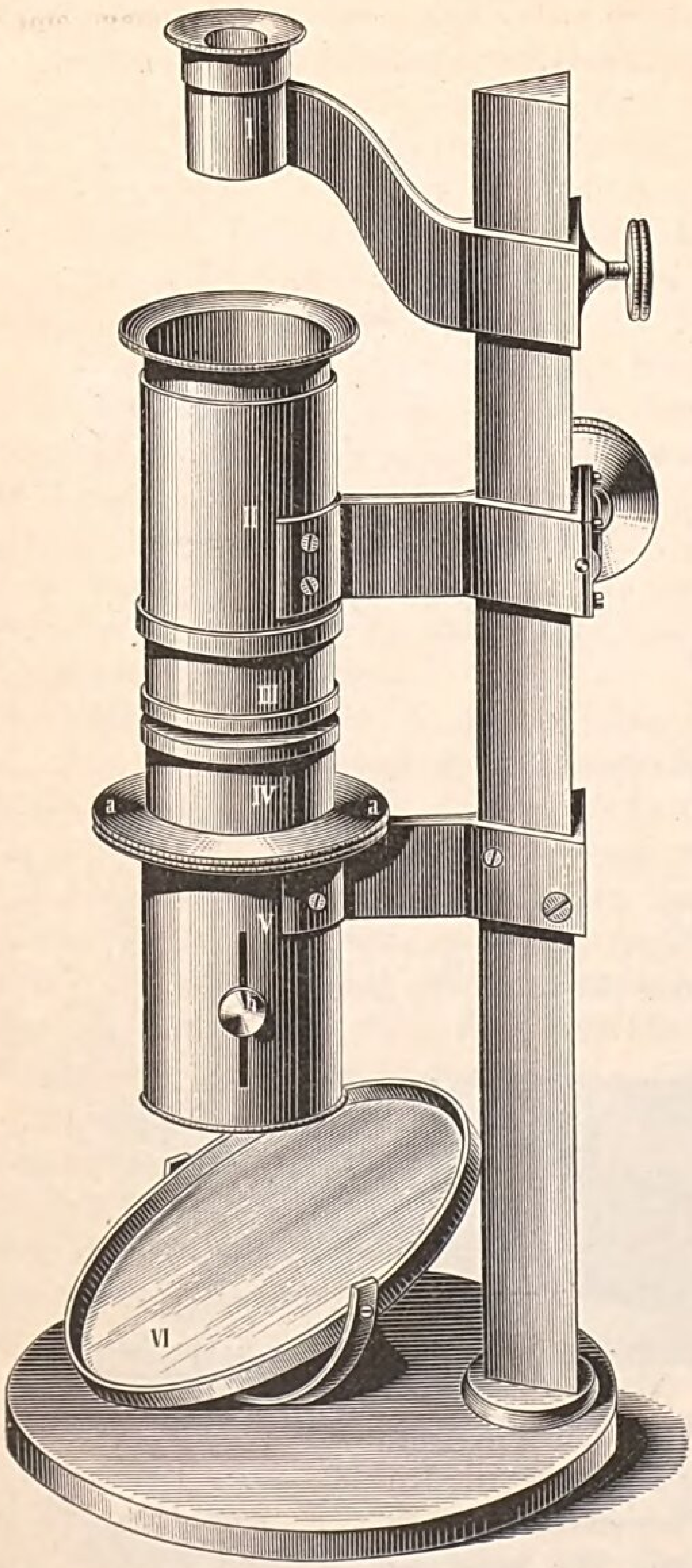
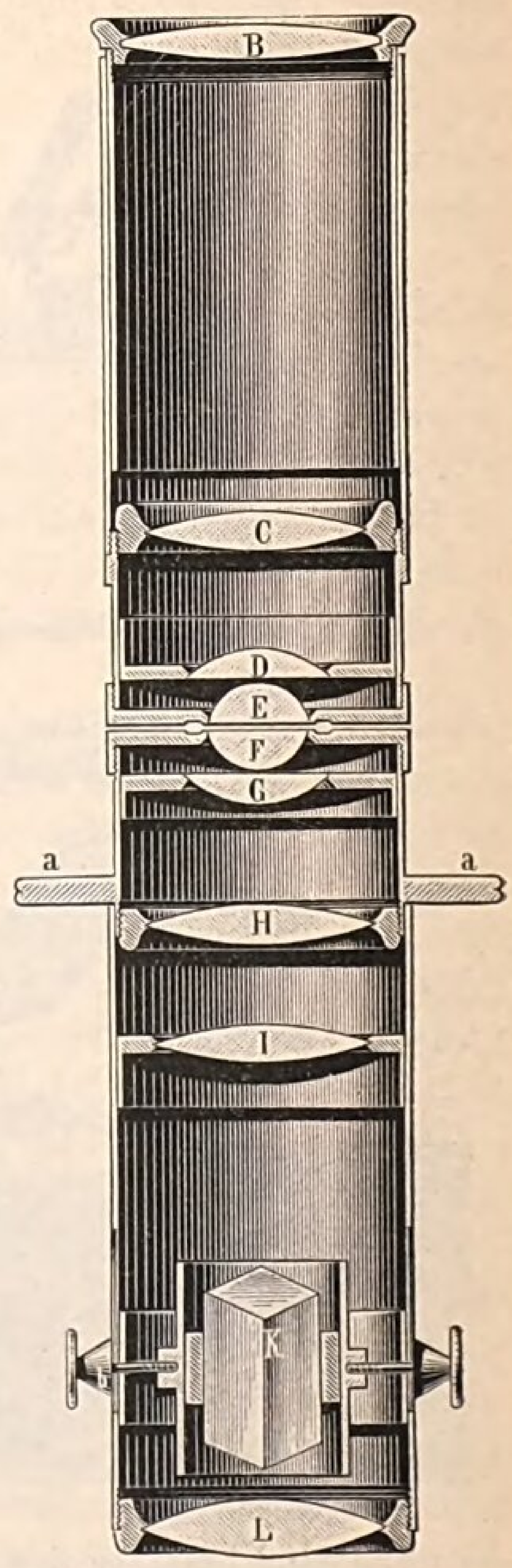


Fig. 762.



In diesem Falle leistet nun das Nörrenberg'sche „Polarisationsmikroskop" die besten Dienste. Dasselbe ist in der von V. v. Lang beschriebenen Construction[1]) Fig. 761 und 762 abgebildet.

[1]) Carl's Rep. VII, 377.

Der Apparat besteht aus sechs Theilen. I ist der obere drehbare Nicol, der als Analysator dient, das Rohr II enthält die Linse *B* und ist mit Trieb verstellbar; die angeschraubte Fassung III und die vom Theil V getragene Fassung IV enthalten die identischen Linsensysteme, deren jedes aus drei Linsen *C*, *D* und *E*, dann *F*, *G* und *H* besteht. Der Theil IV ist überdies um die Verticalaxe drehbar. Der mit dem Stativ fest verbundene Theil V enthält die verschiebbare Linse *I*, den Nicol *K* und noch eine Linse *L*. Der Nicol *K*, der als Polarisator dient, ist mittelst der Schraubenköpfe *bb* längs der Axe verschiebbar und um seine horizontale längere Diagonale drehbar. Der Beleuchtungsspiegel VI ist allseitig verstellbar. Die Brennweiten der biconvexen Linsen sind folgende:

B hat eine Brennweite von 10 cm,
C, *H* „ „ „ „ 3 „
L „ „ „ „ 4 „

Die Halbmesser der planconvexen Linsen *D* und *G* betragen 8 mm, die von *E* und *F* 16 mm.

Damit die beiden Linsensysteme, Fig. 762, ein möglichst grosses Gesichtsfeld geben, muss auf die Fassung der Linsen eine besondere Sorgfalt verwendet werden. Es muss nämlich 1) die mittlere Linse eines jeden Systems möglichst nahe an die gewölbte Fläche der halbkugelförmigen herangerückt sein (näher als in der Figur), und 2) darf die Fassung der halbkugelförmigen Linsen nicht merklich über die ebene Grenzfläche derselben hervorragen, so dass die Krystallplatte mit den ebenen Grenzflächen der halbkugelförmigen Linsen fast in Berührung kommt.

Einen jeden mit einem solchen Linsensystem versehenen Polarisationsapparat kann man einen mikroskopischen Polarisationsapparat nennen. Die Bezeichnung „Polarisationsmikroskop" passt besser auf das weiter unten beschriebene, mit Polarisationsvorrichtung ausgestattete Mikroskop, ist aber auch für die hier beschriebenen Apparate in Uebung gekommen.

Fig. 763 und 764 (a. f. S.) zeigt mikroskopische Polarisationsapparate, wie sie von Albert und von Steeg construirt werden. Die Träger der Linsensysteme *A* und *B* sind an Hülsen befestigt, welche längs eines quadratischen Messingstabes vertical auf- und niedergeschoben und an jeder beliebigen Stelle festgeschraubt werden können. Der in gewöhnlicher Weise belegte Spiegel *S* reflectirt die vom hellen Himmel auf ihn fallenden Strahlen gegen die Glasplattensäule *P*, welche nach der in §. 221 besprochenen Weise construirt ist und von welcher aus endlich die polarisirten Strahlen in verticaler Richtung auf das Linsensystem in *A* fallen. *C* ist das als Analysator dienende Nicol'sche Prisma.

Hätte man in dem Apparate Fig. 763 anstatt der Glasplattensäule *P* einen auf der Rückseite geschwärzten Spiegel eingesetzt, so würde man nur lichtschwache Ringsysteme beobachten, weil nur das auf der

Vorderfläche von P reflectirte Licht zum oberen Theil des Apparates gelangt. Wenn aber P aus einer Reihe auf einander gelegter Glasplatten besteht, so wird ein Theil des Lichtes, welches durch die erste Glasplatte hindurchging, durch die zweite, ein Theil des Lichtes, welches durchging,

Fig. 763.

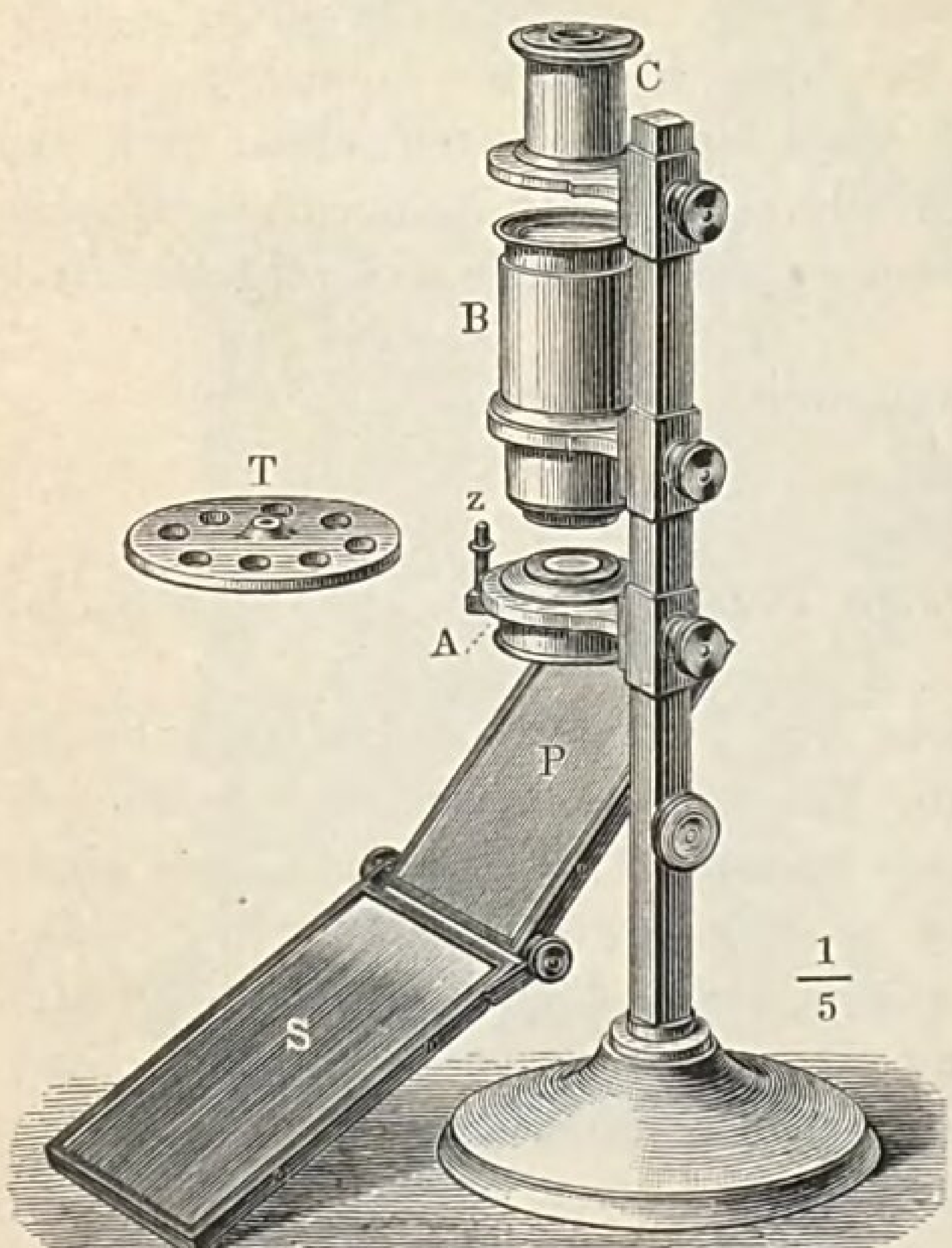
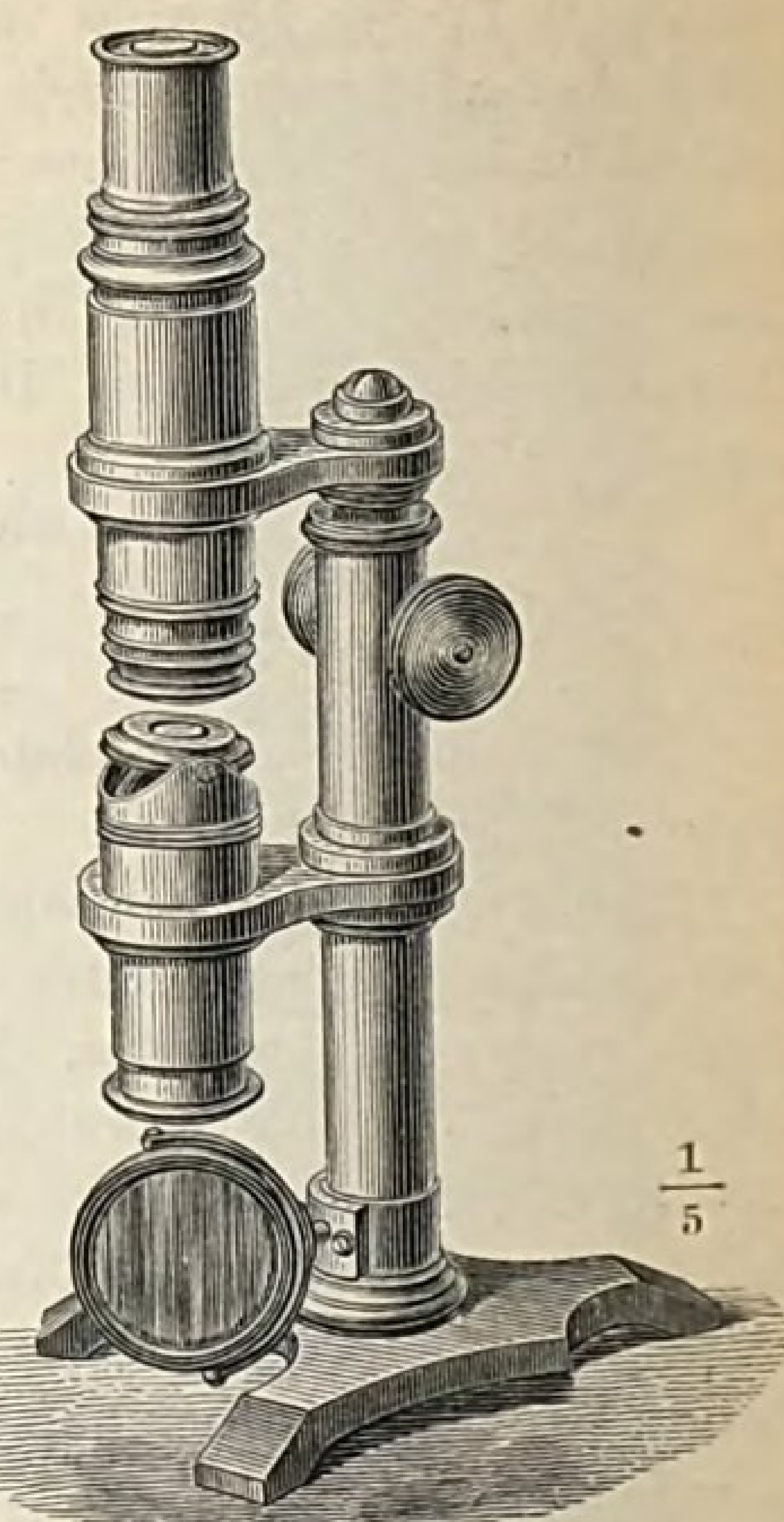


Fig. 764.



durch die dritte etc. nach oben reflectirt und somit eine grössere Lichtmenge durch das Linsensystem und die Krystallplatten dem Auge zugesendet.

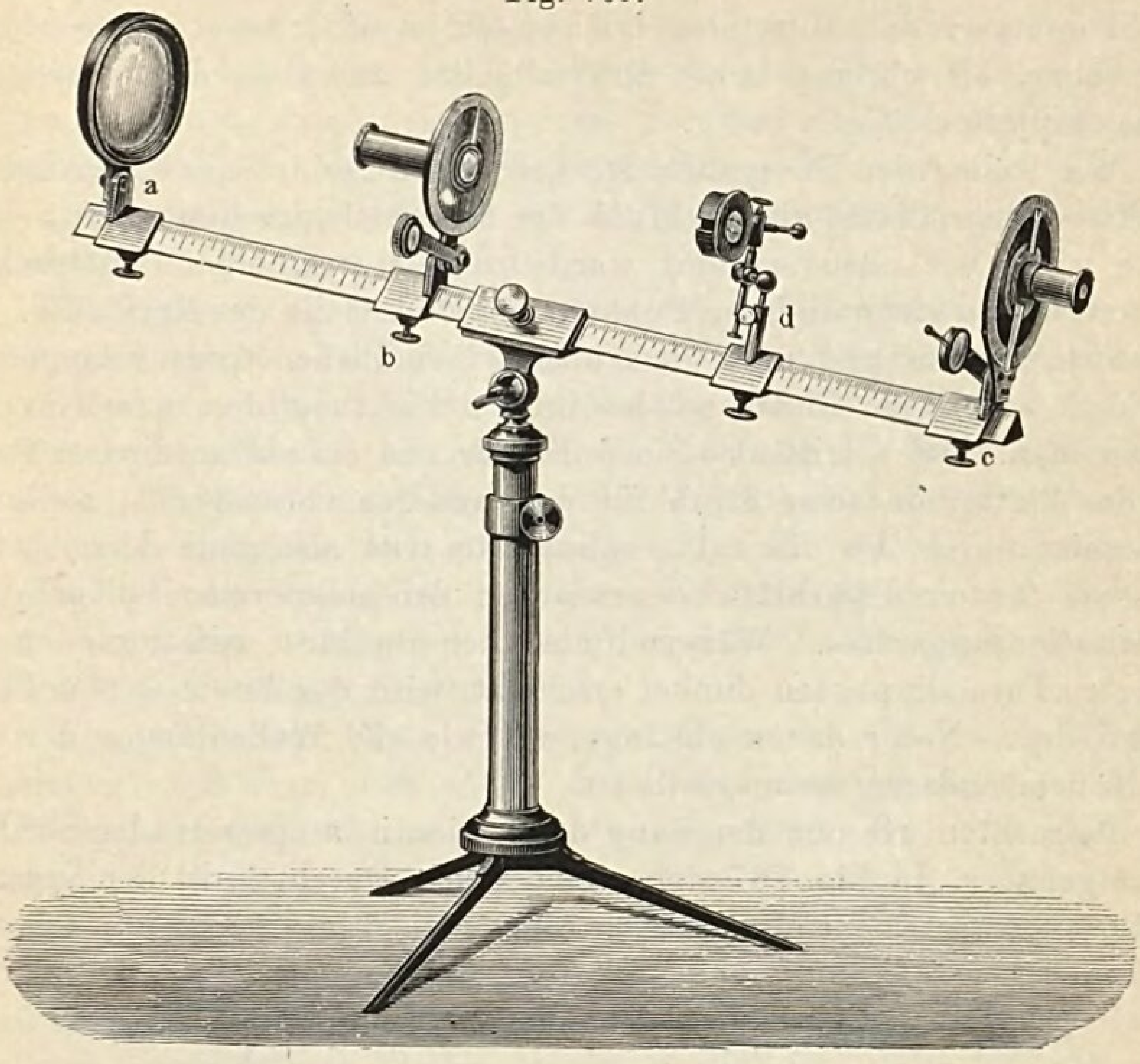
Die zu beobachtenden Krystallplatten werden entweder unmittelbar auf die Fassung der obersten Linse des Linsensystems A gelegt, oder sie sind in den Randöffnungen einer hölzernen Scheibe T eingesetzt, welche mit ihrer centralen Oeffnung auf den Zapfen z aufgesetzt wird. Je nachdem man nun die Scheibe T dreht, kann man bald die eine, bald die andere der auf derselben befestigten Krystallplatten in das Gesichtsfeld bringen.

Fig. 764 stellt Nörrenberg's mikroskopisches Polarisationsinstrument dar, wie es von Hofmann in Paris construirt wird. Die in demselben verwendeten Linsensysteme sind den oben beschriebenen ähnlich. Statt des Polarisationsspiegels dient ein grosses Nicol, welches sein Licht durch einen Erleuchtungsspiegel erhält, wie die Objecte eines gewöhnlichen Mikroskops. Statt des Zerlegungsnicols dient eine ganz dünne geschliffene Turmalinplatte. Die genauere Einstellung des oberen Linsensystems gegen die Krystallplatte wird durch Zahn und Trieb ver-

mittelt. Dieser Apparat hat den Vortheil, dass man ihn auch bei Beobachtung mit Lampenlicht gebrauchen kann.

Dove's Polarisationsapparat ist in Fig. 765 abgebildet. Auf einem dreibeinigen Stativ ist ein dreiseitiger Metallstab so befestigt, dass man

Fig. 765.



seine Neigung gegen die Horizontale beliebig ändern kann. Auf diesem Stabe sind mehrere dreiseitige Hülsen beliebig verschiebbar und an beliebigen Stellen festzustellen. Der Schieber *a* trägt eine Sammellinse, welche die parallel einfallenden Strahlen gegen das von der Hülse *b* getragene Polarisationsnicol hin concentrirt. Die Hülse *c* trägt das Zerlegungsnicol. Zwischen beiden ist noch ein Schieber *d* (oder auch mehrere) angebracht, welche die Krystallplatten, Linsen oder Linsensysteme etc. tragen. Endlich ist an jedem der Schieber *b* und *c* noch ein drehbarer Arm angebracht, in welchem man eine Krystallplatte, ein Glimmerblättchen etc. befestigen kann, um dieselben nach Belieben zwischen den Nicols einzuschieben und wieder zu entfernen.

Erklärung der Farbenringe in einaxigen Krystallen. 402
In Fig. 766 (a. f. S.) stelle die Ebene des Papiers die Oberfläche des zwischen die Turmalinplatten gelegten Krystalles dar. Das Auge des Beschauers befinde sich gerade über *o*; die Richtung der rechtwinklig durch die Platte gehenden Strahlen erscheint also in unserer Figur zu einem Punkte *o*

verkürzt. *ab* sei die Schwingungsrichtung der ersten, *cd* die der zweiten Turmalinplatte. Wenn nun die Krystallplatte rechtwinklig auf die Axe geschnitten ist, so gehen die Strahlen, welche rechtwinklig zu den Oberflächen durch die Platten sich bewegen, in der Richtung der optischen Axe hindurch. In dieser Richtung findet aber keine Spaltung in zwei Strahlen statt; die Mitte des Gesichtsfeldes wird also gerade ebenso erscheinen, als ob gar keine Krystallplatte zwischen den gekreuzten Turmalinplatten läge.

Wir wollen den Fusspunkt des von dem Auge auf die Krystallplatte gefällten Perpendikels als die Mitte des Gesichtsfeldes betrachten; diese Mitte wird, wie eben erwähnt wurde, dunkel erscheinen. Betrachten wir nun irgend einen anderen Punkt *n* der Oberfläche des Krystalles. Die hier austretenden und nach dem über *o* befindlichen Auge gelangenden Strahlen haben die Platte nicht in der Richtung der optischen Axe durchlaufen. Bei *n* tritt also ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl aus der Platte; der eine Strahl ist dem anderen vorausgeeilt; nach der Zerlegung durch die obere Turmalinplatte tritt also ganz derselbe Fall ein, wie für ein Gypsblättchen zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates. Während also der Punkt *o* zwischen den gekreuzten Turmalinplatten dunkel erscheint, wird der Punkt *n* eine Farbe haben, deren Natur davon abhängt, um wie viel Wellenlängen der eine Strahl dem anderen vorausgeeilt ist.

Betrachten wir nun den Gang der beiden in *n* austretenden Strahlen etwas genauer. In Fig. 767 stelle *ABCD* den Durchschnitt der Krystallplatte mit einer Ebene dar, welche durch die Linie *no*, Fig. 766, und

Fig. 766.

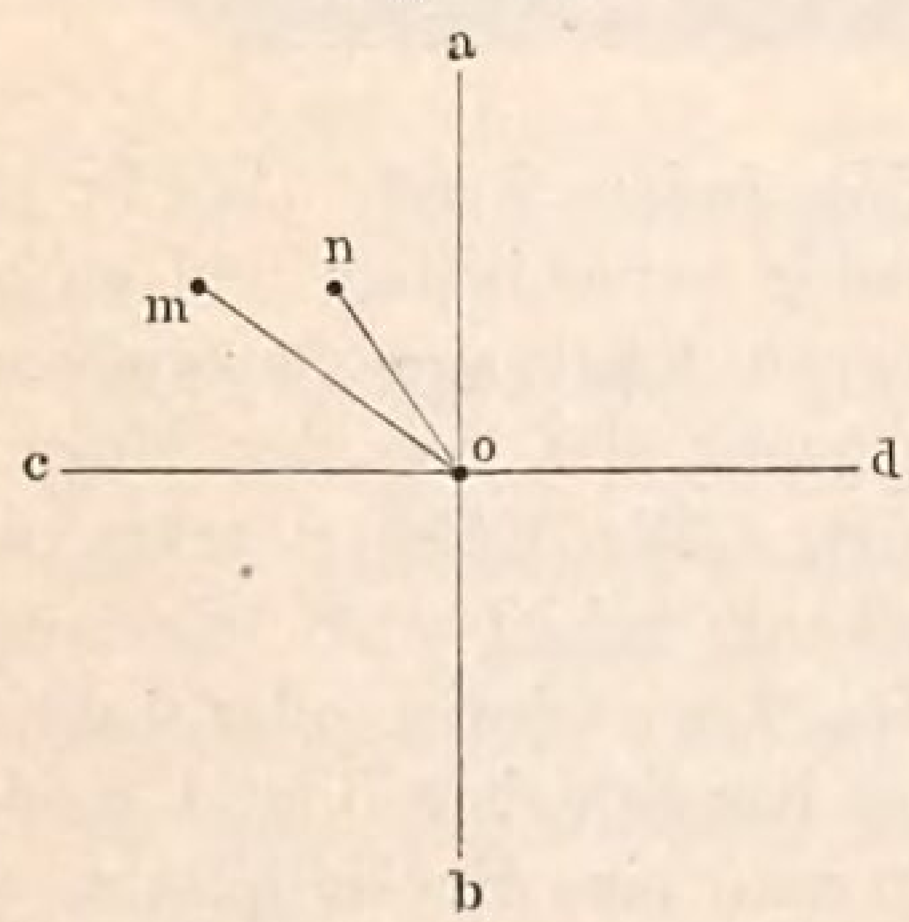
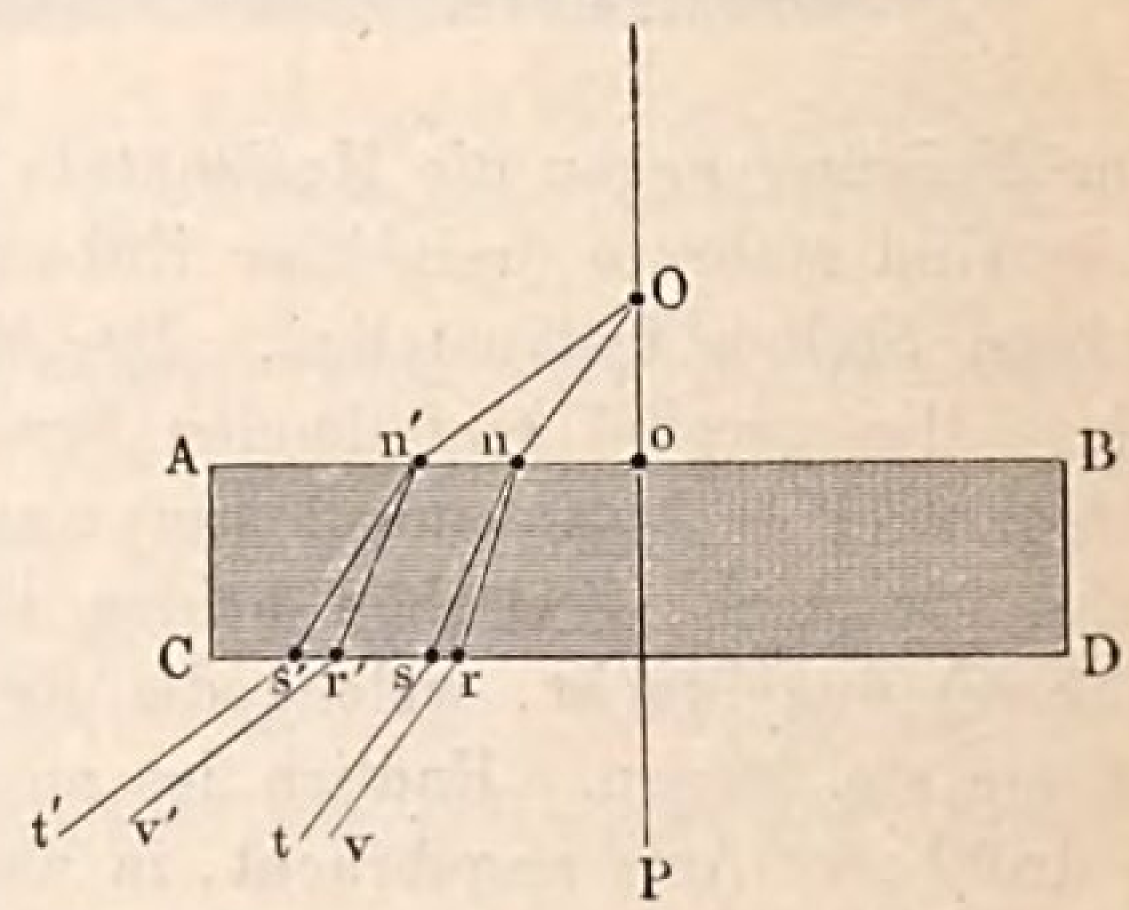


Fig. 767.



das Auge *O* geht, so ist *OoP* das vom Auge auf die Oberfläche des Krystalles gefällte Perpendikel, welches in Fig. 766 zum Punkte verkürzt erschien, und welches mit der optischen Axe im Krystalle zusammenfällt. — Wenn von *O* ein Lichtstrahl, *On*, auf die Krystallplatte fiele, so würde er beim Eintritte in den Krystall in zwei Strahlen *ns* und *nr* gespalten werden, die nach *st* und *rv* parallel mit *nO* austreten. Wenn also umgekehrt ein Lichtstrahl *ts* auf die Platte fällt, so wird er

in zwei gespalten, von denen nur der ordinäre nach *n* gelangt. Ein zweiter Strahl *vr* aber, der die Platte trifft, sendet einen extraordinären Strahl nach *n*, bei *n* tritt also ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl in der Richtung *n O* aus.

Die Länge der Wege *ns* und *nr* ist so wenig von einander verschieden, dass man diese Differenz bei unserer Betrachtung ganz unberücksichtigt lassen kann; auf dem Wege *ns* aber liegen weniger Wellenlängen als auf *nr*, weil der eine dieser Strahlen ein ordinärer, der andere ein extraordinärer, weil also die Wellenlänge für den einen kürzer ist als für den anderen. Nehmen wir an, der eine Strahl sei dem anderen um eine Wellenlänge vorangeeilt.

Die Strahlen, die von einem Punkte *n'* der Oberfläche des Krystalles ins Auge gelangen, der noch weiter von *o* entfernt ist als *n*, haben den Krystall in einer Richtung durchlaufen, die mit der optischen Axe einen noch grösseren Winkel macht, als die Richtung der bei *n* austretenden Strahlen; folglich ist der Gangunterschied der beiden bei *n'* austretenden Strahlen im Krystalle noch grösser, als dies für die bei *n* austretenden der Fall ist, das Voraneilen des einen Strahles ist also noch bedeutender. Wir wollen annehmen, dass der eine Strahl dem anderen um zwei Wellenlängen vorausgeeilt sei.

Wie wird nun diese Platte zwischen den Turmalinplatten erscheinen? Offenbar muss etwas Aehnliches stattfinden, wie bei einer keilförmigen Gypsplatte im Polarisationsapparate. Zwischen gekreuzten Turmalinen muss die Stelle *o* dunkel erscheinen, weil von den hier austretenden Strahlen keiner dem anderen vorausgeeilt ist, sie haben ja den Krystall in der Richtung der optischen Axe durchlaufen. Die Stelle *n* wird ebenfalls dunkel erscheinen (für einfarbiges Licht), sie entspricht der Stelle der keilförmigen Platte, welche so dick ist, dass der eine Strahl dem anderen um eine Wellenlänge vorausgeeilt ist; ebenso erscheint *n'* dunkel; dieser Punkt entspricht dem zweiten dunklen Streifen der Gypsplatte. Zwischen *o* und *n* ist eine Stelle, an welcher ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl nach dem Auge hin austreten, von denen der eine dem anderen um eine halbe Wellenlänge vorausgeeilt ist; diese Stelle wird also hell erscheinen. Ebenso befindet sich ein Maximum von Helligkeit zwischen *n* und *n'*; von den hier austretenden Strahlen ist der eine dem anderen um drei halbe Wellenlängen vorausgeeilt.

Denken wir uns um *o* auf der Oberfläche der Krystallplatte einen Kreis mit dem Radius *on* gezogen, so werden alle Strahlen, die von dem Umfange dieses Kreises ins Auge gelangen, sich ebenso verhalten, wie die von *n* herkommenden, denn alle diese Strahlen haben den Krystall in gleicher Neigung gegen die optische Axe durchlaufen; wenn also der Punkt *n* zwischen den Turmalinplatten dunkel erscheint, so erscheint der ganze Umfang des Kreises dunkel, dessen Mittelpunkt *o* und dessen Radius *on* ist. Um den dunklen Mittelpunkt *o* erscheint also zunächst ein heller Kreis, dann ein dunkler, dessen Radius *on* ist; auf diesen folgt

wieder ein heller Ring, dann ein zweiter dunkler Ring, dessen Halbmesser *on'* ist, etc.

Sieht man durch die zwischen gekreuzte Turmalinplatten gelegte Platte nach einer monochromatischen, etwa nach einer durch Kochsalz gelb oder durch Lithium roth gefärbten Flamme, so sieht man eine Reihe von concentrischen Kreisen, die immer feiner und feiner werden.

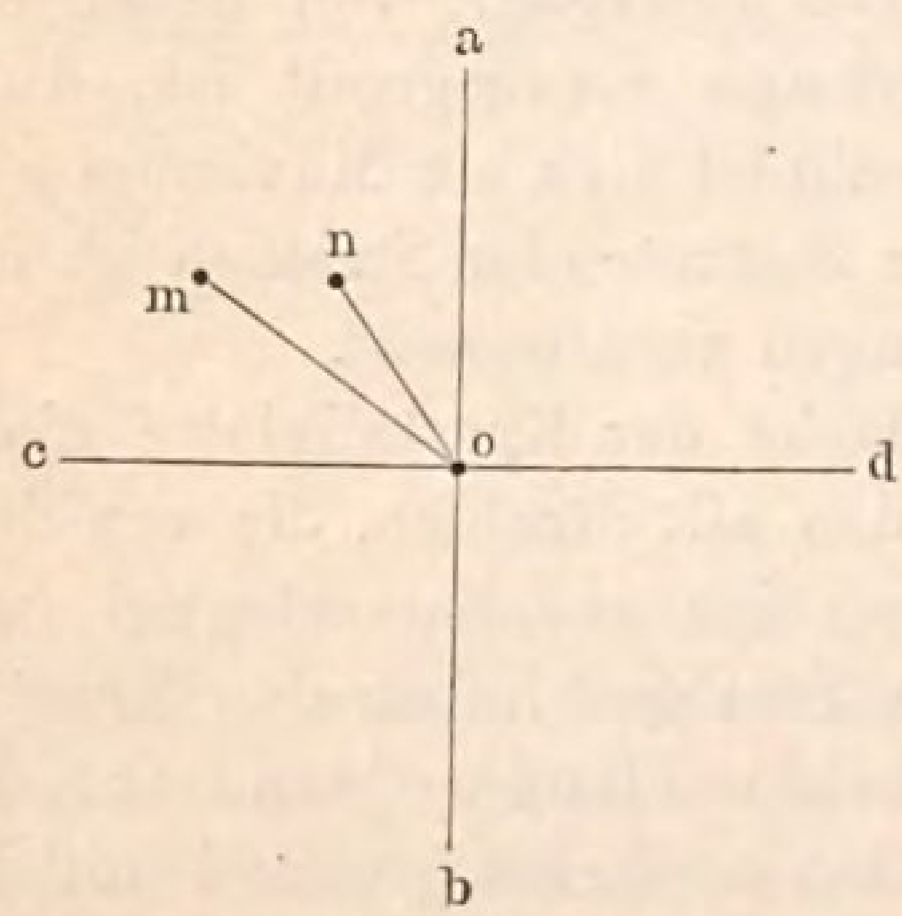
Wenn man weisses Licht statt des einfarbigen Lichtes anwendet, wenn man also z. B. gegen den hellen Himmel sieht, so erblickt man natürlich statt der hellen und dunklen Ringe eine Reihe verschiedenfarbiger Ringe, die von dem Mittelpunkte aus in derselben Ordnung auf einander folgen wie die Farben der keilförmigen Gypsplatte (Taf. IX, Fig. 1).

Das eben besprochene Ringsystem erscheint aber von einem schwarzen Kreuze durchschnitten, dessen Mittelpunkt mit dem Mittelpunkte der Ringe zusammenfällt; wir wollen uns jetzt zu der Erklärung dieses schwarzen Kreuzes wenden.

Bei der Erklärung der Farbenerscheinungen in dünnen Gypsblättchen haben wir gesehen, dass die Färbung eines solchen Blättchens zwischen gekreuzten Spiegeln der Art nach ungeändert bleibt, wenn man ihm verschiedene Lagen giebt, dass aber dabei die Intensität der Färbung variirt. Das Blättchen erscheint am lebhaftesten gefärbt, wenn die Schwingungsebenen der beiden Strahlen einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels machen; dreht man das Blättchen aus dieser Lage heraus, so nimmt seine Helligkeit ab, bis es endlich ganz dunkel erscheint, wenn die Schwingungsebene des einen der beiden Strahlen mit der des unteren Spiegels, die Schwingungsebene des anderen Strahles im Krystalle mit der des oberen Spiegels zusammenfällt.

Wir sehen daraus, dass die Intensität der Färbung davon abhängt, welche Lage die Schwingungsebenen im Krystalle gegen die Schwingungsebenen der beiden Spiegel, oder in unserem Falle der beiden Turmalinplatten, haben. Bei den Gypsblättchen sind die Schwingungen aller durchgehenden Strahlen mit zwei bestimmt anzugebenden Linien parallel; bei einer senkrecht auf die Axe geschnittenen Krystallplatte aber ist dies nicht der Fall.

Fig. 768.



Von einem Punkte *n*, Fig. 768, der Oberfläche eines senkrecht auf die Axe geschliffenen einaxigen Krystalls tritt ein ordinärer Strahl nach dem über *o* befindlichen Auge aus; die Ebene, welche sich durch den Punkt *n* und die in *o* zum Punkte verkürzte Richtung der optischen Axe legen

lässt, ist der Hauptschnitt für diese Strahlen; die Schwingungen des extraordinären Strahles finden nun in diesem hier zur Linie *no* verkürzten Hauptschnitte selbst statt, die Schwingungen des ordinären sind rechtwinklig auf demselben. Für einen anderen Punkt *m* der Oberfläche des Krystalles ist aber *mo* die Projection des Hauptschnittes, die Schwingungsebenen der von *m* nach dem Auge gelangenden Strahlen haben also eine andere Lage, als die Schwingungsebenen der von *n* kommenden Strahlen. Wenn nun der Punkt *n* so liegt, dass die Linie *no* einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen *ab* und *cd* der beiden Turmalinplatten macht, so werden die Farben an dieser Stelle *n* ein Maximum von Helligkeit zeigen; je mehr aber die von dem Austrittspunkte nach *o* gezogene Linie sich der Linie *ab* oder *cd* nähert, desto dunkler wird die Färbung werden; vollkommene Dunkelheit muss endlich an allen Punkten der Linien *cd* und *ab* selbst stattfinden. So erklärt sich das schwarze Kreuz (Taf. IX, Fig. 1).

Der Durchmesser der Ringe hängt von der Dicke der Platten ab, er ist der Quadratwurzel aus der Dicke proportional; für eine viermal, neunmal dickere Kalkspathplatte werden die Durchmesser der Ringe zweimal, dreimal kleiner sein.

Auch die anderen einaxigen Krystalle, den Bergkrystall ausgenommen, zeigen dieselbe Erscheinung, nur sind für gleich dicke Platten die Ringe um so enger, je stärker die doppelte Brechung der Substanz, d. h. je grösser der Unterschied zwischen dem grössten und kleinsten Brechungsquotienten für dieselbe ist; so sind z. B. die Ringe in einer Kalkspathplatte weit enger, als in einer gleich dicken Platte von essigsaurem Kalkkupfer.

Dass zwischen parallelen Turmalinen die complementäre Figur mit dem weissen Kreuze (Taf. IX, Fig. 2) erscheint, bedarf keiner Erklärung. Die nähere Untersuchung der Modificationen, welche die Ringfigur erleidet, wenn die Turmalinplatten weder parallel, noch gekreuzt sind, würde uns zu weit führen.

Bearbeitung der Krystallplatten. Während man das 403
schwierigere Schleifen und Poliren härterer mineralischer Körper am besten einem Glasschleifer überlässt, sind dagegen auflösliche Salze so leicht zu behandeln, dass Jedermann ohne grosse Mühe selbst solche Platten herrichten kann. Die Flächen, welche rechtwinklig auf der optischen Axe stehen, werden zunächst auf einem feinen Schleifstein angeschliffen und sodann auf einem leinenen Läppchen polirt, auf welchem ganz feines Caput mortuum, mit einer ganz geringen Menge von Wasser angefeuchtet, eingerieben worden ist. Nachdem dies geschehen ist, putzt man die polirten Flächen mit einem trockenen Tuche sorgfältig ab und kittet sie mit Hülfe von canadischem Balsam zwischen zwei Glasplatten, damit die polirten Flächen nicht wieder durch den Einfluss der Luft ihren Glanz verlieren.

Besonders leicht sind die Krystallplatten dann zu präpariren, wenn die optische Axe auf einer Spaltungsfläche senkrecht steht, wie dies z. B. beim schwefelsauren Nickeloxyd der Fall ist. Dieses Salz krystallisirt bei verschiedenen Temperaturen in verschiedenen Formen; bei 15° krystallisirt es in gleicher Form mit dem Zinkvitriol, und in diesem Falle ist es optisch zweiaxig; bei einer Temperatur von 15 bis 20° krystallisirt es in Quadratoctaëdern, also in optisch einaxigen Krystallen, welche senkrecht zur optischen Axe sehr vollkommen spaltbar sind; hat man durch Spaltung eine Platte mit recht ebenen glänzenden Flächen erhalten, so kann man sie ohne Weiteres zwischen die Glasplatten kitten. Auch das Blutlaugensalz ist in einer Richtung sehr vollkommen spaltbar, welche rechtwinklig zur optischen Axe ist; doch erscheinen die Ringe in demselben selten ganz regelmässig, sondern meistens verzerrt, was auf eine Störung in der krystallinischen Structur hinzudeuten scheint; ähnliche Unregelmässigkeiten beobachtet man auch an dem Ringsysteme des Berylls.

Um das Ringsystem zu beobachten, sind ausser den schon genannten noch besonders folgende einaxige Krystalle geeignet: Salpetersaures Natron, Turmalin, saures arseniksaures Kali, Honigstein, essigsaures Kalkkupfer, Eis etc.

Das salpetersaure Natron krystallisirt in Rhomboëdern, wie der Kalkspath, und hat eine noch stärkere doppelte Brechung; das essigsaure Kalkkupfer, ein Doppelsalz von essigsaurem Kupfer und essigsaurem Kalk, krystallisirt in achtseitigen Säulen und ist durch seine prachtvolle blaue Farbe ausgezeichnet; wegen der dunklen Farbe dieses Salzes sieht man seine Ringe am besten, wenn man grüne Turmaline anwendet.

Dass das Eis wirklich eine krystallinische Structur hat, liess sich schon daraus erwarten, dass die Schneeflocken so regelmässige Formen zeigen, obgleich man an dem Eise selbst keine regelmässigen Krystallflächen beobachtet; diese Vermuthung wird nun durch die optischen Eigenschaften des Eises vollkommen bestätigt. Wenn die Eisdecke irgend eines Gewässers eine Dicke von 2 bis 4 cm erreicht hat, schlage man aus dieser Decke eine Platte heraus und bringe sie sogleich in die Turmalinzange, so wird man ohne Weiteres ein Ringsystem, wie im Kalkspath, sehen, nur sind der geringeren doppelten Brechung des Eises wegen die Durchmesser der Ringe hier trotz der Dicke der Platte noch ziemlich gross. Sehr schön erscheint das Ringsystem einer ungefähr 3 mm dicken Eisplatte im mikroskopischen Polarisationsapparat. Die optische Axe des Eises steht rechtwinklig zur natürlichen Oberfläche der Eisdecken, und das Eis gehört wirklich in das hexagonale Krystallsystem, wohin es auch nach der Gestalt der Schneeflocken, welche sechsseitige Sterne bilden, gehört. Auch in den Körnern des Gletschereises wurde von Sonklar das Ringsystem beobachtet.

Abnorme Erscheinungen der Farbenringe einaxiger Krystalle. Die Farben des Ringsystems, Fig. 1, Taf. IX, folgen für einen senkrecht zur Axe geschnittenen Kalkspathkrystall sehr nahe in der Reihenfolge der Newton'schen Farbenringe auf einander. Legt man zwischen die beiden Linsensysteme des Apparates Fig. 763, S. 1084 eine senkrecht zur Axe geschliffene Kalkspathplatte, welche dünn genug ist, um auch unter diesen Umständen noch ziemlich grosse Ringe zu zeigen, während auf das obere Linsensystem ein System von zwei Glasplatten gelegt wird, von denen die eine roth, die andere blau ist, und welche in einer geraden Linie scharf zusammenstossen, so erblickt man einen Theil des Ringsystems unten in blauem, einen Theil in rothem Licht. Legt man die farbigen Platten so, dass die Trennungslinie zwischen Blau und Roth gerade durch den Mittelpunkt des schwarzen Kreuzes geht und dass sie einen Winkel von 45^0 mit den Kreuzesarmen macht, so sieht man, dass die blauen Ringe enger sind als die rothen. In der blauen Hälfte hat der dritte dunkle Ring ungefähr gleichen Durchmesser mit dem zweiten dunklen Ring der rothen Hälfte. 404

Für viele einaxige Krystalle weichen aber die Farben des Ringsystems wesentlich von denen der Newton'schen Ringe ab. Im unterschwefelsauren Strontian z. B. ist die Farbenfolge von der Mitte an folgende: Weiss erster Ordnung, Gelb, Roth, Purpur, Grün etc. Es rührt dies daher, dass für dieses Salz die blauen Ringe verhältnissmässig noch enger sind als beim Kalkspath. Unter dem blauen und rothen Glasplattenpaar findet man, dass der zweite dunkle Ring für blaues Licht mit dem ersten für rothes zusammenfällt.

Am auffallendsten weicht die Färbung des Ringsystems für einige Varietäten Apophyllit von dem normalen ab. Die Ringe sind alle gleich gefärbt, und zwar abwechselnd dunkelviolett und eigenthümlich schmutziggelb. Unter dem blaurothen Glase findet man, dass die blauen Ringe fast gleichen Durchmesser mit den rothen haben.

Bei genauerer Untersuchung findet man, dass diese Erscheinung, welche man an den Apophylliten von den Faröer-Inseln und denen von Poonah in Ostindien, nicht aber an denen von Andreasberg und Tyrol beobachtet, daher rührt, dass jene Krystalle für gelbes Licht keine doppelte Brechung haben, dass sie für rothes Licht positiv und für blaues negativ sind.

Senarmont hat die Erscheinung der Apophyllitringe dadurch nachgeahmt, dass er eine senkrecht zur Axe geschliffene Platte des positiven unterschwefelsauren Bleies mit einer senkrecht zur Axe geschliffenen Platte des negativen unterschwefelsauren Strontians combinirte.

Durch Zusammenkrystallisiren des unterschwefelsauren Blei- und Strontiansalzes in entsprechenden Verhältnissen ist es Senarmont gelungen, Krystalle zu erhalten, welche die Apophyllitringe zeigten.

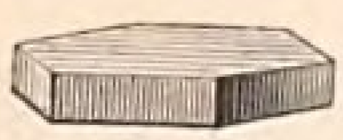
Steeg (Optiker in Bad Homburg, welcher alle Präparate zur chromatischen Polarisation in ausgezeichneter Weise verfertigt) hat gefunden, dass man mit allen positiven und negativen einaxigen Krystallen die Apophyllitringe hervorbringen kann, wenn man sie in geeigneter Dicke combinirt. Um die Erscheinung mit Sicherheit zeigen zu können, wendet er eine keilförmige senkrecht zur Axe geschliffene Kalkspathplatte an, welche unter einer positiven Krystallplatte (unterschwefelsaures Blei) mehr oder weniger weit eingeschoben wird.

Ausser dieser abnormen Farbenfolge beobachtet man aber im Ringsystem senkrecht zur Axe geschliffener einaxiger Krystalle noch mancherlei Unregelmässigkeiten und Verzerrungen, wie z. B. beim Beryll, dem Blutlaugensalz, bei manchen Exemplaren von Kalkspath, Turmalin, Mellit, Idokras, Apophyllit etc.

Solche Unregelmässigkeiten sind stets die Folge mangelhafter Homogenität, welche entweder darin besteht, dass die successiven Schichten des Krystalles nicht ganz gleiche Dichtigkeit haben, oder dass die Axen der zahlreichen Individuen, aus welchen der Krystall zusammengesetzt ist, nicht vollkommen parallel sind, oder endlich, dass dünne Lamellen anderer Axenrichtung in die Hauptmasse des Krystalles eingewachsen sind.

405 **Farbenringe in zweiaxigen Krystallen.** Wenn man eine Salpeterplatte, Fig. 769, welche senkrecht auf die Mittellinie, also senkrecht zur Säulenaxe geschliffen ist, so zwischen die gekreuzten Turmalinplatten legt, dass die Ebene der beiden optischen Axen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der beiden Turmalinplatten macht, so sieht man das schöne Ringsystem Fig. 4, Taf. IX, welches in Fig. 3, Taf. IX übergeht, wenn die Ebene der optischen Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt.

Fig. 769.



Man wird wohl sehr selten einen Salpeterkrystall finden, welcher nicht in der Mitte mit mehr oder weniger bedeutenden röhrenartigen Höhlungen durchzogen ist. Dies macht aber die Krystalle zu unserem Zwecke nicht unbrauchbar; denn gegen den Rand hin finden sich immer Stellen, welche gross genug und vollkommen rein sind.

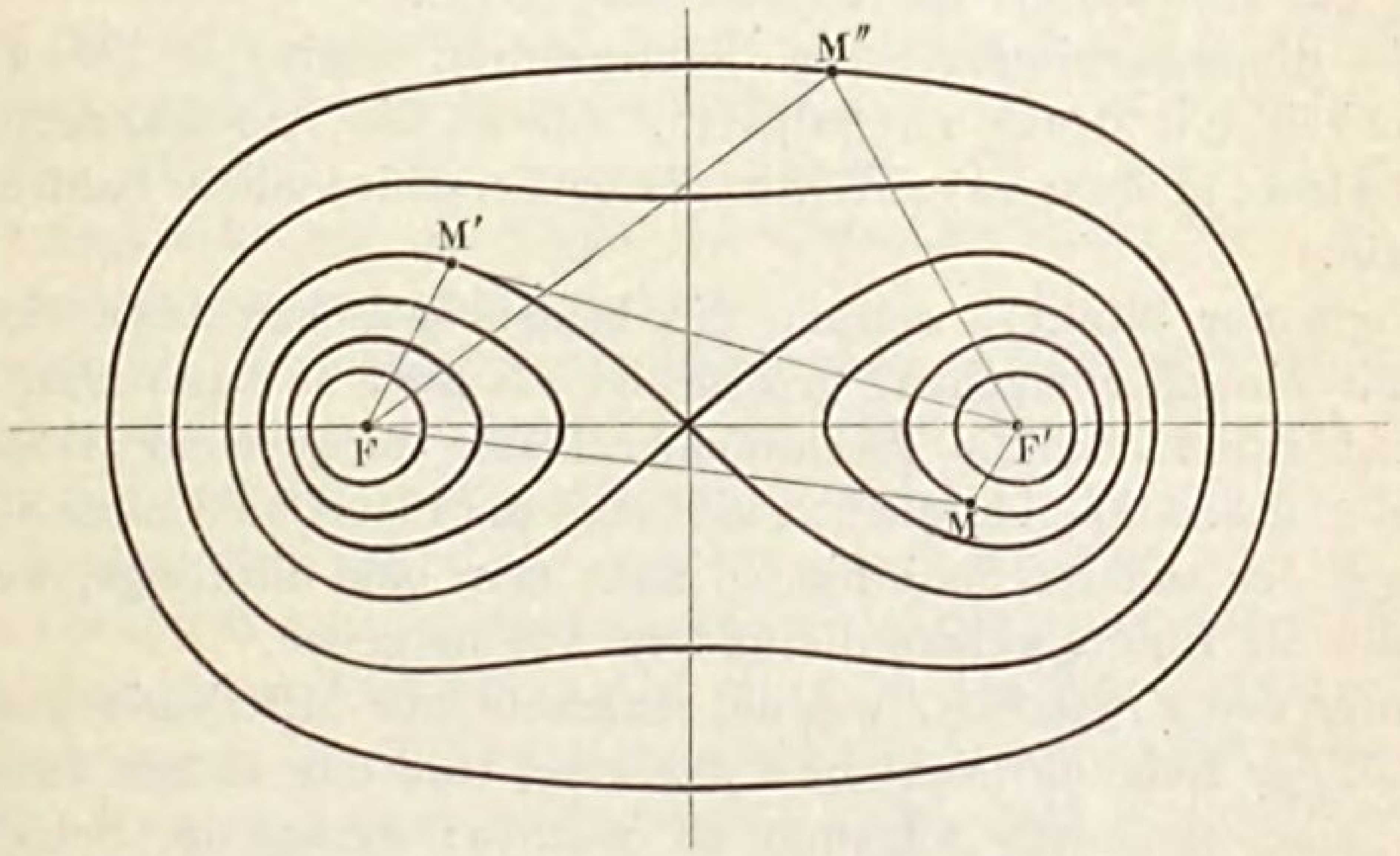
Wir wollen nun zuerst die Gestalt der farbigen (isochromatischen) Curven und dann die Form der sie durchschneidenden schwarzen Büschel näher untersuchen.

Die Erscheinung Fig. 4, Taf. IX besteht offenbar aus einer Verbindung von zwei Ringsystemen, von welchen jedes eine optische Axe umgiebt, d. h. die vom Mittelpunkte eines solchen Ringsystems nach dem Auge austretenden Strahlen haben den Krystall in der Richtung einer optischen Axe durchlaufen. J. Herschel, welcher diese Erscheinung zuerst genau untersuchte, hat gezeigt, dass die farbigen Curven Lemniscaten sind, d. h. krumme Linien, welche, wie die in Fig. 770 ver-

zeichneten, die Eigenschaft haben, dass, wenn man von irgend einem Punkte M einer solchen Curve Gerade nach den beiden Polen F und F' gezogen denkt, das Product dieser beiden Leitstrahlen FM und $F'M'$ eine beständige Grösse ist, deren Werth sich immer von einer Curve zur folgenden ändert. Näheres über die Lemniscaten findet man unter Anderem in §. 29 der Analytischen Geometrie von J. Müller (Braunschweig 1859).

Auch hier werden die Curven um so weiter, je dünner die Krystallplatte wird. Gesetzt, man habe eine Salpeterplatte, welche die Lemniscaten gerade so zeigt, wie man Fig. 770 sieht, d. h. vier geschlossene Curven um jede Axe, während die folgenden Ringe beide Axen umschliessen, so werden, wenn man die Platte dünner schleift, alle Ringe an Ausdehnung zunehmen, während doch die Mittelpunkte der Ring-

Fig. 770.



systeme unverändert an derselben Stelle bleiben; deshalb muss mit abnehmender Dicke auch die Zahl der geschlossenen Curven, welche um jede Axe herumgehen, immer mehr abnehmen; hat man die Dicke um ein Bestimmtes vermindert, so hat man nur noch zwei geschlossene Curven um jede Axe (Fig. 3 und 4, Taf. IX); ja man kann die Salpeterplatte leicht so dünn schleifen, dass gar keine Ringe mehr erscheinen, welche nur eine Axe umgeben, sondern nur ovale Ringe, welche, wie die äusserste Curve in Fig. 770, beide Axen umschliessen.

Der Talk wird in Form von tafelartigen, nicht wohl zu bestimmenden Krystallen gefunden, die nach einer Richtung hin, welche senkrecht auf der Mittellinie steht, sehr vollkommen spaltbar sind; dünne, durch Spaltung erhaltene Talkblättchen zeigen nun fast ganz dieselbe Ringerscheinung, wie eine ganz dünn geschliffene Salpeterplatte.

Wenn man die Salpeterplatte in ihrer Ebene umdreht, so dass die Ebene der beiden optischen Axen nicht mehr einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Turmalinplatten macht, so bleibt dabei die

Form der Lemniscaten ganz unverändert, nur die Form und die Lage der hyperbolischen schwarzen Büschel, welche dem schwarzen Kreuz im Ringsystem einaxiger Krystalle entsprechend die farbigen Curven durchschneiden, ändert sich. In den Figuren 1, 2 und 3, Taf. X sind die schwarzen Büschel allein für drei verschiedene Lagen der Krystallplatte dargestellt. Wenn die Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte o und o' der Lemniscaten einen Winkel von 45^0 mit den Schwingungsebenen der Turmalinplatten macht, so haben die schwarzen Büschel die Form Fig. 1, Taf. X; die Fig. 2, Taf. X entspricht dem Falle, dass die Verbindungslinien $o\,o'$, also die Ebene der optischen Axen, einen Winkel von 9^0 mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte macht; die Fig. 3, Taf. X endlich stellt die Büschel für den Fall dar, dass die Ebenen der optischen Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfallen; für diese letztere Lage ist in Fig. 3, Taf. IX das Ringsystem im Salpeter dargestellt.

Die Ringerscheinungen im kohlensauren Bleioxyd haben grosse Aehnlichkeit mit denen im Salpeter, nur ist die Aufeinanderfolge der Farben etwas anders; es wird von dieser Verschiedenheit bald mehr die Rede sein.

Wenn der Winkel, welchen die beiden optischen Axen eines Krystalls mit einander machen, grösser ist als 20^0, so kann man in einer senkrecht zur Mittellinie geschliffenen Platte nicht mehr beide Ringsysteme gleichzeitig übersehen; neigt man die Platte bald nach der einen, bald nach der anderen Seite hin, so sieht man bald die Ringe, welche die eine, bald die Ringe, welche die andere Axe umgeben.

Unter den Krystallen, welche, senkrecht zur Mittellinie geschliffen, bei gehöriger Neigung leicht bald das eine, bald das andere Ringsystem zeigen, sind besonders folgende zu nennen: Arragonit, Schwerspath, Glimmer, Topas, Zinkvitriol, Bittersalz, schwefelsaures Nickeloxyd, Titanit, Zucker, Seignettesalz, schwefelsaures Magnesia-Ammoniak etc.

Mit Hülfe des in §. 401 beschriebenen Nörrenberg'schen mikroskopischen Polarisationsapparates kann man aber in solchen senkrecht zur Mittellinie geschliffenen Krystallplatten selbst dann noch die beiden Ringsysteme gleichzeitig übersehen, wenn der Winkel der optischen Axen 70 bis 80 Grad beträgt.

Die Krystalle des Glimmers sind äusserlich zu wenig ausgebildet, um das Krystallsystem unmittelbar bestimmen zu können, dem sie angehören, hier sind nun die optischen Eigenschaften entscheidend, denn die optisch einaxigen Glimmerarten gehören dem hexagonalen, die optisch zweiaxigen dem rhombischen Krystallsysteme an; ob aber eine Glimmerplatte optisch einaxig oder zweiaxig ist, ergiebt sich sogleich aus der Beobachtung des Ringsystems. Häufig sind aber die Glimmerblättchen so dünn, dass die Ringe zu gross werden, als dass man sie übersehen könnte; man übersieht bei ihnen nur den centralen Theil der Figur; doch lässt sich auch hier leicht ermitteln, ob dies Blättchen einaxig oder

zweiaxig ist. Man lege es nur auf das Tischlein im Polarisationsapparate, während die beiden Spiegel gekreuzt sind; erscheint nun das Blättchen fortwährend dunkel, wie man es auch in seiner Ebene umdrehen mag, so ist es optisch einaxig, denn alsdann erblickt man den centralen Theil der Fig. 1, Taf. IX, welcher stets dunkel erscheinen muss; wenn aber das Blättchen abwechselnd hell und dunkel erscheint, so ist es optisch zweiaxig.

Wenn der Winkel der optischen Axen gross ist, so kann man die Krystallplatte senkrecht zu einer der optischen Axen schleifen; man sieht alsdann freilich nur ein Ringsystem, welches meistens in der Art, wie Fig. 1, Taf. XI erscheint; die runden oder etwas ovalen Ringe sind nur von einem dunklen Büschel durchschnitten, der seine Lage ändert, wenn man die Krystallplatte in ihrer Ebene umdreht; jedoch ist die Richtung, nach welcher sich der schwarze Büschel dreht, der Richtung entgegengesetzt, in welcher die Krystallplatte gedreht wird. Wenn der schwarze Büschel mit der Richtung der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt, so liegt die andere Axe auf der Verlängerung des schwarzen Büschels, oder, genauer gesagt, die durch den schwarzen Büschel senkrecht zur Oberfläche der Platte gedachte Ebene ist alsdann die Ebene der beiden optischen Axen.

Unter den Krystallen, von welchen man vorzugsweise leicht Platten erhalten kann, welche senkrecht zu der einen Axe sind, muss besonders der Zucker und das saure chromsaure Kali genannt werden. Wir haben bereits oben (S. 1042) gesehen, dass die eine Axe des Zuckers nahezu senkrecht auf der Spaltungsfläche ist; in einer durch Spaltungsflächen begrenzten Zuckerplatte ist demnach das eine Ringsystem leicht zu beobachten. — Das saure chromsaure Kali ist nach mehreren Richtungen spaltbar, doch nach einer vorzugsweise leicht, und senkrecht auf dieser Spaltungsfläche liegt auch hier eine optische Axe.

Messung der Axenwinkel. Um den Winkel zu messen, 406
welchen die beiden optischen Axen eines Krystalles mit einander machen, hat man eigene Apparate construirt. Wir geben im Nachfolgenden eine Beschreibung des Axenwinkelapparates von V. v. Lang[1]).

Fig. 771 (a. f. S.) giebt eine perspectivische Darstellung in $^1/_4$ der natürlichen Grösse, Fig. 772 (S. 1097) einen Verticaldurchschnitt durch den mittleren optischen Theil desselben in $^1/_2$ der natürlichen Grösse.

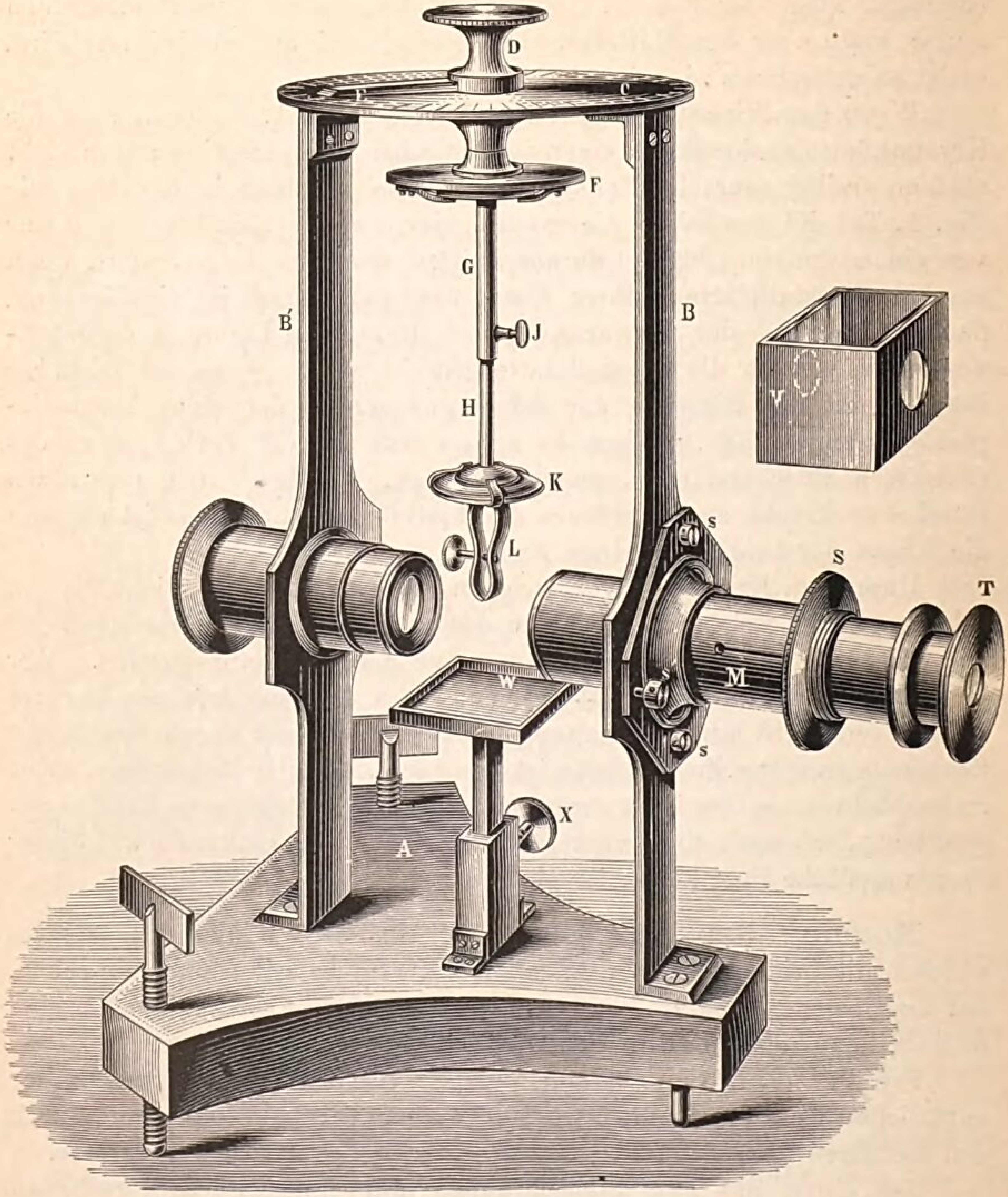
Auf einem mit zwei Stellschrauben und einem Fusse versehenen Brette *A* von nahezu dreieckiger Form wird von den beiden flachen Messingsäulen *B*, *B'* der Theilkreis *C* getragen. Die verticale Axe desselben ist durch den Knopf *D* drehbar und mittelst der Alhidade *E* wird der Betrag der Drehung abgelesen.

Mittelst der durch drei Federn gesicherten Planverschiebung *F*, welche dazu dient, eine beliebige Stelle der Krystallplatte in die Axe

[1]) Carl's Rep. III, 201.

des Kreises zu bringen, sowie mittelst des in der Röhre *G* verschiebbaren Stieles *H*, der durch die Schraube *J* in passender Höhe festgeklemmt wird, endlich mittelst des durch drei Federn gehaltenen Kugel-

Fig. 771.



schalenträgers *K* und der Zange *L* wird die zu untersuchende Krystallplatte in einer beliebigen Richtung im Raume festgehalten.

Von den beiden Messingsäulen trägt die eine (*B*) das Beobachtungsrohr, die andere (*B'*) das Beleuchtungsrohr. Ersteres steckt in einer Hülse *M*, welche vermittelst zweier Zug- und zweier Druckschrauben *s*, *s*, *s'*, *s'* an der Säule befestigt ist. Das Beleuchtungsrohr steckt in einer Hülse, welche fest mit der Säule *B'* verbunden ist.

Die optische Einrichtung ist aus dem Verticalschnitt Fig. 772 ersichtlich. Es folgen auf einander:

Im Beleuchtungsrohr:

Das Nicol'sche Prisma N_1.

Die planconvexe Linse O von 20 mm Brennweite und 14 mm Oeffnung.

Im Beobachtungsrohr:

Die biconvexe Objectivlinse P von 20 mm Brennweite und 9 mm Oeffnung.

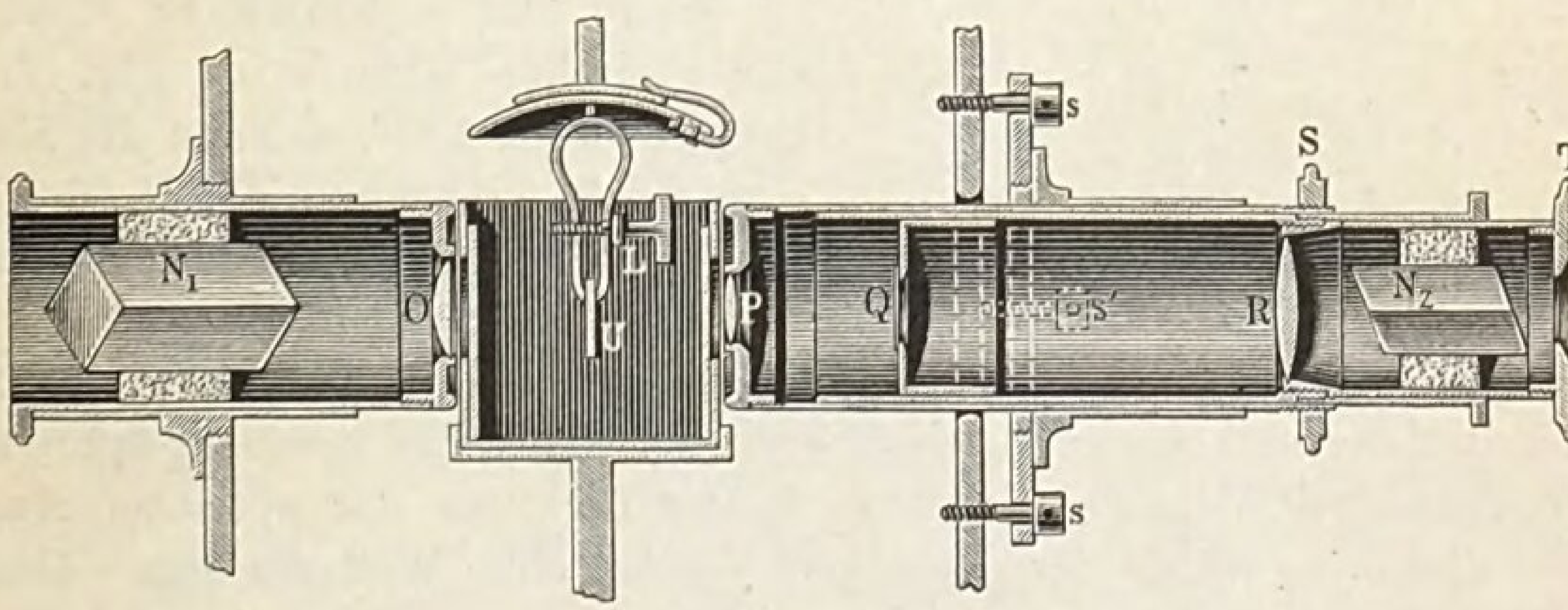
Die Fadenkreuzblende Q von $7^1/_2$ mm Oeffnung.

Die biconvexe Ocularlinse R von 50 mm Brennweite und 20 mm Oeffnung.

Das Nicol'sche Prisma N_2.

Das Ocularrohr wird mittelst der Schraubenmutter S an das Objectivrohr angeklemmt, dagegen ist das Nicol'sche Prisma N_2 sammt

Fig. 772.



seiner Fassung und der Augenblende T um seine Axe drehbar und kann auch ganz entfernt werden.

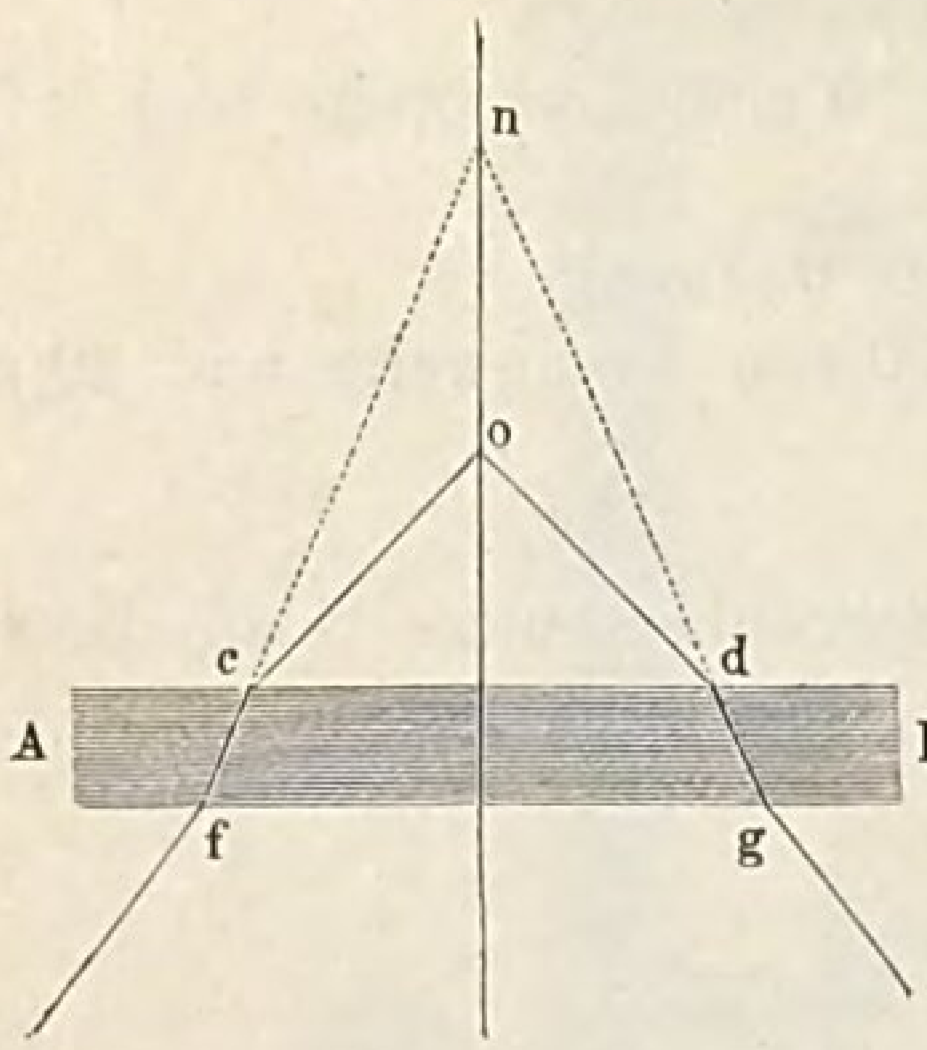
Vor dem Gebrauche wird das Fernrohr auf parallele Strahlen eingestellt und das Ocular in dieser Lage festgeklemmt. Mittelst eines in L eingeklemmten planparallelen Glasplättchens U und der erwähnten Schräubchen s, s, s', s' kann dann in analoger Weise, wie wir dies S. 225 beim Spectrometer beschrieben haben, die Fernrohraxe senkrecht auf die Drehungsaxe gestellt werden.

Die zu untersuchende Krystallplatte kommt nun in die Zange L und wird dort durch successive Verstellungen in solche Lage gebracht, dass die Ebene der optischen Axen parallel mit dem Theilkreis C in die Höhe der Fernrohraxe zu liegen kommt. Durch Drehung am Knopfe D wird dann der Mittelpunkt des einen Ringsystems mit dem Mittelpunkt des Fadenkreuzes zur Coincidenz gebracht, die Stellung der Alhidade E abgelesen, dann dasselbe mit dem Mittelpunkt des anderen Ringsystems durchgeführt und wiederum abgelesen.

Aus dem so ermittelten Drehungswinkel lässt sich dann der Winkel der optischen Axen auf folgende Weise ermitteln:

Es stelle in Fig. 773 AB eine zweiaxige senkrecht auf die Mittellinie geschliffene Krystallplatte, o das darüber befindliche Auge, od und oc die Richtungen vor, nach welchen man die Mittelpunkte der beiden Ringsysteme sieht, so ist klar, dass die von c und d nach dem Auge gelangenden Strahlen nicht in derselben Richtung, sondern nach den Richtungen cf und dg den Krystall durchlaufen haben; es ist also der mit Hülfe des Apparates Fig. 771, S. 1096 gemessene Winkel cod nicht der Winkel der optischen Axen, sondern der Winkel cnd, welchen die Richtungen fc und dg mit einander machen; wenn aber der Winkel cod und der mittlere Brechungsquotient der Krystallplatte bekannt ist, so kann man den Winkel cnd berechnen.

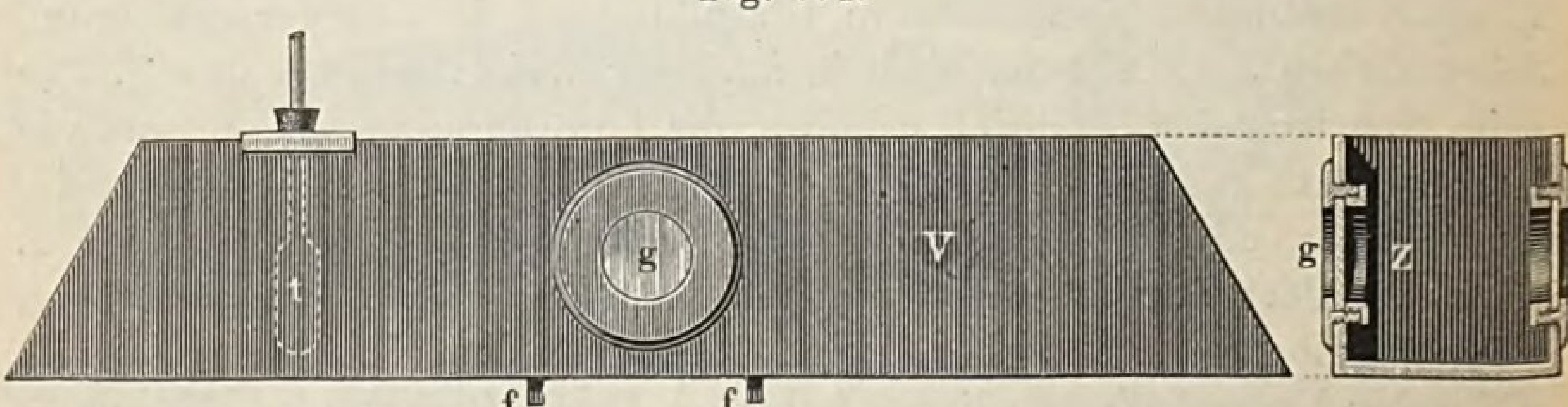
Fig. 773.



Wenn der scheinbare Winkel der optischen Axen cod, Fig. 773, grösser ist als 135°, so kann die Messung des Winkels und die Beobachtung der beiden Ringsysteme nicht mehr in Luft geschehen, sondern man ist genöthigt, die Krystallplatte in eine zwischen parallelen Glasplatten befindliche Flüssigkeit von bekanntem Brechungsquotienten, etwa in Oel oder in Schwefelkohlenstoff, einzutauchen. Wäre der Brechungsquotient der Flüssigkeit dem des Krystalls in der Richtung der optischen Axen ganz gleich, so würde der gemessene Winkel ohne Weiteres dem wahren Winkel der optischen Axen gleich sein.

Zum Behufe der Messung innerhalb einer solchen Flüssigkeit dient ein Blechgefäss von der in Fig. 771 gezeichneten Form V mit gegenüberstehenden kreisförmigen Oeffnungen und eingekitteten Glasplättchen,

Fig. 774.



welches auf das Tischchen W gestellt und mit der Schraube X in passender Höhe befestigt wird. Handelt es sich darum, die Messungen bei verschiedenen Temperaturen anzustellen, so ersetzt man das Gefäss V durch einen längeren Blechtrog Fig. 774, der nur an den Enden erhitzt wird, und Thermometer zur Temperaturmessung aufnehmen kann.

V giebt eine Längenansicht (*t* Thermometer, *g* Glasplatte, *f*, *f* Füsschen), *Z* giebt einen Querschnitt durch die Oeffnungen.

Andere Axenwinkelapparate sind von Descloiseaux [1]) und neuerdings von E. Ducretet in Paris, rue des Ursulines 21, construirt worden. Letzterer fertigt Apparate, welche zugleich als Polarisationsmikroskop nach Nodot, als Projectionsapparat für die verschiedenen Polarisationsphänomene und als Axenwinkelapparat zu benutzen sind.

Ungleiche Lage der optischen Axen für verschiedenfarbige Strahlen. 407 In manchen Krystallen zeigt das Ringsystem sowohl wie auch die dunklen Büschel eine auffallende Abweichung von der normalen Gestalt und Färbung, wie man dies namentlich an Platten von Weissbleierz (kohlensaures Bleioxyd), Seignettesalz (weinsteinsaures Kalinatron), Titanit und vielen anderen beobachtet. Als besonders charakteristisches Beispiel dieser Erscheinung mag das Ringsystem des Titanits dienen. Fig. 5, Taf. IX stellt das Ringsystem einer senkrecht zur Mittellinie geschnittenen Titanitplatte dar, wie es in Nörrenberg's mikroskopischem Polarisationsapparat (Fig. 761, S. 1082) erscheint, wenn die Ebene der optischen Axen mit der Schwingungsebene des Zerlegungsspiegels oder mit der darauf rechtwinkligen Schwingungsebene des Zerlegers zusammenfällt; während Fig. 6, Taf. IX das Ringsystem derselben Platte für den Fall darstellt, dass die Ebene der optischen Axen den Winkel halbirt, welchen die Schwingungsebene des Zerlegers mit der des Polarisationsspiegels macht.

Zunächst fällt in die Augen, dass die dunklen hyperbolischen Büschel auf der einen Seite stark roth, auf der anderen Seite dagegen blau gefärbt erscheinen, während geschlossene Curven, welche bei normalen Ringsystemen die Pole der Lemniscaten zunächst umgeben, theils ganz verschwinden, theils auf eigenthümlich gekrümmte Strichlein reducirt sind. Alle diese Unregelmässigkeiten verschwinden, sobald man statt des weissen Lichtes einfarbiges anwendet, wenn man etwa nach einer durch Kochsalz gefärbten Weingeistflamme hinsieht; unter diesen Umständen sieht man in der That jeden Pol des Curvensystems zunächst von fast kreisförmigen Ringen umgeben; da also für jede einzelne Farbe die Ringe vollkommen regelmässig sind, so kann die im weissen Lichte beobachtete Unregelmässigkeit nur daher rühren, dass die Mittelpunkte der verschiedenfarbigen Ringe nicht zusammenfallen, wie dies auch Herschel nachgewiesen hat. In der That sieht man zwei gesonderte Ringsysteme, deren Mittelpunkte nicht zusammenfallen, wenn man die Ringe durch ein farbiges Glas betrachtet, welches nur zwei Farben, etwa nur blaues und rothes Licht, durchlässt, wie dies z. B. bei dem blauen Kobaltglase der Fall ist.

Es seien r und r' in Fig. 775 und 776 (a. f. S.) die Pole der Lemniscaten einer Titanitplatte für rothes, b und b' die für blaues Licht,

[1]) Pogg. Ann. CXXVI.

so wird für die der Fig. 5 auf Taf. IX entsprechende Lage der Platte der dunkle Büschel für rothes Licht an die in Fig. 775 vertical gestreiften, der dunkle Büschel für blaues Licht wird an die horizontal schraffirten Stellen fallen; wo also in Fig. 775 eine horizontale Schraffirung sich befindet, wird eine rothe, wo bloss verticale sich befindet, wird eine blaue Färbung vorherrschen müssen, und so erklärt sich die Farbenvertheilung der Fig. 5, Taf. IX einfach mit Hülfe der Constructionsfigur 775.

Ebenso erklärt sich die Färbung der hyperbolischen Büschel in Fig. 6, Taf. IX mit Hülfe der Constructionsfigur 776.

Die auffallenden Störungen und das theilweise Verschwinden der concentrischen Ringe, welche bei homogenem Lichte die Pole der Lemnis-

Fig. 775.

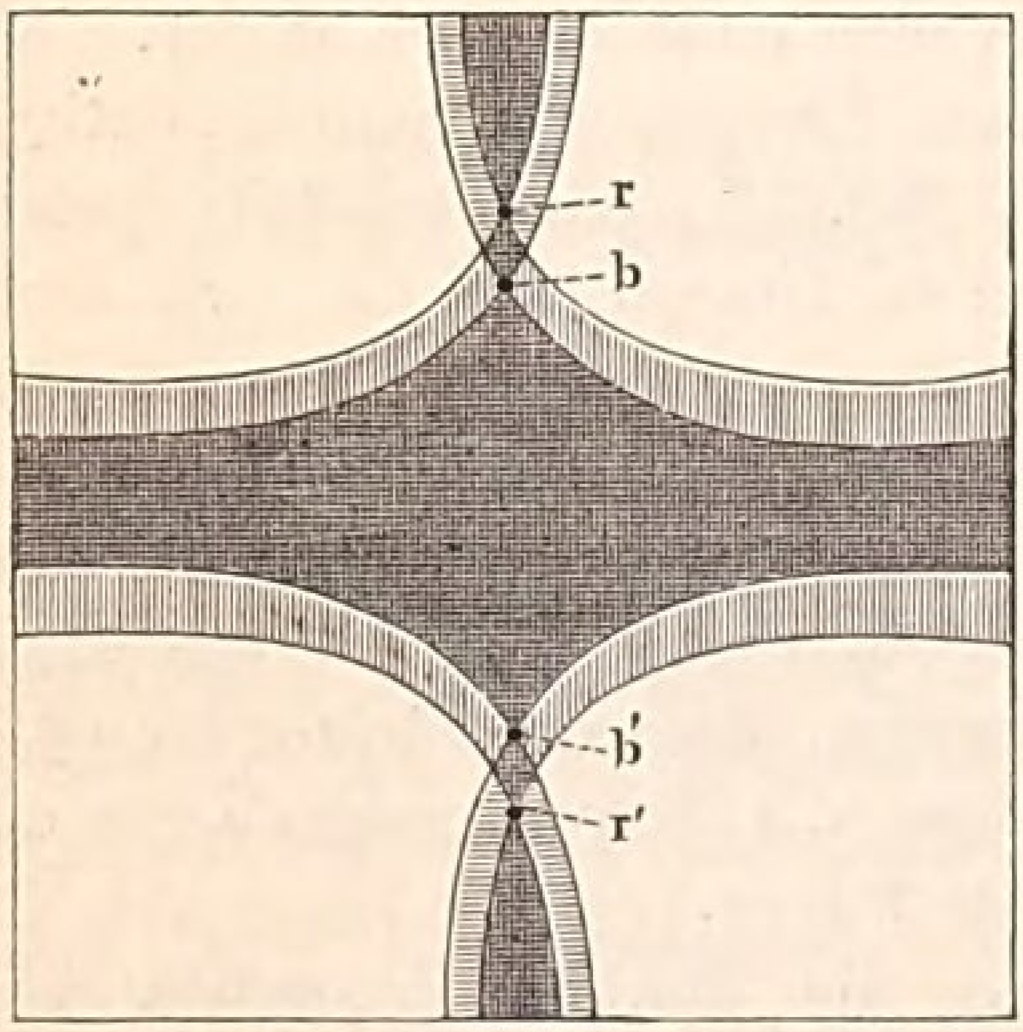
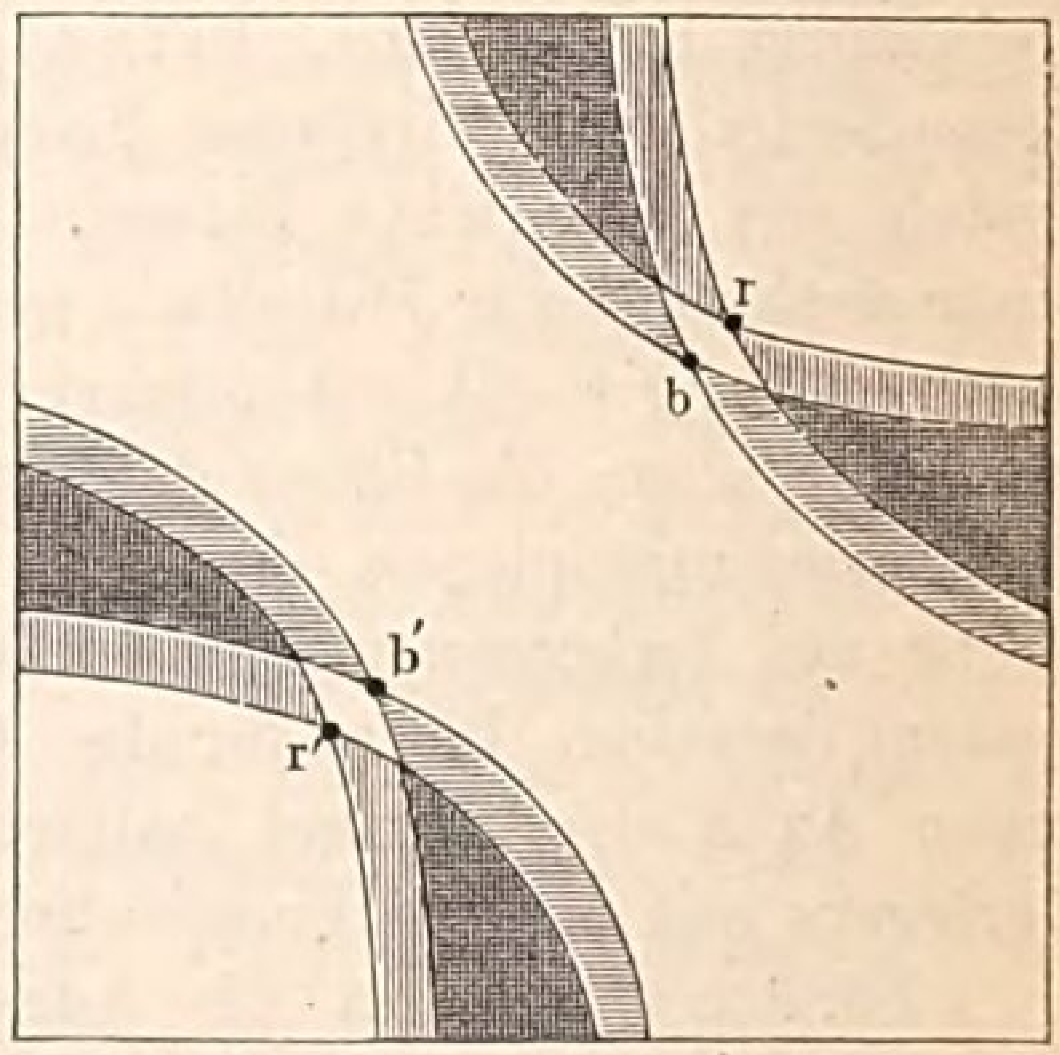


Fig. 776.



caten umgeben, erklärt sich gleichfalls dadurch, dass eben die Mittelpunkte dieser Ringe für verschiedenfarbige Strahlen nicht zusammenfallen.

Daraus, dass die Pole der Lemniscaten nicht dieselben sind für verschiedenfarbige Strahlen, geht hervor, dass die optischen Axen für verschiedenfarbige Strahlen nicht die gleiche Lage haben, dass also die optischen Axen für die blauen Strahlen nicht mit den optischen Axen der rothen Strahlen zusammenfallen. Im Seignettesalz ist diese Verschiedenheit der Lage der verschiedenfarbigen Strahlen sehr bedeutend; der Winkel der optischen Axen für die rothen Strahlen ist 76^0, für die violetten aber 56^0.

Beim essigsauren Bleioxyd (Bleizucker) ist die ungleiche Lage der verschiedenfarbigen Strahlen ebenso auffallend wie beim Seignettesalz; der Bleizucker krystallisirt gewöhnlich in Form von länglichen Tafeln, und die eine optische Axe ist fast senkrecht zu der Oberfläche derselben; man braucht also eine solche Platte nur in die Turmalinzange zu legen, um bei einiger Neigung gegen die einfallenden Strahlen eine ähnliche Erscheinung zu sehen, wie beim Seignettesalz.

Bei einigen Krystallen, z. B. beim Salpeter, ist der Winkel der rothen Axen kleiner als der der blauen; bei anderen, z. B. beim kohlen-

sauren Bleioxyd und beim Titanit, ist umgekehrt der Winkel der rothen Axen grösser; bei den ersteren liegen also die optischen Axen ungefähr so, wie es Fig. 777, bei den anderen so, wie es Fig. 778 dargestellt ist.

Je grösser die Entfernung der Mittelpunkte der blauen und rothen Ringe im Vergleiche zu dem Durchmesser dieser Ringe ist, desto auffallender wird die Abweichung der Figur von der normalen Gestalt; sie ist deshalb in dicken Krystallplatten weit auffallender als in dünnen. Man kann dies recht deutlich sehen, wenn man die Ringsysteme in Salpeterplatten von verschiedener Dicke aufmerksam betrachtet. Je dicker die Platten werden, desto kleiner und zahlreicher werden die Ringe und desto mehr nähert sich das Ansehen eines jeden Ringsystems dem Habitus Fig. 5, Taf. IX.

Bei allen bis jetzt in diesem Paragraphen besprochenen Krystallen liegen die optischen Axen der verschiedenfarbigen Strahlen sämmtlich in einer Ebene, und die Mittellinie hat für alle Farben dieselbe Lage. Deshalb wird auch das ganze Curvensystem durch die dunklen Büschel in jeder Beziehung symmetrisch getheilt, Fig. 3 und Fig. 5, Taf. IX, wenn man die Krystallplatte so zwischen die gekreuzten Turmaline legt, dass die Ebene der optischen Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt.

Fig. 777.

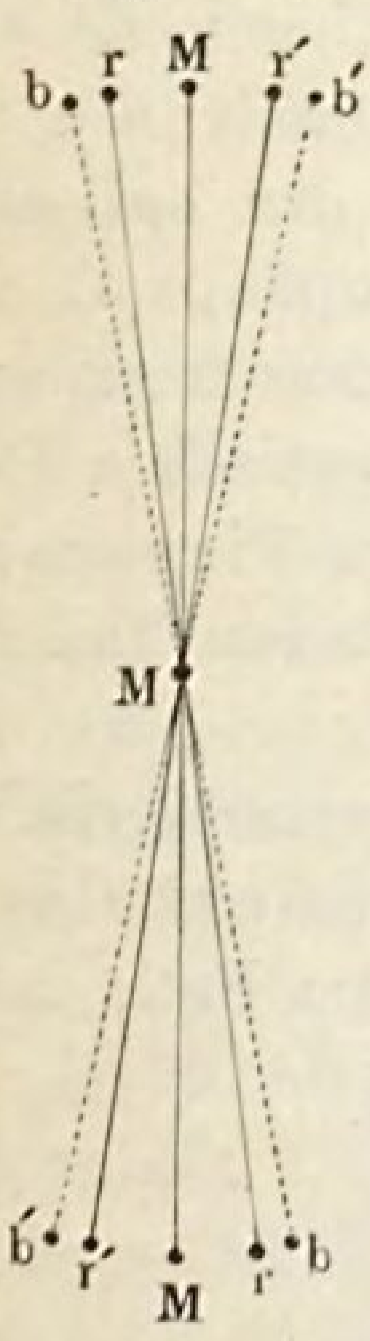
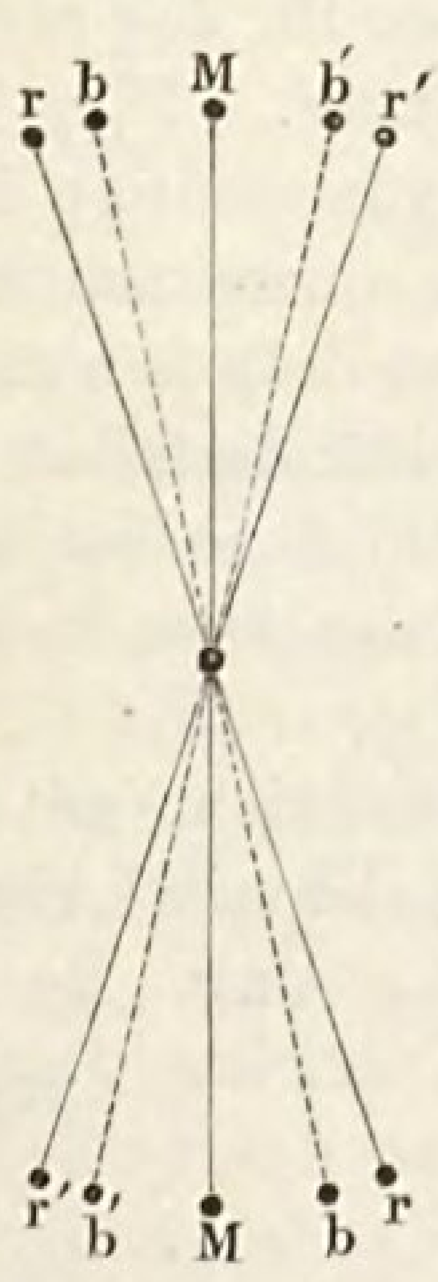


Fig. 778.



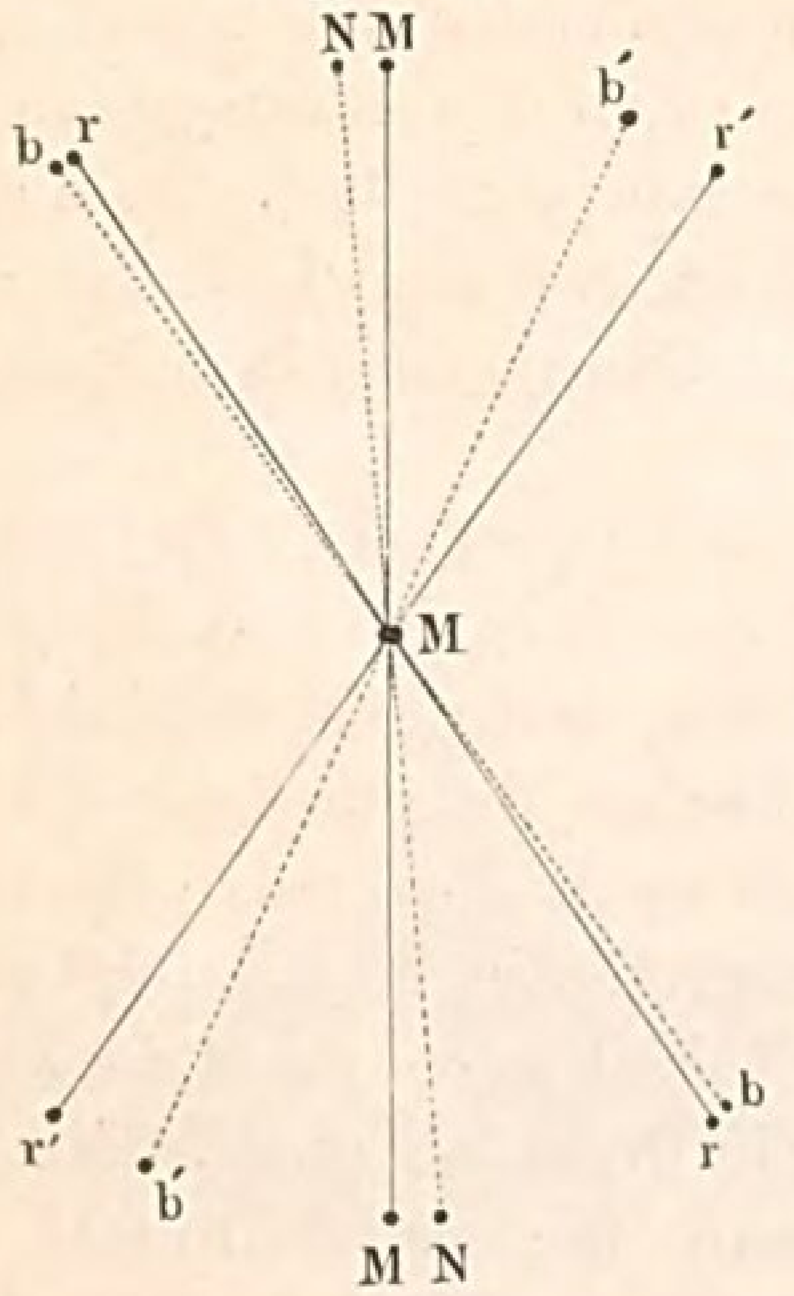
In den eben betrachteten Fällen hatten die optischen Axen der verschiedenen farbigen Strahlen doch stets eine gemeinschaftliche Mittellinie. Für Krystalle des rhombischen Systems ist dies stets der Fall, und zwar selbst für diejenigen Krystalle, bei welchen die Ebene der optischen Axen für rothe Strahlen rechtwinklig steht auf der Ebene der optischen Axen für blaue Strahlen. Für solche Krystalle nimmt das Curvensystem einer senkrecht zur gemeinschaftlichen Mittellinie geschliffenen Platte ein ganz eigenthümliches Ansehen an, indem statt der Ringe hyperbolische Curven auftreten.

Dieselbe Erscheinung, welche schon früher Brewster am schiefwinkligen Glauberit entdeckt hatte, beobachteten Grailich und v. Lang in ausgezeichneter Weise auch beim Brookit. Senarmont hat analoge Erscheinungen in Krystallen beobachtet, welche er durch Zusammenkrystallisiren verschiedener Mengen von Kali- und Ammoniak-Seignettesalz erhalten hatte.

Bei denjenigen Krystallen des monoklinischen Systems, bei welchen die Ebene der optischen Axen in die symmetrische Ebene fällt, wie beim

Zucker, beim Gyps, beim schwefelsauren Kobaltoxydul-Ammoniak, beim ameisensauren Kupferoxyd etc., liegen zwar noch die optischen Axen für alle Farben in einer Ebene, dagegen fallen die Mittellinien für die verschiedenen Farben nicht immer zusammen, was zur Folge hat, dass das eine Ringsystem oft ein ganz anderes Ansehen hat als das andere; dies ist namentlich der Fall beim Gyps, beim Diopsid und beim ameisensauren Kupferoxyd. In einer durch Spaltung erhaltenen Platte dieses Salzes sieht man bei geringer Neigung ein fast ganz rundes Ringsystem, bei grösserer Neigung ein sehr in die Länge gezogenes. Für das eine liegen also die optischen Axen der rothen und blauen Strahlen sehr nahe zusammen, für das andere liegen sie weit aus einander. Fig. 779 stellt die ungefähre gegenseitige Lage der optischen Axen im ameisensauren Kupferoxyd dar.

Fig. 779.



Descloiseaux, welcher überhaupt das Auseinanderfallen der optischen Axen für verschiedene Farben als Dispersion der optischen Axen bezeichnet, benennt den eben besprochenen Fall geneigte Dispersion.

Wenn die Ebene der optischen Axen nicht mit der symmetrischen Ebene zusammenfällt, so steht sie rechtwinklig auf derselben, sie geht also durch die symmetrische Axe. In diesem Falle kann

Fig. 780.

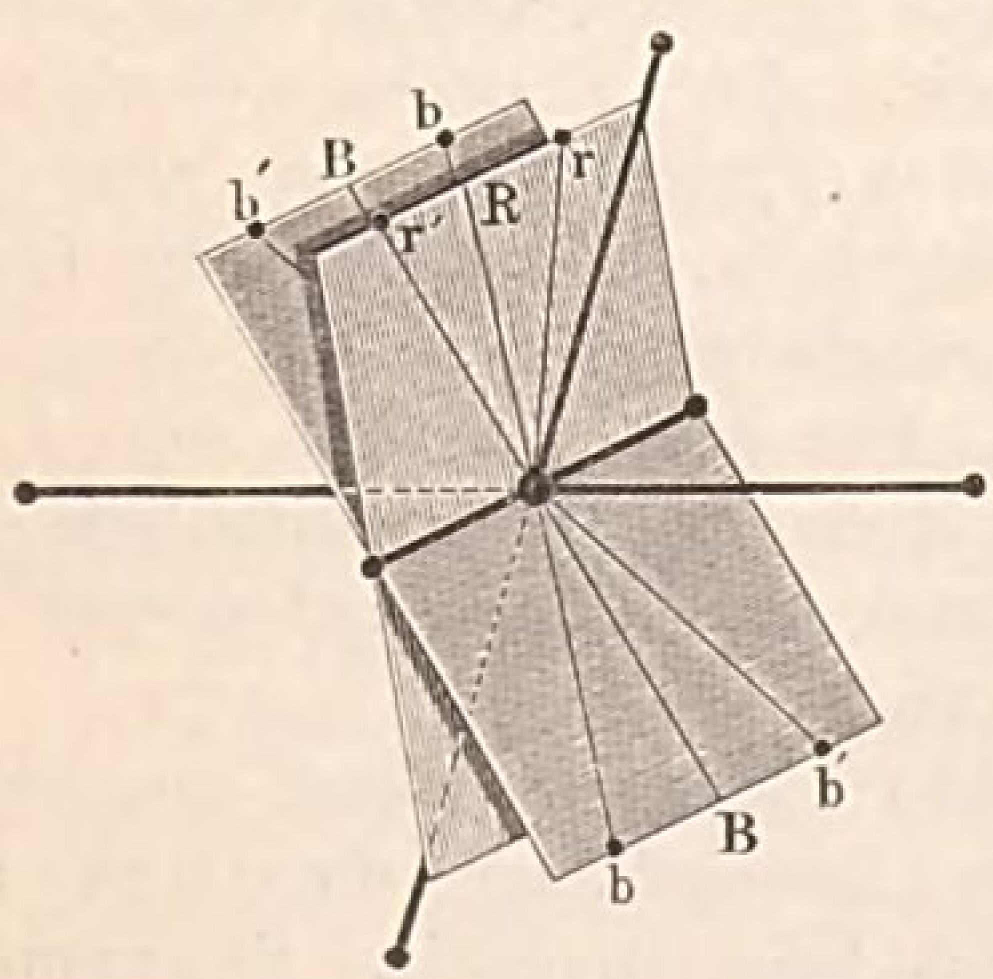
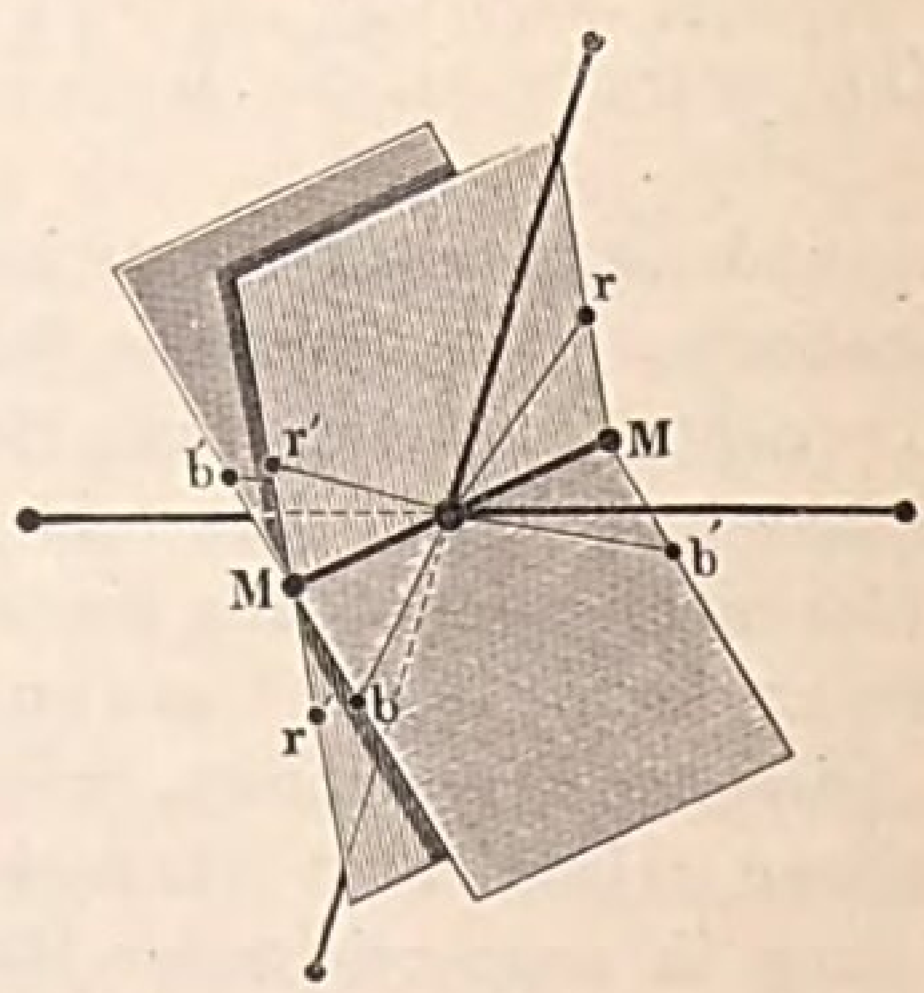


Fig. 781.

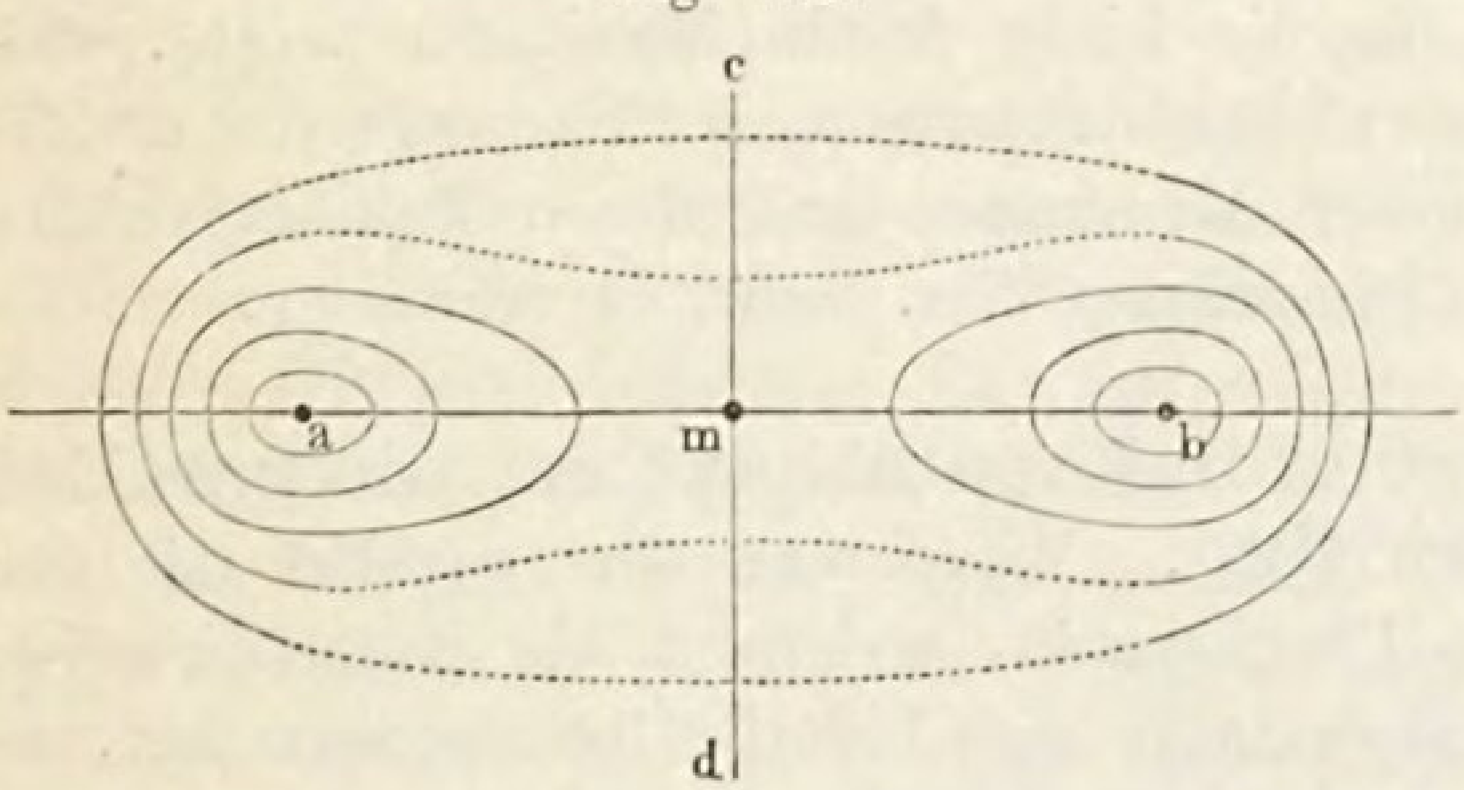


es kommen, dass die Ebenen der optischen Axen für die verschiedenfarbigen Strahlen nicht zusammenfallen, sondern dass sie sich in der symmetrischen Axe unter einem spitzen Winkel schneiden, wie dies durch Fig. 780 und Fig. 781 versinnlicht wird, in welchen die Ebene

der optischen Axen für rothe Strahlen durch die Art der Schraffirung von der Ebene der optischen Axen für blaue Strahlen unterschieden ist.

Hier sind nun weiter zwei Fälle zu unterscheiden; es fallen nämlich entweder a) die Mittellinien *BB* und *RR*, Fig. 780, in die symmetrische Ebene, während die symmetrische Axe mit derjenigen Linie zusammenfällt, welche den stumpfen Winkel der optischen Axen halbirt (horizontale Dispersion), oder b) die Mittellinie der optischen Axen aller Farben fällt mit der symmetrischen Axe *MM*, Fig. 781, zusammen (gekreuzte Dispersion). Man beobachtet diese beiden Arten der Axendispersion am besten, wenn man die senkrecht zur Mittellinie geschliffene Platte so zwischen die gekreuzten Polarisatoren bringt, wie der Fig. 3, Taf. IX entspricht. Der dunkle Büschel, welcher die beiden Mittelpunkte der Lemniscaten verbindet, theilt dann das Curvensystem nicht mehr symmetrisch, die Färbung links von diesem dunklen Büschel ist eine andere als rechts von demselben. Im Fall der horizontalen Dispersion (Feldspath) sind aber die Ringe der einen Axe denen der anderen ganz gleich, während im Fall der gekreuzten Dispersion (Borax) die Ringe der einen Axe auf der linken Seite des dunklen Büschels eben so gefärbt erscheinen, wie die Ringe der anderen Axe auf der rechten Seite.

Fig. 782.



Durch Erwärmung werden die Krystalle nach verschiedenen Richtungen hin ungleich stark ausgedehnt. Es hat dies zur Folge, dass die Lage der optischen Axen von der Temperatur abhängig ist, dass sie sich also ändern muss, wenn man die Krystalle erwärmt. Ganz besonders auffallend ist dies beim Gyps. Es stellte Fig. 782 das Ringsystem dar, welches eine senkrecht zur Mittellinie geschliffene Gypsplatte zeigt, wenn sie in entsprechender Lage zwischen die Linsensysteme des Apparates Fig. 761 auf S. 1082 gebracht wird. *a* und *b* seien die Pole des Ringsystems, *m* die zum Punkt verkürzte Mittellinie. Wenn nun der Krystall, auf einer Glasplatte liegend, vorsichtig über einer Weingeistlampe erwärmt und rasch wieder in den Polarisationsapparat eingeführt wird, so beobachtet man, dass sich die Pole dem Ringsysteme genähert haben, während zugleich die Ringe weiter geworden sind. Wird die Erwärmung bis zu einem gewissen Grade fortgesetzt, so erscheint die Platte einaxig, indem die beiden Pole der Ringsysteme mit dem Punkt *m* zusammenfallen. Wenn die Erwärmung des Krystalls noch weiter fortgesetzt wird, so gehen die Pole der Ringsysteme wieder aus einander, aber nicht in der Richtung *ab*, sondern in der darauf rechtwinkligen

Richtung cd, indem sich der eine Pol des Ringsystems nach c, der andere nach d hin von m entfernt.

Eine sehr sorgfältige Untersuchung der Grösse und Lage der optischen Elasticitätsaxen beim Gypse hat V. v. Lang [1]) veröffentlicht. Es ergab sich dabei das merkwürdige Resultat, dass der wirkliche Winkel der optischen Axen für das Licht der Fraunhofer'schen Linie E ein Maximum hat, was mit früheren Beobachtungen Poggendorff's an den Axenbildern übereinstimmt. Ausserdem ergab sich die Anomalie, dass der Winkel, welchen die erste Mittellinie mit der Normale der angewandten Platte bildete, für die Linie D ein Maximum zeigte, was wiederum mit Descloiseaux' Beobachtungen im Einklange steht. Bezüglich der Ausführung dieser Messungen und deren Zahlenresultate müssen wir auf die citirte Abhandlung V. v. Lang's verweisen.

408 **Hyperbolische Curven in Krystallplatten, die parallel mit der Axe geschliffen sind.** Wenn man eine parallel mit der Axe geschliffene Platte von Bergkrystall, welche 4 bis 8 mm dick ist, oder eine eben so dicke Gypsplatte in den Polarisationsapparat legt, so erscheint sie nicht farbig wie ein dünnes Blättchen, sondern, wenn man sie in ihrer Ebene umdreht, wird sie nur abwechselnd hell und dunkel. Dass eine solche dicke Platte im weissen Lichte nicht mehr farbig erscheint, rührt nur daher, dass eben alle Farben höherer Ordnung, wie dies bereits in §. 398 gezeigt wurde, vom Weiss nicht mehr zu unterscheiden sind. Legt man aber eine solche Krystallplatte in entsprechender Lage in die Turmalinzange, so erblickt man, nach einer homogenen Lichtquelle hinsehend, ein System von abwechselnd hellen und dunklen hyperbolischen Streifen, wie sie Fig. 4 und 5, Taf. X dargestellt sind.

Als homogene Lichtquelle wendet man am bequemsten eine durch Kochsalz gelb gefärbte Weingeistflamme an.

Dass überhaupt hier abwechselnd helle und dunkle Curven entstehen, rührt daher, dass von den beiden Strahlen, welche an irgend einer Stelle der Oberfläche der Platte nach dem Auge austreten, der eine bald mehr, bald weniger vorausgeeilt ist, je nachdem die Strahlen den Krystall in einer anderen Richtung durchlaufen haben; die Form der hyperbolischen Curven lässt sich aus der Fresnel'schen Theorie der doppelten Brechung vollständig ableiten, wie dies J. Müller im 33. und 35. Bande von Poggendorff's Annalen nachgewiesen hat; hier würde uns eine solche Ableitung zu weit führen.

Je dünner die Platte wird, desto weiter rücken die Curven aus einander, und wenn die Platte hinlänglich dünn geworden ist, um im weissen Lichte farbig zu erscheinen, sind die Curven gewissermaassen so gross geworden, dass man sie nicht mehr übersehen kann; man sieht alsdann nur den gleichförmig gefärbten centralen Theil der Figur.

[1]) Sitzungsber. d. Wien. Akad. LXXVI.

Auch eine parallel mit der Axe geschliffene Kalkspathplatte zeigt diese Curven, nur sind sie ungleich enger als bei einer gleich dicken Bergkrystallplatte. Die Bearbeitung einer solchen Kalkspathplatte erfordert aber die grösste Sorgfalt; denn wenn die gegenüberliegenden Oberflächen nicht genau parallel sind, so treten die Strahlen, durch deren Interferenz die Curven entstehen sollen, wegen der starken doppelten Brechung des Kalkspaths nicht mehr nach derselben Richtung aus.

Eine Quarzplatte, deren Oberfläche einen Winkel von 45^0 mit der optischen Axe macht, zeigt bei Anwendung von homogenem Lichte zwischen den Turmalinplatten fast ganz gerade, abwechselnd helle und dunkle Streifen; dieselben Streifen, aber sehr fein, sieht man in einem möglichst dünnen, von einem Rhomboëder abgespalteten Kalkspathblättchen. Diese Streifen sind gewissermaassen die geradlinige Fortsetzung der hyperbolischen Curven, welche man in Platten sieht, die parallel mit der Axe geschliffen sind.

Im Allgemeinen wird man in jeder doppeltbrechenden Krystallplatte, welche mit parallelen Wänden begrenzt ist, bei Anwendung von homogenem Lichte (farbige Gläser sind nicht homogen genug) Curven erblicken, von denen im weissen Lichte oft nicht die Spur zu sehen war.

Wenn man zwei Quarzplatten oder zwei Gypsplatten von gleicher Dicke, welche im homogenen Lichte die hyperbolischen Curven zeigen, gekreuzt zwischen die gekreuzten Turmaline bringt, so sieht man die Curven, Fig. 5, Taf. X, schon im weissen Tageslichte; sie erscheinen nun farbig, und ihre Farben folgen fast ganz den Farben der Newton'schen Scala, sie beginnen in der Mitte mit Schwarz, was begreiflich ist, da ja hier die Färbung von der Differenz der in der einen und der anderen Platte durchlaufenen Wege abhängt.

Zwei gleich dicke Quarzplatten, welche in einem Winkel von 45^0 gegen die Axe geschnitten sind, zeigen, wenn sie gekreuzt sind, im Turmalinapparat ebenfalls farbige Streifen, die von dem mittleren aus, welcher schwarz erscheint, nach beiden Seiten hin in der Ordnung der Newton'schen Scala auf einander folgen.

Savart hat zwei solche gekreuzte Quarzplatten mit einer Turmalinplatte vereinigt und nennt diesen Apparat ein Polariskop; denn wenn man durch die Turmalinplatte und die beiden Quarzplatten nach irgend einer Stelle hinsieht, von welcher polarisirtes Licht kommt, so werden alsbald die Farbenstreifen sichtbar werden, und zwar um so brillanter, je vollständiger die einfallenden Strahlen polarisirt sind; sieht man durch diesen Apparat nach dem heiteren Himmel, nach einem Schieferdache, nach der Wand eines Hauses, so wird man die Streifen bald mehr, bald weniger deutlich erscheinen sehen, kurz, man kann mit diesem Apparate die geringsten Spuren von Polarisation der einfallenden Strahlen erkennen.

409 **Absorption des Lichtes in farbigen doppeltbrechenden Krystallen.** Der Turmalin ist, wie bereits angeführt wurde, ein doppeltbrechender Krystall, und wenn eine parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatte polarisirtes Licht liefert, so beruht dies darauf, dass einer der beiden Strahlen, welche sich im Allgemeinen in doppeltbrechenden Krystallen rechtwinklig zur optischen Axe fortpflanzen, absorbirt wird. In der That sieht man durch ein Prisma von Turmalin, dessen Kanten mit der optischen Axe parallel sind, zwei Bilder, wenn man nahe an der brechenden Kante hindurchsieht, wo der Krystall noch dünn ist; mit zunehmender Dicke wird aber der eine Strahl, und zwar der ordinäre, mehr und mehr absorbirt. Wenn Turmalinplatten das Licht noch nicht vollkommen polarisiren, so ist der Grund davon der, dass sie noch nicht dick genug sind, um den ordinären Strahl ganz zu absorbiren.

Auch bei anderen farbigen Krystallen bemerkt man ähnliche Erscheinungen. Babinet hat bemerkt, dass die negativen farbigen Krystalle vorzugsweise die ordinären Strahlen absorbiren, während in positiven Krystallen die extraordinären stärker absorbirt werden; so absorbirt z. B. ein hinlänglich dunkler Rauchquarz, ein positiver Krystall, die extraordinären Strahlen, die Vibrationen der Strahlen, welche eine parallel mit der Axe geschnittene Rauchquarzplatte durchlässt, sind (nach der von uns bevorzugten Annahme) rechtwinklig zu seiner optischen Axe.

Der Turmalin erscheint in der Richtung seiner optischen Axe anders gefärbt, als rechtwinklig zu derselben; diese Erscheinung, welche offenbar mit der Absorption der polarisirten Strahlen zusammenhängt, wird auch an anderen Körpern beobachtet, namentlich am Dichroit (Cordierit), welcher von dieser Eigenschaft seinen Namen führt; in der Richtung seiner Axe erscheint er blau, rechtwinklig zu derselben dagegen braungelb.

Haidinger hat diese Erscheinungen mit Hülfe der von ihm construirten, oben in §. 379 beschriebenen dichroskopischen Lupe weiter verfolgt.

Schneidet man aus einem Turmalinkrystall, der einer etwas helleren Varietät angehört, einen Würfel, Fig. 783, an welchem zwei Flächen, die wir mit A bezeichnen wollen (in unserer Figur die obere und die untere), senkrecht zur Axe stehen, während die vier anderen, die wir mit B bezeichnen wollen, parallel mit derselben sind, so erscheint der Krystall anders gefärbt, wenn man durch die beiden Flächen A schaut, als wenn man durch zwei der gegenüberliegenden Flächen B hindurchsieht.

Die Farbe der Basis, d. h. die Farbe, welche das Licht zeigt, welches den Krystall parallel mit der Axe durchläuft, also durch die Flächen A ein- und austritt, ist ungleich dunkler, als die Farbe, welche man durch die Flächen B beobachtet. Bei dunkleren Varietäten ist die Farbe der Basis schon bei geringer Dicke der Platte ganz schwarz.

Analysirt man die Farbe der Basis mittelst der dichroskopischen Lupe, so erhält man stets zwei gleiche Bilder, Fig. 784, wie man

übrigens die Lupe drehen mag; untersucht man auf gleiche Weise die Farbe der Flächen *B*, so ändern die beiden Bilder Farbe und Lichtstärke, je nachdem die dichroskopische Lupe durch Drehung um ihre Axe in verschiedene Lagen gegen die Fläche *B* gebracht wird. Fällt die Verbindungslinie der beiden Bilder mit der Diagonalen der Fläche *B* zusammen, so erscheinen beide Bilder gleich. Der grösste Unterschied zwischen beiden Bildern wird beobachtet, wenn die Verbindungslinie der beiden Bilder mit der Axe des Krystalles parallel oder darauf rechtwinklig steht; alsdann erscheint das eine Bild mit den Farben der Basis, während das andere einen ungleich helleren Farbenton zeigt, Fig. 785.

Fig. 783.

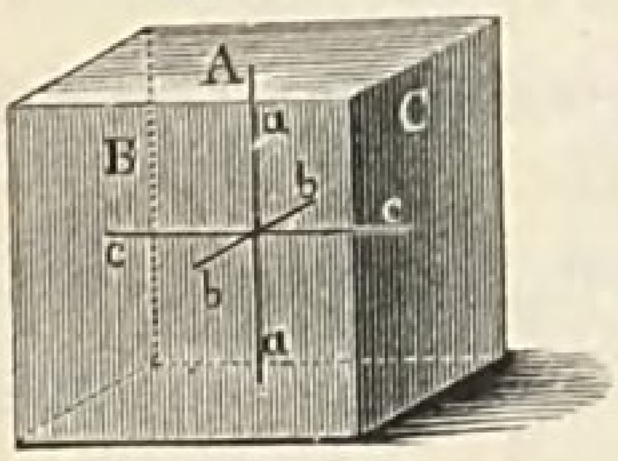


Fig. 784.



Fig. 785.



Um also die Farbe der Basis zu erkennen, bedarf man gar keiner senkrecht zur Axe geschnittenen Platte, man kann sie auf die angegebene Weise mittelst der dichroskopischen Lupe an einer parallel mit der Axe geschnittenen erkennen.

Bei dunkleren Varietäten des Turmalins ist, wie bereits bemerkt wurde, die Farbe der Basis ganz schwarz. Da nun aber die Farbe der Basis durch solche Schwingungen fortgepflanzt wird, welche senkrecht zur Axe des Krystalles sind, so ist klar, dass auch das dunklere der beiden Bilder, welche die dichroskopische Lupe zeigt, wenn man mittelst derselben bei gehöriger Stellung das Licht analysirt, welches durch zwei der Flächen *B* des Turmalinwürfels, Fig. 783, hindurchgegangen ist, gleichfalls durch Schwingungen erzeugt wird, welche senkrecht zur Axe *aa*, also parallel mit *bb*, dass also die Schwingungen des helleren Bildes der Axe *aa* parallel sind.

Aus diesem Verhalten hat Haidinger den Schluss gezogen, dass die Schwingungen des polarisirten Lichtes, welches eine parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatte liefert, parallel mit der Krystallaxe seien, woraus dann ferner folgt, dass die Schwingungsebene eines polarisirten Strahles senkrecht zur Ebene ist, welche man mit dem Namen der Polarisationsebene bezeichnet hat. Wir haben bereits auf S. 990 einen anderen von Nörremberg herrührenden Beweisversuch dieses Satzes kennen gelernt.

Da das hellere der beiden Bilder, in welche die Farbe einer parallel mit der Axe geschnittenen Turmalinplatte durch die dichroskopische Lupe zerlegt wird, durch Schwingungen erzeugt wird, welche parallel mit der Krystallaxe sind, so nennt Haidinger die Farbe dieses helleren Bildes die Axenfarbe, während, wie wir gesehen haben, die Farbe des dunkleren Bildes die Farbe der Basis ist.

Die folgende Liste giebt die zusammengehörigen Farben einiger der von Haidinger untersuchten Turmalinvarietäten an.

Localität:	Farbe der Basis:	Axenfarbe:
Sibirien	Schwarz	Oelgrün
„	Carmoisinroth	Rosenroth
Brasilien	Schwarz	Haarbraun
„	Dunkelbräunlichroth	Gelblichbraun
„	Grünlichschwarz	Dunkelpistaciengrün
„	Indigblau	Blassberggrün
Elba	Pistaciengrün	Grasgrün
„	Oelgrün	Grünlichweiss.

Aehnliche Erscheinungen zeigen auch andere farbige, optisch einaxige Krystalle; so zeigte z. B.

	die Farbe der Basis:	die Axenfarbe:
Apatit von Cabo de Gata . .	Weingelb	Spargelgrün
„ „ Schlaggenwald . .	Berggrün	Entenblau
„ „ „ . .	Lavendelblau	Rosenroth
Beryll von Sibirien	Grünlichweiss	Himmelblau.
Im Ganzen Berggrün		
Rauchtopas vom St. Gotthard .	Blassnelkenbraun	Lichtgelblichbraun
Apophyllit von Pronah . . .	Gelblichweiss	Berggrün
Zirkon von Ceylon	Blassblau	Blassgelb.
Im Ganzen Gelblichweiss.		

An keinem Mineral zeigt sich aber wohl der Dichroismus auffallender als am Pennin. Die Farbe der Basis ist blaugrün, die Axenfarbe ist braungelb, und zwar sind beide Farben sehr intensiv.

Ganz ähnliche Erscheinungen zeigen auch farbige, optisch zweiaxige Krystalle. Eine Platte von essigsaurem Kupferoxyd giebt, mittelst der dichroskopischen Lupe untersucht, ein blaues und ein grünes Bild. Ein Krystall von schwefelsaurem Kobaltoxydul-Ammoniak erscheint violettroth, wenn man ihn durch zwei einander gegenüberliegende Flächen der schiefen Säule betrachtet, gelblichroth dagegen, wenn man senkrecht zu den schiefen Endflächen hindurchschaut. Der Zusammenhang ist jedoch hier etwas complicirter als bei optisch einaxigen Körpern.

Fig. 786 stelle einen Würfel dar, an welchem immer je zwei Flächen auf einer der Elasticitätsaxen senkrecht stehen, so wird im Allgemeinen jedes Flächenpaar eine andere Farbe zeigen. Jede Flächenfarbe aber lässt sich mittelst der dichroskopischen Lupe in zwei Axenfarben zerlegen. Die Flächenfarbe von A lässt sich zerlegen in die Axenfarben b und c, d. h. das Licht, welches durch die Flächen A hindurchgegangen ist, lässt sich in zwei farbige Bilder zerlegen, von denen das eine durch Schwingungen fortgepflanzt wird, welche parallel mit b

sind, während die Schwingungen des anderen Bildes in der Richtung der Axe *c* stattfinden.

Die Flächenfarbe *B* lässt sich in die Axenfarben *a* und *c*, die Flächenfarbe *C* in die Axenfarben *a* und *b* zerlegen.

In diese Classe von Krystallen gehört auch das Mineral, welches früher unter dem Namen Dichroit bekannt war.

An einem geschliffenen Würfel dieses Körpers fand Haidinger Folgendes: Die Farbe *A* schön blau, wenig ins Graue ziehend; *B* blassblau, *C* noch blasser und weniger blau als *B*. Diese letztere ist es, welche oft gelblich erscheint.

Die Farbe der Axe *a* ist gelblichgrau, die von *b* bläulichweiss, die von *c* reines Berlinerblau.

Aehnliche Resultate geben viele andere von Haidinger untersuchte farbige Varietäten optisch zweiaxiger Krystalle; so war z. B. an einem blass carmoisinrothen Topas aus Brasilien *a* tief carmoisinroth, *b* honiggelb, *c* rosenroth.

Die farbigen optisch zweiaxigen Krystalle zeigen also im Allgemeinen drei verschiedene Flächenfarben und drei verschiedene Axenfarben, weshalb die Bezeichnung Dichroismus hier nicht mehr passend ist. Haidinger schlug statt dessen die Namen Trichroismus oder Pleochroismus vor.

Fig. 786.

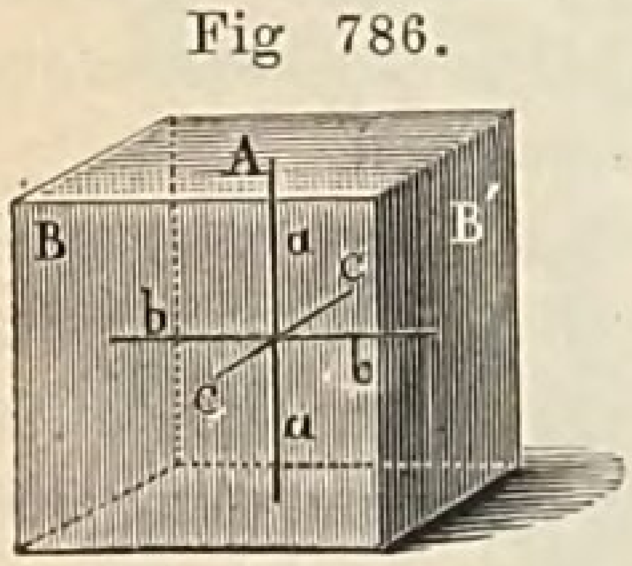
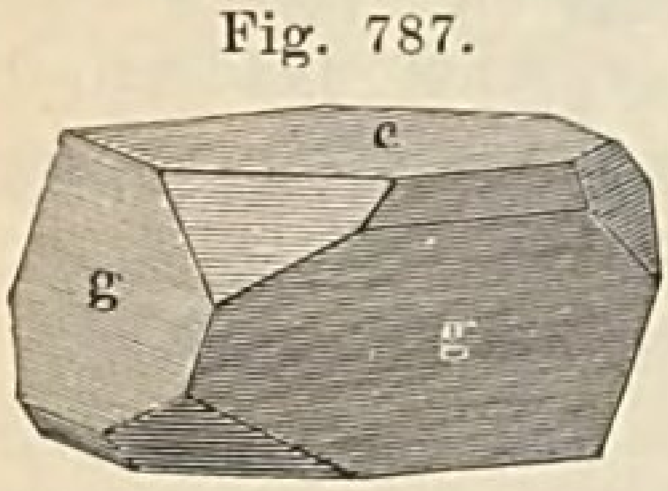


Fig. 787.



Ebenso ist auch der Name Dichroit für das früher so genannte Mineral nicht mehr passend. Haidinger nannte es Cordierit.

Sehr gut lassen sich die drei Axenfarben am schwefelsauren Kobaltoxydul-Ammoniak beobachten. Die Krystalle dieses Salzes gehören dem monoklinischen Systeme an; die häufigste Form derselben ist Fig. 787 dargestellt. — Analysirt man das Licht, welches durch eine Platte senkrecht zu der schiefen Endfläche *c* hindurchgegangen ist, mit der dichroskopischen Lupe, so zeigen die beiden Bilder allerdings keine bedeutende, aber doch entschieden merkliche Farbenverschiedenheit; das eine Bild ist weingelb, das andere ist rothgelb, und zwar ergiebt sich aus einer genaueren Prüfung, dass die Schwingungen des weingelben Bildes parallel sind mit der brachydiagonalen Axe, während die mit der makrodiagonalen Axe parallelen Schwingungen das rothgelbe Bild fortpflanzen.

Untersucht man auf gleiche Weise eine durch Vorherrschen zweier paralleler Säulenflächen *g* gebildete Platte, so zeigen die beiden Bilder einen sehr bedeutenden Contrast; das eine Bild nämlich ist rothgelb, das andere, dessen Schwingungen nahezu in die Richtung der Säulenaxe fallen, ist röthlichviolett.

Mit Hülfe der dichroskopischen Lupe hat Haidinger auch den metallglänzenden Schiller untersucht, welcher manchen Krystallen ein so prachtvolles Ansehen giebt. Er hat nachgewiesen, dass auch die Farben des reflectirten Lichtes von der Lage der spiegelnden Flächen und der Einfallsebene gegen die Krystallaxen abhängig sind. Das Baryum-Platincyanür z. B. erscheint im durchgehenden Lichte gelb: im reflectirten Lichte zeigt die Oberfläche bei günstiger Lage einen blauen Metallschimmer. Bei Untersuchung des reflectirten Lichtes mit der dichroskopischen Lupe erscheint nun, wenn die Einfallsebene parallel mit der Axe ist, das eine Bild weiss, das andere lasurblau.

Leider gehören die Körper, welche die interessanten Erscheinungen zeigen, zu den selteneren. Haidinger untersuchte unter anderen Körpern, welche diesen Metallschiller zeigen, chrysaminsaures Kali, Magnesium-Platincyanür, Chromsäure, krokonsaures Kupferoxyd, Jodblei, Kalium-Platincyanür, Kalium-Iridium-Chlorid, Murexid etc.

Wenn eine Oberflächenfarbe vorhanden ist, so ist sie stets complementär zur Körperfarbe der Substanz.

410 Erscheinungen in geglühten und in gepressten Gläsern.

Im §. 393 wurde bereits mitgetheilt, dass Glas durch Druck, Temperaturänderungen oder Schwingungen doppeltbrechend werden kann. Es müssen sich also auch die Erscheinungen der chromatischen Polarisation nachweisen lassen. Wenn man geglühte und schnell abgekühlte Glasplatten von beliebiger Form in den Polarisationsapparat, etwa auf das mittlere Tischlein oder den unteren horizontalen Spiegel legt, so beobachtet man mannigfaltige, bald mehr, bald weniger regelmässige, oft sehr schöne Farbenerscheinungen; so zeigt z. B. eine geglühte quadratische Platte von dickem Spiegelglas oder ein geglühter Glaswürfel zwischen den gekreuzten Spiegeln des Apparates die Farbenerscheinung, Fig. 5, Taf. XI, ein geglühter massiver Glascylinder Ringe, Fig. 6, Taf. XI.

Der Grund dieser Erscheinung ist offenbar in der besonderen Anordnung der Theilchen, in dem gespannten Zustande zu suchen, welcher durch die rasche Abkühlung hervorgerufen wird. In der That braucht man nur solche Gläser wieder zu erhitzen und sie dann langsam abkühlen zu lassen, um zu erreichen, dass alle diese Farbenerscheinungen verschwinden.

Fig. 788.



Wenn man eine Art Hülse, Fig. 788, bis zu 100^0 oder 150^0 erwärmt und dann einen Glascylinder hineinsteckt, so werden die äussersten Theilchen erwärmt, während die inneren noch kalt sind; es entsteht dadurch ein Spannungszustand, welcher sich ebenfalls durch Farbenerscheinungen im polarisirten Lichte kundgiebt, welche der in Fig. 6, Taf. XI ähnlich sind.

In Fig. 789 ist eine Presse dargestellt, welche dazu dient, Streifen von dickem Glase zu biegen; während dieses gespannten Zustandes zeigen sich nun an einem solchen Glasstücke im Polarisationsapparate farbige Streifen.

Wenn man eine quadratische Platte von dickem Spiegelglase in der Presse, Fig. 790, zusammendrückt, so zeigt die Platte im Polarisationsapparate in der Richtung der Compression eine Farbenerscheinung, welche in Fig. 7 und 8, Taf. XI dargestellt ist, und zwar Fig. 7 für schwächere, Fig. 8 für stärkere Compression. Taf. XII, Fig. 3 bis 7 zeigt noch einige in Farbe ausgeführte Abbildungen der Erscheinungen in gepressten rechteckigen und quadratischen Platten. Fig. 3 und 6 entspricht gekreuzten, Fig. 4 und 7 unter 45^0 geneigten, Fig. 5 parallelen Polarisatoren.

Die doppelte Brechung und die Farbenringe in geglühten Gläsern zeigen, so ähnlich auch in anderen Beziehungen die Erscheinungen sein mögen, doch wesentliche Unterschiede von der doppelten Brechung und

Fig. 789.

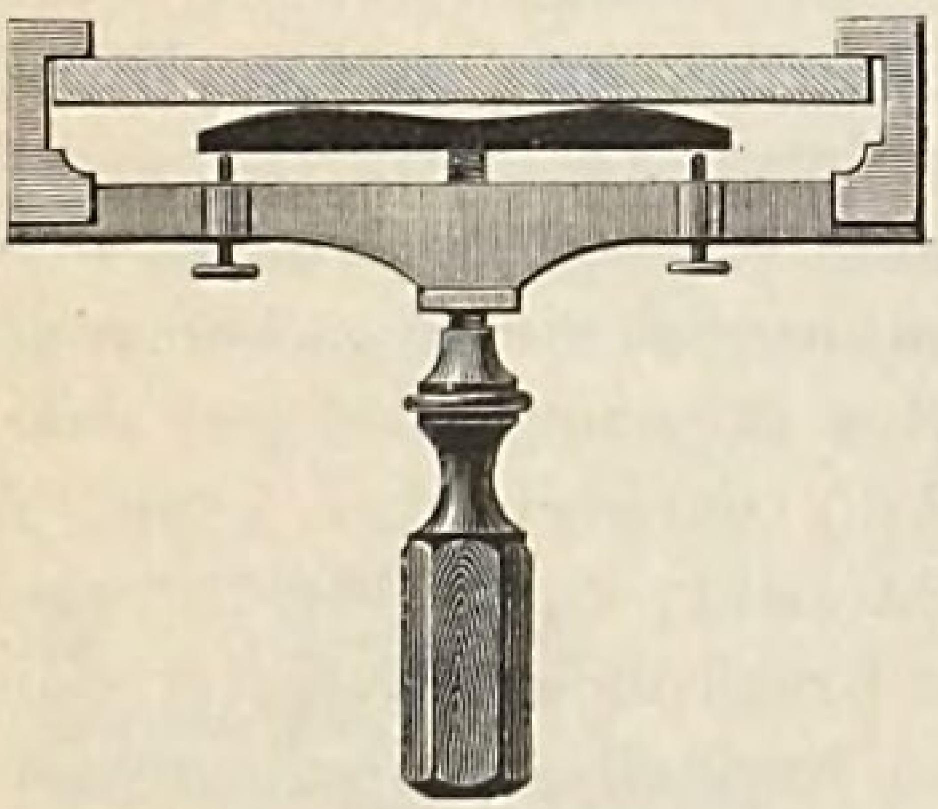


Fig. 790.



den Farbenerscheinungen in doppeltbrechenden Krystallen, indem beim geglühten Glase die Erscheinung mehr an eine bestimmte Stelle gebunden ist, bei den Krystallen hingegen nur von der Richtung der durchgehenden Strahlen abhängt.

Wenn die geglühte Glasplatte auf dem mittleren Tischlein des Polarisationsapparates oder auf dem horizontalen Spiegel desselben liegt, so sind alle Strahlen, welche von der Platte ins Auge gelangen, nahezu rechtwinklig zu der Oberfläche der Platte durch dieselbe hindurchgegangen; dass die Mitte der Platte, Fig. 5, Taf. XI zwischen gekreuzten Spiegeln dunkel erscheint, während näher am Rande farbige Ringe auftreten, liegt nicht daran, dass die Strahlen in der Mitte in anderer Richtung durch die Glasplatte hindurchgegangen sind, als die am Rande, sondern dass in der Mitte der Glasplatte ein anderer Spannungszustand herrscht, als näher nach dem Rande hin. Wenn man bei einer senkrecht auf die Axe geschnittenen Kalkspathplatte die Hälfte, drei Viertel u. s. w. zudeckt, so zeigt der freie Rest für sich noch das Ringsystem ebenso vollständig wie die ganze Platte; eine geglühte Glasplatte zeigt eben nur

die Hälfte des Ringsystemes, Fig. 5 oder Fig. 6, Taf. XI, wenn man sie zur Hälfte zudeckt, wenn man auch die Mitte der freien Hälfte wieder in die Mitte des Gesichtsfeldes schiebt.

Daraus geht nun unzweifelhaft hervor, dass eine geglühte und ebenso eine gepresste Glasplatte nicht in ihrer ganzen Ausdehnung nach derselben Richtung auch gleich starke doppelte Brechung besitzt, wie dies bei doppeltbrechenden Krystallen der Fall ist, sondern dass an einzelnen Stellen die doppelte Brechung stärker ist als an anderen.

411 **Das Polarisationsmikroskop** ist eine Combination des Polarisationsapparates mit dem Mikroskop. Neuestens werden auch die im §. 401 beschriebenen Apparate mit diesem Namen belegt. Es ist leicht, auch wenn das Instrument nicht schon von vornherein zu diesem Zwecke eingerichtet ist, aus einem jeden Mikroskop ein Polarisationsmikroskop zu machen; man braucht nur unter dem Objecttisch ein Nicol'sches Prisma zu befestigen, so dass nur polarisirtes Licht auf die Objecte fällt, und ein zweites Nicol dicht über dem Ocular oder in der Ocularröhre anzubringen.

Kleine Kryställchen, unter das Objectiv eines solchen Mikroskops gebracht, erscheinen, wenn sie doppeltbrechend sind, mit mehr oder weniger glänzenden Farben, und zwar auf schwarzem Grunde, wenn die Nicols gekreuzt, auf hellem Grunde, wenn ihre Schwingungsebenen parallel sind; diese Contraste heben die Gestalten ganz ungemein, so dass man mit einem solchen Mikroskop oft Details unterscheiden kann, welche man ohne Polarisationsvorrichtung nicht sieht; dann aber hat man hier das einfachste Mittel, an den kleinsten Bruchstücken von Krystallen zu entscheiden, ob dieselben dem regulären Krystallsysteme angehören oder nicht, indem ja den regulären Krystallen die Erscheinungen der doppelten Brechung fehlen.

Mit Hülfe des Polarisationsapparates kann man sich nun aber auch sehr leicht davon überzeugen, dass die meisten organischen Gebilde, z. B. Seidenfäden, Haare von Menschen und Thieren, Pergament, Knorpel, Federkiele etc., bald mehr, bald weniger schön und deutlich die Erscheinungen der chromatischen Polarisation zeigen, und dadurch gerade bietet das Polarisationsmikroskop ein treffliches Mittel, um die Structur jener Gebilde zu untersuchen.

An organischen Stoffen hat zuerst Brewster die Erscheinungen doppelter Brechung beobachtet.

Wir können hier natürlich nicht in eine detaillirte Besprechung dieser Erscheinungen eingehen und wollen nur einige der interessanteren hervorheben.

Ein Stärkemehlkorn zeigt im Polarisationsmikroskope zwischen gekreuzten Nicols ein schwarzes Kreuz, Fig. 792, welches wegen der mehr oder weniger unregelmässigen äusseren Gestalt der Körner immer etwas verzerrt erscheint. Das schwarze Kreuz geht in ein helles, Fig. 791,

über, wenn man das obere Nicol aus der gekreuzten Stellung so dreht, dass seine Schwingungsebene mit der des unteren parallel wird.

Sehr interessante Polarisationserscheinungen zeigen die Krystalllinsen von Fischaugen. Um solche Linsen für die Beobachtung zu präpariren, werden sie an der Luft getrocknet, dann in Oel mittelst eines Wasserbades gekocht und endlich aus der so behandelten Kugel durch Feilen und Schleifen eine von parallelen Flächen begrenzte Platte hergestellt, die man mit Canadabalsam zwischen zwei Glasplatten einkittet. Eine so aus einem Fischauge hergestellte Platte zeigt im Polarisationsmikroskop ein Ringsystem, welches grosse Aehnlichkeit mit dem Ringsysteme einer senkrecht zur Axe geschnittenen Kalkspathplatte hat. Bei genauerer Untersuchung ergiebt sich jedoch, dass die doppelte Brechung eines Fischauges sowohl wie der meisten organischen Gebilde nicht von der Art ist, wie die doppelte Brechung in einem Krystalle, sondern dass die Farbenerscheinungen, welche sie zeigen, in die Kategorie derjenigen gehören, welche man an geglühten und gepressten Gläsern wahrnimmt.

Fig. 791.



Fig. 792.



Auch zum Studium der Knochenstructur leistet der Polarisationsapparat vorzügliche Dienste. Man sehe hierüber V. v. Ebner's Untersuchungen über den feineren Bau der Knochensubstanz[1]). Derselbe

Fig. 793.

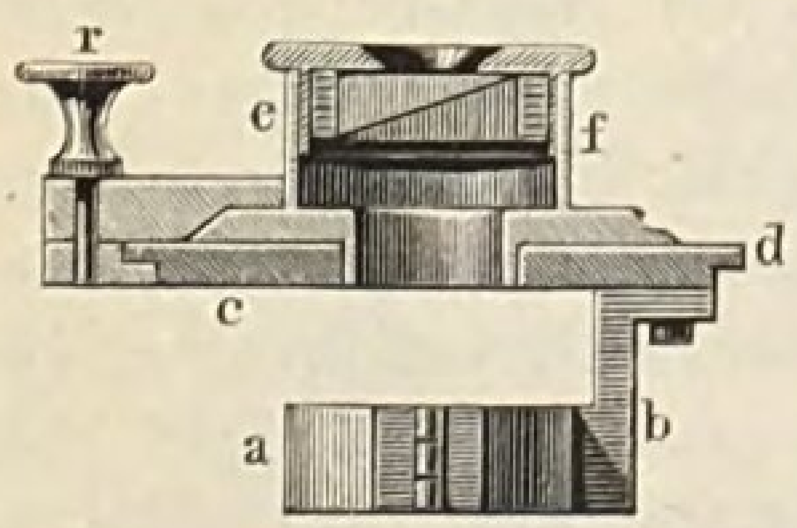
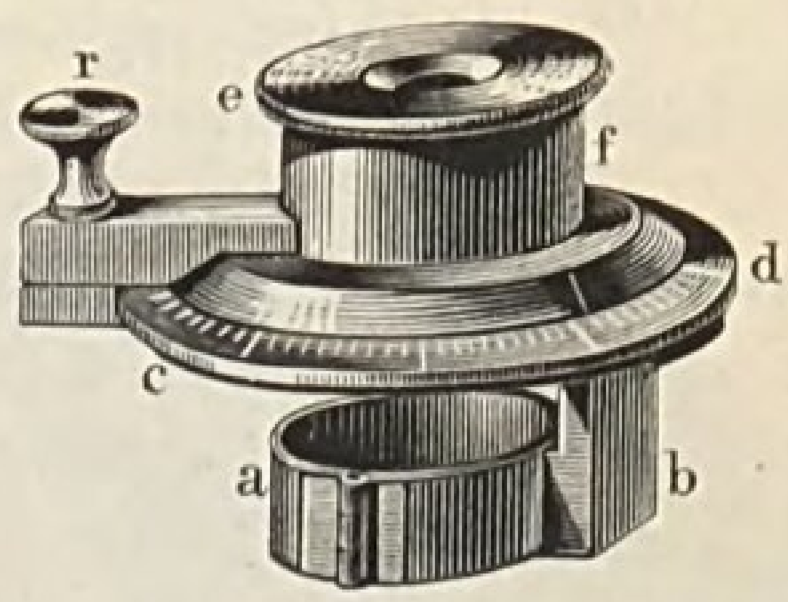


Fig. 794.



Autor machte darauf aufmerksam, dass mittelst eines Nicols entschieden werden kann, ob gewisse histologische Elementartheile, welche verschieden starkes Lichtbrechungsvermögen zeigen, wesentlich verschieden seien, oder ob diese verschieden starke Brechung nur von der verschiedenen Lage doppeltbrechender Substanzen herkomme.

Zum Schluss wollen wir hier noch eine gleichfalls auf doppelte Brechung gegründete Methode erwähnen, nach welcher man selbst an mikroskopisch kleinen Krystallen die Winkel noch mit grosser Genauigkeit messen kann.

Fig. 793 stellt die dazu gehörige Vorrichtung im Durchschnitt, Fig. 794 stellt eine perspectivische Ansicht derselben dar, welche mittelst des Ringes *ba* auf die Ocularröhre eines Mikroskopes aufgesetzt wird.

[1]) Wiener Akademiebericht, Bd. LXXII, 3. Abth.

Dieser Ring trägt den getheilten Kreis *cd*, in welchem die auf einer abgeschrägten Platte sitzende Hülse *ef* sich um ihre verticale Axe drehen lässt. In dieser Hülse steckt ein schwach doppeltbrechendes Prisma, etwa ein achromatisirtes Quarzprisma, welches also gerade über die Ocularlinsen des Mikroskopes zu stehen kommt.

Schaut man nun durch das doppeltbrechende Prisma in das Mikroskop, so wird man von allen unter dem Objectiv liegenden Gegenständen doppelte Bilder sehen, die sich theilweise überdecken. Liegen nun kleine Kryställchen, etwa rhombische Tafeln, auf dem Objecttische, so wird man eine solche Tafel doppelt sehen, ungefähr wie Fig. 795 zeigt. Die

Fig. 795.

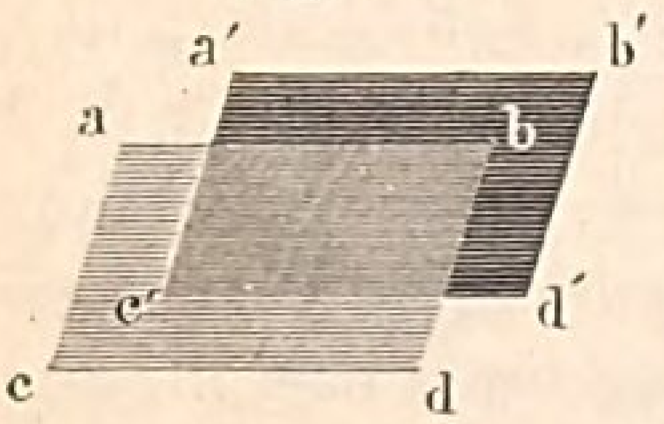


Fig. 796.

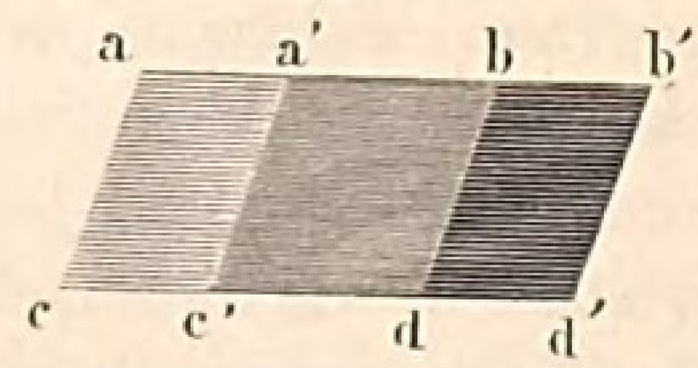
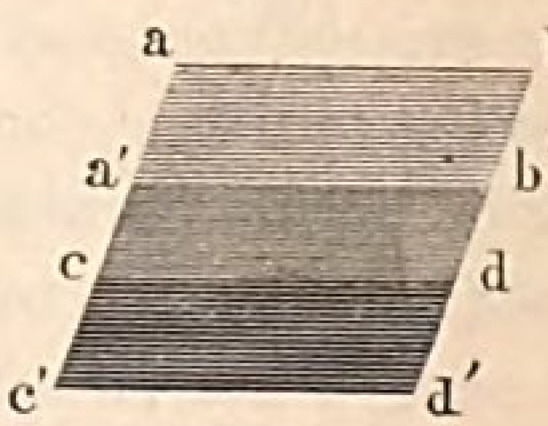
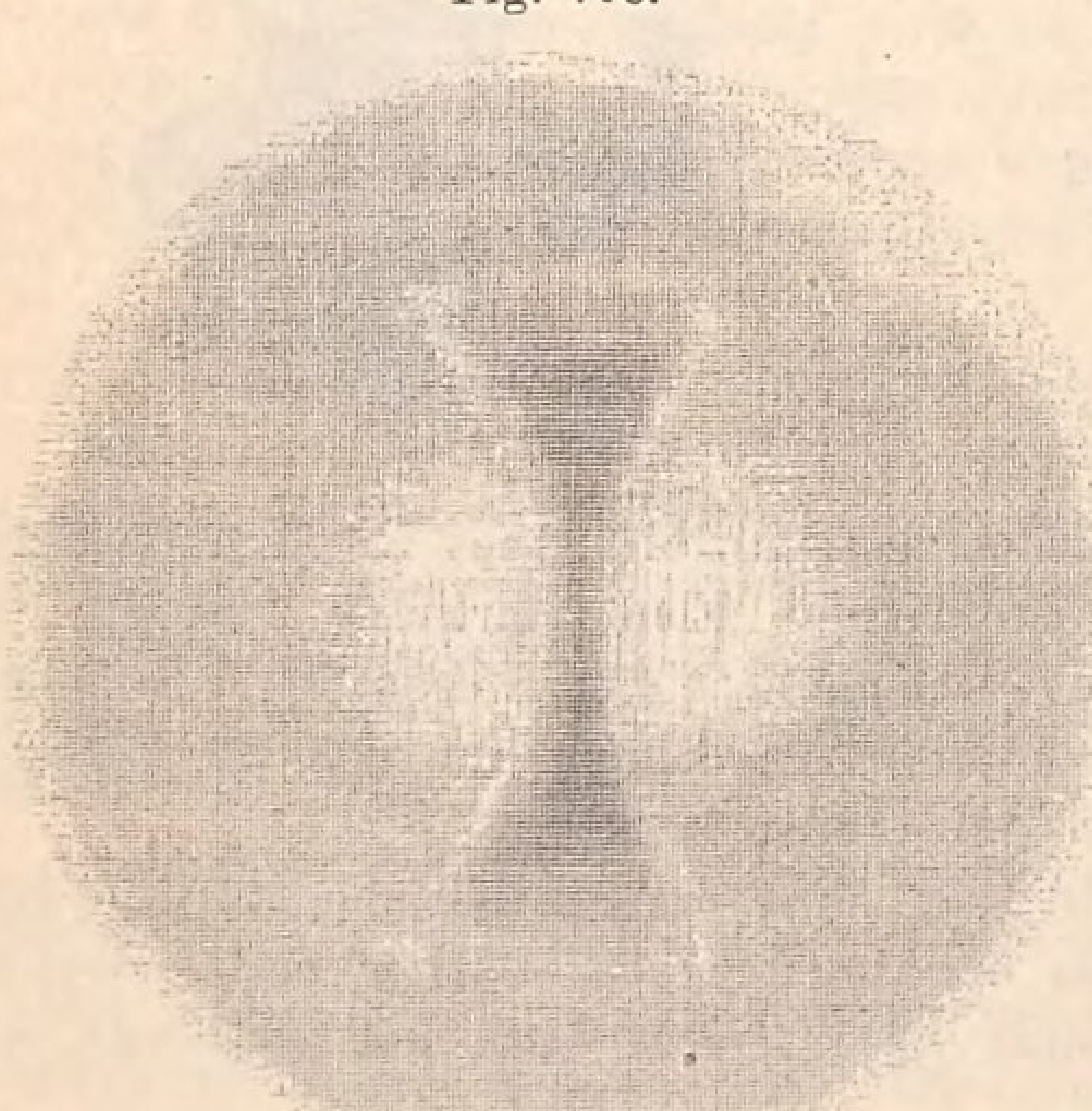


Fig. 797.



gegenseitige Stellung der beiden Bilder ändert sich aber, wenn man das Prisma dreht, und man kann es leicht dahin bringen, dass die Bilder *ab* und *a'b'* derselben Kante in eine gerade Linie fallen, wie Fig. 796 zeigt. Hat man diese gegenseitige Stellung der beiden Bilder erzielt, so wird der Nonius abgelesen und dann das Zerlegungsprisma so weit gedreht, dass nun die Kanten *bd* und *b'd'* in eine gerade Linie fallen, wie Fig. 797 zeigt. Aus einer nun vorgenommenen zweiten Ablesung des Nonius ergiebt sich der Winkel, um welchen man das Prisma drehen musste, um die Bilder der Krystallplatte aus der gegenseitigen Stellung Fig. 796 in die Stellung Fig. 797 zu bringen, und diesen Winkel hat man nur von 180° abzuziehen, um die Grösse des Winkels *abd* zu erhalten.

Fig. 798.



412 **Haidinger's Büschel.** Richtet man einen vor das Auge gehaltenen Polarisator, z. B. eine Turmalinplatte oder besser ein Nicol'sches Prisma, gegen einen hellen weissen Hintergrund, so erblickt man bei aufmerksamer Beobachtung im Fixationspunkte eine unscheinbare Zeichnung, welche von verschiedenen Beobachtern verschieden

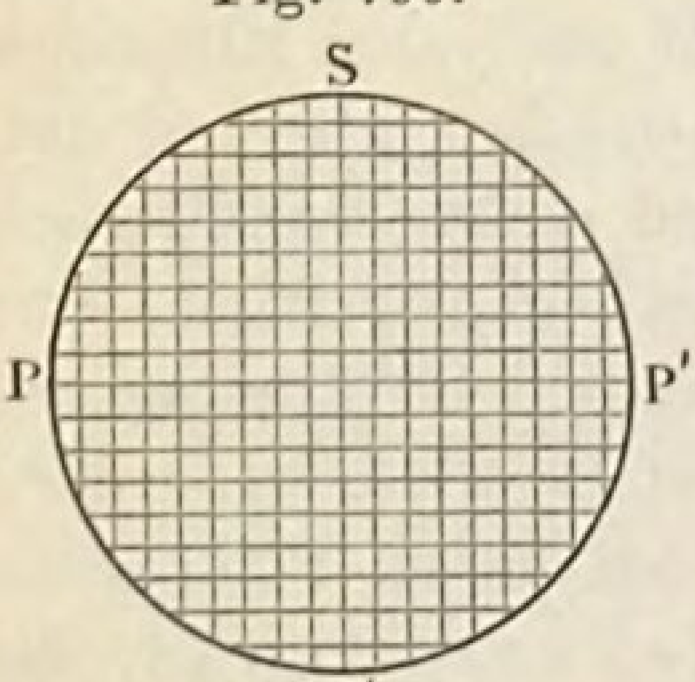
beschrieben wird. Dem Verfasser erscheint dieselbe als ein System von zwei gekreuzten Büscheln nebenbei gezeichneter Form, Fig. 798. Das dunklere, gelblich gefärbte Büschelpaar liegt stets parallel der Polarisationsebene, das andere hellere bläuliche senkrecht dazu.

Man sieht die Erscheinung meistens nur einige Secunden lang; um sie wieder hervorzurufen, dreht man den Nicol rasch um 90°, wobei dann der Farbencontrast die Sichtbarkeit erhöht.

Diese zuerst von Haidinger[1]) beschriebene Erscheinung hat Helmholtz[2]) durch eine Eigenthümlichkeit im Bau der Netzhaut des Auges erklärt. Unser Auge kann demnach unmittelbar als ein, wenn auch sehr wenig empfindliches und unsicheres Polariskop dienen, und es ist daher nicht ganz streng richtig, dass uns polarisirtes Licht ganz so wie unpolarisirtes erscheint.

Landolt'sche Streifen im Gesichtsfelde gekreuzter Nicol'scher Prismen; darauf gegründetes Polarimeter von Lippich. 413 Schon im §. 384 haben wir erwähnt, dass das Nicol'sche Prisma nicht immer eine gleichmässige Dunkelheit des Gesichtsfeldes herzustellen gestattet, dass vielmehr im Allgemeinen bei gekreuzten Nicols ein Gesichtsfeld entsteht, welches einen dunklen Streifen enthält, von dem aus die Dunkelheit nach beiden Seiten hin abnimmt. Dieser Streifen wurde von Landolt[3]) entdeckt und von Lippich[4]) wurde zuerst erklärt, wie und unter welchen Bedingungen er zu Stande kommt. Lippich hat auch gezeigt, dass sich auf das Wandern dieses Streifens bei der Drehung der Polarisationsebene ein empfindliches Polarimeter gründen lasse.

Fig. 799.



Das Ideal eines Polarisators wäre offenbar ein solcher, welcher, von parallelen Strahlen durchsetzt, dieselben ausschliesslich mit Schwingungsrichtungen austreten liesse, welche längs des ganzen Gesichtsfeldes genau parallel mit dem Hauptschnitte liegen, wobei also die Polarisationsrichtungen überall senkrecht auf dem Hauptschnitte ständen. Fig. 799 stelle ein solches Gesichtsfeld dar. Die senkrechten Geraden entsprechen den Schwingungsrichtungen, die horizontalen den Polarisationsrichtungen des ausserordentlichen Strahles, SS' entspricht der Projection des Hauptschnittes auf die Ebene des Gesichtsfeldes. Ein solcher idealer Polarisator wird nach Lippich ein „Polarisator mit normalem Gesichtsfelde" genannt. Werden zwei solcher Polarisatoren hinter

[1]) Pogg. Ann. Bd. LXIII.

[2]) Phys. Optik, S. 421.

[3]) Landolt, Das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen. Braunschweig 1879.

[4]) F. Lippich, Ueber polaristrobometrische Methoden. Wien. Akad. Ber. III, Bd. LXXXV, S. 268 (1882).

einander gestellt, so werden sich bei gekreuzter Lage der Hauptschnitte auch alle übrigen Schwingungsrichtungen des Gesichtsfeldes rechtwinklig durchkreuzen und es wird daher überall vollkommene Dunkelheit eintreten. Beträgt der Winkel der Hauptschnitte nicht 90°, sondern irgend einen anderen Werth, so werden sich auch die sämmtlichen übrigen Schwingungsrichtungen überall unter dem nämlichen Winkel durchschneiden und es muss daher auch die Lichtstärke auf allen Punkten des Gesichtsfeldes eine constante sein. Dieses Ideal kann immer nur unter bestimmten, selten herstellbaren Bedingungen nahezu erreicht werden. Um dies zu zeigen, wollen wir uns den am leichtesten herstellbaren Fall denken, dass das Licht von einer gleichmässig hellen Fläche ausgehe, dass die von jedem Punkte dieser Fläche divergirend ausgehenden Strahlen durch eine Collimatorlinse parallel gemacht auf den Polarisator fallen und nach dem Durchgange wiederum durch die Linse eines Beobachtungsfernrohres zu einem Bilde vereinigt werden. Die Axe des optischen Systems liege im Hauptschnitte des Polarisators. Die Verlängerung des senkrecht gedachten Hauptschnittes des Polarisators schneidet sowohl die leuchtende Fläche als auch die Bildebene in verticalen Geraden. Nur solche Strahlen, welche von einem Punkte dieser Geraden der leuchtenden Fläche ausgehen, durchsetzen den Polarisator genau parallel mit dem Hauptschnitt und vereinigen sich auf der senkrechten Mittellinie der Bildfläche. Alle anderen Strahlen durchsetzen den Polarisator schief gegen den Hauptschnitt, werden daher aus der Einfallsebene abgelenkt und folglich auch in ihrer Schwingungsrichtung verändert, und zwar um so mehr, je schiefer sie durchgehen. Daraus folgt, dass in allen Punkten des Gesichtsfeldes rechts und links von der verticalen Mittellinie die Schwingungen von jener des Hauptschnittes abweichen, also mit derselben kleine Winkel einschliessen, welche links und rechts symmetrisch vertheilt sein müssen und jedenfalls von der Mitte gegen rechts und links allmählich an Grösse zunehmen. Hierdurch entsteht im Allgemeinen ein Gesichtsfeld, welches durch die Fig. 800 dargestellt wird. Lippich hat nun in der citirten Abhandlung gezeigt, dass bei einem Polarisator, dessen Endflächen senkrecht zur Strahlenaxe stehen, die Schwingungsrichtungen sehr nahe durch eine Schaar von Geraden dargestellt werden, die von einem entfernten Punkte auf der Mittellinie divergiren, während die Polarisationsrichtungen ebenso nahe durch eine Schaar von concentrischen Kreisbögen gegeben sind, deren Mittelpunkt jener Punkt der Mittellinie ist. Die Beschaffenheit des Gesichtsfeldes wird dann durch die Fig. 801 dargestellt. C ist das gemeinsame Centrum der Polarisationscurven, die von C ausgehenden Radien geben die Schwingungsrichtungen. Ein solches Gesichtsfeld wird von Lippich ein homocentrisch polarisirtes genannt. Ein normal polarisirtes Gesichtsfeld ist nur mittelst eines Polarisators, bei welchem die optische Axe senkrecht zur Strahlenaxe steht, also mittelst eines Glan'schen Polarisators und auch da nur näherungsweise zu erreichen.

Nun denken wir uns zwei Nicols mit homocentrisch polarisirtem Gesichtsfelde gekreuzt hinter einander gestellt.

Die Fig. 802 stellt dann die sich kreuzenden Schwingungsrichtungen vor. Nur dort, wo sich diese genau rechtwinklig durchkreuzen, wo also die entstehenden Felder Quadrate sind, kann das Gesichtsfeld ganz

Fig. 800.

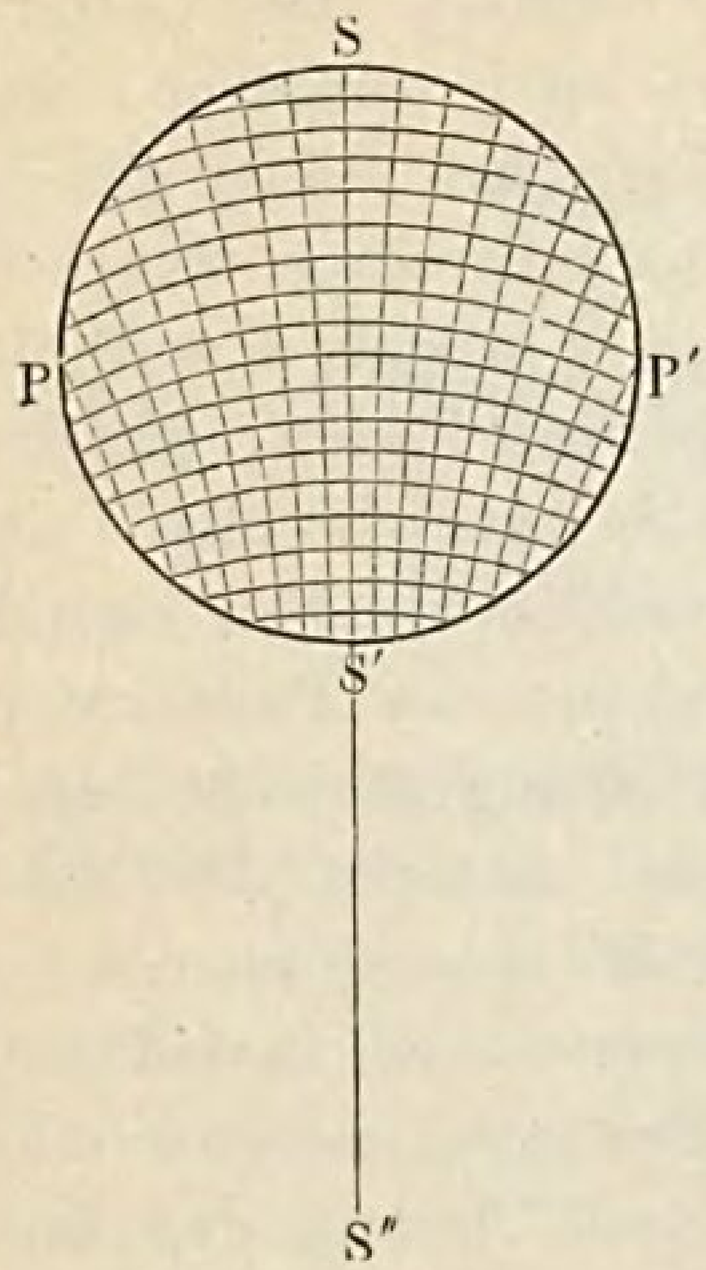
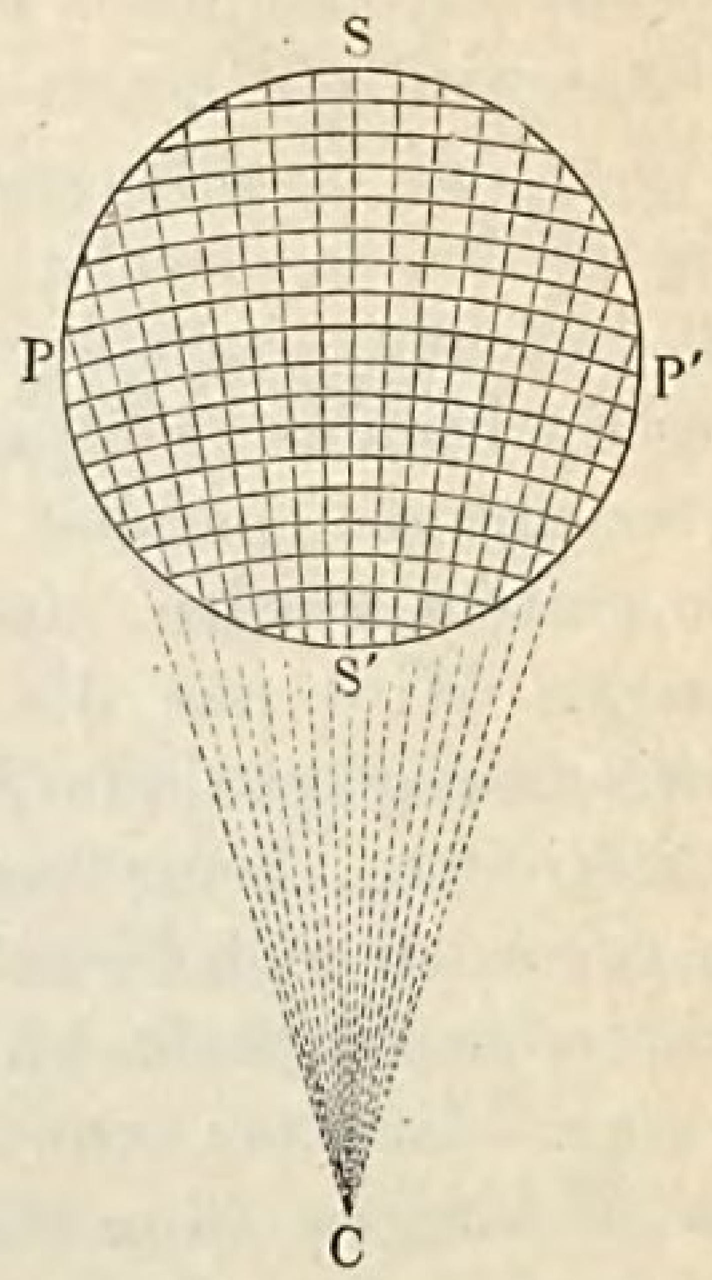
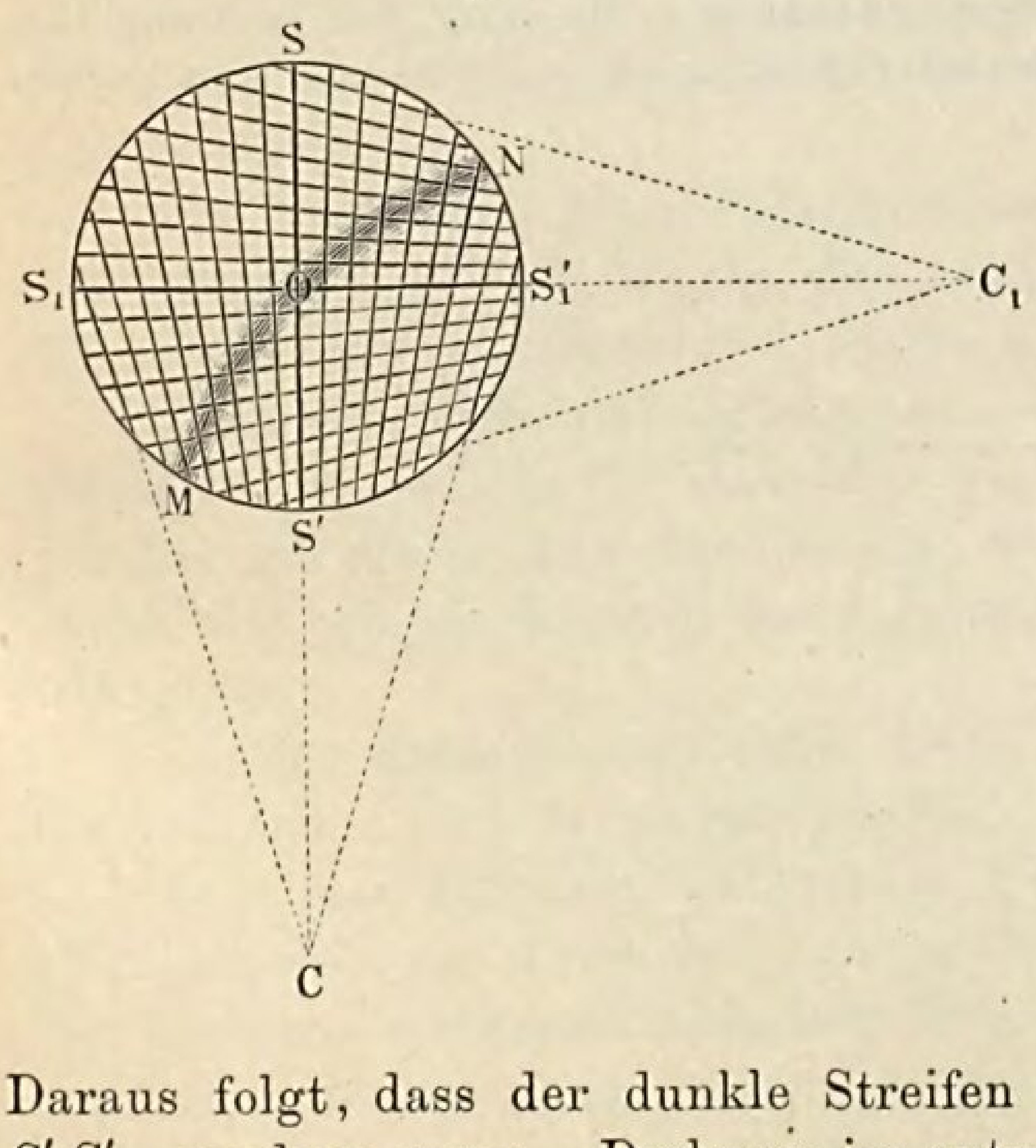


Fig. 801.



dunkel werden. Es ist dies, wie die Construction ergiebt, längs eines durch die Mitte O gehenden Bogens MON der Fall. Wir erhalten demnach einen bogenförmigen dunklen Streifen, welcher das Gesichtsfeld in der Mitte unter 45^0 zur Mittellinie durchschneidet. Auf beiden Seiten desselben muss die Dunkelheit in dem Maasse abnehmen, als die entstehenden Rhomben von der Quadratform abweichen. Dreht man den einen Nicol gegen den anderen, so z. B., dass der Divergenzpunkt C_1 im Sinne des Uhrzeigers weiter geht, so müssen die bisherigen Rechtecke zu Rhomben werden, während die auf der rechten unteren Seite angrenzenden Rhomben sich der Form von Rechtecken nähern.

Fig. 802.



Daraus folgt, dass der dunkle Streifen nach der Seite des Quadranten $S' S'_1$ wandern muss. Drehung im entgegengesetzten Sinne macht ihn nach oben links wandern. Drehung um 180^0 giebt einen Streifen,

welcher symmetrisch zum früheren von oben links nach unten rechts zu liegen kommt. Ist das Gesichtsfeld nicht homocentrisch polarisirt, so ändert der Streifen nur etwas die Form. Man sieht auch ein, dass es nicht gleichgültig sein kann, ob die beiden Nicols mit ihren Hauptschnitten einen Winkel von 0^0 oder von 180^0 einschliessen.

Lippich hat nun den erwähnten dunklen Streifen zur Herstellung eines äusserst empfindlichen Polarimeters [1]) benutzt. Der Collimator des Instrumentes wird mit einem $^1/_2$ mm breiten Spalt versehen, welcher in dem auf parallele Strahlen eingestellten Fernrohre scharf gesehen wird. Die Nicols werden so orientirt, dass der dunkle Streifen senkrecht gegen den Spalt gerichtet erscheint; das Ocular des Fernrohres enthält in der Ebene des Spaltbildes zwei parallel ausgespannte Fäden, die durch eine Mikrometerschraube parallel zum Spaltbilde verschiebbar sind, und welche so gestellt werden, dass sie den dunklen Streifen zwischen sich einschliessen. Wird nun die Polarisationsebene des Polarisators durch eine dazwischen geschaltete Substanz nur wenig gedreht, so wandert sofort der Streifen. Seine Verschiebung wird mittelst der Mikrometerschraube gemessen und daraus auf den Winkel geschlossen, um den die Polarisationsebene gedreht wurde. Die Constante des Instrumentes wird mittelst einer Substanz von bekannter Drehung ausgewerthet. Bei grösseren Drehungen kann der Streifen durch Drehen des Analysators an seine ursprüngliche Stelle zurückgebracht werden. In diesem Falle wird der Drehungswinkel an einem Theilkreise abgelesen. Diese Methode giebt bei kleinen Drehungen einen Fehler der Einstellung von zwei bis drei Secunden, ist also sehr genau.

[1]) Die übrigen Polarimeter (Instrumente zur Messung der Drehung der Polarisationsebene, auch Polaristrobometer genannt) werden im nächsten Capitel beschrieben werden.

Neunzehntes Capitel.

Elliptisch und circular polarisirtes Licht.

Farbenerscheinungen in senkrecht zur Axe geschnittenen Quarzplatten. Die so ausserordentlich mannigfaltigen Erscheinungen, welche wir im vorausgehenden Capitel beschrieben haben, sind sämmtlich erklärbar durch die Eigenschaft des polarisirten Lichtes, dass seine Schwingungen alle in einer Ebene stattfinden, wobei die Aetherteilchen geradlinige Bahnen senkrecht auf die Richtung des Strahles beschreiben. 414

Wir gelangen nun zu einer neuen Gruppe von Erscheinungen, welche uns zur Annahme führen, dass diese Art polarisirten Lichtes nur ein specieller Fall ist, dass es ausserdem noch andere Arten polarisirten Lichtes giebt, bei welchen die Bahn der Aethertheilchen im Allgemeinen eine Ellipse ist, welche in speciellen Fällen einerseits in die gerade Linie, andererseits in den Kreis übergeht.

Die Entdeckung dieser Polarisationsarten knüpfte an die Beobachtung der Erscheinungen an, welche eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte im polarisirten Lichte zeigt.

Nach dem bisher Vorgetragenen sollte sich jede senkrecht zur Axe geschnittene einaxige Krystallplatte gegenüber Strahlen, welche dieselbe parallel zu dieser Axe durchsetzen, verhalten, wie eine isotrope Substanz, also wie ein Krystall des regulären Systems oder wie eine einfache Glasplatte.

Arago entdeckte im Jahre 1811, dass der Bergkrystall oder Quarz davon eine Ausnahme mache.

Legt man auf das Tischlein des Polarisationsapparates eine Quarzplatte, welche senkrecht zur Axe geschnitten ist, so erscheint sie, durch den Zerleger betrachtet, lebhaft gefärbt, und zwar ändert sich die Farbe, wenn der Zerleger (am besten ein Nicol'sches Prisma) um seine Axe gedreht wird. In keiner Stellung des Zerlegungsnicols erscheint die Krystallplatte ganz farblos hell oder farblos dunkel.

Nimmt man bei Anstellung dieses Experimentes als Analysator ein achromatisirtes Kalkspathprisma, so erhält man zwei gefärbte Bilder, deren Farben complementär sind. Von letzterem Umstande überzeugt man sich, wenn man die Bilder sich theilweise überdecken lässt, indem sie sich daselbst zu Weiss ergänzen. Dieser merkwürdige, nach Arago benannte Versuch lässt sich in objectiver Weise auf einen Schirm projiciren mittelst eines Apparates, der im Uebrigen ganz so angeordnet ist, wie im §. 380 beschrieben und in den Fig. 682 und 683 abgebildet ist, nur dass man ein rundes Diaphragma einsetzt und statt des axenparallelen Krystalles eine senkrecht zur Axe geschliffene, ungefähr 6 mm dicke Quarzplatte verwendet. Statt des dort abgebildeten polarisirenden Spiegels wird man der grösseren Lichtstärke wegen ein Nicol'sches Prisma verwenden, also eine Anordnung, wie in Fig. 744, S. 1062, nur dass das Nicol *A* durch ein achromatisirtes Kalkspathprisma ersetzt wird.

Fig. 2 auf Taf. XII zeigt im Kreise angeordnet die nach einander auftretenden Erscheinungen, die zu den schönsten gehören, welche die Optik aufzuweisen hat. Man lernt durch diesen Versuch eine continuirliche Reihe von complementären Farbentönen kennen.

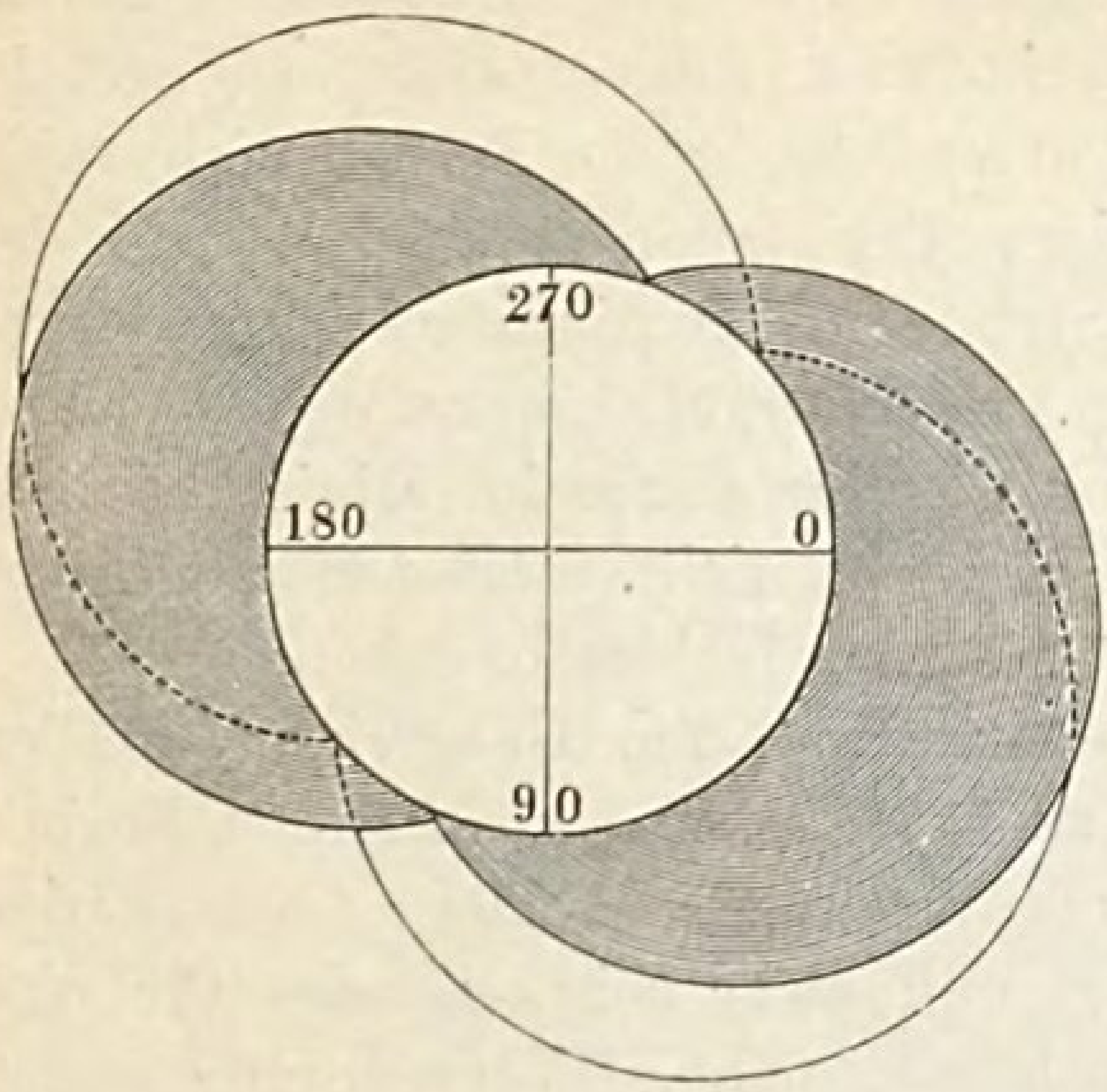
Von den Erscheinungen an einer axenparallelen Quarzplatte oder einem Gypsblättchen unterscheiden sich diese wesentlich in zwei Punkten. Erstens bringt hier eine Drehung der Krystallplatte keine Wirkung hervor, während bei jenen die Farbe viermal verschwindet, wenn man um 360° dreht. Zweitens ändert sich beim Drehen des Analysators der Farbenton fortwährend durch alle Zwischentöne, während bei jenen die Farbe nur zwischen zwei Farbentönen wechselt, welche im ersten und dritten Quadranten unter sich gleich und complementär sind zu dem Farbentone im zweiten und vierten Quadranten.

Dreht man die Quarzplatte ein wenig um eine zur Projectionsaxe senkrechte Axe, so ändert sich ebenfalls die Farbe, weil das polarisirte Licht dann eine längere Strecke durch die Platte zurückzulegen hat. Die Dicke der Platte ist nämlich von grossem Einflusse auf die Erscheinung. Sehr dünne und sehr dicke Platten geben überhaupt keine Farben mehr.

415 **Erklärung der Farbenerscheinungen im Quarz durch ungleiche Drehung der Polarisationsebene der einzelnen Farben.** Um den Zusammenhang und die Ursache der im vorigen §. 414 beschriebenen Erscheinungen zu übersehen, müssen wir zunächst das Experiment dadurch vereinfachen, dass wir statt des zusammengesetzten weissen Lichtes einfaches, monochromatisches Licht anwenden. Wir erreichen dies durch Einschaltung einer farbigen Glasplatte von möglichst homogener Farbe (rothes Kupferglas), sei es in den Gang der Lichtstrahlen vor die Quarzplatte bei objectiver Darstellung, sei es, dass man das rothe Glas vor die Augen hält, bei subjectiver Beobachtung. Im ersten Falle wird nur homogenes Licht zugelassen, im zweiten aus der

Summe der Erscheinungen zuletzt alles andere Licht, welches nicht roth ist, eliminirt. Die Erscheinung, welche man alsdann beobachtet, ist wieder ganz so einfach, wie vor dem Einlegen der Krystallplatte. Nehmen wir an, man schaue durch eine rothe Glasplatte, so wird man wieder für zwei um 180⁰ von einander entfernte Azimuthe des Zerlegers das Gesichtsfeld ganz dunkel sehen, für zwei andere um 90⁰ von diesen entfernte Azimuthe aber ein Maximum von rothem Lichte. Die Azimuthe dieser Maxima und Minima sind aber nicht mehr 0⁰, 90⁰, 180⁰ und 270⁰, wie vor dem Einschieben der Quarzplatte, sondern andere, deren Lage von der Dicke der angewandten Platte abhängt.

Fig. 803.



Wenn die eingelegte Platte rechtsdrehend und 1 mm dick ist, so findet man das Maximum des rothen Lichtes bei 17⁰ und 197⁰; das Gesichtsfeld erscheint aber dunkel bei 107⁰ und 287⁰. Fig. 803 stellt die Veränderungen der Lichtintensität graphisch dar, welche man beobachtet, wenn der Zerleger ringsherum gedreht wird. Diese Figur unterscheidet sich von Fig. 636, Seite 977 nur dadurch, dass die ganze Intensitätscurve um 17⁰ nach der rechten Seite hin gedreht ist. Durch die eingelegte Krystallplatte ist also die Schwingungsebene der von unten kommenden Strahlen um 17⁰ nach der Rechten gedreht worden.

Für alle anderen Farben des Spectrums ist die Drehung der Polarisationsebene nach der rechten Seite hin durch dieselbe 1 mm dicke Quarzplatte noch grösser.

Nach Biot's Messungen ergeben sich die Drehungsbogen für die mittleren Strahlen jeder Farbe wie folgt:

Roth . . .	19⁰	Blau . . .	32⁰
Orange . .	21⁰	Indigo . .	36⁰
Gelb . . .	24⁰	Violett . .	41⁰
Grün . . .	28⁰		

Genauere Messungen Broch's, auf welche wir unten zu sprechen kommen werden, ergaben für die den Fraunhofer'schen Linien entsprechenden Lichtsorten folgende Werthe:

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
15,30⁰	17,24⁰	27,67⁰	27,46⁰	32,50⁰	42,20⁰.

Die hier angegebenen Zahlen beziehen sich nur auf eine Quarzplatte von der angegebenen Dicke. Die Drehung aber wächst in demselben Verhältnisse wie die Dicke der Platte. In einer

2 mm dicken Quarzplatte beträgt also die Drehung für die Linie *B* 30,60°, für die Linie *G* 84,40°.

Wenn man nun aber das Bild der Quarzplatte im Analysator ohne Anwendung eines farbigen Glases betrachtet, so begreift man nach dem Vorhergehenden sehr wohl, dass es in allen Lagen desselben gefärbt erscheinen muss, und zwar sind die nun beobachteten Farben nicht reine prismatische, sondern Mischfarben, deren Ton davon abhängt, welche der prismatischen Farben für irgend eine Stellung des Analysators mit grösserer oder geringerer Intensität erscheinen. Ganz dunkel kann das Gesichtsfeld nicht mehr werden, denn wenn auch eine Farbe im Minimum ihrer Intensität ist, so sind es doch die anderen nicht. Ebenso wenig erscheint die Platte an irgend einer Stelle ganz farblos und hell.

Da wir es hier offenbar mit einem analogen Uebereinanderfallen verschiedener Theile des Spectrums zu thun haben, wie bei den Farben dünner Blättchen, so wollen wir auch durch eine analoge Construction die Erscheinungen abzuleiten suchen, und zwar beispielsweise für eine Platte von 3,75 mm Dicke, da eine solche manchmal Verwendung findet. Durch Multipliciren der Drehungswinkel für 1 mm Dicke mit 3,75 erhalten wir die Drehungen

für:	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
$3{,}75\,\varphi =$	58,12°	64,46°	81,71°	104,06°	123,94°	159,67°	191,81°.

(Diesen Zahlen sind die von Stefan berechneten, weiter unten mitgetheilten Drehungswinkel zu Grunde gelegt.)

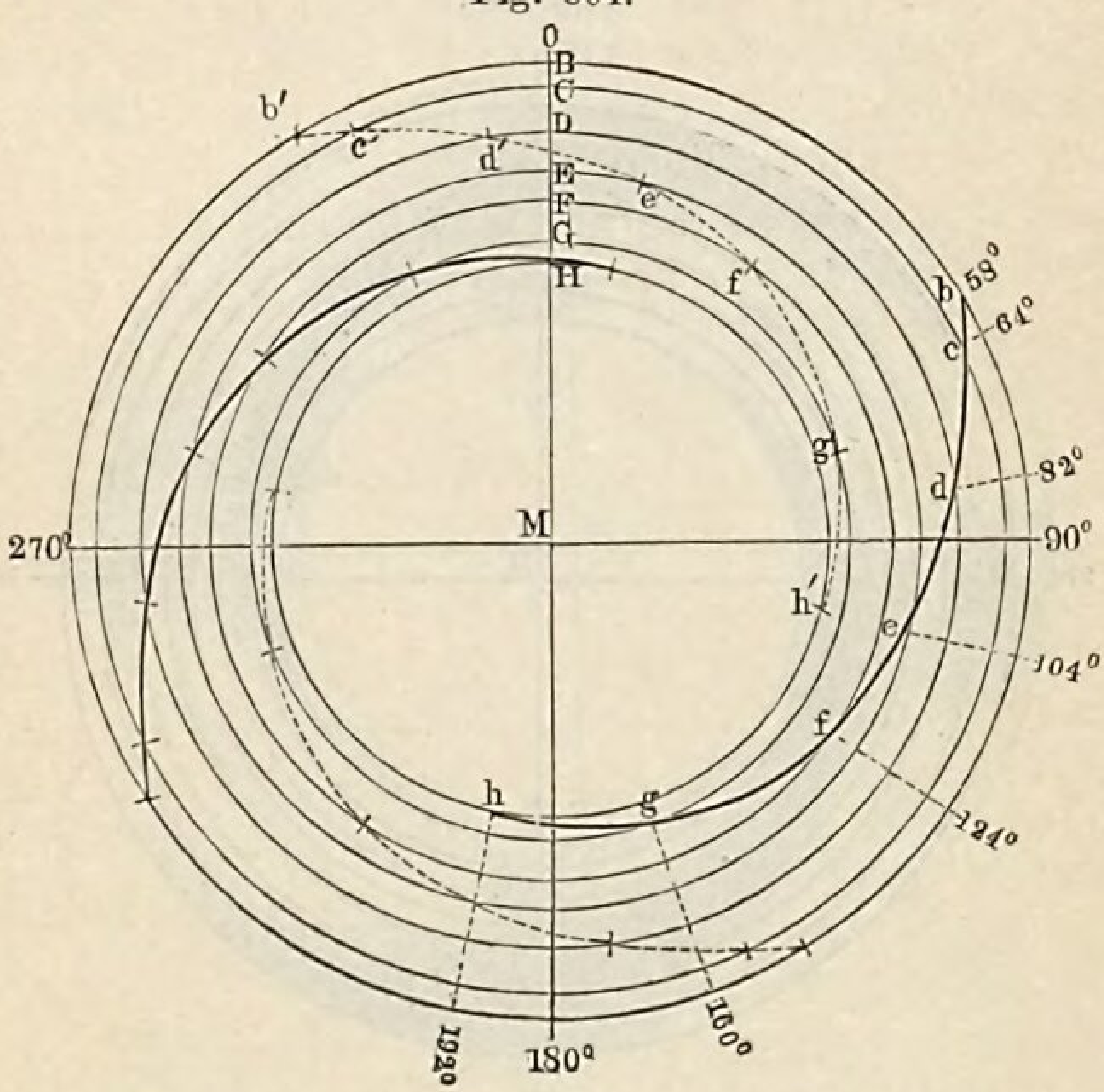
Wir ziehen (Fig. 804) um den Mittelpunkt *M* eine Anzahl concentrischer Kreise, deren Radien sich wie die Wellenlängen der Fraunhofer'schen Linien *B*, *C* bis *H* verhalten. Wir denken uns nun die zugehörigen Farben aufgetragen und erhalten dadurch eine Zeichnung, wie sie entstände, wenn ein von *B* nach *H* ausgedehntes Gitterspectrum um den Punkt *M* rotirte.

Von 0 aus denken wir uns eine Kreistheilung aufgetragen. Die Richtung des Durchmessers von 0° nach 180° sei z. B. die Schwingungsrichtung des von rückwärts auf die Quarzplatte auffallenden polarisirten Lichtes. Tragen wir nun die Werthe von $3{,}75\,\varphi$ von 0° aus nach rechts (von rückwärts gesehen nach links) auf den zugehörigen Kreisen auf, so erhalten wir durch die Verbindung der so gefundenen Punkte die Spirale *b c d* . . . *h* und, indem wir vom Punkte 180° an die Construction wiederholen, die congruente Spirale auf der gegenüberliegenden Seite. Diese beiden in der Fig. 804 ganz und dick ausgezogenen Spiralen schneiden die radialen Spectren der Reihe nach in allen Farben. Die jeweiligen Durchschnittspunkte geben nun offenbar die Farbensorten (in Wellenlängen oder Fraunhofer'schen Linien) an, welche für irgend eine Lage des Analysators, den wir uns vor der Platte denken müssen, am hellsten erscheinen. Wenn z. B. die Schwingungsebene des Polarisators von 0° nach 180° liegt, die des Analysators damit parallel ist, so zeigt

die zwischen *G* und *H* hindurchgehende Spirale, dass das violette Licht am meisten begünstigt ist. Liegt hingegen die Schwingungsebene des Analysators von 90° nach 270°, so zeigt die zwischen den Kreisen *D* und *E* hindurchgehende Spirale, dass die dortigen, also die gelben Strahlen es sind, welche mit unverkürzter Intensität durch den Analysator hindurchgehen.

Um jene Farbensorten aufzufinden, welche am wenigsten hindurchgelassen werden, zeichnen wir noch zwei congruente, um 90° gegen die anderen verschobene Spiralen, deren eine in der Figur mit *b' c' d' ... h'* bezeichnet, und welche beide gestrichelt ausgezogen sind. Mit Hülfe derselben würden wir z. B. ableiten, dass bei der Parallelstellung des

Fig. 804.



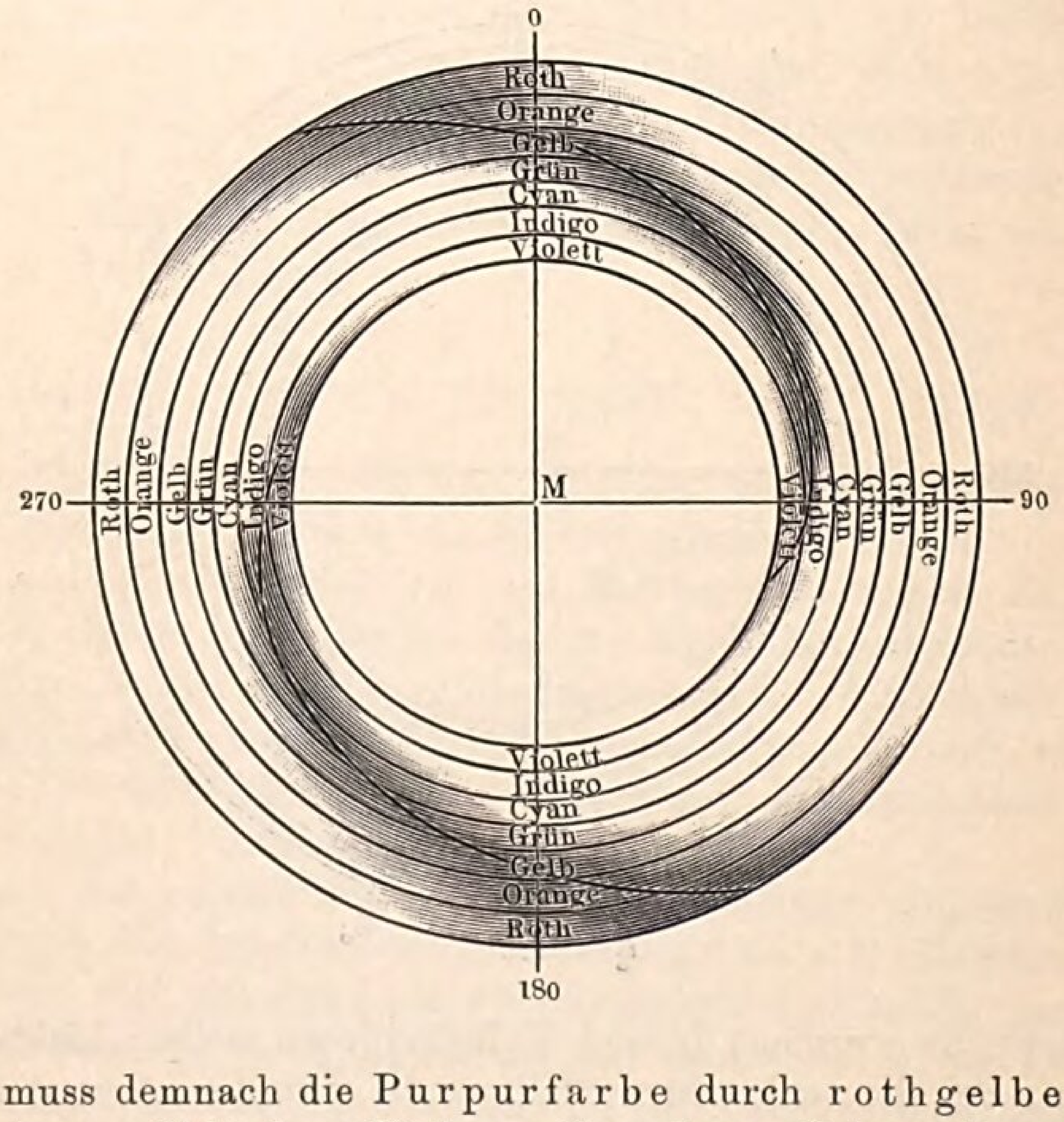
Analysators die zwischen *D* und *E* befindlichen gelben Lichtsorten im Minimum, bei der senkrechten Stellung die zwischen *G* und *H* befindlichen violetten Strahlen im Minimum der Intensität stehen.

Die gestrichelt gezogenen Spiralen (wir wollen sie Minimumspiralen nennen) spielen daher in dieser Zeichnung ganz dieselbe Rolle, wie die dunklen Streifen der Fig. 593 bei der Untersuchung der Farben dünner Blättchen. Um auch hier für die Zwischengrade der Intensitäten und die schliessliche Farbenmischung nähere Anhaltspunkte zu gewinnen, wollen wir diese Minimumspiralen nach beiden Seiten abschattiren und statt der Fraunhofer'schen Linien die Farbengrenzen auftragen. Wir erhalten sodann die Fig. 805 (a. f. S.), welche nun geeignet sein wird, über die Farbenmischungen beim Drehen des Analysators Aufschluss zu geben. Der Polarisator stehe, wie immer, mit seiner

Schwingungsrichtung von 0 nach 180. Steht der Analysator ebenso, so werden die gelben Strahlen ganz, die orangefarbigen und grünen fast ganz ausgelöscht. Violett, Indigo, etwas Cyan und Spuren von Roth geben aber zusammen einen purpurnen Farbenton. Dies wird also die Farbe einer 3,75 mm dicken Quarzplatte zwischen parallelen Nicols sein.

Drehen wir den Analysator (von vorn gesehen) nach rechts um einige Grade, so wandert die verdunkelte Stelle gegen das Violett, die grünen, dann die blauen Farben verschwinden, dagegen kommt Roth, dann Orange mehr zur Geltung; nach einer Drehung um 90⁰ ist Violett und das angrenzende Blau im Minimum, der Rest der Farben giebt eine gelbliche Nuance. Beim Drehen aus der parallelen in die gekreuzte

Fig. 805.



Stellung muss demnach die Purpurfarbe durch rothgelbe Farbentöne zu einer gelblichen Färbung übergehen. Beim weiteren Drehen verschwindet allmählich das Roth, dann das Orange und Gelb aus der Mischung, bis endlich fast nur Violett und Indigo zurückbleiben. Nach der Drehung um 180⁰ haben wir dann denselben Farbenton wie am Anfang. Der Uebergang muss demnach aus Gelb durch grünliche und bläuliche Farbentöne zum ursprünglichen Purpur führen.

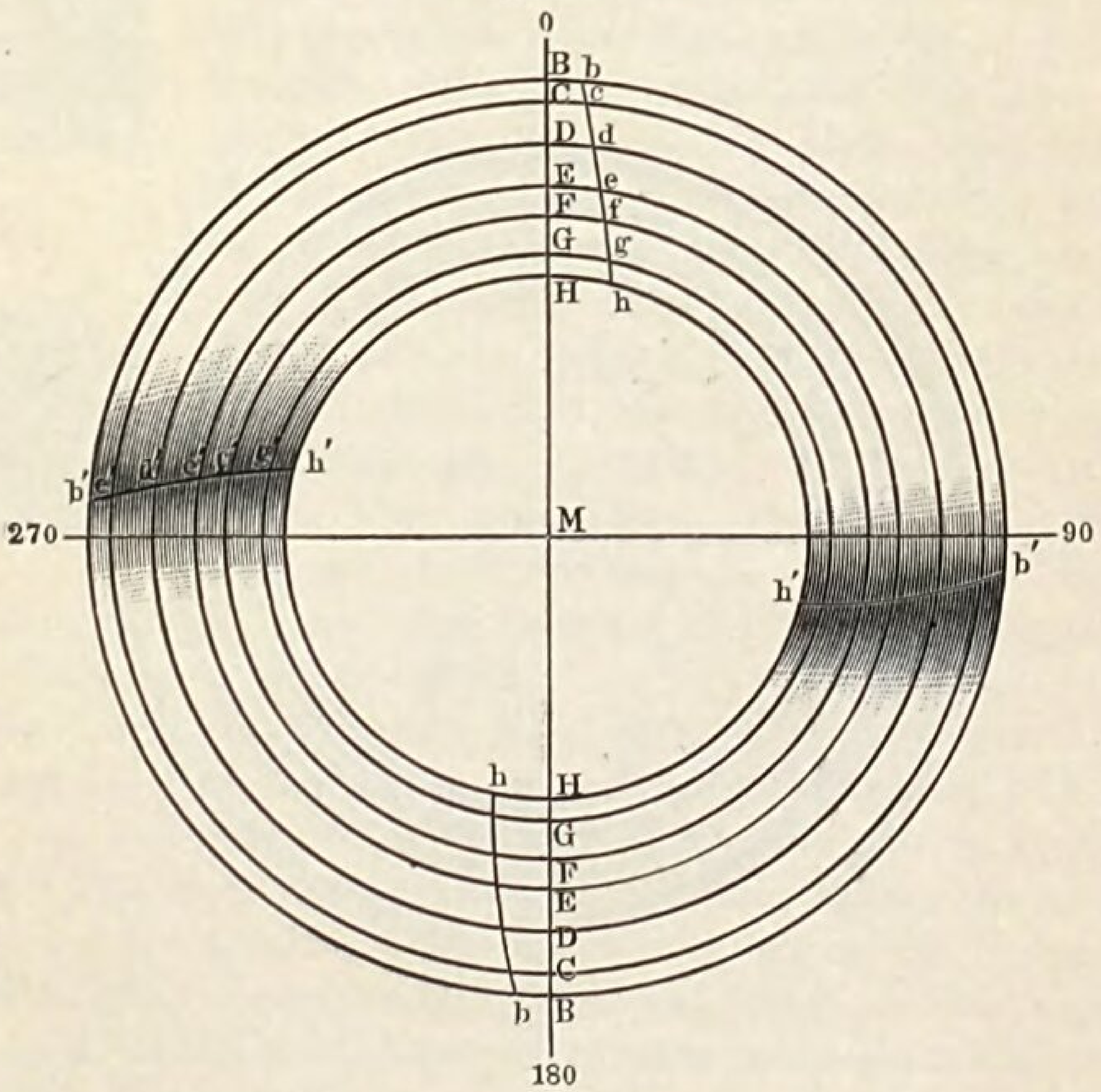
Bei der Drehung im entgegengesetzten Sinne folgen die Farbennuancen in der entgegengesetzten Ordnung. Wendet man statt des linksdrehenden Quarzes einen rechtsdrehenden an, so verkehrt sich ebenfalls die Farbenfolge. Bei der Parallelstellung erscheinen demnach links und rechts drehender Quarz gleich gefärbt, bei der senkrechten Stellung

ebenfalls, bei allen anderen Stellungen müssen sie verschieden gefärbt erscheinen.

Wie bei den Farben dünner Blättchen und aus analogen Gründen erscheinen ganz dünne Quarzplatten und ganz dicke ohne Färbung. Doch geben erstere zwei Maxima und Minima der Helligkeit, während letztere in allen Azimuthen des Analysators gleich erscheinen.

Dies lässt sich leicht erklären, wenn man die Construction der Minimumspiralen für solche Platten ausführt. Fig. 806 zeigt diese Construction für eine Platte von $^1/_4$ mm Dicke. Die Spiralen erscheinen daselbst zu wenig ausgedehnten Streifen zusammengezogen, *bh*, *bh* sind die Spiralen für die Lichtmaxima, *b'h'*, *b'h'* für die Minima. Man ersieht

Fig. 806.



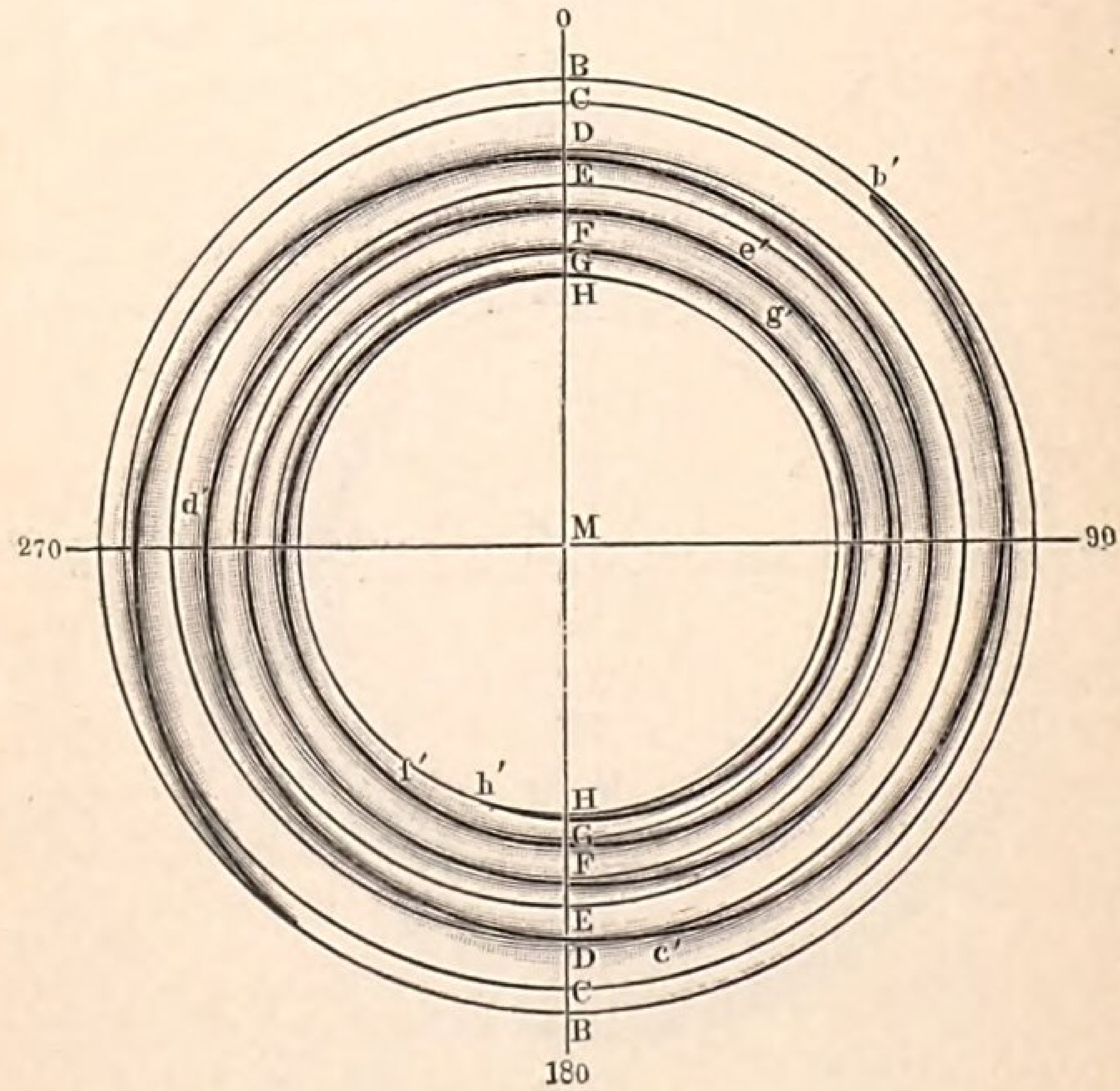
aus dieser Figur sofort, dass beim Drehen des Analysators alle Farben fast zugleich ins Maximum und ins Minimum kommen müssen. Es wird bei der Parallelstellung ein h e l l e s Feld, in welchem nur sehr schwach das Roth und Gelb vorwiegt, bei der gekreuzten Stellung ein d u n k l e s Feld mit sshwach violetter Färbung erscheinen müssen. Bei noch geringerer Dicke wird gar keine vorwiegende Färbung mehr wahrzunehmen sein.

In Fig. 807 (a. f. S.) dagegen ist die Construction der Minimumspiralen für eine 20 mm dicke Platte ausgeführt. Jede Spirale macht beinahe zwei ganze Umgänge, denn die Drehung für *B* beträgt 308°, die für *H* 1004°. Mithin durchläuft eine Spirale 1004 — 308 = 696 Grade, also um 24 Grade weniger als zwei volle Umgänge. Es werden daher die radialen Spectren überall mindestens an drei, meistens an vier Stellen

durch dunkle Zwischenräume unterbrochen sein, so dass der schliessliche Farbenton aus vier oder fünf im Spectrum vertheilten Stellen zusammengemischt wird. Da mithin stets aus verschiedenen Regionen des Spectrums Repräsentanten an der Mischung theilnehmen, so muss stets ein dem Weiss nahe gleich kommendes Farbengemisch entstehen. Beim Drehen des Analysators ändert sich mithin wohl die innere Zusammensetzung des Farbengemisches, nicht aber der subjective Eindruck auf unser Auge. Die Helligkeit des Bildes muss, im Gegensatz zu den dünnen Platten, nahezu oder ganz constant bleiben.

Die vorgeführten Constructionen lassen sich durch das Experiment selbst zur Ausführung bringen. Es gelingt dies mittelst des auf S. 1067

Fig. 807.



beschriebenen Polarisationsapparates von E. Mach mit rotirendem Analysator. Schaltet man daselbst zwischen die Nicol'schen Prismen eine linksdrehende, senkrecht zur Axe geschliffene Quarzplatte von 8 mm Dicke ein und setzt vor den Analysator nur das ablenkende Crownglasprisma, so erscheint beim Rotiren auf dem durchsichtigen Schirme ein prachtvoll gefärbter Ring, wovon Fig. 6 auf Taf. VIII eine Vorstellung geben mag. Neigt man die Quarzplatte gegen die Rotationsaxe oder drückt man sie mittelst der Presse senkrecht auf die Axe, so dreht sich der ganze Farbenkreis und ändert auch etwas seine Nuancen. Setzt man nun die spaltförmige Blendung statt der quadratischen auf das Nicol Nr. 2, und zwar senkrecht gegen die Polarisationsebene und fügt vorn zum ablenkenden Prisma noch ein geradsichtiges Zerstreuungsprisma, so zwar, dass die

Dispersion desselben senkrecht auf die Spalte gerichtet ist und das Violett nach innen gelenkt wird, so sieht man bei der Rotation auf dem durchsichtigen Schirme ein Bild, wie Fig. 7, Taf. VIII. Dasselbe stellt einen Ring dar, der von innen nach aussen die Spectralfarben zeigt und von zwei dunklen Spiralen durchzogen ist. Die Lage der Spiralen ist bei rechts- und bei linksdrehendem Quarz entgegengesetzt.

Fig. 808.

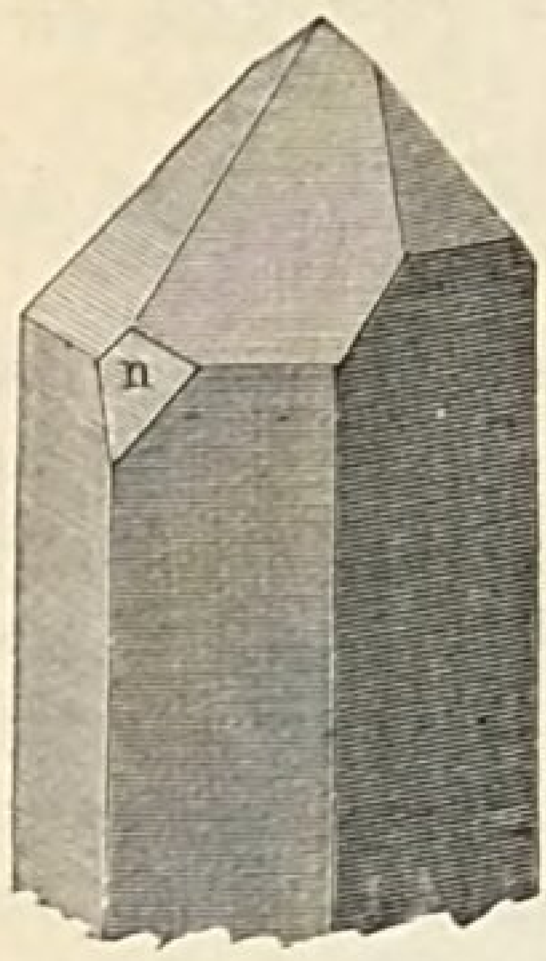
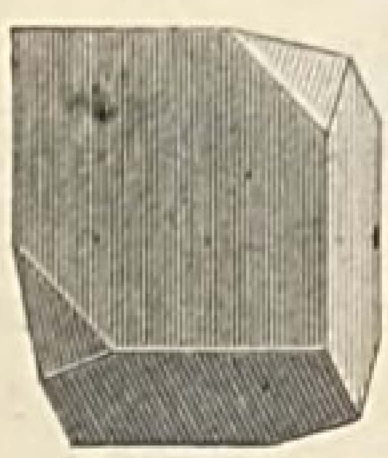


Fig. 809.



Ob ein Quarzkrystall rechts- oder linksdrehend ist, lässt sich meistens schon äusserlich erkennen. Betrachtet man nämlich die Bergkrystalle genauer, so findet man, dass manchmal an den Säulenflächen entweder *oben links* (und unten rechts, wenn der Krystall vollständig ausgebildet ist) oder *oben rechts* (und unten links) kleine Abstumpfungsflächen auftreten, wie die Fläche n in Fig. 808. Bei einem und demselben Krystallindividuum beobachtet man diese kleinen Flächen stets *nur auf einer Seite*, also am oberen Ende des Krystalles entweder nur auf der linken oder nur auf der rechten Seite.

Diejenigen Krystalle, welche die fragliche Fläche oben links haben, wie Fig. 808, sind auch *optisch linksdrehend*, während diejenigen Quarzkrystalle *optisch rechtsdrehend* sind, bei welchen jene Abstumpfungsfläche oben rechts auftritt.

Wie *Marbach* gefunden hat, zeigt auch das *chlorsaure Natron*, ein Salz, welches dem regulären Krystallsysteme angehört und dessen Krystalle, Fig. 809, durch eine Combination des Würfels mit dem Tetraëder gebildet sind, die Erscheinung der Circularpolarisation.

Während beim Quarz die Circularpolarisation an die Richtung der krystallographischen Hauptaxe gebunden ist, findet in den Krystallen des chlorsauren Natrons die Circularpolarisation nach *allen Richtungen hin* in gleicher Weise statt.

Die Krystalle des chlorsauren Natrons sind optisch *rechtsdrehend*. Eine 1 mm dicke Platte dieses Salzes dreht die Polarisationsebene der gelben Strahlen um 3,7 Grad.

Gesetz der Dispersion durch Drehung der Polarisationsebene. 416 Wir haben früher eine Dispersion des Lichtes durch Brechung (prismatische Dispersion), dann eine solche durch Beugung (Gitterspectra) kennen gelernt; im vorigen Paragraphen ist nun eine dritte Art Dispersion, die durch Drehung der Polarisationsebene, beschrieben worden. Es interessirt uns nun vor Allem, zu erfahren, in welcher Beziehung diese letztere Dispersion zur Wellenlänge des Lichtes steht, ob diese Beziehung sich so einfach gestaltet wie bei der Dispersion

durch Gitter, oder ob der Zusammenhang mehr Aehnlichkeit mit jenem bei der Dispersion durch Brechung hat.

Biot glaubte aus seinen Messungen den Schluss ziehen zu dürfen, dass der Drehungswinkel verkehrt proportional dem Quadrat der Wellenlänge sei, dass also $\varphi \lambda^2$ eine constante Zahl sei, so lange sich Natur und Dicke der Platte nicht ändern.

Broch's neuere genauere Messungen [1]) haben gezeigt, dass das Biot'sche Gesetz nur annähernd gelte.

Der Apparat, dessen sich Broch bei diesen Untersuchungen bediente, war ganz nach dem Princip construirt, wie die in §. 398 besprochene Vorrichtung zur prismatischen Zerlegung der Farben dünner Gypsblättchen; das Spectrum wurde durch ein Fernrohr beobachtet und das Zerlegungsnicol war in der Mitte eines getheilten Kreises befestigt, welcher erlaubte, die Drehung dieses Nicols mit Genauigkeit zu messen.

Bringt man zwischen die gekreuzten Nicols eine senkrecht zur Axe geschliffene Quarzplatte, welche einige Millimeter dick ist, so erscheint ein zusammenhängendes Spectrum, in welchem bei gehöriger Aufstellung die Fraunhofer'schen Linien sichtbar sind; wird nun das Zerlegungsnicol nach jener Seite gedreht, nach welcher die Polarisationsebene durch die Quarzplatte gedreht wird, so erscheint nach einer bestimmten Drehung ein dunkler Streifen am rothen Ende des Spectrums, welcher bei fortgesetzter Drehung des Nicols gegen das violette Ende des Spectrums hin fortschreitet. Man hat nur die Drehung so weit fortzusetzen, dass die Mitte des dunklen Streifens der Reihe nach auf die Fraunhofer'schen Linien B, C, D etc. fällt, und die entsprechende Drehung des Nicols von seiner Anfangsstellung an zu messen, um zu erfahren, um wie viel Grad die Polarisationsebene für B, C, D etc. durch die Quarzplatte gedreht worden ist. Dividirt man die so gemessenen Drehungswinkel durch die Dicke der Quarzplatte, so erhält man die Drehungswerthe für eine Platte von 1 mm Dicke.

Die nach dieser Methode von Broch gemessenen Werthe der Drehungswinkel sind in der folgenden Tabelle aufgeführt. In der Columne daneben sind jene Werthe aufgeführt, welche sich aus einer Formel ergeben, welche Stefan [2]) mittelst der Methode der kleinsten Quadratsummen aus Broch's Messungen abgeleitet hat. In der letzten Columne endlich sind Werthe angegeben, welche Stefan auf eine indirecte Weise abgeleitet hat.

Die Formel, welche Stefan aus Broch's Messungen berechnet hat, lautet:

$$\varphi = -1{,}581 + \frac{8{,}0403}{\lambda^2 \,.\, 10^6} \quad \cdots\cdots\cdots \quad 1)$$

Das erste Glied stellt hier die Abweichung von Biot's Gesetz dar, wäre nämlich das letztere richtig, so müsste dieses Glied $= 0$ sein.

1) Dove's Report. VII.

2) Sitzungsber. d. Wien. Akad. L.

Fraunhofer's Linie	Wellenlänge in Millimetern	Drehungswinkel der Polarisationsebene durch eine 1 mm dicke Quarzplatte		
		von Broch gemessen Grade	nach der aus Broch's Messungen von Stefan abgeleiteten Formel berechnet Grade	nach der von Stefan auf indirectem Wege abgeleiteten Formel berechnet
B	0,000687	15,30	15,41	15,50
C	0,000656	17,24	17,08	17,19
D	0,000589	21,67	21,61	21,79
E	0,000527	27,46	27,48	27,75
F	0,000486	32,50	32,70	33,05
G	0,000431	42,20	42,09	42,58
H_2	0,000394	—	50,21	51,15

Wir erinnern daran, dass Cauchy's angenähertes Gesetz für die Dispersion durch Brechung ebenfalls die Form

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

hat, wobei jedoch A stets positiv ist. Die Drehungsdispersion verläuft also in einer ähnlichen Abhängigkeit von der Wellenlänge, wie die Brechungsdispersion. Darauf hat Stefan ein indirectes Verfahren gegründet, um die Abhängigkeit der Drehungswinkel von der Wellenlänge zu bestimmen.

Sein Apparat war dem von Broch angewendeten im Wesentlichen gleich. Lampenlicht geht durch einen Polarisator, wird durch eine Linse parallel gemacht und gelangt dann genau parallel der Axe durch eine oder mehrere Quarzplatten, dann durch den drehbaren Analysator, dann durch eine Spalte auf ein Crownglasprisma, welches so gestellt ist, dass die Ablenkung die kleinste ist. Ein auf Unendlich eingestelltes Fernrohr mit Fadenkreuz nimmt das abgelenkte Spectrum auf. Das Prisma steht auf dem Tischchen eines Goniometers, der Polarisationsapparat sammt Quarzplatten und Spalte wird vom Spaltrohr getragen. Da Stefan sehr dicke oder mehrere Platten mit bedeutender Gesammtdicke (bis zu 70 mm) anwandte, so erschien das Spectrum von sehr vielen dunklen Streifen durchzogen und es konnte constatirt werden, dass deren Abstände unter sich sehr nahe gleich waren, woraus folgt, dass gleichen Unterschieden in den Deviationen der Farben im Spectrum auch gleiche Unterschiede in den Drehungswinkeln entsprechen. Denn offenbar sind die Drehungswinkel jener Farben, wo benachbarte Streifen hintreffen, um 180° verschieden. Ist die angewandte

Dicke $= d$, so ist diese Differenz der Drehungswinkel auf die Dicke 1 reducirt $= \frac{180}{d}$.

Da nun die Differenzen der Brechungsquotienten sehr nahe den Differenzen der Ablenkungen proportional sind, so muss demnach auch der Brechungsquotient einer Farbe im Crownglas eine lineare Function des Drehungswinkels dieser Farbe in Quarz sein. Es muss sich demgemäss eine Beziehung

$$n = P + Q\varphi$$

nachweisen lassen, wo n der Brechungsquotient, P und Q Constanten sind. Stefan ermittelte diese Constanten und indem er dann nach Cauchy's Dispersionsformel n durch die Wellenlänge λ ausdrückte, erhielt er als Beziehung zwischen φ und λ die Formel

$$\varphi = -1{,}753 + \frac{8{,}1624}{\lambda^2\, 10^6}.$$

Die aus dieser Formel berechneten Werthe sind in der letzten Columne obiger Tabelle enthalten und zeigen grosse Uebereinstimmung mit Broch's Zahlen.

Die Aequidistanz der dunklen Streifen in dem durch ein Prisma erzeugten Spectrum findet natürlich nur für Prismen solcher Substanzen statt, deren Zerstreuungsverhältnisse nicht sehr von denen der Glassorte abweichen, aus welcher das Stefan'sche Prisma verfertigt war. Für ein Wasserprisma würde der Abstand der Streifen nach dem violetten Ende hin abnehmen, für ein Prisma aus Schwefelkohlenstoff müsste er gegen das violette Ende hin zunehmen.

Wird das Spectrum nicht durch ein Prisma, sondern durch ein Beugungsgitter erzeugt, so muss demnach die Distanz der dunklen Streifen gegen das violette Ende des Spectrums hin bedeutend abnehmen, die dunklen Streifen müssen hier bedeutend dichter auf einander rücken als am rothen Ende des Spectrums, wie dies Stefan auch durch den Versuch bestätigt fand und wie dies auch aus der Fig. 810 ersichtlich ist, wo sich die Spiralen gegen aussen von einander mehr entfernen.

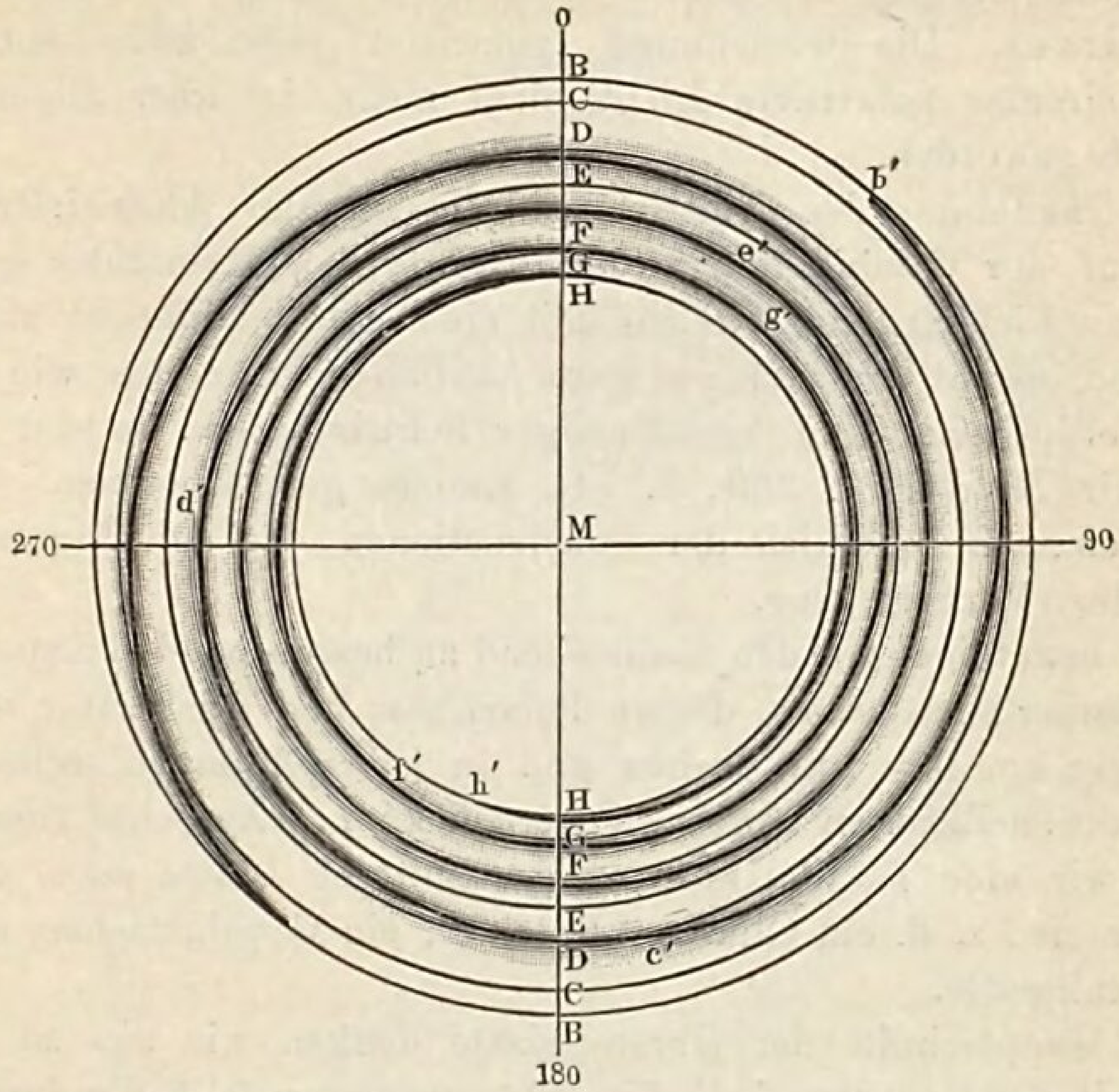
Handelt es sich nicht um genaue Messungen, sondern um einen Vorlesungsversuch, so kann in Ermangelung des Mach'schen Rotationsapparates das beschriebene Experiment auch recht schön auf folgende Weise gezeigt werden.

Das vom Heliostaten durch eine Spalte des Fensterladens geworfene Sonnenlicht geht durch einen aus Nicol'schen oder Kalkspathprismen bestehenden Polarisationsapparat, in welchen eine oder mehrere Quarzplatten eingeschaltet sind.

Nachdem es diesen Apparat passirt hat, trifft es eine Linse von ungefähr $1^1/_2$ m Brennweite, welche von der Spalte des Fensterladens ein scharfes Bild auf einem Schirme entwirft. Bringt man nun nahe hinter

oder vor die Linse ein Prisma und richtet dasselbe auf das Minimum der Ablenkung, so erhält man das durch dunkle Streifen in sehr nahe gleichen Abständen durchschnittene Spectrum. Dreht man den Analysator, so wandern die Streifen. Ersetzt man das Prisma durch ein Beugungsgitter, so erhält man Beugungsspectra, in welchen nun die dunklen

Fig. 810.



Streifen nicht mehr äquidistant sind, sondern gegen das violette Ende einander näher rücken.

Dieses Experiment, sowie jenes mit Mach's Apparat, gehört mit zu den schönsten der Optik.

Die Erklärung der Drehung der Polarisationsebene, welche den besprochenen Erscheinungen zu Grunde liegt, müssen wir vorläufig verschieben, da hierzu die theoretischen Auseinandersetzungen der unmittelbar folgenden Paragraphen nöthig sind.

Geradlinig, elliptisch und kreisförmig polarisirtes Licht; Entstehungsweise dieser Lichtarten. 417 Durch eine Reihe von Thatsachen wurden wir veranlasst, anzunehmen, dass im natürlichen Lichte die Schwingungen der Aethertheilchen nach allen zur Fortpflanzungsrichtung senkrechten Richtungen stattfinden, dass hingegen im polarisirten Lichte diese Schwingungen auf eine einzige Ebene beschränkt seien. Die im vorigen Paragraphen beschriebenen Erscheinungen der Drehung der Schwingungsebene im Quarz und eine ganze Reihe anderer Thatsachen, auf die wir später zu sprechen kommen

werden, veranlasst uns, die Existenz weiterer Lichtarten anzunehmen, in welchen die Schwingungen der Aethertheilchen in ganz anderer Weise stattfinden, als im natürlichen und im bisher betrachteten geradlinig polarisirten Lichte. Die Bahnen der Aethertheilchen sind nämlich Ellipsen oder Kreise und man nennt deshalb diese Lichtarten elliptisch oder kreisförmig (circular) polarisirtes Licht und bezeichnet deshalb das früher betrachtete polarisirte Licht als geradlinig polarisirtes. Die Bezeichnung „polarisirt“ passt zwar insbesondere auf das circular polarisirte Licht nicht mehr, ist aber allgemein gebräuchlich geworden.

Die Entstehung des elliptisch und des circular polarisirten Lichtes beruht auf der Combination zweier senkrecht auf einander geradlinig polarisirter Lichtstrahlen, welche mit einer Phasendifferenz zusammentreffen und beruht demnach auf ganz ähnlichen Principien wie die Entstehung elliptischer und kreisförmiger Schwingungen in der Akustik, welche wir Band I, §. 209, S. 741 kennen gelernt haben. Wir verweisen demnach bezüglich der Constructionen der Schwingungscurven auf das dort Vorgetragene.

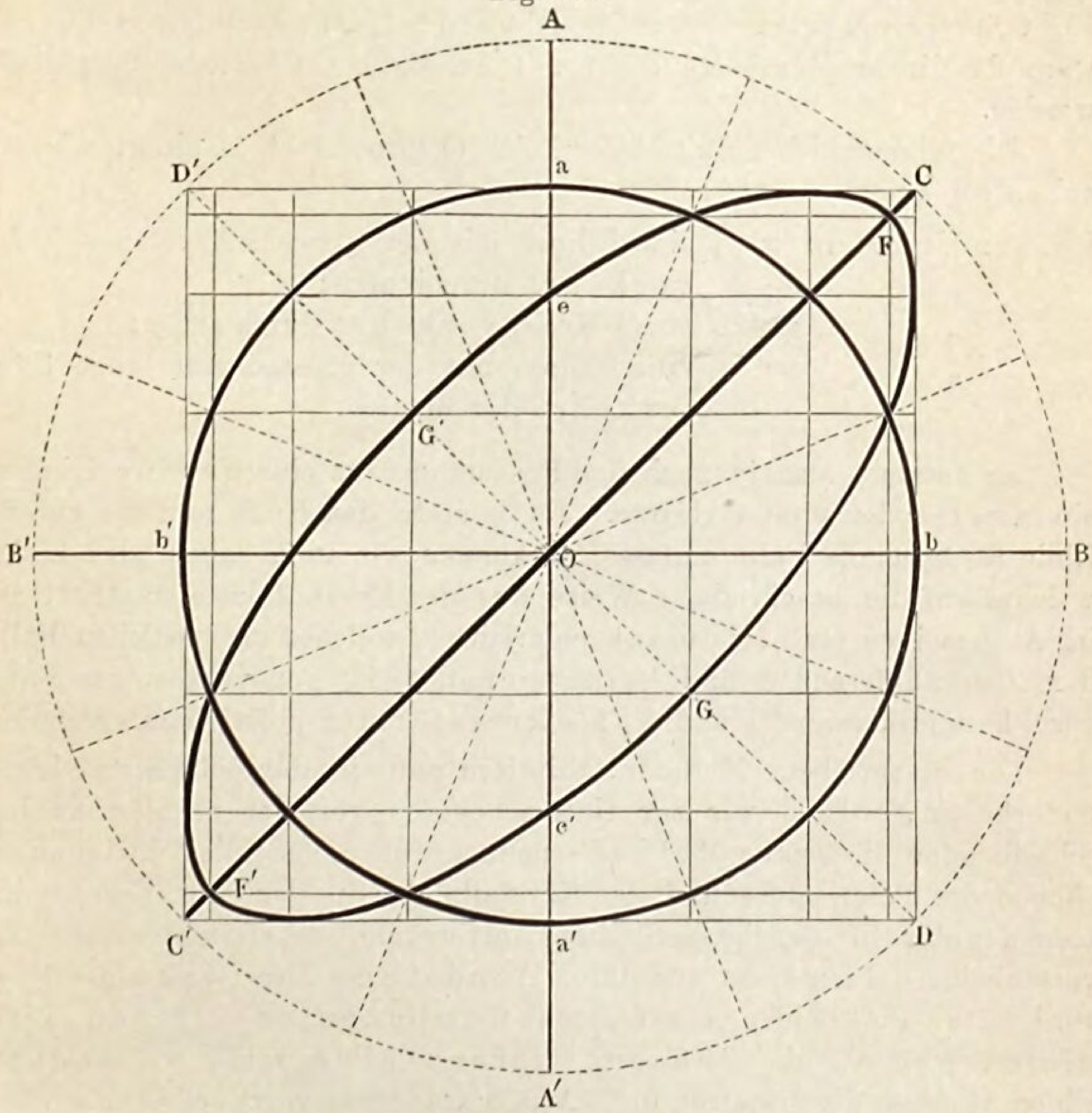
Wir benöthigen zu den nachstehend zu besprechenden Experimenten einen Polarisationsapparat, dessen Polarisator und Analysator sich beide unabhängig um ihre Axe drehen und in jedes Azimuth stellen lassen, welches an Theilkreisen abgelesen werden kann. Zwischen diese beiden schalten wir eine parallel zur Axe geschnittene Platte eines einaxigen Krystalles ein, z. B. ein Glimmerblättchen, ein Gypsblättchen oder eine Bergkrystallplatte.

Den Hauptschnitt der Krystallplatte denken wir uns so orientirt, dass er mit der Geraden AA', Fig. 811, zusammenfällt, die darauf senkrechte Ebene hat also die Lage BB'. Die Schwingungsebene des dahinter befindlichen Polarisators wollen wir nach und nach in verschiedene Azimuthe einstellen und denken uns zu diesem Zwecke den Kreis $ABA'B'$ in 16 gleiche Bogen eingetheilt, deren Grösse mithin $22\frac{1}{2}^0$ oder $\frac{\pi}{8}$ beträgt. Wir beginnen mit jener Lage der Schwingungsebene des Polarisators, welche durch CC' bestimmt ist, also unter 45^0 gegen die Schwingungsrichtungen im Krystall. Zugleich stelle CC' die Grösse der Schwingungsweite, also OC die Amplitude des linear polarisirten Strahles vor, der vom Polarisator auf die Rückseite der Krystallplatte trifft. Beim Eintreten in die letztere wird derselbe in zwei Componenten zerlegt, welche der Grösse und Richtung nach durch die Strecken Oa und Ob dargestellt werden. Diese beiden Componenten haben ungleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit und verlassen daher die Krystallplatte an der Vorderseite mit einem Gangunterschied.

Ist derselbe nicht gerade genau ein ganzes Vielfaches von der Wellenlänge λ, so tritt also eine Phasendifferenz auf. Sind beim Eintritt in den Krystall die Schwingungen gleichzeitig von O nach a und

b erfolgt, so ist jetzt eine Schwingung, wir wollen annehmen jene nach a, der anderen um einen Bruchtheil der Schwingungsdauer voraus. Die durch die Combination der mit dieser Phasendifferenz interferirenden Strahlencomponenten entstehenden Schwingungsbahnen haben wir in Band I, §. 209, S. 741 durch eine einfache Construction abzuleiten gelernt. Wir zeichnen uns nämlich zunächst das rechtwinklige Liniensystem $CDC'D'$, welches wir erhalten, indem wir mit dem Radius Oa

Fig. 811.



einen Kreis beschreiben und durch die 16 Theilpunkte seines Umfanges die zu AA' und BB' parallelen Geraden ziehen und gehen dann nach den Regeln des Bewegungsparallelogramms vor.

Es sei die Phasendifferenz $= 1/_4$. Die verticale Schwingung ist dann von O bis a vorgerückt, bis die von O bis b beginnt, das Aethertheilchen beschreibt dann von a den Kreis über b, a', b' zurück nach a und es ist somit ein circular polarisirter Lichtstrahl entstanden.

Es sei die Phasendiffernz $= 1/_8$. Die verticale Schwingung ist in e angelangt in dem Moment, wo die Horizontale von O nach b beginnt. Das Aethertheilchen beschreibt die von e über F, G, e', F'

und G' gehende Ellipse, es ist ein elliptisch polarisirter Lichtstrahl entstanden.

Es sei die Phasendifferenz $= {}^3/_8$. Es entsteht eine gegen die erste um 90^0 verdrehte (in der Figur nicht gezeichnete) Ellipse, welche ebenfalls im Sinne, wie der Uhrzeiger läuft, zurückgelegt wird.

Es sei die Phasendifferenz $= {}^1/_2$. Die Schwingungen beginnen gleichzeitig von O nach b und a', es entsteht eine geradlinige Bahn längs der Diagonale DD'. Es ist also wiederum linear polarisirtes Licht hervorgegangen. Wäre die Phasendifferenz $= 0$ gewesen, so wäre das linear polarisirte Licht mit der Bahn CC' wieder hergestellt worden.

Die folgenden Resultate lassen sich ebenso leicht ableiten, wir erhalten für eine

Phasendifferenz $= {}^5/_8$ eine Ellipse mit der grossen Axe längs DD', verkehrt durchlaufen;
„ $= {}^3/_4$ einen Kreis, verkehrt durchlaufen;
„ $= {}^7/_8$ eine Ellipse mit der grossen Axe längs CC', verkehrt durchlaufen.

Es entsteht also je nach der Phasendifferenz eine gerade Linie, ein Kreis oder eine Ellipse. Da letztere den Kreis und die gerade Linie als specielle Fälle umfasst, so können wir auch sagen, das Licht, welches auf die beschriebene Weise aus der Krystallplatte austritt, sei im Allgemeinen ein elliptisch polarisirtes, welches im speciellen Falle der Phasendifferenz 0 und ${}^1/_2$ als geradlinig polarisirtes, im Falle der Phasendifferenz ${}^1/_4$ und ${}^3/_4$ als kreisförmig polarisirtes erscheint.

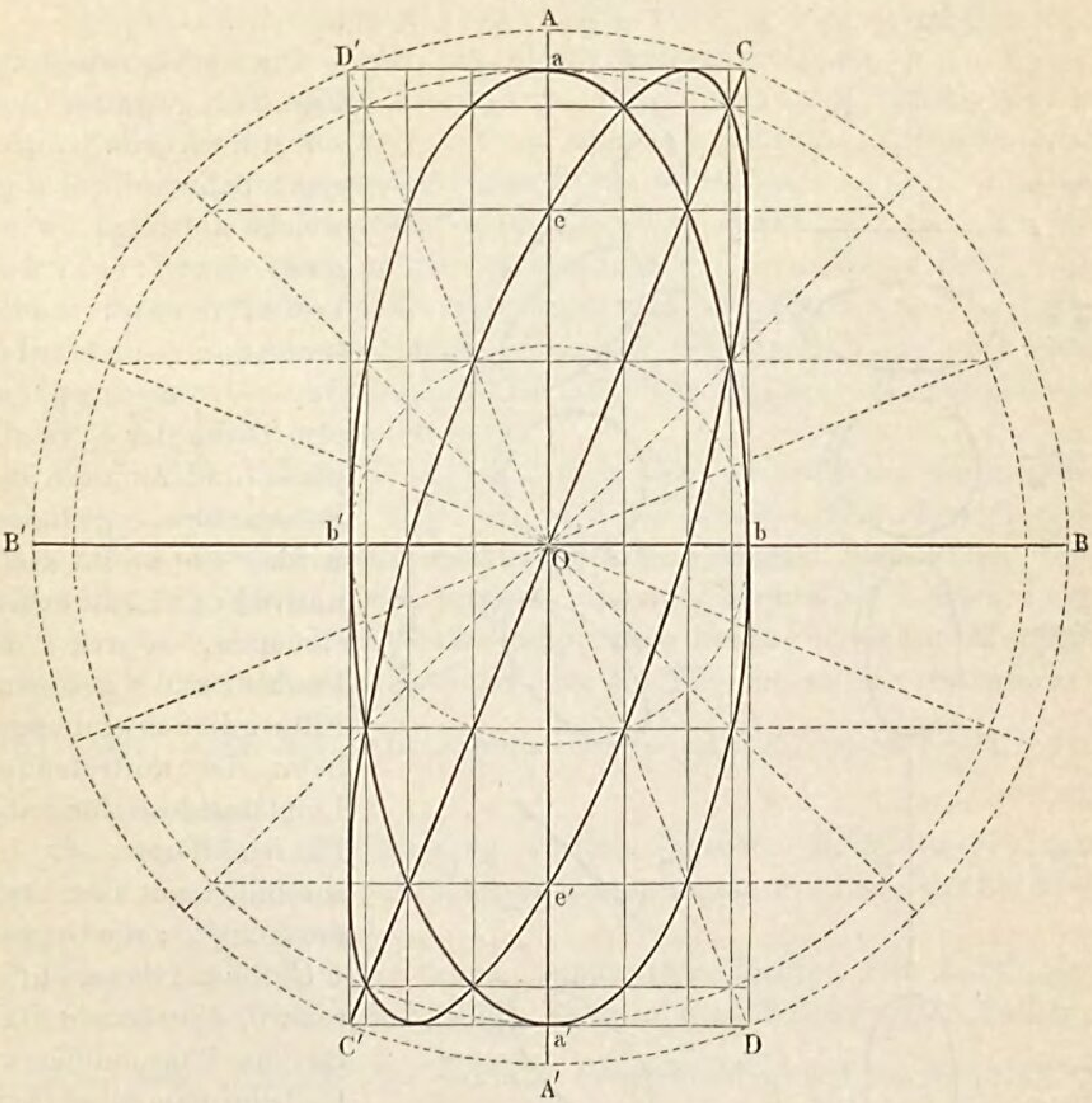
Die beschriebene Methode, elliptisch und circular polarisirtes Licht zu erhalten, welche wir zur Unterscheidung von der nachher zu beschreibenden die erste Methode nennen wollen, lässt die Schwingungsebenen des Polarisators und der Krystallplatte in der einmal angenommenen unter 45^0 geneigten Stellung unverrückt stehen und erzielt die verschiedenen Lichtarten nur durch Aenderung der Dicke der Krystallplatte, die beiden senkrechten Componenten bleiben also gleich gross, die Phasendifferenz aber wird verändert. Einen Apparat, der gestattet, diese Aenderung stetig vorzunehmen, werden wir weiter unten beschreiben.

Die zweite Methode beruht darauf, dass die Phasendifferenz nicht verändert, sondern constant $= {}^1/_4$ erhalten wird, dass aber die relative Grösse der rechtwinkligen Componenten geändert wird. Letzteres erreicht man durch Drehung des Polarisators. Dies lässt sich folgendermaassen erklären.

Es stellen wiederum AA' und BB', Fig. 812, die Lage der Schwingungsebenen der Krystallplatte vor, die Schwingungsebene des Polarisators sei CC', bilde also beispielsweise statt einen Winkel von 45^0 nur einen solchen von $22^1/_2{}^0$ mit AA'. Durch Zerlegung von OC nach

OA und *OB* erhalten wir die Componenten *Oa* und *Ob*. Um das Bewegungsparallelogramm *CD C′D′* zu construiren, müssen wir die beiden Componenten diesmal nach verschiedenem Maassstabe eintheilen, die Componente *Oa* mittelst des Kreises mit dem Radius *Oa*, die Componente *Ob* mittelst des kleinen Kreises mit dem Radius *Ob*. Wir ziehen also die

Fig. 812.



horizontalen Geraden durch die Theilpunkte des ersten, die verticalen Geraden durch die Theilpunkte des zweiten, kleineren Kreises.

Mit Rücksicht auf die Phasendifferenz $= {}^1/_4$ erhalten wir sodann die Ellipse *aba′b′* als resultirende Schwingungscurve.

Lassen wir nun das Azimuth des Polarisators wachsen, so verkleinert sich die verticale und vergrössert sich die horizontale Axe der Ellipse. Beim Azimuth $= 45^0$ tritt der in Fig. 811 bereits gezeichnete Fall des Kreises ein, zwischen 45 und 90^0 wird aus dem Kreise wieder eine Ellipse, deren horizontale Axe die grössere ist, und beim Azimuth $= 90^0$ geht dieselbe in eine horizontale Gerade *BB′* über. Von 90 bis 135^0 haben wir wieder dieselbe Reihe von Ellipsen, wie zwischen 45 und 90^0, aber in umgekehrter Richtung durchlaufen, bei 135^0 den umgekehrt

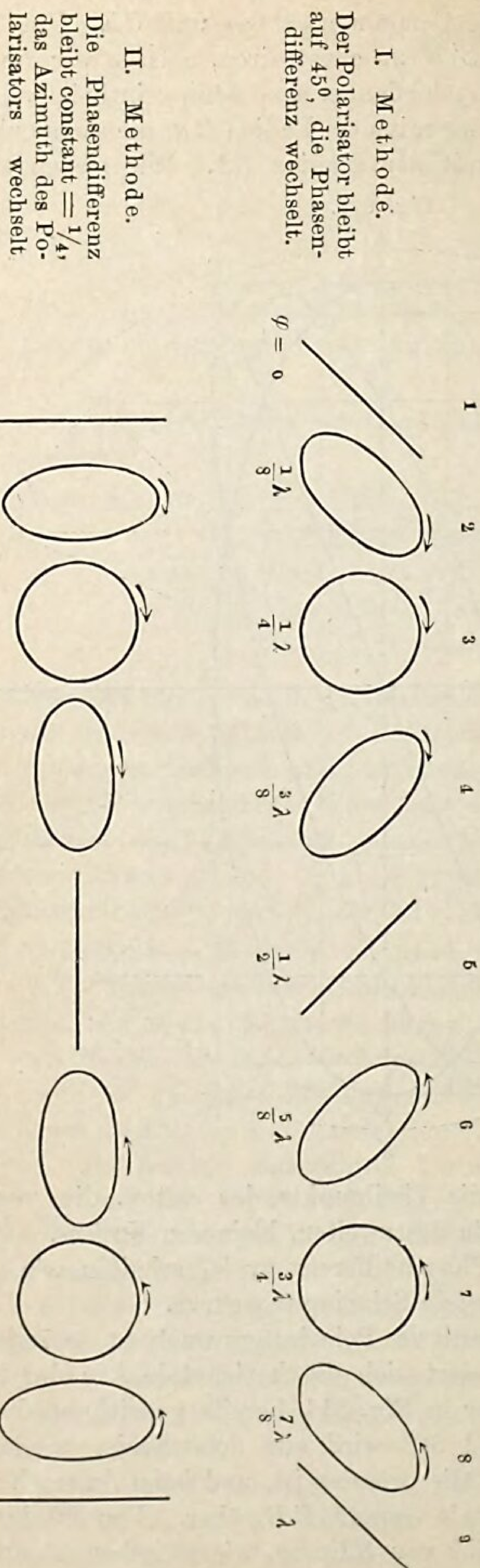


Fig. 813.

durchlaufenen Kreis, dann wieder Ellipsen, deren verticale Axe die grössere ist, bis endlich beim Azimuth 180° die verticale Gerade AA' auftritt.

Die Construction der Fig. 812 gestattet uns, sofort auch jene Schwingungsbahnen abzuleiten, welche auftreten, wenn gleichzeitig Phasendifferenz und Grössenverhältniss der Componenten, also Dicke der Krystallplatte und Azimuth des Polarisators, geändert wird. So z. B. giebt uns in Fig. 812 die schief stehende, durch die Punkte e und e' gezogene Ellipse die Schwingungsbahn des auftretenden Lichtstrahles für die Phasendifferenz $= {}^1/_8$ combinirt mit dem Azimuth $22^1/_2{}^0$; die Gerade CC' für die Phasendifferenz 0, die Gerade DD' für die Phasendifferenz ${}^1/_2$ beim nämlichen Azimuth $= 22^1/_2{}^0$.

Die Fig. 813 ist dazu bestimmt, die abgeleiteten Schwingungscurven im Zusammenhang und in ihrer Reihenfolge zu überblicken. Die erste Methode, bei welcher der Polarisator unverrückt auf dem Azimuth $\alpha = 45^0$ belassen wird, dagegen die

Phasendifferenz in Folge eines Gangunterschiedes, der von 0 bis λ vergrössert wird, wechselt, liefert die obere Reihe der Schwingungsformen mit den schief liegenden Ellipsen. Die zweite Methode mit constanter Phasendifferenz $= \frac{1}{4}$, wo das Azimuth des Polarisators von 0 bis 180^0 oder 0 bis π verändert wird, liefert die untere Reihe der Schwingungsformen mit den gerade stehenden Ellipsen.

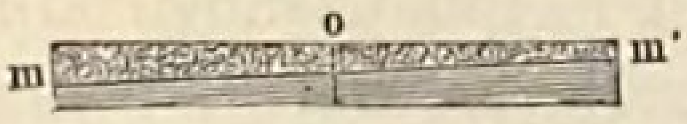
Zur Herstellung circular polarisirten Lichtes benöthigt man demnach eine Krystallplatte mit einem Gangunterschied $= \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \ldots$ Wellenlängen. Es eignet sich hierzu recht gut ein Glimmerblättchen von 0,032 mm Dicke, bei welchem für die hellsten Lichtsorten des Spectrums der Gangunterschied eine Viertelwellenlänge beträgt. Für die rothen Strahlen ist derselbe dann allerdings etwas geringer, für die violetten etwas grösser, so dass es demnach auf diese Weise nicht möglich ist, weisses Licht vollkommen circular zu polarisiren. Die Differenz in den Gangunterschieden ist jedoch bei dieser Dicke noch sehr gering, so dass man mit genügender Annäherung auch weisses Licht zu den Experimenten verwenden kann.

Man erkennt diese Blättchen, auch ohne deren Dicke zu messen, am bequemsten daran, dass sie auf den horizontalen Spiegel des Nörremberg'schen Polarisationsapparates gelegt, was einer Verdoppelung ihrer Dicke gleich kommt, die complementären Farben Purpurroth und Grünlichgelb zeigen. Man nennt ein solches Glimmerblättchen ein circular polarisirendes oder ein Viertelwellen-Glimmerblättchen, wofür man abkürzungsweise $\frac{\lambda}{4}$-Blättchen oder $\frac{\lambda}{4}$-Platte zu schreiben pflegt.

Zu bequemerer Handhabung werden dieselben in Fassungen von Kork oder Messingblech gebracht, an deren Rande die Lage der Schwingungsebenen bezeichnet ist.

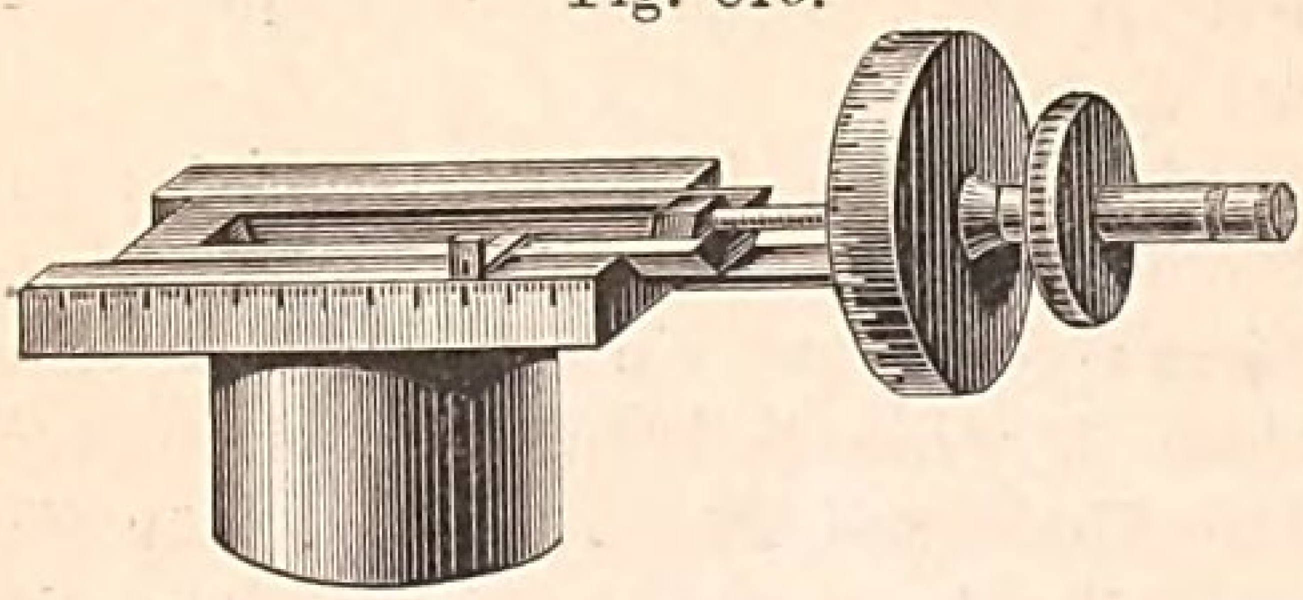
Zur Herstellung elliptisch polarisirten Lichtes mit beliebigem Axenverhältniss der Ellipse genügt, wenn man nach der zweiten Methode verfahren will, ebenfalls eine $\frac{\lambda}{4}$-Platte nebst drehbarem Polarisator. Will man aber nach der ersten Methode verfahren, so bedient man sich am bequemsten einer unter dem Namen Babinet's Compensator bekannten Combination zweier einaxiger Krystall-(Quarz-) Platten von folgender Construction. Beide Quarzplatten sind, wie Fig. 814 darstellt, schwach prismatisch in gleicher Dicke so geschnitten, dass sie, mit verkehrt gerichteten Kanten an einander gelegt, sich zu einer planparallelen Doppelplatte ergänzen, deren Gesammtdicke durch Längsverschiebung innerhalb genügend weiter Grenzen beliebig abgeändert werden kann. Die optische Axe beider Platten fällt in die Verschiebungsebene, sie liegt jedoch in der einen (punktirt gezeichneten) Platte parallel zur Kante, in der anderen (horizontal

Fig. 814.



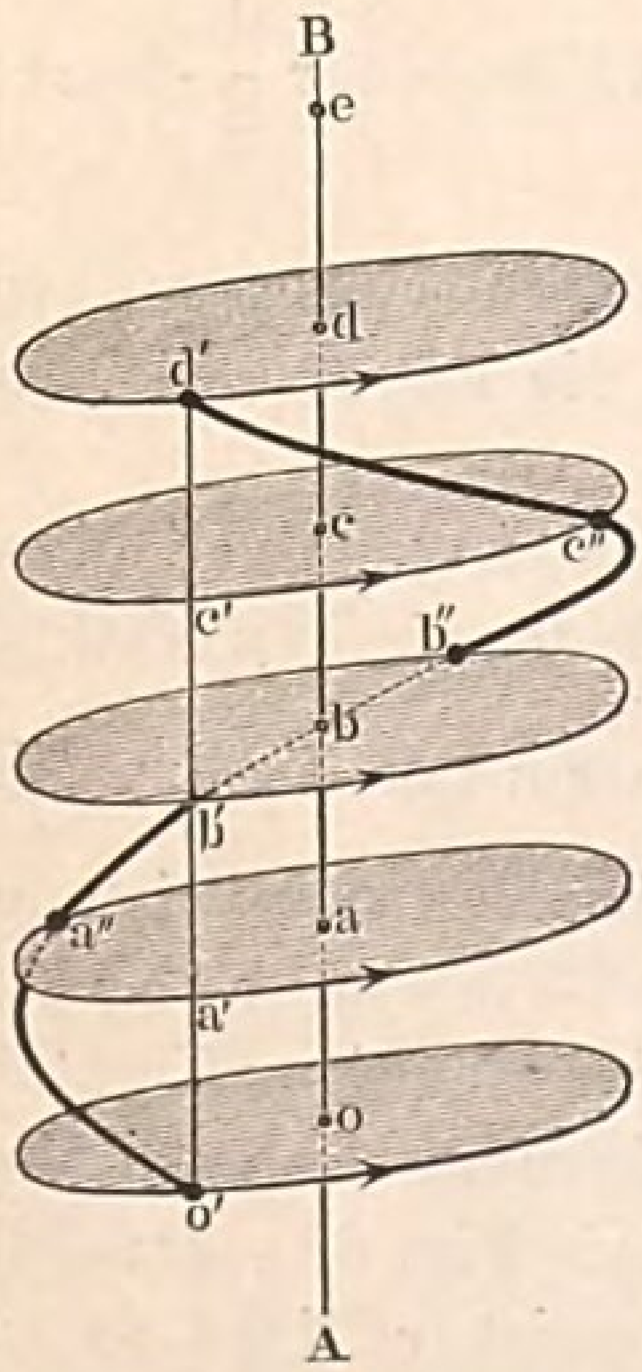
schraffirten) senkrecht darauf. Die Hauptschnitte kreuzen sich also und ist demnach der Gangunterschied der Doppelplatte an irgend einer Stelle derselben gleich der Differenz der Gangunterschiede an den betreffenden Stellen der einzelnen Platten. Längs einer zu den beiden Kanten parallelen Linie, dort, wo die beiden Platten mit gleicher Dicke auf einander liegen (bei *o*), ist demnach der Gangunterschied gleich Null, nach beiden Seiten gegen die Kanten hin wächst er in entgegengesetztem Sinne. Lässt man demnach nur eine schmale Stelle des Compensators frei, so kann man daselbst jeden beliebigen Gangunterschied hervorbringen. Fig. 815 giebt eine perspectivische Darstellung der mechanischen Vorrichtung, durch welche diese Verschiebung bewirkt wird.

Fig. 815.



Stellt man den Polarisator auf 45⁰ und lässt das von ihm kommende linear polarisirte Licht durch den Compensator gehen, so sind alle Bedingungen erfüllt, um die verschiedenen Arten elliptisch polarisirten Lichtes zu erhalten. Diese Methode hat jedoch den Uebelstand des beschränkten Gesichtsfeldes, welcher bei der andern mittelst der $\frac{\lambda}{4}$-Platte nicht vorhanden ist.

Fig. 816.



Die Wellenbewegung eines elliptisch beziehungsweise circular polarisirten Strahles hat man sich folgendermaassen vorzustellen. Jedes der im Strahl auf einander folgenden Aethertheilchen legt eine gleiche elliptische Bahn zurück, jedes folgende Theilchen beginnt aber seine Ellipse etwas später und kommt deshalb später in denselben Punkten seiner Bahn an.

Nehmen wir z. B. an, dass jeder der Punkte o, a, b, c, d etc., Fig. 816, welche in der Richtung eines von A nach B sich fortpflanzenden elliptisch polarisirten Strahles liegen, um $^1/_4$ Wellenlänge von dem folgenden entfernt sei, dass ferner das um o rotirende Aethertheilchen in einem bestimmten Moment im Punkte o' ankomme, so werden die um a, b, c rotirenden Theilchen nicht gleichzeitig in den entsprechenden Punkten a', b', c' ihrer Bahn ankommen, sondern erst nach $^1/_4$, $^1/_2$, $^3/_4$ der ganzen Umlaufszeit. Bezeichnen wir mit a'', b'', c'' die Punkte, an welchen die um a, b und c rotirenden Aethertheilchen in demselben

Moment eintreffen, in welchem das um o rotirende in o' ankommt, so sind die Bogen $a' a''$ $b' b''$ und $c' c''$ (von a', b', c' an der Rotationsrichtung entgegen gemessen) gleich $^1/_4$, $^1/_2$, $^3/_4$ des ganzen Umfanges.

Die um o und d rotirenden Aethertheilchen werden gleichzeitig in entsprechenden Punkten ihrer Bahn eintreffen, wenn der Abstand $o\,d$ eine ganze Wellenlänge beträgt.

Im Falle circular polarisirten Lichtes treten an Stelle der Ellipsen Kreise. Die Curve, welche die Punkte o', a'', b'', c'' und d' verbindet, die Curve also, auf welcher die um ihre Gleichgewichtslage rotirenden, einen circular polarisirten Strahl in der Richtung von A nach B fortpflanzenden Aethertheilchen in einem bestimmten Moment liegen, ist eine um die Axe $A\,B$ herumlaufende Schraubenlinie, für welche die Höhe eines Schraubenganges einer Wellenlänge gleich ist.

Denkt man sich eine solche Schraubenlinie mit gleichförmiger Geschwindigkeit um ihre Axe gedreht, so dass jede Umdrehung in derselben Zeit vollendet wird, welche der Schwingungsdauer eines gewöhnlichen Strahles von derselben Farbe gleich ist, so hat man eine richtige Vorstellung von der Bewegung und der gegenseitigen Lage der Aethertheilchen, welche einen circular polarisirten Strahl fortpflanzen.

Zum Schlusse dieses Paragraphen wollen wir noch bemerken, dass die lineare sowohl wie die circulare und elliptische Polarisation auch eine unvollständige sein kann, indem diesen Polarisationsarten unter Umständen natürliches Licht beigemischt bleibt. Mit Rücksicht darauf haben wir demnach sieben Lichtarten:

1) Das natürliche Licht.
2) Das linear polarisirte Licht.
3) Das circular polarisirte Licht.
4) Das elliptisch polarisirte Licht.
5) Das theilweise linear polarisirte Licht.
6) Das theilweise circular polarisirte Licht.
7) Das theilweise elliptisch polarisirte Licht.

Hülfsmittel zur Demonstration der Wellenbewegung des polarisirten Lichtes. 418 Bei der Erklärung der Undulationstheorie haben wir bereits den Crova'schen Wellenapparat als Hülfsmittel zur Demonstration der Transversalwellen abgebildet und die Beschreibung einer von Plücker[1]) ersonnenen, von Fessel in Cöln ausgeführten mechanischen Wellenmaschine in Aussicht gestellt.

Fig. 817 bis 821 giebt eine perspectivische Darstellung dieses Apparates. Man erkennt daran leicht folgende Bestandtheile:

$A\,A$ ist ein hölzerner prismatischer Kasten, der in eine obere und untere Abtheilung zerfällt. Die obere Fläche des Kastens ist mit einer

1) Pogg. Ann. Bd. LXXVIII.

Messingplatte $m m$ mit parallelen, geradlinigen Einschnitten in gleichen Abständen versehen.

Ganz dieselben Einschnitte befinden sich in dem Mittelstücke D, welches die beiden Etagen von einander scheidet.

Fig. 818 ist ein hölzerner Schieber mit eingelegtem, wellenförmig gebogenem Blech, welches von der Mitte w_2 bis w_3 eben verläuft. Dieser Schieber passt in die untere Etage und kann leicht hin und her geschoben werden.

Fig. 819 ist ein hohles Parallelepiped mit einem Längsschlitze $t\,t$, welches in die obere Etage, mit welcher es gleiche Länge hat, hineinpasst.

Fig. 817.

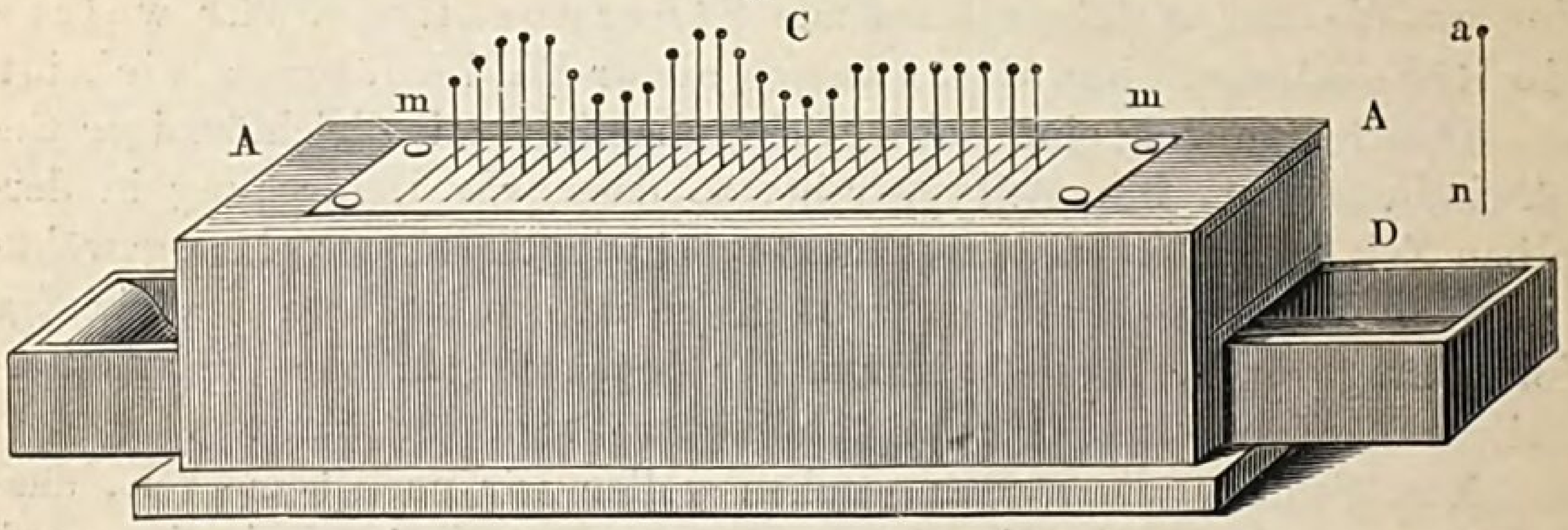


Fig. 818.

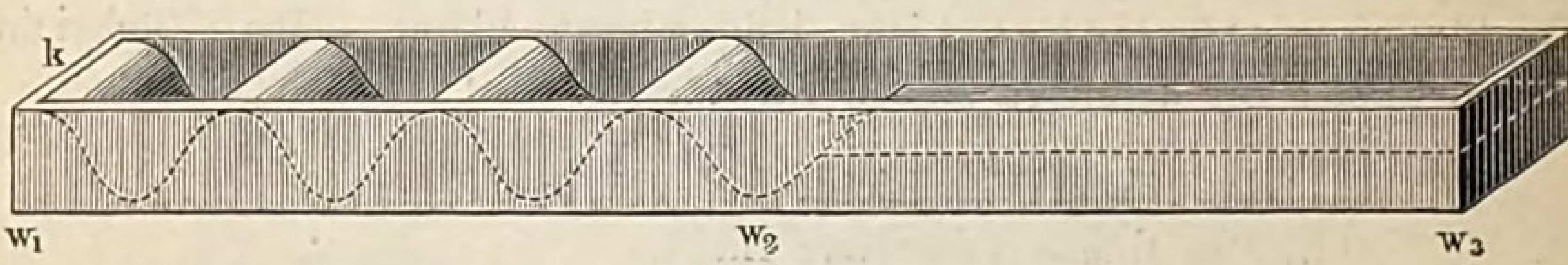
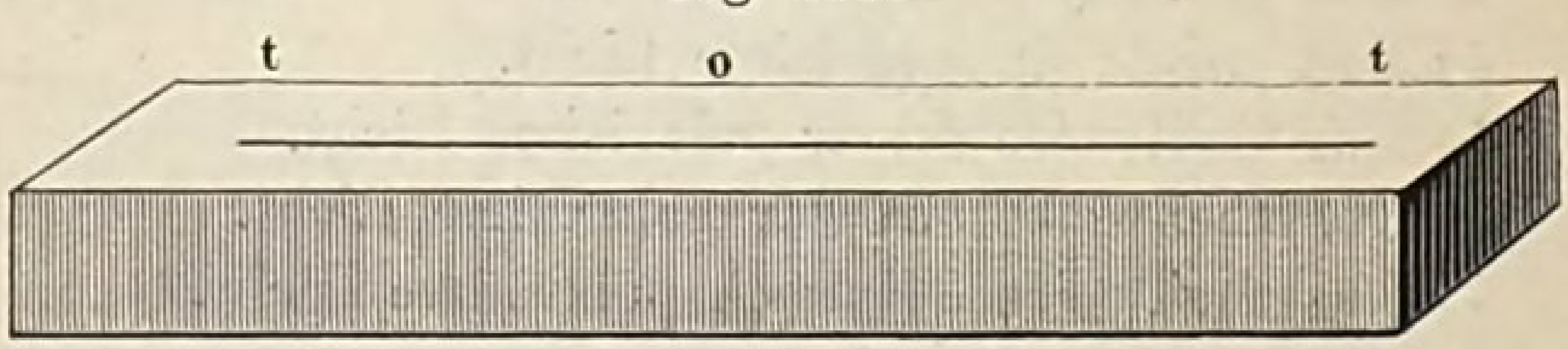


Fig. 819.

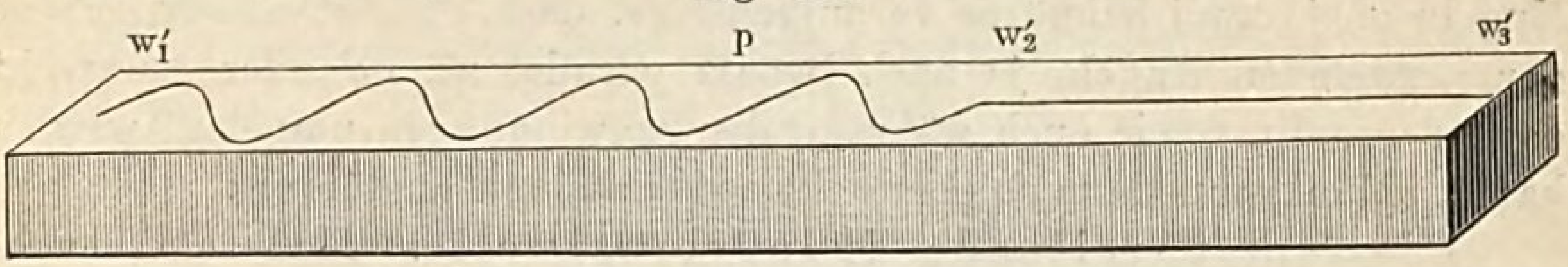


Endlich sind noch eine Anzahl gleich langer Nadeln mit grossen Knöpfen (Fig. 817 $a n$) in die Schlitze der Deckplatte eingesenkt, welche durch die letzteren Schlitze, sowie durch den Schlitz $t t$ eine Führung in horizontaler Ebene, durch die wellenförmige Fläche in Fig. 818 eine bestimmte Lage der Höhe nach erhalten.

Es leuchtet nun unmittelbar ein, dass die Nadelknöpfe, welche die Aethertheilchen vorzustellen haben, sich in eine gerade Linie stellen, so lange der ebene Theil $w_2 w_3$ sich unter den Nadeln befindet, dass sie dagegen eine verticale Welle bilden, sobald man den gewellten Theil $w_1 w_2$ unterschiebt, und dass sie eine fortschreitende Transversalwelle, einem in verticaler Ebene geradlinig polarisirten Strahle entsprechend, darstellen, wenn man den Schieber in gleichförmige Bewegung setzt.

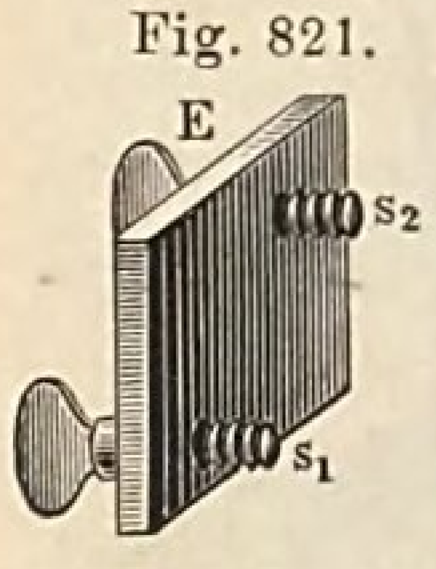
Zu weiteren Experimenten benöthigt man an Stelle des Parallelepipeds, Fig. 819, einen Schieber von der Form Fig. 820. Derselbe ist ebenfalls hohl, seine obere und untere Fläche ist von w'_1 bis w'_2 nach einer Wellenlinie, von w'_2 bis w'_3 geradlinig geschlitzt. Die Form dieser Welle stimmt mit jener von Fig. 818 überein. Dieser Schieber wird mittelst des Kopfes E, Fig. 821, an den anderen Schieber, Fig. 818, befestigt,

Fig. 820.



so dass beide mit einander verschoben werden; dabei gestattet aber die Schraube s_2, den oberen Schieber gegen den unteren um einen beliebigen Bruchtheil einer Wellenlänge zu verstellen. Wenn nun nach dem Einstecken der gleich langen Nadeln die beiden verbundenen Schieber bewegt werden, so müssen die Nadelknöpfe zugleich eine horizontale und eine verticale Wellenbewegung ausführen, welche sich im Allgemeinen zu einer elliptischen Bewegung combiniren wird, die je nach dem hergestellten Gangunterschied auch eine kreisförmige oder eine geradlinige werden kann. Je nach der Stellung der Schraube s_2 erhält man also eine Nachbildung des elliptisch, circular oder geradlinig polarisirten Lichtes und seiner Entstehung durch Interferenz zweier senkrecht auf einander geradlinig polarisirter Strahlen mit willkürlich veränderlichem Gangunterschiede.

Fig. 821.



Endlich kann man, unter Anwendung des hohlen Parallelepipeds, Fig. 818, und einer Reihe von Nadeln, deren wechselnde Länge den Ordinaten einer Wellencurve gleich kommt, die Interferenz zweier in derselben Ebene geradlinig polarisiriter Strahlen demonstriren. Es dürfte wohl kaum nöthig sein, über die Ausführung und möglichen Modificationen dieses Experimentes noch Weiteres anzuführen.

Fessel hat noch eine complicirtere Wellenmaschine construirt, mit welcher man noch andere Interferenzerscheinungen, insbesondere auch die Zerlegung eines geradlinig polarisirten Strahles in zwei senkrecht auf einander polarisirte Componenten im Kalkspath und deren Wiedervereinigung beim Austritt, ferner die Zerlegung in zwei kreisförmig polarisirte Strahlen, im Bergkrystall etc. demonstriren kann.

Ein vorzüglicher Wellenapparat vom Orgelbauer Schulze zu Paulinzell in Thüringen, beruhend auf den Principien von Wheatstone's und Fessel's Wellenmaschinen wurde 1875 beschrieben[1]). Als besonders geeignet zur Darstellung der Bewegungen des polarisirten Lichtes

[1]) Pogg. Ann. 1875 C, S. 583 bis 589.

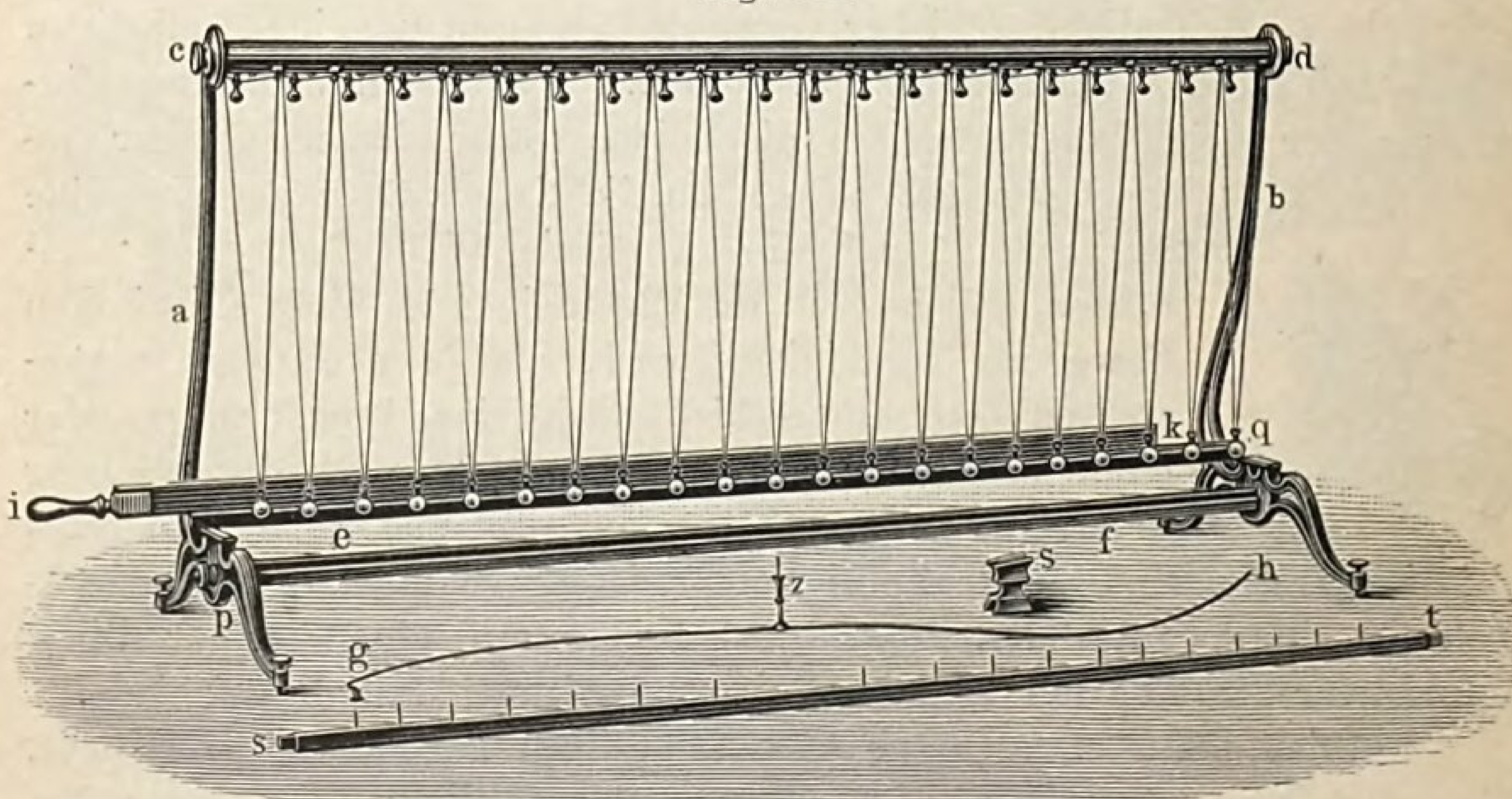
wird ferner der Wellenapparat von Gerling[1]) bezeichnet. Ausserdem giebt es noch Wellenapparate von Wheatstone, Eisenlohr, Pierre und Mach.

Obwohl wir Mach's Wellenmaschine bereits in Band I, S. 627 beschrieben haben, wollen wir doch das Wichtigste über dieselbe hier ebenfalls mittheilen.

An der Leiste *cd* des Gestelles Fig. 822 sind eine Anzahl weisser Kugeln an je zwei Schnüren so aufgehängt, dass die Schwingungsebene der pendelnden Kugeln je nach Bedarf parallel zu *cd* oder senkrecht darauf gestellt, sowie auch während der Schwingungen umgelegt werden kann. Man kann dann folgende Demonstrationen ausführen:

Die fortschreitende Transversalwelle. Man legt, nachdem die Schwingungsebene senkrecht auf *cd* gestellt ist, die Kugeln

Fig. 822.



hinter die Leiste *ik* und zieht dieselbe mit gleichförmiger Geschwindigkeit heraus, wodurch die Kugeln, nach einander ausgelöst, alle dieselbe Schwingung ausführen, aber immer eine später als die andere.

Die stehende Transversalwelle. Man verwendet hier den Draht *gh*, setzt dessen Stift *z* in das Loch *x* der Leiste *ef* und bringt die Kugeln theils auf die eine, theils auf die andere Seite des Drahtes. Dreht man nun den Draht rasch zur Seite, so lässt er plötzlich alle Kugeln frei.

Die fortschreitende Longitudinalwelle. Die Schwingungsebene wird parallel zu *cd* gestellt und der Schieber *s* wird an der Leiste *ef* mit gleichförmiger Geschwindigkeit hingeschoben. Hierbei nimmt er jede Kugel ein Stück weit mit und alle vollführen wieder die gleiche Schwingung, nur eine nach der anderen. Das Fortschreiten der Verdichtungen und Verdünnungen, sowie die übrigen Eigenschaften der Longitudinalwelle zeigen sich hierbei sehr auffallend.

[1]) Pogg. Ann. 1858 CV, S. 175 bis 210.

Die stehende Longitudinalwelle. Die Leiste *st* wird auf die Vorsprünge *pq* gelegt und die Kugeln erhalten durch die auf derselben befestigten Drahtstifte die grössten Excursionen, welche ihnen in einer stehenden Longitudinalwelle zukommen. Bewegt man die Leiste *st* nach rückwärts, so werden alle Kugeln gleichzeitig ausgelöst. Endlich lassen sich die Schwingungsweisen in Stäben, Saiten, Pfeifen mit einem oder mehreren Knoten anschaulich machen. Man entfernt hierbei die überflüssigen Pendel, indem man die Schnüre um *cd* herumschlingt. Elliptische oder circulare Schwingungen lassen sich mit diesen Apparaten nicht zeigen.

Merkmale der verschiedenen Polarisationsarten des Lichtes, Methoden zur Untersuchung derselben. Die im Paragraphen 417 aufgezählten Polarisationsarten des Lichtes lassen sich mit blossem Auge nicht unterscheiden, wenn wir von der wenig auffälligen und subjectiv variablen Erscheinung der Haidinger'schen Büschel (§. 412) absehen. Wir fragen demnach zunächst nach dem Verhalten derselben gegenüber dem Analysator. Wir wissen bereits, dass das linear polarisirte Licht dabei eine Stellung der Schwingungsebene des Analysators zulässt, wo die Intensität $= 0$ ist und eine um 90^0 davon abweichende, wo sie ein Maximum ist. 419

Das circular polarisirte Licht zeigt nichts von alledem, es verhält sich dem Analysator gegenüber wie natürliches Licht, was sich leicht erklärt, da der Kreis nach allen Seiten gleich beschaffen ist. Nur insofern das circular polarisirte Licht durch eine $\frac{\lambda}{4}$-Glimmerplatte hervorgebracht wurde, deren Gangunterschied für die rothen und die violetten Strahlen bekanntlich nicht ganz genau $^1/_4\,\lambda$ betragen kann, geht die bei gekreuzten Polarisatoren schwach ins Blaue spielende Färbung für parallele Polarisatoren in eine schwach gelbliche Färbung über. Hiervon abgesehen also bei reinem circular polarisirtem Lichte bleibt das Gesichtsfeld bei allen Azimuthen des Analysators gleich hell und verräth demnach der circular polarisirte Strahl keine Spur von Seitlichkeit.

Dennoch lässt sich ein solcher Strahl von einem natürlichen leicht unterscheiden, indem man ihn, bevor er den Analysator trifft, noch einmal durch eine zweite $\frac{\lambda}{4}$-Platte hindurchgehen lässt. Liegt die letztere mit ihrer Schwingungsebene parallel zur ersteren, so addiren sich deren Gangunterschiede, liegen sie über Kreuz, so subtrahiren sich dieselben. Der Gangunterschied wird also $= {}^1/_2$ oder $= 0$ und führt daher zur Entstehung linear polarisirten Lichtes, welches im Analysator, je nach dessen Stellung, ein dunkles oder helles Gesichtsfeld hervorbringen muss. Das Kennzeichen des circular polarisirten Lichtes besteht also darin, dass bei directer Beobachtung mittelst des Analysators kein Intensitätsmaximum,

nach Einschaltung einer $\frac{\lambda}{4}$-Platte ein Intensitätsmaximum sich beobachten lässt. Ist das circular polarisirte Licht frei von Beimischung natürlichen Lichtes, so giebt es dann auch eine Stellung des Analysators mit der Intensität $= 0$, eine solche ist jedoch nicht möglich, wenn das untersuchte Licht nur theilweise circular polarisirtes ist.

Eine Unterscheidung rechts herum circular polarisirten Lichtes von links herum polarisirtem ist auf diesem Wege noch nicht möglich, da es sich ganz gleich verhält, wie leicht abzuleiten ist. Die Untersuchung gelingt, wenn man vor dem Analysator ein Gypsblättchen einschaltet, welches für sich allein im Polarisationsapparat in der 45^0-Lage lebhafte Farben zeigt. (§. 395.) Wird dessen Gangunterschied durch rechts circular polarisirtes Licht um $\frac{\lambda}{4}$ vermehrt, so wird es durch links polarisirtes um $\frac{\lambda}{4}$ vermindert. Die beiden Fälle unterscheiden sich demnach durch $\frac{\lambda}{2}$ im Gangunterschiede und bringen demnach complementäre Farbennüancen hervor. Eine andere Methode zu dieser Unterscheidung besteht in folgendem Versuche:

Wenn man auf eine senkrecht zur Axe geschliffene Krystallplatte, welche zwischen gekreuzten Polarisatoren liegend die Ringfigur, Fig. 1, Taf. XI, zeigt, ein circular polarisirendes Glimmerblättchen so

Fig. 823.

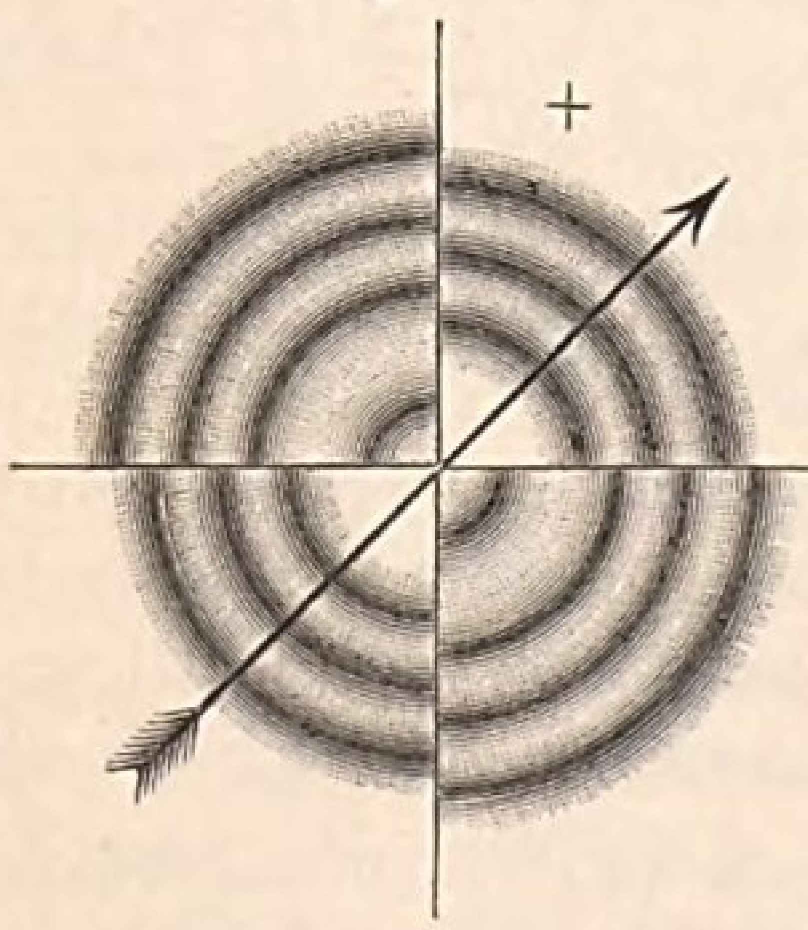
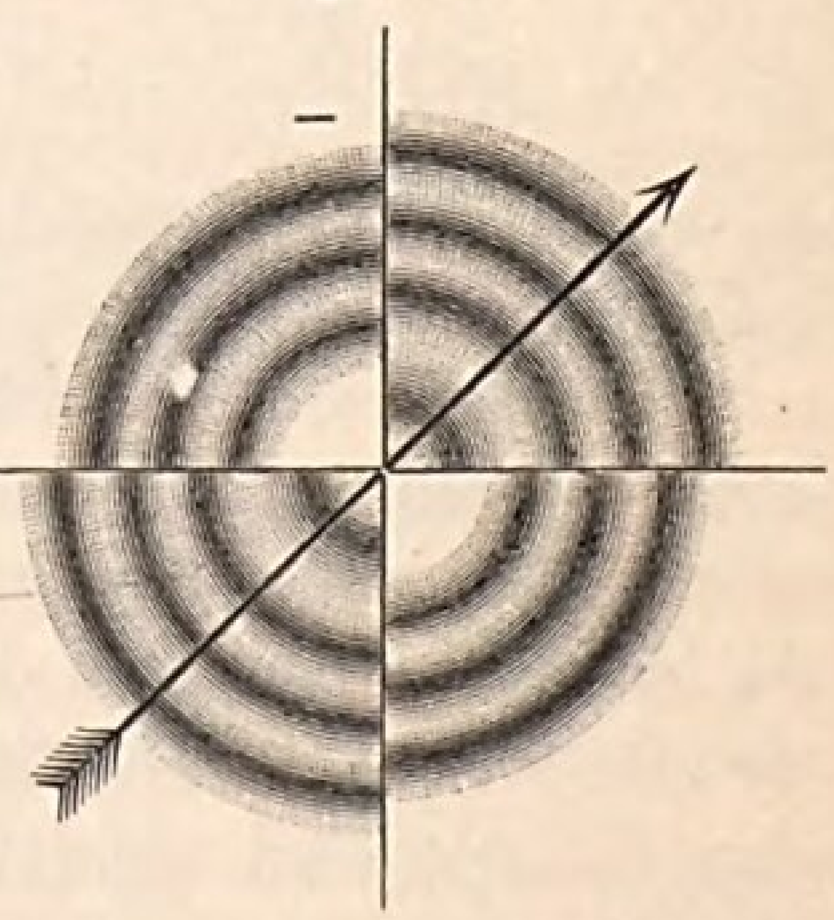


Fig. 824.



legt, dass die Ebene der optischen Axen des Glimmerblättchens den rechten Winkel der Kreuzarme halbirt, so verschwindet das schwarze Kreuz; in zwei Quadranten erscheinen die Ringe zusammengezogen, in den beiden anderen dagegen erweitert, so dass die Ringfigur nun den Anblick Fig. 823 oder 824 darbietet.

Eine vollständige Erklärung dieses Phänomens hat bereits Airy gegeben[1]). Dove[2]) wendet diese Erscheinung an, um zu entscheiden,

[1]) Pogg. Ann. Bd. XXIII.

[2]) Optische Studien, S. 244.

ob eine senkrecht zur Axe geschliffene Krystallplatte optisch positiv oder negativ ist. Um den Versuch auszuführen, bezeichne man auf der Fassung des Glimmerblättchens durch einen Pfeil die Richtung, in welcher die Ebene des Glimmerblättchens durch die Ebene seiner optischen Axen geschnitten wird. Legt man dann das Glimmerblättchen in der durch die Fig. 823 und 824 bezeichneten Richtung auf die Krystallplatte, so erblickt man in optisch positiven Krystallen die in Fig. 823 dargestellte Erscheinung, d. h. die Verbindungslinie der beiden dem Mittelpunkte der Figur zunächst liegenden dunklen Flecken steht rechtwinklig zur Richtung des Pfeiles, während bei negativen Krystallen die Richtung des Pfeiles durch jene dunklen Flecken hindurchgeht, wie Fig. 824 zeigt.

Wir kommen nun zu den Merkmalen des elliptisch polarisirten Lichtes. Zu einer vollständigen Untersuchung desselben gehört die Bestimmung des Grössenverhältnisses der beiden Axen resp. der beiden Componenten und die Bestimmung der Lage der längeren Axe der Ellipse.

Handelt es sich zunächst nur um die Nachweisung, dass elliptisch polarisirtes Licht vorhanden ist, so kann dieselbe mittelst Analysator und $\frac{\lambda}{4}$-Platte auf folgende Art geführt werden.

Zunächst beobachtet man mit dem Analysator allein ein Intensitätsmaximum, aber keine Stellung mit der Intensität = Null. Erstere Beobachtung schliesst natürliches unpolarisirtes, vollkommen oder theilweise circular polarisirtes Licht, letztere das vollkommen linear polarisirte Licht aus.

Hingegen würden diese beiden Merkmale auch dem theilweise linear polarisirten, sowie auch dem theilweise elliptisch polarisirten Lichte zukommen. Von diesem unterscheiden wir es nun mittelst einer eingeschalteten $\frac{\lambda}{4}$-Platte, deren Hauptschwingungsrichtung wir parallel der Maximumstellung des Analysatorhauptschnittes orientiren. Giebt es nach Einschaltung derselben eine Analysatorstellung mit der Intensität = Null, so war nur elliptisch polarisirtes Licht vorhanden. Giebt es keine solche Analysatorstellung, so ist entweder dieselbe Analysatorstellung wie vorher die Maximumstellung, dann haben wir theilweise linear polarisirtes Licht; oder eine andere Analysatorstellung ist die Maximumstellung, dann ist theilweise elliptisch polarisirtes Licht vorhanden.

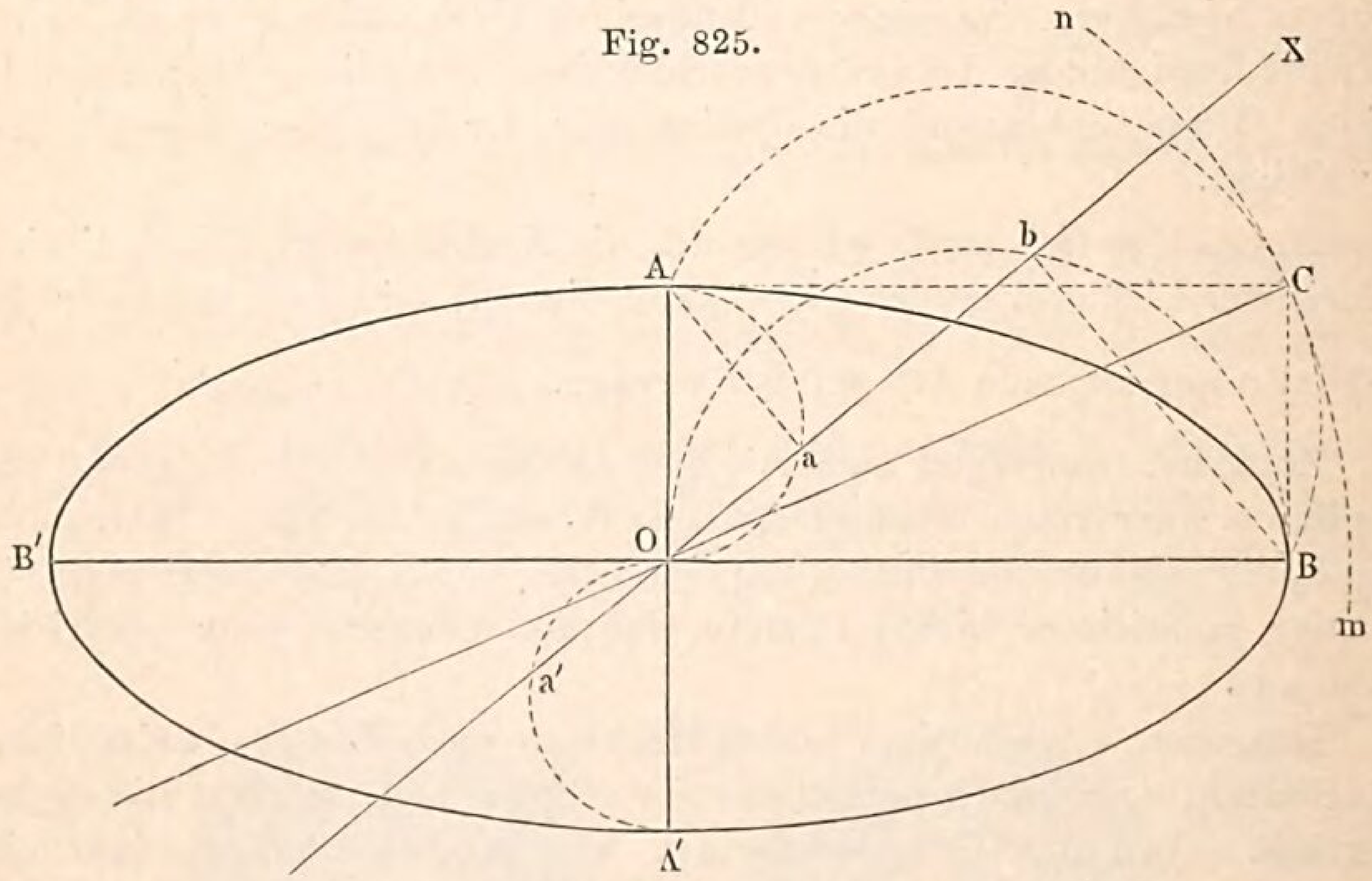
Dies Alles erklärt sich auf folgende Weise:

Zunächst ist leicht einzusehen, dass der Analysator am hellsten erscheinen muss, wenn seine Schwingungsebene mit der grossen Axe der Ellipse, am dunkelsten, wenn sie mit der kleinen Axe derselben zusammenfällt, denn die Intensität des Lichtes ist ja dem Quadrat der Amplitude, d. i. der Entfernung aus der Ruhelage, proportional.

Durch Einschaltung der $\frac{\lambda}{4}$-Platte ändert sich der Sachverhalt. Es seien AA' und BB', Fig. 825, die Axen der Ellipse. Dieselbe kann entstanden sein durch zwei Componenten von der Grösse und den Richtungen OA und OB mit der Phasendifferenz $= \frac{1}{4}$ (oder $\frac{3}{4}$). Nach Einschaltung der $\frac{\lambda}{4}$-Platte verschwindet diese Phasendifferenz (oder wird $= \frac{1}{2}$). Die Schwingungen erfolgen also jetzt gleichzeitig von O nach A und nach B (oder von O nach A' und nach B).

Untersuchen wir nun die Resultirende dieser Componenten längs irgend einer Richtung OX, in welche Richtung wir die Schwingungsebene des Analysators stellen. Wir projiciren A auf a, B auf b, dann

Fig. 825.



ist $Oa + Ob$ die gesuchte Resultirende. Um die Construction auf alle Richtungen von OX einzurichten, ziehen wir die Halbkreise über OA und OB, dann ist die Resultirende immer gleich der Summe der aus OX durch beide Halbkreise herausgeschnittenen Sehnen. Wir erhalten diese Summe direct, wenn wir den Halbkreis AaO nach $Oa'A'$ verlegen, es ist dann offenbar $a'b$ die gesuchte Resultirende. Bezeichnen wir den Winkel XOB mit α, die beiden Halbaxen mit a und b, so ist also diese Resultirende $= a'b = a'O + Ob = a \cdot \sin \alpha + b \cdot \cos \alpha$.

Dieser Werth wird am grössten, wenn $\tang \alpha = \frac{a}{b}$, d. h. wenn die Resultirende mit der Diagonale des Parallelogrammes OC zusammenfällt. Die punktirte, durch C gehende Curve BCA giebt in ihren Abständen von O eine Uebersicht der übrigen Werthe der Resultirenden bei den verschiedenen Richtungen derselben, während mCn einen Kreisbogen um den Mittelpunkt O darstellt.

Daraus folgt also:

1) Beim elliptisch polarisirten Licht giebt die Maximumstellung der Schwingungsebene des Analysators die Richtung der grossen Axe der Ellipse.

2) Nach Einschaltung der $\frac{\lambda}{4}$-Platte weicht die neue Maximumstellung von der früheren um einen Winkel α ab.

3) Die Tangente dieses Winkels α giebt das Grössenverhältniss der Axen.

Ist die Ellipse ein Kreis, so wird $\frac{a}{b} = 1$, $\alpha = 45^0$, ist sie eine gerade Linie, so ist $a = 0$ und $\alpha = 0$.

Letzteres erklärt nun den Unterschied zwischen elliptischem und zwischen theilweise linear polarisirtem Lichte bei der Untersuchung mit dem Analysator mit und ohne $\frac{\lambda}{4}$-Platte. Wegen der Beimengung natürlichen Lichtes kann letzteres im Analysator keine Intensität $= 0$ geben; schaltet man dann die $\frac{\lambda}{4}$-Platte ein, so bleibt die Schwingungsrichtung des linear polarisirten Lichtes ungeändert, mithin auch die Maximumstellung des Analysators, während dieselbe, wenn elliptisch polarisirtes Licht vorhanden war, durch Einschaltung der $\frac{\lambda}{4}$-Platte gedreht, und zwar um so mehr gedreht wird, je mehr sich die Ellipse dem Kreise nähert.

Zur leichteren Uebersicht dieses etwas verwickelt erscheinenden Verhaltens der verschiedenen Polarisationsarten des Lichtes ist die auf folgender Seite angeführte analytische Tabelle, die ich der freundlichen Mittheilung Prof. E. Mach's verdanke, vorzüglich geeignet. Sie bedarf nach dem Vorausgegangenen keiner weiteren Erklärung.

Wir haben oben gezeigt, wie der Babinet'sche Compensator auf mehrfache Weise dazu gebraucht werden kann, geradlinig polarisirtes Licht in elliptisch polarisirtes zu verwandeln. Daraus folgt, dass er umgekehrt auch auf mehrfache Weise dazu dienen kann, elliptisch polarisirtes Licht in geradlinig polarisirtes zurückzuverwandeln und hierdurch das erstere näher zu untersuchen. Stokes[1]) hat einen einfacheren Compensator aus krystallisirtem Gyps hergestellt.

Elliptische und circulare Polarisation durch totale Reflexion und durch Metallreflexion. 420 Fresnel hatte beobachtet, dass durch totale Reflexion (§. 21) das gewöhnliche Licht nicht polarisirt wird, und dass selbst polarisirte Strahlen durch totale Reflexion depolarisirt werden. Indem er diesen Gegenstand weiter ver-

[1]) Pogg. Ann. 3. Ergänzungsbd.

Analytische Tabelle der

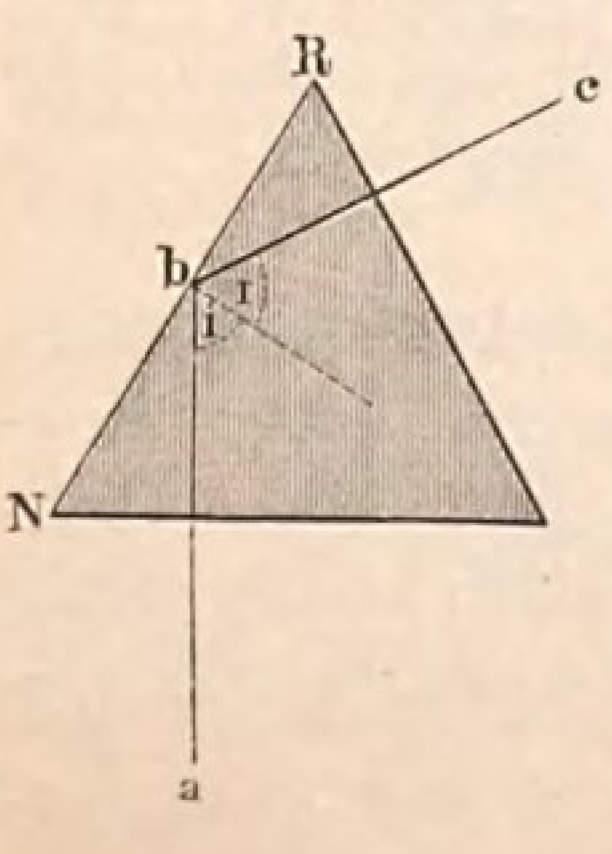
(Zu Seite

Das Licht zeigt mit dem

A. Kein Intensitätsmaximum.

I. Bei Einschaltung eines $\frac{\lambda}{4}$-Blättchens vor dem Analysator:	II. Bei Einschaltung eines $\frac{\lambda}{4}$-Blättchens vor dem Analysator ein Intensitätsmaximum:	
1. Auch kein Intensitätsmaximum.	2. Und bei einer Stellung des Analysators die Intensität = 0.	3. Und bei keiner Stellung des Analysators die Intensität = 0.
Natürliches unpolarisirtes Licht.	Circular polarisirtes Licht.	Theilweise circular polarisirtes Licht.

Fig. 826.



folgte, fand er, dass das durch totale Reflexion depolarisirt erscheinende Licht elliptisch polarisirt sei.

Es falle, etwa von dem Polarisationsspiegel des Nörremberg'schen Apparates kommend, ein linear polarisirter Strahl *ab*, Fig. 826, so auf ein Glasprisma, dass er an der hinteren Wand *NR* desselben eine totale Reflexion erleidet, so wird sich der reflectirte Strahl *bc*, mit einer Turmalinplatte untersucht, im Allgemeinen nicht mehr als linear polarisirt erweisen, sondern alle Kennzeichen eines elliptisch polarisirten Strahles zeigen.

Polarisationsarten des Lichtes.

1147 gehörig.)

Analysator untersucht:

<table>
<tr><th colspan="4">B. Ein Intensitätsmaximum.</th></tr>
<tr><td rowspan="3">I. Und bei einer Stellung des Analysators die Intensität = 0.</td><td colspan="3">II. Und bei keiner Stellung des Analysators die Intensität = 0.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5. Bei Einschaltung einer $\frac{\lambda}{4}$-Platte vor dem Analysator mit einer Hauptschwingungsrichtung parallel der Maximumstellung des Analysator-Hauptschnittes giebt es eine Analysatorstellung mit der Intensität = 0.</td><td colspan="2">6. Bei Einschaltung einer $\frac{\lambda}{4}$-Platte vor dem Analysator mit einer Hauptschwingungsrichtung parallel der Maximumstellung des Analysatorhauptschnittes giebt es keine Analysatorstellung mit der Intensität = 0;</td></tr>
<tr><td>a) aber dieselbe Analysatorstellung wie vorher ist die Maximumstellung
6.</td><td>b) aber eine andere Analysatorstellung wie vorher ist die Maximumstellung.
7.</td></tr>
<tr><td>4.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Linear polarisirtes Licht.</td><td>Elliptisch polarisirtes Licht.</td><td>Theilweise linear polarisirtes Licht.</td><td>Theilweise elliptisch polarisirtes Licht.</td></tr>
</table>

Die Bildung eines elliptisch polarisirten Strahles unter den gegebenen Umständen ist dadurch zu erklären, dass der einfallende Strahl bei seiner Reflexion in *b* in zwei andere zerfällt, deren Schwingungsebenen rechtwinklig zu einander sind, und von denen der eine dem anderen um einen aliquoten Theil der Wellenlänge vorausgeeilt ist.

Die Schwingungsebene des einen reflectirten Strahles fällt mit der Reflexionsebene *abc* zusammen, die Schwingungsebene des anderen ist rechtwinklig zu derselben. Das Intensitätsverhältniss dieser beiden Strahlen hängt von der Grösse des Winkels ab, welchen die Reflexionsebene des Prismas mit der Schwingungsebene des einfallenden Strahles macht. Die Intensität beider Strahlen ist gleich, wenn dieser Winkel 45° beträgt.

Der Gangunterschied der beiden reflectirten Strahlen, durch deren Zusammenwirken der elliptisch polarisirte Strahl *b c* erzeugt wird, hängt von der Substanz des Prismas und von der Grösse des Einfallswinkels *i* ab. Für Glas von St. Gobain fand Fresnel, dass dieser Gangunterschied ein Maximum wird, wenn $i = 54^0\ 30'$ ist; er beträgt in diesem Falle $^1/_8$ Wellenlänge.

Eine zweimalige innere Reflexion unter den gegebenen Umständen muss also einen Gangunterschied von $^1/_4$ Wellenlänge, und bei gehöriger Lage der Reflexionsebene gegen die Schwingungsebene der einfallenden linear polarisirten Strahlen circular polarisirtes Licht erzeugen, was Fresnel mittelst seines Parallelepipeds ausführte.

Fig. 828 stellt ein Fresnel'sches Parallelepiped von Glas in perspectivischer Ansicht, Fig. 827 stellt den Durchschnitt desselben sammt seiner Fassung dar. Jeder der Winkel bei *a* und bei *c* ist $125^0\ 30'$, die spitzen Winkel bei *b* und *d* also $54^0\ 30'$. Ein Lichtstrahl,

Fig. 827.

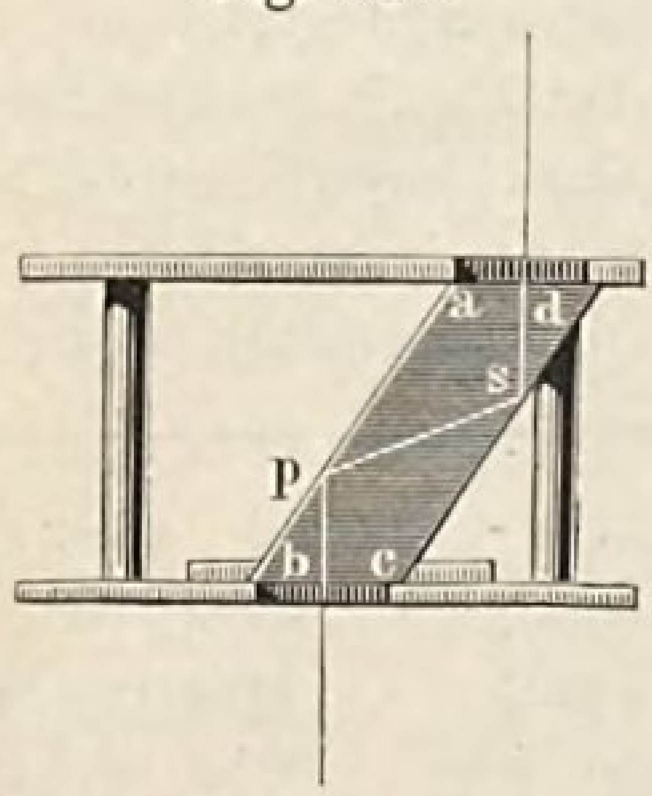


Fig. 828.

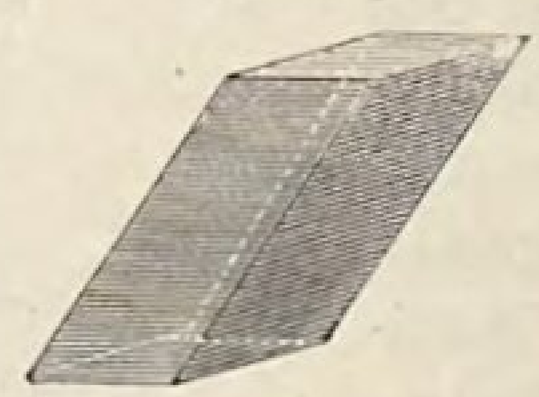
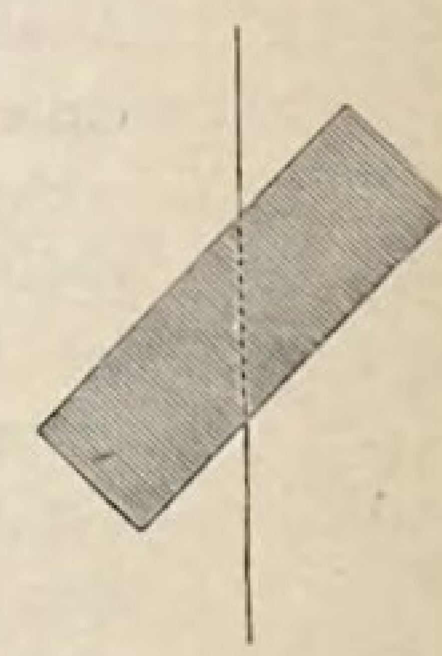


Fig. 829.



welcher rechtwinklig zu der Fläche *c b* eintritt, erleidet bei *p* und bei *s* eine totale innere Reflexion und tritt dann rechtwinklig zur Fläche *a d* aus. Wenn nun der einfallende Strahl linear polarisirt ist, und wenn ferner die Ebene der zweifachen inneren Reflexion einen Winkel von 45^0 mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen macht, so ist der austretende Strahl in Folge der zweimaligen inneren Spiegelungen vollständig circular polarisirt.

Um mit dem Fresnel'schen Parallelepiped zu experimentiren, stellt man es so auf das mittlere Tischlein des Nörremberg'schen Polarisationsapparates, dass seine horizontalen Kanten einen Winkel von 45^0 mit der Schwingungsebene des Polarisationsspiegels machen, wie Fig. 829 andeutet, in welcher das schraffirte Rechteck eine Verticalprojection des Parallelepipeds darstellt. Ist das Fresnel'sche Parallelepiped in dieser Weise aufgestellt, so kann man den Zerleger des Apparates nach Belieben um seine Axe drehen, ohne dass die Helligkeit des durch das Parallelepiped gegangenen Lichtes sich ändert. Das Fresnel'sche Parallelepiped liefert also auch für einfallendes weisses Licht vollkommen circular polarisirte Strahlen.

Dass das Fresnel'sche Parallelepiped in der That circular pola-

risirtes und nicht etwa vollkommen depolarisirtes Licht liefere, geht daraus hervor, dass man wieder linear polarisirtes Licht erhält, wenn man die Strahlen, welche aus einem im Polarisationsapparate gehörig aufgestellten Fresnel'schen Parallelepiped austreten, nun noch durch ein zweites gehen lässt, welches so auf das erstere gestellt ist, dass die Reflexionsebenen beider Parallelepipede zusammenfallen. Durch die viermalige innere Reflexion ist hier der Gangunterschied der austretenden, rechtwinklig zu einander vibrirenden Strahlen gleich $^1/_2$ Wellenlänge geworden.

Die Erscheinungen der Metallreflexion sind denen der totalen Reflexion durchsichtiger Substanzen ganz analog. Schon Malus hatte beobachtet, dass man Metallspiegel nicht gebrauchen könne, um linear polarisirtes Licht hervorzubringen. Brewster, welcher zuerst die durch Metallspiegel reflectirten Strahlen genauer untersuchte, hat noch nachgewiesen, dass linear polarisirtes Licht im Allgemeinen durch Metallreflexion in elliptisch polarisirtes Licht verwandelt wird, und dass hier unter Umständen schon eine einmalige Reflexion hinreicht, um circular polarisirtes Licht zu erzeugen.

In dem Polarisationsapparate (Fig. 635, S. 975) sei der obere Polarisationsspiegel durch einen Metallspiegel ersetzt, so wird der von unten kommende linear polarisirte Strahl in zwei andere zerlegt, von denen der eine in der Reflexionsebene, der andere aber rechtwinklig zur Reflexionsebene schwingt und deren Combination eben das elliptisch polarisirte Licht liefert, dessen Charakter dann davon abhängt, wie gross der Gangunterschied der beiden zusammenwirkenden Strahlen ist und in welchem Intensitätsverhältnisse sie zu einander stehen.

Gangunterschied und Intensitätsverhältniss der beiden componirenden Strahlen hängt von dem Azimuth des Metallspiegels und von der Neigung desselben gegen die Richtung der einfallenden Strahlen ab.

Wenn man bei unverändertem Azimuth die Neigung des Metallspiegels gegen die einfallenden Strahlen ändert, so wird sich das von ihm reflectirte Licht in seinen Eigenschaften bald mehr einem linear, bald mehr einem circular polarisirten Strahle nähern, d. h. mit einem Nicol oder einer Turmalinplatte untersucht, wird es bald mehr, bald weniger starken Lichtwechsel zeigen. Dieser Lichtwechsel ist aber ein Minimum, der reflectirte Strahl nähert sich am meisten einem circular polarisirten für einen bestimmten Einfallswinkel, den man als Hauptincidenz bezeichnet, und dessen Werth von einem Metall zum anderen variirt. Dieser Winkel beträgt für

Quecksilber . . .	78°	Stahl . . .	75°
Spiegelmetall . . .	76°	Silber . . .	73°

Für die Hauptincidenz beträgt der Gangunterschied der beiden rechtwinklig polarisirten Strahlen, aus denen sich der elliptisch polarisirte zusammensetzt, gerade $^1/_4$ Wellenlänge, es wird sich also circular

polarisirtes Licht bilden, wenn die Intensität der beiden componirenden Strahlen gleich ist. Dies ist jedoch nicht, wie man wohl meinen möchte, allgemein für ein Azimuth von 45° der Fall, sondern für Azimuthe, welche für verschiedene Metalle verschiedene Werthe haben, nämlich für

Quecksilber . . .	26°	Stahl . . .	17°
Spiegelmetall . . .	21°	Silber . . .	40°

Ein durch Reflexion von einem Metallspiegel circular polarisirter Strahl wird dadurch, dass er von einem zweiten, dem ersten parallelen Metallspiegel nochmals reflectirt wird, wieder in linear polarisirtes Licht verwandelt.

Auf eine ausführlichere Besprechung der von Fresnel[1]) und Brewster begründeten und durch die Untersuchungen von Neumann und Jamin[2]), Quincke, Van der Willigen, Stokes und E. Wiedemann[3]) weiter entwickelten Lehre von der elliptischen Polarisation und ihrem Zusammenhange mit der Reflexion können wir hier nicht eingehen.

421 **Das natürliche oder unpolarisirte, das theilweise polarisirte und das künstlich depolarisirte Licht.** Nachdem wir die Schwingungsweise der Aethertheilchen bei den verschiedenen Arten polarisirten Lichtes kennen gelernt, müssen wir noch einmal auf die Frage nach der Schwingungsweise beim natürlichen, unpolarisirten Lichte zurückkommen. Es ist dies ein von vielen Physikern behandelter, aber wegen seiner besonderen Schwierigkeiten noch immer nicht definitiv erledigter Gegenstand. Wir werden uns daher darauf beschränken, die verschiedenen Ansichten und Standpunkte der Hauptsache nach darzustellen.

Die Thatsache, dass ein Bündel natürlicher unpolarisirter Lichtstrahlen nach seinem Durchgange durch einen doppeltbrechenden Krystall, wobei seine Schwingungen in zwei zu einander senkrechte Componenten zerlegt werden, wieder als unpolarisirtes Strahlenbündel austritt, das sich genau so verhält, wie vor dem Eintritt, während ein vorher geradlinig polarisirtes Strahlenbündel nach dem Durchgange im Allgemeinen als elliptisch polarisirtes Strahlenbündel erscheint, liesse sich durch die Annahme genügend erklären, dass der natürliche Lichtstrahl sich durch transversale Schwingungen in zwei zu einander senkrechten Ebenen fortpflanze.

Nach dieser Annahme wäre der natürliche Lichtstrahl als eine Vereinigung zweier gleich intensiver, senkrecht auf einander linear polarisirter Strahlen aufzufassen, in welcher jedoch die beiden Componenten unabhängig von einander sich fortpflanzen. Auf eine Normalebene

[1]) Annales de chimie et de physique, 2. sér., tom. XLVI.
[2]) Annales de chimie et de physique, 3. sér., tom. XXX.
[3]) Berichte der K. S. Gesellsch. d. Wissensch., Mathem.-Phys. Cl. 1872.

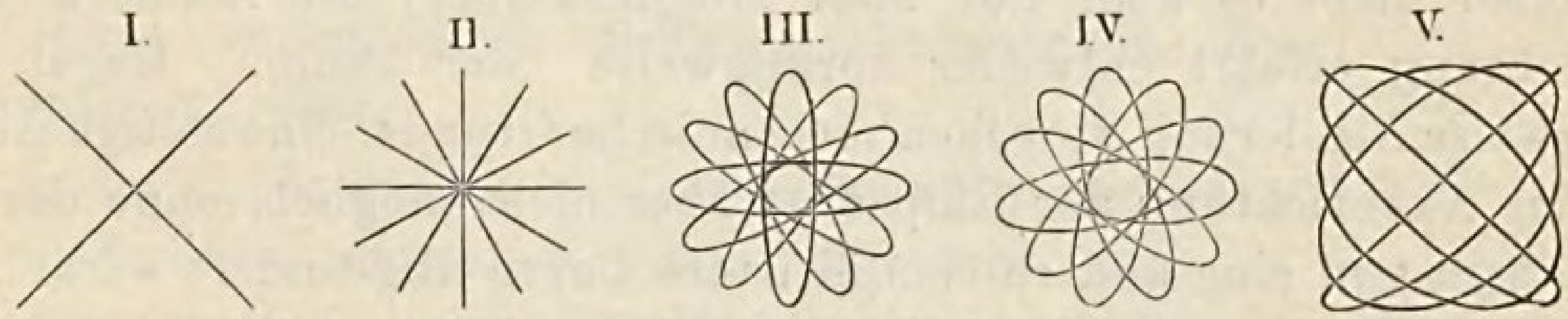
projicirt würden sich also diese Schwingungen etwa wie Fig. 830 I darstellen.

Brewster war der Ansicht, dass diese Vorstellung, welche zunächst nur zur Erklärung der Phänomene adoptirt wurde, der Wirklichkeit entspreche.

Beim Festhalten derselben stösst man jedoch auf die grössten Schwierigkeiten. Allein schon der Umstand, dass es in isotropen Medien nicht zwei vor allen anderen ausgezeichnete Richtungen geben könne, lässt dieselbe unhaltbar erscheinen.

Wenn wir überlegen, dass überhaupt der isolirte Lichtstrahl nur eine Fiction ist (§. 173), so könnten wir uns die rechtwinklig auf einander stattfindenden Schwingungen des natürlichen Lichtes nur in einer der beiden folgenden Weisen vorstellen. Denken wir uns eine ebene Wellenoberfläche und in derselben die zahllosen Aethertheilchen. Entweder schwingen dieselben so, dass die Hälfte der Aethertheilchen constant nach der einen, die andere Hälfte constant nach der dazu senkrechten Richtung sich bewegt, so dass wir also ein inniges Gemisch von senkrecht auf einander geradlinig polarisirten Lichtstrahlen hätten, oder es wechselt bei jedem einzelnen Aethertheilchen die Schwingungsrichtung

Fig. 830.



zwischen den beiden auf einander senkrechten Lagen. Die verschiedenen Schwingungsrichtungen sind also entweder räumlich neben oder zeitlich nach einander vorhanden. In letzterem Falle gäbe es also einzelne unpolarisirte Strahlen, im ersteren Falle nur unpolarisirte Strahlenbündel, während die isolirt gedachten Strahlen stets geradlinig polarisirt wären.

Es ist nun aber aus mechanischen Gründen nicht zulässig, in unmittelbar benachbarten Aethertheilchen der Wellenoberfläche ganz verschiedene Bewegungsrichtungen anzunehmen.

A. Fresnel hat daher 1821 [1]) eine andere Hypothese aufgestellt, welche wir mit seinen eigenen Worten (nach der Uebersetzung in Pogg. Ann., Bd. XXII, S. 74 bis 75) anführen wollen.

„Wenn die Polarisation eines Lichtstrahles darin besteht, dass seine Vibrationen sämmtlich nach einer Richtung geschehen, so folgt aus meiner Hypothese über die Erzeugung der Lichtwellen, dass ein Strahl, der von einem einzigen Erschütterungsmittelpunkte ausgeht, nach einer bestimmten Zeit immer nach einer gewissen Ebene polarisirt ist. Einen Augenblick hernach ändert sich aber die Richtung der Bewegung und

[1]) Annales de chim. et de phys., tom. XVII.

mit ihr die der Polarisationsebene. Diese Veränderungen folgen einander so schnell, wie die Störungen in den Vibrationen des leuchtenden Theilchens, so dass, selbst wenn man das von einem Punkte ausfliessende Licht von dem anderer Punkte absondern könnte, man ohne Zweifel doch keine Polarisation daran wahrnehmen würde.

Betrachtet man nun die vereinte Wirkung aller Wellen, welche von den verschiedenen Punkten eines leuchtenden Körpers ausgehen, so wird man einsehen, dass in jedem Augenblicke und an einem bestimmten Punkte des Aethers die Endresultante aller sich hier kreuzenden Bewegungen eine bestimmte Richtung hat, dass aber diese Richtung sich mit jedem Augenblicke verändert. So kann das directe (d. h. natürliche) Licht betrachtet werden als eine Vereinigung, oder genauer genommen, als eine rasche Folge von Wellensystemen, die nach allen Richtungen polarisirt sind."

Die vorsichtige Fassung Fresnel's im Eingange der citirten Bemerkung lässt vermuthen, dass er vielleicht bereits daran gedacht hat, dass die gerade Richtung nicht die einzig zulässige sei. Da die Ellipse die allgemeinste Form der Schwingungen des polarisirten Lichtes ist, so liegt es nahe, auch das unpolarisirte Licht als eine Folge von elliptischen Schwingungen mit fortwährender Aenderung der Axenrichtung zu denken.

Dabei giebt es aber nur zwei Möglichkeiten; die Aenderung der Axenrichtung erfolgt entweder sprungweise oder stetig. Gegen eine sprungweise Aenderung sprechen mechanische Gründe, eine stetige Aenderung der Axenrichtung der Ellipse ist aber nicht möglich, ohne dass die Ellipse selbst in eine andere complicirtere Curve abgeändert wird.

Wir wollen, um die Vorstellung zu unterstützen, auch diese Schwingungsformen nach den verschiedenen Annahmen in der Richtung des Strahles auf eine Normalebene projicirt darstellen. Fig. 830 II bezieht sich dann auf Fresnel's Annahme. Fig. 830 III stellt elliptische Schwingungen mit sprungweiser Aenderung der Axenrichtung, Fig. 830 IV solche mit stetiger Aenderung vor. Es ist aber noch ein Fall denkbar und wahrscheinlich, nämlich dass auch das Axenverhältniss sich allmählich ändert, d. h. die Ellipse allmählich in Kreis und Gerade übergeht. Man wird dieser allgemeinsten Annahme gerecht, wenn man sich vorstellt, dass die Schwingungen in derselben Weise in einander übergehen, wie Fig. 830 V andeutet, nur dass man sich den Uebergang noch viel allmählicher zu denken und überdies, um keine Richtungen zu bevorzugen, vorzustellen hätte, dass das ganze Curvensystem gedreht wird. Diese Figur ist uns aus der Akustik als Schwingungsfigur des Kaleidophons (Bd. I, S. 747 und 753) bekannt, sie kann als eine Aufeinanderfolge der Curven 1 bis 9 der Fig. 831 betrachtet werden, nur dass der Uebergang aus einer Form in die nächste stetig und allmählich vor sich geht. Dabei kehren unter anderen zwei senkrecht zu einander geneigte geradlinige Schwingungen (Fig. 831) 1 und 5, dann eine Reihe von je zwei gleich geneigten und verkehrt durchlaufenen Ellipsen wie 2

und 6 oder 4 und 8, endlich zwei verkehrt durchlaufene Kreise 3 und 7 periodisch wieder. Man heisst die Schwingungen (Fig. 831) 5 bis 8 entgegengesetzt polarisirt zu jenen 1 bis 4. Wir kämen also zur Annahme, dass beim natürlichen Lichte senkrecht zum Strahle elliptische Schwingungen mit fortwährendem Wechsel der Axenrichtung und des Axenverhältnisses, oder mit anderen Worten, des Azimuthes der Polarisationsrichtung und der Phase stattinden.

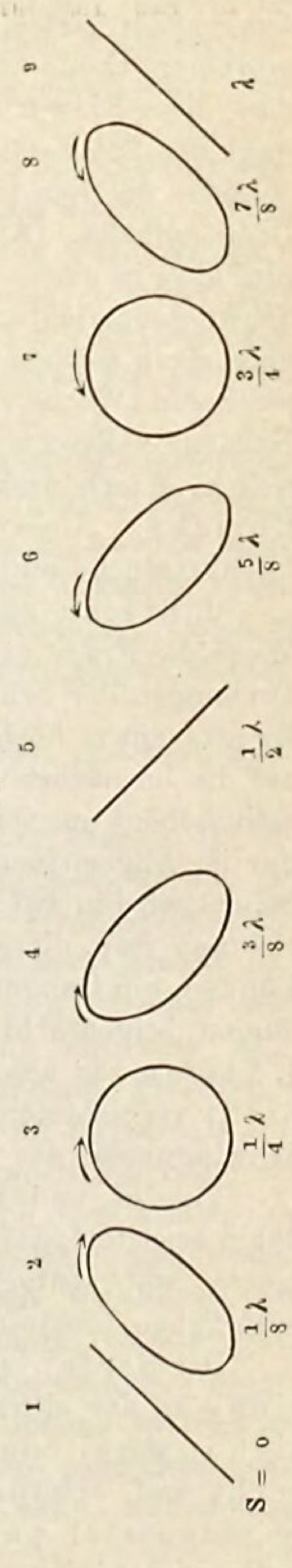


Fig. 831.

Nun kommt aber eine neue Schwierigkeit in Betracht, auf welche F. Lippich in einer ausführlichen Abhandlung: „Ueber die Natur der Aetherschwingungen in unpolarisirtem und theilweise polarisirtem Lichte“ [1]) aufmerksam gemacht hat.

Aus der Akustik wissen wir, dass Schwingungscurven wie die der Fig. 830 V dadurch entstehen, dass senkrechte geradlinige Schwingungen von etwas verschiedener Schwingungsdauer in Combination treten.

In der Optik würden also solche Schwingungscurven dadurch entstehen, dass senkrecht auf einander geradlinig polarisirte Strahlen homogenen Lichtes von etwas verschiedener Farbe zusammentreffen. Umgekehrt könnten also, wenn alle unpolarisirten Strahlen solche Schwingungsformen besässen, dieselben nie ganz homogenes Licht darstellen. Lippich stellte daher die Hypothese auf, dass es wohl unpolarisirte Strahlen zusammengesetzten Lichtes, aber keine unpolarisirte Strahlen homogenen Lichtes gebe. Das in den Experimenten vorkommende „homogene“ Licht, welches thatsächlich auch unpolarisirt ist, enthält, wie Lippich nachweist, stets Lichtsorten, deren Schwingungszahlen mindestens um 20000 von einander abweichen. Die Differenz der Schwingungszahlen für die beiden Natriumlinien beträgt ja bereits 516 Tausend Millionen.

J. Stefan hat in seiner Abhandlung „Ein Versuch über die Natur des unpolarisirten Lichtes und die Doppelbrechung des Quarzes in der Richtung

[1]) Sitzungsber. d. Wien. Akad., Bd. XLVIII, Abth. II, 1863, S. 146.

seiner optischen Axe“ [1]) dieselbe Frage behandelt und gegen Lippich's Hypothese geltend gemacht, dass unpolarisirtes weisses Licht, wenn es polarisirt wird, weiss bleibt, dass in stark zerstreuten Spectren, welche aus unpolarisirtem, weissem Lichte entworfen sind, keine Polarisation einzelner Theile wahrzunehmen ist etc. Stefan giebt aber auch zu, dass diese Einwürfe durch die Hülfshypothese beseitigt werden könnten, dass der Polarisationszustand von Farbe zu Farbe sehr rasch wechsle, so dass die feinste Linie im Spectrum schon verschieden polarisirtes Licht enthalte. Als kaum denkbar stellt derselbe jedoch die Annahme hin, dass in einem wirklich homogenen Lichtstrahl gar kein Wechsel der Schwingungsrichtungen auch in grossen Zeiträumen eintrete. Giebt man aber einen solchen einmal als möglich zu, so ist kein Grund da, einen rascheren Wechsel auszuschliessen, und damit würde überhaupt die Existenz vollkommen homogenen Lichtes unmöglich, eine Folgerung, der sich E. Mach wirklich als einfachstem Auswege anschliesst (Mach und Rosicky: „Ueber eine neue Form der Fresnel-Arago'schen Interferenzversuche mit polarisirtem Lichte“ [2]).

J. Stefan suchte in der citirten Abhandlung auf experimentellem Wege die Frage nach der Schwingungsform und nach der Raschheit der Drehungen der Schwingungsrichtungen zu lösen. Er stellte zu diesem Zwecke einen höchst sinnreichen Versuch an, dessen Ausführung sich auf die im nächsten Paragraphen erst zu erklärende Drehung der Polarisationsebene im Quarz gründet. Wir können daher hier den Versuch nur im Allgemeinen andeuten. Ein unpolarisirtes homogenes Strahlenbündel wird in zwei Bündel getheilt, in einem derselben die Polarisationsrichtung resp. die grosse Axe der Ellipse um 90^0 gedreht, dann beiden Bündeln ein Gangunterschied von einer ungeraden Anzahl halber Wellenlängen beigebracht und dieselben hierauf zur Interferenz veranlasst. J. Stefan zog aus dem experimentellen Ergebniss, dass sich diese Bündel nicht vernichteten oder schwächten, ursprünglich den Schluss, dass die Schwingungen des unpolarisirten Lichtes geradlinig seien.

Verdet und Stefan selbst [3]) haben jedoch später diesen Schluss dahin erweitert, dass auch dann dasselbe experimentelle Resultat eintreten müsse, wenn entgegengesetzt polarisirte elliptische Schwingungen im natürlichen Lichte enthalten sind, resp. sich rasch genug folgen.

Der Stefan'sche Versuch beweist überhaupt, wie Mach und Rosicky an der citirten Stelle hervorheben, dass das natürliche Licht sich in zwei von einander unabhängige gleich intensive senkrecht auf einander polarisirte geradlinige oder zwei entgegengesetzt polarisirte elliptische oder zwei entgegengesetzt polarisirte circulare Componenten zerlegen lasse. Diese

[1]) Sitzungsber. d. Wien. Akad., Bd. L, Abth. II, 1865, S. 380.
[2]) Sitzungsber. d. Wien. Akad., Bd. LXXII, Abth. II, 1876, S. 211.
[3]) Sitzungsber. d. Wien. Akad., Bd. LXVI, Abth. II, S. 427.

entgegengesetzt polarisirten Schwingungsformen sind aber sämmtlich in der Schwingungsform der Fig. 830 V enthalten und steht dieselbe daher mit Stefan's Versuch durchaus nicht im Widerspruche. Dagegen würde die Annahme einer elliptischen Schwingungsform wie Fig. 830 III oder IV, welche nur nach einer Richtung durchlaufene, wenn auch in der Axenrichtung wechselnde Ellipsen enthält, dem Stefan'schen Versuche nicht genügen.

Eine andere interessante Folgerung hat Stefan aus seinem Versuche gezogen, indem er den Gangunterschied allmählich bis über 15000 Wellenlängen steigerte. Da die Interferenz der Strahlen hierdurch nicht geändert wurde, muss man schliessen, dass „solche Stücke der Strahlen, welche Schwingungen von einerlei Richtung enthalten, viele Tausende von Wellenlängen betragen, ja auch meilenlang sein können“.

Man könnte nun daran denken, durch die stroboskopische Methode oder durch sehr kurze Dauer des Lichtes (elektrische Funken) aus einem solchen unpolarisirten Lichtstrahle ein kleineres Stück, welches dann Polarisation zeigen müsste, zu isoliren. Allein derlei Versuche haben nicht zum Ziele geführt, da im Verhältniss zur Funkendauer, trotzdem sie weniger als $^1/_{70000}$ Secunden betrifft, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu gross ist.

Näheres über das Wesen des natürlichen Lichtes findet man in A. Beer's Einleitung in die höhere Optik, S. 144.

Das theilweise polarisirte Licht kann entweder einfach als Gemisch von unpolarisirtem und polarisirtem Licht aufgefasst werden, in welchem Falle es natürlich nur theilweise polarisirte Strahlenbündel, aber nicht theilweise polarisirte Strahlen gäbe. Falls man letztere Annahme vorzieht, richtet sich die Hypothese über das Wesen derselben nach jener bezüglich des natürlichen Lichtes. Man kann entweder nach Brewster's Vorstellung senkrecht auf einander stattfindende geradlinige Schwingungen ungleicher Amplituden annehmen, oder Fresnel's Annahme folgend, die Amplituden der um 90^0 abweichenden Azimuthe ein Maximum und Minimum annehmen lassen, oder endlich im allgemeinsten Falle die Schwingungsform der Fig. 830 V mit ungleichen Amplituden ausgeführt denken. Unter allen Umständen muss die Hypothese, um den Experimenten zu genügen, eine Schwingungsform voraussetzen, welche sich in zwei Componenten zerlegen lässt, wovon eine dem natürlichen Lichte, die andere dem geradlinig oder dem elliptisch polarisirten Lichte entspricht, je nachdem man es mit theilweise geradlinig oder theilweise elliptisch polarisirtem Lichte zu thun hat. Näheres in A. Beer's Einleitung in die höhere Optik, S. 165.

Wir haben nun noch über die Versuche Dove's zu berichten, unpolarisirtes Licht aus linear oder elliptisch polarisirtem Lichte künstlich zusammenzusetzen. Der genannte Physiker liess in einen abgestumpften gläsernen Hohlkegel, dessen Seite unter 35^0 gegen die Axe geneigt war,

ein Bündel Sonnenstrahlen parallel zur Axe des Kegels fallen. Begreiflicher Weise sind die Schwingungsebenen der in einem Punkte auf der Axe vereinigten, durch die Reflexion geradlinig polarisirten Strahlen nach allen Azimuthen gleichmässig vertheilt, und in der That ist man nicht im Stande, daselbst eine Polarisation zu entdecken.

Noch instructiver sind folgende Versuche. Ein natürliches Lichtbündel wurde durch einen rasch und gleichmässig rotirenden Kalkspath gesendet, das austretende Lichtbündel lieferte einen Strahl, in welchem die Schwingungsebene fortwährend ihre Lage wechselte. Mit einem zweiten Kalkspath untersucht, zeigt das austretende Licht keine Polarisation. Hingegen zeigte sich solche bei Anwendung des elektrischen Funkens als Lichtquelle. Der so erzeugte künstliche unpolarisirte Strahl unterscheidet sich also von einem natürlichen schon jedenfalls durch die langsamere Aenderung der Polarisationsrichtung.

Bei einem zweiten Versuche wurde eine $\frac{\lambda}{4}$-Glimmerplatte mit sammt dem Polarisator rotiren gelassen. Derselbe lieferte demnach elliptisch polarisirtes Licht mit constantem Axenverhältniss, aber fortwährend geänderter Axenrichtung.

Dasselbe verhielt sich ebenfälls wie unpolarisirtes Licht.

Bei einem dritten Versuche endlich blieb die $\frac{\lambda}{4}$-Glimmerplatte stehen, während der Polarisator allein rotirte. In diesem Falle musste das Axenverhältniss und die Axenrichtung der Ellipsen rasch wechseln. Das so erhaltene Licht zeigte sich ebenfalls unpolarisirt.

Sorgt man dafür, dass die Rotation nicht gleichförmig vor sich gehe, sondern deren Geschwindigkeit während eines Umlaufes zweimal ein Maximum und zweimal ein Minimum erreiche, so zeigt das austretende Licht, wie vorauszusehen, die Eigenschaften des theilweise polarisirten Lichtes.

Diese Dove'schen Experimente lassen sich sehr bequem mit dem rotirenden Polarisationsapparat von E. Mach (§. 397, S. 1067) anstellen.

Eine mehr oder minder vollkommene Depolarisation des Lichtes tritt auch ein, wenn polarisirtes Licht durch Diffusion zerstreut wird, z. B. bei der Reflexion von rauhen weissen Flächen, wie Papier, beim Durchgang durch matt geschliffene Glasplatten etc. Es erklärt sich dies durch das in §. 367 Vorgetragene, wenn man bedenkt, dass diese rauhen Flächen als zusammengesetzt aus sehr vielen kleinen spiegelnden Flächen der mannigfaltigsten Lagen aufgefasst werden können.

422 **Erklärung der Drehung der Polarisationsebene im Quarz.** Im §. 415 haben wir die Farbenerscheinungen, welche man an einer senkrecht zur Axe geschnittenen Quarzplatte im polarisirten Lichte beobachtet, auf eine verschieden starke Drehung der Polarisationsebene (Schwingungsebene) für die einzelnen Farben zurückgeführt. Die

Ursache der Drehung selbst blieb damals unerörtert. Wir kommen nun auf diese Erklärung, welche wir Fresnel verdanken, zurück. Sie beruht auf der Annahme, dass ein linear polarisirter Strahl beim Eintritt in die Quarzplatte in zwei circular polarisirte Strahlen von gleicher Intensität und gleicher Umlaufszeit, aber von entgegengesetzter Rotationsrichtung zerlegt wird, von denen sich der eine schneller im Krystall fortpflanzt als der andere.

Es seien z. B. A, B, C und D, Fig. 832, die Ruhelagen einer Reihe von Aethertheilchen, deren Verbindungslinie mit der Richtung der Axe der Quarzplatte zusammenfällt, so würden diese Aethertheilchen unter dem alleinigen Einfluss des links rotirenden Strahles für einen bestimmten Moment die Spirale $a\,n\,b'\,p\,c'\,r\,d'$ bilden, während sie in demselben Augenblicke unter dem alleinigen Einflusse des rechts rotirenden Strahles auf der Spirale $a\,m\,b\,p\,c\,q\,d$ liegen würden.

Unsere Figur stellt den Fall dar, dass sich der rechts rotirende Strahl in der Richtung der Krystallaxe langsamer fortpflanzt als der links rotirende. Auf dem Wege von A bis D liegen für den rechts rotirenden Strahl $1\frac{1}{2}$ Wellenlängen, für den links rotirenden nur eine Wellenlänge.

Wenn aber ein Aethertheilchen gleichzeitig unter dem Einfluss zweier circular polarisirter Strahlen von gleicher Intensität und gleicher

Fig. 832.

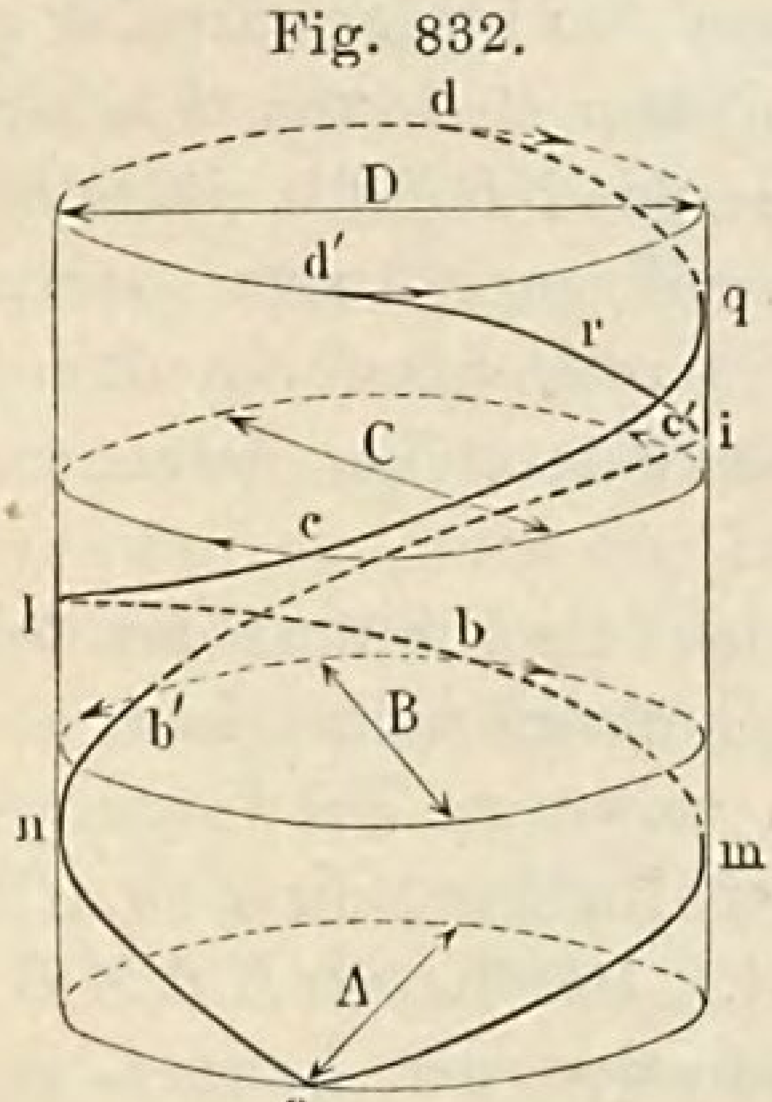
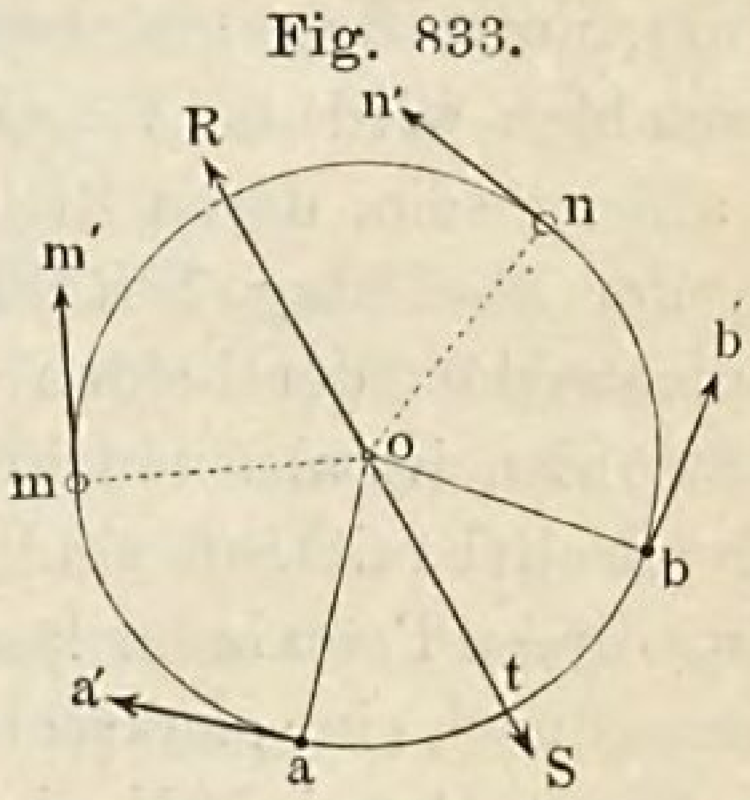


Fig. 833.



Umlaufszeit, aber von entgegengesetzter Rotationsrichtung steht, so wird ihm eine geradlinige Oscillationsbewegung ertheilt, deren Richtung von dem Gangunterschiede der beiden circular polarisirten Strahlen abhängt, wie sich aus der folgenden Betrachtung ergiebt.

Es sei o, Fig. 833, ein Aethertheilchen, welches unter dem alleinigen Einflusse eines rechts rotirenden Strahles sowohl als auch unter dem alleinigen Einflusse eines links rotirenden Strahles den Kreis $a\,m\,n\,b$ mit gleicher, aber entgegengesetzt gerichteter Geschwindigkeit durchlaufen würde. Es sei ferner a die Stellung, welche das Theilchen in einem bestimmten Moment unter dem alleinigen Einflusse des einen Strahles einnehmen würde, und $a\,a'$ die entsprechende tangentiale Geschwindigkeit; ebenso sei b die Stellung, welche dasselbe Theilchen in demselben Moment

unter dem alleinigen Einflusse des anderen Strahles mit der Geschwindigkeit bb' passiren würde. Bei gleicher Intensität und gleicher Umlaufszeit muss nothwendig $bb' = aa'$ sein.

Unter dem gleichzeitigen Einflusse der beiden circular polarisirten Strahlen wird aber das Theilchen o in dem oben besprochenen Momente von einer Geschwindigkeit afficirt sein, welche die Resultirende der Geschwindigkeiten aa' und bb' ist. Die Richtung SR dieser Resultirenden muss aber den Winkel aob halbiren, da ja $aa' = bb'$.

In einem kleinen Zeittheilchen ϑ würde nun das Aethertheilchen unter dem alleinigen Einflusse des einen Strahles von a nach m, in derselben Zeit würde es unter dem alleinigen Einflusse des anderen Strahles von b nach n gelangen; den Punkt m würde es mit der tangentialen Geschwindigkeit mm', den Punkt n aber würde es mit der gleich grossen tangentialen Geschwindigkeit nn' passiren. Unter dem gleichzeitigen Einflusse beider Strahlen wird also das Aethertheilchen in diesem zweiten Moment von einer Geschwindigkeit afficirt sein, welche die Resultirende von mm' und nn' ist.

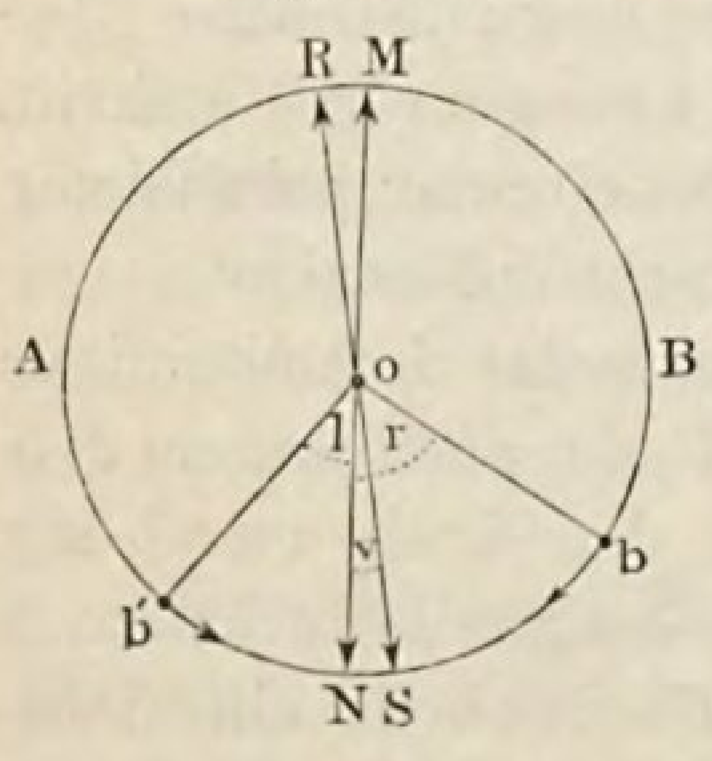
Da nun aber $am = bn$, so lässt sich leicht darthun, dass die Tangentialgeschwindigkeiten mm' und nn' gleiche Winkel mit der Geraden SR machen, dass also die Richtung der Resultirenden von mm' und nn' mit SR zusammenfällt.

Kurz, unter dem gleichzeitigen Einflusse der beiden circular polarisirten Strahlen wird das fragliche Aethertheilchen stets von Geschwindigkeiten afficirt sein, deren Richtung in die Gerade SR fällt; dasselbe wird also in der Richtung SR hin und her-oscilliren müssen. Durch das Zusammenwirken der beiden entgegengesetzt rotirenden circular polarisirten Strahlen ist also ein linear polarisirter entstanden, dessen Schwingungen parallel mit SR sind.

Aus diesen Prämissen lässt sich nun leicht die Drehung der Polarisationsebene durch eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte ableiten.

In Fig. 834 sei MN die zur Geraden verkürzte Schwingungsebene eines linear polarisirten Lichtstrahles, dessen Richtung in o zum Punkte verkürzt erscheint. Der Kreis $NAMB$ stelle die Horizontalprojection der Bahnen dar, in welchen die Aethertheilchen innerhalb der Quarzplatte unter dem Einflusse der beiden circular polarisirten Strahlen rotiren.

Fig. 834.



Betrachten wir nun ein Aethertheilchen an der Austrittsfläche der Quarzplatte, so würde sich dasselbe bei einer gewissen Dicke der Platte in einem bestimmten Moment unter dem alleinigen Einflusse des links rotirenden Strahles in b' (zur besseren Orientirung vergleiche man Fig. 832, S. 1159) und gleichzeitig unter dem alleinigen Einflusse des rechts rotirenden in b befinden. Unter dem gleichzeitigen Einflusse beider

Strahlen wird also das Aethertheilchen in der Richtung RS oscilliren, welche mit der Schwingungsebene MN der einfallenden Strahlen einen Winkel v macht. In dem eben betrachteten Falle erscheint also die Schwingungsebene der ursprünglich nach MN vibrirenden Strahlen durch die Quarzplatte um den Winkel v nach der Linken gedreht.

Bezeichnen wir den Winkel des Bogens bN mit r, den Winkel des Bogens $b'N$ aber mit l, so ist

$$v = \frac{r - l}{2}.$$

Bei nfacher Dicke der Quarzplatte würde ein Aethertheilchen an der Austrittsfläche in demselben Moment unter dem alleinigen Einflusse des links rotirenden Strahles um den Bogen $n.b'N$, unter dem alleinigen Einflusse des rechts rotirenden Strahles um den Bogen $n.bN$ von N entfernt sein, der Winkel V, um welchen in diesem Falle die Schwingungsebene durch die Quarzplatte gedreht erscheint, ist also

$$V = \frac{nr - nl}{2} = n.v.$$

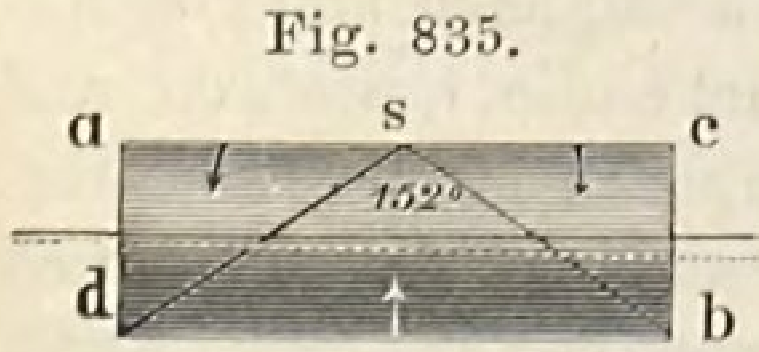
Die Drehung der Schwingungsebene, mithin auch die Drehung der Polarisationsebene ist also (für dieselbe Farbe) der Dicke der Quarzplatte proportional.

In Fig. 832, Seite 1159 erscheint die Schwingungsebene für die Dicke AB der Quarzplatte um 30°, für die Dicke AC um 60°, für die Dicke AD um 90° nach der Linken gedreht.

In dem eben besprochenen Beispiele, Fig. 832 und 834, war es der links rotirende Strahl, welcher sich mit grösserer Geschwindigkeit durch den Krystall fortpflanzt, und dem entsprechend erscheint auch die Polarisationsebene nach der Linken gedreht. Eine Drehung der Polarisationsebene nach der rechten Seite erfolgt, wenn der rechts rotirende Strahl sich schneller durch die Quarzplatte fortpflanzt.

423 **Doppelte Brechung des Quarzes in der Richtung seiner Axe, Versuche von A. Cotton.** Um die Richtigkeit der im vorigen Paragraphen gegebenen Erklärung der Drehung der Polarisationsebene durch senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatten zu beweisen, muss man zeigen, dass sich in der Richtung der krystallographischen Axe des Quarzes wirklich zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen, und dass diese Strahlen circular polarisirt sind. Fresnel hat dies in der That durch folgenden sinnreichen Apparat nachgewiesen. Der Cylinder $abcd$, Fig. 835, ist aus drei Prismen von Quarz zusammengesetzt, welche sehr sorgfältig zusammengefügt sein müssen. Der brechende Winkel des mittleren Prismas beträgt 152°; die beiden brechenden Flächen ds und bs müssen gegen die Axe des Kry-

Fig. 835.



stalles gleiche Neigung haben; die beiden Grenzflächen der äusseren Prismen, nämlich *ad* und *cb*, stehen rechtwinklig auf der Axe dieser Quarzstücke, so dass in allen drei Prismen die Axe dieselbe Richtung hat. Nehmen wir an, das mittlere Prisma sei aus einem rechtsdrehenden Krystalle gemacht, so müssen die beiden Endprismen aus linksdrehenden Krystallen gemacht sein, und umgekehrt. Lässt man nun auf dieses System von der einen Seite her einen polarisirten Strahl einfallen, so theilt er sich in zwei, welche in verschiedenen Richtungen austreten. Der Quarz übt also in der Richtung seiner Axe eine doppelte Brechung aus, und diese doppelte Brechung ist also ganz anderer Art als die, welche man an anderen Krystallen und im Quarz nach anderen Richtungen beobachtet, denn die beiden austretenden Strahlen ursprünglich natürlichen Lichtes zeigen keine Spur von geradliniger Polarisation, wenn man sie mit einer Turmalinplatte oder mit einem doppeltbrechenden Prisma analysirt.

Diese merkwürdige Erscheinung beweist direct, dass sich in der Richtung der optischen Axe des Quarzes zwei circular polarisirte Strahlen von entgegengesetzter Rotationsrichtung mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, und dass derjenige, welcher in rechtsdrehenden Krystallen der schnellere ist, sich in links drehenden langsamer fortpflanzt. Der polarisirte Strahl, welcher an der Fläche *ad* eintritt, wird in zwei circular polarisirte Strahlen von entgegengesetzter Drehungsrichtung verwandelt; sie werden beim Eintritte in das mittlere Prisma nach verschiedenen Richtungen gebrochen, weil sie das erste mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen haben; die Divergenz wird aber durch den Umstand vergrössert, dass derselbe Strahl, welcher im ersten Prisma der schnellere war, im zweiten der langsamere ist, und umgekehrt. Die Strahlen, welche nun schon das mittlere Prisma nach verschiedener Richtung durchlaufen haben, treten im letzten Prisma begreiflicher Weise noch mehr aus einander, und so ist es denn mit Hülfe dieser Vorrichtung möglich, die doppelte Brechung in der Richtung der optischen Axe des Quarzes sichtbar zu machen, welche zu gering ist, als dass sie an einem einfachen Prisma unmittelbar beobachtet werden könnte.

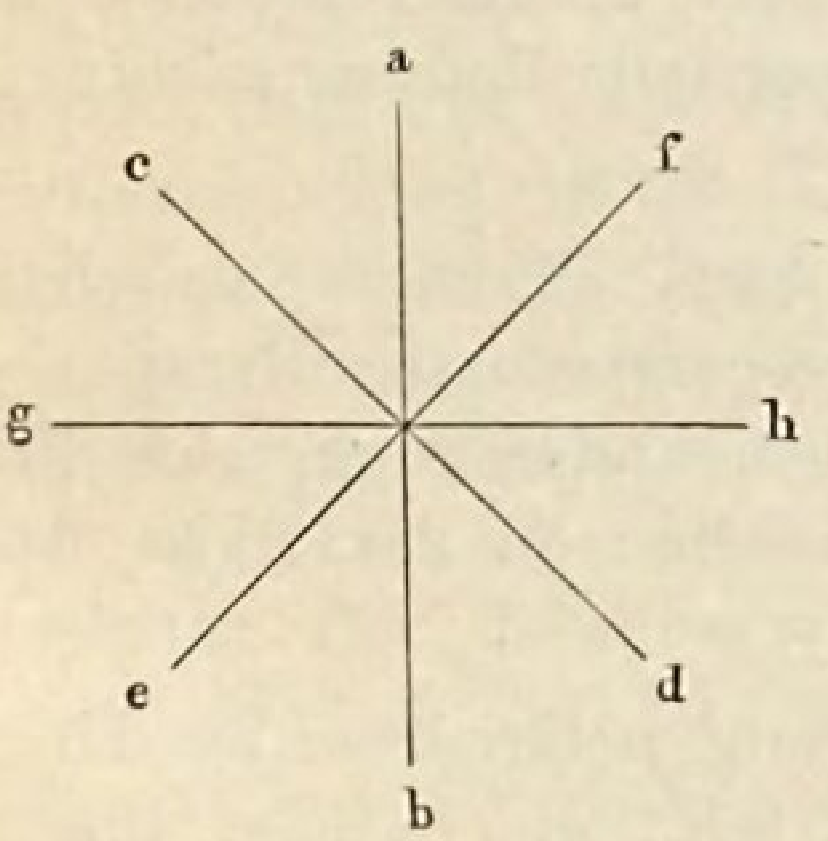
In allerjüngster Zeit hat A. Cotton[1]) die Fresnel'sche Theorie dadurch weiter bestätigt, dass er zeigte, dass gewisse Flüssigkeiten, z. B. die Lösung eines Doppelsalzes aus weinsaurem Chromoxyd und Kali, die rechts und links circular polarisirten Strahlen ungleich stark absorbiren, analog den dichroitischen Krystallen, welche die ordinären und extraordinären geradlinig polarisirten Strahlen ungleich stark absorbiren. Bei Anwendung homogenen (Natrium-) Lichtes erscheinen die rechts und links polarisirten Lichter ungleich hell. Bei Anwendung weissen Lichtes erscheinen sie ungleich gefärbt. Lässt man das lineare Licht zuerst durch die Flüssigkeit treten und dann auf eine Doppelplatte von links

[1]) Bulletin bimens. de la Société française de Physique, 5. Juillet 1895.

und rechts drehendem Quarz auftreffen, so treten dieselben Wirkungen ein. Die Flüssigkeit vermindert demnach die Componenten circular polarisirten Lichtes, aus denen man das lineare Licht bestehend ansehen kann, in verschiedenem Grade. Vielleicht gelingt es auf diese Weise ebenso durch Absorption aus linearem Lichte circular polarisirtes zu erhalten, wie mittelst des Turmalins aus natürlichem Lichte linear polarisirtes. In derselben Mittheilung kündigt A. Cotton an, dass diese absorbirenden Medien auch anomale Rotationsdispersion geben.

Nachahmung der Farbenerscheinungen in Quarzplatten. 424
Legt man ein circular polarisirendes Glimmerblättchen in gehöriger Lage auf das Tischlein des Polarisationsapparates; legt man alsdann ein Gypsblättchen, welches für sich allein im polarisirten Lichte farbig erscheint, so auf das Glimmerblättchen, dass die eine der Schwingungsebenen im Gypsblättchen mit der Polarisationsebene der vom unteren Spiegel kommenden Strahlen zusammenfällt, dass also die Schwingungsebenen im Gypsblättchen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen im Glimmerblättchen machen, so wird man natürlicher Weise bei gekreuzten Spiegeln gar keine Färbung des Gypsblättchens wahrnehmen; sobald man aber ein zweites Glimmerblättchen von derselben Dicke wie das untere so auf das Gypsblättchen legt, dass die Schwingungsebenen des oberen Glimmerblättchens mit denen des unteren zusammenfallen, so erscheint sogleich das Gypsblättchen gefärbt, und diese Färbung ändert sich, wenn man den oberen Spiegel des Apparates dreht, ganz in derselben Weise, als ob man eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte im Apparate hätte. Da wir nun im Stande sind, die Erscheinungen in der Combination von Gyps- und Glimmerblättchen vollständig zu analysiren, so haben wir zugleich eine Erklärung der im Quarze beobachteten Erscheinungen.

Fig. 836.



Es sei *ab*, Fig. 836, die Schwingungsebene des vom unteren Polarisationsspiegel kommenden polarisirten Strahles, *cd* und *ef* die Schwingungsebenen der beiden Strahlen im Glimmerblättchen, *ab* und *gh* die beiden Schwingungsebenen im Gypsblättchen.

Der Strahl, welcher im Glimmerblättchen parallel mit *cd* schwingt, wird bei seinem Eintritte in das Gypsblättchen in zwei Strahlen zerlegt; die Schwingungen des einen finden in der Richtung *ab*, die des anderen in der Richtung *gh* statt. Eine ähnliche Zerlegung erleidet aber auch der im Glimmerblättchen parallel mit *ef* schwingende Strahl bei seinem Eintritte in das Gypsblättchen; und so kommt es denn, dass sich im Gypsblättchen zwei Strahlen fortpflanzen, deren Schwingungen parallel mit *ab*, und zwei andere, deren Schwingungen parallel mit *gh* sind.

Die beiden parallel mit *ab* schwingenden Strahlen haben gleiche Vibrationsintensität, der eine ist aber dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt; da die beiden Strahlen nach derselben Richtung schwingen, so werden sie interferiren, sie werden durch ihr Zusammenwirken einen einzigen Strahl hervorbringen, dessen Vibrationsintensität leicht zu ermitteln ist; zu unserem Zwecke ist es aber nicht einmal nöthig, diese Vibrationsintensität zu kennen.

Auch die beiden Strahlen, welche im Gypsblättchen, parallel mit *gh* schwingend, sich fortpflanzen, haben gleiche Vibrationsintensität, und der eine ist dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt; also auch diese combiniren sich zu einem einzigen Strahle, dessen Vibrationsintensität gerade ebenso gross ist, wie die des Strahles, welcher parallel mit *ab* schwingt.

Es treten also aus dem Gypsblättchen zwei rechtwinklig zu einander polarisirte Strahlen von gleicher Vibrationsintensität aus, jeder derselben wird aber durch das obere Glimmerblättchen in einen circular polarisirten Strahl verwandelt, und durch die Interferenz dieser beiden kreisförmig polarisirten Strahlen wird die beobachtete Farbenerscheinung hervorgebracht.

Der linear polarisirte Strahl, welcher, parallel mit *ab* schwingend, aus dem Gypsblättchen austritt, wird durch das obere Glimmerblättchen, dessen Schwingungsebenen *cd* und *ef* sind, ganz so in einen circular polarisirten Strahl verwandelt, wie es oben, §. 417, gezeigt worden ist. Wenn der im Glimmerblättchen parallel mit *ef* schwingende Strahl dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorauseilt, so wird die Rotation der Aethertheilchen im resultirenden Strahle von der Rechten zur Linken gehen; der linear polarisirte Strahl aber, welcher, parallel mit *gh* schwingend, das Gypsblättchen verlässt, wird durch das obere Glimmerblättchen in einen circular polarisirten Strahl von entgegengesetzter Rotationsrichtung verwandelt.

Aus dem Glimmerblättchen treten also zwei circular polarisirte Strahlen von gleicher Intensität, aber entgegengesetzter Rotationsrichtung aus; der eine dieser Strahlen ist dem anderen um eine bestimmte Anzahl von Wellenlängen voraus, welche von der Dicke des Gypsblättchens abhängt.

Durch die Interferenz der beiden kreisförmig polarisirten Strahlen, welche aus dem Glimmerblättchen austreten, wird nun wieder linear polarisirtes Licht erzeugt, dessen Schwingungsrichtung davon abhängt, wie viel Wellenlängen der eine Strahl im Gypsblättchen dem anderen vorausgeeilt ist.

Diese Nachahmung der Farbenerscheinungen in senkrecht zur Axe geschnittenen Quarzplatten ist ein neuer Beweis für die Richtigkeit der in §. 422 vorgetragenen Erklärung.

**Farbenringe senkrecht zur Axe geschnittener Quarz- 425
platten.** Bei den bisher beschriebenen Farbenerscheinungen senkrecht zur Axe geschliffener Quarzplatten kamen nur solche Strahlen in Betracht, welche die Platte genau in der Richtung der optischen Axe durchlaufen hatten; wenn man aber eine solche Platte in der Turmalinzange dicht vor das Auge bringt, so dass auch solche Strahlen in dasselbe gelangen, welche die Platte in schräger Richtung durchlaufen haben, so sieht man das schöne Ringsystem, Fig. 3, Taf. XI, wenn die Turmaline gekreuzt sind. Dieses Ringsystem ist demjenigen anderer einaxiger Krystalle ganz ähnlich, nur ist das schwarze Kreuz in der Mitte der Figur ganz verschwunden, und nur weiter von dem Mittelpunkte entfernt sind noch schwache Spuren desselben wahrzunehmen; in der Mitte der Figur erscheint dagegen ein farbiger kreisförmiger Fleck, dessen Färbung von der Dicke der Platte abhängt; es ist dies die Farbe, welche die Quarzplatte zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates zeigt, denn dort sieht man ja nur den centralen Theil der Figur.

Descloizeaux hat die interessante Entdeckung gemacht[1]), dass die Krystalle des Zinnobers die Erscheinungen der Circularpolarisation ganz in gleicher Weise zeigen, wie die Quarzkrystalle. Die Krystalle des Zinnobers gehören gleichfalls dem drei- und einaxigen Systeme an und die senkrecht zur Axe geschliffenen Platten zeigen in dem Nörremberg'schen Polarisationsapparate das Ringsystem, Fig. 3, Taf. XI, ganz in gleicher Weise wie die senkrecht zur Axe geschliffenen Quarzplatten, wenn man sie durch ein rothes Glas betrachtet. Ebenso wie beim Bergkrystalle sind auch rechts- und linksdrehende Zinnoberkrystalle zu unterscheiden.

Auch beim schwefelsauren Strychnin hat Descloizeaux die Erscheinungen der Circularpolarisation beobachtet. V. v. Lang entdeckte, dass das schwefelsaure Aethylendiamin, welches tetragonal krystallisirt, sowohl rechts- als linksdrehende Krystalle liefere, ohne hemiëdrische Flächen zu zeigen.

Legt man zwei senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatten von vollkommen gleicher Dicke auf einander, von denen die eine rechts-, die andere linksdrehend ist, so zeigen diese zusammen zwischen den gekreuzten Turmalinen das ganz eigenthümliche Ringsystem, Fig. 4, Taf. XI, welches eine Combination von runden Ringen mit vier von der Mitte ausgehenden Spiralen ist.

Zur Beobachtung dieser Ringsysteme ist das auf S. 1082 besprochene Nörremberg'sche Linsensystem ganz besonders geeignet.

Diese Erscheinung lässt sich auch mit einer einzigen Quarzplatte schon hervorbringen, wenn man sie auf den horizontalen Spiegel des Nörremberg'schen Polarisationsapparates legt und darüber, ungefähr

[1]) Compt. rend., tom. XLIV.

in der Entfernung ihrer Brennweite, eine Sammellinse befestigt. Die Lichtstrahlen durchlaufen hier den Krystall zweimal; einmal nämlich, ehe sie auf den horizontalen Spiegel treffen, und dann, nachdem sie von demselben reflectirt worden sind; wenn die Strahlen nach ihrem ersten Durchgange durch die Platte von dem Spiegel reflectirt worden sind, so verhalten sie sich gerade ebenso, als hätten sie eine Platte von entgegengesetzter Drehungsrichtung durchlaufen.

426 **Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten. Apparate zur Messung derselben.** Während es nur wenige feste Körper giebt, welche die oben beschriebenen Erscheinungen der Circularpolarisation zeigen, hat Biot diese Eigenschaft bei mehreren Flüssigkeiten entdeckt und ist zu folgenden Resultaten gelangt:

Linksdrehende Flüssigkeiten, also solche, welche die Polarisationsebene von der Rechten zur Linken drehen, sind: französisches Terpentinöl (aus Pinus Abies und Pinus Picea gewonnen), Kirschlorbeerwasser, Lösungen von arabischem Gummi, Inulin, Amygdalin, Chinin, Morphin, Strychnin, Nicotin etc.

Rechtsdrehende Flüssigkeiten sind unter anderen: deutsches (meist in Oesterreich aus Pinus sylvestris und Pinus austriaca gewonnenes) Terpentinöl, amerikanisches Terpentinöl (zum grossen Theil von Pinus Strobus stammend), Citronenöl, wässerige Lösungen von Rohrzucker und Traubenzucker, Auflösungen von Weinsäure und mehrere andere.

Die meisten ätherischen Oele besitzen die Eigenschaft der Circularpolarisation, und es kann dieselbe in manchen Fällen als ein Prüfungsmittel auf ihre Reinheit benutzt werden. Nach J. Frank's Versuchen beträgt die Grösse der Drehung in einer 5 cm langen Röhre bei Anwendung von gelbem Lichte für

Ol. aurant. dulce . . .	+ 45°	Ol. Piperis	— 1,5
„ „ amarum . .	+ 38	„ Rosarum	— 2,9
„ Carvi	+ 40	„ Lavendulae . . .	— 3,3
„ Citri	+ 31	„ Absynthii	— 6,3
„ Terebinth. amer. . .	+ 8,5	„ Cubebarum . . .	— 17
„ „ germ. . .	+ 8,5	„ Tereb. gall. . . .	— 17
„ Bergamottae . . .	+ 6,5	„ Templinum . . .	— 36

Die rechtsdrehenden Flüssigkeiten sind mit +, die linksdrehenden sind mit — bezeichnet.

Das Drehungsvermögen dieser Flüssigkeiten ist weit schwächer als das des Bergkrystalles, d. h. eine Quarzplatte von geringer Dicke bringt dieselben Erscheinungen hervor, wie eine flüssige Säule von ziemlich bedeutender Höhe; eine Quarzplatte zeigt z. B. dieselben Farben wie eine 68 mal höhere Säule Terpentinöl; da aber dünne Quarzplatten nur wenig brillante Farben zeigen, so ist klar, dass schon eine Terpentinölsäule

von ziemlich bedeutender Höhe erforderlich ist, um die Farbenerscheinungen recht deutlich beobachten zu können. Das Drehungsvermögen des Citronenöles ist stärker als das des Terpentinöles, denn eine Säule von Citronenöl zeigt dieselben Farben, wie eine doppelt so hohe Säule von Terpentinöl.

Auch im Dampf des Terpentinöles hat Biot die Eigenschaft der Kreispolarisation nachgewiesen; um aber hier die Erscheinung wahrnehmen zu können, muss man natürlich noch ungleich längere Röhren anwenden als bei Flüssigkeiten.

Um die Natur der Circularpolarisation einer Flüssigkeit vollständig zu bestimmen, ist auszumitteln, ob sie rechts- oder linksdrehend ist und wie viel Grade der Drehungsbogen beträgt, um welchen bei einer gegebenen Höhe der flüssigen Säule die Polarisationsebene der verschiedenfarbigen Strahlen gedreht wird. Wir werden in einem späteren Paragraphen hierauf zurückkommen und hier zunächst die experimentellen Hülfsmittel hierzu näher kennen lernen.

Zur Beobachtung der Kreispolarisation in Flüssigkeiten kann in Ermangelung anderer Instrumente der Nörremberg'sche Polarisationsapparat dienen, zu dessen Analysator man am zweckmässigsten ein Nicol'sches Prisma anwendet. Die Flüssigkeiten werden zu diesem Zwecke in eine oben offene, unten durch eine ebene Glastafel verschlossene Glasröhre gegossen und diese dann auf das mittlere Tischchen des Apparates gestellt. Der untere Theil dieser Röhre mit ihrer Fassung und der sie verschliessenden Glasplatte ist Fig. 837 ungefähr in $1/2$ der natürlichen Grösse im Durchschnitte dargestellt; die Röhre muss so lang sein, als es der Abstand des Tischleins und des Nicols irgend erlaubt. Es ist gut, wenn die Röhre graduirt ist, so dass man stets unmittelbar die Höhe der flüssigen Säule ablesen kann. Damit die Farbenerscheinung möglichst lebhaft wird, muss der Zutritt von fremdem Lichte abgehalten werden, was am leichtesten dadurch geschieht, dass man die Glasröhre mit einem hohlen Cylinder von schwarzem Tuch umgiebt und auch den Fuss der Röhre mit schwarzem Tuch belegt.

Fig. 837.

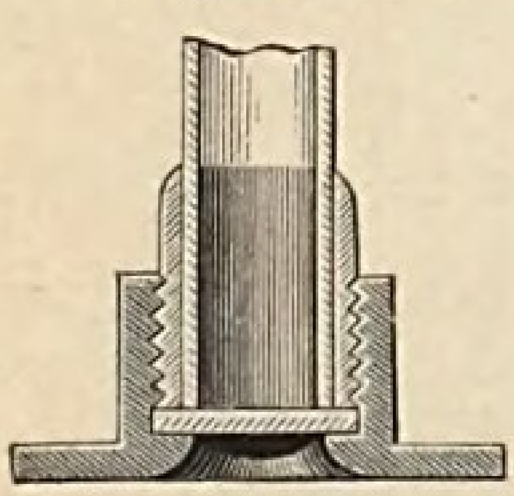


Fig. 838 (a. f. S.) stellt den Apparat dar, dessen sich Biot zur Untersuchung der Circularpolarisation in Flüssigkeiten bediente. Die zu untersuchende Flüssigkeit ist in der an beiden Enden mit Glasplatten geschlossenen Röhre *d* enthalten, zu deren Aufnahme die Rinne *g* dient. An einem Ende der Rinne *g* ist das kurze Rohr *b* befestigt, am anderen Ende derselben befindet sich das Rohr *a*. Die Axen von *a*, *d* und *b* fallen in eine gerade Linie zusammen.

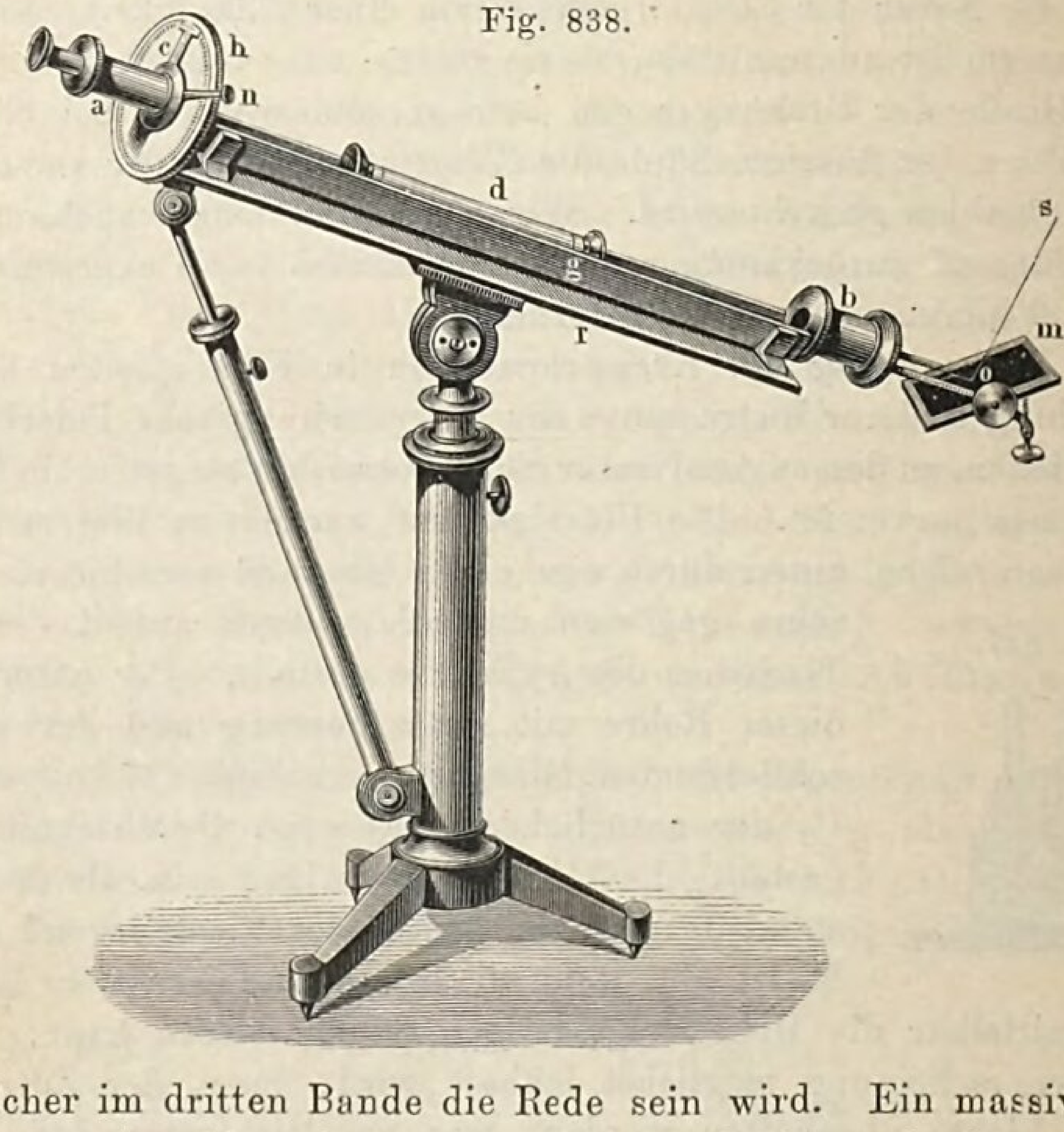
Der aus schwarzem Glase verfertigte Polarisationsspiegel *m* wird so gestellt, dass die von ihm reflectirten Strahlen die Richtung der Axen der Röhren *b*, *d* und *a* verfolgen. Die Röhre *a* enthält als Analysator

ein achromatisirtes doppeltbrechendes Prisma oder auch ein Nicol'sches Prisma.

Die Röhre *a* ist sammt dem Analysator, welchen sie enthält, um ihre Axe drehbar, und die Grösse der Drehung wird auf dem getheilten Kreise *h* abgelesen.

Fig. 839 stellt einen anderen zur Beobachtung der Circularpolarisation in Flüssigkeiten von Jolly möglichst einfach construirten Apparat dar, welcher auch benutzt werden kann, um die durch den galvanischen Strom hervorgebrachte Drehung der Polarisationsebene zu beobachten,

Fig. 838.



von welcher im dritten Bande die Rede sein wird. Ein massives Holzgestell trägt eine 50 cm lange, 2 cm dicke und $3^1/_2$ cm breite, zum Theil in der Mitte mit einer breiten Spalte versehene Leiste *a b*. An dem einen Ende derselben befindet sich ein verticaler Theilkreis, dessen Ebene rechtwinklig steht auf der Längsrichtung der Leiste. In der Mitte dieses Theilkreises steht in einer Hülse, die sich zugleich mit dem Nonius dreht, das Nicol'sche Prisma *c*. Diesem gegenüber, am anderen Ende der Leiste, ist ein zweites Nicol'sches Prisma angebracht, welches möglichst gross sein muss. Man kann es nach Belieben höher und tiefer stellen und seinen Träger auch um eine verticale Axe drehen, so dass man seine Axe leicht parallel mit den Kanten der Leiste *a b* und in die Verlängerung der Axe des Nicols *c* bringen kann.

Die Röhre, welche die zu untersuchende Flüssigkeit enthält, wird auf die Träger *d* und *f* gelegt, die man nach Belieben höher und tiefer stellen, richten und verschieben kann.

Fig. 840 stellt eine solche Röhre im Durchschnitt dar. Die Glasröhre, welche die Flüssigkeit aufnimmt, ist, zur Abhaltung des fremden Lichtes, mit einer Hülse von Holz oder Messingblech umgeben. — Der Durchmesser der inneren Röhre beträgt 7 bis 14 mm. In unserer Zeichnung ist der Durchmesser der Röhre zu gross im Verhältniss zur Länge.

Da die drehende Kraft der Flüssigkeiten meist ziemlich gering ist, so muss man dafür sorgen, dass auch noch die geringsten Drehungen

Fig. 839.

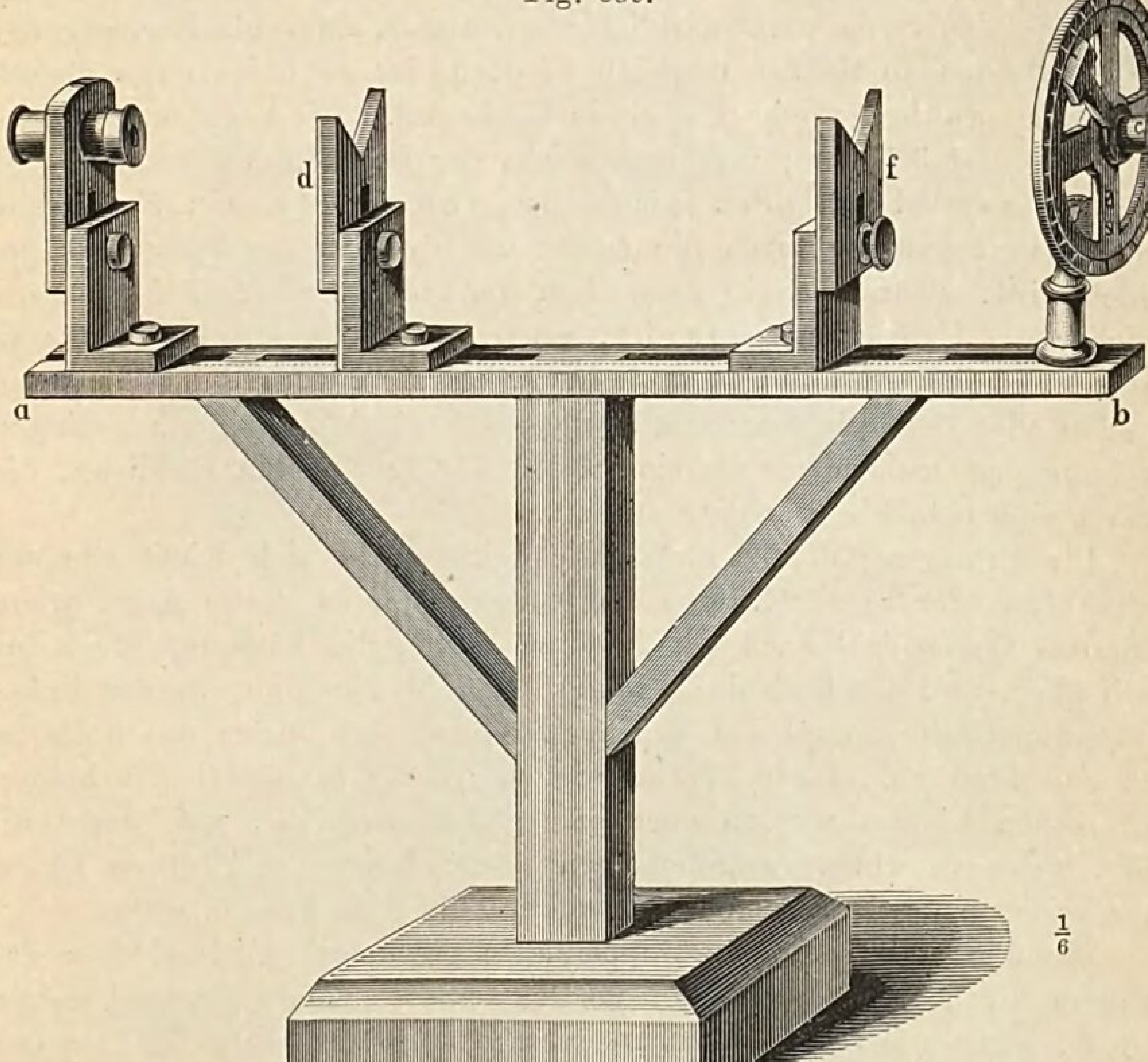
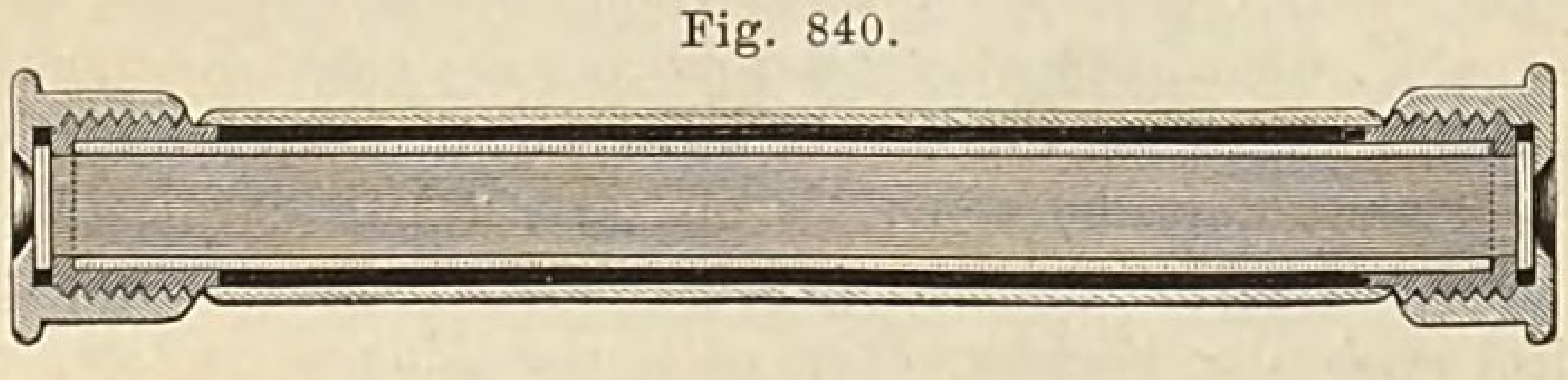


Fig. 840.

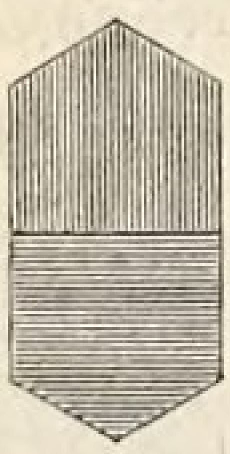


merklich gemacht werden. Pouillet erreichte dies durch die von Soleil construirte doppelte Quarzplatte (double plaque). Sie besteht aus zwei senkrecht zur Axe geschnittenen, neben einander gekitteten Quarzplatten, von denen die eine rechts-, die andere linksdrehend ist. Das letzte Abschleifen und Poliren geschieht natürlich erst nach dem Zusammenkitten, so dass beide Hälften vollkommen gleich dick sind.

Fig. 841 stellt eine solche doppelte Platte dar; die rechtsdrehende und die linksdrehende Hälfte sind durch die Schraffirung unterschieden.

Nach den Auseinandersetzungen in §. 415 erscheinen die beiden Hälften einer solchen Platte vollkommen gleich gefärbt, wenn sie sich zwischen parallelen oder zwischen gekreuzten Spiegeln befindet. Dreht man den Zerleger aus dieser Lage heraus, so erscheinen die beiden Hälften ungleich gefärbt.

Fig. 841.



Wenn nun schon eine ganz geringe Drehung des Zerlegers dadurch merklich werden soll, dass die Färbung der beiden Hälften ungleich wird, so ist es keineswegs gleichgültig, welche Dicke die Platte hat. Die geeignetste Dicke ist 3,75 mm; bei dieser Dicke der Doppelplatte erscheint sie zwischen parallel gestellten Nicols purpurviolett, ein Farbenton, welcher vorzugsweise durch die äussersten Strahlen des Spectrums gebildet wird, während Gelb demselben ganz fehlt. Dieser Farbenton, welcher die Uebergangsfarbe, empfindliche Farbe (teinte de passage, couleur sensible) genannt wird, hat die Eigenschaft, sehr rasch in Blau oder Roth überzugehen, so dass schon bei einer ganz geringen Drehung des Ocularnicols die eine Hälfte der Platte eine röthliche, die andere eine bläuliche Färbung annimmt.

Die Erklärung dieser Empfindlichkeit ergiebt sich leicht aus der Betrachtung der Fig. 804. Bei der rechtsdrehenden Hälfte geht, wenn man das Ocularnicol nach der Rechten dreht, die Färbung rasch ins Roth über, weil das Roth dabei zu-, das Blau abnimmt; in der linksdrehenden Hälfte nimmt bei gleicher Drehung des Nicols das Roth ab und das Blau zu. Diese Veränderungen in der Intensität des blauen und rothen Lichtes werden aber hier gleich merklich, weil das Gelb fehlt, welches geringe Veränderungen in den blauen und rothen Tönen ganz verdecken würde, wenn es in voller Stärke vorhanden wäre.

Dieselbe 3,75 mm dicke Doppelplatte erscheint gelb zwischen gekreuzten Nicols. Hier muss man das Ocularnicol schon bedeutend weiter drehen, wenn die Ungleichheit in der Färbung der beiden Hälften der Platten merklich werden soll.

Befindet sich die 3,75 mm dicke Doppelplatte zwischen parallelen Nicols, so wird, wenn man ausser derselben noch einen schwach rechts- oder schwach linksdrehenden Körper zwischen die Nicols einschiebt, der Effect fast ganz derselbe sein, als ob man des Ocularnicol nach der Linken oder nach der Rechten gedreht hätte. Man muss nun das Ocularnicol nach der Rechten oder nach der Linken drehen, um die Gleichheit der Färbung wieder herzustellen.

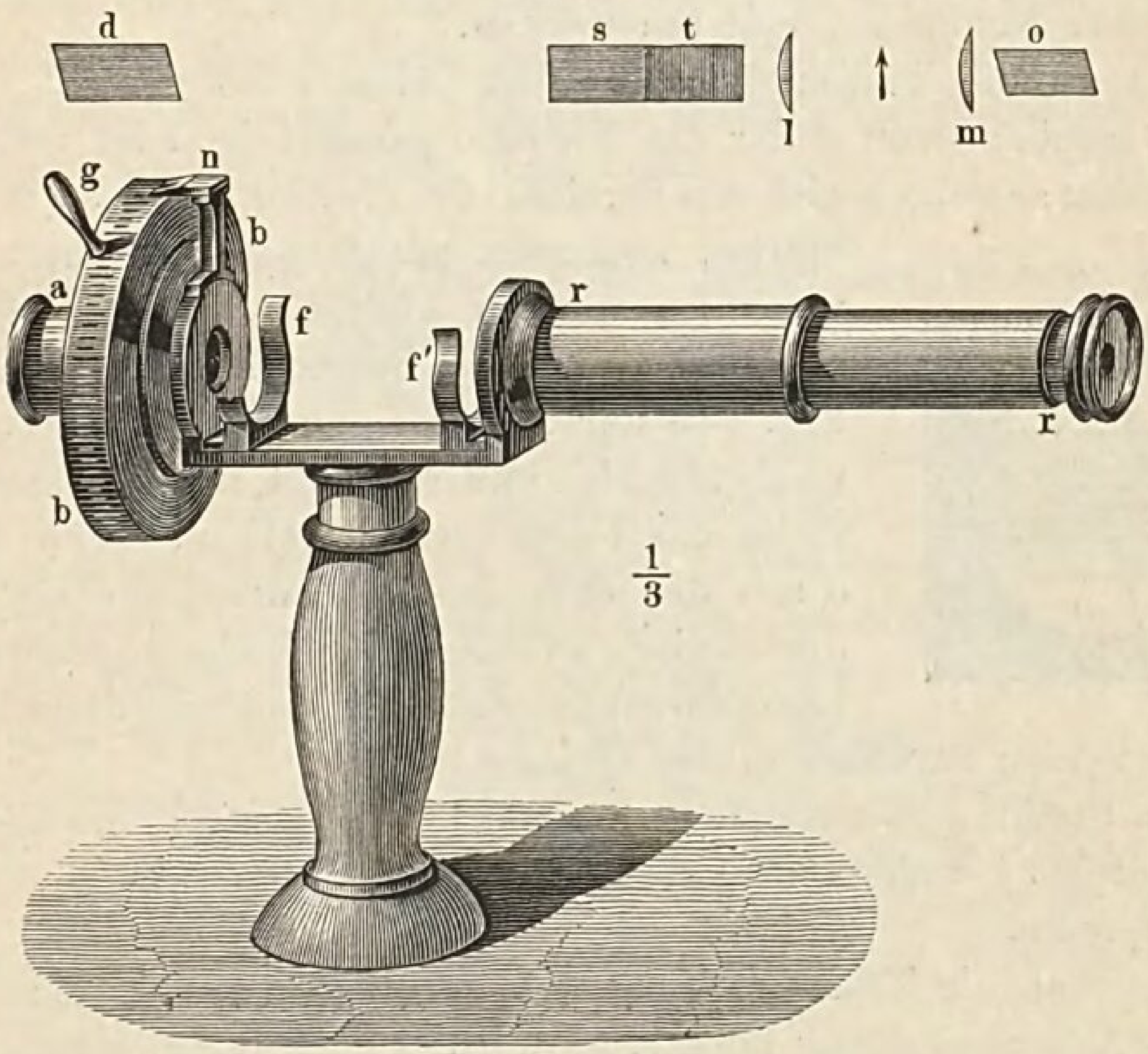
Der Winkel, um welchen man das Ocularnicol drehen muss, um die Gleichheit der Färbung in beiden Hälften der Doppelplatte wieder herzustellen, ist die Grösse, um welche der eingeschobene Körper die gelben Strahlen dreht.

In dem Apparate, Fig. 839 wird die doppelte Platte am besten da-

durch angebracht, dass man sie mittelst Kork in eine Messinghülse fasst, welche an das erste Nicol angeschoben wird, und zwar an die Seite, welche dem Oculararnicol zugewandt ist.

Wenn die Drehung der Polarisationsebene in demjenigen Körper, welcher sich mit der doppelten Platte zwischen den beiden Nicols befindet, bedeutender wird, so ist es bei einfallendem weissem Lichte nicht mehr möglich, durch Drehung des Ocularnicols die Gleichheit der Farben in den beiden Hälften der doppelten Platte wieder herzustellen, wie sich aus den Gesetzen der Circularpolarisation leicht nachweisen lässt; in

Fig. 842.



diesem Falle bedarf man aber auch der doppelten Platte gar nicht mehr, um die Erscheinungen der Circularpolarisation mit genügender Schärfe beobachten zu können.

Mit bestem Erfolge hat Wild das Princip des Savart'schen Polariskops (S. 1105) benutzt, um einen Apparat zu construiren, welcher die geringste Drehung der Polarisationsebene merklich macht, und den er Polaristrobometer nennt.

In Fig. 842 ist das Wild'sche Instrument dargestellt. Das Rohr *rr*, welches in das Stativ festgeschraubt ist, enthält zunächst zwei gekreuzte, unter 45° zur optischen Axe geschnittene 20 mm dicke Quarzplatten *s* und *t*, deren feines Streifensystem im polarisirten Lichte mit einem schwach vergrössernden astronomischen Fernrohr (Objectiv *l* 33 mm, Ocular *m* 24 mm Brennweite), in welchem sich an der Stelle des kleinen Pfeiles ein Fadenkreuz befindet, betrachtet wird. Vor dem Ocular *m* befindet sich ein Nicol'sches Prisma *o*, dessen

Schwingungsebene einen Winkel von 45° mit den beiden aus t austretenden Strahlen macht. Behufs der Beobachtung muss das Ocularrohr so weit ausgezogen werden, dass man das Fadenkreuz scharf sieht.

Am anderen Ende des Apparates befindet sich ein kurzes Rohr a, dessen Axe die Verlängerung der Axe des Rohres rr bildet. In a befindet sich ein Nicol'sches oder Foucault'sches Prisma d. Die Hülse a bildet ein Ganzes mit der am äusseren Umfange getheilten Trommel b, welche mittelst des Handgriffes g sammt dem in a befindlichen Nicol um ihre Axe gedreht werden kann. Die Grösse der Drehung kann an dem Nonius n abgelesen werden.

Hat man die Trommel sammt dem Nicol d so gestellt, dass die Schwingungsebene von d der des Nicols o parallel ist oder rechtwinklig auf ihr steht, so zeigen sich die Streifen des Plattenpaares st in grösster Stärke, und zwar mit farbigen Säumen bei Anwendung weissen Lichtes, dagegen als scharfe dunkle Streifen in homogenem Lichte, wie die Fig. 843 darstellt, dagegen verschwinden sie vollständig und es bleibt im Gesichtsfelde nur mehr das Fadenkreuz sichtbar, wenn das Nicol d aus der eben besprochenen Lage um 45° gedreht wird, so dass die Schwingungsebene von d zusammenfällt mit der Schwingungsebene des einen der beiden Strahlen in der Quarzplatte s.

Fig. 843.



Diese Stellung des Nicols d, für welche die Streifen des gekreuzten Plattenpaares st vollständig verschwinden, wollen wir die Anfangsstellung nennen.

Dreht man die Trommel b mit dem Nicol d nur im mindesten aus dieser Anfangsstellung heraus, so werden die Streifen sogleich wieder sichtbar, und zwar werden sie um so kräftiger, je weiter man dreht.

Befindet sich das Nicol d in seiner Anfangsstellung, so werden die Streifen der gekreuzten Quarzplatten sogleich wieder sichtbar, wenn man zwischen die Federn f und f' ein an beiden Enden geschlossenes Rohr einschiebt, welches mit einer circular polarisirenden Flüssigkeit gefüllt ist.

Durch die eingeschobene Flüssigkeitssäule wird die Polarisationsebene der aus dem Nicol d kommenden Strahlen um den Winkel x gedreht, man muss also das Nicol d um den Winkel x nach links oder nach rechts drehen, um die Streifen wieder zum Verschwinden zu bringen.

Wenn die Drehung der Polarisationsebene durch die eingeschobene Flüssigkeitssäule etwas gross (etwa über 5°) ist, so gelingt es nicht mehr, bei Anwendung von weissem Lichte die Streifen zum Verschwinden zu bringen, weil eben die Drehung der Polarisationsebene nicht für alle Farben dieselbe ist; in solchem Falle ist es zweckmässiger, mit homo-

genem Lichte zu arbeiten, und zwar am besten im dunklen Zimmer mit einer durch Kochsalz gelb gefärbten Weingeist- oder Gasflamme.

Die Einstellung auf das Verschwinden der Streifen lässt sich mit weit grösserer Sicherheit und Schärfe ausführen, als die auf Gleichheit der Färbung der beiden Hälften der oben besprochenen Doppelplatte von Quarz. Deshalb gewährt die Wild'sche Vorrichtung bei gleicher Röhrenlänge grössere Genauigkeit, bei gleicher Genauigkeit kann man aber weit kürzere Röhren in Anwendung bringen, was namentlich dann von grossem Vortheil ist, wenn die zu bestimmende Flüssigkeit nicht ganz farblos ist.

Bei dem in Fig. 842 abgebildeten kleineren Wild'schen Saccharimeter sind die Röhren 5 cm lang, also viermal kürzer als bei dem Soleil'schen. (Näheres siehe in der Schrift: „Ueber ein neues Polaristrobometer“ von Prof. Wild, Bern 1865.)

Saccharimeter, Halbschattenpolarimeter von Laurent, 427
Cornu, Jellet und Lippich. Die Circularpolarisation hat auch eine technische Bedeutung gewonnen, seit man sie in Anwendung gebracht hat, um den Zuckergehalt des Syrups und anderer zuckerhaltiger Flüssigkeiten zu bestimmen. Man hat zu diesem Zwecke besondere Apparate construirt, welche den Namen Saccharimeter führen.

Mitscherlich's Saccharimeter ist im Wesentlichen nach dem Princip des Apparates Fig. 839 construirt, sei es nun mit oder ohne doppelte Quarzplatte. Die Röhre hat eine Länge von 200 mm. Bei dieser Röhrenlänge beträgt die Drehung der Polarisationsebene (nach rechts) für jedes Gramm Rohrzucker, welches in 100 g Wasser enthalten ist, $0{,}75^0$. Beträgt also für eine gegebene Zuckerlösung die Grösse der Drehung (für gelbes Licht) x Grade, so enthält dieselbe $x \,.\, 0{,}75$ g Zucker auf 100 g Wasser.

Für ein Wild'sches Saccharimeter mit 50 mm langer Röhre entspricht demnach jedem Grade Drehung ein Zuckergehalt von $4 \,.\, 0{,}75$, also von 3 g Zucker auf 100 g Wasser.

Beim Soleil'schen Saccharimeter dagegen wird nicht die Drehung der Polarisationsebene gemessen, welche die Zuckerlösung hervorbringt, sondern es wird die Dicke einer senkrecht zur Axe geschliffenen Quarzplatte ermittelt, deren Circularpolarisation gleich ist derjenigen, welche die zu prüfende Zuckerlösung hervorbringt.

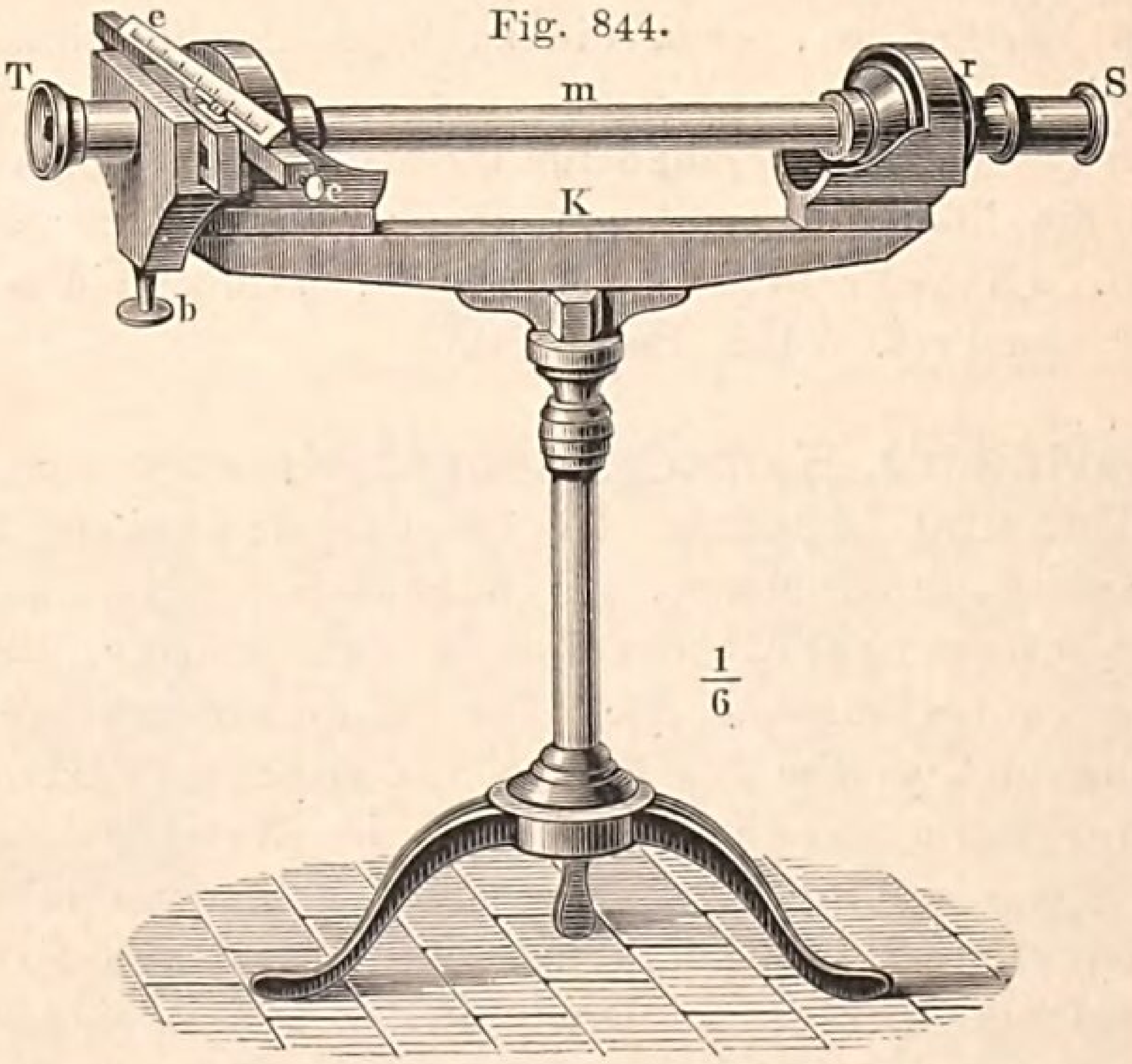
Fig. 844 (a. f. S.) stellt das Soleil'sche Saccharimeter dar. Das Licht einer Argand'schen Lampe fällt durch ein in der Röhre S befindliches achromatisirtes Doppelspathprisma, welches den gewöhnlich gebrochenen Strahl auf die Seite lenkt, in den Apparat ein, geht alsdann durch die bei r befindliche doppelte Quarzplatte und durch die in der Röhre m enthaltene Zuckerlösung hindurch. In der Röhre bei T endlich ist das als Analysator dienende Doppelspathprisma enthalten, welches bei

diesem Apparate nicht um seine Axe gedreht wird, sondern so gestellt ist, dass seine Schwingungsebene mit der des Prismas bei S parallel ist.

Zwischen der Röhre m und dem Analysator bei T befindet sich nun eine eigenthümliche, aus keilförmigen Quarzplatten construirte Compensationsvorrichtung, welche wir nun genauer betrachten müssen.

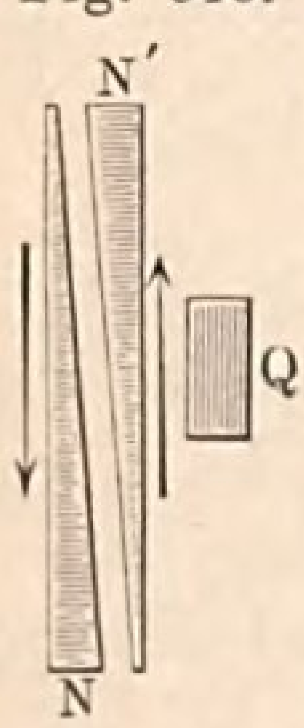
Die aus dem Rohre m austretenden Strahlen durchlaufen zunächst eine einfache, senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte Q, Fig. 845,

Fig. 844.



von beliebiger Dicke und von beliebiger Rotationsrichtung; auf diese Platte folgen aber zwei Quarzkeile, N und N', deren äussere Flächen gleichfalls rechtwinklig zur Krystallaxe sind, und deren Rotationsrichtung der der Platte Q entgegengesetzt ist, so also, dass die beiden Keile N und N' linksdrehend sind, wenn Q rechtsdrehend ist.

Fig. 845.



Die beiden Keile N und N' bilden also zusammen eine Quarzplatte, deren parallele Oberflächen senkrecht zur Axe sind, deren Dicke aber variabel ist, je nachdem man sie mehr oder weniger über einander schiebt. Dieser Soleil'sche Compensator aus Quarzplatten darf nicht mit dem Babinet'schen (S. 1137) verwechselt werden. Bei letzterem liegen ja die optischen Axen senkrecht auf einander, aber parallel mit den Platten, beim Soleil'schen dagegen steht die optische Axe senkrecht auf beiden Platten.

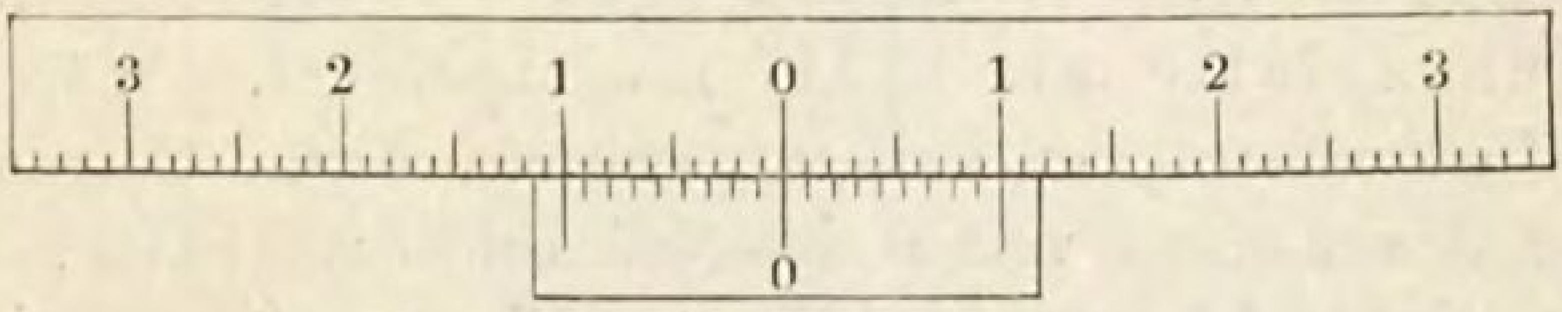
Bei einer bestimmten Stellung der beiden Keile hat die Platte, welche sie bilden, gleiche Dicke mit der Platte Q, so also, dass die durch Q hervorgebrachte Drehung der Polarisationsebene durch die Keile N und N' wieder aufgehoben wird.

Die Quarzkeile N und N' sind in Metallfassungen eingesetzt, welche durch Vermittelung des Knopfes b, Fig. 844, nach entgegengesetzter Richtung (entweder in oder gegen die Richtung der Pfeile, Fig. 845) verschoben werden können; durch diese Verschiebung aber kann die Dicke der durch die Combination der Keile N und N' gebildeten Platte nach Belieben vermehrt und vermindert werden.

Die Fassung des Keiles N' trägt oben die auch in Fig. 844 sichtbare Theilung e, die Fassung des Keiles N trägt einen zu dieser Theilung gehörigen Nonius v. Durch die Verschiebung der Quarzkeile werden auch die Theilung e und der Nonius v gegen einander verschoben.

Fig. 846 stellt die Theilung e und den Nonius v in grösserem Maassstabe dar. — Der Nullpunkt der Theilung e befindet sich in der Mitte und die Theilstriche werden von diesem Nullpunkte an entweder

Fig. 846.



nach der Rechten oder nach der Linken gezählt. Wenn der Nullpunkt des Nonius mit dem Nullpunkte der Theilung zusammenfällt, so bilden die Keile N und N' zusammen eine Platte, welche genau ebenso dick ist, wie die Platte Q.

Die Theilung ist so eingerichtet, dass die Dicke der durch die Keile N und N' gebildeten Platte um 1 mm wächst oder abnimmt, wenn der Nonius um 10 Theile der Haupttheilung nach der einen oder nach der anderen Seite verschoben wird. Eine Verschiebung um 1 Theilstrich entspricht also einer Veränderung der Dicke um $^1/_{10}$ mm und da der Nonius so eingerichtet ist, dass man mit Hülfe desselben noch Verschiebungen von $^1/_{10}$ der Haupttheilung ablesen kann, so ist klar, dass man die Veränderung der Dicke der Compensatorplatten noch bis auf $^1/_{100}$ mm genau ablesen kann.

Wenn der Nonius auf dem Nullpunkte der Theilung steht, so sieht der bei T in das Instrument schauende Beobachter die beiden Hälften der doppelten Quarzplatte bei r gleich gefärbt, wenn die Röhre m ganz fehlt oder wenn sie mit einer Flüssigkeit gefüllt ist, welche keine Circularpolarisation bewirkt.

Bringt man nun aber eine Röhre m in den Apparat, welche eine circular polarisirende Flüssigkeit enthält, so erscheinen die beiden Hälften der doppelten Quarzplatte ungleich gefärbt und man muss nun die beiden Quarzkeile nach der einen Seite hin verschieben, wenn die Flüssigkeit eine rechtsdrehende, nach der anderen Seite, wenn sie eine linksdrehende ist, um zu bewirken, dass die beiden Hälften der doppelten Platte wieder gleich gefärbt erscheinen. — An dem Nonius kann man alsdann ablesen, wie gross die Dicke einer Quarzplatte ist, welche die

Wirkung der in *m* enthaltenen entgegengesetzt drehenden Flüssigkeit gerade aufzunehmen im Stande ist.

Nach gehöriger Einstellung möge z. B. der Nullpunkt des Nonius bei 5,7 stehen, das heisst also: die in der Röhre *m* enthaltene Flüssigkeit bringt eine ebenso starke Circularpolarisation hervor, wie eine 0,57 mm dicke senkrecht zur Axe geschliffene Quarzplatte.

Durch genaue Versuche hat man ermittelt, dass eine Zuckerlösung, welche auf 100 ccm Lösung 16,417 g reinen krystallisirten Zuckers enthält, in der 20 cm langen Röhre *m* des Apparates, Fig. 844, eine ebenso starke Drehung der Polarisationsebene bewirkt, wie eine 1 mm dicke Quarzplatte, nämlich 24^0 für Licht der Linie *D*.

Da nun das Drehungsvermögen der in der Röhre *m* enthaltenen Zuckerlösung ihrem Zuckergehalt proportional ist, so findet man, wie viel Gramm Rohrzucker in 100 ccm Lösung enthalten sind, wenn man die an dem Nonius abgelesene Dicke der compensirenden Quarzplatte mit 16,417 multiplicirt. Wäre z. B. in der Röhre eine Zuckerlösung enthalten gewesen, deren Compensation eine Verschiebung des Nonius von 0 bis 5,7 erfordert hatte, so wäre der Zuckergehalt dieser Lösung $16,417 \times 0,57 = 9,358$, das heisst auf 100 ccm der Lösung enthält sie 9,358 g Rohrzucker.

Sind die zu untersuchenden Flüssigkeiten gefärbt, so ist manchmal die sogenannte Uebergangsfarbe (das Purpurroth) nicht sehr geeignet zu einer scharfen Bestimmung. Man verändert dann den Farbenton entweder durch vorgehaltene gefärbte Gläser oder besser mittelst einer eigenen von Soleil unter dem Namen Illuminator dem Apparate beigegebenen, vor das Ocular aufzusteckenden Vorrichtung, welche aus einer senkrecht zur Axe geschnittenen Quarzplatte und einem vor derselben drehbaren Doppelspathprisma besteht.

Mittelst dieser Vorrichtung ist man im Stande, eine ganze Reihenfolge von Farbentönen zu erzeugen, von welchen man die fahlen Mischfarben als die empfindlichsten auswählt, um bei jeder derselben die Gleichheit der Färbung beider Hälften des Gesichtsfeldes zu prüfen und die Einstellung des Compensators erst dann als die richtige anzusehen und abzulesen, wenn sie sich bei allen durch den Illuminator herstellbaren Farbentönen bewährt hat.

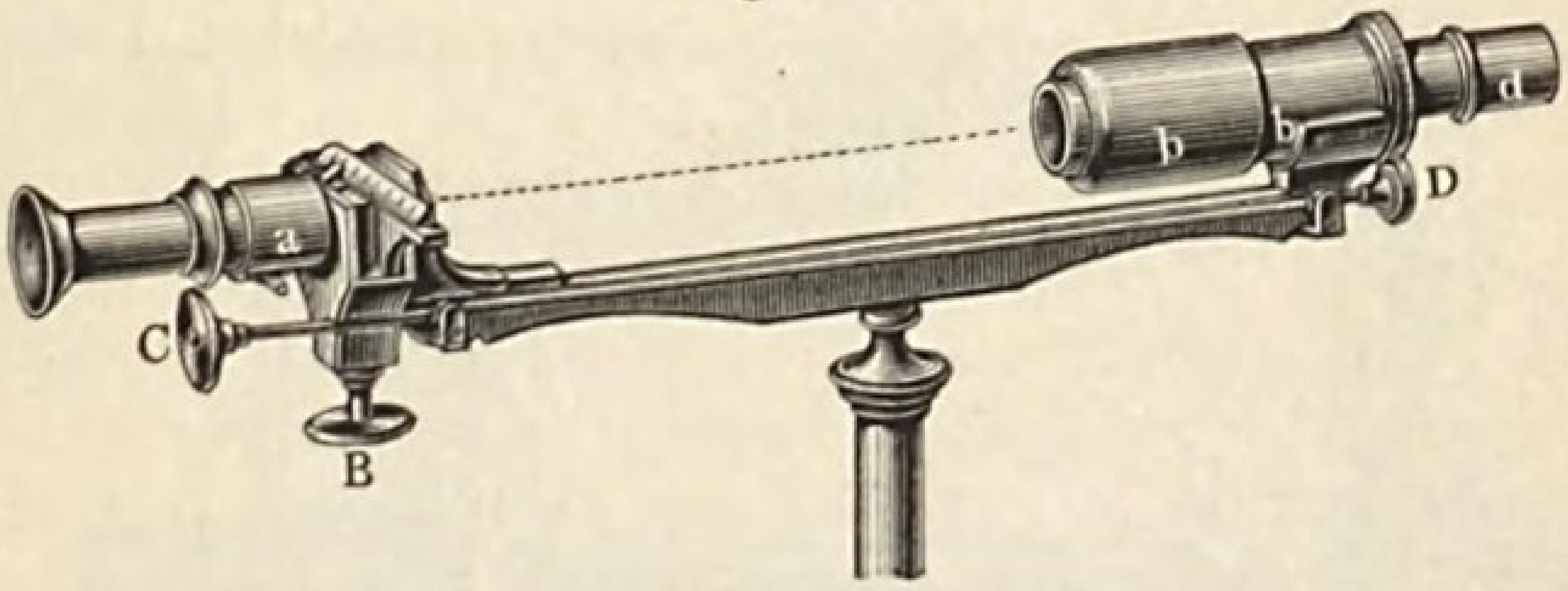
Als die empfindlichste dabei auftretende Farbenmischung wird die sogenannte „Mondscheinfarbe“ bezeichnet.

Während beim Soleil'schen Saccharimeter der Erzeuger des empfindlichen Farbentons in Combination mit einem Linsensystem, welches wie ein holländisches Fernrohr zusammengesetzt ist, das Ocularende des Apparates bildet, hat Ventzke die Soleil'sche Construction dadurch zweckmässig abgeändert, dass er den Erzeuger des empfindlichen Farbentons am anderen Ende des Apparates anbrachte.

Fig. 847 stellt den oberen Theil des Ventzke-Soleil'schen Saccharimeters dar, welches namentlich von dem Mechaniker Franz

Schmidt in Berlin vortrefflich ausgeführt wird. Der mittlere Theil entspricht vollkommen dem Apparate Fig. 847. Der Polarisator mit der doppelten Quarzplatte befindet sich in *b*, der Analysator, dessen Schwingungsebene parallel ist dem des Polarisators in *b*, befindet sich in *a*. Die Quarzkeile mit der zugehörigen Quarzplatte sind ganz so angebracht, wie beim Soleil'schen Apparate. Wie dort ist vor dem Analysator *a* ein kleines holländisches Fernrohr *c* angebracht, dessen Linsen so berechnet sind, dass man durch dasselbe ein deutliches Bild der doppelten

Fig. 847.



Quarzplatte sieht. Durch Einschieben oder Ausziehen der Ocularlinse dieses kleinen Fernrohres kann man den Apparat für jedes Auge accommodiren.

Der Erzeuger der empfindlichen Farbe befindet sich in dem kurzen Rohre *d*. Er besteht aus einem Nicol und einer senkrecht zur Axe geschliffenen Quarzplatte, welche sich zwischen diesem Nicol und dem in *b* angebrachten befindet. Das Rohr *d* ist sammt Nicol und Quarzplatte um seine Axe drehbar und diese Umdrehung ist mittelst der Stange *CD* ausführbar, welche einerseits mit dem Knopfe *C*, andererseits mit dem gezahnten Trieb *D* endigt.

Wenn man durch das Ocularrohr *c* in den Apparat hineinschaut, bevor noch eine Flüssigkeitsröhre eingelegt ist, so erscheinen die beiden Hälften der Doppelplatte gleich gefärbt, wie man auch das Rohr *d* mittelst des Knopfes *C* drehen mag. Durch diese Drehung wird der Farbenton der beiden Hälften in gleicher Weise geändert.

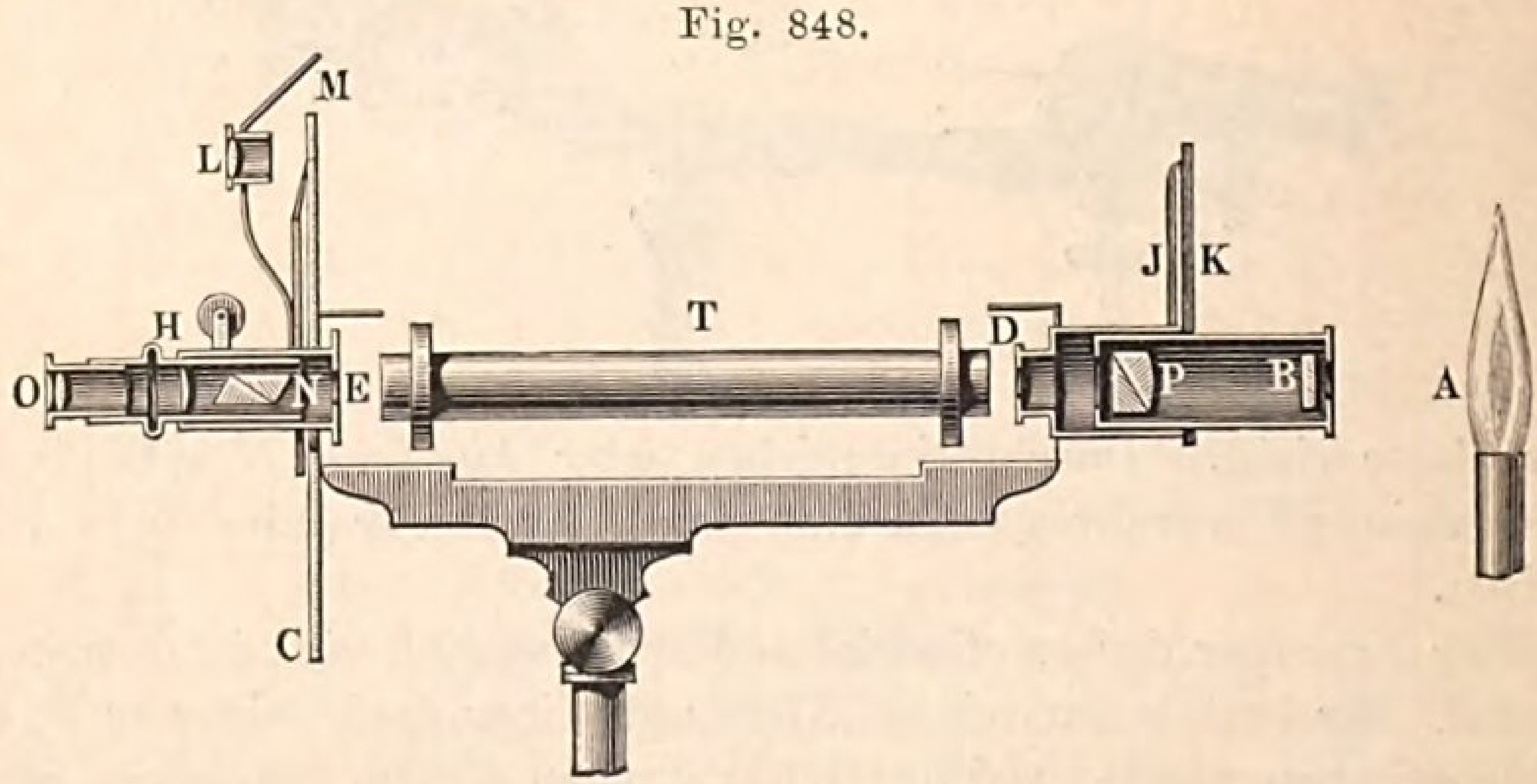
Wird nun die Röhre mit der circular polarisirenden Flüssigkeit eingelegt, so erscheinen die beiden Hälften der Doppelplatte ungleich gefärbt und die Gleichheit der Färbung wird durch Verschiebung der Quarzkeile mittelst des Knopfes *B* bewirkt.

Ist es aber nicht der für das Auge empfindlichste Farbenton, welchen die beiden Hälften der Doppelplatte jetzt zeigen, so können kleine Verschiedenheiten dem Auge des Beobachters entgehen und diese kann man dadurch sichtbar machen, dass man den Erzeuger des empfindlichen Farbentones mit Hülfe des Knopfes *C* umdreht, bis diese Differenz möglichst merklich geworden ist. Ist dies geschehen, so wird die Gleichheit der Färbung der beiden Hälften der Doppelplatte abermals durch eine entsprechende Verschiebung der Quarzkeile hergestellt und dann der Nonius abgelesen.

Die vorstehend beschriebenen gewiss sehr geistreich erdachten Instrumente leiden an dem Umstande, dass das andauernde Arbeiten mit denselben das Auge sehr ermüdet und bei gefärbten Flüssigkeiten Schwierigkeiten bereitet. Sie sind daher durch die nachfolgend beschriebenen Halbschatteninstrumente verdrängt worden. Wir beschreiben zunächst das Halbschattensaccharimeter von L. Laurent.

Fig. 848 giebt einen Verticaldurchschnitt, Fig. 849 eine perspectivische Darstellung dieses Instrumentes. Das gelbe Licht der Natriumflamme *A*, welche von einem eigenthümlich construirten Brenner *V* gespeist wird, fällt zuerst auf die zwischen Glasplättchen eingeschlossene

Fig. 848.



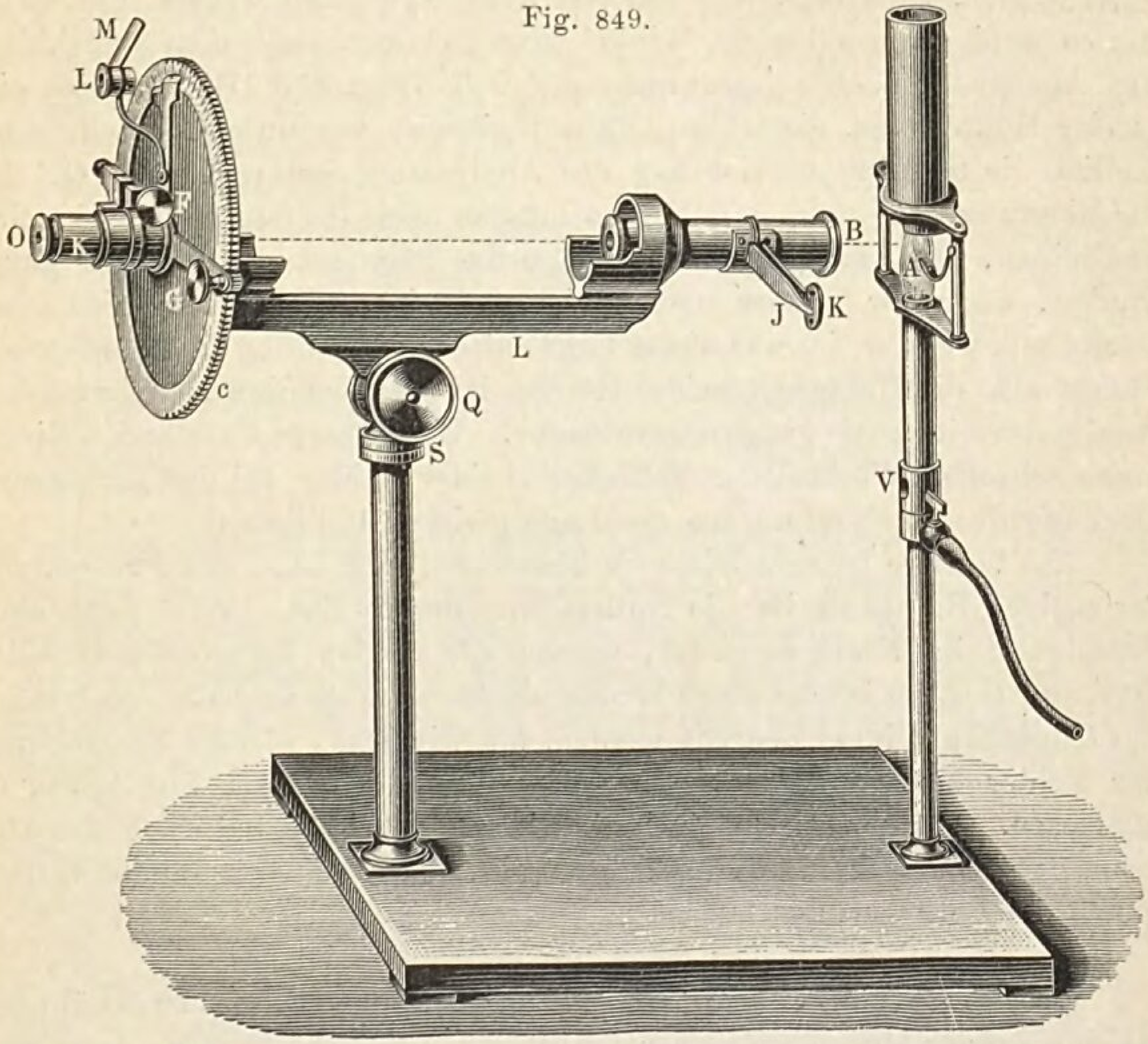
Platte *B* von doppeltchromsaurem Kali, welche die letzten Antheile andersfarbigen, insbesondere violetten und bläulichen Lichtes absorbirt. Das so möglichst homogenisirte Licht wird im Polarisator *P*, einem combinirten Doppelspathprisma mit vorgesetztem Diaphragma, welches nur den ausserordentlichen Strahl durchlässt, geradlinig polarisirt und dringt dann durch ein zweites Diaphragma *D*, dessen eine Hälfte durch eine dünne axenparallele Quarzplatte bedeckt ist. Die Dicke dieser Quarzplatte ist auf einen Gangunterschied der senkrecht auf einander polarisirten Strahlen von $\frac{\lambda}{2}$ berechnet. Die optische Axe der Quarzplatte ist parallel der Begrenzung der Platte und letztere fällt mit dem verticalen Durchmesser des Diaphragmas zusammen (vergl. Fig. 850 I). *T* ist die Glasröhre mit Glasplattenverschluss an den Enden, welche die zu untersuchenden Flüssigkeiten aufnimmt, *E* ein drittes Diaphragma, *N* ein analysirendes Nicol in Verbindung mit dem Objectiv *H* und dem Ocular *O*, welche zusammen ein Galilei'sches Fernrohr bilden.

Der Polarisator *P* ist mittelst des Hebels *K* um seine Axe drehbar, ebenso der Analysator *N*, dessen Azimuth am feststehenden Kreise *C* mittelst Nonius und Lupe *L* abgelesen werden kann. Der kleine Spiegel *M* beleuchtet die Theilung. Die Quarzplatte bleibt unverrückt.

Die Theorie des Instrumentes ist nun mit Hülfe der Fig. 850 auf folgende Weise zu erklären. Steht die Schwingungsebene des Polarisators

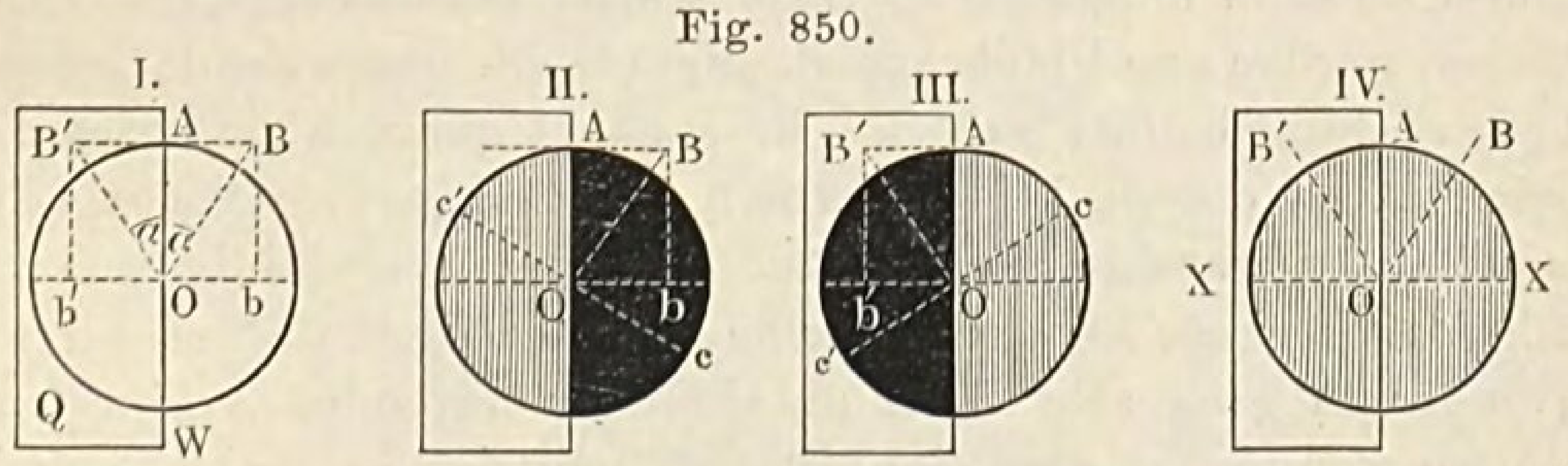
in der Richtung OA, also parallel zur Axe der Quarzplatte, so wirkt letztere nur wie eine Glasplatte, beide Hälften bleiben gleich und wechseln gleichzeitig Helligkeit mit Dunkelheit, wenn der Analysator parallel oder senkrecht dazu gestellt wird. Hat nun aber der Polarisator eine andere

Fig. 849.



Lage, z. B. nach OB, so kann man die Amplitude seiner Schwingungen in die Componenten OA und Ob zerlegt denken. Diese Componenten pflanzen sich durch die unbedeckte rechte Hälfte des Diaphragmas ohne Gangunterschied, durch die linke mit dem Quarz bedeckte Hälfte aber

Fig. 850.



mit einem Gangunterschied von einer halben Wellenlänge fort. Auf diese Weise tritt daher in der linken Hälfte an Stelle der Componente Ob die andere Ob'. Nach dem Durchgange durch den Quarz entsteht daher die Resultirende OB', während sie auf der rechten Seite OB ist. Auf

diese Weise hat man also stets zwei zu einander symmetrisch liegende Schwingungsrichtungen, welche sich wie Bild zu Spiegelbild verhalten.

Stellt man nun die Schwingungsrichtung des Analysators nach cc', nämlich senkrecht auf OB (Fig. 850 II), so muss die rechtsseitige Hälfte ganz dunkel, die linksseitige nur theilweise verdunkelt werden, und zwar um so weniger, je näher der Winkel $\alpha = 45^0$ liegt, stellt man umgekehrt den Analysator nach cc' senkrecht auf OB' (Fig. 850 III), so wird die linke Hälfte ganz, die rechte Hälfte theilweise verdunkelt. Stellt man endlich die Schwingungsrichtung des Analysators senkrecht auf OA in die Richtung XX' (Fig. 850 IV), so müssen beide Hälften gleich schattirt erscheinen, und zwar je nach der Lage des Polarisators, entweder ganz dunkel, wenn der letztere nach OA gestellt ist, oder in verschiedenem Grade hell, wenn er sich aus dieser Lage entfernt. Drehung des Polarisators ändert also die Helligkeit beider Hälften im gleichen Sinne, Drehung des Analysators im entgegengesetzten Sinne. Der letztere Umstand bedingt einen schroffen Wechsel der Helligkeit beider Felder bei der geringsten Drehung des Analysators aus der Lage gleicher Helligkeit.

Das Weitere ist nun leicht zu übersehen. Die Lage des Analysators für gleiche Helligkeit ist die Nullstellung des Nonius. Wird dann eine Flüssigkeit in T eingeschaltet, welche die beiden Polarisationsebenen OB' und OB um irgend einen Winkel dreht, so muss auch der Analysator um denselben Winkel gedreht werden, um wiederum gleiche Schattirung der Felder herbeizuführen, und dieser Winkel wird am Theilkreise C abgelesen. Für praktische Zuckerbestimmungen kann natürlich die Ablesung am Theilkreise so eingerichtet sein, dass sie statt Winkelwerthe gleich die Zuckermengen angiebt.

Als ein weiteres hierzu gehöriges Instrument ist das

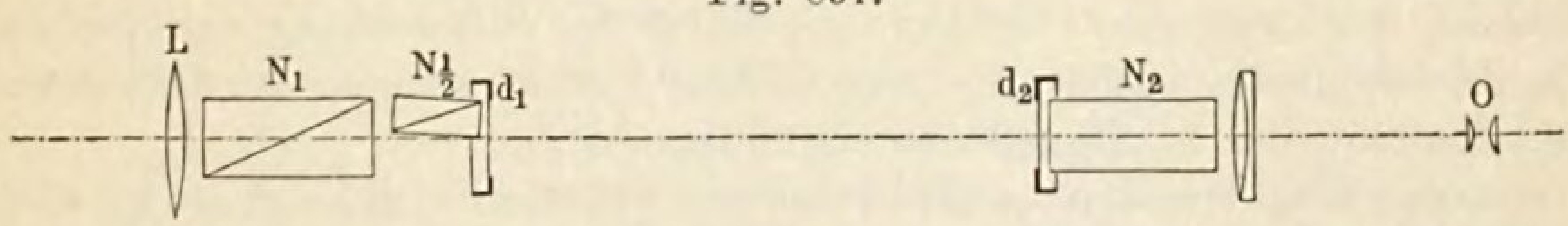
Halbschattensaccharimeter von Cornu und Jellet zu erwähnen, welches auf der Anwendung eines Jellet'schen Prismas beruht. Letzteres wird aus einem langen Kalkspathkrystall, welcher durch Abschleifen der Enden in ein gerades Prisma verwandelt worden, in der Weise hergestellt, dass man dasselbe der Länge nach durch einen auf seinem Hauptschnitt nahe aber nicht genau normalen Schnitt in zwei Stücke theilt und diese in umgekehrter Lage wieder zusammenkittet. An den Endflächen werden nun Diaphragmen angebracht, deren runde Oeffnungen durch den Schnitt halbirt werden. Es entsteht dadurch ein kreisförmiges Gesichtsfeld, in dessen beiden Hälften die Polarisationsebenen schwach gegen einander geneigt sind. Lässt man nun geradlinig polarisirtes Licht hindurchgehen, so wird dasselbe in den beiden Hälften nie gleichzeitig, aber in zwei sehr nahe an einander liegenden Azimuthen ausgelöscht werden und es wird eine Mittelstellung des Jellet'schen Prismas geben, bei welcher die beiden Hälften des Gesichtsfeldes gleich schattirt erscheinen. Die geringste Drehung des Prismas oder der Polarisationsebene des eindringenden Lichtes verräth sich durch ein Abweichen der Schattirung beider Hälften im entgegengesetzten Sinne. Die weitere

Anwendung des Prismas als Saccharimeter ergiebt sich demnach in Analogie mit den früher beschriebenen Apparaten von selbst.

Das Halbschattenpolarimeter von Lippich[1]) hat dem Laurent'schen gegenüber den Vortheil, nicht an eine bestimmte Wellenlänge gebunden zu sein. Ueberdies hat Lippich an diesem Instrumente alle auf Grund seiner theoretischen Untersuchungen sich ergebenden Verbesserungen angebracht, welche dasselbe auf einen bedeutend höheren Grad der Genauigkeit und Empfindlichkeit gebracht haben, als die vorausgehenden Instrumente.

Der Apparat besteht im Wesentlichen aus einem Nicol N_1, Fig. 851, welchem ein halb so grosser Nicol $N^1/_2$ nachgestellt ist. Derselbe

Fig. 851.



ist fix und bedeckt die eine Hälfte des Diaphragmas d_1. Seine geometrische Axe ist auch ganz wenig gegen die Rohraxe geneigt, so dass seine vorzüglich geschliffene Prismenkante eine scharfe Grenze des halben Gesichtsfeldes bildet. Das Prisma N_1 ist in ein getrenntes Rohrstück gefasst, so dass es um die Rohraxe um einen beliebigen Winkel verdreht werden kann. Ein analysirender Nicol N_2 kann nun das linear polarisirte Licht, welches durch die beiden Hälften des Diaphragmas kommt, abwechselnd auslöschen. Vor dem Analysator ist auch ein Diaphragma d_2 angebracht und hinter demselben ein kleines Fernrohr, das auf das Diaphragma d_1 eingestellt ist. Sind der Polarisator N_1 und das Halbprisma $N^1/_2$ so gestellt, dass ihre Hauptschnitte genau parallel liegen, so werden beide Hälften des Gesichtsfeldes gleichzeitig durch den Analysator ausgelöscht. Giebt man dagegen den Hauptschnitten durch Drehen des Nicols N_1 eine kleine Winkeldivergenz von $^1/_2$ bis 3^0, so verlöscht zuerst die eine und hierauf die andere Hälfte des Gesichtsfeldes. Zwischen diesen beiden Stellungen des Analysators findet sich daher stets eine solche, bei welcher beide Hälften gleiche geringe Helligkeit haben.

Wendet man weisses, sehr intensives Licht an, was aber nur bei sehr kleinen Drehungen gestattet ist, so lange keine merkliche Rotationsdispersion auftritt, so kann man den beiden Hauptschnitten einen Winkel von $^1/_2$ bis 1^0 geben. Es ist dann die Genauigkeit der Einstellung eine sehr grosse, der wahrscheinliche Fehler derselben beträgt nur ungefähr zwei Secunden. Hat man grössere Drehungen zu messen, so muss man homogenes Licht (Natriumlicht mit vorgeschalteter Platte von chromsaurem Kali) anwenden, wobei die Intensität um vieles geringer wird.

[1]) Lippich, Ueber polaristrobometrische Methoden, insbesondere über Halbschattenapparate (Wien. Akad. Ber. III, Bd. XC, 1885).

Man muss dann den beiden Hauptschnitten einen grösseren Winkel gegen einander geben, wodurch der wahrscheinliche Fehler bei Einstellung auf 10 bis 20 Secunden wächst. Trotzdem beträgt unter denselben Verhältnissen der Fehler am Laurent'schen Instrumente noch eine Minute.

Die bei anderen Instrumenten vorkommenden Nullpunktsschwankungen in Folge Aenderungen an der Lichtquelle sind beim Lippich'schen Instrumente hintangehalten durch passende Wahl der Beleuchtungslinse L. Dieselbe hat eine Brennweite von nahe der halben Distanz $N_1 N_2$ und die Lampe wird in eine Entfernung von der Linse gestellt, welche dieser Distanz $N_1 N_2$ gleich ist. Es entsteht dann an der Stelle des Diaphragmas d_2 ein Bild des durch einen Blechschirm abgegrenzten Flammentheiles. Dadurch wird eine ganz gleichmässige Beleuchtung der Hälften des Gesichtsfeldes erzielt, die gegen kleine Veränderungen der Intensität und Stellung der Lichtquelle unempfindlich ist.

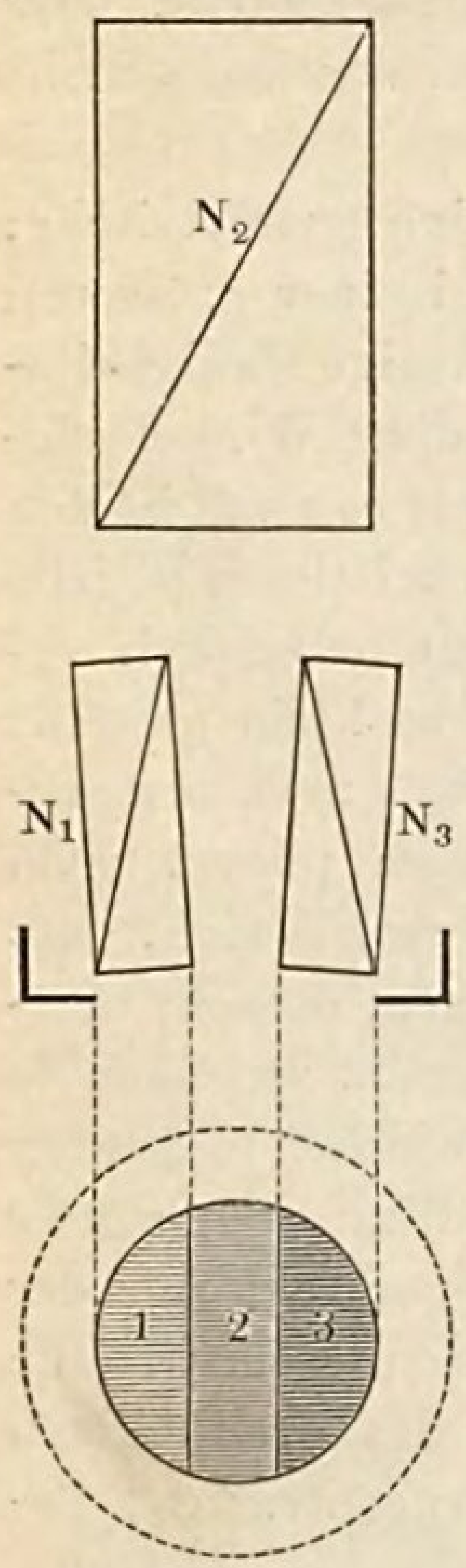
Das Gesichtsfeld ist nahezu normal polarisirt (siehe §. 413) und wird daher in seiner ganzen Ausdehnung gleichmässig dunkel. Ueberdies sind die Prismen so gestellt, dass, wenn doch ein, wenn auch sehr verbreiterter Landolt'scher Streifen entstehen sollte, dieser parallel der Trennungslinie der Gesichtsfeldhälften zu liegen käme. Es sind dann wenigstens die anstossenden Theile, an denen die gleiche Helligkeit eingestellt wird, ganz gleichartig. Aber auch eine wichtige durch das Beobachtungsrohr verursachte Fehlerquelle ist vermieden. Dasselbe muss so beschaffen sein, dass von dem aus demselben ins Auge gelangenden Lichtkegel nichts durch die Pupille bei verschiedenen Augenstellungen abgeblendet werden kann. Alle Galilei'schen Fernrohre, welche gerade bei vielen Polarimetern Verwendung gefunden haben, sind daher zu vermeiden. Das Beobachtungsrohr muss ein convergentes Ocular mit stärkerer Vergrösserung besitzen, so dass der Ocularkreis, welcher durch das Ocular vom Diaphragma d_2 entworfen wird, kleiner als die Pupillenöffnung ist und gerade in diese hineinfällt.

428 **Dreitheiliger Halbschatten-Polarisator von F. Lippich**[1]. Um die Einstellungsgenauigkeit noch zu erhöhen, hat Lippich ein dreitheiliges Gesichtsfeld angewendet, welches er dadurch herstellte, dass er vor das grosse Nicol'sche Prisma N_2 (Fig. 852) noch zwei kleinere N_1 und N_3 brachte. Von diesen drei Prismen ist N_2 und eins der beiden kleineren, z. B. N_1, drehbar. Je nach der Lage der drei Nicols ist das Gesichtsfeld demnach im Allgemeinen in drei Theile von verschiedener Helligkeit getrennt. Das mittlere Feld (2) wird erleuchtet von Licht, welches nur durch den Nicol N_2 gegangen ist; das Feld 1 bezw. 3 wird erleuchtet von Licht, welches sowohl das Prisma N_2,

[1] Zeitschr. f. Instrkde. 1894, S. 326 und Sitzungsber. d. Wien. Akad. Abth. II, 1896, Mai.

als auch das Prisma N_1 bezw. N_3 durchsetzt hat. Denkt man sich eines der beiden Prismen N_1 oder N_3 fort, so ist bis auf die verschiedene Grösse der zu vergleichenden zwei Felder Alles wie bei dem in Fig. 851 dargestellten und vorher besprochenen Lippich'schen Halbschatten-Polarimeter. Fügt man den dritten Nicol hinzu und sorgt dafür, dass die Hauptschnitte von N_1 und N_3 einander parallel sind, dann ist die Helligkeit der äusseren Felder 1 und 3 stets einander gleich, wenn auch verschieden gross für eine verschiedene Lage der Polarisationsebene von N_2. Die bei Drehung des Analysators auftretende Erscheinung ist also ähnlich der, welche beim zweitheiligen Gesichtsfelde stattfindet, nur mit dem Unterschiede, dass das eine Feld zweimal vorhanden ist. Erscheinen im Momente der Einstellung alle drei Felder gleich hell, so wird bei einer Analysatordrehung das mittlere Feld heller oder dunkler als die äusseren im Uebrigen stets gleich hellen Felder erscheinen.

Fig. 852.



Nach Lippich ist auch bei der eben beschriebenen Vorrichtung bloss in Folge der Vermehrung und symmetrischen Anordnung der Felder die Genauigkeit eine grössere als beim zweitheiligen Gesichtsfelde. Die Genauigkeit wird thatsächlich und zwar im Maximum auf das Doppelte gesteigert, wenn die Hauptschnitte der beiden kleineren Prismen N_1 und N_3 um ein Geringes von der parallelen Stellung abweichen. Von der Richtigkeit dieser Behauptung kann man sich schon auf theoretischem Wege Rechenschaft geben.

Dazu gehen wir aus von der parallelen Lage der beiden Hauptschnitte von N_1 und N_3 und wählen den Halbschattenwinkel, d. h. den Winkel, welchen der Hauptschnitt des mittleren Feldes 2 mit den Hauptschnitten der Seitenfelder 1 und 3 bildet, gleich α. Durch den Versuch sei gefunden, dass es der Drehung des Analysators um den Winkel $d\alpha$ bedarf, um eine Helligkeitsdifferenz von 1 Proc. zwischen dem mittleren und den äusseren Feldern zu erzeugen, und dass diese Differenz gerade eben vom Auge wahrgenommen werde. Dann wird man beim Einstellen über die Nulllage hinaus abwechselnd um $d\alpha$ im einen und anderen Sinne pendeln, so dass der grösste Fehler bei einer Einstellung $2\,d\alpha$ nicht überschreiten dürfte.

Jetzt drehe man den Nicol N_1 um den Winkel $2\,d\alpha$; dann wird bei der vorherigen Nullstellung des Analysators, in welcher die Felder alle drei gleich hell erscheinen, jetzt das Feld 1 eine Helligkeitsdifferenz von genau 1 Proc. aufweisen. Fängt man jetzt an einzustellen, so wird man den Analysator nur um $d\alpha$ im gleichen Sinne zu drehen brauchen, wie

man den Nicol N_1 gedreht hat, damit die Felder 1 und 2 gleich hell werden, aber 3 und 2 eine Helligkeitsdifferenz von 1 Proc. erhalten. Die Drehung des Analysators um $\frac{d\alpha}{2}$ bewirkt also jetzt schon, ausgehend von der Nullstellung, dass einmal das äussere Feld rechts (3), das andere Mal das äussere Feld links (1) gerade eben hervortritt. Der grösste Fehler bei einer Einstellung dürfte hier also den Werth $d\alpha$ nicht überschreiten.

In der Nullstellung ist die Helligkeitsvertheilung keine symmetrische; sie steigt bezw. fällt von links nach rechts, so dass bei einer grösseren Winkeldifferenz zwischen N_1 und N_3 deutlich die stufenförmige Helligkeitsabnahme von Feld zu Feld zu erkennen ist. Je grösser diese Winkeldifferenz ist, um so grösserer Drehungen des Analysators bedarf es nach beiden Seiten, damit das eine oder andere äussere Feld mit dem mittleren gleiche Helligkeit besitzt. Man wird daher die grösste Empfindlichkeit erreichen, wenn die Winkeldifferenz zwischen N_1 und N_2 so klein gewählt ist, dass bei Gleichheit zweier Felder das dritte eine gerade noch bemerkbare Helligkeitsdifferenz besitzt oder wie man zu sagen pflegt, eben über die Schwelle tritt. Diese Anordnung bringt es mit sich, dass bei der Nullstellung alle drei Felder gleich hell erscheinen, obwohl thatsächlich auch jetzt noch eine objective Intensitätsdifferenz zwischen je zwei benachbarten Feldern besteht. Der Contrast zwischen letzteren bleibt eben unter der Schwelle der Beobachtung und muss darunter bleiben, soll das dreitheilige Gesichtsfeld dem zweitheiligen in Folge der Contrastwirkung um das Doppelte überlegen sein. Aus diesem Grunde hat O. Lummer[1]) das neuere Lippich'sche Princip des dreitheiligen Halbschatten-Polarisators als das „Princip des Schwellencontrastes" bezeichnet.

Bei grösserem Winkel zwischen den Polarisationsrichtungen der äusseren Felder, wo die Nullstellung durch die von Feld zu Feld stufenförmig abnehmende Helligkeit charakterisirt ist, könnte man daran denken, den Contrast zwischen dem Felde 2 und 1 einerseits und zwischen dem Felde 2 und 3 andererseits als Kriterium einzuführen. Da aber die Helligkeit von 2 nach 1 zunimmt, wenn sie von 2 nach 3 abnimmt, so haben die Contraste entgegengesetztes Vorzeichen, wodurch die Beurtheilung von deren gleicher Stärke sehr erschwert ist. Das eigentliche „Contrastprincip" (vergl. §. 12), welches von Lummer-Brodhun in der Photometrie als das empfindlichste Kriterium für Helligkeitsvergleichungen hingestellt worden ist, kann erst durch Einführung von vier Halbschattenfeldern auf folgende Weise verwirklicht werden.

[1]) Thätigkeitsbericht d. Physik.-Techn. Reichsanstalt 1895 bis 1896; abgedruckt in Zeitschr. f. Instrkde. 16, 210, 1896.

Contrast-Polarimeter von O. Lummer[1]. Bei dem in 429
§. 12 beschriebenen Contrastprincip stellt man nicht auf gleiche Helligkeit zweier Felder ein, sondern beurtheilt, wann zwei Felder *a* und *b* (Fig. 853) sich gleich deutlich von ihrer Umgebung *c* abheben, d. h. gleichstark contrastiren. Zu dessen Verwirklichung bedarf es eines viertheiligen Gesichtsfeldes, dessen vier Felder in ganz gewisser Weise polarisirt sind. Bezeichnen wir die 4 Felder wie in Fig. 854 der Reihe nach mit 1, 2, 3 und 4, so drehen wir zunächst die Polarisationsebenen paarweise einander parallel, und zwar mögen 1 und 3 längs der Richtungen *ac* || *bd*, dagegen 2 und 4 längs *ad* || *be* polarisirt sein. Stellt man die Polarisationsebene des Analysators parallel zur Halbirungslinie *ag* || *bh* des Winkels *cad* = *dbe* (Nullstellung), so sind also alle vier Felder gleich hell. Jetzt drehe man die Polarisationsrichtung *ac* des Feldes 1 um eben so viel nach links wie diejenige *be* des Feldes 4 nach rechts (in Fig. 854 punktirt gezeichnet), und zwar um so viel, dass gerade eben die äusseren Felder deutlich hervortreten (Fig. 855). Sogleich geht bei einer Analysatordrehung jenes Spiel vor sich, welches dem eigentlichen Contrastprincip eigen ist.

Fig. 853.

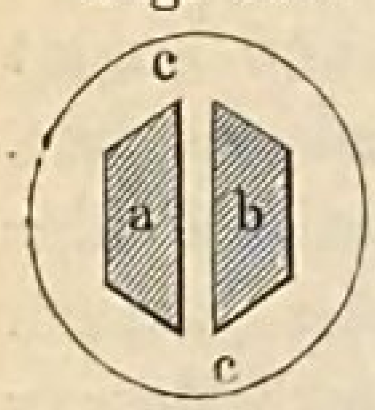
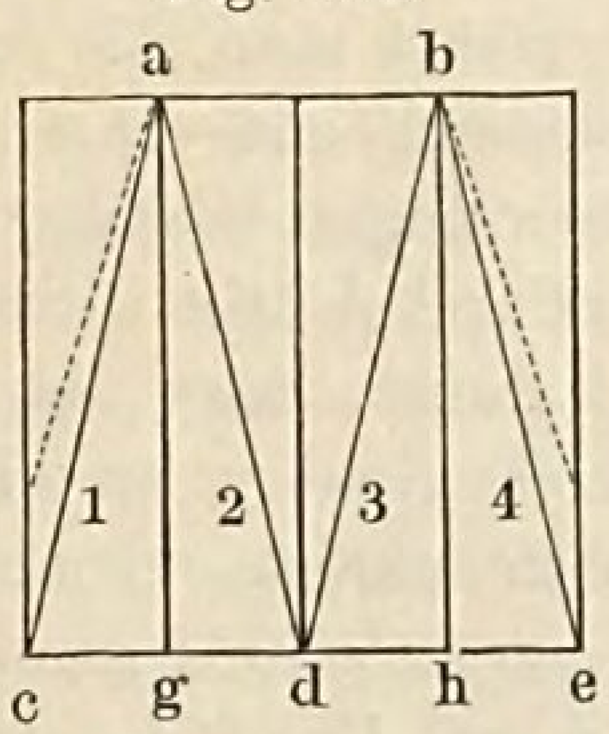


Fig. 854.



Während der Contrast zwischen den Feldern 1 und 2 sich vermindert, vermehrt sich gleichzeitig und um den gleichen Betrag derjenige zwischen den Feldern 3 und 4 (Fig. 856) und umgekehrt (Fig. 857), wenn die Analysatordrehung im umgekehrten Sinne geschieht.

Fig. 855.

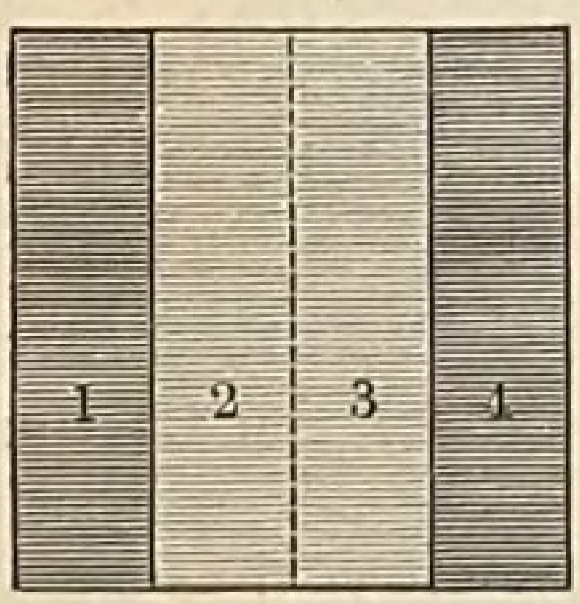


Fig. 856.

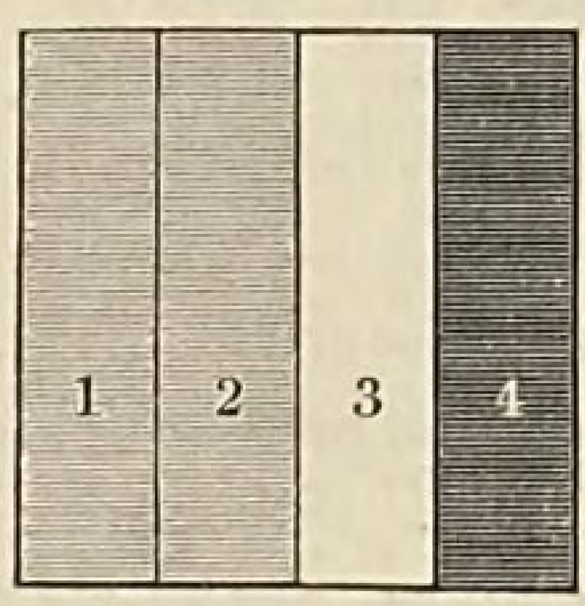
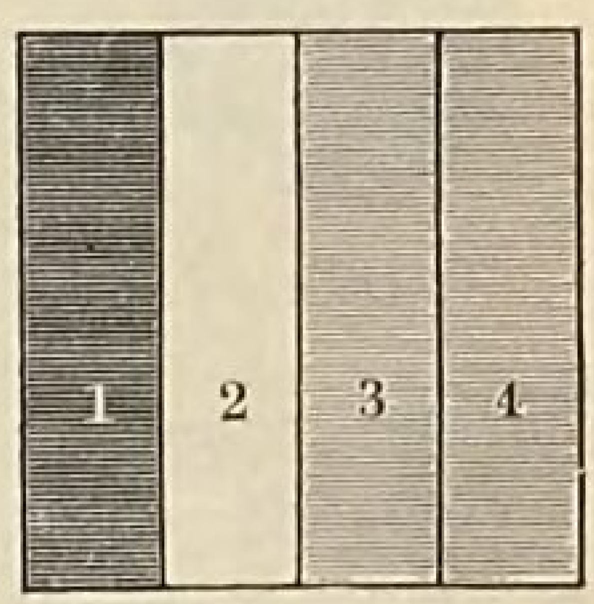


Fig. 857.

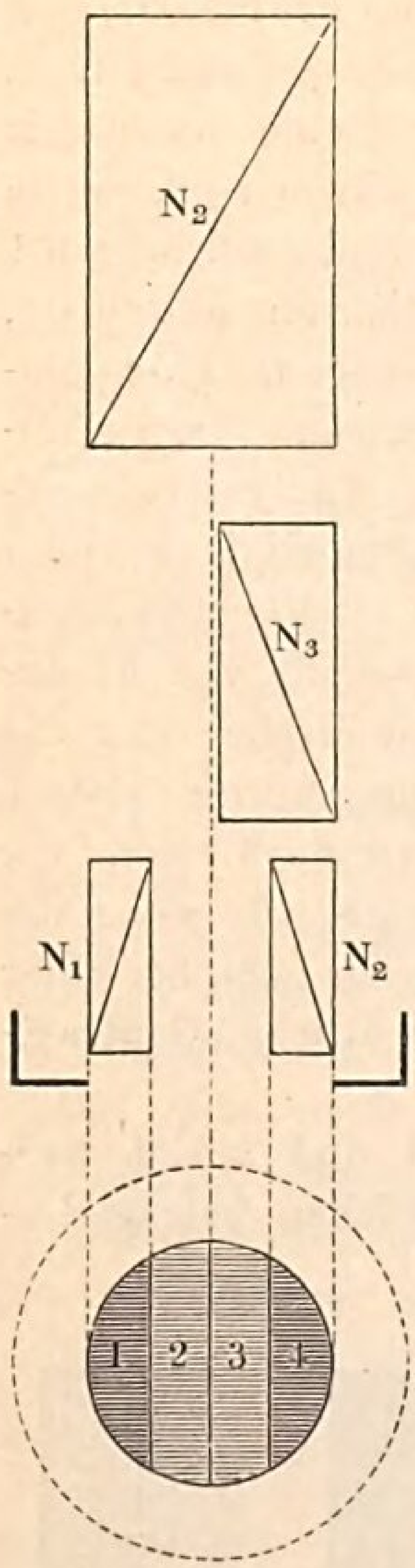


Um dieses Contrastprincip zu verwirklichen, bedarf es vier Nicol'scher Prismen, welche gemäss Fig. 858 (a. f. S.) angeordnet sind und von denen jeder einzelne drehbar befestigt ist.

[1]) Siehe das Referat vom Verf. über das Lippisch'sche dreitheilige Polarimeter in den Fortschr. d. Physik, 50. Jahrg. 1894, II. Abth., S. 182 bis 184; Thätigkeitsbericht d. Physik.-Techn. Reichsanstalt 1895 bis 1896; abgedruckt in Zeitschr. f. Instrkde. 16, 210, 1896.

Auf einem ganz anderen Wege kann man das Contrastprincip polarimetrisch herstellen, indem man die drei Spaltrohre des von Lummer-Brodhun construirten Spectralphotometers [1]) mit je einem Nicol'schen Prisma versieht. Man erblickt dann im Momente der Einstellung die in Fig. 853 dargestellte Erscheinung.

Fig. 858.



430 **Neues Halbschattenprincip von O. Lummer** [2]). Zur Verwirklichung dieses Halbschattenprincips verfährt man wie folgt: Man versilbert die Hypotenusenfläche eines möglichst spannungsfreien, rechtwinkligen Glasprismas und nimmt einen Theil des undurchsichtigen Silberbelages fort. Hierbei sorgt man dafür, dass die beiderlei Felder mit absolut scharfen Kanten an einander stossen und eine zur Prismenkante senkrechte Richtung haben. Dieses so hergestellte Prisma setzt man auf ein Spectrometer, dessen Fernrohr statt eines Fadenkreuzes mit einem Ocularspalt versehen ist und lässt das Licht des Collimators total reflectiren. Das durch den Ocularspalt blickende Auge sieht bei richtiger Accommodation mittelst des Fernrohrobjectivs als Lupe deutlich die beiderlei Felder des Prismas mit deren Trennungslinie.

In Folge der ungleich starken Reflexion erscheinen die Felder unter verschiedener Helligkeit, welche nur kurz vor Eintritt der Totalreflexion für das Silberfeld wie für das Glasfeld dieselbe ist. In dieser Lage befestigt man vor den Objectiven der beiden Spectrometerrohre je ein Nicol'sches Prisma. Jetzt repräsentirt der Apparat ein Halbschatten-Polarimeter und die Helligkeit der beiden Felder wechselt mit der Drehung des einen wie des anderen Nicol. Dabei wird im Allgemeinen zuerst das eine Feld dunkel, dann das andere, dazwischen haben beide Felder einmal gleiche Helligkeit. Nur wenn der Nicol am Collimator (Polarisator) mit seiner Polarisationsebene parallel oder senkrecht zur Reflexionsebene steht, oder, wie man sagt, das Azimuth 90 oder 0 Grad hat, ist für jede Lage des Analysators (Nicol am Fernrohr) die Helligkeitsdifferenz gleich Null.

[1]) Photometrische Untersuchungen V. Ueber ein neues Spectralphotometer. Zeitschr. f. Instrkde., 12. Bd. 1892, S. 132 bis 139.

[2]) Verhdlgn. d. Gesellsch. Deutsch. Naturf. u. Aerzte. 66. Vers. zu Wien, 2. Theil, 1. Hälfte, S. 79, 1894; ausserdem im Thätigkeitsbericht d. Physik.-Techn. Reichsanstalt 1894 bis 1895, abgedruckt in Zeitschr. f. Instrkde., 15. Bd. 1895, S. 293.

Für ein relativ kleines Azimuth ist sowohl das an Silber reflectirte, wie am Glas total gespiegelte Licht praktisch linear polarisirt. In Folge des bei der Totalreflexion eintretenden Phasenverlustes von $^1/_2$ Wellenlänge liegen die Polarisationsebenen der beiden Felder symmetrisch zur Ebene, welche senkrecht auf der Reflexionsebene steht, für welche das Azimuth Null ist. Es verhalten sich demnach beide Felder wie Halbschattenfelder, deren Halbschatten (Winkel zwischen ihren Polarisationsebenen) gleich dem doppelten Azimuth des Polarisators ist und durch Drehen desselben beliebig von 0 bis 90^0 variirt werden kann.

Lässt man das Licht vom Collimator erst durch ein zerstreuendes Prisma im Minimum der Ablenkung gehen, ehe es am Halbschattenprisma (Prisma mit theilweise versilberter Hypotenusenfläche) reflectirt wird, so sieht man die beiden Halbschattenfelder (Glasfeld und Silberfeld) in demjenigen Lichte leuchten, welches durch den Ocularspalt am Fernrohr vom Spectrum ausgeschnitten wird.

Um intensive homogen leuchtende Lichter zu erhalten, hat O. Lummer die von Arons construirte Quecksilberbogenlampe [1]) so umgemodelt, dass sie bequem vor dem Spalte des Collimators anzuwenden ist [2]).

Bestimmung des Zuckergehaltes einer Lösung. Die Bestimmung des Zuckergehaltes einer Lösung mittelst eines der eben beschriebenen Instrumente ist sehr einfach, wenn die Lösung durchsichtig und nicht allzu stark gefärbt ist und wenn sie ausser dem Rohrzucker keine weiteren circular polarisirenden Stoffe mehr in Lösung enthält. Ist dies aber der Fall, so wird die Sache etwas complicirter. 431

Wenn die Lösung trübe oder stark gefärbt ist, so werden zu 100 ccm derselben 10 ccm einer Lösung von basisch essigsaurem Bleioxyd zugesetzt, tüchtig geschüttelt und abfiltrirt. Den nun mit dem Saccharimeter bestimmten Zuckergehalt der geklärten und entfärbten, aber auch $^{10}/_{11}$mal verdünnten Zuckerlösung hat man mit $^{11}/_{10}$, also mit 1,1 zu multipliciren, um den Zuckergehalt der ungeklärten Lösung zu erhalten.

Wenn die Lösung neben Rohrzucker noch andere circular polarisirende Stoffe enthält, so wird die Bestimmung des Rohrzuckers durch die Eigenthümlichkeit desselben ermöglicht, dass seine Lösung durch Erwärmen mit Salzsäure in eine linksdrehende Flüssigkeit (Invertzucker) verwandelt wird, was für Traubenzucker und andere Zuckerarten nicht der Fall ist.

Während eine Lösung von Rohrzucker in einer 200 mm langen Röhre auf je 0,75 g Zucker in 100 g Wasser eine Rechtsdrehung von 1^0 bewirkt, bringt sie nach der Umwandlung in Invertzucker eine Linksdrehung von $0,36^0$ hervor. Die Inversion bewirkt also eine Drehungsdifferenz von $1,36^0$ auf je 0,75 g Rohrzucker und diese entsprechen $0,75 \times 1,053 = 0,79$ Invertzucker.

[1]) Eder's Jahrbuch f. Photogr. und Reproductionstechnik f. d. Jahr 1896.

[2]) Ibidem.

Die Invertirung wird dadurch bewirkt, dass man zu 100 ccm Zuckerlösung 10 ccm reiner, concentrirter Salzsäure setzt, die Mischung 15 Minuten lang in einem Wasserbade auf 70° C. erwärmt und dann rasch wieder auf 10° C. abkühlen lässt.

Eine Lösung, welche Rohrzucker und Traubenzucker enthält, bringe eine Rechtsdrehung von x^0 hervor! Nach dem eben beschriebenen Verfahren mit Salzsäure behandelt, bringe nun die invertirte Lösung eine Linksdrehung von y^0 hervor, so würde die Linksdrehung 1,1 y Grad betragen haben, wenn die invertirte Lösung den gleichen Concentrationsgrad mit der ursprünglichen Lösung hätte. Die Drehungsdifferenz zwischen der Zuckerlösung und einer gleich concentrirten Invertlösung ist demnach

$$x + 1{,}1\,y,$$

der Zuckergehalt der Lösung beträgt also

$$\frac{x + 1{,}1\,y}{1{,}36} \cdot 0{,}75\ \mathrm{g}$$

auf 100 g Wasser.

Hätte man z. B. $x = 15^0$ (rechts) und $y = 2^0$ (links) gefunden, so wäre der Gehalt an Rohrzucker

$$\frac{15 + 2{,}2}{1{,}36} \cdot 0{,}75 = \frac{17{,}2}{1{,}36} \cdot 0{,}75 = 9{,}3675\ \mathrm{g}$$

Rohrzucker auf 100 g Wasser. Was sonst noch an Zucker in Lösung ist, ist Traubenzucker.

Wäre neben dem Rohrzucker nicht noch Traubenzucker in der Lösung gewesen, so würde die Rechtsdrehung von 15° einen Gehalt von 11,25 g Rohrzucker in 100 g Wasser angezeigt haben, nach der Behandlung mit Salzsäure hätte sich dann aber eine Linksdrehung von 4,9° zeigen müssen.

Das Drehungsvermögen des durch Salzsäure umgewandelten Rohrzuckers ändert sich rasch mit der Temperatur. Die Linksdrehung, welche 0,36° bei 15° C. beträgt, ist 0,39° bei 10° C. und 0,29° bei 30° C. Es ist deshalb eine entsprechende Aenderung an der obigen Formel anzubringen, wenn die Beobachtung nicht bei einer Temperatur von 15° C. vorgenommen wurde.

Auf das Drehungsvermögen des Rohrzuckers und des Traubenzuckers übt die Veränderung der Temperatur keinen merklichen Einfluss aus.

Der Traubenzucker zeigt die Eigenthümlichkeit, dass das Drehungsvermögen einer frisch bereiteten Lösung rasch abnimmt und erst nach einigen Tagen auf ein constantes Minimum herabsinkt. Dieses normale Minimum der Drehung lässt sich in kurzer Zeit auch dadurch erzielen, dass man die saccharimetrische Probe auf 80° C. erwärmt.

432 **Circularpolarisation der Weinsäure und der Traubensäure.** Aus dem Safte unreifer Trauben hat man eine Säure dargestellt,

welche ganz gleiche Zusammensetzung mit der Weinsäure (Weinsteinsäure) hat; eine verdünnte Lösung von Traubensäure giebt aber mit einer Gypslösung sogleich einen Niederschlag, was bei einer verdünnten Lösung von Weinsäure nicht der Fall ist.

Die Traubensäure bildet ganz analoge Salze wie die Weinsäure, so namentlich ein dem Seignettesalz entsprechendes traubensaures Natron-Kali und traubensaures Natron-Ammoniak.

Die Krystallform des weinsauren Natron-Kalis ist in Fig. 859 dargestellt. Sie besteht im Wesentlichen aus einer Combination der rhombischen Säule *g* mit einem Flächenpaare *a*, welches rechtwinklig auf der grösseren, und einem Flächenpaare *b*, welches rechtwinklig auf der kleineren horizontalen Axe steht. Ausser diesen acht Säulenflächen treten noch andere parallel mit der Säulenaxe laufende Flächen auf, sowie auch kleine Abstufungsflächen der Kanten, welche die Säulenflächen mit der oberen und unteren Endfläche bilden.

Die Krystalle des traubensauren Natron-Ammoniaks zeigen im Wesentlichen dieselbe Krystallform, nur zeigen sie noch eine auffallende Hemiëdrie; die Octaëderflächen nämlich stumpfen nur die Hälfte der

Fig. 859.

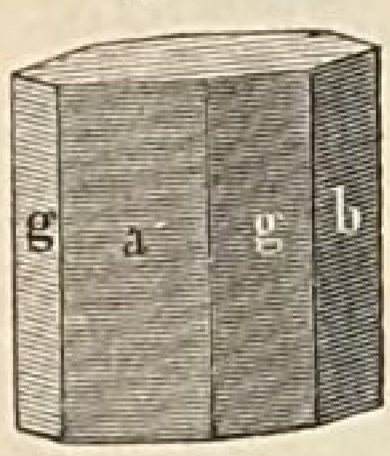


Fig. 860.

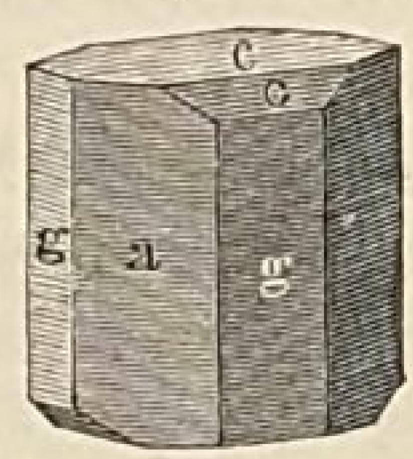
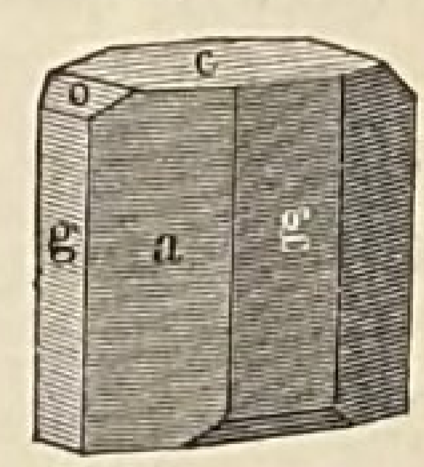


Fig. 861.



Kanten zwischen *c* und *g* ab, und zwar so, dass, von der vorderen Fläche *a* aus gerechnet, eine Abstumpfungsfläche oben rechts auftritt, wie Fig. 860, oder oben links, wie Fig. 861.

Aus einer Lösung rechtshemiëdrischer Krystalle, Fig. 860, lässt sich durch Zusatz von Schwefelsäure die Rechtstraubensäure abscheiden, welche mit der Weinsäure vollkommen identisch ist, und welche mit Gypslösung keinen Niederschlag giebt. Die Lösung dieser Rechtstraubensäure ist wie die Weinsäure optisch rechtsdrehend.

Die durch das gleiche Verfahren aus seiner Lösung linkshemiëdrischer Krystalle, Fig. 861, abgeschiedene Säure giebt ebenfalls dieselben Reactionen wie die Weinsäure, sie giebt mit Gypslösung keinen Niederschlag, ist aber optisch linksdrehend.

Vermischt man die Lösung der Rechtstraubensäure mit der gleichen Menge der Linkstraubensäure, so hat die gemischte Lösung keine Circularpolarisation und giebt mit Gypslösung einen Niederschlag, was bei den ungemischten Säuren nicht der Fall war.

Die Krystalle der Weinsäure und der Rechtstraubensäure sind hemiëdrisch, aber nach entgegengesetzter Richtung, wie die Krystalle der Linkstraubensäure. — Die in diesem Paragraphen besprochenen Er-

scheinungen, welche auf einen innigen Zusammenhang zwischen Circularpolarisation und Hemiëdrie hinweisen, hat Pasteur entdeckt[1]).

433 **Das specifische Drehungsvermögen.** Im §. 426 haben wir bereits bemerkt, dass viele der Substanzen, welche im festen, krystallisirten Zustande die Polarisationsebene nicht drehen, dies dennoch in Lösungen thun, z. B. Rohrzucker, Campher, Weinsäure und deren Salze. Dagegen zeigt Kieselsäure das Drehungsvermögen nur im krystallisirten Zustande (als Quarz), nicht aber in ihren gelösten Salzen.

Es giebt aber auch drittens Substanzen, welche im krystallisirten und gelösten Zustande diese Eigenschaft besitzen, z. B. das schwefelsaure Strychnin. Terpentinöl endlich zeigt dieselbe in allen drei Aggregatzuständen.

Bei den Lösungen und Mischungen ist nun meistens die Drehung dem Gehalte an der drehenden Substanz annähernd proportional, bei Zuckerlösungen ist dies genau der Fall, worauf die Saccharimetrie gegründet ist. Tritt beim Mischen einer drehenden oder, wie man sagt, activen Substanz mit einer inactiven eine Contraction ein, so wird hierdurch bei gleich langer Schichte der Flüssigkeit die drehende Wirkung vergrössert. Um nun das Drehungsvermögen unabhängig von Concentration und Dichte zu definiren, nannte Biot den Drehungswinkel in einer Schichte der reinen Substanz von der Länge 1 dcm, dividirt durch die Dichte der Substanz, das moleculare Drehungsvermögen. Da dieser Ausdruck leicht zu dem Missverständnisse führen könnte, dass es sich dabei um eine auf das Moleculargewicht der Substanz bezogene Grösse handle, so wollen wir statt dessen den von anderen Physikern gebrauchten Ausdruck „specifisches Drehungsvermögen" beibehalten und dasselbe wie folgt definiren.

Es bedeute φ den beobachteten Drehungswinkel,
„ „ l die Länge der Flüssigkeiten in Decimetern,
„ „ d die Dichte der reinen activen Substanz oder deren Lösung,
„ „ c die Concentration, d. h. die Anzahl Gramme activer Substanz in 100 ccm Lösung,
„ „ p den Procentgehalt, d. h. die Anzahl Gramme activer Substanz in 100 g Lösung,
„ „ $q = 100 - p$ die Anzahl von Grammen inactiver Substanz (Lösungsmittel) in 100 g Lösung,

dann ist das specifische Drehungsvermögen ϱ gegeben durch folgende Ausdrücke:

1) für unvermischte active Substanzen:

$$\varrho = \frac{\varphi}{l \,.\, d},$$

[1]) Pogg. Ann. LXXX, 127.

2) für Lösungen oder Mischungen:

$$\varrho = \frac{\varphi}{l \cdot d \frac{p}{100}} = \frac{\varphi}{l \frac{c}{100}}.$$

Bei unvermischten Flüssigkeiten, wie z. B. Terpentinöl, ist ϱ nur abhängig von den Temperaturen, bei welchen φ und d bestimmt wurde. Bei Lösungen und Mischungen aber hängt ϱ ausserdem von der Natur der beigemischten inactiven Substanz (dem Lösungsmittel) und ausserdem von der Menge derselben ab, so dass sich also ϱ selbst bei gleichen Temperaturen und gleichem Lösungsmittel, aber verschiedenem Werthe von p oder c in vielen Fällen etwas verschieden ergiebt. Dies hat schon Biot nachgewiesen. Dieser Umstand macht es unmöglich, das specifische Drehungsvermögen eines festen Körpers aus dem seiner Lösung mit Sicherheit zu bestimmen. Doch kann man dies mit Annäherung erreichen, indem man aus Beobachtungen an verschieden concentrirten Lösungen das Abhängigkeitsgesetz zwischen ϱ und p oder bequemer ϱ und q in Form einer Interpolationsgleichung ausmittelt. Eine ausführliche Untersuchung dieser Art hat H. Landolt[1]) ausgeführt. Wir wollen aus den zahlreichen Bestimmungen für Campher ein Beispiel auswählen.

In der folgenden Tabelle haben p, q, d, ϱ und φ die eben angegebene Bedeutung.

Lösungsmittel	Lösung Nr.	Campher p	Alkohol q	Specif. Gew. bei 20° d	Drehung für $l = 2,1979$ bei 20° φ	ϱ
Alkohol	I	54,7281	45,2719	0,88021	50° 634	47° 823
„	II	49,8142	50,1858	0,87194	44° 806	46° 934
„	III	30,1620	69,8380	0,84031	25° 013	44° 901
„	IV	15,0920	84,9080	0,81752	11° 840	43° 661
„	V	9,6883	90,3117	0,80943	7° 378	42° 806

Aus den zusammengehörigen Zahlen für q und ϱ wurde nun die Interpolationsgleichung abgeleitet:

$$\varrho = 54,38 - 0,1614\, q + 0,0003690\, q^2.$$

Das hypothetische specifische Brechungsvermögen des reinen Camphers erhalten wir also = 54,38, indem wir $q = 0$ setzen.

1) Ber. d. chem. Ges., Bd. IX, S. 901 und 914.

Eine ähnliche Untersuchung für sechs andere Lösungsmittel hat nahe gleich grosse Werthe, welche zwischen 55,2 und 56,2 schwanken, geliefert; das Mittel aus allen gab 55,6 als specifisches Drehungsvermögen des Camphers bei 20^0 für Licht der Linie *D*.

Setzt man $q = 100$, so erhält man für ϱ den Grenzwerth, dem sich diese Grösse bei fortgesetzter Verdünnung nähert. Man findet denselben $= 41,9$. Bei vielen Substanzen oder Lösungsmitteln wird der Coëfficient von q^2 verschwindend klein, der von q ist bald positiv, bald negativ.

Wiedemann hat nach der Broch'schen Methode (§. 416) für Terpentinöl und Citronenöl die Drehung für die verschiedenen Farben der Fraunhofer'schen Linien gemessen. Er fand für eine 1 dm lange Schichte:

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	
Rectificirtes rechtsdrehendes Terpentinöl	—	10,9	14,0	18,6	23,2	32,7	$\varrho = \frac{650,8}{\lambda^2} - 4,4$
Citronenöl	34,0	37,9	48,5	63,3	77,5	106,0	$\varrho = \frac{2145,67}{\lambda^2} - 12,54.$

Die beigeschriebenen Interpolationsgleichungen sind von Stefan berechnet. Wie man sieht, kann die Drehungsdispersion auch bei den Flüssigkeiten bedeutend sein. Die Temperatur hat im Allgemeinen den Einfluss auf das Drehungsvermögen, dass dasselbe mit dem Steigen derselben abnimmt, dagegen ist nach Gernez das Dispersionsvermögen davon unabhängig. Bei Rohrzuckerlösungen hat nach Tuchschmid die Temperatur keinen Einfluss, wohl aber bei Invertzuckerlösung; bei Weinsäure wirkt sie steigernd.

Bayerische Staatsbibliothek München

Berichtigungen.

Seite 221, Zeile 8 von unten, statt „Steuerrad *r*“ lies „Steuerrad *s*“ (s. Fig. a. f. S.).

„ 239, „ 10 von unten, statt „$\gamma = N sin\, n$“ lies „$n = N sin\, \gamma$“.

„ 241, „ 9 von oben, statt „$\gamma = \beta + \omega$“ lies „$\gamma = \beta + w$“ (s. Fig. 181).

„ 286, „ 7 von unten (im Text), statt „für *P* den Ausdruck“ etc. lies „für *S* den Ausdruck“ etc.

„ 348, „ 5 von oben, statt „Tafel II, Nr. 4“ lies „Tafel II, Nr. 3“.

„ 445, „ 11 von unten, lies „alle vom Axenpunkte *L* ausgehenden Strahlen“ u. s. w.

„ 446, „ 10, 3 u. 1 von unten
„ 447, „ 4 von oben
} statt „Q“ muss es heissen „P'“.

„ 500, „ 18 von oben, statt „Oeffnungswechsel“ lies „Oeffnungswinkel“.

„ 504, „ 5 von unten, statt $+ \dfrac{dy \,.\, sin\, u'}{\lambda'}$ lies $+ \dfrac{dy'\, sin\, u'}{\lambda'}$.

„ 526, in Anmerk. [2]) bedeutet n_{F-C} den Ausdruck $\dfrac{n_F - n_C}{n_D - 1}$; entsprechend muss es auf der letzten Zeile dieser Anmerkung statt „eine Dispersion“ heissen „eine relative Dispersion“.

„ 529, Zeile 1 von unten, statt $\pm\, R_2 \dfrac{sin\, \psi_2}{sin\, \varphi_2}$ lies $\pm\, R_2 \dfrac{sin\, \psi_2}{sin\, \lambda_2}$.

„ 532, „ 7 von oben der Tabelle, statt „$log\, sin\, \varphi_0$“ lies „$log\, sin\, \varphi_2$“.

„ 575, „ 1 von oben, statt $\dfrac{nv}{sv} \cdot av + bv$ lies $\dfrac{nv}{sv} = av + bv$.

„ 801, Anmerk. [2]) statt „G. Macktanner-Turmutscher“ lies „G. Marktanner-Turneretscher“.

„ 1007, Zeile 8 von unten
„ 1148, „ 8 „ „
„ 1150, „ 11 „ „
„ 1165, „ 21, 4 u. 1 von unten
„ 1167, „ 18 von oben
} statt der hier aus Versehen stehen gebliebenen, durch französische Lehrbücher eingeführten und auch in Deutschland weit verbreiteten Schreibweise „Nörremberg“ lies „Nörrenberg“, welches die richtige Schreibweise dieses Namens ist.

ALPHABETISCHES REGISTER

ZUM

ZWEITEN BANDE ERSTE ABTHEILUNG (OPTIK)*).

(Die Zahlen beziehen sich auf die Seiten.)

A. Namenregister.

A.

Abbe **183**, 178, 228, 240, 246, 501, 511, 570, 695, 712, 715, 799, 835, 843, 875, 879, 923.
Abney 341, 344.
Airy 460, 1144.
Albert 395.
Amici 268, 831.
Angström 341, 968.
Anschütz, O. 642.
Arago 16, 248, 989, 1119.
Archimedes 36.

B.

Babinet 1106, 1137.
Baden-Powel 253.
Balmain 373.
Bamberg, C. 877.
Bauernfeind 81.
Becquerel 373, 375, 380.
Bell 385.
Biese 855.
Billet 894.
Biot 248, 1046, 1128, 1166, 1191.
Biot und Arago 285.
Blasius 931.
Bois, du 260.
Boll 585.
Bouguer 27.
Boussinescq 290.
Boyle 883.
Bradley 9.
Brewster 71, 332, 884, 927, 981, 1112, 1153.
Briot 288.
Broch 1128.
Brodhun 648, 650, 652.
Browning 301.
Bunsen 28, 294, 311, 315, 330, 339, 387.
Busch 778.

C.

Canton 373.
Cassegrain 860.
Cauchy 287.
Chevalier 766.
Christiansen 183, 257, 880.
Clark 527.
Clausius 524, 681.
Colladon 522.
Cornu 344, 350.
Cotton 1161, 1162.
Cros 395.
Crova 416.
Czapski 151, 506.
Czermak 82.

D.

Daguerre 390.
Dale und Gladstone 281.
Delachanal 315.
Delezenne 978.
Desains 908.
Descartes 36, 453.
Descloiseaux 1099, 1102, 1165.
Dieterici 654.
Ditscheiner 968.
Dolond 182.
Doppler 349.
Dove 1085, 1144, 1157.
Ducos de Hauron 395.
Dulong 279.
Dulong und Arago 277.

E.

Ebbinghaus 585.
Ebert 19.
Ebner, v. 1113.
Eder 312, 329, 330, 389, 395.
Eisenlohr 910.
Emsmann 269.
Erasmus Bartholinus 995.
Esselbach 1076.
Euklides 36.
Euler 182.
Exner, F. 943.
Exner, S. 880.

F.

Fahrenheit 73.
Fermat 407.
Feussner 247.
Finsterwalder 517.

*) Dieses Register ist am Schlusse des Textes der ersten Abtheilung nachträglich einzufügen.

Fizeau 12, 894, 911, 914, 924, 1074.
Forster und Fritsch 861.
Foucault 14, 333, 1017, 1074.
Frankland 336.
Fraunhofer 942, 968.
Fresnel 4, 421, 884, 941, 1150, 1153.
Fromm 381.
Fuess 74.

G.

Galilei 846.
Gambey 74.
Gauss 81, 83, 125, 569, 573.
Geissler 316.
Gernez 1192.
Glan 290, 1018.
Görz 771, 782.
Goethe 182.
Gregory 859.
Grimaldi 181, 403, 484, 941.

H.

Hadley 78.
Hagenbach 366.
Hahn 354.
Haidinger 884, 916, 1106, 1108, 1109, 1114.
Hamilton 1043.
Harrison 391, 777.
Hartnack 527.
Hefner-Alteneck 34.
Helmholtz, v. 67, 114, 142, 193—196, 289, 291, 420, 586, 592, 634, 639, 649, 653, 715, 1115.
Hering 619, 652, 656.
Heron 36.
Herschel 269, 860, 1092.
Hertz 4.
Hilger 302, 303.
Hittorf 327.
Hockin 503.
Hoegh, v. 771, 782.
Hofmann 303.
Hooke 78.
Hoske 883.
Huggins 348, 349.
Huxt 391.
Huyghens 4, 399.

J.

Jamin 932.
Jansen, Zach. 845.
Janssen 332.
Jellet 1180.
Johnston 77.
Jolly 1168.

K.

Kämpfer 783.
Kellner 865.
Kepler 846.
Kessler 269.
Ketteler 243, 251, 254, 279, 289.
Kirchhoff 300, 341, 438, 524.
Klingenstierna 182.
König 649, 650, 652, 654, 656.
Kohlrausch, F. 235, 244, 896.
Krüss 29.
Kühne 585.
Kundt 84, 258, 290, 1046.
Kurlbaum 967.

L.

Lachambre 407.
Lagrange-Helmholtz 117, 510.
Lambert 21.
Landolt 280, 285, 286, 1115, 1191.
Lang, v. 221, 224, 278, 1082, 1095, 1101.
Langley 339.
Le Gray 391.
Leonardo da Vinci 746.
Leroux 251, 259.
Lippersheim 845.
Lippich 19, 1015—1118, 1155, 1181, 1182.
Lippmann 397.
Listing 133, 588, 905.
Littrow 228, 301, 302.
Lloid 1043.
Lockyer 396.
Lommel 365.
Lorentz 251, 254, 277.
Lummer 235, 917, 920, 930, 1185.
Lummer-Brodhun 29, 1184.

M.

Macé de Lépinay 936.
Mach, E. 39, 179, 410, 1047, 1067, 1071, 1078, 1126, 1147, 1156.
Mach, L. 934.
Maddon 391.
Marbach 1127.
Marci de Kronland 181.
Mascart 251, 278, 917, 1127.
Maxwell 4.
Mermet 315.
Meyerstein 72.
Michelson 15, 19, 884, 935—957.
Miethe 736, 744, 769, 781.
Mitscherlich 1173.
Möller 21.
Mousson 293.
Müller, Joh. 41, 39, 321, 339, 370, 1068, 1104.

N.

Newcomb 15.
Newton 3, 78, 181, 186, 190, 860, 883, 907, 941.
Nicol 1016.
Niepce 390.
Nobert 965.
Nörrenberg 644, 974.

O.

Oertling 480.
Osann 373.

P.

Paalzow 1063.
Pasteur 1190.
Petzval 745, 756, 762, 764.
Pfaundler 58, 239.
Pickering 301.
Pierre 369.
Pistor und Martins 80.

Pitsch 558.
Plateau 638—640, 910.
Plinius 36.
Plücker 316, 327.
Poggendorff 81.
Porta 758.
Pouillet 1169.
Prazmowski 1018.
Provostage 908.
Ptolemäus 36.
Pulfrich 246, 283.
Purkinje 649, 652.

Q.

Quincke 243, 481.

R.

Ragona Scina 646.
Ramsden 865.
Ranonnet 395.
Rayleigh 210, 460.
Régnault 391.
Reusch 86.
Rheita 846, 866.
Rochon 1014.
Roemer 9.
Rollet 1060, 1071.
Roscoe 388.
Rosicky 1156.
Rowland 341, 966.
Rubens 260, 339.
Rudolph 767.
Rühlmann 282.
Rumford 27.
Rutherford 965.

S.

Savart 1105.
Schleiermacher 516.
Schmidt, E. 931.
Schmidt, W. 289.
Schmidt und Hänsch 979.
Schott 183.
Schröder 781.
Schulze 389.
Schumann 341.
Schwerd 944.
Secchi 347.
Seidel 513, 536, 560.
Selligue 829.
Sellmeier 289, 290.
Sénarmont 1013, 1091.
Seneca 36.
S'Gravesande 74.
Shea 260.
Siemens 33, 34, 385.
Silbermann 74.
Simmler 304.
Snellius 36.
Sömmering 840.
Soleil 1169, 1173.
Stampfer 640.
Steeg 1092.
Stefan 252, 1073, 1122, 1128, 1129, 1155—1157, 1192.
Steinhäuser 634.
Steinhauser 591.
Steinheil 81, 176, 558, 766, 776, 777, 779, 786.
Stokes 358, 359, 363.
Stolze 634.
Strehl 460.
Sutton 776.
Swan 329.

T.

Talbot 391.
Taylor 786.
Terquem 910.
Terquem u. Trannin 243.
Thalén 328.
Thiesen 522.
Töpler 133, 134, 878.
Tyndall 38, 383.

U.

Uhthoff 648.
Uppenborn 35.

V.

Valenta 312, 329, 330.
Van der Willigen 968.
Ventzke 1176.
Vidal 395.
Vierordt 351, 353.
Violle 34.
Vogel 315, 351, 394.
Voigt 438.
Voigtländer 764, 783.

W.

Wagner 744.
Waltenhofen, v. 871.
Wangerin 908.
Warnecke 388.
Weber, L. 29.
Weber, W. 81.
Wedgewood 389.
Weierstrass 86.
Weinhold 338.
Wernicke 269.
Wiedemann, E. 243, 356, 372, 1192.
Wiener 397.
Wollaston 188, 237, 239, 1015.
Wrede 1075.
Wrihgt 84.
Wüllner 281, 283, 286.

Y.

Young 4, 403, 421, 653, 884, 941.

Z.

Zehnder 934.
Zeiss 242, 767, 855.
Zenker 396.
Zentmeyer 776.
Zöllner 305, 306.
Zucchius, Nicolaus 859.

B. Sachregister.

A.

Abbildung, Begriff derselben 61.
„ durch Reflexion 62.
„ „ einmalige Brechung 64.
„ „ zweimalige Brechung 67.
„ rechtläufige 95.
„ durch Systeme centrirter Kugelflächen 115.
„ durch Linsen 152.
„ im Sinne der Wellentheorie 443.
Abbildungsarten 127.
Abbildungsgleichungen 126, 141.
Aberration, chromatische 539.
„ sphärische 485.
Aberrationsfreie Flächen 452.
Aberrationsreste 823.
Ablenkung im Prisma 54.
„ Minimum der 55.
Absorption des Lichtes in farbigen Krystallen 1106.
Absorptionsgesetz 350.
Absorptionsspectra 316.
„ flüssiger Körper 350.
Accommodation 588.
Achromasie 182, 266, 549, 560, 564.
Achromat 755.
Achromatisirung der Interferenzstreifen 934.
Actinometer 386.
Albertotypie 395.
Amalgamspiegel 83.
Analysator (Analyseur) 173.
Anastigmat 767, 781.
Anastigmataplanat 782.
Anastigmatische Bildebnung 525.
Angularvergrösserung 79, 129.
Anomale Dispersion 254.
Antiplanet 766.
Apertometer 843.
Apertur, numerische 670.
Aplanasie 500.
Aplanat 771, 779.
Aplanatische Punkte 500.
Aplanatismus 511.
Apochromatische Systeme 570.
Astigmatismus 507.
„ des Auges 601.
Atomrefraction 286.
Auge, menschliches 582.
Auge, reducirtes 588.
„ Mängel desselben 601.
Augen mit Linse 581.
„ musivische 581.
„ myopische, hypermetropische 593.
„ presbyopische 596.
Augenaxe 599.
Augenkreis 672.
Augenleuchten 602.
Augenpunkt 672.
Augenspiegel 602.
Autocollimation 228.
Axenfarbe 1107.
Axenstrahlen 66.
Axenwinkel 1095.
Axenwinkelapparat 1095.
Axialvergrösserung 130.

B.

Babinet's Compensator 1137, 1147.
Beugung 436, 699.
„ Geschichtliches 941.
Beugungsspectrum 702.
Bilder der sphärischen Spiegel 109.
„ „ „ Linsen 157.
Bildwinkel 665.
Bildwölbung 508.
Blenden 659.
Bologneser Stein 374.
Brachyteleskop 861.
Brechende Kraft 277.
Brechung an Kugelflächen 85.
„ nach Huyghens 405.
Brechungsgesetz 37.
Brechungsquotient 43.
„ des Kalkspathes 999.
„ Messung 211.
„ Tabelle 252.
„ verschiedener Farben 183.
„ von Flüssigkeiten 234.
„ „ Gasen 248.
„ „ planparallelen Platten 247.
Brennebene 99.
Brennpunkt 62, 99.
Brennweite 99, 125, 134, 174.

C.

Calorescenz 355.
Camera lucida 839.

Camera obscura 788.
Cardinalpunkte 134.
Caustische Flächen 456.
Centralstrahlen 90.
Chemiluminescenz 356.
Chevalier-Brücke'sche Lupe 807, 821.
Chromatische Aberration 539.
„ Vergrösserungsdifferenz 546.
Ciliarmuskel 592.
Circularpolarisation 1147.
„ der Weinsäure und Traubensäure 1189.
Circularpolarisirtes Licht 1119, 1131.
Collimator 215, 295.
Collinear 783.
Comafehler 522, 774.
Compensator Babinet 1137.
„ Stokes 1147.
„ Soleil 1174.
Complementärfarben 193.
Concavspiegel 107.
Concentric lens 781.
Condensor 799.
Condensorlinsen 791.
Contrastfarben 645.
Contrastpolarimeter 1185.
Contrastprincip 1184.
Convexspiegel 107.
Cylinderlinse 888.

D.

Daniell's Doppelhahn 794.
Depolarisation 1157.
Diacaustik 464.
Dichroismus 1106.
Dichroit 1106.
Dichroskopische Lupe 1005, 1106.
Diffusion des Lichtes 436.
Dilatometer (Fizeau-Abbe) 924.
Dioptrie 595.
Dispersion 181.
„ absorbirender Medien 289.
„ durch Drehung der Polarisationsebene 1127.
„ der optischen Axen 1102.
Dispersionsformeln 287.
Dissectionsmikroskop 837.
Distanzmesser 80, 81.
„ Rochon'scher 1014.
Distorsion 753.
Doppelanastigmat 782.
Doppelbrechung 495.
„ des gepressten Glases 1045.
Doppelbrechung im Quarz 1161.
Doppelspath, isländischer 995.
Doublets 808.
Drehung der Polarisationsebene 1120.
„ der Polarisationsebene im Quarz 1158.
„ der Polarisationsebene in Flüssigkeiten 1166.
Drehungsvermögen, specifisches 1190.
„ moleculares 1190.
Drummond'sches Licht 794.
Duboscq's Laterne 793.
„ Projectionsapparat für chromatische Polarisation 1063.
Dynamometer 872.

E.

Elasticitätsoberfläche 1020.
Elektroluminescenz 356.
Elliptische Polarisation 1147.
Elliptisch polarisirtes Licht 1119, 1131.
Emissionsspectra 316.
„ der Metalle 322.
„ der Nichtmetalle 326.
Evolute 459.
Evolvente 459.
Extinctionscoëfficient 350, 352.

F.

Fadenbeleuchtung 869.
Fadenkreuz 869.
Farbe der Basis 1107.
Farben der Gypsblättchen im polarisirten Lichte 1061.
„ dünner Blättchen 904.
„ subjective 643.
Farbenblindheit 651.
Farbenglas, Newton's 896, 902.
Farbenringe einaxiger Krystalle 1078, 1085, 1092.
„ zweiaxiger Krystalle 1092.
„ in Quarzplatten 1165.
Farbenscala, Listing's 905.
Farbentheorie 653.
Farbentöne 647.
Fernpunkt 592.
Fernrohr, Historisches 895.
„ Strahlengang 898, 850.
„ äussere Einrichtung 866.
„ Vergrösserung 871.
„ Leistung 873.
Flammenspectrum 310.
Fleck, blinder 600.

Fleck, gelber 584.
Fluorescenz 355, 357.
Fluorescenzspectrum 370.
Focometer 875.
Focus (chemischer) 736.
Focusdifferenz 736.
Fontaine, leuchtende 61.
Fraunhofer'sche Linien 182, 197.
Fresnel'sches Parallelepiped 1150.
Fulgurator 315.
Funkenspectrum 310, 313.

G.

Galilei's Fernrohr 148.
Gauss'sches Ocular 176, 178, 227.
Geradlinig polarisirtes Licht 1131.
Gesichtslinie 599.
Gitterspectra 956, 962.
Gitterspectroskop 309.
Gläser, geglühte, gepresste 1110.
Grenzwinkel 47.
Gypsblättchen, -keil 1050.

H.

Haidinger's Büschel 1114.
„ Lupe 1003.
Halbschattenpolarimeter von Laurent 1178.
„ von Cornu und Jellet 1180.
„ „ Lippich 1181.
„ „ Lummer 1185, 1186.
Halbschattenpolarisator, dreitheiliger 1182.
Harte Haut (sclerotica) 582.
Hauptebenen (-punkte) 132.
Hauptstrahlen 662.
Hefnerlicht 34.
Heliostat 71.
Helligkeit 24, 34, 603, 690, 693.
„ maximale 687.
„ der Doppelspathbilder 1009.
„ der Spectralfarben 649.

I.

Illuminator 1176.
Immersion, homogene 834.
Immersionssystem 718, 833.
Interferentialrefractor 932.
Interferenz 421.
„ Geschichtliches 883.
„ an mehreren Platten 927.
„ polarisirten Lichtes 1048.
Interferenz verschiedenfarbigen Lichtes 940.
Interferenzapparat, Abbe's 923.
Interferenzcurven, Lummer's 930.
Interferenzerscheinungen im Spectrum 1072.
Interferenzprisma 894.
Interferenzringe an Planparallelplatten 916.
Iris 583.
Irradiation 636.

J.

Jenaer Gläser.

K.

Kaleidoskop 71.
Kalkspath, Krystallform 995.
Kalkspathprisma, achromatisirtes 1001.
Katacaustik 461.
Kirchhoff's Gesetz 330, 332, 333.
Knotenebenen (-punkte) 133.
Konische Refraction 1042.
Krümmungsradien 113.
Krystalle, ein- und zweiaxige 1018.
„ positive und negative 1018.
Krystalle, zweiaxige 1034.
Krystalloluminescenz 356.
Krystallplatten, Bearbeitung der 1089.
Kugelobjectiv 777.

L.

Landolt's Streifen 1115.
Landschaftslinse 759.
Lateralvergrösserung 97.
Lateral- und Angularvergrösserung 117.
Laterna magica 790.
Leistungsfähigkeit der Mikroskope, Grenze der 715.
Lemniscaten 1092.
Leuchtfarbe 373.
Leuchtfläche 677.
Leuchtkraft 24, 689.
Licht, Ausbreitung 5.
„ Geschwindigkeit 9.
„ Wesen desselben 3.
Lichtäther 4, 401.
Lichteinheit 33.
Lichtquellen 4.
Lichtstärke 24.
„ photographischer Bilder 731.
Lichtstrahlen 6.
Lichttheorie 4.

Lichtvertheilung im Bilde 734.
Lichtwellen, stehende 396.
Linienspectra 317.
Linnemann's Brenner 797.
Linsen, Definition und Eintheilung 155.
„ Eigenschaften 156.
„ ideelle 167.
„ Bilder der 157.
„ Haupt- und Brennpunkte der 160.
Linsengesetze 175.
Lochcamera 737, 740, 745.
Luminescenz 356.
Lupe 801, 1005.
„ verschiedener Constructionen 807.
„ Vergrösserung 802.
„ Gesichtsfeld und Helligkeit 804.
„ dichroskopische (Haidinger's) 1106.
Lupenstativ 808.
Lynkeioskop 780.

M.

Megaskop 800.
Metallreflexion 1147, 1151.
Meterkerze 35.
Mikron (μ) 299.
Mikrophotographie 798.
Mikroskop, einfaches 801.
Mikroskop, zusammengesetztes 810.
„ Strahlengang, Helligkeit 817.
„ äussere Einrichtung 835.
„ pankratisches 837.
„ binoculares 838.
„ Leistungen 844.
Mikroskopischer Polarisationsapparat 1083.
Mikroskopobjectiv 829.
Mikrospectroskop 306, 308.
Molecularrefraction 286.
Müller'sche Streifen 1071, 1072, 1074.

N.

Nähepunkt 592.
Negativ 392.
Netzhaut (retina) 584.
Neuachromat 760.
Nullstrahlen (Axenstrahlen) 66, 90.

O.

Object- (Gesichtsfeld-) winkel 665.
Objective 764—787, 810.
Ocular 810, 863.
Ocular, Huyghens' (Campani's) 864.
„ Ramsden's 865.
„ orthoskopisches (Keller) 865.
„ periskopisches, aplanatisches 865.
„ terrestrisches 866.
Ocularkraft 814.
Ocularkreis 672.
Ocularmikrometer 870.
Oeffnungswinkel 665.
Ophtalmometer 586.
Optische Axe 1039, 1099.
„ Länge 419.
Optometer 597.
Orthochromatische Photographie 393.
Orthoskopie 509, 772.
Orthostereoskop 634.
Orthostigmat 784.

P.

Panoramalinse 776.
Pantoskop 778, 780.
Parallelepiped, Fresnel's 1150.
Periskop 776.
Phänakistoskop 640.
Phase 415.
Phosphorescenz 355, 372.
Phosphoroskop 375.
Photochemie 381.
Photochromie 394.
Photographie 389.
Photographische Camera 789.
„ Systeme 512.
Photoluminescenz 356.
Photometer 26, 27.
Photometerbank 33.
Photometrie 19, 25.
Photometrisches Grundgesetz 21.
Photophon 385.
Planparallele Platte 49.
Platinspiegel 84.
Pleochroismus 1109.
Polarimeter 974.
Polarisation durch Reflexion 971.
„ durch Brechung 983.
„ „ Turmalin 987.
„ Erklärung der 989.
„ chromatische 1048.
„ durch Doppelbrechung 1003.
Polarisationsapparat, Nörrenberg's 974.
„ Dove's 1085.
„ rotirender (Mach) 1067.
Polarisationsarten 1139, 1143, 1148, 1152.

Polarisationsebene 975.
Polarisationsfarben 1068.
Polarisationsmikroskop 1082, 1112.
Polarisationssonnenmikroskop 1066.
Polarisationsvibroskop 1047.
Polarisationswinkel 981.
Polarisator (Polariseur) 973.
Polariskop, Savart's 1105.
Polaristrobometer 1171.
Porträtlinse 724.
Porträtobjectiv 764.
Präparirmikroskop 809.
Princip der Umkehrbarkeit 43.
Prisma 51.
" achromatisches 265.
" geradsichtiges 268.
" von Senarmont 1013.
" " Rochow 1014.
" " Wallaston 1015.
" " Nicol 1016.
" " Jellet 1180.
Prismendoppelfernrohr 855.
Projection undurchsichtiger Objecte 800.
Projectionsapparate 787.
Projectionsmikroskop 798.
Projectionssysteme 724.
Projectionswinkel 665.
Pupille 582.
" Ein- und Austritts- 659.

Q.

Quarz, Brechungsquotienten 1014.
" als Rochon's Prisma 1015.
" links und rechts drehen.
Quarzplatten senkrecht zur Axe 1119.

R.

Randstrahlen 90.
Rectilinear 780.
Reflexion, totale 46.
" an Kugelflächen 85.
" nach Huyghens 404.
Reflexionsgesetz 37.
Reflexionskreis 80.
Refraction, conische 1042.
Refractionsconstante 277.
Refractometer 240.
Regenbogen 469.
Relieffernrohr 634, 858.
Reversionsspectroskop 306.

S.

Saccharimeter 1173.
" (Mitscherlich, Soleil) 1173.
" (Ventzke-Soleil) 1176.
Sammellinsen 108.
Sammelspiegel 108.
Satzanastigmat 784.
Savart's Polariskop 1171.
Scalenrohr 296.
Schatten 8.
Scheiner's Versuch 590.
Schlieren 879.
Schulz'scher Körper 354.
Schwingungszahlen 340, 415.
Sehen mit einem Auge 611.
" " zwei Augen 616.
Sehpurpur 585.
Seifenblasen 910.
Sensibilisatoren 393.
Sensitometer 387.
Sextant 78.
Silberspiegel 83.
Sinusbedingung 500.
Skioptikon 791.
Solarisation 383.
Soleil's Comparator 1174.
Sonnenspectroskop 305.
Sonnenspectrum 198, 341.
Spaltrohr 295.
Spannung der Gläser 881.
Spectra I. und II. Ordnung 327.
" der Fixsterne 346.
Spectralanalyse 393.
Spectralfarben 186, 647, 905.
" Mischung derselben 190, 193, 650.
Spectralmikroskop 308.
Spectrogramme 319.
Spectrometer 215.
" nach V. v. Lang 221.
" " Abbe 228.
" " Wanschaff 230.
" Repetitions- 233.
" Justirung desselben 224.
Spectroskope 293.
Spectrum 185.
" Reinheit 199.
" Helligkeit 209.
" Auflösungskraft 210.
" secundäres 551.
" Grenzen desselben 647, 905.
Spiegel, Herstellung 83.
" Prüfung 70.
Spiegelablesung 81.

Spiegelbild 63.
Spiegelflecke 730.
Spiegelsextant 78.
Spiegelteleskop 859.
Spiegelung an einer Kugelfläche 105.
Spiegelversuch, Fresnel's 885.
Stereoskop, Theorie 619.
„ von Wheatstone 623.
„ „ Brewster 626.
„ „ Helmholtz 632.
Stocke's Regel 363.
Strahlenblättchen (Zonula Zinnii) 583.
Strahlenbündel (-büschel) 6, 61.
Strahlungsgesetz, Clausius' 524, 681.
Stroboskop 640.
Superposition kleinster Bewegungen 421.

T.

Talbot'sche Streifen 1074, 1075.
Tangentensatz 510.
Taschenspectroskop 304.
Telecentrischer Strahlengang 663.
Teleobjectiv 785.
Teleskop 846.
Teleskopisches System 119, 122, 146.
Telestereoskop 634.
Testplatte 844.
Thaumatrop 640.
Thermoluminescenz 356.
Tiefe eines Objectivs 726.
Totale Reflexion 46, 237, 1147.
Totalreflectometer 227, 244, 246.
Triboluminescenz 356.
Trichroismus 1109.
Triplets 808.
Trockenplatten 391.
Trockensystem 718, 829.
Turmalin 988, 989.
Turmalinzange 988, 1079.

U.

Uebergangsfarbe 1170.
Umkehrung der Spectra 333.

V.

Vergrösserung 97, 129.
„ des Mikroskops 823, 842.
Vergrösserungskraft 673.
Verzerrung 509, 753.

W.


Weitwinkel 725.
Wellenapparat, Crova's 416.
„ Plücker's (Fessel) 1139.
„ Schulze's 1141.
„ (Gerling, Mach) 1142.
Wellenfläche 417.
Wellenlänge 200, 415, 951, 966, 969.
Wellenlängentafel 340, 345, 969.
Wellenlehre 711.
Wellenmaschinen, siehe Wellenapparat.
Windschiefe Strahlen 536.
Winkelspiegel 70.
Wunderscheibe 640.
Wundertrommel 641.

Z.

Zauberlaterne 790.
Zeichenapparate 840, 841.
Zerlegungsspiegel 976.
Zerstreuung des Lichtes 181.
Zerstreuungslinsen 158.
Zerstreuungsspiegel 108.
Zirkonlicht 797.
Zootrop 641.
Zuckergehaltsbestimmung 1187.

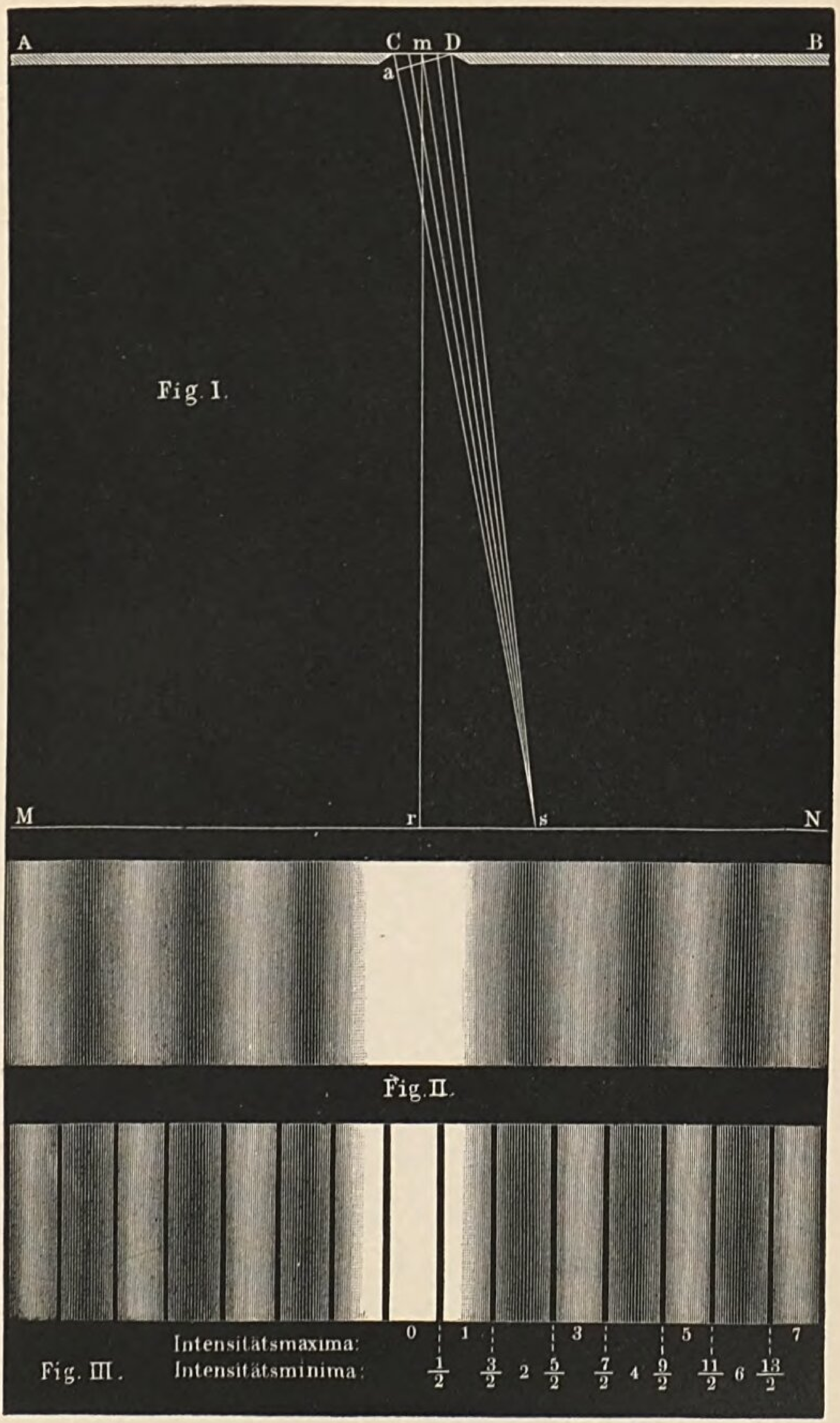
Tafel III.

Das normale Sonnenspectrum.



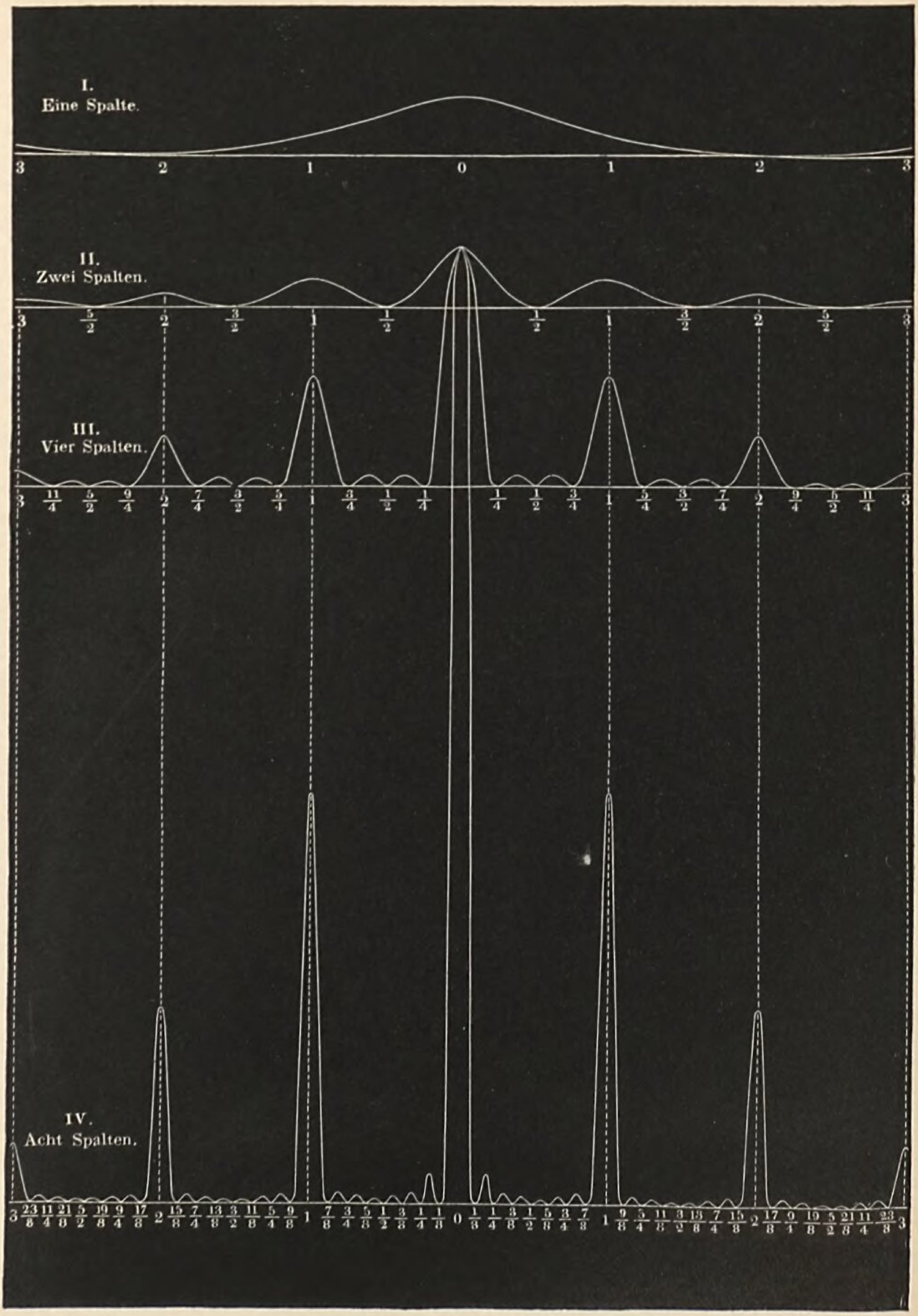
Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Tafel IV.



Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Tafel V.



Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Tafel VI.

Fig. 1.

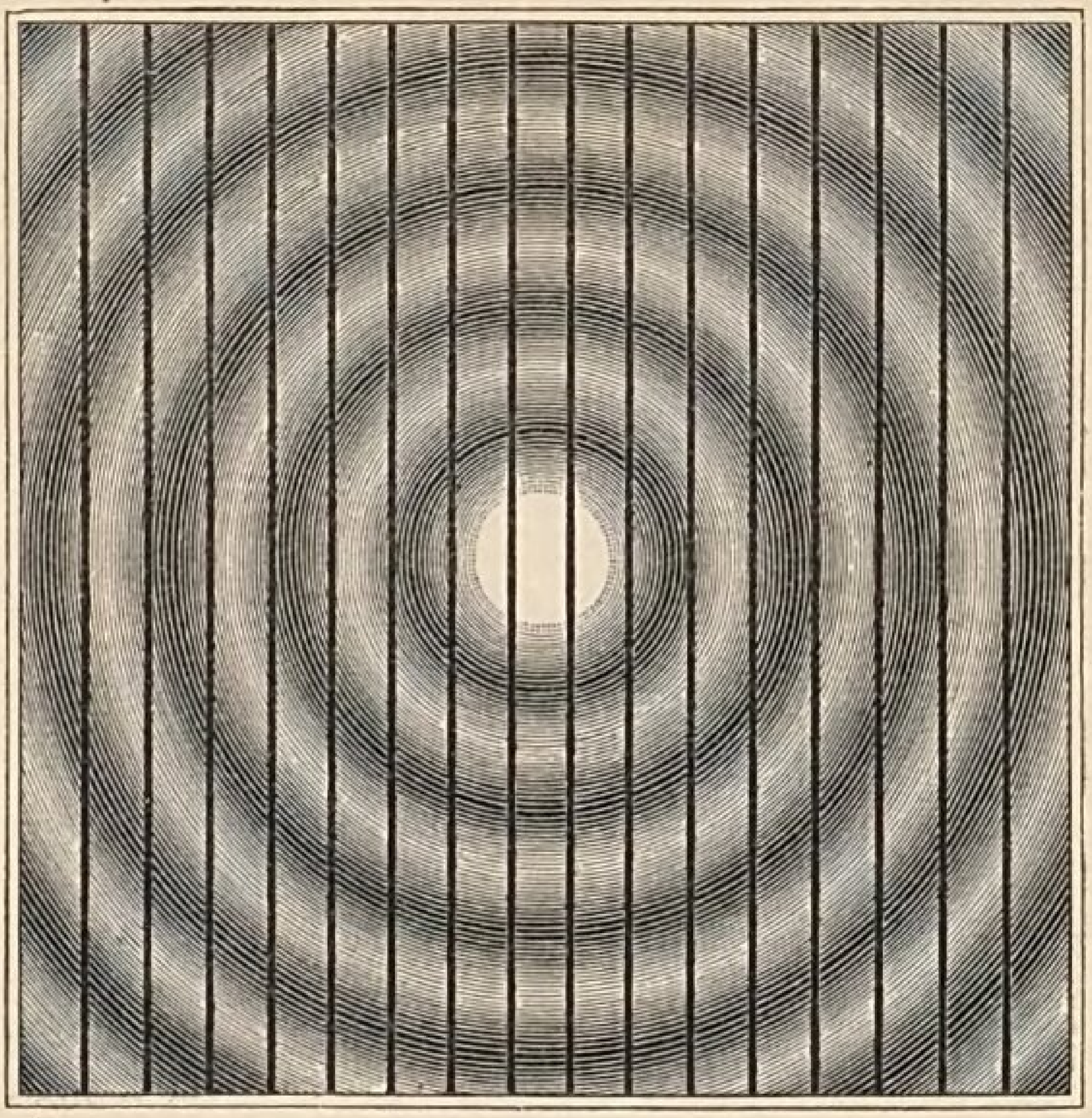
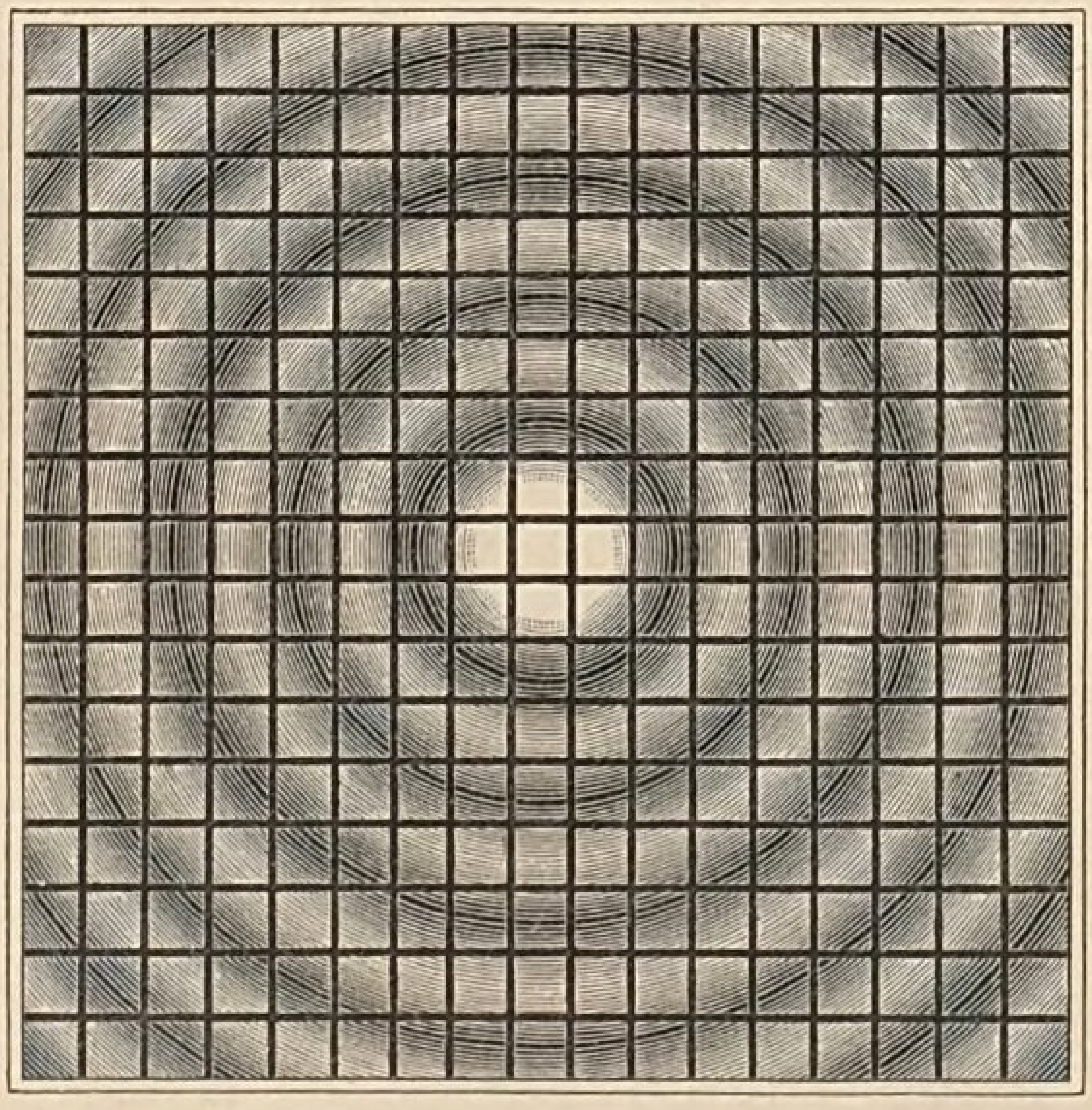
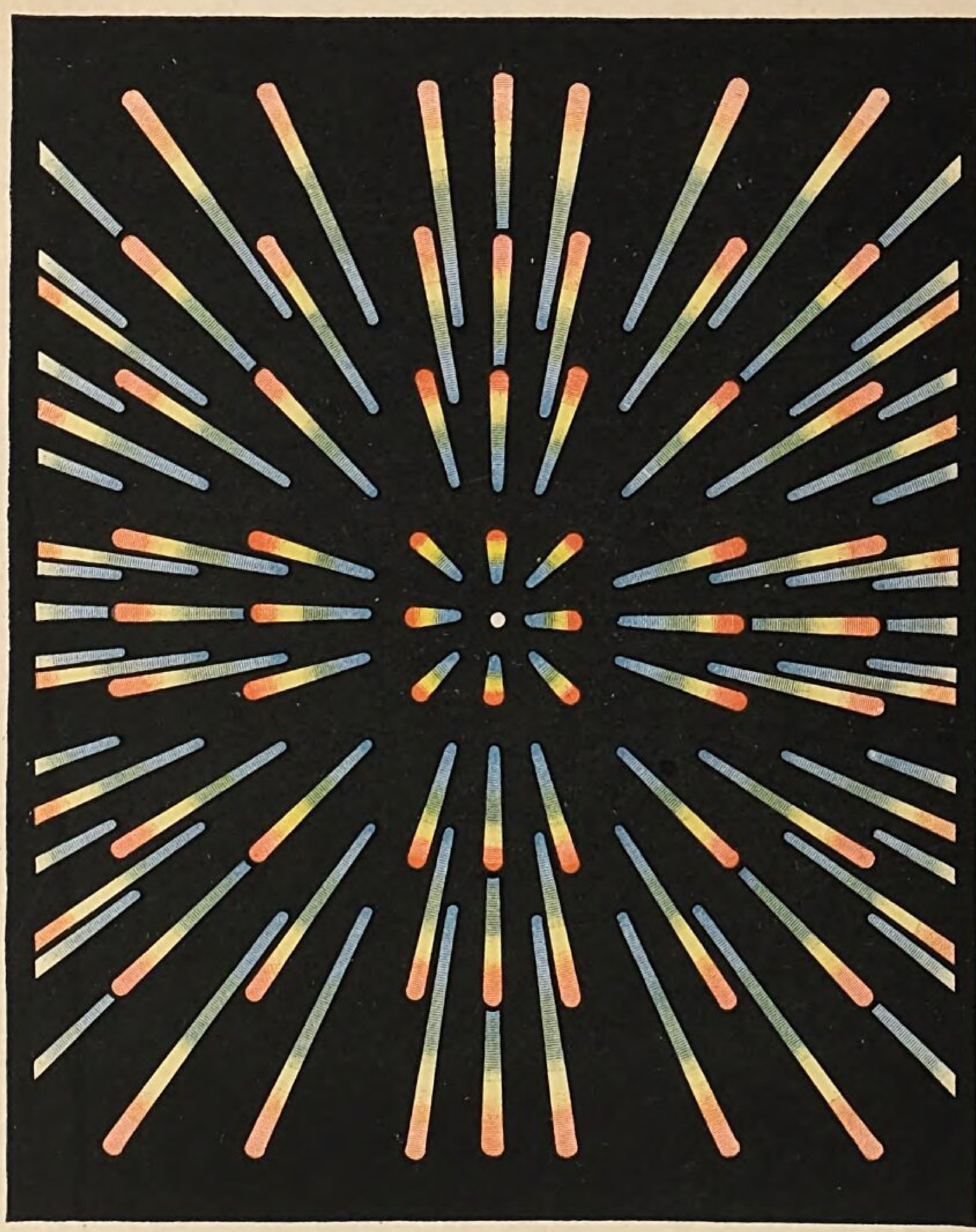


Fig. 2.



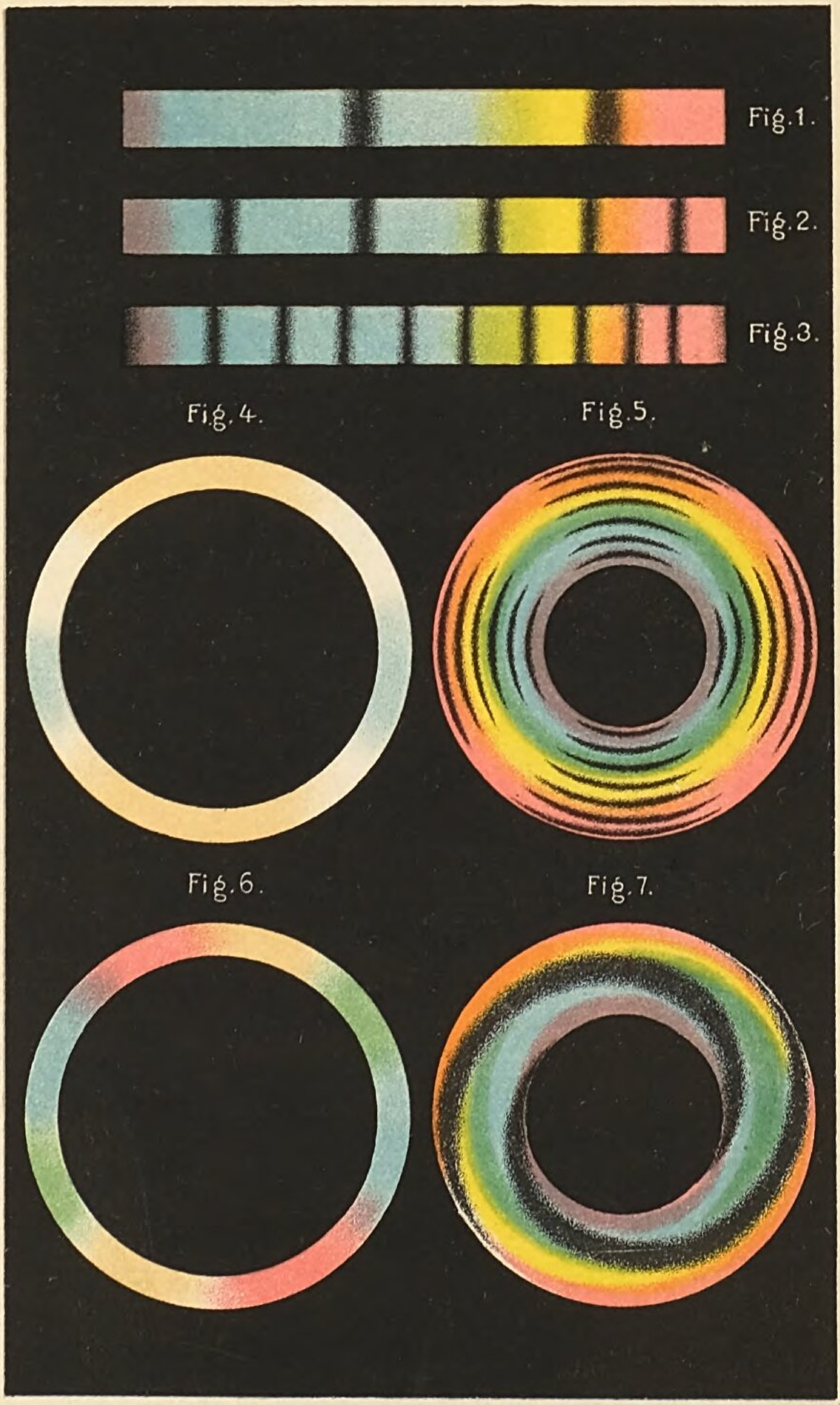
Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Tafel VII.



Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Tafel VIII.



Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Tafel IX.

Fig. 1.

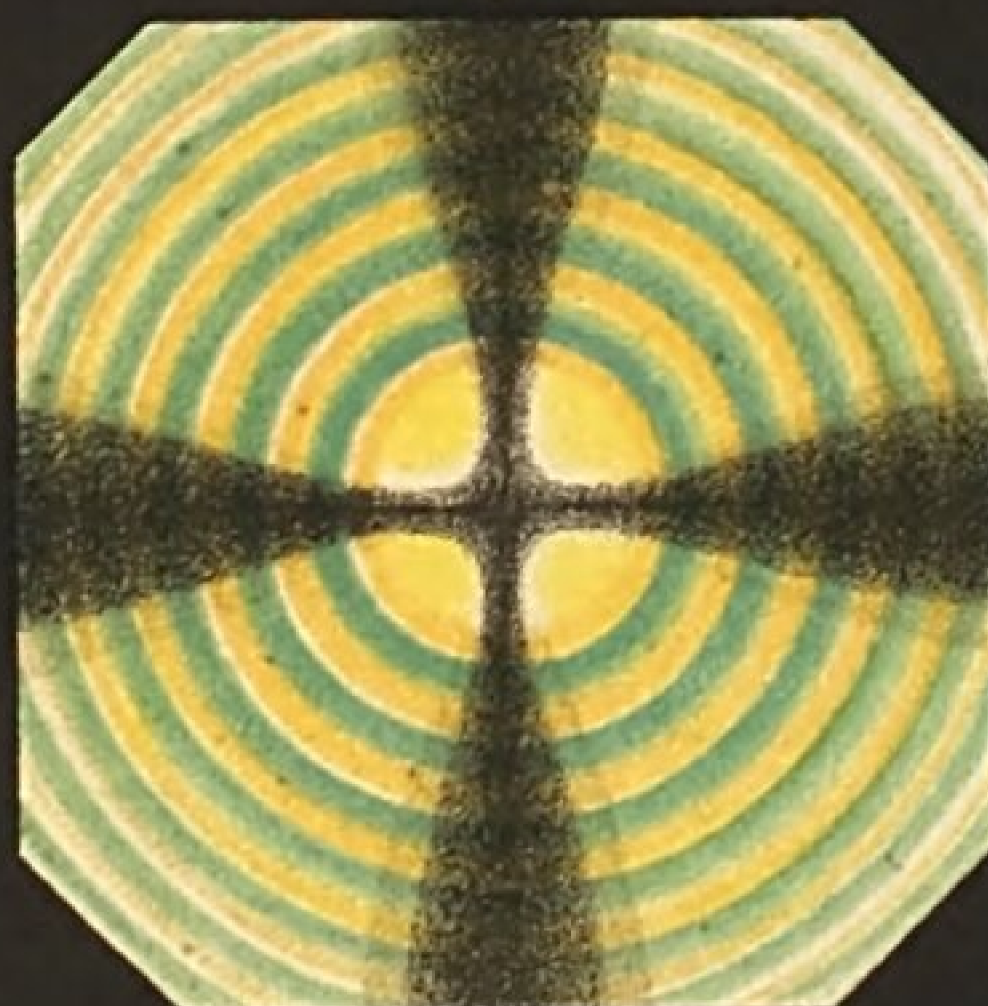


Fig. 2.



Fig. 3.

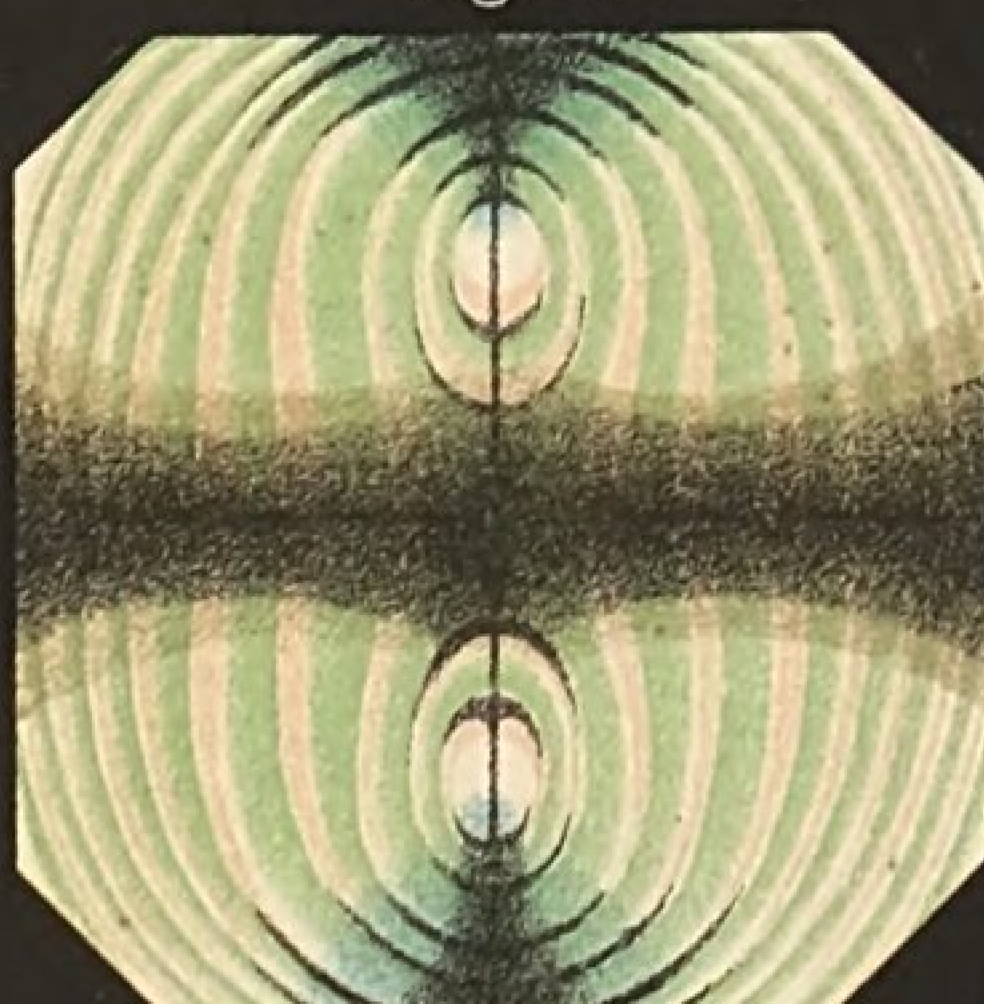


Fig. 4.

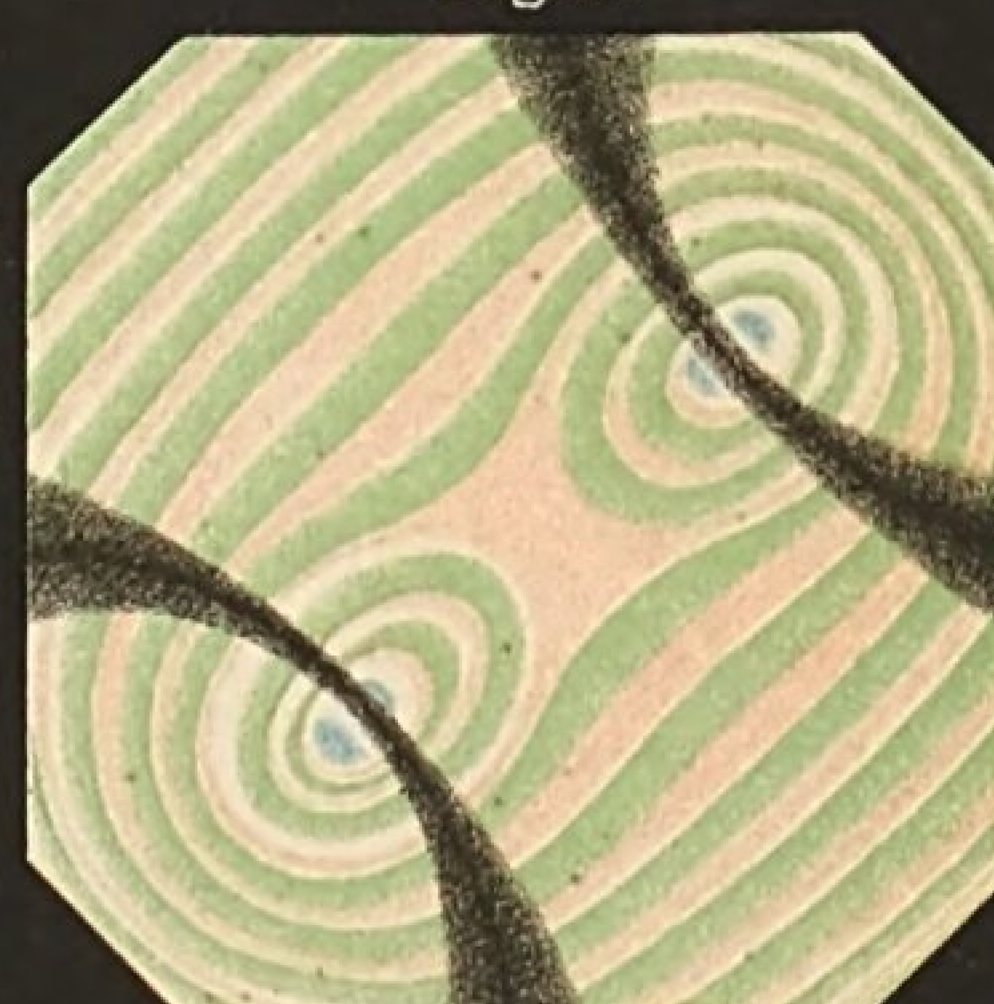


Fig. 5.

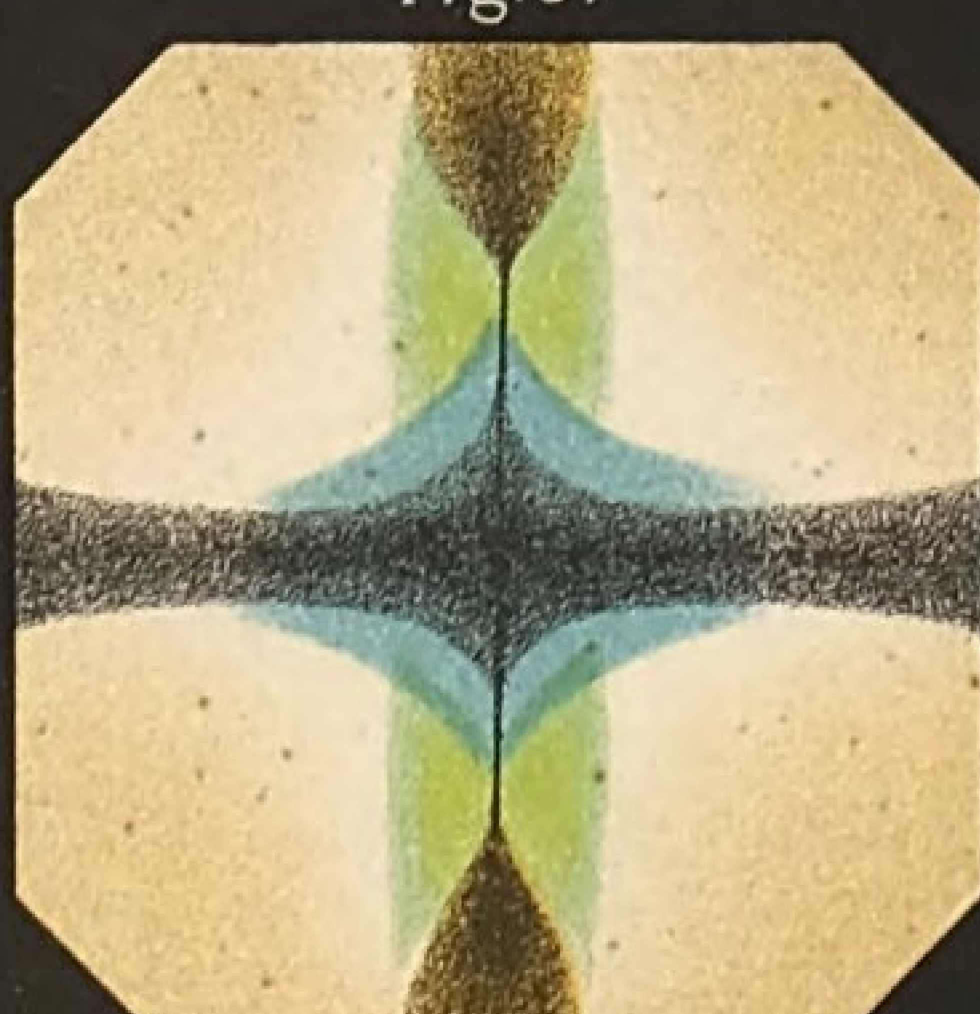
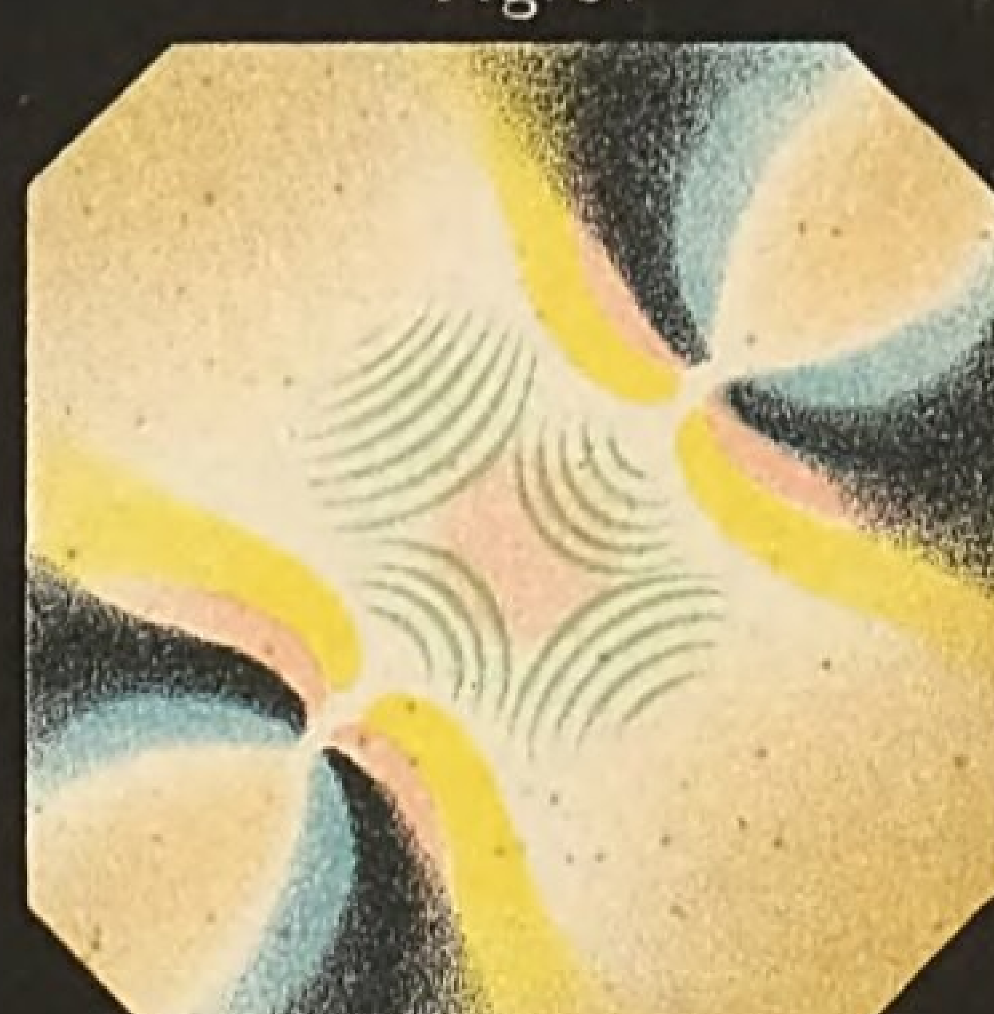
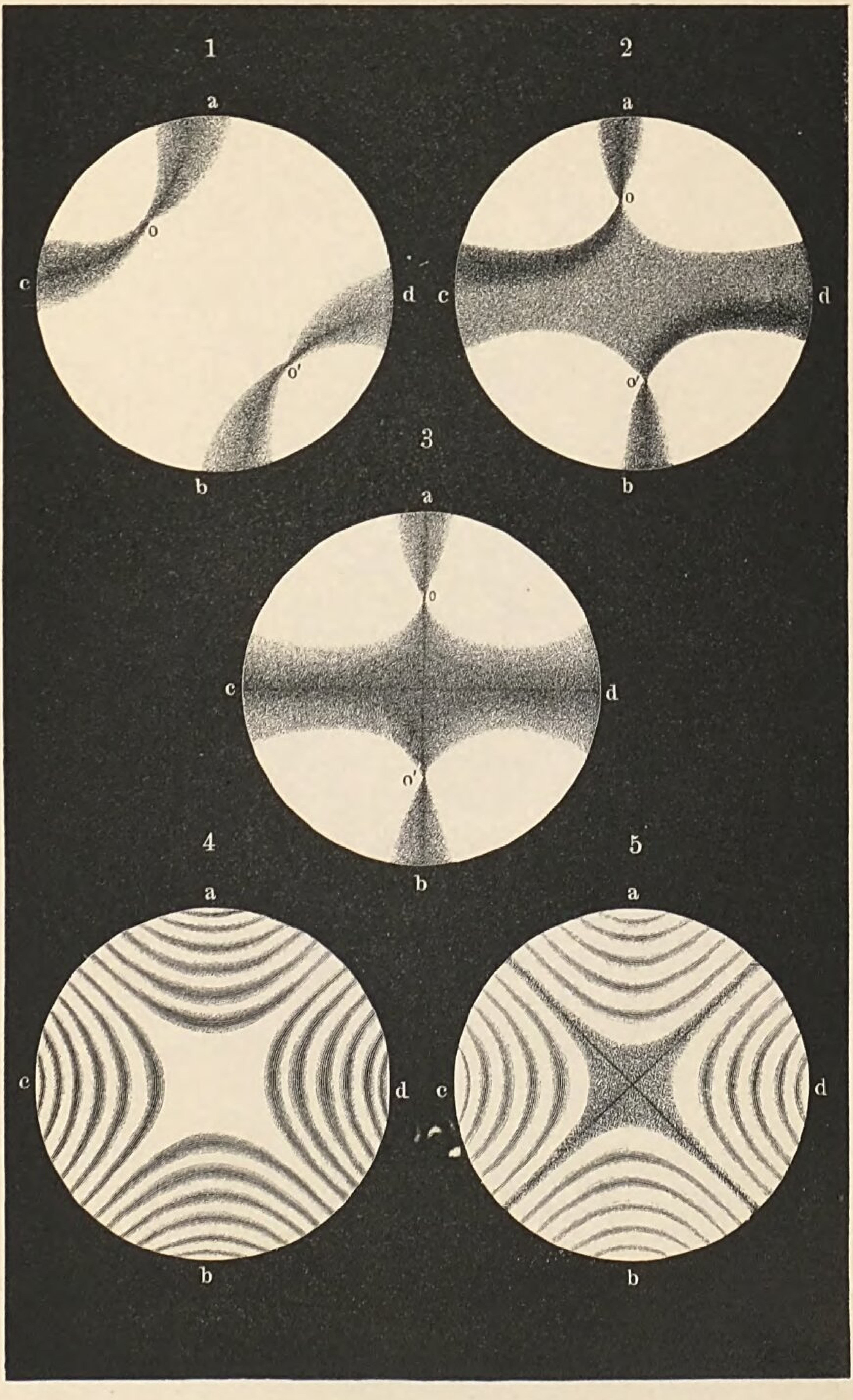


Fig. 6.



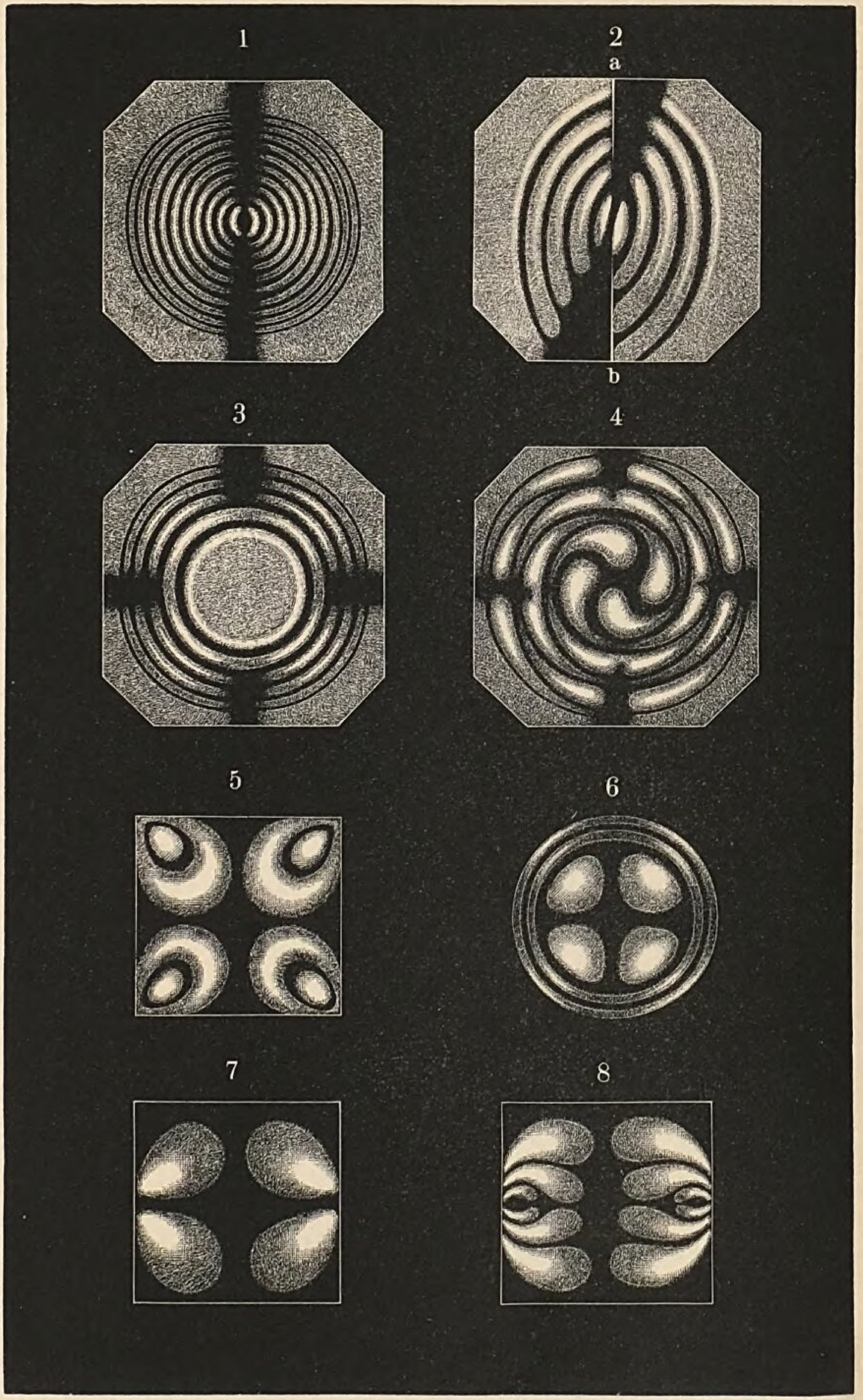
Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Tafel X.



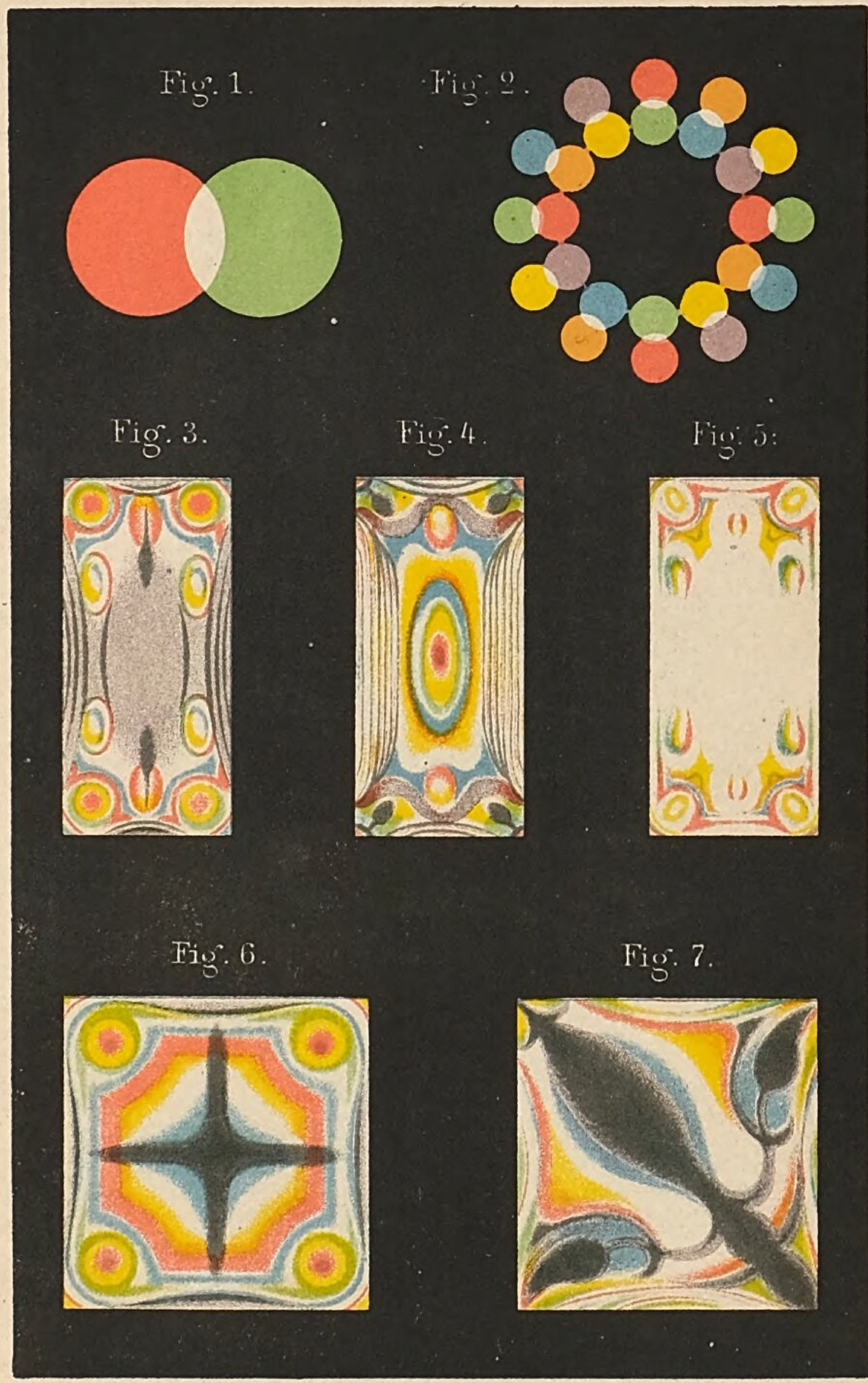
Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Tafel XI.



Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Tafel XII.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Müller, Johann Heinrich Jacob, / Pouillet, Claude Servais Mathias, /
Pfaundler von Hadermur, Leopold,

Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik und Meteorologie in drei Bänden

Bd.: 2,1

(1897)

Phys.g. 628 k-2,1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11822142-9